

Mustapha Lakrib

Analyse numérique

Cours et exercices résolus



La côte de l'ouvrage : 2-515-356

Table des matières

Calcul numérique approché	1
1.1 Erreurs absolue et relative	1
1.1.1 Erreur absolue	1
1.1.2 Erreur relative	2
1.2 Incertitudes absolue et relative	2
1.3 Représentation décimale d'un nombre approché	3
1.4 Chiffres significatifs exacts d'un nombre approché	4
1.5 Troncature et arrondissement d'un nombre	5
1.6 Relation entre erreur relative et c.s.e	6
1.7 Exercices résolus	6
1.8 Exercices supplémentaires	19
2 Equations non linéaires	21
2.1 Racines d'équations non linéaires	21
2.2 Séparation des racines	21
2.2.1 Méthode graphique	22
2.2.2 Méthode de balayage	22
2.3 Approximation des racines : Méthodes itératives	23
2.3.1 Méthode de Newton-Raphson	23
2.3.2 Critère d'arrêt dans la méthode de Newton-Raphson	24
2.3.3 Convergence de la méthode de Newton-Raphson	25
2.3.4 Méthode de Newton-Raphson pour deux inconnues	27
2.3.5 Méthode de Newton-Raphson et polynômes	29
2.3.6 Méthode du point fixe	30
2.3.7 Critère d'arrêt n°1 dans la méthode du point fixe	31
2.3.8 Critère d'arrêt n°2 dans la méthode du point fixe	32
2.3.9 Accélération de la convergence dans la méthode du point fixe	33
2.3.10 Méthode de la sécante	34
2.3.11 Critère d'arrêt dans la méthode de la sécante	35
2.3.12 Méthode de dichotomie	35
2.3.13 Critère d'arrêt dans la méthode de dichotomie	36
2.4 Exercices résolus	37
2.5 Exercices supplémentaires	59
3 Systèmes d'équations linéaires	61
3.1 Introduction	61
3.2 Méthodes directes	63
3.2.1 Méthode de Gauss	63
3.2.2 Stratégie du choix du pivot dans la méthode de Gauss	67
3.2.3 Décomposition de A en LU	68
3.2.4 Méthode de Gauss-Jordan	69
3.2.5 Méthode de Cholesky	73

3.3	Méthodes itératives	75
3.3.1	Méthode de Jacobi	75
3.3.2	Critère d'arrêt dans la méthode de Jacobi	77
3.3.3	Convergence de la méthode de Jacobi	78
3.3.4	Méthode de Gauss-Seidel	79
3.3.5	Critère d'arrêt dans la méthode de Gauss-Seidel	82
3.3.6	Convergence de la méthode de Gauss-Seidel	82
3.3.7	Réduction à la forme commode pour l'itération	82
3.4	Exercices résolus	83
3.5	Exercices supplémentaires	109
4	Interpolation polynômiale	111
4.1	Evaluation d'un polynôme et de ses dérivées	111
4.2	Interpolation polynômiale	112
4.2.1	Méthode de Lagrange	113
4.2.2	Méthode de Newton	115
4.2.3	Erreur d'interpolation	119
4.2.4	Cas des points équidistants	120
4.2.5	Polynôme d'interpolation d'Hermite	124
4.3	Exercices résolus	125
4.4	Exercices supplémentaires	138
5	Approximation au sens des moindres carrés	141
5.1	Formulation du problème	141
5.2	Polynômes orthogonaux	142
5.3	Construction du meilleur approximant	143
5.4	Utilité des poids	150
5.5	Exercices résolus	150
5.6	Exercices supplémentaires	159
6	Dérivation et intégration numériques	161
6.1	Formulation du problème	161
6.2	Approximation d'une fonctionnelle linéaire	162
6.3	Dérivation approchée	165
6.3.1	Une méthode de dérivation numérique	165
6.3.2	Erreur d'approximation	166
6.4	Intégration approchée	167
6.4.1	Méthode des trapèzes ($n = 1$)	168
6.4.2	Méthode de Simpson ($n = 2$)	170
6.4.3	Méthode de Newton ($n = 3$)	172
6.4.4	Méthode de Newton-Cotes ($n > 3$)	172
6.4.5	Erreur dans la formule des trapèzes	173
6.4.6	Erreur dans la formule de Simpson	173
6.4.7	Méthode de Gauss	176
6.4.8	Erreur dans la formule de Gauss	177
6.5	Exercices résolus	177
6.6	Exercices supplémentaires	190

7	Equations différentielles ordinaires	193
7.1	Introduction	193
7.2	Méthodes numériques à un pas	194
7.2.1	Méthode d'Euler	194
7.2.2	Précision de la méthode d'Euler	195
7.2.3	Méthodes de Taylor	195
7.2.4	Précisions des méthodes de Taylor	196
7.2.5	Méthode du point milieu	197
7.2.6	Précision de la méthode du point milieu	198
7.2.7	Méthodes de Runge-Kutta	198
7.2.8	Précisions des méthodes de Runge-Kutta	199
7.3	Méthodes numériques à pas multiples	200
7.3.1	Méthodes d'Adams-Bashforth	201
7.3.2	Précisions des méthodes d'Adams-Bashforth	202
7.3.3	Méthodes d'Adams-Moulton	202
7.3.4	Précisions des méthodes d'Adams-Moulton	203
7.3.5	Méthode de prédiction-correction d'Adams-Moulton	203
7.3.6	Précision de la méthode de prédiction-correction d'Adams-Moulton	204
7.3.7	Méthode d'Adams	204
7.3.8	Précision de la méthode d'Adams	206
7.4	Méthode des approximations successives de Picard	206
7.5	Exercices résolus	207
7.6	Exercices supplémentaires	222
	Références bibliographiques	227
	Index	229