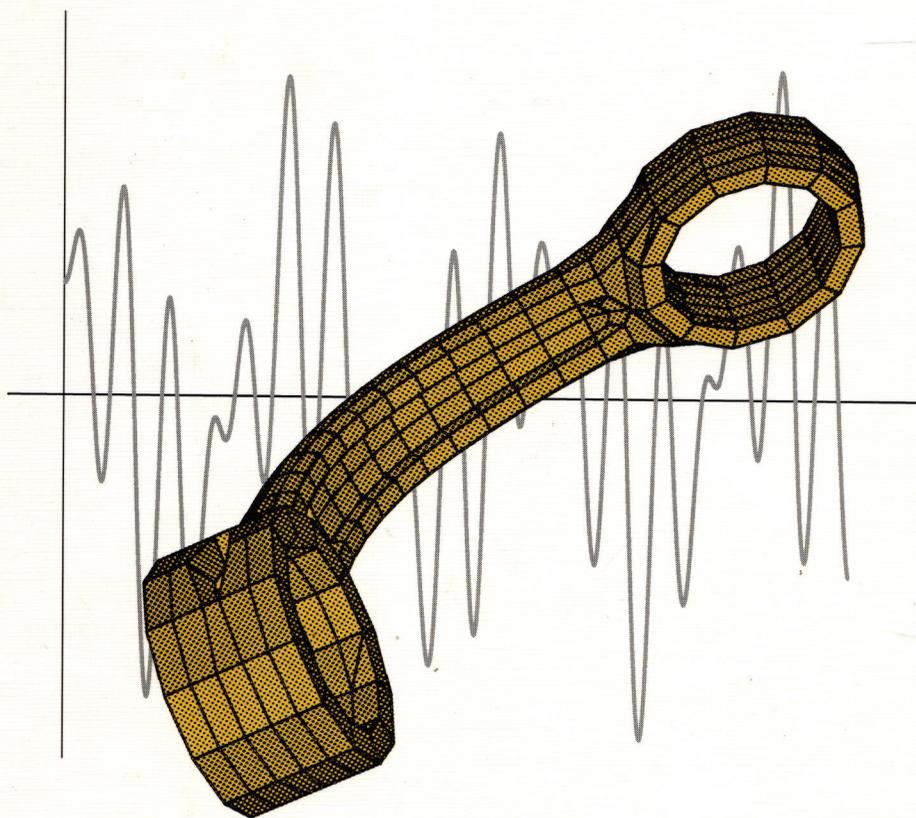


DYNAMIQUE DES STRUCTURES

Analyse modale numérique

THOMAS GMÜR



PRESSES POLYTECHNIQUES ET UNIVERSITAIRES ROMANDES

Dans la même collection:

Vibrations aléatoires et analyse spectrale

André Preumont

Commande numérique de systèmes dynamiques

Roland Longchamp

Conception et calcul des machines-outils (3 vol.)

François Pruvot

Conception des machines (3 vol.)

Principes et applications

Georges Spinnler

Mécanique vibratoire

Systèmes discrets linéaires

Michel Del Pedro et Pierre Pahud

Méthodes numériques en mécanique des solides

Alain Curnier

Les Presses polytechniques et universitaires romandes sont une fondation scientifique dont le but est principalement la diffusion des travaux de l'École polytechnique fédérale de Lausanne, d'autres universités francophones ainsi que des écoles techniques supérieures. Le catalogue de leurs publications peut être obtenu par courrier aux Presses polytechniques et universitaires romandes, EPFL – Centre Midi, CH-1015 Lausanne, par E-Mail à ppur@epfl.ch, par téléphone au (0)21 693 41 40, ou par fax au (0)21 693 40 27.

Vous pouvez consulter notre catalogue général sur notre serveur Internet
<http://ppur.epfl.ch>

ISBN 2-88074-333-8

© 1997, Presses polytechniques et universitaires romandes, CH – 1015 Lausanne.



Tous droits réservés.

Reproduction, même partielle,

sous quelque forme ou sur quelque support que ce soit,
interdite sans l'accord écrit de l'éditeur.

TABLE DES MATIÈRES

	REMERCIEMENTS.....	vii
	TABLE DES MATIÈRES.....	ix
CHAPITRE 1	INTRODUCTION.....	1
	1.1 Omniprésence des vibrations.....	1
	1.2 Contexte de l'ouvrage: l'identification des structures.....	1
	1.3 Objectifs poursuivis.....	3
	1.4 Architecture de l'ouvrage.....	4
CHAPITRE 2	ÉLASTODYNAMIQUE DES SYSTÈMES CONTINUS.....	5
	2.1 Formulation forte du comportement dynamique des systèmes continus.....	5
	2.1.1 Cinématique d'une particule d'un système continu.....	5
	2.1.2 Dynamique linéaire d'un système continu.....	9
	2.1.3 Formulation forte de l'élastodynamique.....	12
	2.1.4 Exemple: vibrations longitudinales des barres.....	13
	2.1.5 Exemple: vibrations transversales des poutres.....	15
	2.2 Formulation faible du comportement vibratoire des systèmes continus.....	19
	2.2.1 Forme faible de l'élastodynamique.....	19
	2.2.2 Exemple: vibrations longitudinales des barres.....	22
	2.2.3 Exemple: vibrations transversales des poutres.....	22
	2.3 Formulations faibles approchée et discrète du comportement dynamique des systèmes continus.....	24
	2.3.1 Forme faible approchée de l'élastodynamique.....	24
	2.3.2 Forme faible discrète de l'élastodynamique.....	26
	2.3.3 Exemple: vibrations longitudinales des barres.....	30
	2.3.4 Exemple: vibrations transversales des arbres.....	31
	2.4 Formulation variationnelle de l'élastodynamique.....	37
	2.4.1 Principe de Hamilton et équations de Lagrange.....	37
	2.4.2 Formes énergétiques.....	39
	2.4.3 Dérivation des équations semi-discrètes du mouvement.....	41
CHAPITRE 3	DISCRÉTISATION SPATIALE PAR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS.....	43
	3.1 Concepts de base de la méthode des éléments finis.....	43
	3.1.1 Approche globale de la méthode.....	43

3.1.2	Approche locale de la méthode.....	47
3.1.3	Exemple: pulsations propres d'une barre encastree.....	52
3.2	Descriptions géométrique et cinématique des éléments finis de base pour la modélisation des structures	55
3.2.1	Systématisation et notion d'élément père	55
3.2.2	Éléments finis solides.....	61
3.2.3	Éléments finis de coque (plaque).....	65
3.2.4	Éléments finis de poutre (arbre).....	71
3.2.5	Éléments finis de transition solide-coque et solide-poutre	78
3.2.6	Exemple: élément fini de barre	89
3.2.7	Exemple: élément fini bidimensionnel rectangulaire.....	91
3.2.8	Exemple: élément fini hermitien de poutre.....	93
3.3	Détermination des grandeurs structurelles élémentaires des systèmes discrets	97
3.3.1	Elaboration générale des grandeurs structurelles élémentaires.....	97
3.3.2	Systématisation et notion d'intégration numérique	101
3.3.3	Construction spécifique de la matrice de rigidité élémentaire.....	104
3.3.4	Elaboration d'autres formes de la matrice de masse élémentaire	112
3.3.5	Exemple: élément fini de barre	115
3.3.6	Exemple: élément fini hermitien de poutre.....	117
3.3.7	Exemple: pulsation propre fondamentale d'une plaque sur appuis simples	119
CHAPITRE 4	FRÉQUENCES ET MODES PROPRES DES STRUCTURES	133
4.1	Propriétés modales des systèmes conservatifs.....	133
4.1.1	Définition du problème aux valeurs propres généralisé	133
4.1.2	Orthogonalité des modes propres de vibration	137
4.1.3	Caractérisation variationnelle des fréquences propres.....	142
4.1.4	Exemple: analyse modale d'un barreau libre-libre	151
4.1.5	Exemple: analyse modale d'une poutre encastree	155
4.2	Méthodes numériques d'extraction modale pour les systèmes conservatifs.....	162
4.2.1	Classification des méthodes	162
4.2.2	Méthode d'itération d'un sous-espace	164
4.2.3	Méthode de Lanczos	176
4.2.4	Méthode de réduction de Guyan-Irons	192
4.2.5	Choix d'une méthode d'extraction.....	210
4.2.6	Exemple: analyse modale d'un barreau libre-libre	213
4.2.7	Exemple: analyse modale d'une poutre sur appuis simples	220
4.3	Extension aux systèmes gyroscopiques et aux structures dissipatives.....	233
4.3.1	Fréquences et modes propres des systèmes conservatifs en rotation.....	233
4.3.2	Fréquences et modes propres des structures dissipatives	254

	4.3.3	Fréquences et modes propres des systèmes dissipatifs en rotation.....	278
	4.3.4	Exemple: pulsations propres d'un rotor de type	299
	4.3.5	Exemple: analyse modale d'une barre encastrée amortie	309
CHAPITRE 5		RÉPONSE TEMPORELLE DES STRUCTURES	
		PAR SUPERPOSITION MODALE	319
	5.1	Régime forcé des systèmes conservatifs	319
	5.1.1	Principe de la méthode de superposition modale	319
	5.1.2	Troncature modale.....	330
	5.1.3	Exemple: réponse impulsionnelle d'un barreau encastré amorti.....	335
	5.1.4	Exemple: réponse temporelle d'une poutre à double encastrement	340
	5.2	Méthodes numériques d'intégration temporelle pour les systèmes conservatifs ou faiblement dissipatifs	344
	5.2.1	Classification des méthodes	344
	5.2.2	Schémas à un pas de Newmark.....	346
	5.2.3	Quelques schémas classiques à pas multiples.....	379
	5.2.4	Choix d'une méthode de résolution temporelle.....	393
	5.2.5	Exemple: réponse à un échelon de charge d'un barreau encastré	396
	5.3	Extension aux systèmes tournants et aux structures dissipatives à amortissement non proportionnel	405
	5.3.1	Réponse temporelle des systèmes conservatifs en rotation	405
	5.3.2	Réponse temporelle des structures dissipatives à amortissement non proportionnel.....	414
	5.3.3	Réponse temporelle des systèmes dissipatifs en rotation	419
CHAPITRE 6		EXEMPLES D'APPLICATION	427
	6.1	Réponse temporelle d'une plaque soumise à un échelon de force	427
	6.2	Vitesses critiques d'un groupe hydro-électrique	432
	6.3	Fréquences propres d'une ailette de turboréacteur.....	437
	6.4	Fréquences et modes propres d'un cadre de motocycle.....	441
ANNEXE A		FONCTIONS DE BASE DE QUELQUES	
		ÉLÉMENTS FINIS ARCHÉTYPES	447
	A.1	Fonctions de base des éléments finis solides de classe C^0	447
	A.2	Fonctions de base des éléments finis de coque de classe C^0	453
	A.3	Fonctions de base des éléments finis de poutre (arbre).....	456
	A.4	Fonctions de base des éléments finis de transition de classe C^0	458
ANNEXE B		FORMULES D'INTÉGRATION NUMÉRIQUE	
		(MÉTHODE DE GAUSS)	467
	B.1	Règles d'intégration numérique pour les éléments finis rectilignes (1D), quadrangulaires (2D) et hexaédriques (3D)	467

	B.2 Règles d'intégration numérique pour les éléments finis triangulaires (2D) et prismatiques (3D).....	469
	B.3 Règles d'intégration numérique pour les éléments finis tétraédriques (3D)	470
ANNEXE C	MATRICES D'ÉLASTICITÉ (LOI MATÉRIELLE DE HOOKE)	473
	C.1 Matrice d'élasticité des éléments finis solides	473
	C.2 Matrice d'élasticité des éléments finis de coque (type dégénéré)	474
	C.3 Matrice d'élasticité des éléments finis de poutre (type dégénéré)	474
	C.4 Matrice d'élasticité des éléments finis rectilignes de poutre.....	475
ANNEXE D	MÉTHODES NUMÉRIQUES CLASSIQUES	
	D'EXTRACTION MODALE	477
	D.1 Méthodes d'itération sur les vecteurs propres	477
	D.2 Méthodes de transformation	489
	D.3 Méthodes basées sur le polynôme caractéristique ou ses propriétés annexes.....	506
ANNEXE E	FACTORISATION DE MATRICES RÉELLES SYMÉTRIQUES	521
	E.1 Factorisation de Gauss	521
	E.2 Factorisation de Cholesky	523
	E.3 Factorisation de Schmidt	524
	BIBLIOGRAPHIE	529
	LISTE DES SYMBOLES.....	549
	INDEX	559