



Christian Leruste

Topologie algébrique
Une introduction, et au delà



Calvage & Mounet

La côte de l'ouvrage : 2-514-31

Table des matières

I. Petite panoplie d'espaces	
1. Motivation	1
2. Le plan projectif réel : aperçus historiques	3
3. Le plan projectif réel : définitions, paramétrages	12
4. Le ruban de Möbius	20
5. Autres descriptions du plan projectif réel	28
6. Espaces projectifs réels	34
7. Espaces projectifs complexes	39
8. Exercices	44
II. Notions catégoriques	
1. Généralités	72
2. Diagrammes commutatifs	75
3. Sous-catégories	77
4. Foncteurs	78
5. Transformations naturelles	81
6. Foncteurs représentables	82
7. Exercices	108
III. Ingrédients topologiques	
1. Produit de quotients	117
2. Bonnes paires	119
3. Un cas de séparation	122
4. Un quotient omniprésent	128
5. Une créature algébrique topologisée	130
6. Exercices	135
IV. Ingrédients algébriques	
1. Modules	147
2. Produit tensoriel	153
3. Exercices	160

V. Groupe fondamental	
1. Préliminaires	163
2. Du groupoïde au groupe	169
3. Espaces associés au cercle (I)	174
4. Théorème de van Kampen (<i>première étape</i>)	178
5. Plan et sphère multiples percés	183
6. Espaces associés au cercle (II)	186
7. Tore et espaces associés	192
8. « Cube à homotopies »	195
9. « Envoi d'un point à l'infini » dans \mathbb{R}^3	198
10. L'entrelacs borroméen	200
11. Exercices	209
VI. Revêtements	
1. Généralités	233
2. Premiers exemples	238
3. Relèvements	252
4. Revêtements universels	264
5. Œuvres de discrétisation	270
6. Classification	281
7. Reprise des exemples	292
8. Théorème de van Kampen (<i>l'achèvement</i>)	303
9. Exercices	309
VII. Algèbre homologique	
1. Suites exactes	331
2. Lemmes à usages multiples	340
3. Complexes	350
4. Homotopie (algébrique)	361
5. Tensorisation de suites exactes	362
6. Exercices	365
VIII. Homologie (1). Constructions	
1. Des simplexes aux groupes d'homologie	374
2. Augmentation et homologie réduite	380
3. Morphismes	383
4. Homologie relative	385
5. Invariance par homotopie	390
6. Groupe fondamental et homologie	396
7. Homologie à coefficients	408
8. Exercices	411

IX. Deux théorèmes-outils	
1. Petites chaînes	425
2. Théorème de Mayer-Vietoris	439
3. Excision	443
X. Homologie (2). Calculs	
1. Cercle	445
2. Bouquets de cercles	449
3. Sphères	451
4. Bouquets de sphères	456
5. Tore	457
6. Tores généralisés	462
7. Bouteille de Klein	468
8. Plan projectif réel	472
9. Espaces projectifs ?	473
10. Exercices	474
XI. Autour des CW-complexes	
1. Définition	491
2. Exemples	496
3. Paires de squelettes successifs	503
4. Homologie cellulaire	508
5. Homologie des espaces projectifs réels	515
6. Homologie des espaces projectifs complexes	524
XII. Homologie (3). Applications	
1. Non rétraction des boules sur leur bord	525
2. Boules et sphères incluses dans des sphères	527
3. Invariances	534
4. Le corps \mathbb{C} est algébriquement clos	538
5. Théorème de Borsuk-Ulam	541
6. Exercices	549
Bibliographie	565
Index	567