



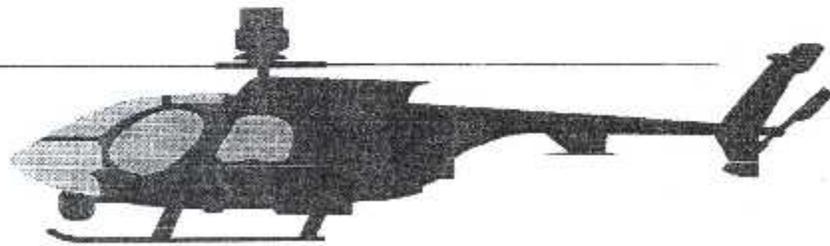
Mémoire de Fin d'Etudes

Pour l'Obtention d'un Diplôme d'Etudes Universitaire Appliqué (DEUA)

Option : Structure

Thème:

Etude Générale sur les Pales



Réalisé Par :

Mererhadi Abdelmoujid
Megaouel Allaoua

Promoteur :

Mr. Kirad Abdelkader

Promotion : 2001



Dédicace

Je dédie ce travail à mes cher parents

M. Allaoua.../

Je dédie ce modeste travail à Mon pere que Dieu garde son âme en
paix et à Ma Mere.

A toute ma famille qui n'a ménagé aucun effort pour me soutenir.

Mes amis qui m'ont apporté soutien moral durant mon cycle d'études.

Et à mes proche Amis Mr. Youcef Khallassi, Mr Mohamed
Bouguern Mr Brahim Barbari et Mr Abdelkrim Mezimach.

M. Abdelmadjid.../



Remerciement

Avant tout nous remercions le Dieu tout puissant qui nous a donné la force de parvenir au bout de nos peines.

Nous remercions notre promoteur Monsieur Kirad Abdelkader pour sa disponibilité et sa compréhension, et tout les enseignants de l'Institut de l'Aéronautique ainsi que le personnel.

Nous tenons aussi, à remercier nos parents pour les sacrifices consentis dans le seul but de nous procurer un avenir radieux.

Nos remerciements sont aussi distingués à l'informaticien, Monsieur Belabbas Adberaouf.

Abdelmadjid Et Alawna. Z

Sommaire

<u>Titre</u>	<u>Page</u>
Introduction Générale	1
Chapitre I : Introduction Générale sur les Pales	
I. 1. Introduction	3
I. 2. Généralités sur le profil	3
I. 2. 1. Caractéristiques géométriques	3
I. 2. 2. Caractéristique aérodynamiques	4
I. 2. 3. Influence du profil sur la pale	5
I.2.4. Influence de répartition massique long du profil	7
I. 3. Rappel aérodynamique	8
I. 4. Conception technologique d'une pale métallique	10
Chapitre II : Différent Sortes des Pales (étude générale)	
A. Pales articulées	
II. 1. Généralités	13
II. 2. Etudes des articulations	15
II. 2. 1. Articulation de Pas	16
II. 2. 2. Articulation de battement vertical	21
II. 2. 3. Articulation de battement horizontal	27
B. Pales encastrées	
II. 1. Introduction	31
II. 2. Généralités sur les vibrations	31
II. 3. Détermination des fréquences propres	33
II. 3 .1. Détermination des fréquences propres de battement d'une pale (méthode de Myklestad)	33
II-3-2 Détermination des fréquences propres de trainée d'une pale	38
II-3-3. Détermination des fréquences propres de torsion d'une pale	38

<u>Titre</u>	<u>Page</u>
Chapitre III : Les cas particuliers de calculs (articulé et encasté)	
A. Pales articulées	
III. 1. Introduction	39
III-1-1. Données de base	39
III-1-2. La répartition des charges sur la pale	41
III-1-3. Calcul du moment d'inertie du profil	42
III.2. Calcul des contraintes sous l'effet des articulations de battement	43
III.2.1. Calcul du moment fléchissant et de l'effort tranchant sous l'effet de l'articulation de battement vertical	43
III. 2. 2. Calcul du moment fléchissant et de l'effort tranchant sous l'effet de l'articulation de battement horizontal	46
III.2.3. Diagramme des efforts tranchants et des moments fléchissants	50
III.3. Calcul des allongements et les contraintes de flexions	54
 B. Pale encastée :	
III.4. Calcul des fréquences propres de torsion d'une pale	56
III. 5. Calcul des contraintes sans l'effet des articulations	58
III-5-1. Diagramme des efforts tranchantes et des moments fléchissant	61
 Conclusion	65
 Bibliographie	
Annexe	

Introduction

L'aéronautique est une technologie essentiellement divisée en deux branches : l'aviation et la giraviation. Toutes deux utilisent, pour la sustentation des matériels volants, la résultante aérodynamique appliquée sur une surface profilée, appelée voilure, convenablement disposée et inclinée. La vitesse, élément important dans tout phénomène aéronautique, est obtenue par une translation en aviation et par une rotation en giraviation. Autrement dit, les matériels volants correspondants, appelés « Aviation, Giraviation », les premiers d'une aile fixe et les seconds d'un ou de plusieurs rotors, soit d'un ensemble de seules tournant autour d'un axe sensiblement vertical.

Il y a essentiellement trois types de giravions (figure X-X-[3]) :

- L'hélicoptère ;
- L'autogire ;
- Girodyne.

Pour l'hélicoptère, le principal qualité est se maintenir immobile dans l'air. Cette propriété, il la doit à l'hélice de grand diamètre qu'il comporte et que l'on nomme « ROTOR PRINCIPAL ».

Le rotor est constitué de pales dont le nombre varie de 2 à 8, selon les cas. L'augmentation du nombre correspond le plus souvent aux appareils fortement chargés et d'un moyeu dont la conception est une particularité de l'hélicoptère. Comme nous le justifions dans le Chapitre II, il est en effet, nécessaire de lier les pales au moyeu en ^{ou} encastrement ou par des articulations.

A priori, on pourrait penser que les efforts aéronautique risquent de replier les pales autour de leurs articulation ou leurs point de fixation. En fait, une simple évaluation des efforts montre que la force centrifuge est largement supérieure aux efforts aéronautiques « estimer à vingt fois la portance ». C'est la raison pour laquelle nous avons effectué une étude générale sur une pale articulée plus que encastree de profil synectique et de construction métallique.

Dans le premier chapitre, nous donnons des généralités sur les pales et nous enchaînons, par la suite, avec la description des principaux mouvements des ces derniers (soit articulés ou encastrees).

Dans le troisième chapitre, nous déterminons l'allure des contraintes ainsi que leurs répartitions.

En effet, dans le dernier chapitre, nous précisons chacun leurs avantages et inconvénient.

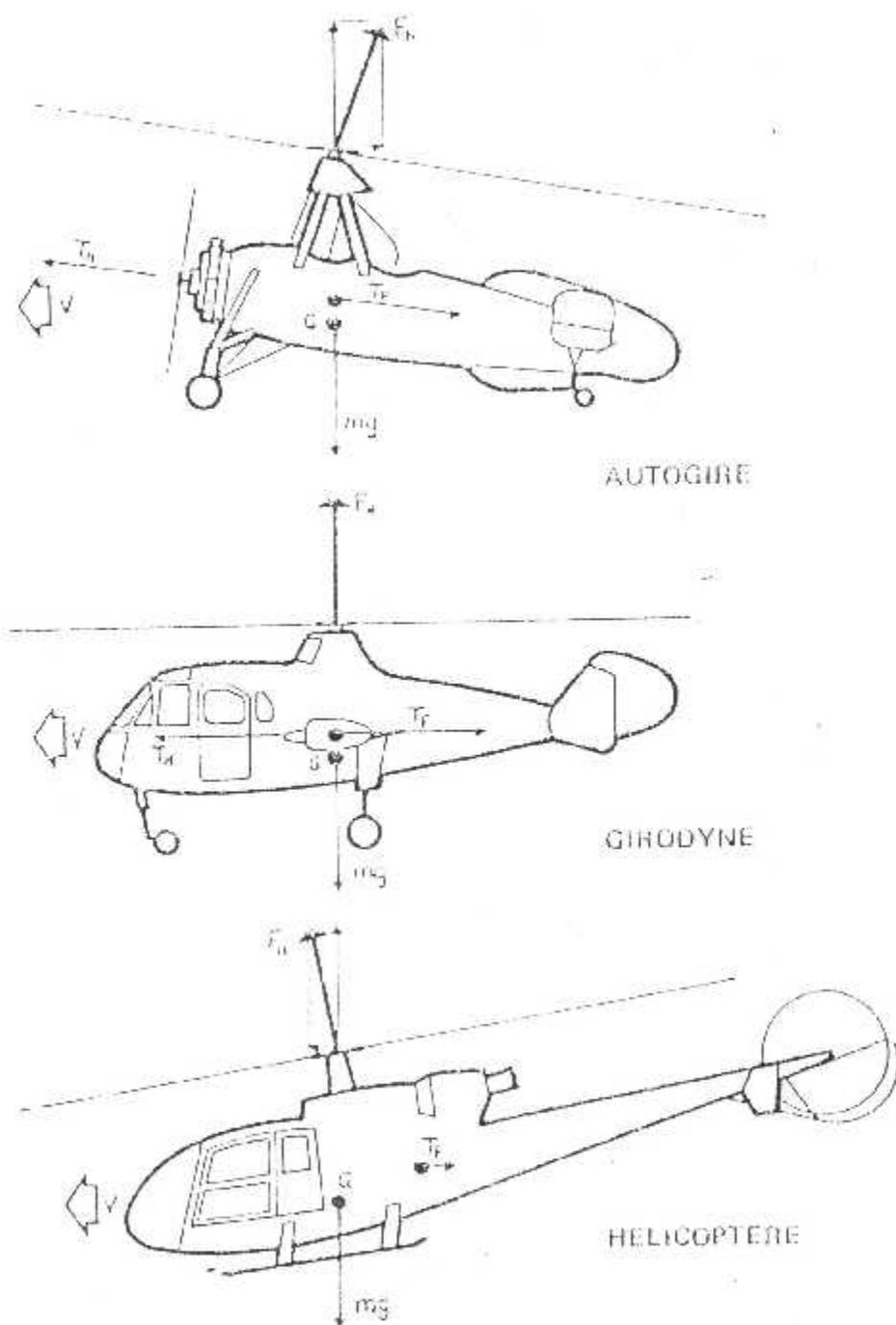


Figure X-X 131

Chapitre I

Introduction Générale sur les Pales

I. 1. Introduction :

Comme toute voilure, la pale est étudiée pour faire mouvoir la nacelle. Pour cela, elle tourne autour de l'axe de rotation matérialisé par le mat. Ce dernier transmet l'énergie nécessaire par le moyeu qui de son côté permet certains degrés de liberté qui rendent le contrôle des forces de portance en vol possible.

De ce fait la conception de la pale doit être très soignée, ainsi les pales ont généralement des profils symétriques, ce qui est vraisemblablement un bon compromis « c'est souvent le cas » entre de bonnes qualités aéronautiques et mécaniques.

I. 2. Généralités sur le profil :

I. 2. 1. Caractéristiques géométriques :

- *Corde de profil « l »* : C'est le segment de droite (AB) liant le bord d'attaque au bord de fuite (figure I.1).
- *La ligne moyenne* : C'est la ligne des points milieux entre laquelle l'extrados et l'intrados sont équidistant.
- *Épaisseur maximale « h »* : C'est le segment de droite (FI) maximum perpendiculaire au segment (AB). L'abscisse de (h) est compté un pourcentage de la corde de profil.
- *Épaisseur relative « e »* : C'est le rapport de l'épaisseur maximale à la corde de profil $e = h/L$, compté en pourcentage de la corde.
- *Flèche maximale « f »* : C'est la distance maximale entre la ligne moyenne et la corde de profil.
- *Position de la flèche maximale « d »* : C'est l'abscisse de la flèche maximale compte en pourcentage de la corde de profil.
- *Courbure relative « c »* : C'est le rapport de la flèche maximale à la corde de profil $c = f/L$.

I. 2. 2. Caractéristique aérodynamiques :

- *Angle d'incidence « i »* : C'est l'angle formé par la corde de profil avec le vent relatif (V_R).
- *Angle de pas « θ »* : L'angle de pas c'est l'angle formé par le vent relatif (V_R) et un plan de référence perpendiculaire à l'axe de rotation de la pale (fig. 1.2)
- *Angle de portance nul* : C'est l'angle d'incidence correspondant à une portance nul, généralement, entre 2 et 3°.

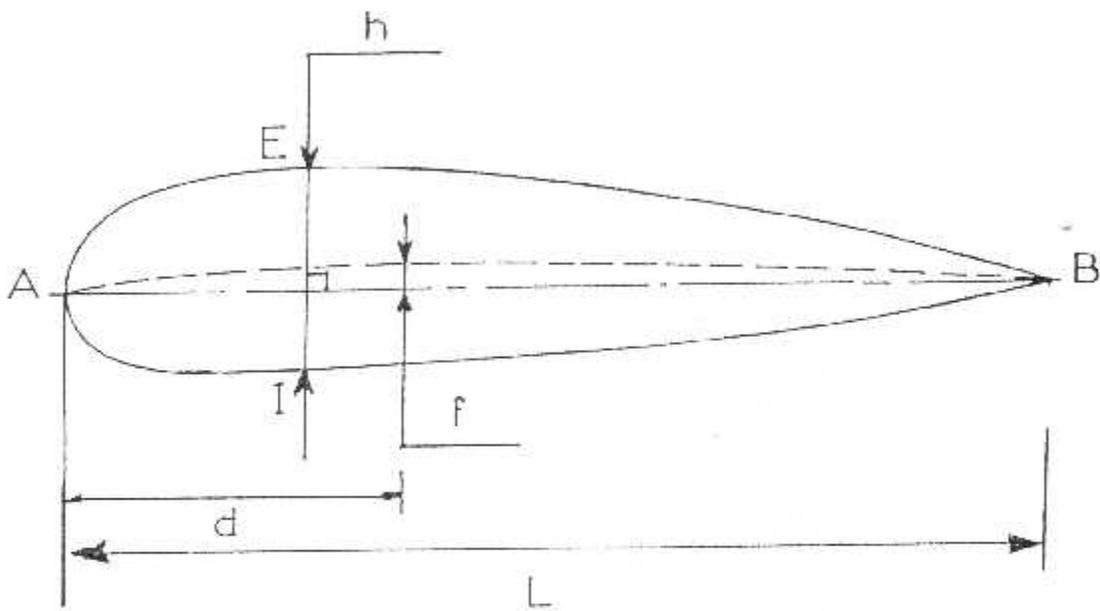


Figure I-1

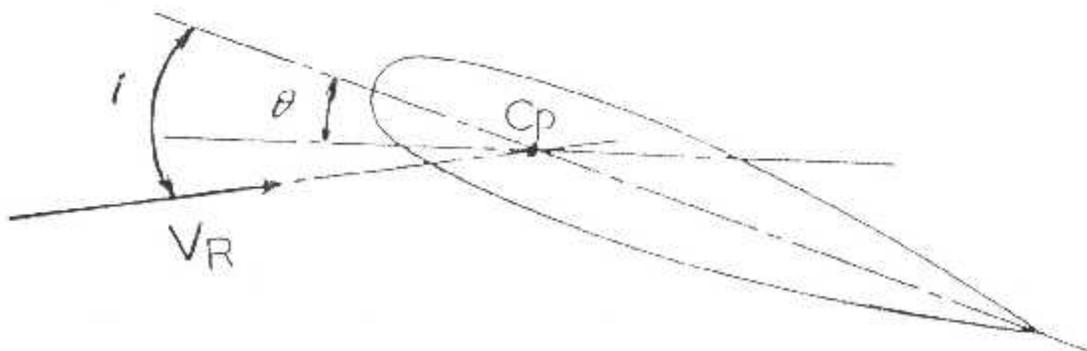


Figure I-2

- Polaire du profil : C'est la courbe qui montre comment pour un profil donné, varie la portance (F_n) et la traînée (R_x) en fonction de l'angle d'incidence (i) (figure I.3).

Nous distinguons cinq points caractéristiques :

1. La portance est nulle, la traînée est minimale ;
2. Le point de finesse aérodynamique maximal, l'incidence en ce point assure le maximum de portance pour un minimum de traînée ;
3. Le point de meilleur rendement aérodynamique du profil, pour cette incidence, le rapport c_x^2/c_z^3 est minimale ;
4. L'incidence en ce point assure un maximum de portance, après ce point toute augmentation de l'incidence diminuera la portance ;
5. Incidence du décrochage.

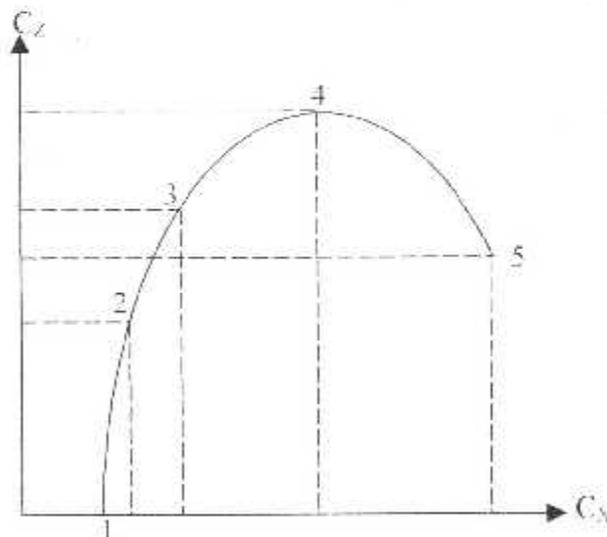


Figure I-3

1. 2. 3. Influence du profil sur la pale :

Pour la conception des pales d'hélicoptère, nous distinguons deux types de profils :

- Profil biconvexes symétriques :
 - Ils sont caractérisés par un NACA 00 ;
 - Le centre de poussée du profil (c_p) est confondu avec le foyer (F). Quelle que soit la valeur de la résultante aéronautique (F_R), le moment de celui-ci par rapport au foyer est nul. (figure I.4) ;

- Si l'axe de variation du pas passe par le foyer du profil, la variation de la résultante aérodynamique (F_R) est sans effets sur l'incidence.
- Il n'y a pas de risque d'instabilité.

- *Profils biconvexes dissymétriques :*

- Se sont des profils qui se caractérisent par un NACA 13.
- Le centre de poussé du profil est fonction de l'intensité de la résultante aérodynamique. Ainsi, le moment de (F_R) par rapport au foyer n'est pas nul et sa valeur est constante.
- Si le centre de poussé est en ^{arrière} avant du foyer, le moment de (F_R) est cabreur ce qui augmente l'incidence (figure 1.5.a).
- Si le centre de poussé est en avant du foyer, le moment de (F_R) est piqueur, ce qui diminue l'incidence. (fig. 1.5.b).
- Les profils non symétrique sont instables.

Remarque :

L'utilisateur des profils biconvexes symétriques sans prépondérant dans la fabrication des pales métalliques.

Avec des pales en matière plastique les profils biconvexes dissymétrique ou des résultats aérodynamiques supérieurs au profils symétriques.

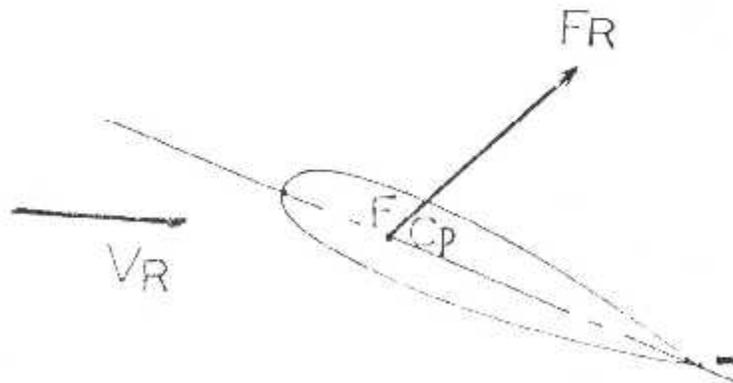


Figure 1-4

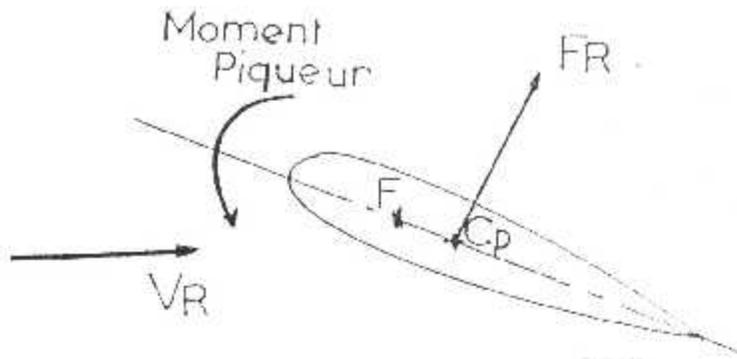


Figure 1-5-a

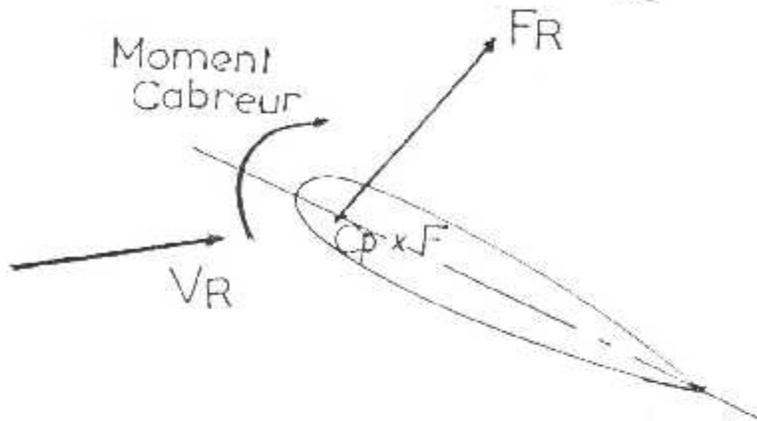


Figure 1-5-b

1.2.4. Influence de répartition massique long du profil :

Pour un profil utilisé dans la conception de la pale, le centre de gravité en corde doit se situer à proximité des foyer (à 25% de la corde à partir du bord d'attaque) pour comprendre ce choix, il faut savoir que pour un profil aérodynamique le coefficient moment aérodynamique rapporté à un point (P) (figure 1.6), de la corde est :

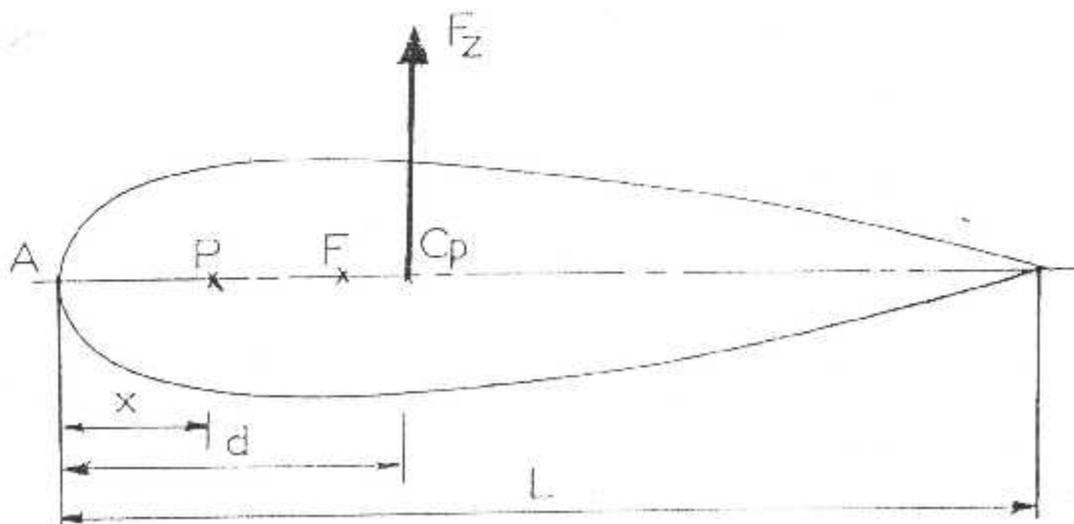


Figure 1-6

$$C_{mp} = C_{ma} + C_z \frac{x}{L}$$

Le coefficient aérodynamique rapporté au bord d'attaque est :

$$C_{ma} = C_{mo} - kC_z \quad [3]$$

A partir de ces deux équations, nous pouvons écrire :

$$C_{mp} = C_{mo} - C_z \left(\frac{x}{L} - k \right)$$

Pour un profil symétrique :

$$k = \frac{x}{L} = 0,25 \Rightarrow C_{mp} = C_{mo} = C_{m_f}$$

De ce fait, le coefficient aérodynamique rapporté au foyer :

$$C_{m_f} = C_{mo}$$

Etant C_{mo} le coefficient du moment à portance nulle, C_{m_f} est constant dans un profil symétrique.

Le centre de poussé est donné par :

$$d/L = -C_{mo}/C_z + k$$

pour un profil symétrique C_p et F sont confondus, d'où :

$$d/L = x/L = 0,25 \Rightarrow -C_{mo}/C_z = 0$$

$$C_z \neq 0 \Rightarrow C_{mo} = 0$$

Pour un profil symétrique C_{mo} est nulle. Par conséquent si un tel profil est utilisé et si le centre de gravité du profil coïncident avec le foyer, nous évitons tout risque d'instabilité en rotation et de couplage. (BATTEMENT - TORSION).

I. 3. Rappel aérodynamique :

Un profil placé dans le vent relatif (V_R) est à l'origine d'un fortement des molécules d'air sur sa surface. Ainsi, au voisinage immédiat (quelques millimètres) nous distinguons une variation de la vitesse des filets d'air, appelés (COUCHE LIMITE), cette dernière à la propriété suivante :

Quand le vent relative (V_R) frappe le profil il en résulte un phénomène de dépression sur la face supérieur (extrados) et une surpression sur la face inférieur (Intrados) (figure I.7).

- La résultante de ces forces de pressions, est la résultante aérodynamique (F_R) qui est caractérisée par :

- Un point d'application : le centre de poussé (C_p).
- Une direction : oblique par rapport au vent relatif.
- Un sens : vers l'arrière.
- Une intensité : $F_R = \frac{1}{2} \rho \cdot S(V_R)^2 C_R$.

- F_R est composée de :

- La portance : (F_z) perpendiculaire au vent relatif tel que :

$$F_z = \frac{1}{2} \rho \cdot S(V_R)^2 C_z$$

- La traînée : (F_x) parallèle au vent relatif tel que :

$$F_x = \frac{1}{2} \rho \cdot S(V_R)^2 C_x$$

La résultante de F_z et de F_x de chaque élément de pale est respectivement :

- La portance générale de la pale (F_n).
- La traînée générale de la pale (R_x).

La valeur de la portance (F_z) et de la traînée (F_x) croit de l'emplanture à l'extrémité comme le carré de la vitesse du vent relatif (V_R) donnant ainsi à (F_z) et (F_x) une allure parabolique ($Y = Ax^2$). A l'extrémité de la pale se produit un écoulement marginale de l'air qui passant de l'intrados à l'extrados tend à diminuer la portance et augmenter la traînée (figure 1.8).

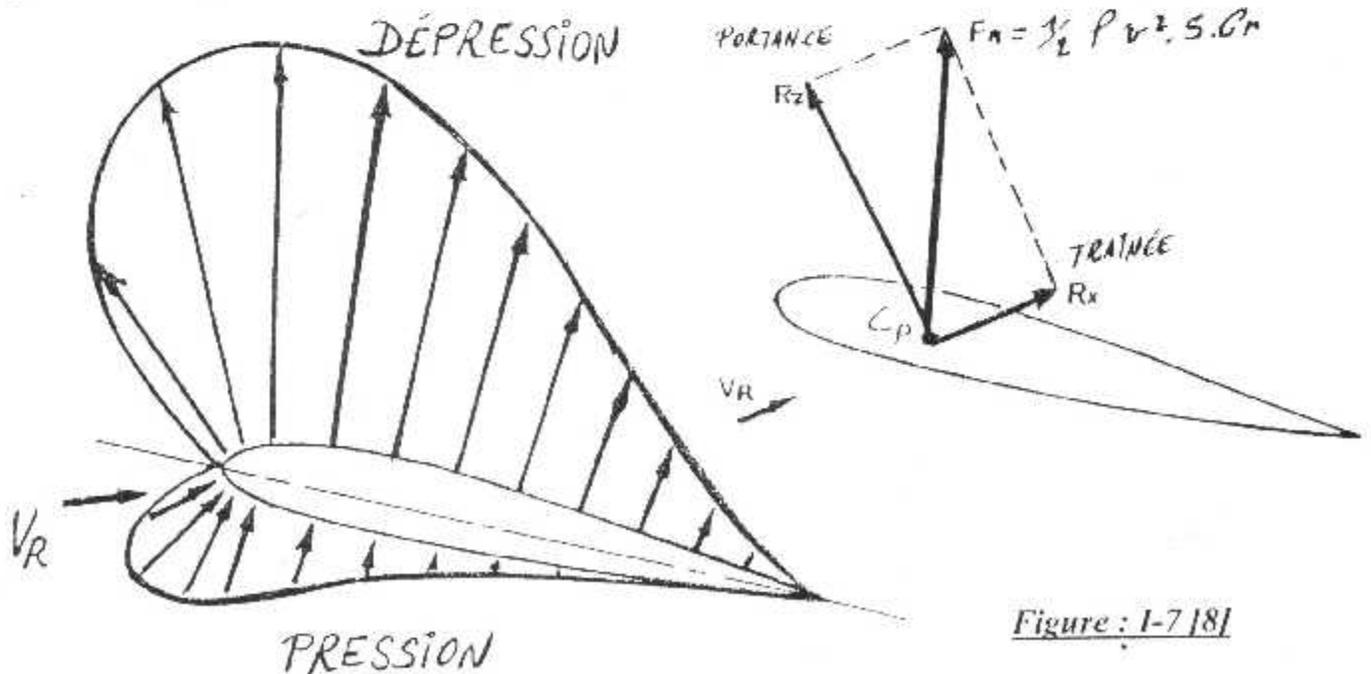


Figure : 1-7 [8]

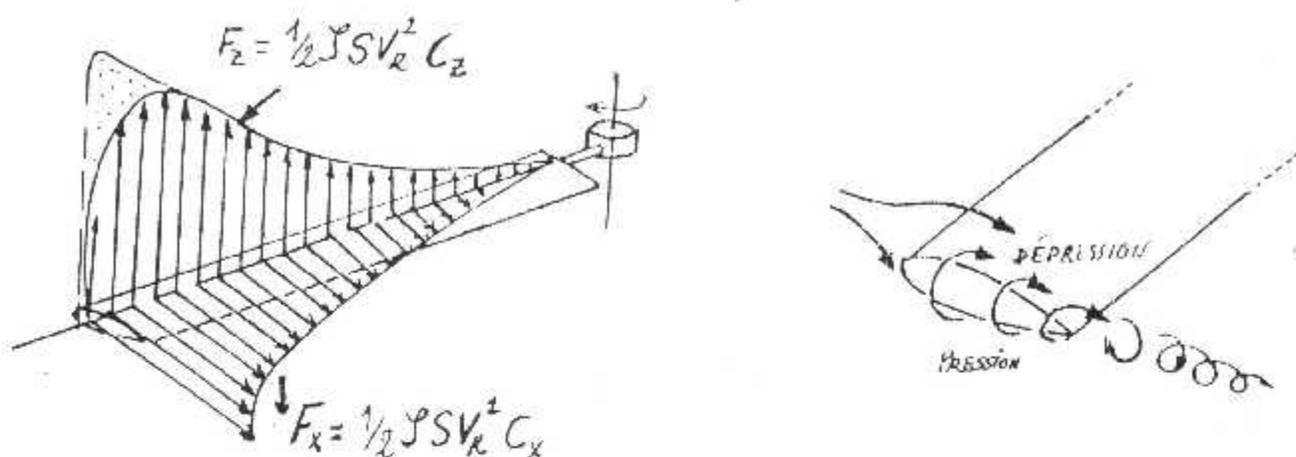


Figure I-8 [8]

I. 4. Conception technologique d'une pale métallique :

La conception d'une pale est faite à partir d'une étude des contraintes qu'elles subissent.

Ainsi, la répartition massique tend en envergure, qu'en corde à son importance sur la répartition des contraintes, de plus, comme nous l'avons mentionné précédemment, les profils symétrique sont un bon choix pour la fabrication des pales métalliques pour leurs bonnes qualités aérodynamiques et leur facilités de fabrication.

Nous distinguons dans les profils des pales métalliques (figure I.9), les principaux composants cités ci-dessous :

- Longerons :

C'est l'élément essentiel de la résistance de la pale puisqu'il contribue en grande partie à la raideur, que ce soit de battement (EI_b), de traînée (EI_T), et de torsion (GJ). De plus, il permet un centrage plus en avant du profil puisque son centre de gravité est en avant du foyer. Nous distinguons deux types de longerons :

- Plein (figure I.9.a., I.9.b).
- Creux (figure I.9.c., I.9.d).

La majorité des longerons sont en alliage léger, notamment le DURALIMIN AU4G1 \equiv 2024 et le DURAL qui se caractérisent par une très grande résistance mécanique.

La masse nécessaire au centrage (figure I.9.c, I.9.d) ne doit pas être importante pour ne pas gêner le centrage au profil. Elle doit avoir une résistance mécanique satisfaisante ainsi, des matériaux comme l'acier et le titane sont utilisés.

- Revêtement :

De part sa conception et son épaisseur, nous distinguons des alliages légers d'aluminium utilisés pour des pales à longerons creux et des POCKETS pour des longerons pleins. Il contribue à transmettre les charges aérodynamique et participe à la raideur de la pale en battement, notamment en flexion de traînée. Le revêtement constitue le caisson de torsion et il lui revient la plus grande participation à la raideur en torsion.

- Remplissage :

Le remplissage est nécessaire pour que le travail du revêtement soit efficace et que le profil soit stable contre tout flambage induit par la Torsion. Nous distinguons un remplissage en mousse (POLYURETHANNE OU EN MOLTOPRENE) pour les pales à longeron plein et revêtement en alliage léger (figure I.9.a., I.9.b), et des remplissages en nervure et nid-abeilles pour les pales à longeron plein complété par un revêtement en POCKETS (figure I.9.c., I.9.d).

Dans les deux cas la masse du remplissage varie entre 24 et 100 kg/m³. La masse volumique minimale de la mousse est de 50 kg/m³, valeur en dessous de laquelle la tenue en compression est insuffisante.

- Arêtier :

De part sa position au bord de fuite permet une augmentation de la corde de profil et par la même la surface portante. Par ailleurs, il permet d'accroître l'inertie du profil en traînée. La masse de l'arêtier ne doit pas être grande pour respecter le centrage du profil.

Remarque :

Il faut noter que ces composants sont assemblés par collage à chaud.

Chapitre II

**Différent Sortes
des Pales
(étude générale)**

A. Pales articulées :

II. 1. Généralités :

Etant le constituant principal de l'hélicoptère, le rotor assure la sustentation et il est à l'origine de toute translation. Il comporte essentiellement :

- Un MAT sur lequel sont fixés le MOYEU et les PALES ;
- Un MOYEU qui assure la liaison entre le MAT et les PALES.
- Un certain nombre de pales, qui une fois mises en rotation, créent les forces de portances nécessaires à la sustentation.

Le montage des pales sur le moyeu se fait par l'intermédiaire de plusieurs articulations donnant à la pale des degrés de liberté qui lui permettent d'avoir des mouvements autour de ces articulations, l'idée d'équiper le rotor de moyeu articulé est due principalement :

- Au moment de ROULIS dû à la dissymétrie de portance entre pale avançante et pale reculante rendant ainsi le pilotage impossible de l'appareil.
- Au moment d'encastrement qui est important au pied de la pale.
- Pour contrôler les différentes configurations de vol de l'hélicoptère.

- Analyse de la vitesse relative (U_R) :

En vol de translation, la vitesse tangentielle de la pale (U) se compose avec la vitesse de translation (V), leur vitesse résultante (V) admet une composante tangentielle (U_R). Cette dernière et la vitesse relative de la pale par rapport au vent et elle définit la vitesse du vent relative (V_R) qui lui est égale et opposée (figure II.1).

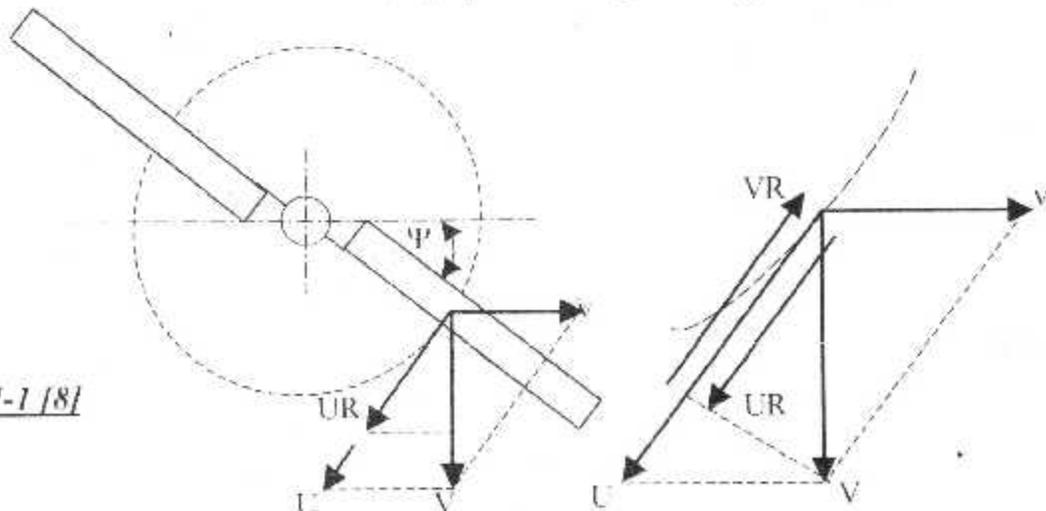


Figure II-1 [8]

En vol de translation (Figure II.2), nous constatons :

- Au point A, la vitesse tangentielle (U), et la vitesse de translation (\mathbf{V}) sont perpendiculaire. De ce fait, $U_R = U$.
- Au point B, la pale a tourné de 90° ; la vitesse tangentielle (U) est parallèle à la vitesse de translation (\mathbf{V}), et ont une direction opposée. D'où, $U_R = U - \mathbf{V}$;
- Au point C, la pale a tourné de 180° ; la vitesse tangentielle (U) est perpendiculaire à la vitesse de translation (\mathbf{V}). D'où : $U_R = U$;
- Au point D, la pale a tourné de 270° ; la vitesse tangentielle (U) et la vitesse de translation (\mathbf{V}) sont alignées et ont le même sens. D'où : $U_R = U + \mathbf{V}$;
- En un point quelconque de l'azimut de la pale E situé entre D et A où les vitesse (U) et (\mathbf{V}) font un angle donné, d'où : $U < U_R < U + \mathbf{V}$.

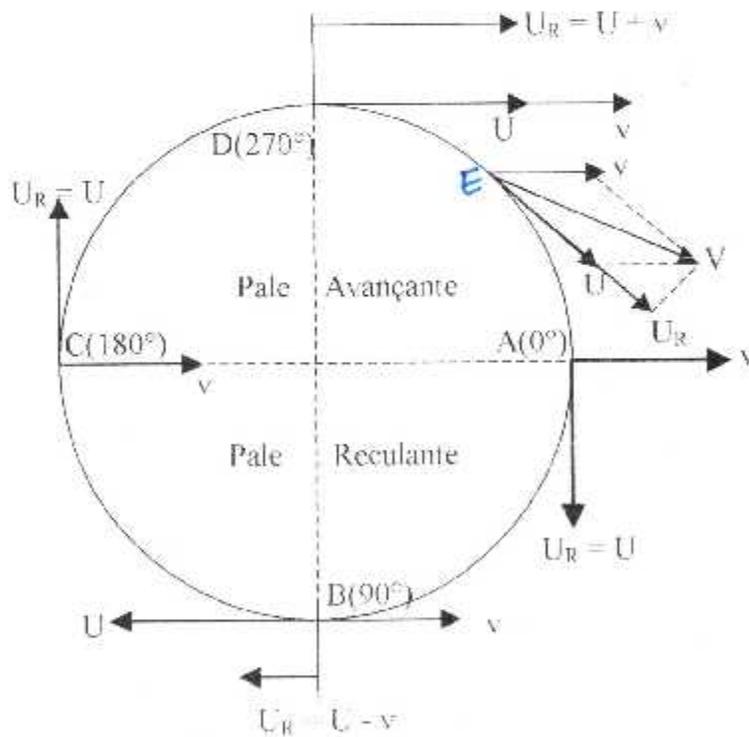


Figure II-2 [8]

De ce fait, la résultante aérodynamique d'une pale en translation n'a pas la même valeur en chaque azimut ce qui va créer des contraintes alternées entraînant un phénomène de fatigue des matériaux.

II. 2. Etudes des articulations :

Un moyeu rotor articulé comprend essentiellement trois articulations (figure II.3) à savoir : une articulation de changement de PAS, une articulation de BATTEMENT VERTICALE et enfin une articulation de BATTEMENT HORIZONTALE.

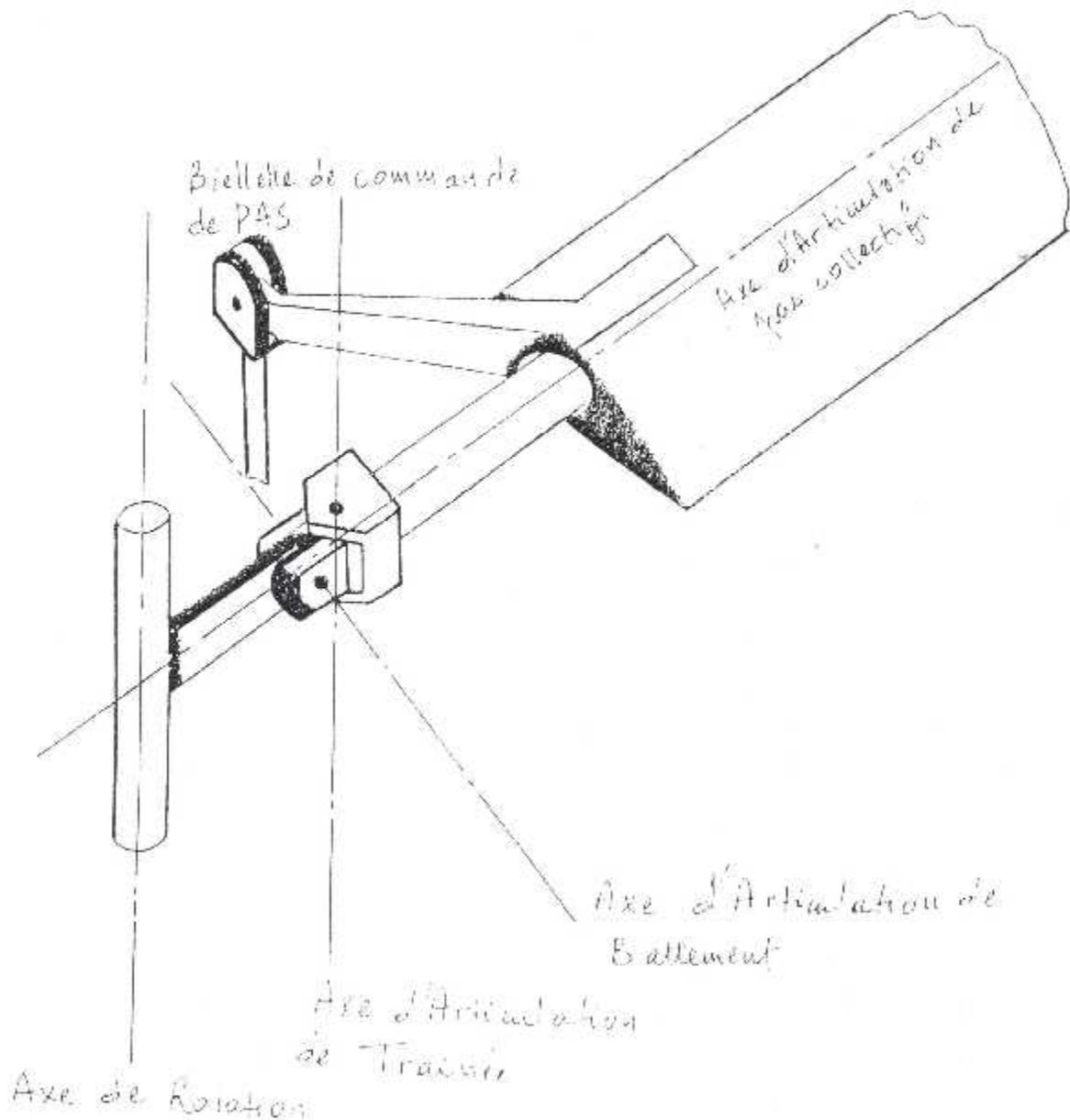


Figure II-3

II. 2. 1. Articulation de Pas :

Afin d'assurer la sustentation de l'hélicoptère lors des différentes configurations de vol, il faut pouvoir contrôler la sustentation du rotor et la faire varier, c'est ainsi que l'articulation de Pas est introduite. Nous distinguons la variation « Collective du Pas ».

II. 2. 1. 1. Le Pas collectif :

L'articulation du PAS COLLECTIF permet de faire varier le PAS d'une Pale tout entière. Quand le PAS varie il en est de même pour l'incidence qui varie avec des valeurs égales (figure II.4). Ce degré de liberté permet de contrôler la portance par action sur la commande de PAS entraînant BIELLETTES et LEVIER de PAS en mouvement faisant tourner la Pale autour d'une charnière à axe longitudinale (figure II.5.a, II.5.b). L'axe de variation de PAS doit se situer à proximité du foyer pour diminuer le plus possible les efforts de commandes « Rappel à Plat », la variation de PAS COLLECTIF fait varier l'intensité de la portance générale du rotor (F_N), cependant elle est sans effet sur sa direction.

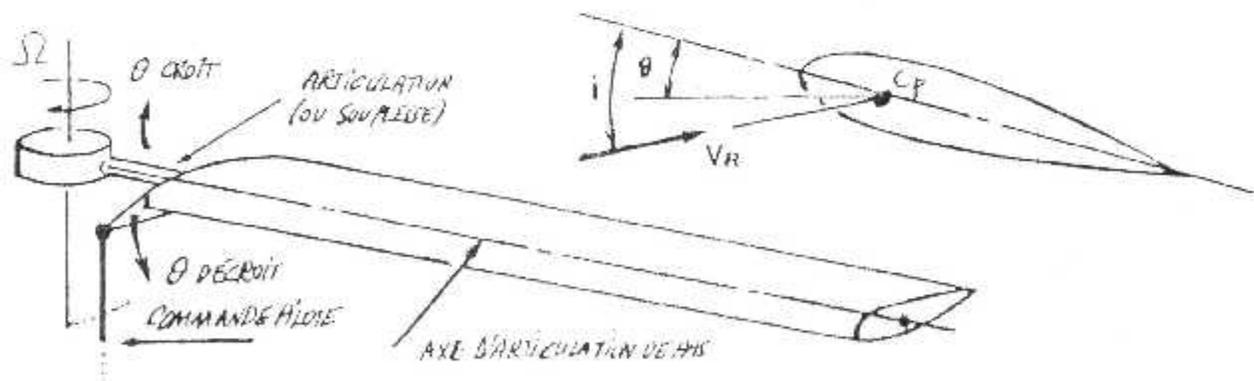


Figure II-4 [18]

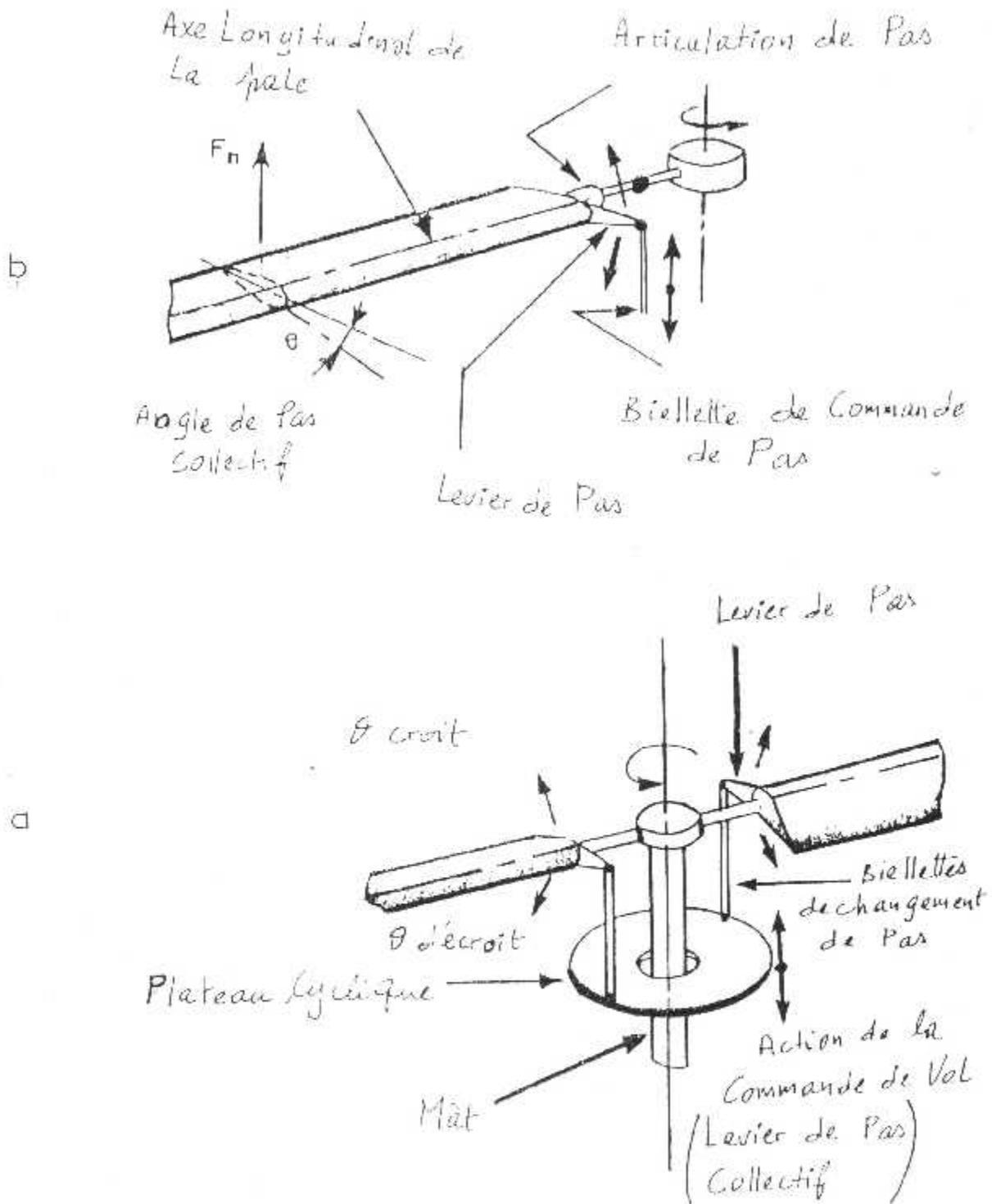


Figure II-5 [8]

II. 2. 1. 2. Le Pas cyclique :

Il y a variation cyclique du PAS lorsque l'angle de PAS varie en fonction de l'azimut (figure II.6.a) ce qui va entraîner une variation de la portance de la pale (figure II.6.b), commandé à partir du manche cyclique le plateau cyclique peut osciller autour d'un axe perpendiculaire au MAT entraînant le basculement du rotor en lui donnant une inclinaison du plan de rotation (figure II.7). En effet, cette inclinaison du plan de rotation permet une variation de portance de pale qui est d'autant plus grande que la différence $\theta_{max} - \theta_{min}$ est grande.

La commande de cette variation cyclique suit une loi de la forme :

$$\theta = \theta_0 + \theta_1 \cos(\Omega t) + \theta_2 \sin(\Omega t) \quad [3]$$

Tel que :

- θ est le PAS CYCLIQUE ;
- θ_0 c'est l'angle d'incidence maximale ;
- θ_1 est l'angle d'incidence latéral ;
- θ_2 est l'angle d'incidence longitudinal.

Il en résulte une loi de lever de pale qui fait d'écrire au rotor un cône très ouvert dont L'AXE DE ROTATION ne coïncide plus avec L'AXE D'ENTRAÎNEMENT ; c'est l'axe VIRTUEL DE ROTATION (figure II.8). La portance générale du rotor (F_N) qui est toujours perpendiculaire au plan de rotation du rotor, et à la même direction de l'axe virtuel de rotation, crée un moment par rapport au centre de gravité de l'hélicoptère (généralement nettement en dessous du centre de gravité de l'appareil) qui va basculer la poussée du rotor, ce qui permet le contrôle de l'appareil en TANGAGE et en ROULIS (figure II.9). La variation cyclique du PAS fait varier la direction de la portance générale (F_N) cependant, elle est sous effet sur son intensité.

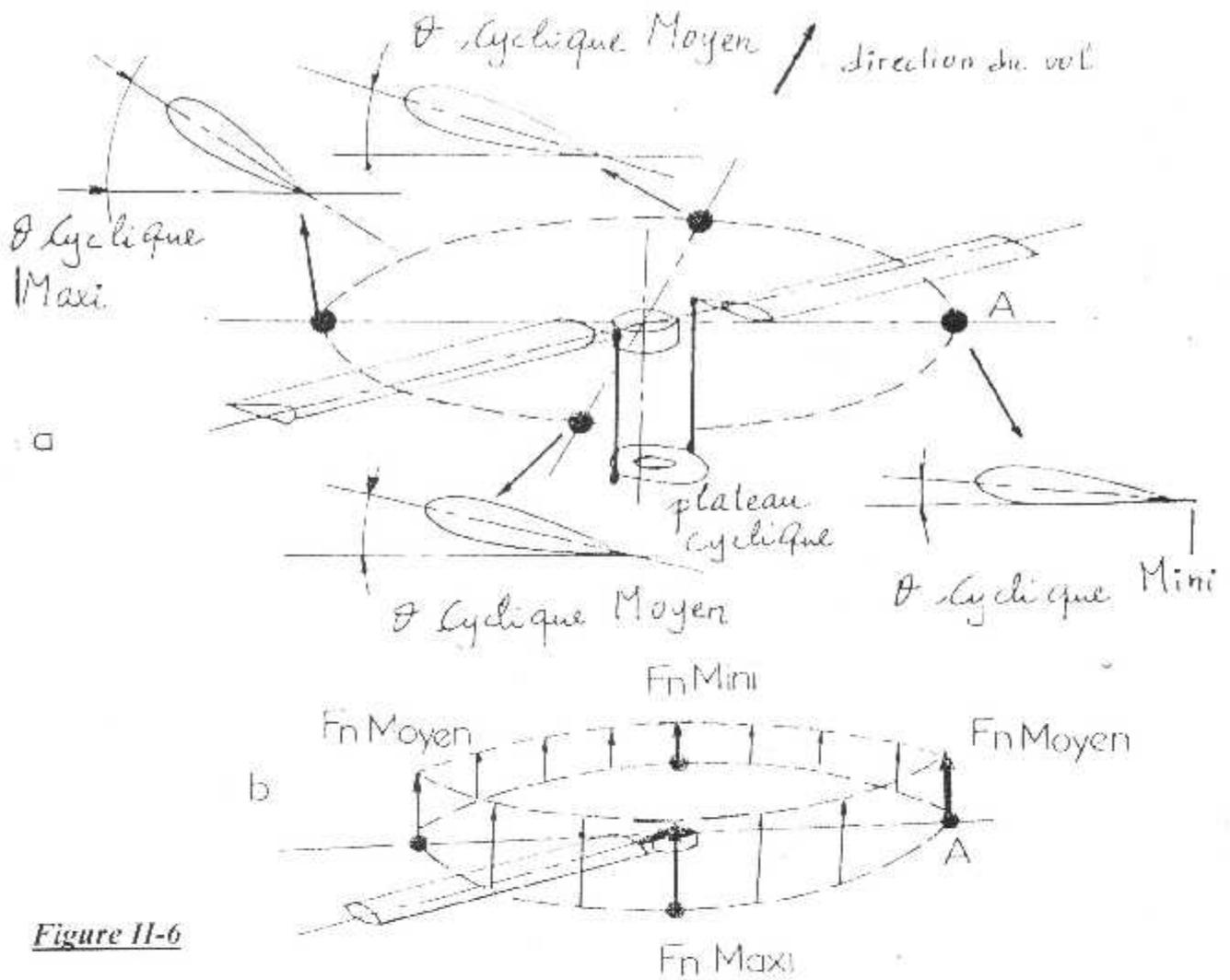


Figure II-6

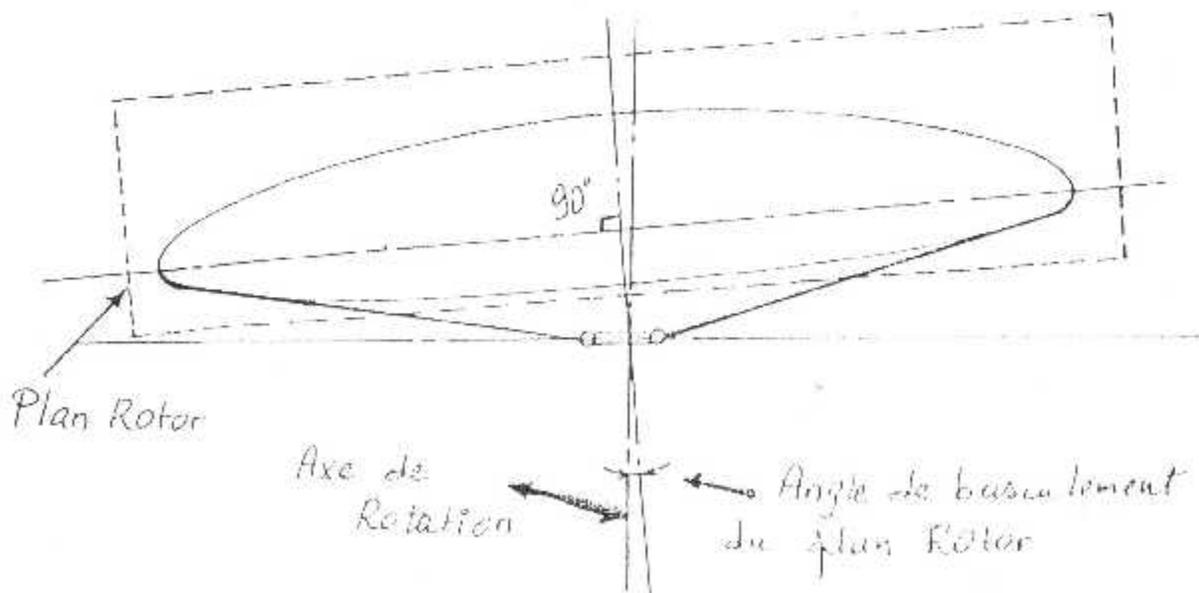


Figure II-7

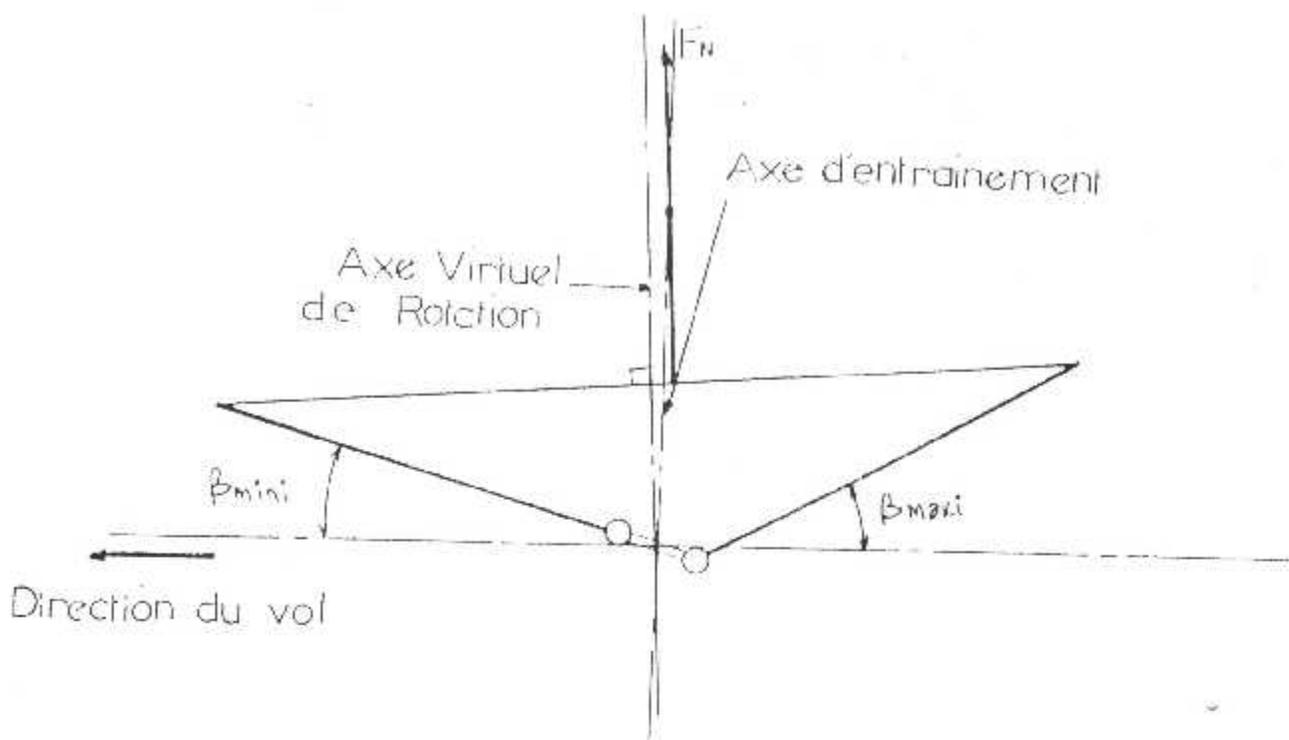


Figure II-8

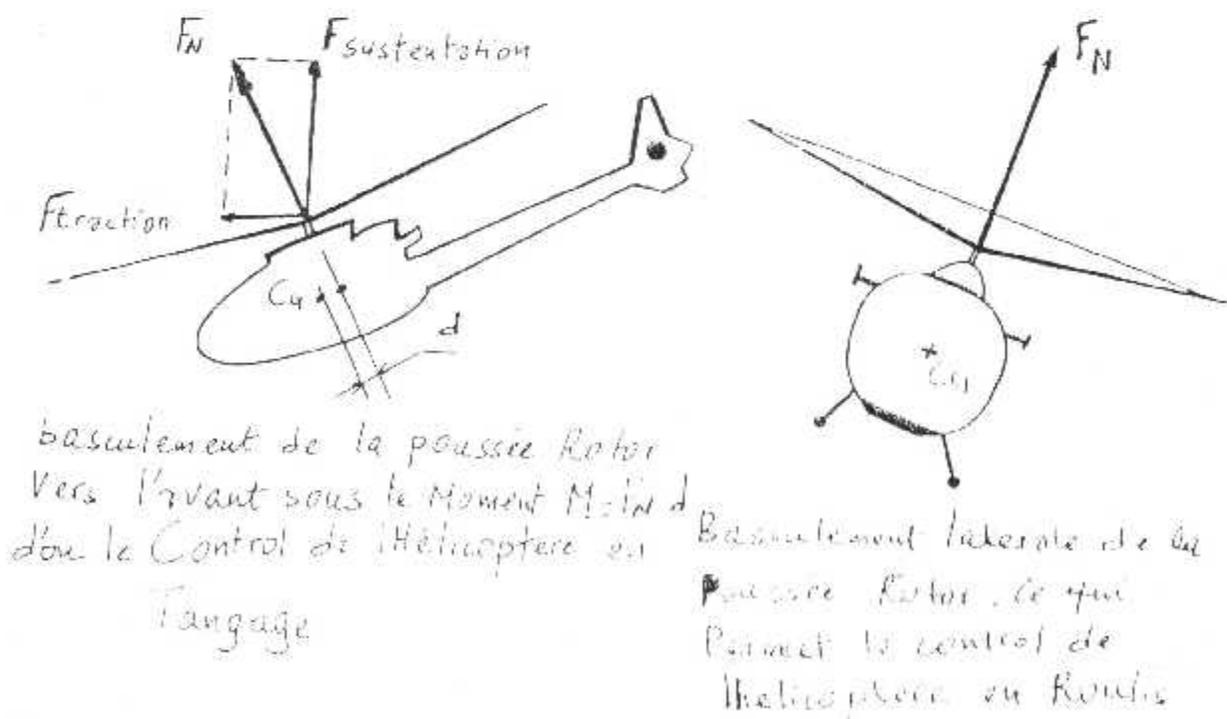


Figure II-9

II. 2. 2. Articulation de battement vertical :

Elle permet un mouvement dans un plan vertical à la pale au moyen d'une charnière à axe horizontal. le mouvement correspondant est appelé BATTEMENT VERTICAL (figure II.10), ce mouvement permet à la pale de monter ou de descendre sous l'action de la portance de la pale (F_n) délestée de la composante sensiblement verticale de la force centrifuge.



Figure II-10

II. 2. 2. 1. Condition d'équilibre :

Pour une valeur donnée de la portance de la pale (F_n), le mouvement de battement s'arrête lorsque la résultante (R) de la portance de la pale (F_n) et la composante verticale de la force centrifuge passe par l'axe de battement. Le mouvement de R est alors nul (figure II.11). A partir de cette position d'équilibre toute variation de la portance modifie la direction de la résultante (R) dont le mouvement (R_{xd}) va soulever ou abaisser la pale suivant la variation de la portance de la pale (figure II.12.a, II.12.b). Etant la force centrifuge constante, l'amplitude de battement est en fonction de la différence :

$$F_{n_{\max}} - F_{n_{\min}}$$

II. 2. 2. 2. Précession gyroscopique :

Quand une pale est soumise à une cause quelconque, que se soit la vitesse (U_R) ou de l'incidence (i) tendant à modifier sa portance, elle se comporte comme un gyroscope (un gyroscope est un corps tournant autour d'un axe, est libre de se déplacer

dans toutes les direction). Le principe de la précession gyroscopique est que l'effet se produit en retard de 90° par rapport à la cause. Ainsi, lorsqu'une pale est sollicitée par une cause, par exemple l'incidence qui est maximale en D l'effet se produit en A où la portance est maximale (figure II.13).

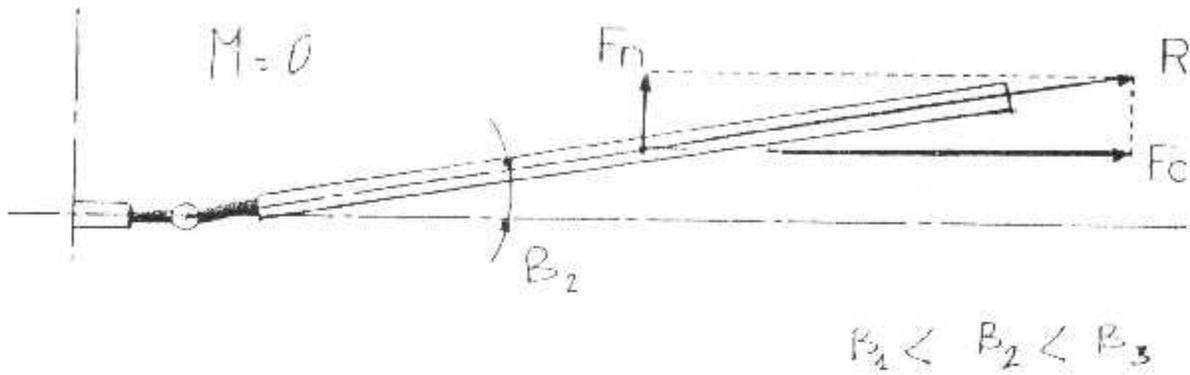


Figure II-11 [8]

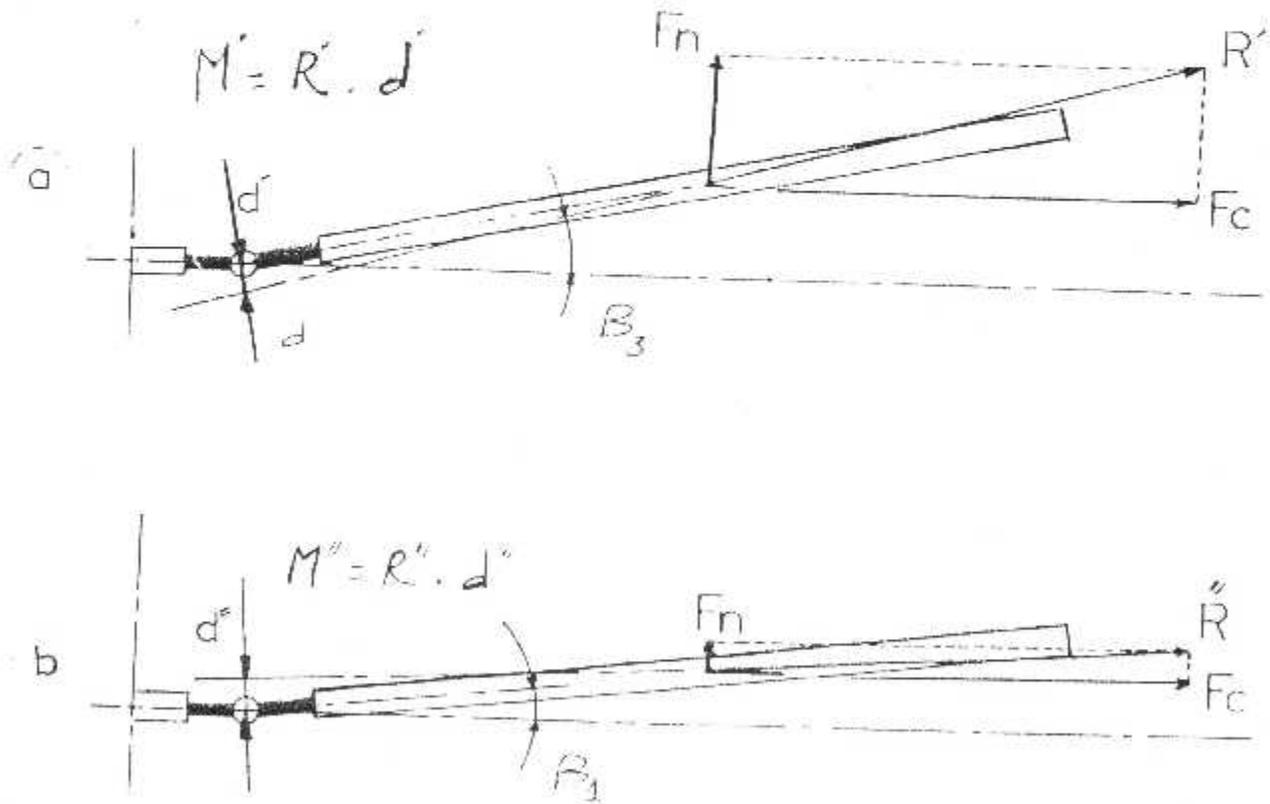


Figure II-12 [8]

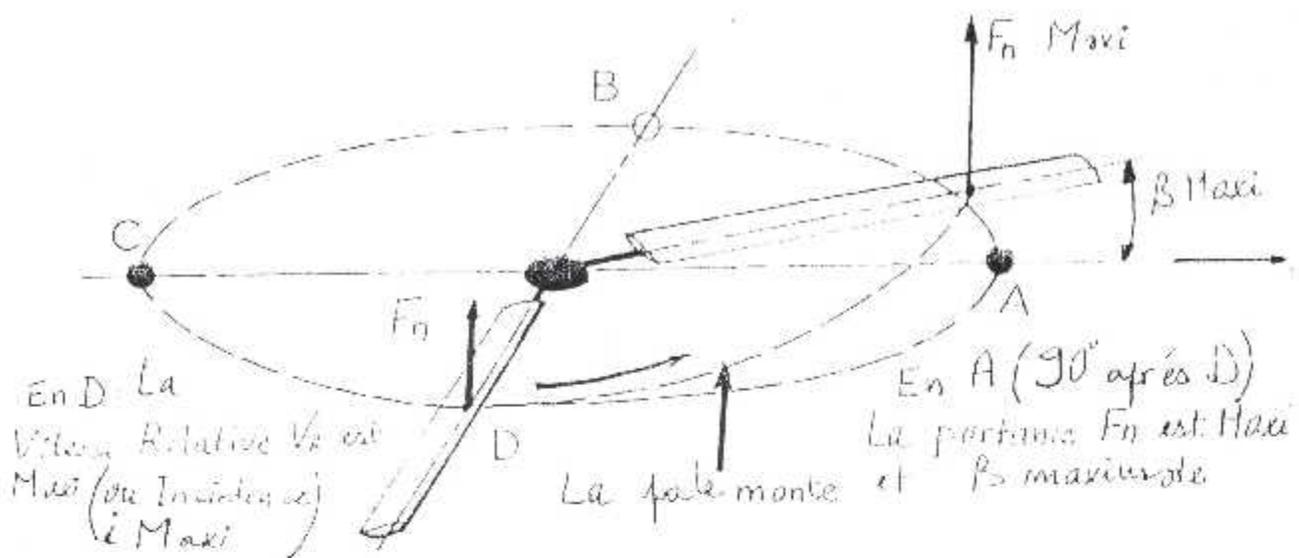


Figure II-13/7/

II. 2. 2. 3. Analyse du battement vertical en translation :

Lorsque la pale bat sa vitesse relative (U_R) résultante de sa vitesse tangentielle (U) et de la vitesse de translation de l'hélicoptère (V), varie en fonction de l'azimut détermine l'incidence de la pale.

Quand la pale est descendante (figure II.14) sa vitesse relative (U_R) est faible tandis que l'incidence (i) est grande. Et quand elle est montante (figure II.15) le contraire se produit ; c'est à dire la vitesse relative (U_R) est grande, et l'incidence est faible.

En analysant la pale alors qu'elle fait un tour complet (figure II.16), nous constatant :

- **En A :** l'incidence (i) et la vitesse relative (U_R) ont une valeurs moyenne.
- **Entre A et B :** l'incidence (i) croit et la vitesse relative (U_R) décroît.
- **En B :** l'incidence (i) est maximale et la vitesse relative (U_R) est minimale.
- **Entre B et C :** l'incidence (i) décroît et la vitesse relative (U_R) croit.

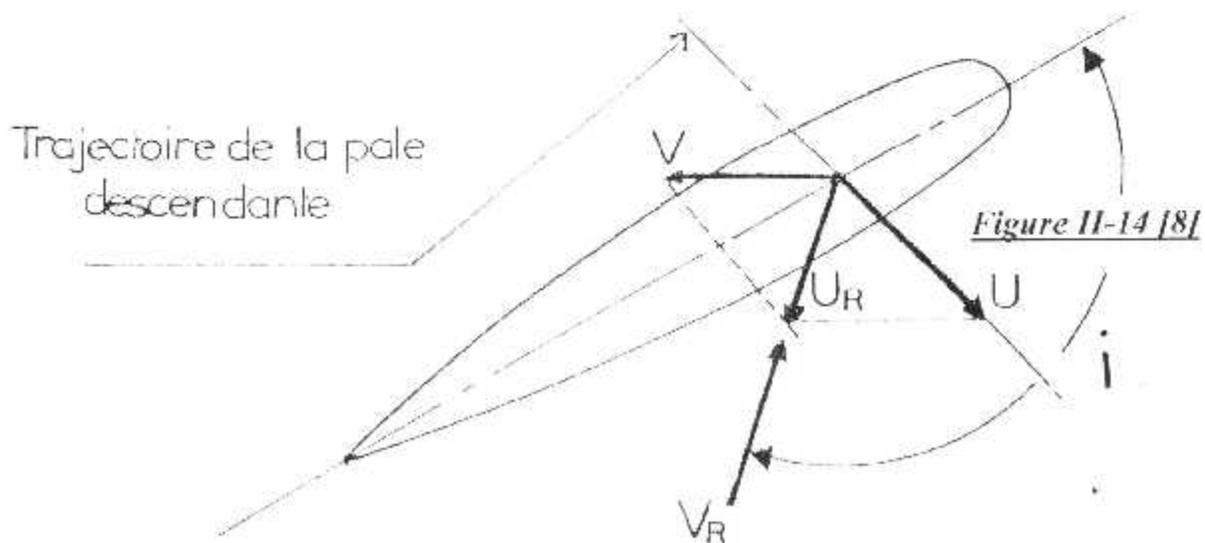
- **En C** : l'incidence (i) et la vitesse relative (U_R) ont une valeur moyenne.
- **Entre C et D** : l'incidence (i) décroît et la vitesse relative (U_R) croît.
- **En D** : l'incidence (i) est minimale et la vitesse relative (U_R) est maximale.
- **Entre D et A** : l'incidence (i) croît et la vitesse relative (U_R) décroît.

On constate que la vitesse relative de la pale (U_R) et l'incidence (i) varient toujours en sens inverse l'un par rapport à l'autre. Sachant que la portance de la pale (F_n) est fonction de ces dernières cela implique que l'effet de l'incidence (i) a jouer à celui de la vitesse relative (U_R) s'annule et permet une portance (F_n) constante tout le long de l'azimut.

II. 2. 2. 4. Effet du battement vertical :

Les principaux avantages du battement sont :

- Une diminution du moment de flexion globale de la pale ;
- Un moment d'encastrement nul au pied de pale, parce que toute force d'orientation à son moment qui est nul à l'articulation ;
- Le battement de chaque pale autour de sa charnière, se trouvant en vol de translation est l'origine de la variation cyclique de l'incidence destinée à compenser automatiquement la dissymétrie portance, d'où la possibilité du vol en translation.



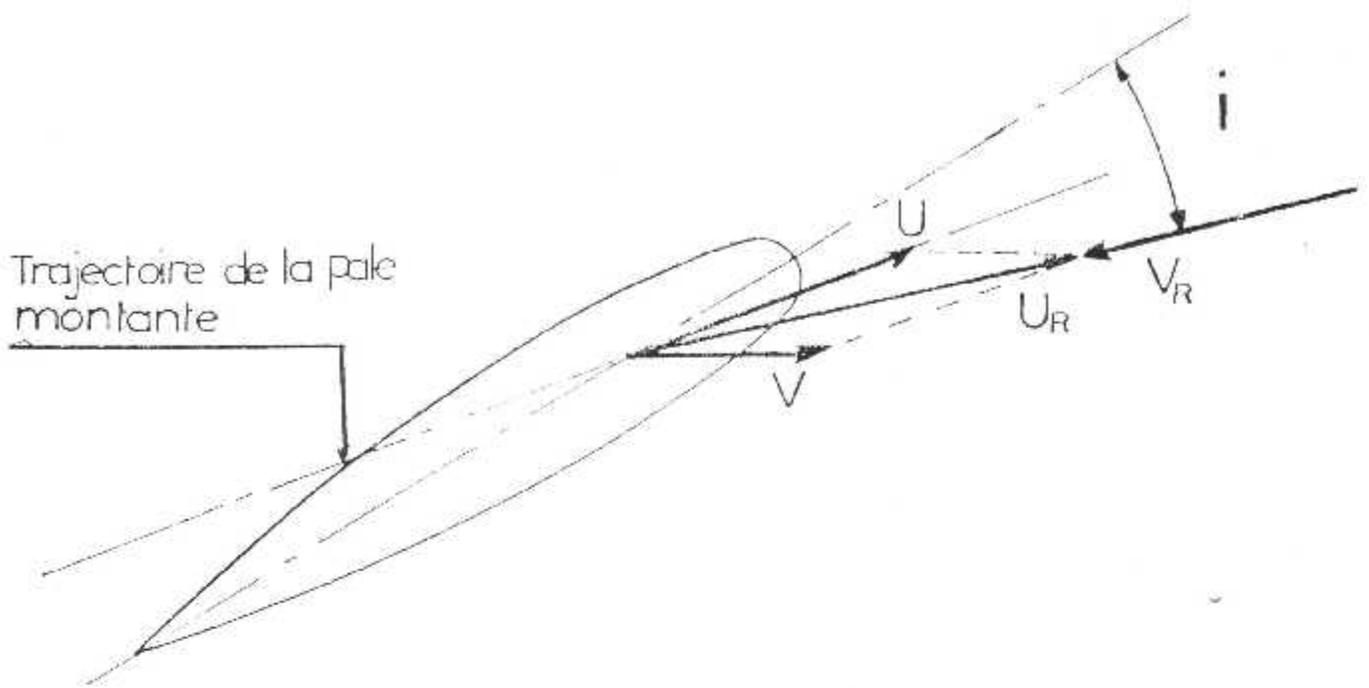


Figure II-15 [8]

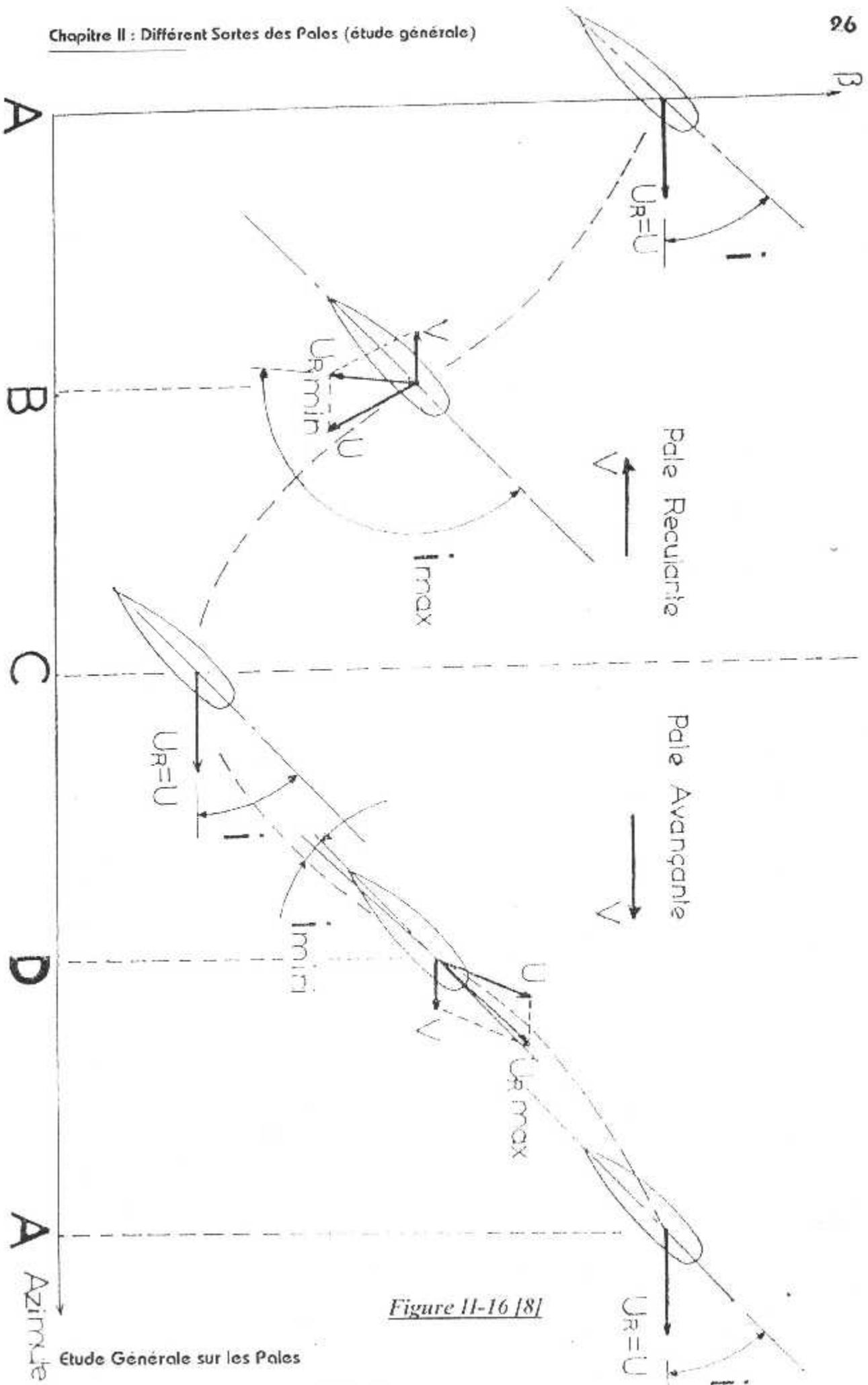
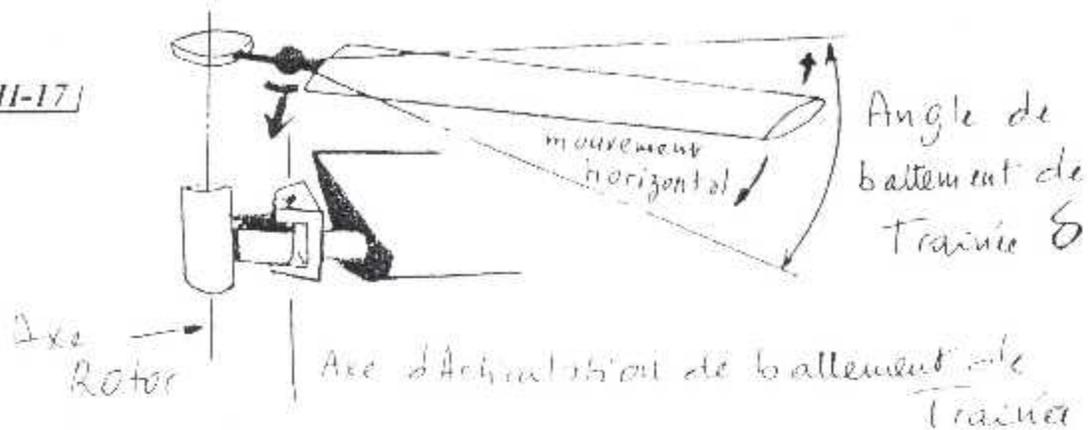


Figure II-16 [8]

II. 2. 3. Articulation de battement horizontal :

Elle permet un mouvement dans un plan horizontal au moyen d'une charnière à axe vertical (figure II.17). le mouvement correspondant est appelé BATTEMENT DE TRAINÉE.

Figure II-17/



II. 2. 3. 1. Origine de l'articulation de trainée :

Lorsque la pale bat la trajectoire d'un élément de pale est modifiée, le rayon de cet élément diminue en pale montante passant de R à r . Le même raisonnement montre que lorsque cet élément descend le rayon de sa trajectoire augmente passant de r à R (figure II.18). Dans ces conditions, la vitesse tangentielle de la pale (U) varie en fonction du rayon de cette élément. Cependant, par réaction l'élément de pale considéré tend par INERTIE à conserver sa vitesse tangentielle (U) en modifiant la vitesse angulaire (Ω). L'élément en question est lié à la pale, qui de son côté est liée au rotor dont la vitesse angulaire (Ω) doit rester constante. La force d'inertie (F_i) qui tend à modifier la vitesse angulaire (Ω) ne pouvant se manifester sous forme dynamique, se manifeste sous forme statique, créant ainsi des moments de flexions horizontaux.

- De C à A pale avançante, moment de flexion dirigé vers l'avant (figure II.19.a).
- De A à C pale reculante, moment de flexion dirigé vers l'arrière (figure II.19.b).

Ces moments qui tendent à tordre la pale dans le sens opposé au sens de rotation génèrent des moments de flexions alternés créant des efforts de fatigues.

Les forces d'inertie alternée dues au battements verticales et sollicitant les pales dans le plan de rotation sont appelées force de coriolis.

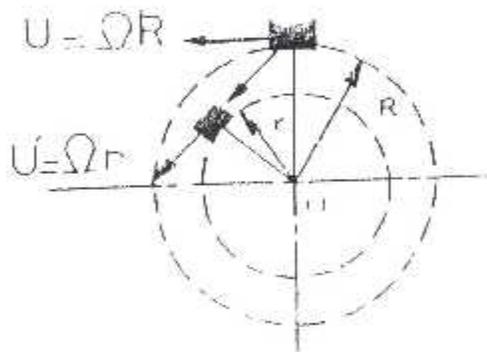
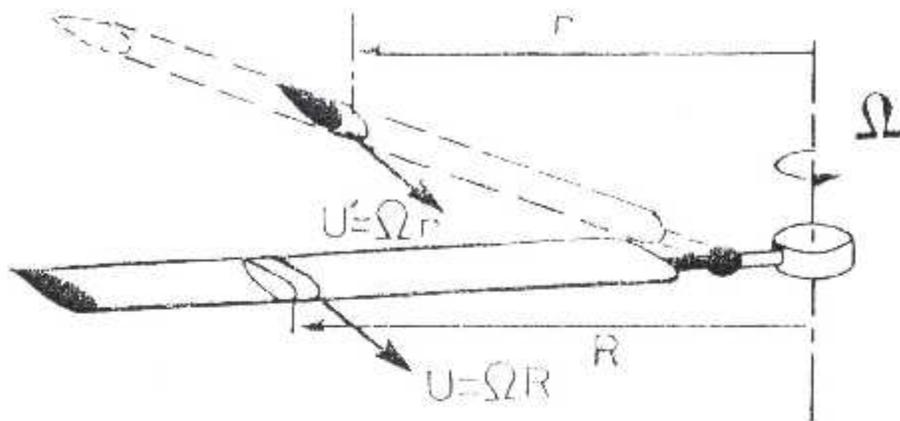


Figure II-18 [8]

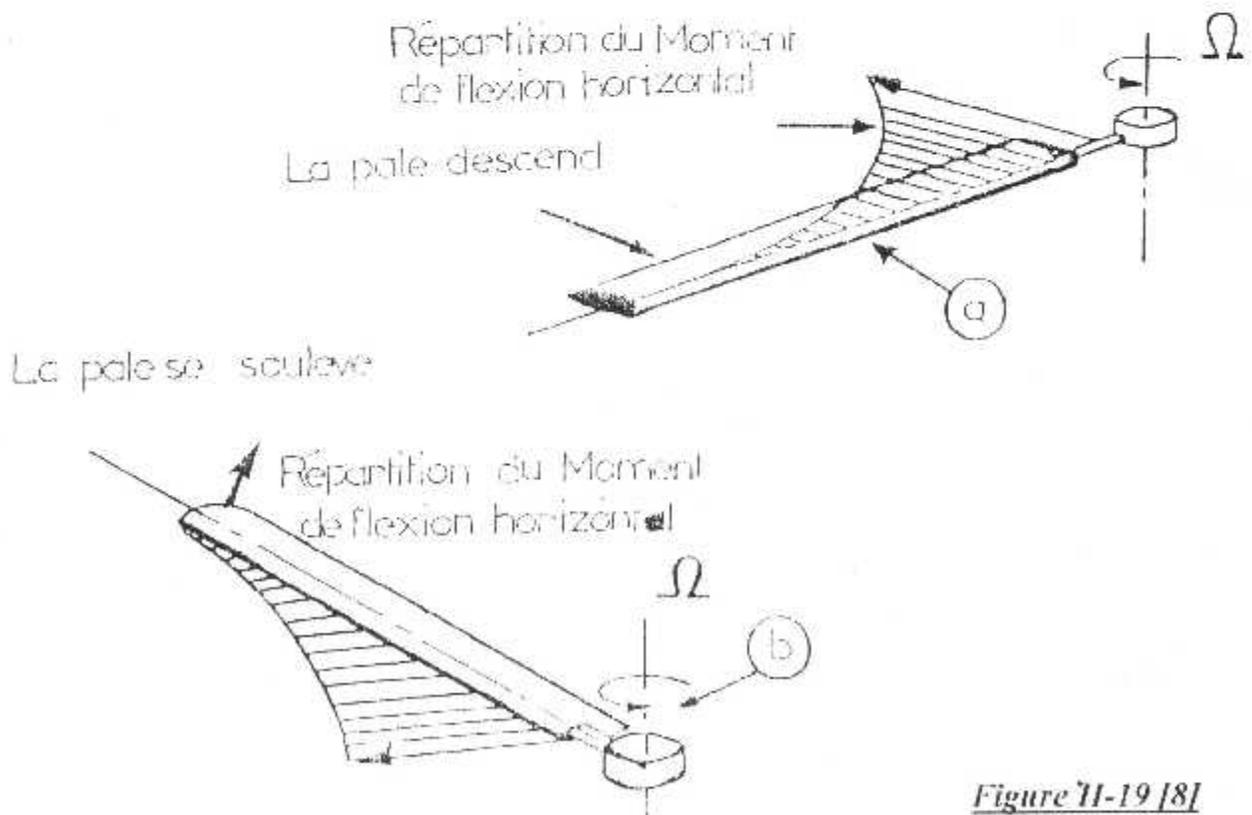


Figure II-19 [8]

II. 2. 3. 2. Force de Coriolis :

Comme nous l'avons mentionné plus haut, la force de CORIOLIS est due à la rotation et aux battements des pales, elle a pour expression :

$$F_{\text{Coriolis}} = 2 F_c (\beta, \Omega) (d\beta / dt) \quad [3]$$

Tel que :

- β : angle de battement ;
- Ω : régime rotor ;
- $d\beta / dt$: vitesse de battement ;
- F_c : force centrifuge.

On remarque que cette force est assez importante, sachant qu'elle agit sur la face latérale du profil, et qu'elle est perpendiculaire au battement vertical et l'axe de rotation des pales, il est possible d'atténuer ses méfaits FLEXIONS ALTERNÉES en utilisant une charnière à axe vertical, qui permet à la pale de battre suivant un plan horizontale.

II. 2. 3. 3. Condition d'équilibre :

Quand la pale est sollicitée dans le plan de rotation par la force centrifuge (F_c), qui reste constante et la force d'inertie (F_i), qui est variable en direction et intensité, leur résultante (R) crée un moment qui fait osciller la pale autour de l'axe de battement de traînée. Le moment de la résultante (R) s'annule, lorsque la direction du moment passe par l'axe de battement de la pale. A partir de cette position d'équilibre, toute variation de direction ou d'intensité de la force d'inertie (F_i), fait varier le moment de (R) (figure II.20.a, II.20.b).

II. 2. 3. 4. Influence de l'excentricité sur le battement :

La position de l'articulation de traînée par rapport au centre de rotation détermine la valeur de l'angle de traînée (δ). En effet, plus l'excentricité (e) est petite, plus l'angle de battement (δ) est grand, le bras de levier (d) de la résultante (R) varie en sens contraire de (e). (figure II.21). C'est là un moyen de réduire l'amplitude des oscillations alternées de battement de traînée due aux vibrations horizontales de traînée qui déséquilibrent le rotor.

Il existe un autre moyen à savoir, d'atténuer les oscillations par couplage entre PAS et Battement ce qui réduit l'amplitude de (δ).

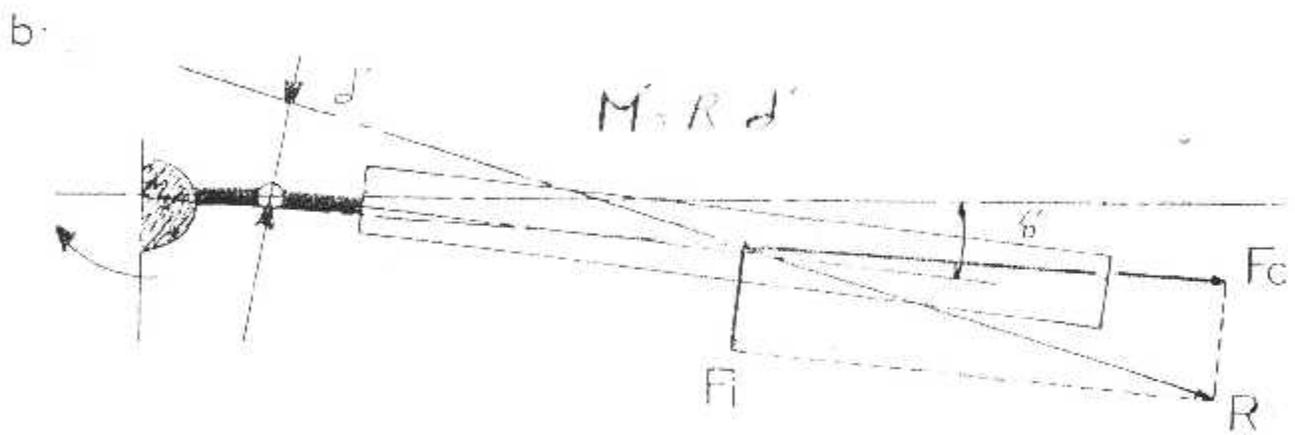
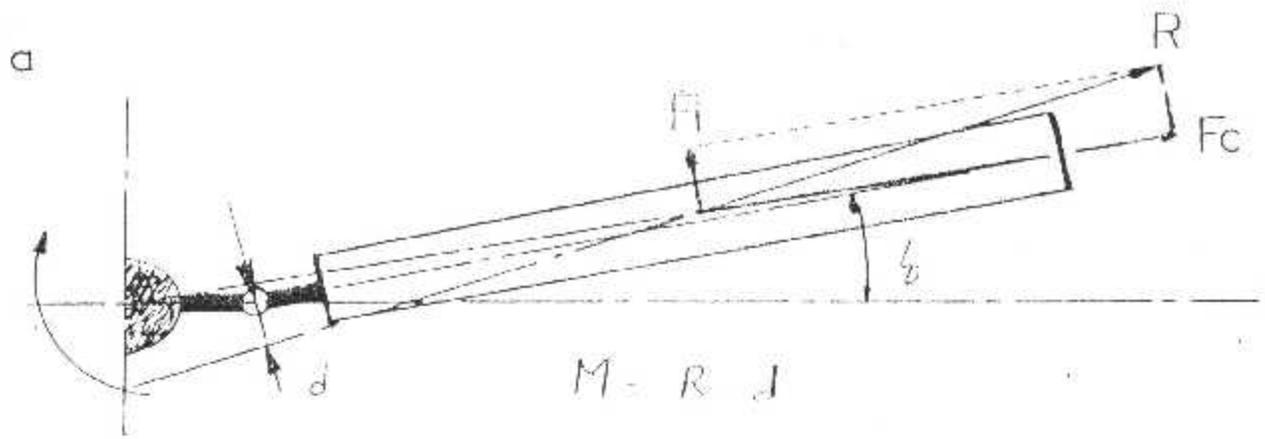


Figure II-20 [8]

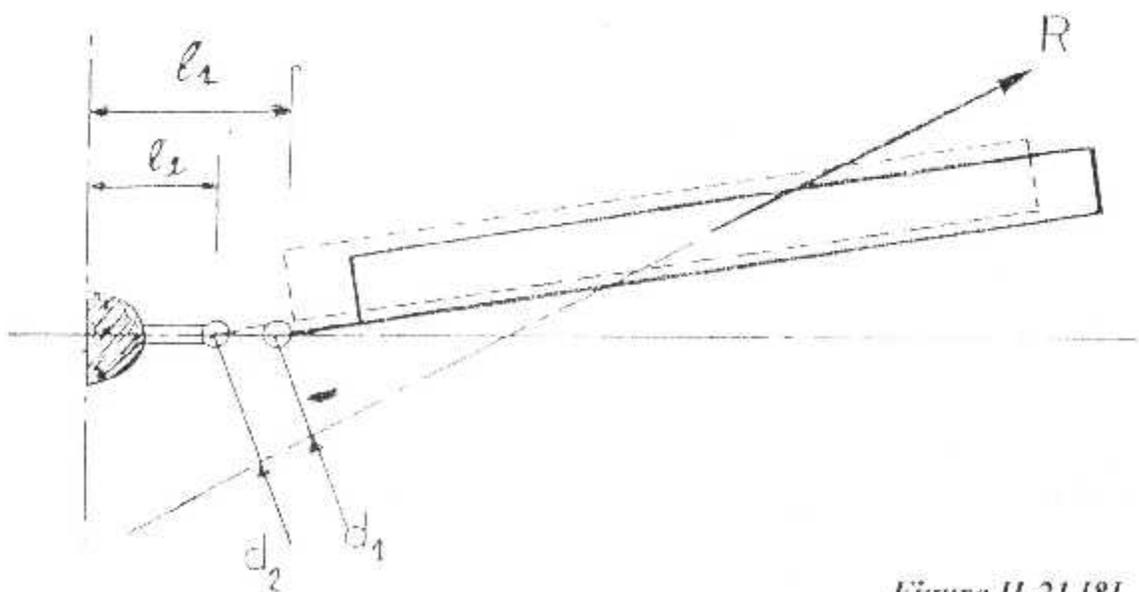


Figure II-21 [8]

B. Pales encastées :

II. 1. Introduction :

Au début, quand l'hélicoptère était près d'utilisation ses pales étaient encastées ; c'est à dire, que les pales sont fixées directement avec le moyeu qui est ce dernier monté sur le cardan.

On a effectué cette recherche, pour étudier ou savoir, la durée de vie de la résistance des pales quand ils seront dans une expérience de vibration.

On outre, on a fait cette recherche pour déterminer les fréquences propres du battement de la pale est aussi les fréquences propres de traînée et torsion d'une pales.

- Remarque :

Actuellement tous les hélicoptères ont des pales articuler.

II. 2. Généralités sur les vibrations :

Le rotor d'un hélicoptère est une source de vibration pour l'appareil tout entier. Les raisons de cette excitation dynamique peuvent être provoquées, en vol stationnaire, par un ballon dû à un défaut d'équilibrage statique ou dynamique du rotor, par exemple un mauvais réglages des « tabs » de bord de fuite des pales en vol de translation, un autre facteur intervient : les pales sont alors soumises à des charges aérodynamiques dissymétriques, ce qui a pour effet de soumettre le rotor à des efforts alternés de fréquence fondamentale $F = \Omega/2\pi$, Ω désignant le régime de rotation du rotor principale (unité : radian par seconde) comme on peut le supposer, le mouvement de vibration n'est pas vigoureusement sinusoïdal, et peut faire l'objet d'une analyse en série de Fourier, c'est à dire être décomposé en « harmoniques » de pulsation Ω , 2Ω , 4Ω ..., d'une façon très générale, tout l'appareil se trouve soumis à ces excitations, et problème préalable qui se pose est de concevoir et constituants de la machine de façon telle qu'ils amplifient le moins possible ces vibrations, lesquelles sont une source de fatigue pour les matériaux et d'inconfort pour les passagers.

Pour décrire les principes essentiels de cette étude des vibrations, il faut rappeler qu'un système souple, par exemple constitué d'une masse suspendue à un ressort (figure 11.22), vibre à une fréquence qui lui est propre et qui est fonction de la masse de la raideur du ressort, si l'on étudie le même système, mais en le munissent

d'un amortisseur, alors les amplitudes de réponse à un mouvement forcé présenteront un (maximum) correspondant à la fréquence propre du système identique sans amortisseur. Ce phénomène n'est autre qu'une « résonance ».

L'hélicoptère se comporte la même façon, de par la rotation du rotor, il est soumis à Δh des excitations en Ω , 2Ω , 3Ω , ... $n\Omega$, et il faut éviter que les fréquences propres de ses constituants soient multiples de Ω , la question est très complexe, et au se bornera ici indiquer comment on peut résoudre le problème dans le seul cas des pales.

En effet, l'exemple des vibrations des pales est relativement simple à formuler, et est de plus déterminant dans la conception même de la voilure tournante. Les répartitions de masse et de raideur (la raideur EI est égale au produit du module d'élasticité par l'inertie) doivent alors être choisies de façon à éviter que, au régime nominal de fonctionnement, il y ait risque de résonance, au moins leur fréquences les plus basses. A cet effet, on calcule on fonction du régime rotor Ω , les fréquences propres issues des mouvements de battement, de traînée et de torsion de chaque pale.

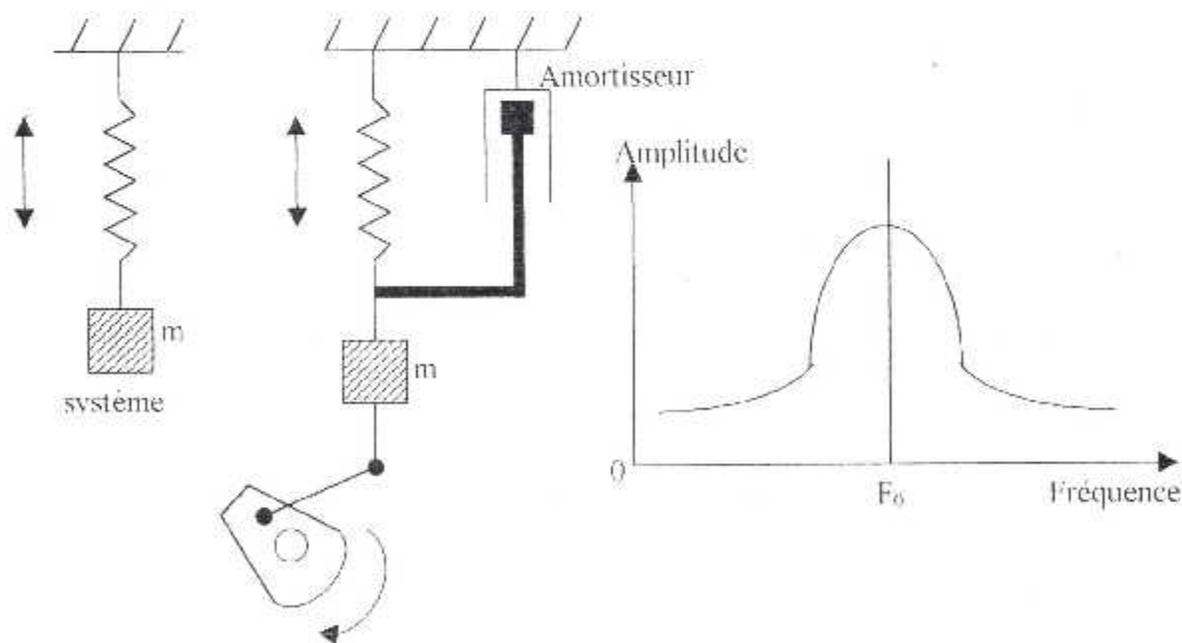


Figure II-22 : Vibration d'un système souple soumis à des excitations forcées

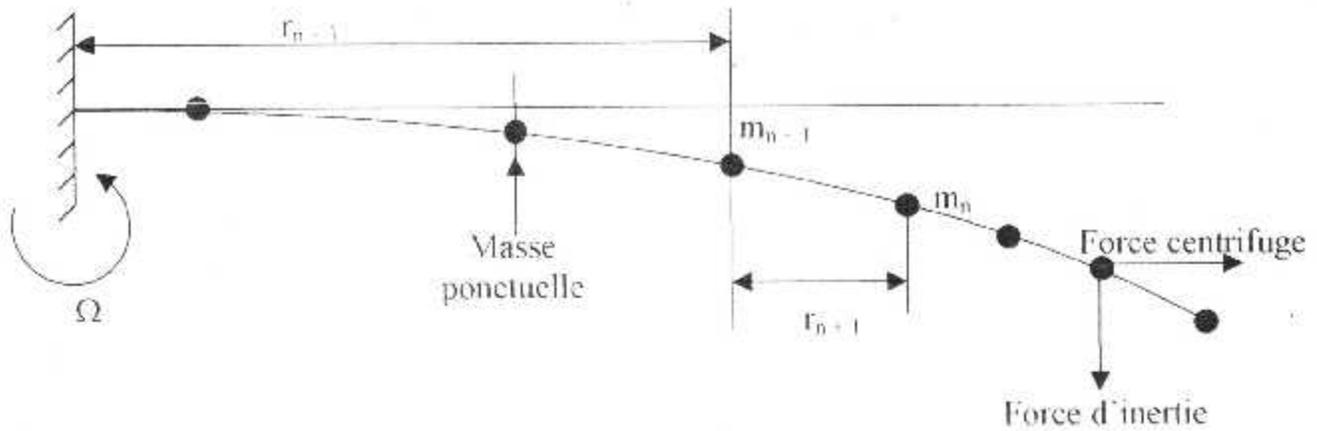


Figure II-23 : Idéalisation d'une pale d'hélicoptère pour le calcul des fréquences de battement

II. 3. Détermination des fréquences propres :

II. 3 .1. Détermination des fréquences propres de battement d'une pale (méthode de Myklestad) :

Une pale d'hélicoptère est idéalisée (figure II.23) (ci-dessus) à l'aide d'une série de masses ponctuelles reliées entre elles par des zones souples sans masse, la somme des masses ponctuelles est égale à la masse d'une pale, et chaque zone souple est caractérisée de la rigidité locale EI de la pale. chaque masse soumise à un effort normal dû à l'accélération centrifuge, ainsi qu'à un moment de flexion dû à l'effort centrifuge et aux forces d'inertie. on admet par hypothèse que le mouvement y_n de chaque masse, c'est-à-dire, sa flèche est harmonique en fonction du temps. On établit successivement plusieurs relations de récurrence qui donnent les inconnues de la masse de rang $(n + 1)$ si on connaît celles de la masse de rang (n) (le sens de progression de l'indice part de l'extrémité libre).

Les données du problème sont :

- r_n = Distance de chaque masse à l'axe rotor ;
- EI_n = Rigidité de battement entre deux masses ;
- Ω = Régime rotor.
- L_n = Distance entre deux masses.

Les inconnus du problème sont :

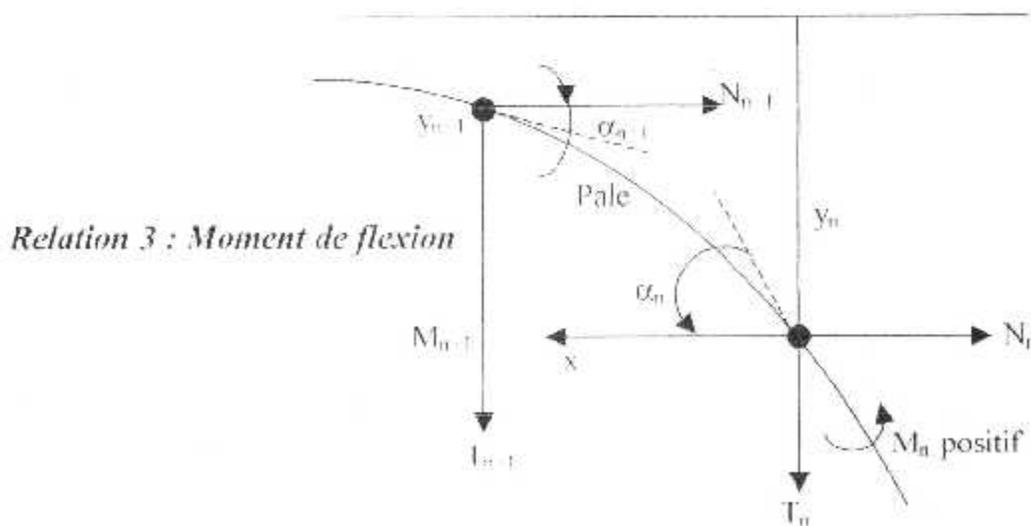
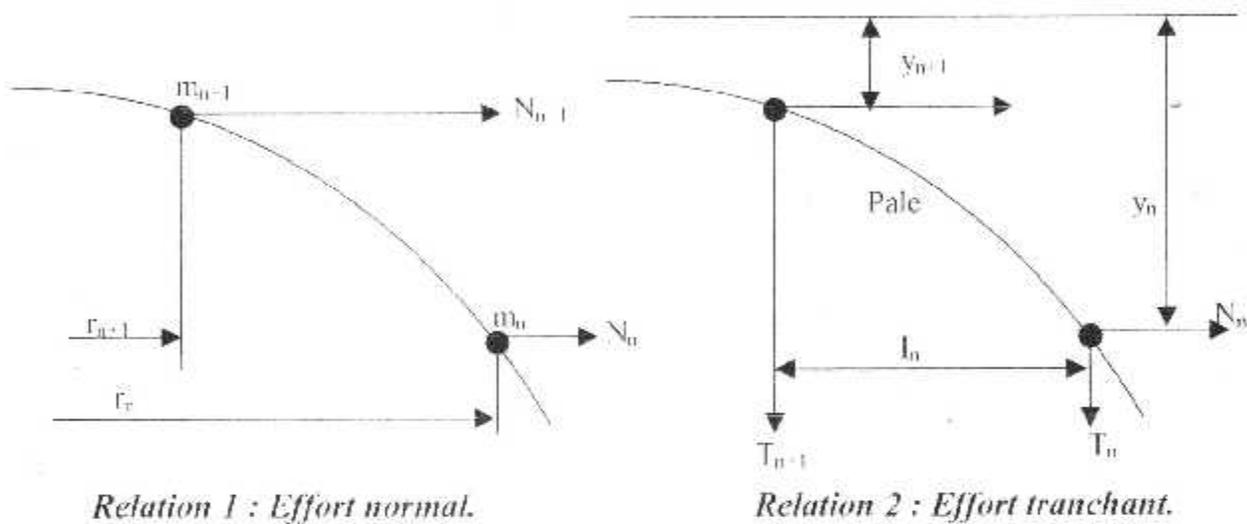
- N = Effort normal ;

- T = Effort tranchant ;
- M = Moment de flexion ;
- α = Rotation due à la déformation ;
- Y = Flèche.

Il faut donc établir 5 relations pour résoudre ce problème à 5 inconnues (figure II.24).

La relation (1) concerne l'effort normal en tout point par simple sommation :

$$N_n = \sum_{i=1}^n m_i \Omega^2 y_i \quad (1)$$



*Figure II-24 : Élément de la détermination
des fréquences propres de battement d'une pale*

La rotation (2) concerne l'effort tranchant. La pale n'est soumise qu'aux charges résultant de l'inertie, on remarque que, le mouvement étant supposé harmonique, les efforts d'inertie s'expriment simplement en fonction de la flèche. En effet :

- $y_n = y_0 \cdot \sin \omega t$
- $y_n'' = -\omega^2 \cdot y_0 \cdot \sin \omega t = -\omega^2 \cdot y_n$

ω : Est la pulsation du mouvement de vibration on obtient donc :

- $T_{n+1} = T_n + M_{n+1} \cdot \omega^2 \cdot y_{n+1} \dots \dots \dots (2)$

La relation 3 concerne le moment de flexion, le moment de flexion est dû à l'effort centrifuge et l'effort tranchant.

Soit, en désignant par L_n la distance qui sépare deux masses consécutives :

$M_{n+1} = M_n - T_n \cdot L_n + N_n(y_n - y_{n+1}) \dots \dots \dots (3)$

- En effet, l'inertie tend à augmenter les déformations alors que les forces centrifuges s'opposent à la flexion.

- Les relation (4) et (5) concernent la relation α_n et la flèche y_n de chaque masse ; ou les obtient en résolvant l'équation de déformation des poutres :

El : $y'' =$ Moment des forces appliquées.

- On suppose la section (n+1) encastree, et on procede à l'hypothese simplificatrice suivante :

- L'effort centrifuge produit entre les section (n) et (n+1) un moment qui depend de la flèche locale, et l'integration de l'équation s'en trouvee assez complexe, on admet donc que le moment dû à l'effort normal varie linéairement entre les sections (n) et (n+1), approximation qui sera d'autant plus valable que le nombre de masse fictives prises pour une pale donnees sera plus grand.
- Le moment dû à l'effort centrifuge N_n est donc (origine de abscisses en

(n)) : $N_n(y_n - y_{n+1}) \frac{x}{L_n}$

Soit : $El \cdot y' = M_n - (L_n - x)T_n + N_n(y_n - y_{n+1}) \frac{x}{L_n}$

$El \cdot y' = M_n - x \cdot T_n + \frac{x^2}{2} \cdot T_n + N_n(y_n - y_{n+1}) \frac{x^2}{2L_n} + \text{constant}$

- Si $x = 0$; $y' = \alpha_n$ (dérivée = rotation, donc détermination de la constante). Pour obtenir la rotation α_{n+1} , on écrit $x = L_n$:

$$\alpha_{n+1} = \frac{M_n}{EI_n} \cdot L_n - \frac{L_n^3 \cdot T_n}{6EI_n} + \frac{L_n^2}{2EI_n} \cdot T_n + N_n \cdot \frac{y_n - y_{n+1}}{L_n} - \frac{L_n^2}{2EI_n} \cdot \alpha_n$$

En notant que $\frac{y_n - y_{n+1}}{L_n} \neq \alpha_n$, on trouve :

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n \left(1 + N_n \cdot \frac{L_n^2}{2EI_n} \right) - T_n \cdot \frac{L_n^2}{2EI_n} + M_n \cdot \frac{L_n}{EI_n} \dots \dots \dots (4)$$

Cette relation de récurrence permet de calculer α_{n+1} à partir de α_n si T_n , N_n et M_n sont connus.

On procède de la même façon pour la flèche et on obtient, en intégrant $EI_n \cdot y''$ et en remplaçant x par L_n :

$$y_{n+1} = y_n + \alpha_n \left(L_n + \frac{L_n^3}{6EI_n} \cdot N_n \right) + \frac{L_n^3}{6EI_n} \cdot T_n - \frac{L_n^2}{2EI_n} \cdot M_n \dots \dots \dots (5)$$

- Les conditions de récurrence permettent, en commençant le calcul par l'extrémité libre, de trouver toutes les inconnus et de déterminer si les conditions aux limites sont vérifiées. En désignant par « P », l'indice de l'extrémité liée (encastree ou articulée), on a :

Pale encastree : $\alpha_P = 0$ (rotation nulle) ;

$y_P = 0$ (flèche nulle) ;

$M_P \neq 0$ (~~moment nul~~).

Pale articulée : $y_P = 0$ (flèche nulle) **Le moment $M=0$; $\alpha \neq 0$**

- En pratique, on procède par itérations, on se donne une valeur de fréquence de vibration pour la pale, ou encore une pulsation « ω » et on commence le calcul avec :

$$T_1 = m_1 \cdot \omega^2 ;$$

$$M_1 = 0 ;$$

$$\alpha_1 = \varphi ;$$

$$y_1 = 1.$$

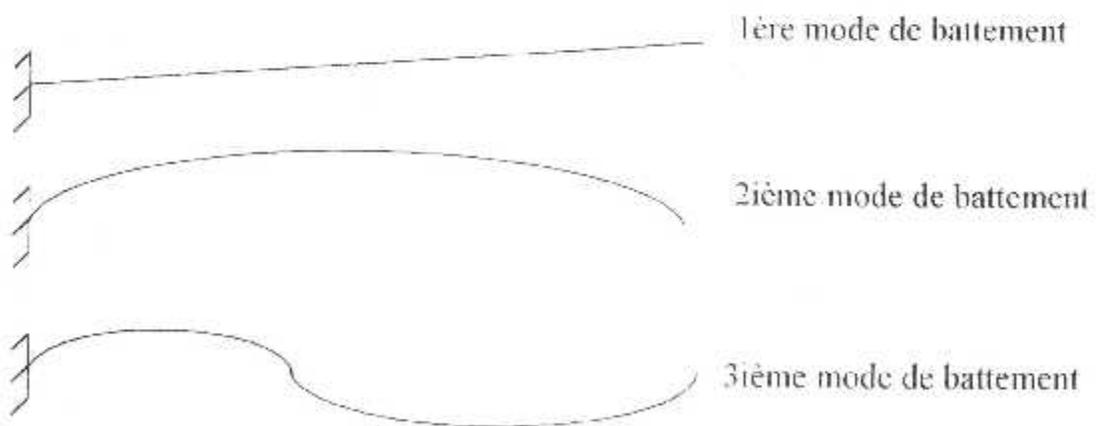
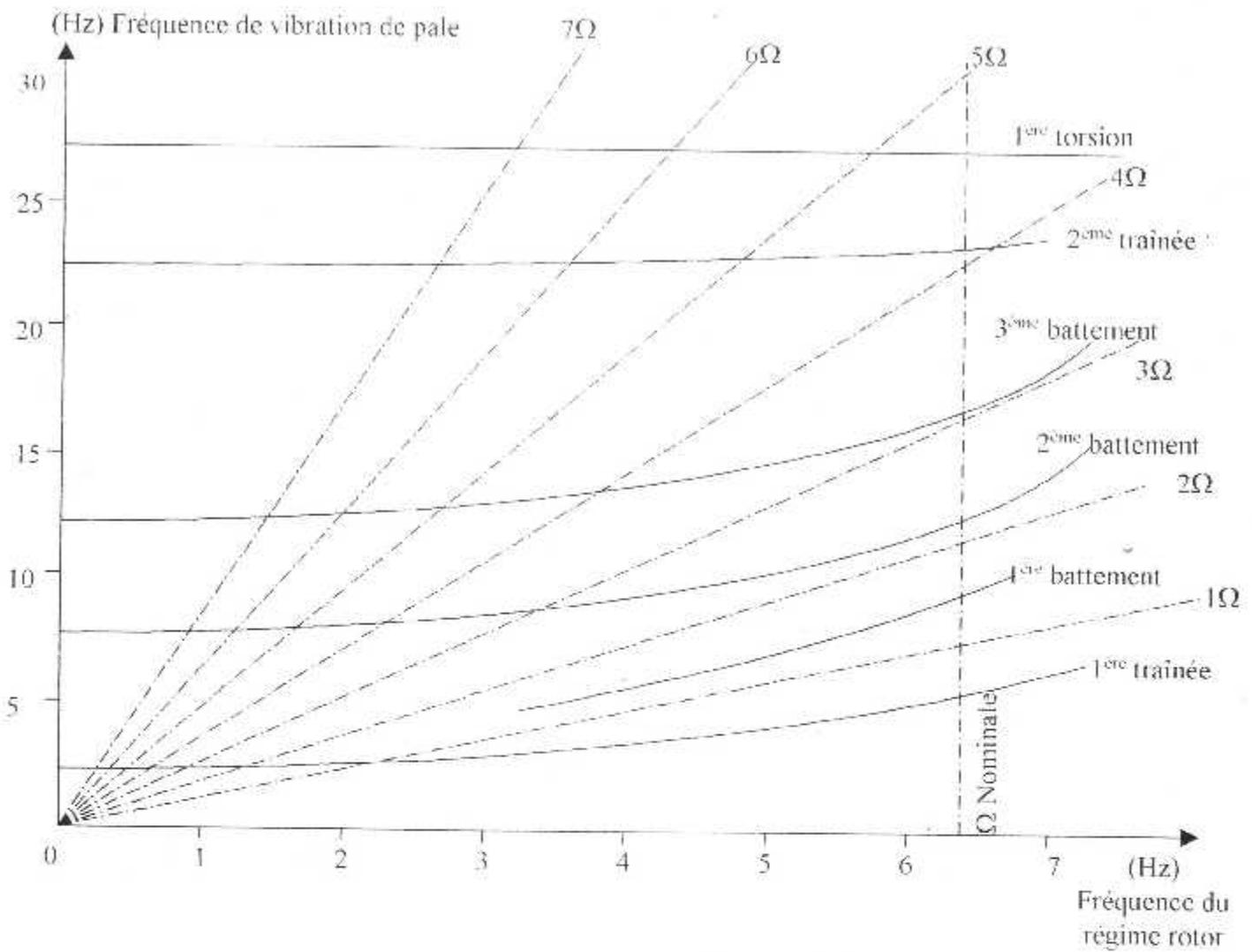


Figure II-25 : Modes propres de pale (vibration)

- A l'extrémité liée. On doit vérifier les conditions de pale encastrée ou de pale articulée.
- On recherche « ω » et « φ » tels que les conditions aux limites soient satisfaites : les valeurs $\omega_1 ; \omega_2 ; \dots ; \omega_n$ sont les pulsations des « fréquences propres » successives de la pale. On obtient ainsi une suite de modes à 0 ; 1 ; 2 ; ; n nœuds, comme le montre la (figure II-25).

II-3-2 Détermination des fréquences propres de trainée d'une pale :

- Pour le mouvement dans le plan de trainée, on procède de façon analogue : la formulation est un peu différente, mais le principe est ensemblable.
- Jusqu'ici, on a supposé que deux cas seulement pouvaient se présenter pour les conditions aux limites : l'encastrement ou l'articulation. Il faut rappeler que, jusqu'à ces dernières années, la plupart des moyeux étaient articulés ; mais actuellement il y a en service ou en développement quelques moyeux « rigides », c'est-à-dire encastrés ; et cette nouvelle formule influe de façon très importante sur la conception des pales en particulier par le biais des fréquences propres.

II-3-3. Détermination des fréquences propres de torsion d'une pale :

De la même façon que l'on a étudié le mouvement de vibration d'une pale en battement et en trainée, on peut résoudre le problème des fréquences propres de torsion si l'on admet l'hypothèse des centres de gravité et de torsion confondus. Toutefois, il faut au préalable étudier l'influence du « rappel à plat ».

Chapitre III

Les cas particuliers de calcules (articulé et encastéré)

R. Pales articulées :

III. 1. Introduction :

Le calcul des contraintes de la pale oblige à faire un certain nombre d'hypothèses. La répartition des efforts peut se faire à partir de calculs simples basés sur des hypothèses simplificatrices.

Par contre lors d'une étude fine qui conduit à la conception de la pale, il est impératif de recourir à des méthodes beaucoup plus élaborées.

Pour l'étude de notre pale nous avons mis les hypothèses suivantes :

1. La pale est en équilibre statique ;
2. L'écoulement marginal à l'extrémité de la pale est nul ;
3. La répartition des charges aérodynamiques, de portance et de traînée, sont appliquées que sur la surface alaire de la pale.
4. Le poids de la pale est négligeable par rapport aux autres efforts aérodynamiques.
5. La répartition de la masse le long de la pale est constante.

III-1-1. Données de base :

L'étude des contraintes de la pale est faite sur un hélicoptère en vol stationnaire, équipé d'un rotor triple de construction métallique.

On a les données suivantes :

- $M = 2130 \text{ Kg}$;
- $m = 39 \text{ Kg}$;
- $N = 350 \text{ tr/min} \Rightarrow \Omega = 36.6519 \text{ rd/s}$;
- $F_T = 6963 \text{ N}$;
- $R_x = 581 \text{ N}$.

La pale est constituée de trois différents types de matériaux, ayant les modules d'élasticité longitudinaux suivant :

$E1 = 1200 \text{ MPA}$ (nid-d'abeille)	⇨ Pour le remplissage
$E2 = 74000 \text{ MPA}$ (Alliage d'aluminium)	⇨ Le longeron et le revêtement
$E3 = 205000 \text{ MPA}$ (Acier)	⇨ La masse de centrage

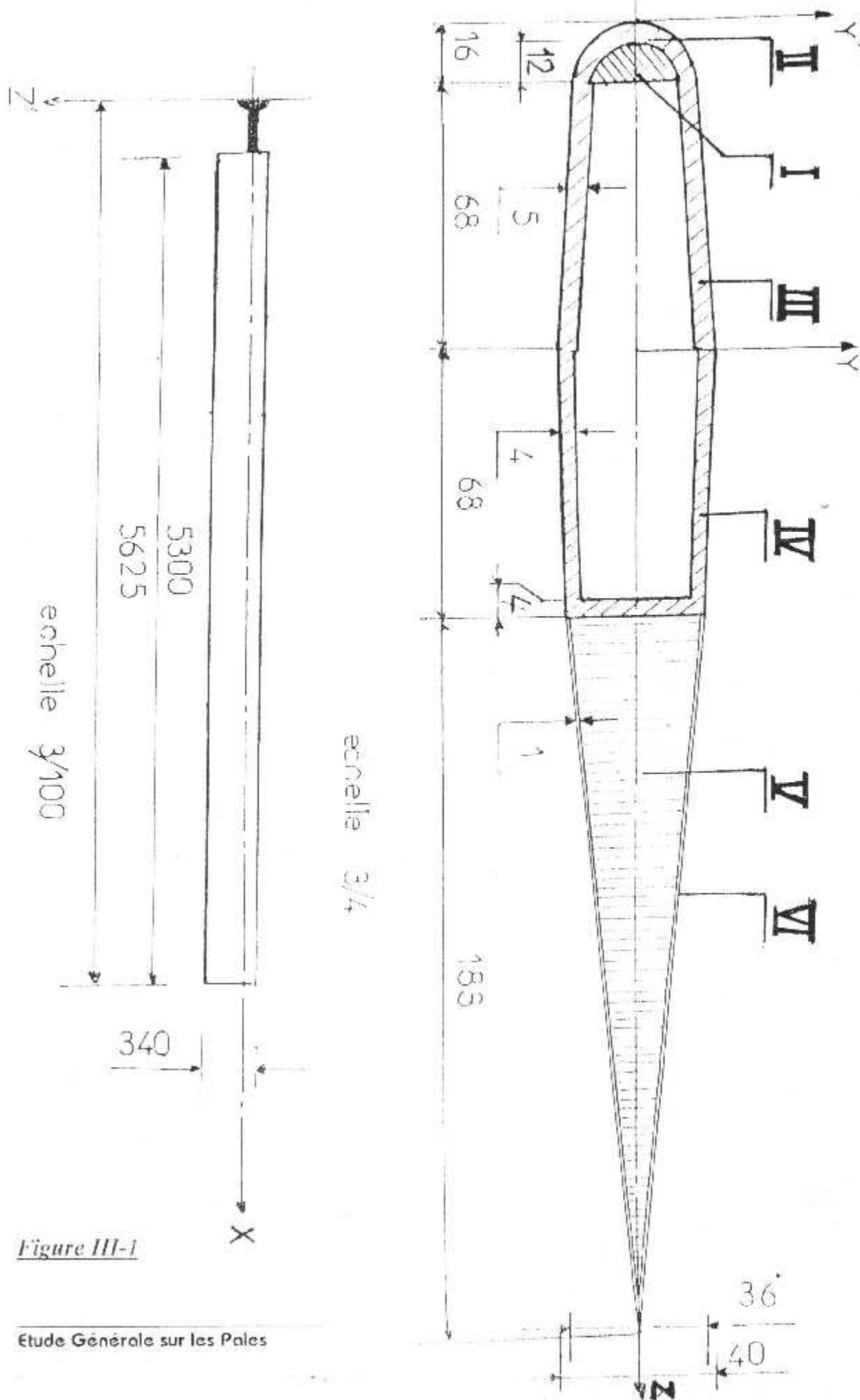


Figure III-1

III-1-2. La répartition des charges sur la pale :

« Voir figure III-2 »

La pale des charges aérodynamiques répartie sur toute la longueur, qui sont :

- La portance
$$F_y = \int_a^R qy \cdot dx = \int_a^R qy \left[\frac{(x-a)}{L} \right]^2 dx \quad [5]$$

- La traînée
$$R_x = \int_a^R qz \cdot dx = \int_a^R qz \left[\frac{(x-a)}{L} \right]^2 dx \quad [5]$$

- Un effort ponctuel : l'effort centrifuge
$$F_c = m(a+L/2)\Omega^2$$

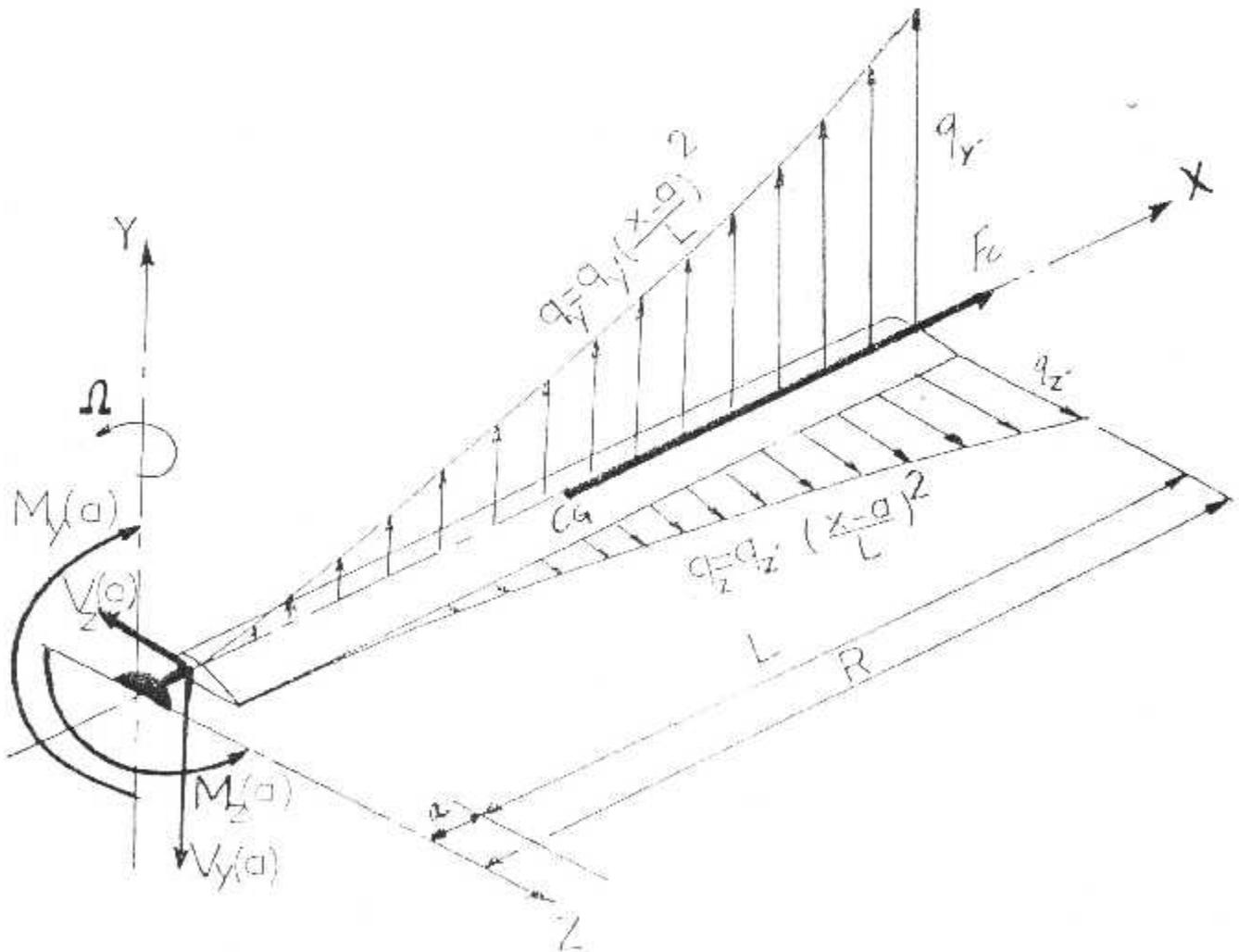


Figure III-2

III-1-3. Calcul du moment d'inertie du profil :

« Voir figure III-1 »

calcul du centre de gravité

On fixe $E_1 = 1200$ MPA

Partie	E_i (MPa)	A_i (mm ²)	$A_i E_i / E_1$ (mm ²)	\bar{Z}_i (mm)	$A_i \bar{Z}_i E_i / E_1$ (mm ³)
I	205000	226,19	38640,716	10,907	421454,289
II	74000	175,929	1084,837	7,026	76223,928
III	74000	680	41932,88	50	209664
IV	74000	604	37246,264	121,11	4510895,033
V	74000	365,56	22542,623	243,4	5486874,438
VI	1200	3018,44	3018,44	211,18	637434,159

Le centre de gravité en masse du projet est :

$$\bar{Z} = \frac{\sum A_i \bar{Z}_i (E_i / E_1)}{\sum A_i (E_i / E_1)} = \frac{13229525,85}{154229,76}$$

$$\bar{Z} = 85,778 \text{ mm}$$

- calcul du moment d'inertie par rapport au bord d'attaque :

Nous avons le tableau suivant :

Partie	I_{yy}^* (mm ⁴)	$E_i/E_1 I_{yy}^*$ (mm ⁴)	I_{zz}^* (mm ⁴)	$E_i/E_1 I_{zz}^*$ (mm ⁴)	$(\bar{Z}_i)^2 \cdot A_i$ (mm ⁴)	$E_i/E_1 (\bar{Z}_i)^2 \cdot A_i$ (mm ⁴)
I	2278,35	389218,56	8143	1391096,9	26908,16	4596810
II	3431,48	211607,82	17593	1084896	8684,67	535554,56
III	262026,6	16158293,6	165693,3	10217744,5	170000	104833220
IV	186821,45	11520643,7	161573,7	9963668,45	8859249,7	5463198,3
V	1021543,2	62995096	37347,6	2303098,9	21657075,8	1335518231
VI	139906788	139906788	145388,4	145388,4	13461345,7	134613345,7

- Nous obtenons :

$$I_{zz} = \sum \frac{E_i}{E_1} I_{zz}^* = 25105892,8 \text{ mm}^4$$

$$I_{yy} = \sum \frac{E_i}{E_1} (I_{yy}^* + (\bar{Z}_i)^2 A_i) = 2357598622 \text{ mm}^4$$

$$I_{zz} = 25,105 \cdot 10^6 \text{ m}^4$$

$$I_{yy} = 2357,59 \cdot 10^6 \text{ m}^4$$

Calcul du moment d'inertie par rapport au centre de gravité :

Puisque nous avons un profil ~~systematique~~ *symétrique* :

$$I_{yz} = 0 \quad \text{et} \quad \bar{y} = 0$$

D'où :

$$I_{zz} = I_{zz}^* - \sum \frac{E_i}{E_1} \bar{y}^2 A_i = I_{zz}^* - 0$$

$$\Rightarrow I_{zz} = 25,1058 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$I_{yy} = I_{yy}^* - \sum \frac{E_i}{E_1} \bar{z}^2 A_i$$

$$= (2357,598 - (85,778)^2 \cdot 154229,79) 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$I_{yy} = 25,1058 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$I_{yy} = 1222,79 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

III.2. Calcul des contraintes sous l'effet des articulations de battement

III.2.1. Calcul du moment fléchissant et de l'effort tranchant sous l'effet de l'articulation de battement vertical

Comme illustré en figure III.3, la pale est en équilibre statique autour de son axe d'articulation de battement vertical. Cette dernière est sous l'effet combiné de la composante verticale de la force centrifuge (F_c) et la portance (F_n).

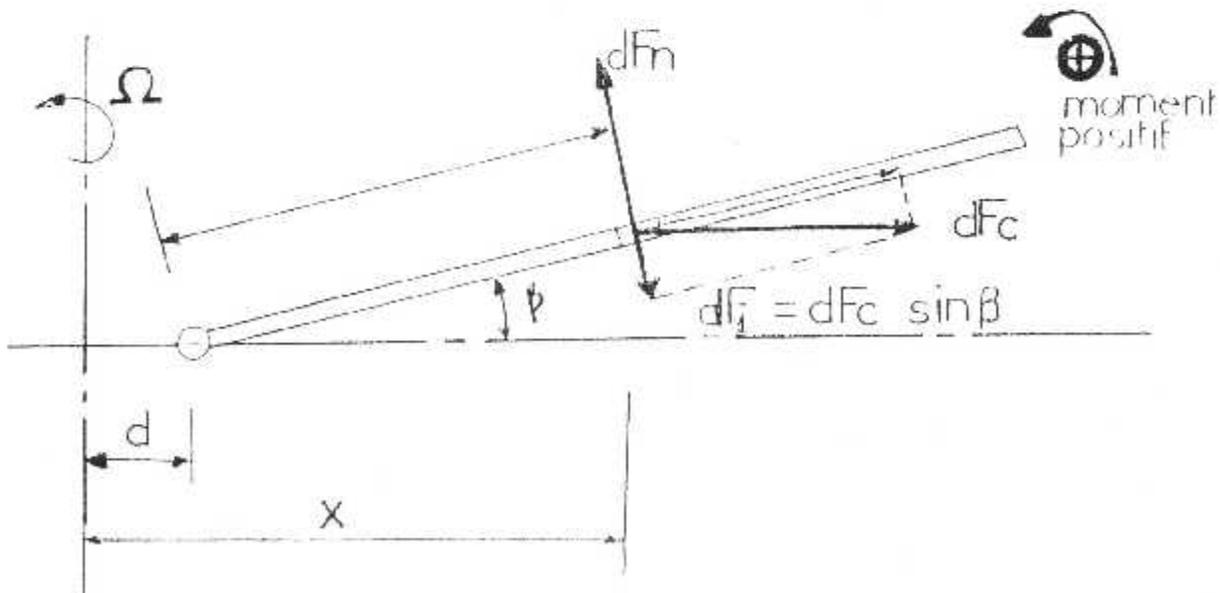


Figure III-3

L'effet tranchant dû à dF_t est $v_{F_t}(x)$ tel que :

$$VF_t(x) = \int dF_t$$

et que

$$dF_t = dF_c \sin(\beta)$$

Si on considère un élément de masse (dm) de la pale, située à une distance x de l'axe de rotation du rotor, dF_t s'écrit :

$$dF_t = \Omega^2 x dm \sin(\beta)$$

Et si nous considérons que l'angle de battement vertical (β) est généralement petit, nous pouvons écrire

$$\sin(\beta) \approx \beta \text{ (en radian)}$$

sachant que la répartition de la masse le long de la pale est constante

$$m = m' \cdot L \rightarrow dm = m' dx$$

d'où

$$dF_t = \Omega^2 m' \beta x dx$$

$$\Rightarrow VF_t(x) = \int_N^R \Omega^2 m' \beta x dx = \Omega^2 m' \beta \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_N^R$$

$$VF_t(x) = \Omega^2 m \beta / 2L (R^2 - x^2)$$

Le moment dû à cet effort tranchant est :

$$M_{F_t}(x) = \int_N^R VF_t(x) dx$$

$$= \int_N^R \Omega^2 m \beta / 2L (R^2 - x^2) dx = \Omega^2 m \beta / 2L \left[R^2 x - x^3 / 3 \right]_N^R$$

$$M_{F_t}(x) = \Omega^2 m \beta / 6L (x^3 - 3R^2 x + 2R^3)$$

III.2.1.1. Angle de battement vertical

Etant la pale articulée, la somme des moments de $M_s(x)$ et $M_{F_t}(x)$ sont nulles à l'axe de l'articulation de battement. Nous avons donc :

$$MF_t(d) = M_s(d)$$

$$\frac{F_n}{4L^3} (d^4 - 4ad^3 + 6a^2d^2 - 4(L^3 + a^3)d + a^4 + 3L^4 + 4L^3a) = \Omega^2 m \beta / 6L (d^3 - 3R^2d + 2R^3)$$

$$\beta = \frac{\frac{F_n}{4L^3} (d^4 - 4ad^3 + 6a^2d^2 - 4(L^3 + a^3)d + a^4 + 3L^4 + 4L^3a)}{\Omega^2 m b / 6L (d^3 - 3R^2d + 2R^3)}$$

Sachant que :

$$F_c = m \Omega^2 (a + L / 2)$$

L'angle de battement s'écrit :

$$\beta = \frac{3F_n (2a + L) (d^4 - 4ad^3 + 6a^2d^2 - 4(L^3 + a^3)d + a^4 + 3L^4 + 4L^3a)}{4F_c L^2 (d^3 - 3R^2d + 2R^3)}$$

III. 2. 1. 2. Moment fléchissant « Mb(x) »

Le moment fléchissant dû au battement vertical des pales est :

$$\overline{Mb}(x) = \overline{M_V}(x) + \overline{M_F}(x)$$

En respectant les signes des moments nous obtenons :

$$Mb(x) = M_V(x) - MF(x)$$

$$Mb(x) = \frac{F_n}{4L^3} (x^4 - 4ax^3 + 6a^2x^2 - 4(L^3 + a^3)x + a^4 + 3L^4 + 4L^3a) - \Omega^2 m \beta / 6L (x^3 - 3R^2x + 2R^3)$$

Remplaçant par la valeur de (β), on obtient :

$$Mb(x) = \frac{F_n}{4L^3} (x^4 - 4ax^3 + 6a^2x^2 - 4(L^3 + a^3)x + a^4 + 3L^4 + 4L^3a) - \left[\frac{3F_n (2a + L) m \Omega^2}{4F_c L^2 \cdot 6L} \frac{d^4 - 4ad^3 + 6a^2d^2 - 4(L^3 + a^3)d + a^4 + 3L^4 + 4L^3a}{d^3 - 3R^2d + 2R^3} (x^3 - 3R^2x + 2R^3) \right]$$

d'où :

$$Mb(x) = \frac{F_n}{4L^3} \left[x^4 - 4ax^3 + 6a^2x^2 - 4(L^3 + a^3)x + a^4 + 3L^4 - 4L^3a - \frac{d^4 - 4ad^3 + 6a^2d^2 - 4(L^3 + a^3)d + a^4 + 3L^4 + 4L^3a}{d^3 - 3R^2d + 2R^3} (x^3 - 3R^2x + 2R^3) \right]$$

III. 2. 1. 3. Effort tranchant « Vb(x) »

Après avoir dérivé la fonction du moment fléchissant, nous avons obtenu celle de l'effort tranchant comme formulé ci-dessous :

$$Mb(x) = \int Vb(x) dx \Rightarrow Vb(x) = \frac{dMb(x)}{dx}$$

d'où

$$Vb(x) = \frac{Fn}{L^2} \left[(x^3 - 4ax^2 + 3a^2x - 4(L^3 + a^3)) + \right. \\ \left. (3/4) \frac{d^3 - 4a d^3 + 6a^2 d^2 - 4(L^3 + a^3) d + a^4 - 3L^4 + 4L^3 a}{d^3 - 3R^3 d + 2R^3} (R^2 - X^2) \right]$$

III. 2. 2. Calcul du moment fléchissant et de l'effort tranchant sous l'effet de l'articulation de battement horizontal

Comme dans le cas du battement vertical, la pale est en équilibre statique autour de son axe d'articulation de traînée sous l'effet de la composante sensiblement horizontale de la force centrifuge et de la force traînée (figure III.4).

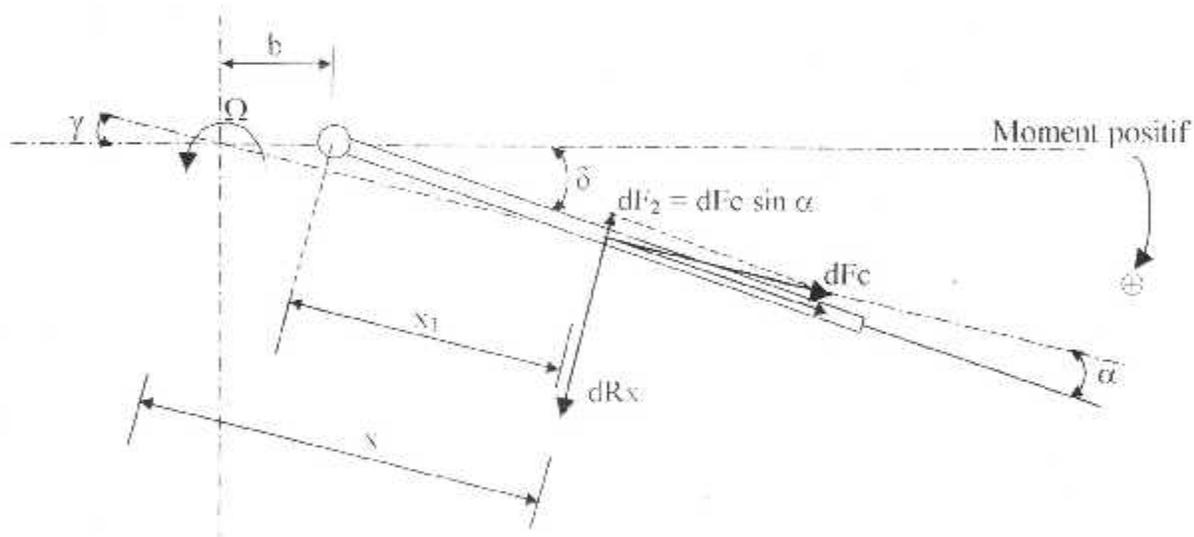


Figure III-4

L'effort tranchant dû à df'_2 est $Vf_2(x)$ tel que

$$Vf_2(x) = \int df'_2$$

Et que

$$df'_2 = dFc \sin(\alpha)$$

En suivant le même raisonnement que celui du calcul du battement vertical, nous obtenons l'effort tranchant du battement de traînée :

$$Vf_2(x) = \int \Omega \alpha m' x dx$$

sachant que l'angle de battement de traînée (δ) est fonction de (α) et de (γ), nous avons l'équation suivante :

$$\delta = \alpha + \gamma$$

Et que l'angle de traînée est faible, nous avons :

$$\sin \gamma = x_1 / x$$

$$\rightarrow \gamma = (x_1 / x) \delta$$

Et que

$$x = b + x_1$$

$$\alpha = \delta - \gamma = \delta - (x_1 / (b + x_1)) \delta$$

$$= (1 - x_1 / (b + x_1)) \delta = (b / (b + x_1)) \delta$$

$$\Rightarrow \alpha = (b / x) \delta$$

En remplaçant (α) dans l'équation de $Vf_2(x)$, nous obtenons :

$$Vf_2(x) = \int_0^x \Omega^2 m' (b/x) \delta x dx = \int_0^R \Omega^2 m' b \delta dx$$

$$\Rightarrow Vf_2(x) = \Omega^2 m' b \delta [X]_0^R$$

d'où :

$$Vf_2(x) = (\Omega^2 m' b \delta / L)(R - x)$$

Le moment fléchissant dû à cet effort tranchant est :

$$Mf_2(x) = \int Vf_2(x)$$

$$\Rightarrow Mf_2(x) = \int_0^R (\Omega^2 m b \delta / L)(R - x) dx$$

$$= (\Omega^2 m b \delta / L) [R x - x^2 / 2]_0^R$$

d'où :

$$Mf_2(x) = (\Omega^2 m b \delta / 2L)(R - x)^2$$

III. 2. 2. 1. Angle de battement de traînée horizontal

A l'articulation de traînée ($x = b$), la somme des moments dû à la composante vertical de la force centrifuge (F_c), et de la force de traînée (R_x), est nul :

$$Mz(b) - MF_2(x) = 0 \Rightarrow Mz(b) = MF_2(x)$$

$$\frac{Rx}{4L^3} (b^4 - 4ab^3 + 6a^2b^2 - 4(L^3 + a^3)b + a^4 + 3L^3 + 4L^3a) = (\Omega^2 mb \delta / 2L)(R-b)^2$$

$$\delta = \left(\frac{Rx(2L)}{(4L^3)(\Omega^2)mb} \right) \left(\frac{b^4 - 4ab^3 + 6a^2b^2 - 4(L^3 + a^3)b + a^4 + 4L^3a + 3L^4}{(R-b)^2} \right)$$

En introduisant la valeur de la force centrifuge nous obtenons :

$$\delta = \left(\frac{Rx(2a+L)}{(4b)F_c L^2} \right) \left(\frac{b^4 - 4ab^3 + 6a^2b^2 - 4(L^3 + a^3)b + a^4 + 4L^3a + 3L^4}{(R-b)^2} \right)$$

III. 2. 2. 2. Moment fléchissant $M_T(x)$

Le moment fléchissant $M_T(x)$ en chaque point de la pale dû à l'articulation de traînée, est la somme des moments de la composante horizontale de la force centrifuge (F_c), et la force de traînée (R_x), d'où :

$$\overline{M}_T(x) = \overline{M}_c(x) + \overline{M}F_c(x)$$

En respectant les signes des moments, nous obtenons :

$$M_T(x) = M_c(x) - MF_2(x)$$

$$M_T(x) = \frac{Rx}{4L^3} (x^4 - 4ax^3 + 6a^2x^2 - 4(L^3 + a^3)x + a^4 + 3L^3 + 4L^3a) - (\Omega^2 mb \delta / 2L)(R-x)^2$$

En introduisant la valeur de l'angle de battement de traînée (δ), on obtient :

$$M_T(x) = \frac{Rx}{4L^3} (x^4 - 4ax^3 + 6a^2x^2 - 4(L^3 + a^3)x + a^4 + 3L^3 + 4L^3a) \left(\frac{Rx(2a+L)}{(4b)F_c(L)^2} \right)$$

$$\left(\frac{b^4 - 4ab^3 + 6a^2b^2 - 4(L^3 + a^3)b + a^4 + 4L^3a + 3L^4}{(R-b)^2} \right) (\Omega^2 mb \delta / (R-x)^2)$$

Après simplification nous obtenons :

$$M_T(x) = \frac{Rx}{4L^3} (x^4 - 4ax^3 + 6a^2x^2 - 4(L^3 + a^3)x + a^4 + 3L^3 + 4L^3a) -$$

$$\left(\frac{b^4 - 4ab^3 + 6a^2b^2 - 4(L^3 + a^3)b + a^4 + 4L^3a + 3L^4}{(R-b)^2} \right) (\Omega^2 mb \delta / (R-x)^2)$$

III. 2. 2. 3. Effort tranchant « $V_T(x)$ » :

L'effort tranchant dû au battement de trainée est ($V_T(x)$) tel que :

$$V_T(x) = \frac{dM_T(x)}{dx}$$

d'où :

$$V_T(x) = \frac{Rx}{L^2} \left(x^3 - 3a x^2 + 3a^2 x - (L^3 + a^3) \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{b^4 - 4a b^3 + 6a^2 b^2 - 4(L^3 + a^3) b + a^4 + 4L^3 a + 3L^4}{(R-b)^2} \right) (R-x)$$

- *Application numérique*

$$b = 0,25 \text{ m}$$

$$F_n = 6963 \text{ n}$$

$$R_x = 581 \text{ n}$$

$$V_b(x) = 46,77 (x^3 - 6,43 x^2 + 0,31675 x + 23,685)$$

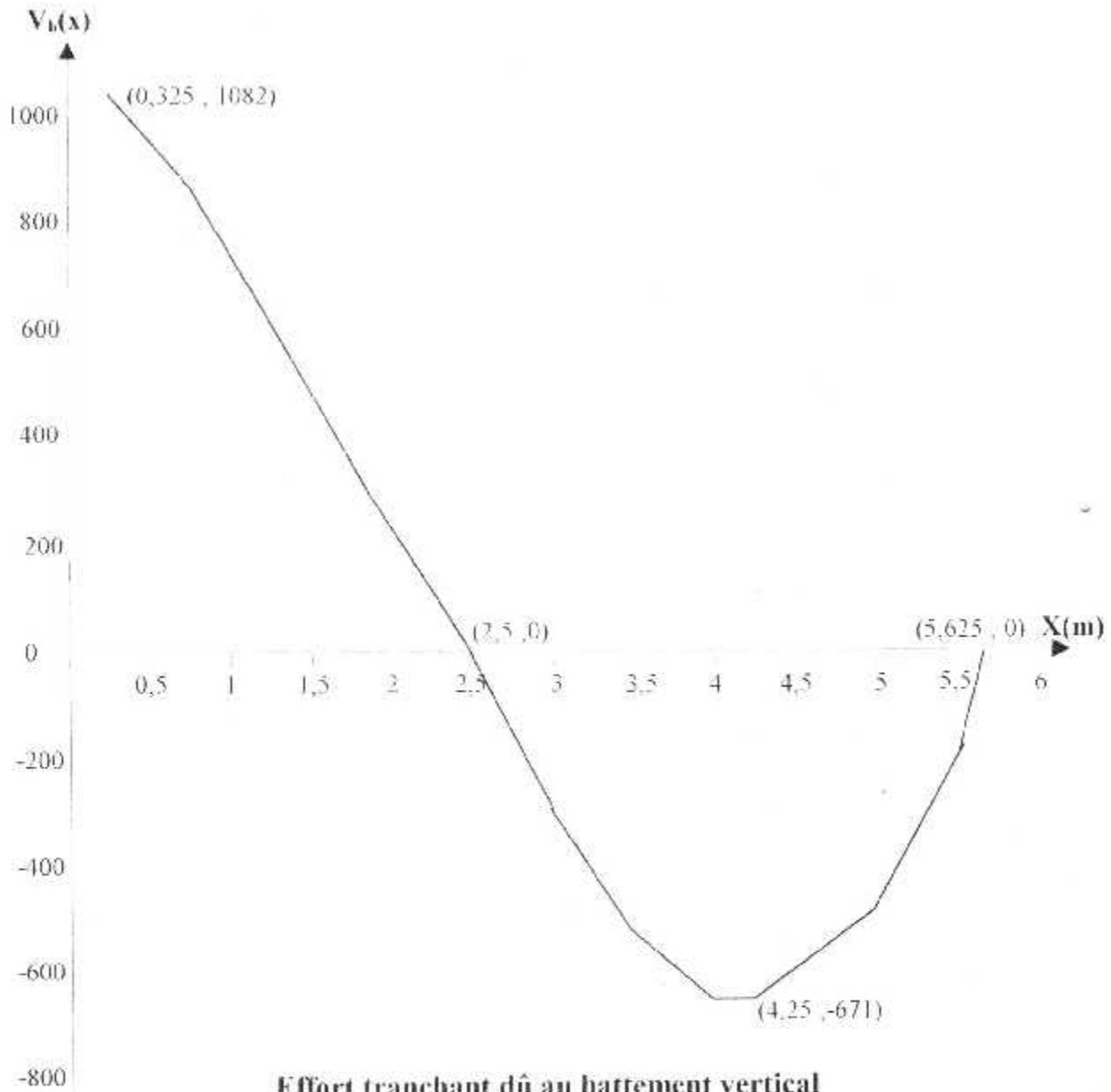
$$M_b(x) = 11,6925 (x^4 - 8,753 x^3 + 0,6337 x^2 + 94,7417 x - 28,2561)$$

$$M_T(x) = 0,97563 (x^4 - 1,3 x^3 - 82,8468 x^2 + 343,5117 x - 80,6836)$$

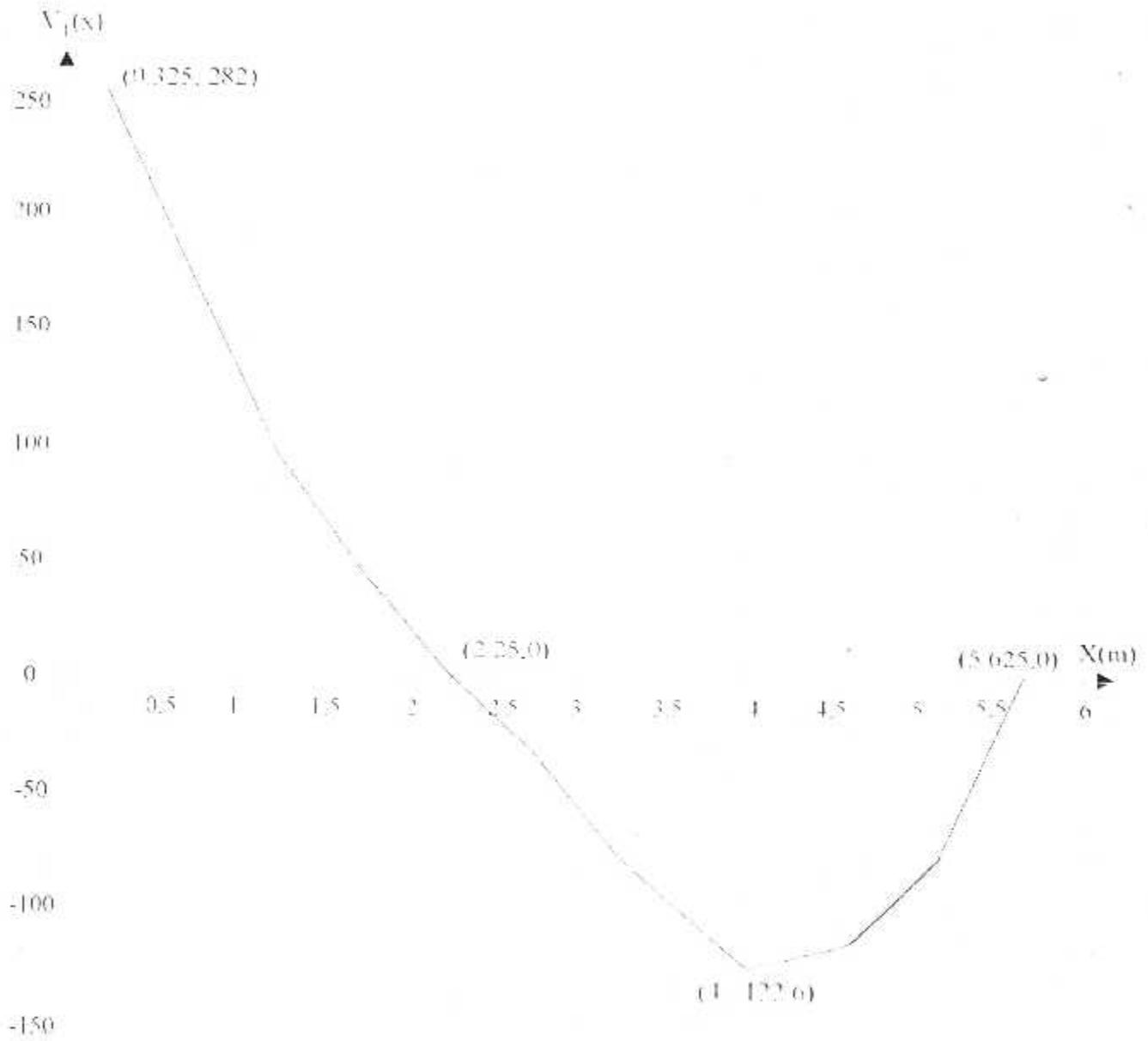
$$V_T(x) = 3,9025 (x^3 - 0,975 x^2 - 41,4234 x + 85,877)$$

III.2.3. Diagramme des efforts tranchants et des moments fléchissants

- Diagramme de $V_b(x)$:

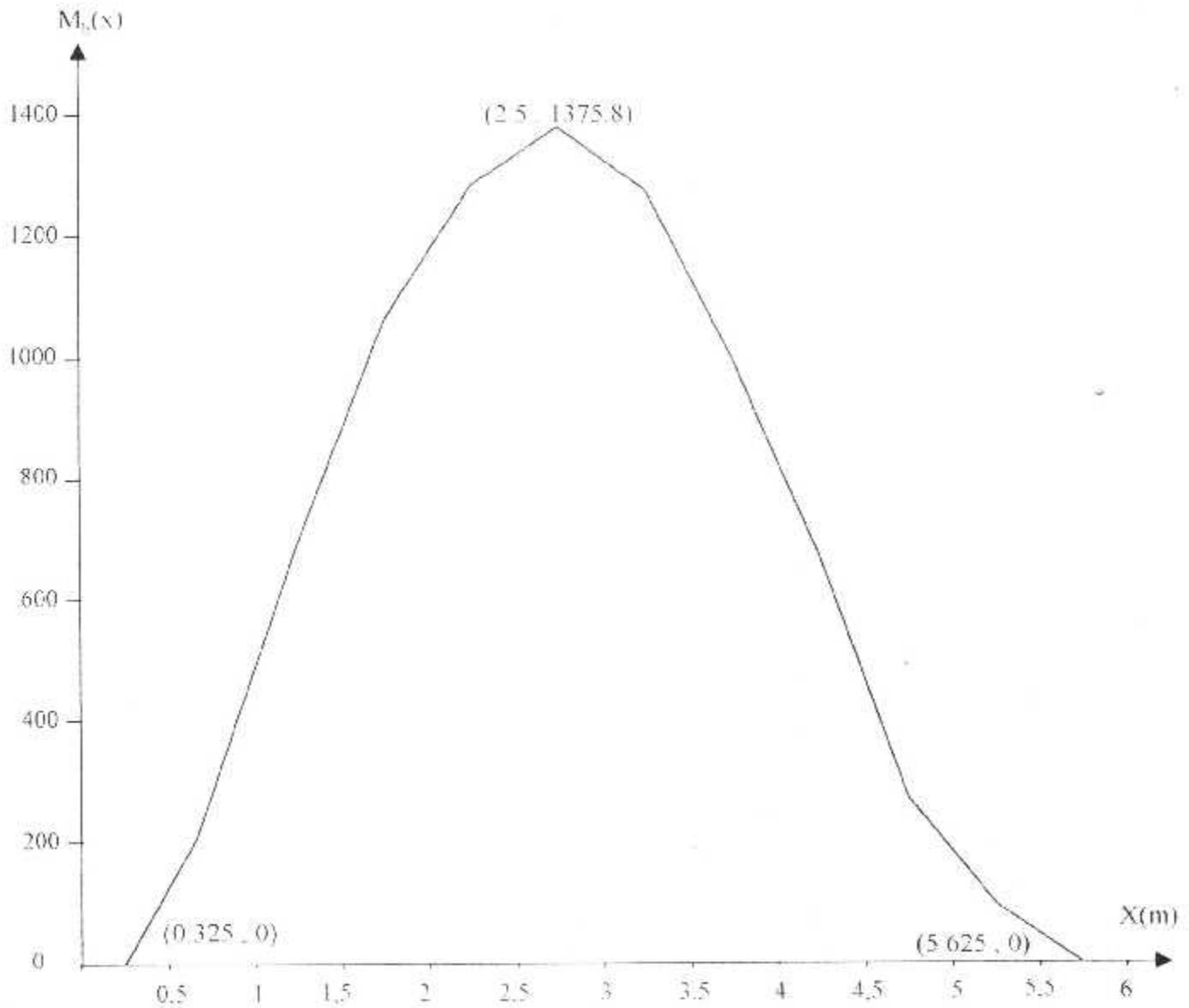


- Diagramme de $V_1(x)$:



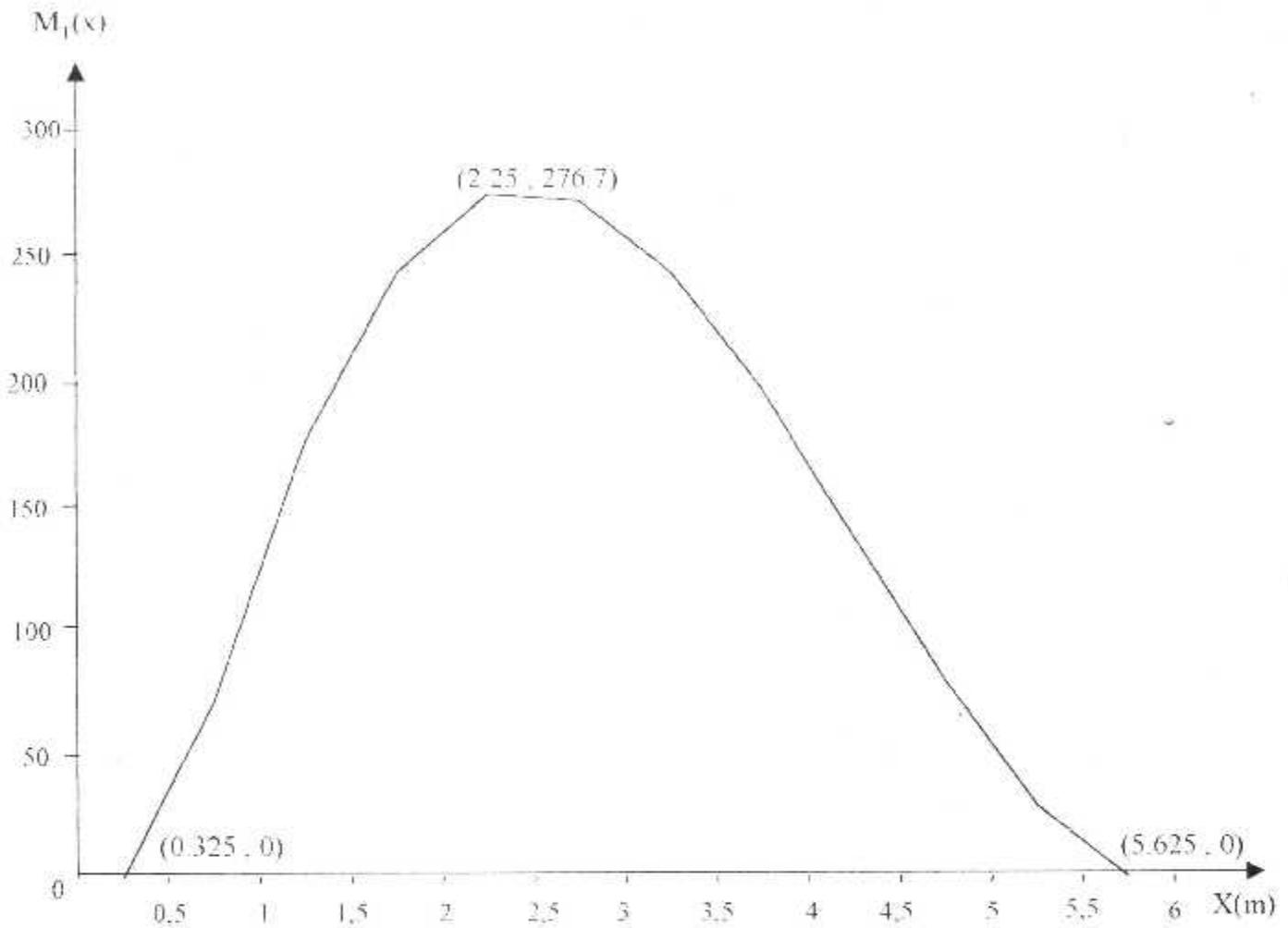
Effort tranchant dû au battement horizontal

- Diagramme de $M_b(x)$:



Moment dû au battement vertical

- Diagramme de $M_T(x)$:



Moment dû au battement horizontal

III.3. Calcul des allongements et les contraintes de flexions

L'allongements de chaque point situé sur la pale est donnée par la formule suivante :

$$\xi_{xx}(x,y,z) = \frac{P}{E_1 A} - \frac{M_{zz} Y}{E_1 I_{zz}} + \frac{M_{yy} Z}{E_1 I_{yy}} \quad [1]$$

La contrainte de déformation dû à cet allongement est :

$$\sigma_{xx}(x,y,z) = E \xi_{xx} \quad [1]$$

Tel que :

E : Module d'élasticité de l'élément considéré.

E_1 : Module d'élasticité de référence.

- *Application numérique :*

Le calcul est effectué dans la partie de la pale où les éléments de flexion sont maximal :

$$M_a(2,5) = 272,25 \text{ Nm}$$

$$M_b(2,5) = 1375,8 \text{ Nm}$$

$$\begin{aligned} \xi_{xx}(2,5,0,-0,0875) &= \frac{155863}{1200(10^6)154229(10^{-6})} - 0 + \frac{1375,8(-0,0875)}{1200(10^6)1222,791(10^{-6})} \\ &= 8,42(10^{-4}) - 0 + 0,8019(10^{-4}) - 7,61(10^{-4}) \text{ m/m} \end{aligned}$$

$$\sigma_{xx}(2,5,0,-0,0875) = 1200(10^6) \cdot 7,61(10^{-4}) = 0,913 \text{ MPA}$$

$$\xi_{xx} = 7,61 \cdot 10^{-4} \text{ m/m}$$

$$\sigma_{xx} = 0,913 \text{ MPA}$$

Nous résumons les différents résultats obtenus dans le tableau suivant :

X(m)	Y(m)	Z(m)	$\xi_{xx}(x, y, z)$	$\sigma_{xx}(x, y, z)$
2,5	0	- 0,0875	$7,61 \cdot 10^{-4}$	56,362 MPA
2,5	0,016	- 0,069	$6,32 \cdot 10^{-4}$	46,82 MPA
2,5	0,018	- 0,035	$6,46 \cdot 10^{-4}$	47,84 MPA
2,5	0,02	- $17,7 \cdot 10^{-4}$	$6,59 \cdot 10^{-4}$	48,81 MPA
2,5	0,019	0,032	$7 \cdot 10^{-4}$	51,82 MPA
2,5	0,018	0,066	$7,41 \cdot 10^{-4}$	54,84 MPA
2,5	0,012	0,192	$9,13 \cdot 10^{-4}$	67,6 MPA
2,5	- 0,012	0,192	$1,13 \cdot 10^{-3}$	83,65 MPA
2,5	- 0,018	0,066	$1,066 \cdot 10^{-3}$	78,92 MPA
2,5	- 0,019	0,032	$1,043 \cdot 10^{-3}$	77,23 MPA
2,5	- 0,02	- $17,7 \cdot 10^{-4}$	$1,024 \cdot 10^{-3}$	75,8 MPA
2,5	- 0,018	- 0,035	$9,71 \cdot 10^{-4}$	71,91 MPA
2,5	- 0,016	- 0,069	$9,21 \cdot 10^{-4}$	68,22 MPA
2,5	0	0,2542	$1,08 \cdot 10^{-3}$	79,95 MPA

B. Pale encastree :

III.4. Calcul des fréquences propres de torsion d'une pale :

La pale est « idéalisée » de la façon suivante : on la décompose en un grand nombre de sections, chacune d'elles comprenant (figure III.5).

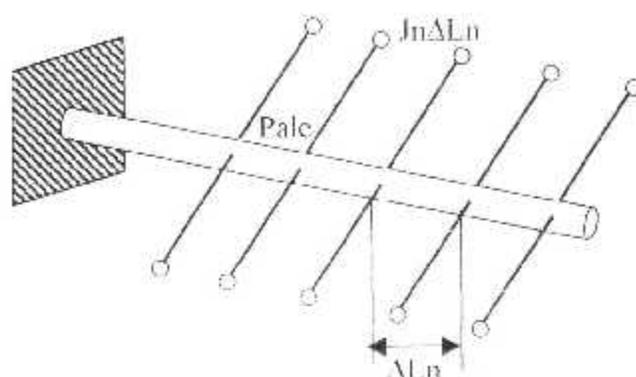


Figure III-5 : Idéalisation d'une pale pour le calcul des fréquences propres de torsion

Une INERTIE de rotation concentrée représentée par un pendule de torsion d'inertie $J_n \cdot \Delta L_n$.

Une ZONE SOUPLE de longueur Δ et de rigidité GJ_n et supposée sans inertie.

On rappelle, que, si l'on soumet un barreau encastree à un moment de torsion M_1 , la rotation « θ » qu'il subit est égale à :

$$\theta = \frac{L \cdot M_1}{G \cdot J}$$

L = Longueur du barreau

G = Module de cisaillement

J = Inertie polaire de la section

On admet que chaque section repérée par l'indice « n » est soumise à un mouvement de déformation en rotation d'amplitude :

$$\text{A l'instant « t » on a : } \theta = \theta_n \cdot \sin \omega t$$

$$\theta'' = -\omega^2 \cdot \theta_n \cdot \sin \omega t = -\omega^2 \cdot \theta$$

La pale est encastree à une extrémité et libre à l'autre. Pour trouver la relation de récurrence, on commence par l'extrémité libre, entre les sections « n » et « n + 1 ».

on a : $\theta_{(n+1)} - \theta_n = \frac{\Delta L_n}{GJ_n} M_n$ (1)

Si J_n désigne l'inertie polaire par unité de longueur, on a :

$$J_n = (I_{xx})_n + (I_{yy})_n$$

Avec : $(I_{xx})_n$ = inertie de battement par unité de longueur.

$(I_{yy})_n$ = inertie de traînée par unité de longueur.

En composant le moment dû aux force d'inertie ($J\theta''$) et celui du au rappel à plat, on trouve que la variation ($M_{n+1} - M_n$) du moment entre deux masses séparées par une longueur « ΔL_n » à pour expression :

$$M_{n+1} - M_n = [(I_{yy})_n - (I_{xx})_n] \omega^2 \Delta L_n \theta_n - \Omega^2 [(I_{xx})_n + (I_{yy})_n] \theta_n \Delta L_n$$
 (2)

A l'aide de ces deux relations (2) et (1), on peut trouver la rotation « θ_n » à l'encastrement : elle doit être nulle si la valeur de la pulsation « ω » des vibrations correspond à une fréquence propre (condition d'encastrement).

On remarque que la valeur de I_{yy} et dans le cas d'une pale, beaucoup plus grande que celle de I_{xx} . Dans ces conditions :

$$(I_{xx} - I_{yy})_n \approx (I_{yy} - I_{xx})_n \text{ et ceci avec une bonne approximation.}$$

La relation de récurrence des moments se simplifie et devient alors :

$$M_{n+1} - M_n = [(I_{yy})_n - (I_{xx})_n] (\omega^2 - \Omega^2) \Delta L_n \theta_n$$
 (3)

De cette relation (3), on peut tirer le résultat suivant :

- Supposons que l'on connaisse la pulsation propre « ω_0 » d'une pale au l'absence de rotation ($\Omega = 0$).

- On considère alors 2 systèmes d'équations (A) et (B) :

$$(A) M_{n+1} - M_n = [(I_{yy})_n - (I_{xx})_n] (\omega^2 - \Omega^2) \Delta L_n \theta_n + \text{équation (1)}$$

$$(B) M_{n+1} - M_n = (I_{xx} + I_{yy}) \omega_0^2 \Delta L_n \theta_n - \text{équation (1)}$$

- La comparaison des systèmes (A) et (B) pour $\Omega = 0$ et $\Omega \neq 0$ laisse alors

$$\text{apparaître la relation suivante : } \frac{\omega^2 - \Omega^2 - \omega_0^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + \Omega^2} = 1$$
 (4)

Cette relation (4) permet, dans la limite des hypothèses, d'extrapoler les résultats d'un essai de vibration au sol, et de trouver la fréquence propre en rotation avec une bonne approximation et sans calcul complexe.

Il faut en effet signaler que les méthodes de détermination des fréquences propres ne sont entrées en usage dans les bureaux d'études qu'avec l'aide des ordinateurs, ces calculs sont longs, car il faut modéliser la pale avec une vingtaine de masses fictives au moins ; ils nécessitent une très grande précision et doivent être unis en œuvre avec beaucoup de chiffres significatifs ; de toutes façons, leur caractère fastidieux n'échappera à personne.

Tous les calculs de vibration se concrétisent par un diagramme de fréquences propres qui situe la position des modes de la pale en fonction des harmoniques du rotor, et permet d'éviter les résonances au régime nominal.

Au cours d'un projet, on joue sur la répartition des masses et des raideurs afin d'optimiser la pale, on a traité ici l'exemple des pales, mais il faut signaler que des calculs comparables sont effectués sur le mat-rotor, le fuselage, les empennages et dérives, etc. Ces calculs présentent actuellement un caractère moins systématique et une formulation moins bien éprouvée que ceux appliqués à une pale.

III. 5. Calcul des contraintes sans l'effet des articulations :

Sans l'effet des articulations la pale est comme une poutre encastrée (fig.II.6). Pour calculer les efforts tranchants et les moments fléchissants, nous avons dressés les équations suivantes :

$$\left. \begin{aligned}
 P_s(x) &= P(x_0) - \int_{x_0}^x q_s(x) dx \\
 V_s(x) &= V_s(x_0) + \int_{x_0}^x q_s(x) dx \\
 V_r(x) &= V_r(x_0) + \int_{x_0}^x q_r(x) dx \\
 M_s(x) &= M_s(x_0) - \int_{x_0}^x m_s(x) dx \\
 M_r(x) &= M_r(x_0) - \int_{x_0}^x [m_r(x) - V_r(x)] dx \\
 M_d(x) &= M_d(x_0) - \int_{x_0}^x [m_d(x) - V_d(x)] dx
 \end{aligned} \right\} [1]$$

tel que :

$$a < x < R$$

$$q_y(x) = 0$$

$$M_y(x) = 0$$

$$M_z(x) = 0$$

$$M_x(x_0) = 0$$

$$V_y(x_0) = -V_y(a) = -\int_a^R qy'((x-a)/L)^2 dx \approx -\frac{1}{3} \cdot qy' \cdot L$$

$$V_z(x_0) = -V_z(a) = -\int_a^R qz'((x-a)/L)^2 dx \approx -\frac{1}{3} \cdot qz' \cdot L$$

$$M_x(x) = Aqy'((x-a)/L)^2$$

$$M_x(x_0) = -M_x(a) = (1/3 - qy' \cdot L) \cdot 3/4 \cdot L = 1/4 qy' \cdot L^2$$

$$M_x(x_0) = -M_x(a) = (1/3 - qz' \cdot L) \cdot 3/4 \cdot L = 1/4 qz' \cdot L^2$$

Après simplification des équations précédentes, nous obtenons les résultats ci-dessous :

$$P_x(x) = P(x_0) = m \left(a + \frac{L}{2} \right) \Omega^2$$

$$V_y(x) = -\frac{1}{3} qy' \cdot L + \int_a^R qy'((x-a)/L)^2 dx = -qy' \cdot (x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - L^3 - a^3) / 3L^2$$

$$V_y(x) = Fy(x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - L^3 - a^3) / 3L^2$$

$$V_z(x) = -\frac{1}{3} qz' \cdot L + \int_a^R qz'((x-a)/L)^2 dx = -qz' \cdot (x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - L^3 - a^3) / 3L^2$$

$$V_z(x) = Rz(x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - L^3 - a^3) / 3L^2$$

$$M_x(x) = \int_a^R Aqy'((x-a)/L)^2 dx = -Aqy' \cdot (x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3) / 3L^2$$

$$M_x(x) = -A \frac{Fy}{L^3} (x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3)$$

$$M_y(x) = -\frac{1}{4} qy' \cdot L^2 - \int_a^R qy' (x^3 - 3ax^2 - L^3 - a^3) / 3L^2 dx$$

$$= qy' / 12 \cdot L \cdot (x^4 - 4ax^3 + 6a^2x^2 - 4(L^3 + a^3)x + a^4 + 3L^4 + 4L^3a)$$

$$M_y(x) = \frac{Fy}{4L^2} (x^4 - 4ax^3 + 6a^2x^2 - 4(L^3 + a^3)x + a^4 + 3L^4 + 4L^3a)$$

$$M_x(x) = 1/4 qz L^2 - \int_0^x qz (x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - L^3 - a^3) 3L^2 dx$$

$$= qz/12 L^2 (x^4 - 4ax^3 + 6a^2x^2 - 4(L^3 + a^3)x + a^4 + 3L^4 + 4L^3a)$$

$$M_x(x) = \frac{Rx}{4L^3} (x^4 - 4ax^3 + 6a^2x^2 - 4(L^3 + a^3)x + a^4 + 3L^4 + 4L^3a)$$

- *Application numérique :*

$$a = 0,325 \text{ m} \quad L = 5,3 \text{ m} \quad A = 7,78 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$F_n = 6963 \text{ N} \quad R_x = 581 \text{ N} \quad m = 39 \text{ Kg}$$

$$P(x) = 39 (0,325 - 5,3/2) (36,652)^2 = 155,863 \text{ N}$$

$$P(x) = 155863 \text{ N}$$

$$V_y(x) = 46,77 (x^3 - 0,975 x^2 + 0,316875 x - 148,9113)$$

$$V_x(x) = 3,9025 (x^3 - 0,975 x^2 + 0,316875 x - 148,9113)$$

$$M_y(x) = -39,3 \cdot 10^{-3} (x^3 - 0,975 x^2 + 0,316875 x - 34,32 \cdot 10^{-3})$$

$$M_z(x) = 11,6925 (x^4 - 1,3 x^3 - 0,63375 x^2 - 595,645 x + 2560,695)$$

$$M_t(x) = 0,9756 (x^4 - 1,3 x^3 - 0,63375 x^2 - 595,645 x + 2560,695)$$

- *Remarque :*

Le moment $M_x(x)$ est un moment de torsion, il est fonction du départ (A) sachant que : $A = 7,78 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

$$M_x(x) \text{ maximale} = M_x(5,625) = 5,8 \text{ Nm}$$

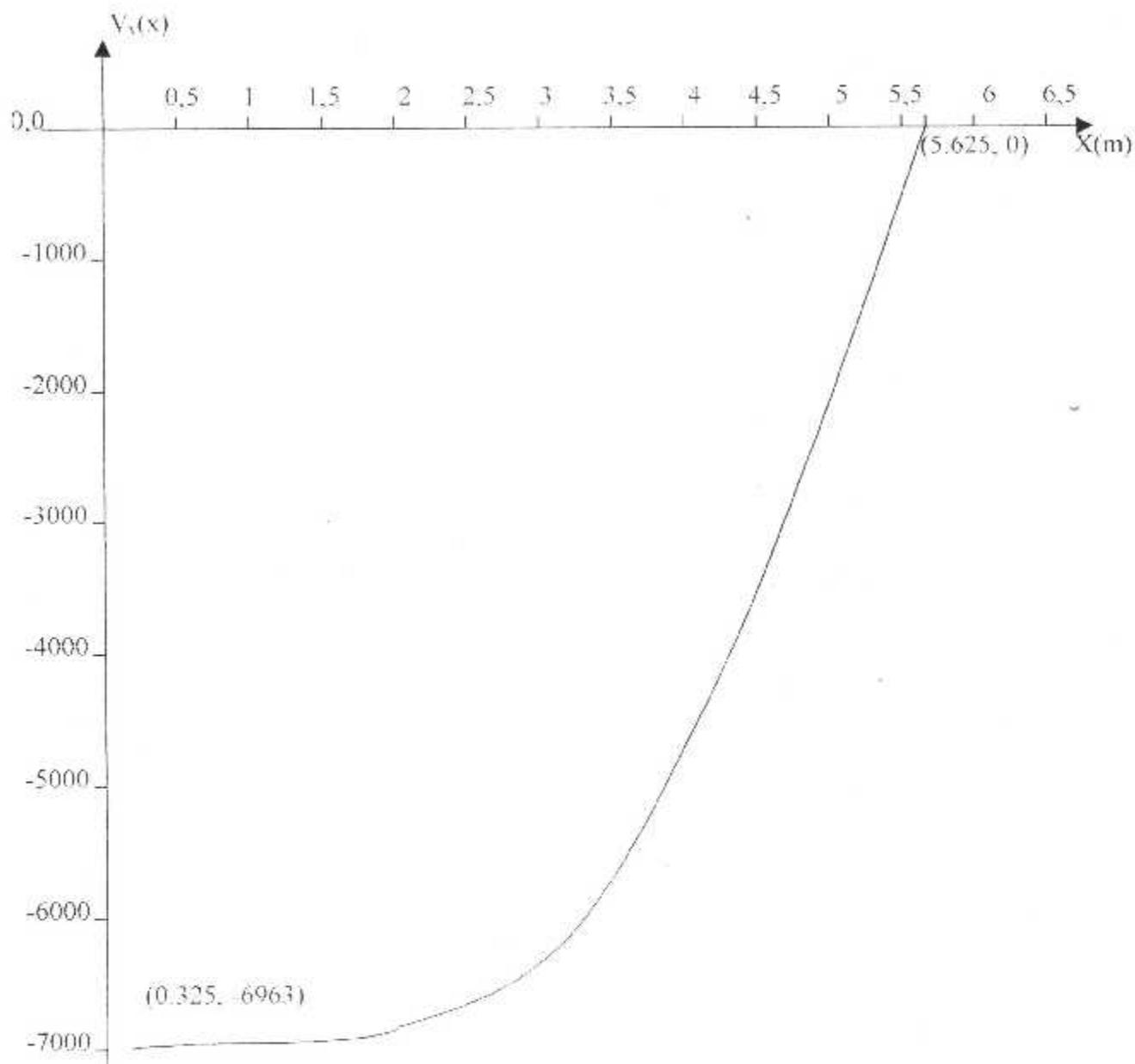
Nous avons négligés le moment de torsion par apport aux autres moments de flexion (moment du à la portance ($M_y(x)$), et à la traînée ($M_z(x)$)).

L'effort tranchant $P_x(x)$ a une valeur constante quelque soit x.

L'allure de $P_x(x)$ est une droite parallèle à l'axe (0x) (d'ordonnée $y=155863 \text{ N}$).

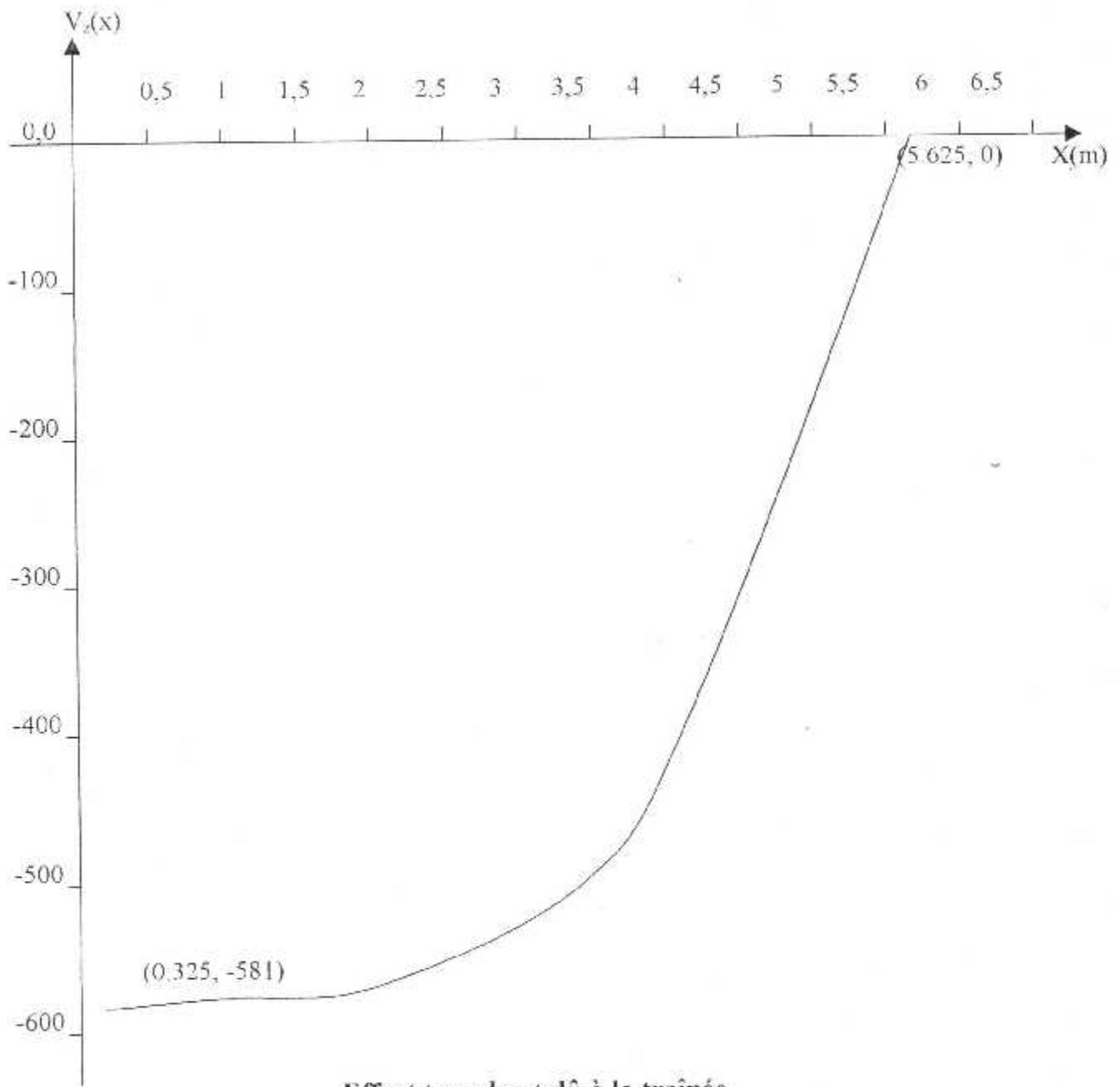
III-5-1. Diagramme des efforts tranchants et des moments fléchissant :

- Diagramme de $V_y(x)$



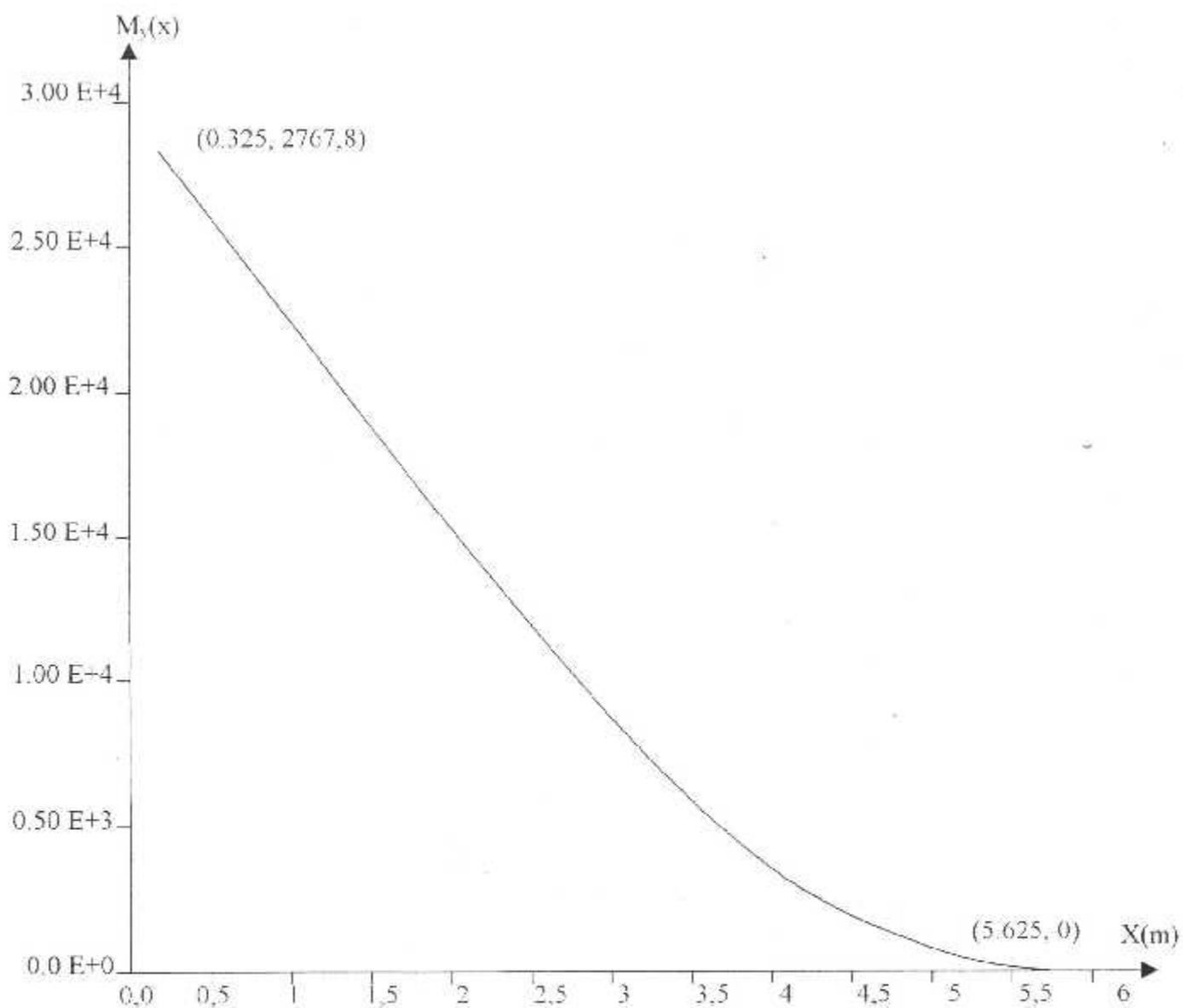
Effort tranchant dû à la portance

• Diagramme de $V_z(x)$:



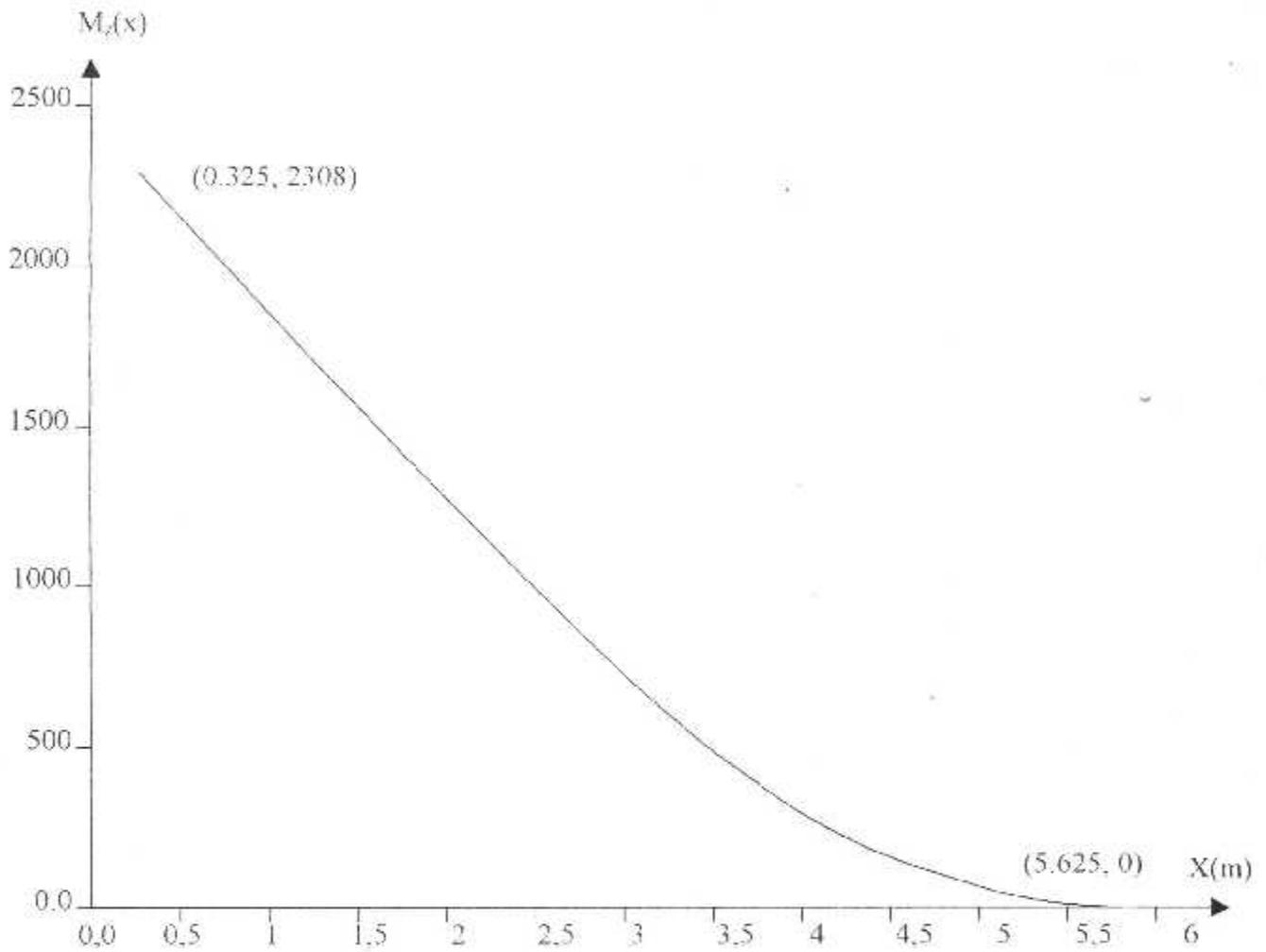
Effort tranchant dû à la traînée

- Diagramme de $M_y(x)$:



Moment dû à la portance

- Diagramme de $M_z(x)$:



Moment fléchissant dû à la traînée

Conclusion



Conclusion

Par l'intermédiaire de notre travail, nous avons pu cerner un tant soit peu différents paramètres liés à la pale, qui ont une répercussion directe sur l'ensemble de l'appareil. Ainsi l'intérêt que nous avons porté à l'étude aussi bien de la forme que de la répartition de la masse sur le long du profil qui nous a conduit à comprendre le choix de la pale a profil biconvexe symétrique dans la fabrication du rotor.

A quelques détails près, d'ordre technologique, tous les rotors a transmission mécaniques sont régis par le même mode de fonctionnement. Partant de ce principe, nous avons étudié les différents mouvements de la pale et l'influence de chacun d'eux sur le comportement de l'appareil.

En outre, nous avons fait en plus une étude sur les pales encastés, tell que on a calculé les contrainte quelle peut avoir dans un cas ou elle ne possède pas d'articulation. Bien que les résultats que nous avons obtenu dans un domaine de vol bien déterminé « LE VOL STATIONNAIRE », ils relletent l'importance du moyen articulé dans la résistance de la pale aux contraintes statiques.

Nous estimons que notre travail, peut-être améliorer dans la mesure où une étude aérodynamique plus poussée permetrée de généraliser le calcul des contraintes pour tous phases de vol de l'hélicoptère.

En dernier lieu, nous souhaiterions que notre travail sera bénéfique et d'une utilité pour les futures étudiants.

Bibliographie



Bibliographie

- [1] H.ALLEND D. et HAISLER W.E., « Introduction to aerospace structural analysis »
- [2] BEN AMAR A. et HADJ SAID B., « Réparation des pales d'hélicoptère », Mémoire technicien supérieur université de Blida. Institut d'aéronautique, 1992
- [3] LEFORT P. et HAMANN J., « L'hélicoptère théorique et pratique » Chirron, 1986
- [4] MARTY D., « Conception des véhicules spatiaux », Masson, 1986
- [5] MIROLIOUBOV I., « Probleme de résistance des matériaux », Edition Mir, 1973
- [6] A. NASH W., « Résistance des matériaux » Tome 1, Mc Graw Hill, 1985
- [7] PINARD J., « Technologie de l'hélicoptère », Bell Hélicoptère Textron, 1990
- [8] RALETZ R., « Théorie élémentaire de l'hélicoptère », Cepadues, 1980

Annexes



Annexe I

- Définition :

- **Centre du poussée :** Le centre de poussée du profil et le point du rencontre du vent relatif (V_{∞}) avec le corps du profil.
- **Le foyer :** C'est le point géométrique du profil pour lequel le coefficient de moment aérodynamique (C_m) est égale au coefficient de moment à portance (C_{m0}) lorsque l'incidence varie.

Le coefficient du moment aérodynamique est fonction de :

- La forme du profil ;
- De l'état de surface ;
- De l'incidence.

- Définition de NACA :

C'est le sigle de la « National Advisory Committee For Aeronautics ».

Suivant la forme du profil, le sigle NACA est suivi par plusieurs chiffres, dont le nombres et le chiffres diffères d'un profil à un autre.

Exemple :

NACA 2412 NACA 23012

- *1^{er} chiffre :* Courbure relative $e = f/l = 2\%$.
- *1^{er} chiffre (si 4 chiffres) :* Double de l'abscisse (d) de la flèche maximale $d/L = 40\%$
- *2^{me} et 3^{me} chiffre (si 5 chiffres) :* Double de l'abscisse (d) de la flèche maximale $d/L = 40\%$.
- *Dernier chiffre :* Epaisseur relative $e = h/l = 12\%$

- Relation entre le coefficient de portance (C_z) et le coefficient de traînée (C_x) :

A partir de la valeur de (C_z), on peut évaluer le coefficient de traînée d'une pale avec la forme :

$$C_x = C_{x0} + 0,009 (C_z)^2 \quad [3]$$

Expression qui reste valide tant que C_z ne dépasse pas 0,9 et que le nombre de Mach en extrémité de la pale est inférieur au nombre de Mach critique de profil. Avec les profils usuels, et en particulier le NACA 0012 très couramment GIRA VIATION, C_{x0} est de l'ordre de 0,008 à 0,009.

- Le rappel à plat :

Lorsqu'un rotor est en rotation, les forces centrifuges agissant sur chaque élément de pale ont pour effets de s'opposer à toute variation de PAS générale (θ) et de ramener les pales dans le plan de rotation : C'est le « RAPPEL A PLAT ». [3]

- Evaluation du moyeu rotor :

Le moyeu rotor joue un rôle capital : C'est par lui que les efforts aérodynamiques venant des pales cheminent vers la structure, de même que tous les effets dynamiques générateurs de vibrations ou même de l'instabilité : ensuite il reçoit du fuselage la puissance motrice pour entraîner le rotor ; enfin, il transmet aux pales les commandes de pilotage en pas ainsi que (parfois) des effets dynamiques qui sont réinjecter dans les pales. Ainsi, un moyeu rotor doit assurer un certain nombres de degrés de liberté à chaque pale, avec toutefois de judicieuses restriction de mouvement.

Le moyeu rotor est affecté de deux paramètres essentiels :

- Excentricité de battement : trop faible, l'appareil est peu maniable ; trop élevé, elle conduit à de sévères excitation vibratoires avec une répercussion sur la stabilité en vol.
- Excentricité de traînée : jointe à la raideur, elle conditionne le mode fondamental de vibration en traînée de la pale. Si ce mode est haut, l'amortissent nécessaire faible mais les charges dynamiques augmentent ; s'il est bas, il est difficile d'obtenir un amortissement suffisant.

Annexe 2

- Condition d'équilibre de l'hélicoptère en vol stationnaire :

En vol stationnaire, la portance générale du rotor (F_N) est égale au poids de l'appareil (P), d'où :

$$\left. \begin{array}{l} F_N = P \\ F_N = F_{r,n} \end{array} \right\} \rightarrow P = F_{r,n}$$

La portance de la pale doit satisfaire l'équation :

$$F_n = \frac{P}{n}$$

- Notion sur fatigue des matériaux : [3]

Les éléments de constructions ne sont pas toujours sollicités que par des charges constantes en grandeurs et directions. En effet, les éléments de machines en mouvement sont sollicités par des charges répétées et variables au cours de la rotation engendrant des charges maximales et minimales. Ces dernières pouvant être nulles pendant un court instant, voire changées de sens modifiant ainsi le travail de l'élément, par exemple en traction et en compression. Les contraintes correspondantes peuvent être considérées comme résultante de la superposition de deux effets.

1. Un effet dynamique pu, caractérisé par la valeur de la contrainte alternée :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \sigma_{max} - \sigma_m$$

2. Un effet statique pour, caractérisé par la valeur de la contrainte moyenne :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

Sous l'action des contraintes alternées pures σ_a , la rupture de l'élément considéré peut se produire à des valeurs de contraintes nettement inférieures à celle de la contraintes statique de rupture de matériau. On remarque généralement que le nombre de cycles correspondant à la rupture est d'autant plus grand de la contrainte alternée σ_a est faible. La superposition d'une contrainte statique σ_m à un état de contraintes alternées engendre généralement des effets défavorables. Le phénomène de

l'abaissement de résistance de matériau sous l'action de contrainte variables et appelé fatigue.

- Les alliages d'aluminium [4]

Les alliages d'aluminium à haute résistance mécanique doivent leur caractéristique élevées phénomènes durcissement structurale. D'une façon pour obtenir le durcissement structurale on procède de la manière suivante :

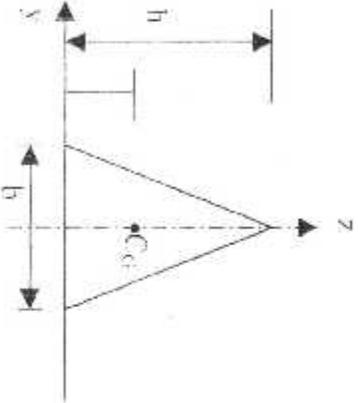
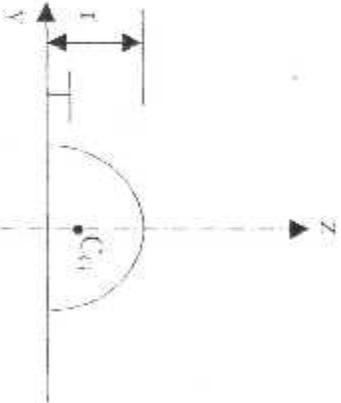
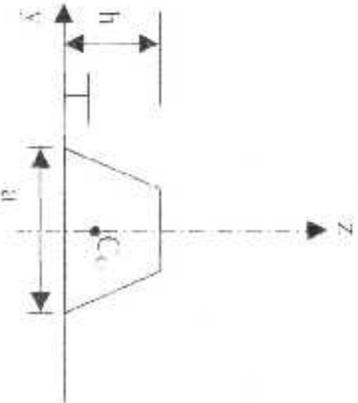
L'alliage subit une trempe à vitesse refroidissement importante puis un revenu qui doit être précis, généralement à basse température (température ambiante pour le duralumin). La trempe confère une légère augmentation des caractéristique et qui reste toujours faible. Le revenu par contre, conduit à une augmentation importante De la charge de rupture. Les alliages les plus utilisés dans le domaine aéronautique :

- AU4G1 DURAMILIN 2024.
- AU4SG 2014.
- AU2GN 2618.

- Caractéristique des matériaux utilisés dans le chapitre III [4]

Matériaux	Masse volumique ρ (Kg/m ³)	Module de Yong E (MPA)	Résistance à la rupture σ (MPA)
Nid-d'abeilles en Aluminium (cellules hexagonale)	60	1200	03
Acier	78000	205000	1800
Alliage d'Aluminium	2800	74000	460

Formules des calculs de surface
centre de gravité et moment d'inertie

Surfaces utilisées			
Surface A	$\frac{b \cdot h}{2}$	$\frac{\pi \cdot r^2}{2}$	$\frac{h}{2}(a+b)$
Centre de gravité C _g	$\frac{1}{3}h$	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{h}{3} \left(\frac{a+2b}{a+b} \right)$
Moment d'inertie I _g	$\frac{bh^3}{36}$	$r^4 \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right)$	$\frac{bh^3}{36} \left(\frac{a^2+4ab+b^2}{a+b} \right)$
Moment d'inertie I _z	$\frac{hb^3}{48}$	$\frac{\pi r^4}{8}$	$\frac{h}{48} (a^4+a^2b+ab^2+b^4)$