

LES GRANDS CLASSIQUES GAUTHIER-VILLARS

Émile BOREL

LEÇONS
SUR LES
SÉRIES DIVERGENTES

DEUXIÈME ÉDITION



ÉDITIONS
JACQUES GABAY

TABLE DES MATIÈRES

	Pages.
PRÉFACE DE LA DEUXIÈME ÉDITION.....	V
PRÉFACE DE LA PREMIÈRE ÉDITION.....	VI
INDEX.....	VII
INTRODUCTION. — <i>Historique et généralités</i>	1
Les séries divergentes avant Abel et Cauchy.....	1
Les travaux de Cauchy.....	10
Les séries divergentes depuis Cauchy.....	13
CHAPITRE I. — <i>Les séries asymptotiques</i>	21
Cauchy et la série de Stirling.....	21
La théorie de H. Poincaré.....	23
Extension au champ complexe.....	34
Applications aux équations différentielles.....	36
CHAPITRE II. — <i>Les fractions continues et la théorie de Stieltjes</i>	54
La conversion des séries divergentes en fractions continues.....	54
Le Mémoire de Stieltjes.....	63
La généralisation de la théorie de Stieltjes.....	72
CHAPITRE III. — <i>La théorie des séries sommables</i>	87
Quelques remarques préliminaires.....	87
Incursion dans la théorie des séries trigonométriques.....	88
Méthodes basées sur les moyennes: sommations de Cesàro et de Hölder.....	92
Étude comparée de diverses méthodes de sommation par moyennes.....	112
La méthode de sommation exponentielle.....	122
Application aux équations différentielles.....	148
CHAPITRE IV. — <i>Les séries sommables et le prolongement analytique</i>	152
Le polygone de sommabilité.....	152
Les généralisations simples de la méthode exponentielle.....	161
La recherche des points singuliers.....	168
CHAPITRE V. — <i>Les développements en séries de polynômes</i>	189
Le théorème de Mittag-Leffler.....	189
L'emploi de l'intégrale de Cauchy.....	197
Les développements de Mittag-Leffler et la théorie générale des séries divergentes. — Conclusions.....	209

CHAPITRE VI (Appendice). — <i>Le développement moderne de la théorie des séries divergentes</i>	216
Le principe des facteurs de convergence.....	216
Les séries de Dirichlet et la méthode de M. Marcel Riesz.....	227
Les séries de facultés, l'intégrale de Laplace-Abel et la sommation exponentielle.....	234
Les fonctions quasi-analytiques et les séries divergentes.....	245
NOTES.....	251
Sur l'efficacité comparée des méthodes de sommation par moyennes au point de vue du prolongement analytique. — Note de M. Georges Bouligand.....	251
Exercices et résultats divers par M. Georges Bouligand.....	255

15638

E-J. 6 1992

1812195

A. J. Cobay



ÉDITIONS JACQUES GABAY

RÉIMPRESSIONS

Collection
« LES GRANDS CLASSIQUES
GAUTHIER-VILLARS »

Paul APPELL

- *Traité de Mécanique rationnelle*
- Tome I, Statique - Dynamique du point*
- Tome II, Dynamique des systèmes*
Mécanique analytique
- Tome III, Équilibre et mouvement des milieux continus*
- Tome IV, I, Figures d'équilibre d'une masse homogène en rotation*
- II, Les figures d'équilibre d'une masse hétérogène en rotation*
Figures de la Terre et des planètes
- Tome V, Éléments de calcul tensoriel*
Applications géométriques et mécaniques

Ludwig BOLTZMANN

- *Leçons sur la théorie des gaz*

Emile BOREL

- *Leçons sur les séries divergentes*

Louis de BROGLIE

- *Ondes et mouvements*

Élie CARTAN

- *Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann*
- *Leçons sur la géométrie projective complexe*
- *Leçons sur la théorie des espaces à connexion projective*
- *La théorie des groupes finis et continus et la géométrie différentielle, traitées par la méthode du repère mobile*

Camille JORDAN

- *Cours d'Analyse de l'École Polytechnique (3 vol.)*
- *Traité des substitutions et des équations algébriques.*

Henri LEBESGUE

- *Leçons sur les constructions géométriques*
- *Les Coniques*

James Clerk MAXWELL

- *Traité d'Électricité et de Magnétisme*

Julius PETERSEN

- *Méthodes et théories pour la résolution des problèmes de géométrie*

Henri POINCARÉ

- *Calcul des probabilités*
- *La Mécanique nouvelle*
Conférence (1909), Mémoire (1905) et Note (1905) sur la Théorie de la Relativité
- *Théorie du potentiel newtonien*
- *Théorie des tourbillons*
- *Théorie mathématique de la lumière*

Tome I,

Tome II, Nouvelles études sur la diffraction
Théorie de la dispersion de Helmholtz

- *Figures d'équilibre d'une masse fluide*
- *Électricité et Optique*

Paul TANNERY

- *Pour l'histoire de la science hellène*
- *La géométrie grecque*

François TISSERAND

- *Traité de Mécanique céleste*
- Tome I, Perturbation des planètes d'après la méthode de la variation des constantes arbitraires*
- Tome II, Théorie de la figure des corps célestes et de leur mouvement de rotation*
- Tome III, Exposé d'ensemble des théories relatives au mouvement de la Lune*
- Tome IV, Théorie des satellites de Jupiter et de Saturne*
Perturbations des petites planètes
- *Leçons sur la détermination des orbites,*
avec une préface de H. Poincaré

Hors collection

Léon BRILLOUIN

- *Les tenseurs en mécanique et en élasticité*
- *La science et la théorie de l'information*

Augustin-Louis CAUCHY

- *Cours d'Analyse de l'École Royale Polytechnique*
Analyse algébrique

Joseph FOURIER

- *Théorie analytique de la chaleur*

Jacques HADAMARD

- *Leçons de géométrie élémentaire (2 vol.)*

JOURNAL DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

- *Textes d'Ampère, Cauchy, Lagrange, Laplace, Legendre, Monge, Poisson ...*

Stephen C. KLEENE

- *Logique mathématique*

Trajan LALESCO

- *La géométrie du triangle*

A. LIAPOUNOFF

- *Problème général de la stabilité du mouvement*

André LICHNEROWICZ

- *Éléments de calcul tensoriel*

Ernst MACH

- *La Mécanique*
Exposé historique et critique de son développement

John von NEUMANN

- *Les fondements mathématiques de la Mécanique quantique*

Henri POINCARÉ

- *Cours d'Astronomie générale de l'École Polytechnique*

George POLYA

- *Comment poser et résoudre un problème*

Erwin SCHRÖDINGER

- *Mémoires sur la Mécanique ondulatoire*

Diffusion-Distribution : JACQUES GABAY
151 bis, rue Saint-Jacques 75005 PARIS

Téléphone : (1) 43 54 64 64 - Télex : 203 521 F