



COLLECTION DIRIGÉE PAR KARINE BEAURPÈRE

MATHS

BCPST2

Sébastien **Pellerin**, Maxime **Rebout**

- Les **savoirs essentiels** du programme
- Les **problématiques les plus classiques**
- Les **méthodes** de résolution les plus utiles
- Des **exercices d'entraînement** minutieusement choisis
- Des **corrigés détaillés** de tous les exercices



La côte de l'ouvrage : 2-510-228

Table des matières

Présentation de la collection	3
Comment utiliser ce livre ?	5
Quelques conseils pour bien apprendre	7
SAVOIRS	9
Thème 1 – Les outils de l’informatique	10
Thème 2 – Les outils de l’analyse	15
Thème 3 – Équations différentielles	21
Thème 4 – Fonctions de deux variables	28
Thème 5 – Séries et intégrales généralisées	33
Thème 6 – Polynômes et espaces vectoriels	40
Thème 7 – Applications linéaires et matrices	48
Thème 8 – Produit scalaire dans \mathbb{R}^n	56
Thème 9 – Valeurs propres et vecteurs propres	66
Thème 10 – Généralités sur les probabilités	69
Thème 11 – Variables aléatoires réelles	75
Thème 12 – Indépendance et couples	87
Thème 13 – Théorèmes limites et statistiques inférentielles	92
SAVOIR-FAIRE	101
Thème 1 – Les outils de l’informatique	102
Comment travailler sur les chaînes de caractères ?	102
Rechercher un mot	102
Comment travailler sur les listes ?	102
Étudier la présence d’un élément	102
Rechercher le maximum	103
Calculer la moyenne	104
Comment trier une liste ?	104
Trier par insertion	104
Trier rapidement	105
Comment travailler sur les graphes ?	106
Rechercher le plus court chemin	106
Comment simuler des variables aléatoires ?	108
Simuler des variables aléatoires discrètes	109
Simuler des variables aléatoires continues	110
À vous de jouer	111

Thème 2 – Les outils de l’analyse	114
Comment obtenir des inégalités ?	114
Manipuler algébriquement des inégalités	114
Étudier une fonction	114
Exploiter la croissance de l’intégrale	115
Comment étudier localement une fonction ou une suite ?	116
Calculer une limite	116
Exploiter des inégalités	116
Interpréter des relations locales	118
Comment exploiter les propriétés globales d’une fonction ou d’une suite ?	119
Utiliser la monotonie	119
Montrer la bijectivité d’une fonction	121
Obtenir l’existence d’une solution d’équation	122
À vous de jouer	124
Thème 3 – Équations différentielles	127
Comment calculer des primitives ?	127
Se ramener à une intégrale plus simple	127
Reconnaître une fraction rationnelle simple	129
Comment résoudre une équation différentielle ?	132
Écrire les solutions d’une équation homogène	132
Simplifier le second membre	132
Chercher une solution particulière	134
Comment déterminer la solution d’une équation avec condition(s) initiale(s) ?	136
Exploiter l’ensemble des solutions	136
Approcher numériquement la solution	137
À vous de jouer	139
Thème 4 – Fonctions de deux variables	144
Comment représenter une fonction de deux variables ?	144
Étudier des sections planes ou des lignes de niveau	144
Utiliser un outil informatique	145
Comment montrer qu’une fonction est de classe \mathcal{C}^1 ?	148
Identifier une construction à partir de fonctions usuelles	148
Étudier les dérivées partielles	149
Comment étudier une fonction de deux variables ?	150
Étudier localement la fonction aux points où le gradient est nul	150
Évaluer une petite variation de la fonction	152
À vous de jouer	153
Thème 5 – Séries et intégrales généralisées	156
Comment déterminer la nature d’une série ?	156
Vérifier si le terme général tend vers 0	156
Mettre en évidence une combinaison linéaire de séries dont la convergence est connue	156
Majorer un terme général positif par le terme général d’une série convergente	156
Minorer le terme général par le terme général positif d’une série divergente	157
Montrer la convergence absolue	158
Considérer la suite des sommes partielles	158
Comment calculer la somme d’une série convergente ?	159
Reconnaître des séries de référence de somme connue	159
Mettre en évidence une combinaison linéaire de séries convergentes de somme connue	159
Calculer explicitement les sommes partielles	160
Comment déterminer la nature d’une intégrale ?	161
Commencer par déterminer les « impropriétés »	161
Repérer le cas d’une intégrale faussement impropre	161
Utiliser la définition en invoquant une primitive	162
Mettre en évidence une combinaison linéaire d’intégrales dont la nature est connue	162
Majorer ou minorer la fonction à intégrer	163
Montrer la convergence absolue	163
Intégrer par parties	164

Changer de variable	165
Comment calculer une intégrale convergente?	165
Utiliser une primitive	165
Mettre en évidence une combinaison linéaire d'intégrales	166
Ramener le calcul à celui d'une autre intégrale à l'aide d'une intégration par parties ou d'un changement de variable	166
À vous de jouer	167
Thème 6 – Polynômes et espaces vectoriels	170
Comment manipuler les polynômes?	170
Calculer le degré d'un polynôme	170
Chercher les racines d'un polynôme	171
Faire le lien entre divisibilité et racine	171
Faire le lien entre degré et nombre de racines	172
Faire le lien entre dérivées et ordre de multiplicité d'une racine	173
Comment montrer qu'un ensemble est un espace vectoriel?	173
Reconnaître un sous-espace vectoriel	173
Comment travailler avec une famille de vecteurs?	175
Montrer qu'une famille est libre	175
Montrer qu'une famille est liée	177
Montrer qu'une famille est génératrice d'un espace vectoriel	177
Montrer qu'une famille est une base d'un espace vectoriel	178
Comment travailler avec la dimension d'un espace vectoriel?	178
Prouver l'égalité de sous-espaces vectoriels de dimension finie	179
Utiliser les théorèmes autour des bases	179
À vous de jouer	180
Thème 7 – Applications linéaires et matrices	183
Comment résoudre un système linéaire?	183
Utiliser l'algorithme du pivot de Gauss	183
Interpréter le rang du système	183
Comment étudier la linéarité d'une application?	185
Montrer que l'image d'une combinaison linéaire est égale à la combinaison linéaire des images	185
Invoquer la linéarité de transformations connues	185
Exploiter la correspondance entre applications linéaires et matrices	186
Comment déterminer l'image et le noyau d'une application?	187
Résoudre une équation linéaire	187
Utiliser une famille génératrice de l'espace de départ	188
Exploiter la dimension du noyau ou de l'image	189
Traduire matriciellement et interpréter les colonnes	189
Comment déterminer des propriétés d'une application linéaire?	190
Utiliser le noyau ou l'image	190
Montrer qu'une application linéaire est bijective	191
Étudier le rang et l'inversibilité d'une matrice	191
Exploiter une relation polynomiale	192
Comment passer d'une base à une autre?	193
Considérer une matrice de passage	193
Exprimer un vecteur ou un endomorphisme dans une nouvelle base	194
À vous de jouer	195
Thème 8 – Produit scalaire dans \mathbb{R}^n	200
Comment travailler avec les objets géométriques simples?	200
Décrire les objets du plan	200
Décrire les objets de l'espace	202
Comment travailler avec le produit scalaire?	202
Utiliser la bilinéarité	202
Exhiber une inégalité avec un produit scalaire ou une norme	204
Comment exploiter l'orthogonalité de vecteurs?	204
Simplifier le calcul d'une norme	204
Trouver des coordonnées dans une base orthonormale	205
Comment travailler avec les projections orthogonales?	206

Prouver qu'un endomorphisme est une projection orthogonale	206
Écrire la matrice d'une projection orthogonale	206
Calculer la distance à un sous-espace	207
À vous de jouer	208
Thème 9 – Valeurs propres et vecteurs propres	211
Comment déterminer des valeurs propres et des vecteurs propres ?	211
Étudier un rang pour déterminer les valeurs propres	211
Résoudre des systèmes linéaires	211
Résoudre un système avec paramètre	213
Reconnaître des cas particuliers favorables	215
Exploiter les puissances d'une matrice ou d'un endomorphisme	216
Comment étudier la diagonalisabilité d'un endomorphisme ou d'une matrice ?	216
Déterminer si un endomorphisme ou une matrice est diagonalisable	216
Déterminer une base de vecteurs propres et considérer la matrice de passage	217
Reconnaître le cas d'une matrice symétrique réelle	218
Comment exploiter la diagonalisation ?	219
Calculer des puissances de matrices	219
À vous de jouer	220
Thème 10 – Généralités sur les probabilités	224
Comment mettre en place le bon cadre de travail ?	224
Reconnaître une éventuelle équiprobabilité	224
Construire « la bonne » probabilité	224
Repérer l'indépendance entre expériences	225
Comment travailler avec l'équiprobabilité ?	227
Exploiter les configurations usuelles de dénombrement	227
Comment calculer une probabilité ?	228
Décomposer l'événement par disjonction de cas	228
Décomposer l'événement en une succession d'étapes	229
Étudier l'événement contraire	230
Introduire un système complet d'événements	231
Lier cause et conséquence	232
À vous de jouer	233
Thème 11 – Variables aléatoires réelles	236
Comment étudier la loi d'une variable aléatoire ?	236
Déterminer l'image de l'univers	236
Calculer la loi d'une variable aléatoire discrète	236
Comment étudier la loi d'une variable aléatoire réelle non discrète ?	236
Vérifier si une fonction est une éventuelle densité	236
Déterminer si une fonction correspond à la fonction de répartition d'une variable à densité	237
Déterminer si une variable aléatoire continue est une variable à densité	238
Comment déterminer ou exploiter les paramètres de position et de dispersion ?	239
Calculer l'espérance ou la variance d'une variable aléatoire en utilisant la définition	239
Utiliser le théorème de transfert	240
Exploiter l'espérance ou la variance d'une variable aléatoire	241
Comment exploiter une situation usuelle ?	242
Reconnaître une loi usuelle	242
Exploiter une variable auxiliaire de loi usuelle	243
À vous de jouer	244
Thème 12 – Indépendance et couples	248
Comment étudier l'indépendance de variables aléatoires ?	248
Invoquer les propriétés de l'expérience	248
Utiliser des « coalitions »	248
Vérifier la définition	249
Comment exploiter l'indépendance de variables aléatoires réelles ?	250
Calculer une probabilité	250
Obtenir des relations pour l'espérance et la variance	251

Comment considérer la loi d'un couple de variables aléatoires réelles discrètes?	251
Déterminer la loi du couple à l'aide des lois marginales	251
Déterminer les lois marginales à l'aide de la loi du couple	252
Comment étudier une fonction de variables aléatoires?	253
Utiliser le théorème de transfert pour un couple discret	253
Considérer le maximum ou le minimum d'une famille de variables indépendantes	255
Faire la somme de variables aléatoires	256
À vous de jouer	259
Thème 13 – Théorèmes limites et statistiques inférentielles	263
Comment étudier une série statistique numérique?	263
Calculer les indicateurs de la série	263
Calculer un intervalle de confiance pour \bar{X}_n (pour $n \geq 30$)	264
Comment étudier deux séries statistiques numériques?	264
Imaginer une relation entre deux séries	264
Trouver une relation linéaire	266
Trouver une relation non linéaire	267
Comment tester la pertinence d'une moyenne empirique?	267
Comparer deux moyennes	267
À vous de jouer	269
CORRIGÉS DES EXERCICES	273