

Stefan BANACH

THÉORIE
DES
OPÉRATIONS LINÉAIRES



ÉDITIONS
JACQUES GABAY

TABLE DES MATIÈRES.

	Page
PRÉFACE	II
ERRATA	VII
 INTRODUCTION. A. L'intégrale de Lebesgue-Stieltjes.	
§ 1. Quelques théorèmes de la théorie de l'intégrale de Lebesgue	
§ 2. Quelques inégalités pour les fonctions à p -ième puissance sommable	
§ 3. La convergence asymptotique	
§ 4. La convergence en moyenne	
§ 5. L'intégrale de Stieltjes	
§ 6. Le théorème de Lebesgue	
 B. Ensembles et opération mesurables (B) dans les espaces métriques	
§ 7. Espaces métriques	
§ 8. Ensembles dans les espaces métriques	1
§ 9. Opérations dans les espaces métriques	1
 CHAPITRE I. Groupes.	
§ 1. Définition des espaces du type (G)	2
§ 2. Propriétés des sous-groupes	2
§ 3. Opérations additives et linéaires	2
§ 4. Un théorème sur la condensation des singularités	2
 CHAPITRE II. Espaces vectoriels généraux.	
§ 1. Définition et propriétés élémentaires des espaces vectoriels	2
§ 2. Extension des fonctionnelles additives et homogènes	2
§ 3. Applications: généralisation des notions d'intégrale, de mesure et de limite	2
 CHAPITRE III. Espaces du type (F).	
§ 1. Définition et préliminaires	1
§ 2. Opérations homogènes	1

§ 3. Séries d'éléments. Inversion des opérations linéaires	37
§ 4. Fonctions continues sans dérivée	43
§ 5. La continuité des solutions des équations différentielles aux dérivées partielles	44
§ 6. Systèmes d'équations linéaires à une infinité d'inconnues	47
§ 7. Applications de l'espace (s)	50

CHAPITRE IV. **Espaces normés.**

§ 1. Définitions des espaces vectoriels normés et des espaces du type (B)	53
§ 2. Propriétés des opérations linéaires. Extension des fonctionnelles linéaires	54
§ 3. Ensembles fondamentaux et ensembles totaux d'éléments	57
§ 4. Forme générale des fonctionnelles linéaires dans les espaces (C) , (L^p) , (c) , (l^p) , (m) et dans les sous-espaces de (m)	59
§ 5. Suites fermées et complètes dans les espaces (C) , (L^p) , (c) et (l^p) .	72
§ 6. Approximation des fonctions appartenant à (C) et (L^p) par des combinaisons linéaires de fonctions	73
§ 7. Le problème des moments	74
§ 8. Conditions pour l'existence des solutions de certains systèmes d'équations à une infinité d'inconnues	76

CHAPITRE V. **Espaces du type (B) .**

§ 1. Opérations linéaires dans les espaces du type (B)	78
§ 2. Principe de condensation des singularités	81
§ 3. Espaces du type (B) compacts	83
§ 4. Une propriété des espaces (L^p) , (c) et (l^p)	84
§ 5. Espaces du type (B) formés de fonctions mesurables	86
§ 6. Exemples des opérations linéaires dans quelques espaces particuliers du type (B)	88
§ 7. Quelques théorèmes sur les méthodes de sommation	90

CHAPITRE VI. **Opérations totalement continues et associées.**

§ 1. Opérations totalement continues	96
§ 2. Exemples des opérations totalement continues dans quelques espaces particuliers	97
§ 3. Opérations conjuguées (associées)	99
§ 4. Applications. Exemples des opérations conjuguées dans quelques espaces particuliers	101

CHAPITRE VII. Suites biorthogonales.

§ 1. Définition et propriétés générales	106
§ 2. Suites biorthogonales dans quelques espaces particuliers	108
§ 3. Bases dans les espaces du type (B)	110
§ 4. Quelques applications à la théorie des développements orthogonaux	112

CHAPITRE VIII. Fonctionnelles linéaires dans les espaces du type (B) .

§ 1. Préliminaires	115
§ 2. Ensembles régulièrement fermés de fonctionnelles linéaires	116
§ 3. Ensembles transfinitement fermés de fonctionnelles linéaires	118
§ 4. Convergence faible des fonctionnelles linéaires	122
§ 5. Ensembles faiblement fermés de fonctionnelles linéaires dans les espaces du type (B) séparables	123
§ 6. Conditions pour la convergence faible des fonctionnelles linéaires définies dans les espaces (C) , (L^p) , (c) et (l^p)	126
§ 7. Compacité faible d'ensembles bornés dans certains espaces	130
§ 8. Fonctionnelles linéaires faiblement continues définies dans les espaces des fonctionnelles linéaires	131

CHAPITRE IX. Suites faiblement convergentes d'éléments.

§ 1. Définition. Conditions pour la convergence faible des suites d'éléments	133
§ 2. Convergence faible des suites d'éléments dans les espaces (C) , (L^p) , (c) et (l^p)	134
§ 3. Relation entre la convergence faible et forte dans les espaces (L^p) et (l^p) pour $p > 1$	139
§ 4. Espaces faiblement complets	140
§ 5. Un théorème sur la convergence faible d'éléments	143

CHAPITRE X. Equations fonctionnelles linéaires.

§ 1. Relations entre les opérations linéaires et les opérations conjuguées avec elles	145
§ 2. La théorie de Riesz des équations linéaires totalement continues	151
§ 3. Valeurs régulières et valeurs propres dans les équations linéaires	157
§ 4. Théorèmes de Fredholm dans la théorie des équations linéaires totalement continues	159
§ 5. Equations intégrales de Fredholm	161
§ 6. Equations intégrales de Volterra	162
§ 7. Equations intégrales symétriques	163

CHAPITRE XI. **Isométrie, équivalence, isomorphie.**

§ 1. Isométrie	165
§ 2. Les espaces (L^1) et (l^2)	165
§ 3. Transformations isométriques des espaces vectoriels normés	166
§ 4. Espace des fonctions réelles continues	168
§ 5. Rotations	173
§ 6. Isomorphie et équivalence	180
§ 7. Produits des espaces du type (B)	181
§ 8. Espace (C) comme l'espace universel	185
§ 9. Espaces conjugués	188

CHAPITRE XII. **Dimension linéaire.**

§ 1. Définitions	193
§ 2. Dimension linéaire des espaces (c) et (R^p) où $p \geq 1$	194
§ 3. Dimension linéaire des espaces (L^p) et (R^p) où $p > 1$	197

ANNEXE. **Convergence faible dans les espaces du type (B) .**

§ 1. Les dérivés faibles des ensembles de fonctionnelles linéaires	208
§ 2. Convergence faible des éléments	217

REMARQUES	226
---------------------	-----

INDEX TERMINOLOGIQUE	247
--------------------------------	-----

AUTEURS CITÉS	250
-------------------------	-----



15625 : رقم الجرد
 E-J.G. / 992 : رقم الفاتورة
 18/02/95 : التاريخ
 A.J. Gabay : الاسم



**ÉDITIONS
JACQUES GABAY
REIMPRESSIONS**

Niels Henrik ABEL

- *Œuvres complètes* (2 tomes)
- *Œuvres de*

— *Niels Henrik Abel — Sa vie et son action scientifique*, par C.-A. BJERKNES

Jean D'ALEMBERT

- *Traité de dynamique*

André-Marie AMPÈRE

- *Théorie mathématique des phénomènes électro-dynamiques*
- *Considérations sur la théorie mathématique du jeu*

Paul APPELL

- *Traité de Mécanique rationnelle* (5 tomes en 3 vol.)
- *Éléments d'Analyse mathématique*

Louis BACHELIER

- *Calcul des probabilités*
- *Les lois des grands nombres du calcul des probabilités*

- *La spéculation et le calcul des probabilités*
- *Les nouvelles méthodes du calcul des probabilités*

- *Le jeu, la Chance et le Hasard*
- *Collection de Mémoires*

- *titres inclus*
- *Théorie de la spéculation*

- *Théorie mathématique des jeux*
- *Théorie des probabilités continues*

- *Les probabilités à plusieurs variables*
- *Mouvement d'un point ou d'un système soumis à l'action des forces dépendant du hasard*

- *Les probabilités cinématiques et dynamiques*

René BAIRE

- *Théorie des nombres irrationnels, des limites et de la continuité*

W. W. ROUSE BALL

- *Récréations mathématiques*
- *Histoire des mathématiques*

Stefan BANACH

- *Théorie des opérations linéaires*

Paul BARBARIN

- *La Géométrie non euclidienne*

Edmond BAUER

- *Introduction à la théorie des groupes et à ses applications à la physique quantique*

Jacques BERNOLLI

- *L'art de conjecturer*

Cette première partie de l'*Art Conjectandi* (la traduction française des parties 2, 3 et 4 n'a jamais paru) contient le célèbre *Traité de la manière de raisonner dans les jeux de hasard*, par Christiaan HUYGENS

Joseph BERTRAND

- *Calcul des probabilités*

Niels BOHR

- *La théorie atomique et la description des phénomènes*

Marcel BOILL

- *La chance et les jeux de hasard*
- *Le mystère des nombres et des formes*

Ludwig BOLTZMANN

- *Leçons sur la théorie des gaz*

Émile BOREL

- *Leçons sur les séries divergentes*
- *Émile BOREL & André CHÉRON*

— *Théorie mathématique du bridge à la portée de tous*

— *Valeur pratique et philosophie des probabilités*, par Émile BOREL

Z.I. BOREVITCH & I.R. CHAPAREVITCH

- *Théorie des nombres*

Pierre BOUTROUX

- *L'idéal scientifique des mathématiciens*

Ed. BRAHY

- *Exercices méthodiques de calcul différentiel et intégral*

Léon BRILLOUIN

- *Les tenseurs en mécanique et en élasticité*
- *La science et la théorie de l'information*

Marcel BRILLOUIN

- *Leçons sur la viscosité des liquides et des gaz*

Louis de BROGLIE

- *Oracles et mouvements*

Georg CANTOR

- *Sur les fondements de la théorie des ensembles transfinitis*

Sadi CARNOT

- *Réflexions sur la puissance motrice du feu*

Élie CARTAN

- *Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann*
- *Leçons sur la géométrie projective complexe*
- *Leçons sur la géométrie projective*
- *La théorie des groupes finis et continus et la géométrie différentielle traitées par la méthode du repère mobile*
- *Leçons sur la théorie des espaces à connexion projective*

Augustin-Louis CAUCHY

- *Analyse algébrique*

Michel CHASLES

- *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*
- *La dualité et l'homographie*
- *Rapport sur les progrès de la géométrie*

Rudolph CLAUSIUS

- *Théorie mécanique de la chaleur*

H. COMMISSAIRE & G. CAGNAC

- *Cours de Mathématiques spéciales* (3 tomes)

Antoine-Nicolas de CONDORCET

- *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*

Gaspard-Gustave CORIOLIS

- *Théorie mathématique des effets du jeu de billard*
- *sur le principe des forces vives dans les mouvements relatifs des machines*
- *Sur les équations du mouvement relatif des systèmes de corps*

Gaston DARBOUX

- *Leçons sur la théorie générale des surfaces et les applications géométriques du calcul infinitésimal*

Émile DE LAUNAY

- *Leçons sur les systèmes orthogonaux et les courbes curvilignes*
- *Principes de géométrie analytique* (3 ouvrages en 3 volumes)

R. DELTHEIL & D. CAIRE

- *Géométrie*

- *Compléments de géométrie*

G. DEMARTRES

- *Cours de géométrie infinitésimale*

René DESCARTES

- *La Géométrie*

Paul A.M. DIRAC

- *Les principes de la Mécanique quantique*

= blong®

(Suite à l'intérieur)

Diffusion-Distribution : JACQUES GABAY
151 bis, rue Saint-Jacques 75005 PARIS
Tél. (1) 43 54 64 64 — Fax : (1) 43 54 87 00