

Bien Maîtriser les Mathématiques

Jean-Jacques Colin
Jean-Marie Morvan

Groupes, Anneaux et Corps

Collection dirigée par Jean-Marie Morvan

L3, Masters, CAPES, Agrégation

Cépaduès
ÉDITIONS



Table des matières

Avant-propos	i
1 Lois de composition interne	1
1.1 Rappels de cours	1
1.1.1 Loi de composition interne	1
1.1.2 Partie stable	1
1.1.3 Associativité	2
1.1.4 Commutativité	2
1.1.5 Élément régulier	3
1.1.6 Élément neutre. Monoïde	3
1.1.7 Élément symétrisable	4
1.1.8 Distributivité	5
1.2 Exercices	6
2 Groupes	15
2.1 Rappels de cours	15
2.1.1 Définitions et propriétés générales	15
2.1.2 Sous-groupe	16
2.1.3 Groupe produit	18
2.1.4 Groupe monogène, groupe cyclique, ordre d'un élément	19
2.1.5 Sous-groupe distingué, groupe quotient	20
2.1.6 Conjugaison, normalisateur et centralisateur	23
2.1.7 Groupes finis, indice d'un sous-groupe, les théorèmes de LAGRANGE et de FERMAT	25
2.1.8 Groupes de permutations	25
2.1.9 Groupe simple	29
2.1.10 Groupe opérant sur un ensemble	29
2.1.11 Équation aux classes, formule de BURNSIDE	30
2.1.12 Les théorèmes de SYLOW	31
2.2 Exercices	33

3 Anneaux et corps	79
3.1 Rappels de cours	79
3.1.1 Définitions et propriétés générales	79
3.1.2 Sous-anneau	81
3.1.3 Anneau produit	82
3.1.4 Idéal	83
3.1.5 Idéal principal, idéal de type fini	84
3.1.6 Anneau quotient	84
3.1.7 Idéal premier, idéal maximal	85
3.1.8 Caractéristique d'un anneau	86
3.1.9 Divisibilité dans les anneaux intègres	86
3.1.10 Anneau factoriel	89
3.1.11 Anneau principal	89
3.1.12 Anneau euclidien	90
3.1.13 Corps	90
3.1.14 Sous-corps, extension	92
3.1.15 Sous-corps premier	93
3.1.16 Corps algébriquement clos	93
3.2 Exercices	95