

TECHNOSUP

Les FILIÈRES TECHNOLOGIQUES des ENSEIGNEMENTS SUPÉRIEURS

MÉTHODES NUMÉRIQUES

Algorithmes numériques

Fondements théoriques et analyse pratique

Cours, exercices et applications avec MATLAB®

Marie-Hélène MEURISSE

ellipses

Table des Matières

Partie A - Analyse numérique matricielle

CHAPITRE I

INTRODUCTION A LA RESOLUTION NUMERIQUE DES SYSTEMES LINEAIRES 5

1	<i>Notations</i>	5
2	<i>Complexité des algorithmes</i>	6
3	<i>Conditionnement d'une matrice</i>	9

CHAPITRE II

ALGORITHMES DIRECTS 16

1	<i>Systèmes linéaires triangulaires</i>	16
2	<i>Algorithme de triangulation de Gauss</i>	18
3	<i>Algorithme de factorisation LU</i>	30
4	<i>Algorithme de Householder</i>	37
5	<i>Bilan comparatif</i>	41

CHAPITRE III

ALGORITHMES DE SPLITTING 43

1	<i>Principe</i>	43
2	<i>Algorithme de Jacobi</i>	46
3	<i>Algorithme de Gauss-Seidel – Relaxation</i>	49
4	<i>Convergence</i>	56

CHAPITRE IV

ALGORITHMES DE DESCENTE 59

1	<i>Rappels d'algèbre bilinéaire</i>	59
2	<i>Problème de minimisation équivalent</i>	61
3	<i>Principe et convergence des algorithmes de descente</i>	62
4	<i>Algorithme de Gauss-Seidel</i>	67
5	<i>Algorithme du gradient</i>	70
6	<i>Algorithme du gradient conjugué</i>	73

CHAPITRE V

CALCUL DE VALEURS ET VECTEURS PROPRES 78

1	<i>Généralités</i>	78
2	<i>Algorithme de Leverrier</i>	79
3	<i>Algorithme LR</i>	82
4	<i>Algorithme QR</i>	88
5	<i>Algorithme de la puissance itérée</i>	91
6	<i>Algorithme de Jacobi</i>	96
7	<i>Calcul de vecteurs propres a posteriori</i>	99
8	<i>Conditionnement d'un problème de valeurs propres</i>	102

Partie B - Equations non linéaires

CHAPITRE VI

RESOLUTION NUMERIQUE D'UNE EQUATION NON LINEAIRE 104

1	<i>Généralités</i>	104
2	<i>Algorithme de substitution</i>	106
3	<i>Algorithmes regula falsi, de la sécante, de dichotomie</i>	113
4	<i>Algorithme de Newton</i>	115
5	<i>Algorithme de Graeffe</i>	117
6	<i>Algorithme de Bairstow</i>	121

CHAPITRE VII

SYSTEMES D'EQUATIONS NON LINEAIRES 127

1	<i>Introduction</i>	127
2	<i>Algorithmes de substitution</i>	128
3	<i>Algorithme de Newton-Raphson</i>	133
4	<i>Algorithmes de gradient</i>	136

Partie C - Interpolation, approximation, intégration

CHAPITRE VIII

INTERPOLATION 143

1	<i>Introduction</i>	143
2	<i>Interpolation polynomiale de Lagrange</i>	144

3	<i>Interpolation polynomiale d'Hermite</i>	151
4	<i>Non convergence de l'interpolation polynomiale</i>	154
5	<i>Interpolation par fonctions splines cubiques</i>	157
6	<i>Interpolation par fraction continue limitée</i>	161

CHAPITRE IX

APPROXIMATION PAR MOINDRES CARRES 165

1	<i>Introduction</i>	165
2	<i>Méthode des moindres carrés discrets</i>	167
3	<i>Méthode des moindres carrés discrets polynomiale</i>	169
4	<i>Méthode des moindres carrés continus polynomiale</i>	174

CHAPITRE X

INTEGRATION NUMERIQUE 177

1	<i>Généralités</i>	177
2	<i>Formules de Newton-Cotes simples</i>	178
3	<i>Formules de Newton-Cotes composites</i>	182
4	<i>Algorithme de Romberg</i>	185
5	<i>Formules de quadrature de Gauss</i>	188

Partie D - Schémas numériques pour problèmes différentiels à valeurs initiales

CHAPITRE XI

PROBLEMES DE CAUCHY ET SCHEMA D'EULER 200

1	<i>Introduction</i>	200
2	<i>Problèmes de Cauchy</i>	200
3	<i>Schéma d'Euler</i>	205
4	<i>Consistance, stabilité, convergence d'un schéma</i>	209
5	<i>Méthodes de tir</i>	217

CHAPITRE XII

SCHEMAS DE RUNGE-KUTTA 222

1	<i>Introduction</i>	222
2	<i>Schémas de type Euler amélioré</i>	223
3	<i>Schémas de Runge-Kutta</i>	224

CHAPITRE XIII

SCHEMAS A PAS LIES 229

1	<i>Introduction</i>	229
2	<i>Principe</i>	230
3	<i>Consistance</i>	231
4	<i>Schémas explicites</i>	232
5	<i>Schémas implicites</i>	237
6	<i>Schémas de prédiction-correction</i>	240
7	<i>Stabilité</i>	241

EXERCICES ET PROBLEMES DE SYNTHESE 248

<i>partie A - Analyse numérique matricielle</i>	248
<i>partie B - Equations non linéaires</i>	257
<i>partie C - Interpolation, approximation, intégration</i>	263
<i>partie D - Schémas numériques</i>	267
<i>Éléments de réponses</i>	273

INDEX 303