

3

Mohammed Hazi

Tome 3

# Topologie

## *Au delà des travaux Dirigés*

Visite guidée dans les  
espaces normés

2<sup>ème</sup>

année des Universités  
et Grandes Ecoles

OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES





2-514-32-3/1

**Mohammed Hazi**



# **Topologie Au delà des Travaux Dirigés**

**Tome 3**

**Visite guidée dans les espaces normés**

**2<sup>ème</sup> année des universités et Grandes Ecoles**

**2<sup>ème</sup> édition revue et corrigée**



**OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES**

# Sommaire

Avertissement .....	7
Quelques Notations .....	9

## Chapitre 1: Espaces normés: Définitions, exemples et propriétés générales

1.1 Normes .....	11
1.2 Topologie associée à une norme .....	17
1.3 Espaces produits, espaces quotients et sous-espaces normés .....	31
1.4 Espaces de Banach .....	38
1.5 Espaces normés de dimensions finies .....	46
1.6 Algèbres de Banach .....	58
1.7 Quelques problèmes de plus .....	59
1.8 Quelques casse-tête de plus .....	81

## Chapitre 2: Espaces des applications linéaires

2.1 Rappels .....	89
2.2 Continuité d'une application linéaire .....	91
2.3 Norme de l'espace $\mathcal{L}(E, F)$ .....	98
2.4 Théorèmes fondamentaux .....	115
2.5 Quelques problèmes de plus .....	131
2.6 Quelques casse-tête de plus .....	153

## Chapitre 3: Familles sommables

3.1 Généralités .....	161
3.2 Critères de Sommabilité .....	167
3.3 Associativité .....	170
3.4 Familles sommables réelles .....	173

3.5 Familles absolument sommables dans un espace de Banach .....	179
3.6 Familles sommables de fonctions .....	181
3.7 Quelques problèmes de plus .....	183
3.8 Quelques casse-tête de plus .....	195

## **Chapitre 4: Espaces de Hilbert**

4.1 Produit scalaire .....	199
4.2 Orthogonalité .....	215
4.3 Projection orthogonale .....	221
4.4 Bases hilbertiennes .....	243
4.5 Quelques problèmes de plus .....	253
4.6 Quelques casse-tête de plus .....	267

## **Chapitre 5: Séries de Fourier**

5.1 Généralités .....	275
5.2 Propriétés et applications .....	281
5.3 Quelques problèmes de plus .....	305
5.4 Quelques casse-tête de plus .....	332

## **Chapitre 6: Introduction à la théorie spectrale**

6.1 Inverse d'un opérateur .....	339
6.2 Opérateur adjoint .....	343
6.3 Spectre d'un opérateur .....	354
6.4 Opérateurs compacts .....	361
6.5 Quelques problèmes de plus .....	372
6.6 Quelques casse-tête de plus .....	384
Index terminologique .....	389
Portraits des mathématiciens cités .....	393
Index bibliographique .....	401