

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**



UNIVERSITE SAAD DAHLEB BLIDA 01

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE MECANIQUE



## **MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES**

En vue de l'obtention du diplôme Master en

Génie mécanique

**Option : Construction Mécanique**

***THÈME :***

**ETUDE ET MODÉLISATION D'UN  
RÉDUCTEUR DE VITESSE À  
ENGRENAGES, CAS DE DENTURES  
HÉLICOÏDALES**

**Réaliser par :**

Mr. SAIB Tarik

Mr. SMAILI Rabah

**Proposé et dirigé par :**

Mlle. MELZI Nesrine

**Soutenu devant le jury :**

- Mr.
- Mr.
- Mr.

Année scolaire 2020/2021

## *Dédicaces*

*Je dédier ce modeste travail à :*

*A mes chères Parents : Aucun mot ne saurait témoigner l'étendu des sentiments que j'éprouve à leur égard, vous n'avez jamais cessé de m'encourager et de me soutenir, votre amour m'a donné la volonté d'aller toujours de l'avant*

*Mes chers frères : Belkacem, Nabil et Yacine.*

*Mon grand père*

*Mes oncles et mes tantes*

*Mes cousins Samy et Walid*

*Mon binôme Tarik et à toute sa famille.*

*Tous mes amis (surtout les copains du village).*

*A toutes les personnes que j'aime et valent chère dans mon cœur*

*A tous mes amis de la cité universitaire Affroune 1, et tous ceux qui me connaissent.*

*S.Rabah*

## *Dédicaces*

*A mes chers parents, pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse,  
leur soutien et leurs prières tout au long de mes études,*

*A mes chères sœurs ..... pour leurs encouragements permanents, et leur  
soutien moral,*

*A mes chers amis....., pour leur appui et leur encouragement,*

*A toute ma famille pour leur soutien tout au long de mon parcours  
universitaire,*

*Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le fruit  
de votre soutien infailible,*

*Merci d'être toujours là pour moi*

*S.TARIK*

# *Remerciements*

On remercie avant tout DIEU le tout puissant qui nous a donné la foi, le

*Courage et la volonté de mener à bien ce modeste travail.*

On remercie notre enseignant Monsieur TEMMAR MUSTAPHA

*pour son soutien et ses précieux conseils.*

On remercie également notre promotrice Mlle MELZI.

On adresse également mes remerciements à tous les membres du jury qui ont pris

*le soin de consulter notre document.*

Nous remercions aussi à tous nos Enseignants qui ont contribué à notre

*formation.*

Enfin, on remercie tous ceux qui nous ont aidés de près ou de loin.

**SAIB & SMAILI**

## Sommaire

Introduction générale.....	1
<b>Chapitre I : Généralités sur les engrenages</b>	
I.1 fonction globale.....	3
I.1.1 Définition.....	3
I.1.2 fonction.....	3
I.1.3 Les différents types d'engrenages.....	3
I.2. Géométrie et technologie.....	6
I.2.1 Les principales caractéristiques des transmissions par engrenages.....	7
I.2.2 Les engrenages cylindriques à denture droite.....	8
I.2.2.1 Tableau des principales caractéristiques d'une roue à denture droite.....	8
I.2.3 Les engrenages cylindriques à denture hélicoïdale.....	8
I.2.3.1 Éléments de comparaison entre dentures droites et dentures hélicoïdale.....	8
I.2.3.2 Les éléments caractéristiques des dentures hélicoïdales.....	9
I.2.3.3 Tableau des caractéristiques particulières d'une roue à denture hélicoïdale.....	9
I.2.4 Les engrenages roue et vis sans fin.....	10
I.2.4.1 Caractéristiques de la transmission par roue et vis sans fin.....	10
I.2.5 Les engrenages coniques ou à axes concourants.....	12
I.2.5.1 Caractéristiques des engrenages coniques à denture droite.....	12
I.2.6 Choix des matériaux pour les roues dentés.....	13
I.3 Fonctionnement des engrenages.....	15
I.4 Profils conjuguée.....	15
I.4.1 Définition.....	15
I.4.2 Profil à développante de cercle.....	16
I.4.3 Principe de la développante de cercle (cas de denture droite).....	17
I.4.4 Propriétés de la développante de cercle.....	17
I.5 Ligne d'engrènement ou ligne d'action.....	18
I.6 Interférence.....	19
I.7 Jeu de fonctionnement.....	21
I.8 Rapport de réduction.....	22
I.9 Angle de pression.....	22
I.10 Coefficient de correction de denture.....	22

## Chapitre II : Stratégies d'industrialisation des dentures

<b>II.1 Introduction.....</b>	<b>24</b>
<b>II.2 Normalisation.....</b>	<b>24</b>
<b>II.3 Matériaux pour engrenage.....</b>	<b>25</b>
<b>II.4 Techniques d'ébauche des dentures.....</b>	<b>26</b>
<b>II.4.1 Taillage par reproduction.....</b>	<b>26</b>
<b>II.4.1.1 Fraisage à la fraise module.....</b>	<b>26</b>
<b>II.4.1.2 Fraisage à la fraise en bout.....</b>	<b>27</b>
<b>II.4.2 Taillage par génération.....</b>	<b>28</b>
<b>II.4.2.1 Taillage a l'outil crémaillère.....</b>	<b>28</b>
<b>II.4.2.2 Taillage à l'outil pignon.....</b>	<b>31</b>
<b>II.4.2.3 Taillage par fraise-mère.....</b>	<b>33</b>
<b>II.5 Précision de la division.....</b>	<b>35</b>
<b>II.5.1 Cause des erreurs de division.....</b>	<b>37</b>
<b>II. 6 Techniques de finition des dentures.....</b>	<b>38</b>
<b>II.6. Rasage ou shaving.....</b>	<b>38</b>
<b>II.6.1.1 L'outil.....</b>	<b>38</b>
<b>II.6.1.2 Principe.....</b>	<b>39</b>
<b>II.6.1.3 Conclusion.....</b>	<b>39</b>
<b>II.6.2 Rectification.....</b>	<b>39</b>
<b>II.6.3 Rodage ou Honing.....</b>	<b>40</b>

## Chapitre III : Etude cinématique, dynamique et dimensionnelle

<b>III.1. Etude cinématique.....</b>	<b>42</b>
<b>III.1.1. Introduction.....</b>	<b>42</b>
<b>III.1.2 Présentation du mécanisme étudié.....</b>	<b>42</b>
<b>III.1.3 Eléments du réducteur.....</b>	<b>43</b>

III.1.3.1 Les pignons à dentures hélicoïdales.....	43
III.1.3.1.1 Module et pas apparent.....	43
III.1.3.1.2 Angle de pression.....	44
III.1.3.1.3 Calcul des forces sur la denture.....	45
III.1.3.1.4 Calcul du module.....	45
III.1.3.2 Les arbres.....	46
III.2. Etude dynamique.....	46
III.2.1 Définition du cahier des charges.....	46
III.2.1.1 Calcul sur les engrenages hélicoïdaux.....	47
III.2.1.2 calcul sur les arbres.....	50

#### Chapitre IV : modélisation géométrique et numérique avec solidworks

IV.1 Généralités.....	54
IV.1.1 Introduction.....	54
IV.1.2 la conception assistée par ordinateur CAO.....	54
IV.1.2.1. Définition.....	54
IV.1.2.2. Historique de la CAO.....	55
IV.1.2.3. Domaines d'application de la CAO.....	56
IV.1.2.4 Les avantages et les inconvénients de la CAO.....	57
IV.1.3 Définition du logiciel CAO solidworks.....	58
IV.2 modélisation géométrique.....	58
IV.2.1 création des pièces en model 2D et 3D.....	58
IV.2.2 création de l'assemblage.....	60
IV.3 modélisation numérique.....	61
IV.3.1 introduction aux éléments finis.....	62
IV.3.2 Démarche éléments finis.....	62
IV.3.3 le maillage.....	62
IV.3.4 différents types de maillage.....	62
IV.3.4.1. Maillage linéaire.....	62
IV.3.4.2. Maillage surfacique.....	62
IV.3.4.3. Maillage volumique.....	63

**IV.3.5 La génération du maillage.....63**  
**IV.4 le maillage des organes du réducteur.....64**  
**IV.4.1 les pignons.....65**  
**IV.4.2 les arbres.....67**  
**IV.5 conditions aux limites et simulation avec le logiciel SolidWorks.....68**  
**IV.6 discussion et interprétation des résultats obtenus par la simulation.....83**  
**IV.6.1 Conclusion .....83**  
**Conclusion générale.....84**

**Bibliographie**  
**Liste des figures**  
**Liste des tableaux**



## Introduction générale

Les engrenages sont largement utilisés dans l'industrie mécanique comme moyen de transmission de puissance d'un arbre vers un autre. Ils sont obtenus par taillage sur des machines-outils spéciales soit par reproduction soit par génération. La précision d'exécution dépend essentiellement de la valeur et de la précision du rapport des trains d'engrenages introduits dans la chaîne cinématique qui lie la rotation de la fraise et la rotation de la broche porte-pièce.

Les engrenages sont utilisés comme moyen de transmission de puissance dans les boîtes de vitesses et d'avances des machines où ils réalisent les vitesses, les couples et les sens de rotation des éléments de machines. Ces transmissions peuvent être simples ou composées. Ces engrenages doivent réaliser des rapports de transmission qui sont égaux au rapport des nombres de dents des roues qui constituent la chaîne cinématique. Pour en arriver là il faut calculer les nombres de dents des roues dentées qui doivent réaliser les différents rapports de transmission.

Le problème de détermination du nombre de dents pour une paire de roues dentées qui doit réaliser un rapport de transmission donné a fait l'objet de plusieurs études [1-2]. Mais ces méthodes ne considèrent que le cas de la transmission simple. Maintenant, si la transmission est composée et que l'on veuille garder l'entraxe invariable et éviter la correction de denture, il faut envisager une autre méthode de calcul. Ce problème a été abordé dans le cas des engrenages cylindriques à denture droite et où les roues présentent le même module. Notre travail consiste à apporter plus de détails à cette méthode et considérer le cas des engrenages cylindriques à denture droite où le module des roues dentées varie d'une transmission simple à une autre. Comme nous avons considéré le cas des roues cylindriques à denture hélicoïdale ayant le même module et des angles d'hélice différents.

Dans le but de bien comprendre l'étude de notre mécanisme ; notre travail a été réparti en quatre chapitres.

Dans le premier chapitre nous avons exposé les différents types d'engrenages et leur fonctionnement ainsi que les conditions nécessaires pour assurer l'engrènement et citer leurs avantages et inconvénients

Alors que dans le chapitre deux on essaiera de voir les différents procédés d'usinage et les outils utilisés dans la fabrication de ces engrenages et même les techniques de finition appliquées aux dentures.

Le troisième chapitre est consacré à la partie calcul ou bien de dimensionnement des différentes pièces utilisées dans ce réducteur telles que les pignons et les arbres de transmission.

Quand au chapitre final, il est réservé pour la modélisation géométrique numérique et l'interprétation des résultats.

Finalement, ce travail est clôturé par une conclusion générale.

**Historique [1] :**

- Une origine très ancienne

Connus des mécaniciens grecs aux V<sup>e</sup> et IV<sup>e</sup> siècles av. J.-C., les engrenages restent très peu utilisés à cette époque : on leur préfère les cordages et les poulies pour le levage des charges ou la vis pour les fortes poussées (presseoirs). Leur utilisation devient courante au Moyen Âge, à partir du X<sup>e</sup> siècle, dans les moulins à eau ou à vent, pour le changement de direction (roues hydrauliques ou ailes verticales et meules horizontales) et la démultiplication du mouvement de la roue ou des ailes des moulins. Ces premiers engrenages réellement utilisables sont en bois, à axes parallèles et denture droite extérieure. Leurs dents sont constituées par des barreaux de bois fichés à force dans des alésages pratiqués sur le pourtour de larges tambours de bois. Cette disposition primitive permet l'engrènement de deux roues dont les axes sont dans un même plan aussi bien parallèles que sécants. Elle évolue à la fin du Moyen Âge sous la forme d'engrenages dits «à lanterne », composés d'une roue dentée s'engrenant dans un tambour formé de deux disques en bois reliés par des barreaux capables de transmettre des efforts plus importants.

- Évolution des engrenages

Ces premiers engrenages conviennent aux mouvements lents des moulins, car ils peuvent transmettre des efforts importants. Ils se perfectionnent au XV<sup>e</sup> siècle grâce aux ingénieurs italiens, comme Francesco di Giorgio ou Léonard de Vinci, qui étudient les premiers engrenages complexes en bois. L'engrenage métallique, plus précis et plus facilement utilisable, se généralise d'abord au XVII<sup>e</sup> siècle dans la petite mécanique et l'horlogerie grâce aux travaux de La Hire, ou d'Euler au siècle suivant, puis connaît son essor définitif avec l'apparition de machines puissantes et rapides au XIX<sup>e</sup> siècle et les travaux de Poncelet ou de Willis

- Et maintenant...

L'hydraulique assure mieux la transmission d'efforts importants sur de petites distances (engins de chantier ou de levage). Mais quand il faut transmettre un effort mécanique pour soulever une charge à une grande hauteur ou quand il faut propulser un véhicule à grande vitesse et sur une longue distance, les engrenages sont toujours là, leur règne dans le domaine mécanique est loin d'être terminé !

## I.1 Fonction globale

La fonction globale d'un engrenage est de transmettre un mouvement de rotation par obstacles en changeant ses caractéristiques.

### I.1.1 Définition

L'engrenage est un mécanisme élémentaire constitué de deux roues dentées mobiles autour d'axes de position relative invariable, et dont l'une entraîne l'autre par l'action de dents successivement en contact.

Les deux roues sont conjuguées : la plus petite est le pignon, la plus grande la roue. [2]

### I.1.2 Fonction

Les engrenages peuvent avoir diverses utilités :

- Réduction et/ou variation de la fréquence de rotation entre 2 arbres.
- Réduction/Augmentation du couple moteur.
- Transmission d'un mouvement de rotation.
- Transformation des caractéristiques d'un mouvement.

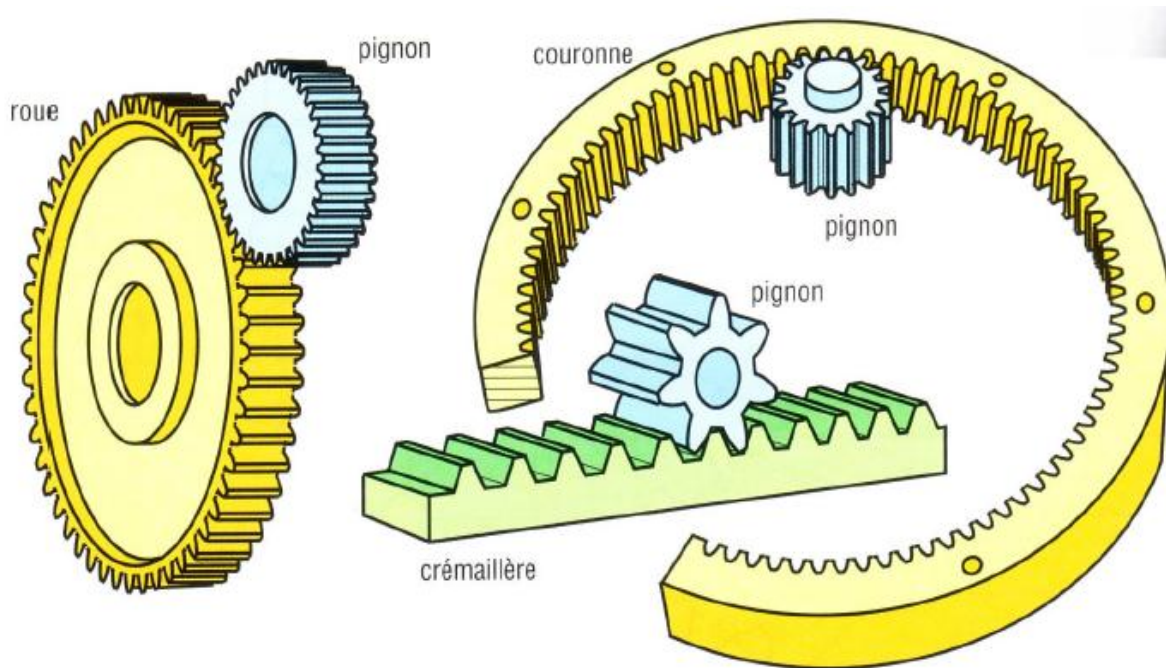
### I.1.3 Les différents types d'engrenages

Suivant la fonction qu'ils ont à réaliser, les engrenages peuvent avoir différentes formes et différentes caractéristiques de denture. Il y a 4 types d'engrenages :

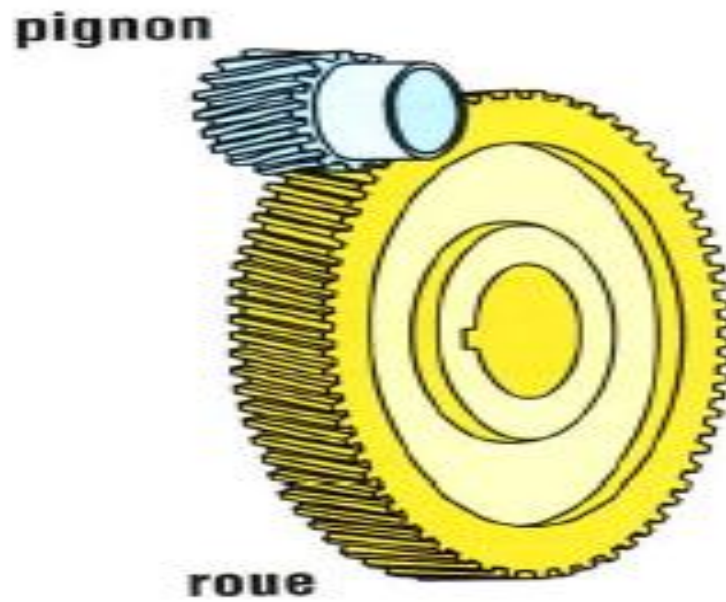
- ✓ Engrenages droits à denture droite : Les plus simples et les plus économiques, ils sont utilisés pour transmettre la puissance et le mouvement entre 2 arbres parallèles. Les dents des roues de l'engrenage sont parallèles à l'axe de rotation des arbres. Il y a engrenement "couple de dents" par "couple de dents" ce qui entraîne des chocs d'engrènement. Leur utilisation est généralement bruyante et génère des vibrations.
- ✓ Engrenages droits à denture hélicoïdale : Ils transmettent un mouvement et une puissance entre 2 arbres parallèles. L'angle d'inclinaison de la denture est le même pour les 2 roues, mais de sens opposé. Leurs axes peuvent être orthogonaux (cas des engrenages gauches).
- ✓ Engrenage à roue et vis sans fin : La transmission du mouvement se fait entre deux arbres orthogonaux. Ces engrenages permettent de grands rapports de réduction (jusqu'à 1/200) et offrent des possibilités d'irréversibilité. Ils constituent les engrenages à l'engrènement le plus silencieux et sans chocs. En

contrepartie le glissement et le frottement important provoquent un rendement médiocre.

- ✓ Engrenages coniques : C'est un groupe important utilisé pour transmettre un mouvement entre deux axes non parallèles dont les axes sont concourants. Les axes à  $90^\circ$  sont les plus courants. Les surfaces primitives ne sont plus des cylindres mais des cônes (cônes primitifs).



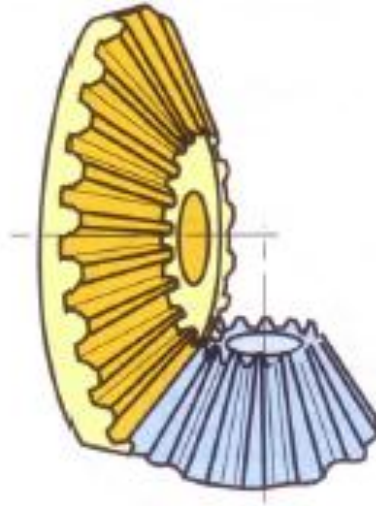
**Figure I.1** : schéma représentant plusieurs types d'un engrenage à denture droite



**Figure I.2 :** Représentation d'un engrenage hélicoïdale



**Figure I.3 :** Représentation d'un engrenage à roue et vis sans fin

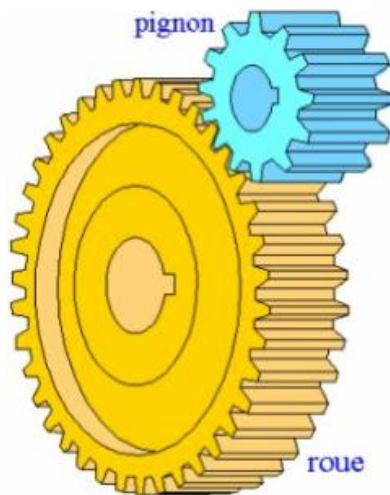


**Figure I.4** : Représentation d'un engrenage conique

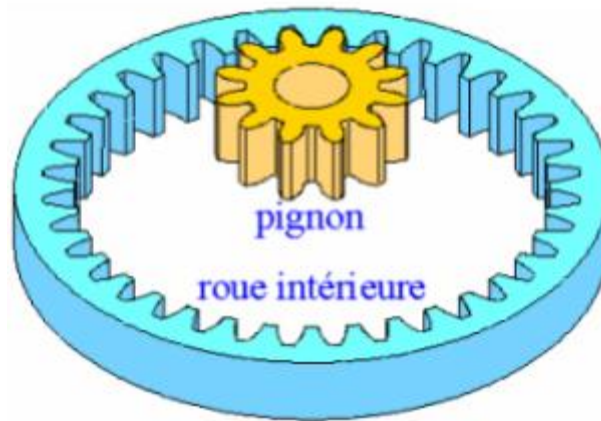
On les utilise pour transmettre un mouvement et une puissance entre 2 arbres parallèles ou non, concourants ou non et perpendiculaires ou non. Pour un prix de revient modéré, ils ont pour avantage un excellent rendement et un encombrement plutôt faible. Ils sont dans certains cas irréversibles.

## **I.2. Géométrie et technologie**

La géométrie et la technologie d'obtention diffèrent d'une roue dentée à une autre. Par exemple dans le cas des roues à denture droite, les surfaces primitives sont des cylindres droits d'axes parallèles. Aussi, les surfaces des dentures sont des cylindres dont les génératrices sont parallèles aux axes. Les roues dentées peuvent être à contact externe (figure I.5.a) ou contact interne (figure I.5.b).



**Figure I.5.a :** Représentation d'un contact externe



**Figure I.5.b :** Représentation d'un contact interne

Le transfert de la charge d'une dent à l'autre dépend beaucoup de la distribution des erreurs et des déformations sur l'ensemble de la géométrie des dents [3]. Souvent, un transfert brutal, ne peut être empêché. Ce dernier étant un générateur de surcharges dynamiques, de vibrations, de bruit et en conséquence d'usure et de fractures prématurées, principalement sur les roues à denture droites. Pour pallier à cet inconvénient, l'utilisation de la denture hélicoïdale "rallonge" l'action de la dent.

### I.2.1 Les principales caractéristiques des transmissions par engrenages

#### - *Avantages :*

- Transmission de puissances élevées sous fréquences de rotation élevées.
- Transmission à rapport rigoureusement constant.
- Transmission parfaitement homocinétique.
- Possibilités de transmissions entre plusieurs arbres.
- Bon rendement général.
- Durée de vie importante.
- Bonne fiabilité.

#### - *Inconvénients :*

- Nécessité d'un entraxe précis et constant.
- Niveau sonore variable suivant type d'engrenage.
- Transmission des à-coups et vibrations.
- Nécessité d'une lubrification, souvent par fluide.
- Réversibilité possible suivant type d'engrenage et classe de qualité.

## I.2.2 les engrenages cylindriques à denture droite

### I.2.2.1 Tableau des principales caractéristiques d'une roue à denture droite extérieure.

Designation	Symbol	Formule
Module	m	Par un calcul de RDM
Nombre de dents	Z	Par un rapport de vitesse
Diamètre primitif	d	$d=mZ$
Diamètre de tête	$d_a$	$d_a = d + 2m$
Diamètre de pied	$d_f$	$d_f = d - 2.5m$
Saillie	$h_a$	$h_a = m$
Creux	$h_f$	$h_f = 1.25m$
Hauteur de dent	h	$h = 2.25m$
Pas	P	$P = \pi m$
Largeur de denture	b	$b = km (5 \leq k \leq 16)$
Entraxe	a	$a = (d_1 + d_2) / 2$

**Tableau I.1 :** Caractéristiques d'une roue à denture droite

## I.2.3 Les engrenages cylindriques à denture hélicoïdale :

### I.2.3.1 Éléments de comparaison entre dentures droites et dentures hélicoïdales

#### -Avantages :

- Transmission plus progressive et sans à-coups.
- Transmission avec vibrations moins importantes.
- Transmission de couples importants sous fréquences de rotation élevées.
- Niveau sonore réduit.
- Durée de vie plus importante.
- Réalisation possible de tout entraxe avec une grande précision

#### - Inconvénients :

- Rendement légèrement inférieur
- Engrenement par baladeur impossible



I.2.3.2 Les éléments caractéristiques des dentures hélicoïdales

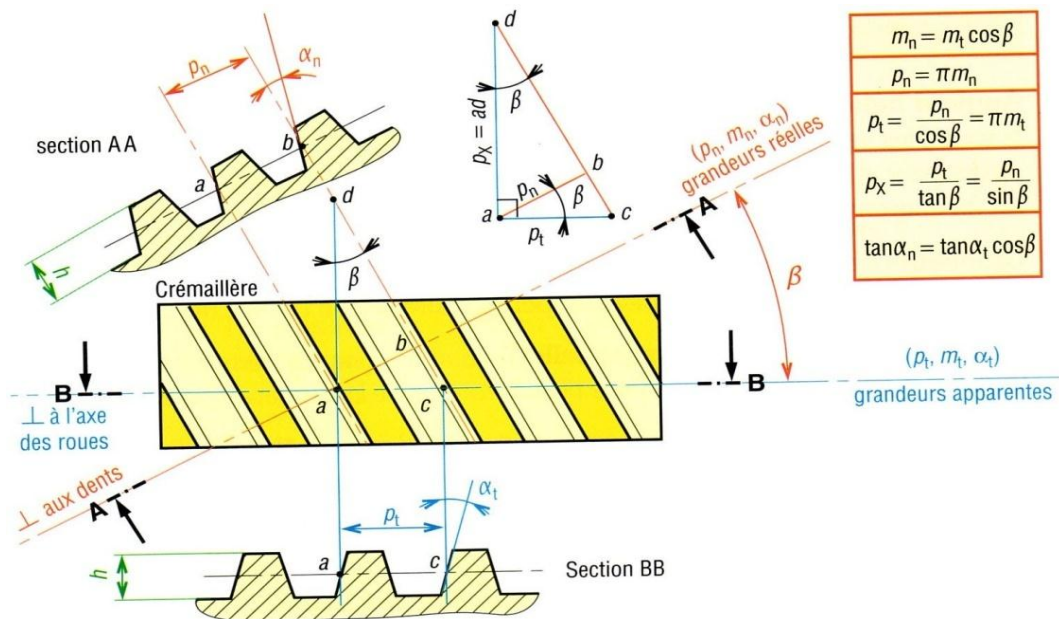


Figure I.6 : Schéma des éléments caractéristiques d'une denture hélicoïdale

I.2.3.3 Tableau des caractéristiques particulières d'une roue à denture hélicoïdale

Désignation	Symbole	Formule
Module réel	$m_n$	Par un calcul de RDM
Nombre de dents	$Z$	Par un rapport de vitesse
Angled'hélice	$\beta$	Entre $20^\circ$ et $30^\circ$
Module apparent	$m_t$	$m_t = \frac{m}{\cos \beta}$
Pas apparent	$p_t$	$p_t = \frac{p}{\cos \beta}$
Pas réel	$p_n$	$p_n = \pi m_n$
Diamètre primitif	$d$	$d = m_t Z$
Diamètre de tête	$d_a$	$d_a = d + 2m_n$
Diamètre de pied	$d_f$	$d_f = d - 2.5m_n$
Saillie	$h_a$	$h_a = m_n$

Creux	$h_f$	$h_f=1.25m_n$
Hauteur de dent	$h$	$h=2.25m_n$
Largeur de denture	$b$	$b \geq pm_n / \sin \beta$
Entraxe	$a$	$a=(d_1+d_2)/2$

**Tableau I.2 :** Caractéristiques d'une roue à denture hélicoïdale

### I.2.4 Les engrenages roue et vis sans fin

La vis sans fin est constituée d'un long cylindre étroit, présentant une denture hélicoïdale continue, analogue au filetage d'une vis cylindrique, se mettant en prise avec une roue à denture hélicoïdale. Les engrenages à vis sans fin diffèrent des engrenages à roues à denture hélicoïdale. En effet, les dents de la vis sans fin s'engagent continûment en glissant sur celles de la roue menée, mais ne leur appliquent pas directement un effort de rotation. Les vis sans fin servent principalement à transmettre une rotation, avec une forte réduction de vitesse, entre deux arbres orthogonaux.

#### I.2.4.1 Caractéristiques de la transmission par roue et vis sans fin

##### - *Avantages :*

- Transmission sans à-coups ni vibrations.
- Niveau sonore le plus faible des engrenages.
- Transmission de couples importants sous fréquence de rotation élevée.
- Durée de vie plus importante.
- Irréversibilité très fréquente.
- Rapport de transmission très important sous un encombrement très réduit.

##### - *Inconvénients :*

- Un rendement plus faible que pour les autres types d'engrenages :  $0,3 < \eta < 0,8$
- La nécessité de retenir des matériaux à faibles facteurs de frottement : Acier / bronze dur.
- Échauffement lors du fonctionnement continu en charge.
- Nécessité absolue d'une lubrification abondante, souvent par huile.

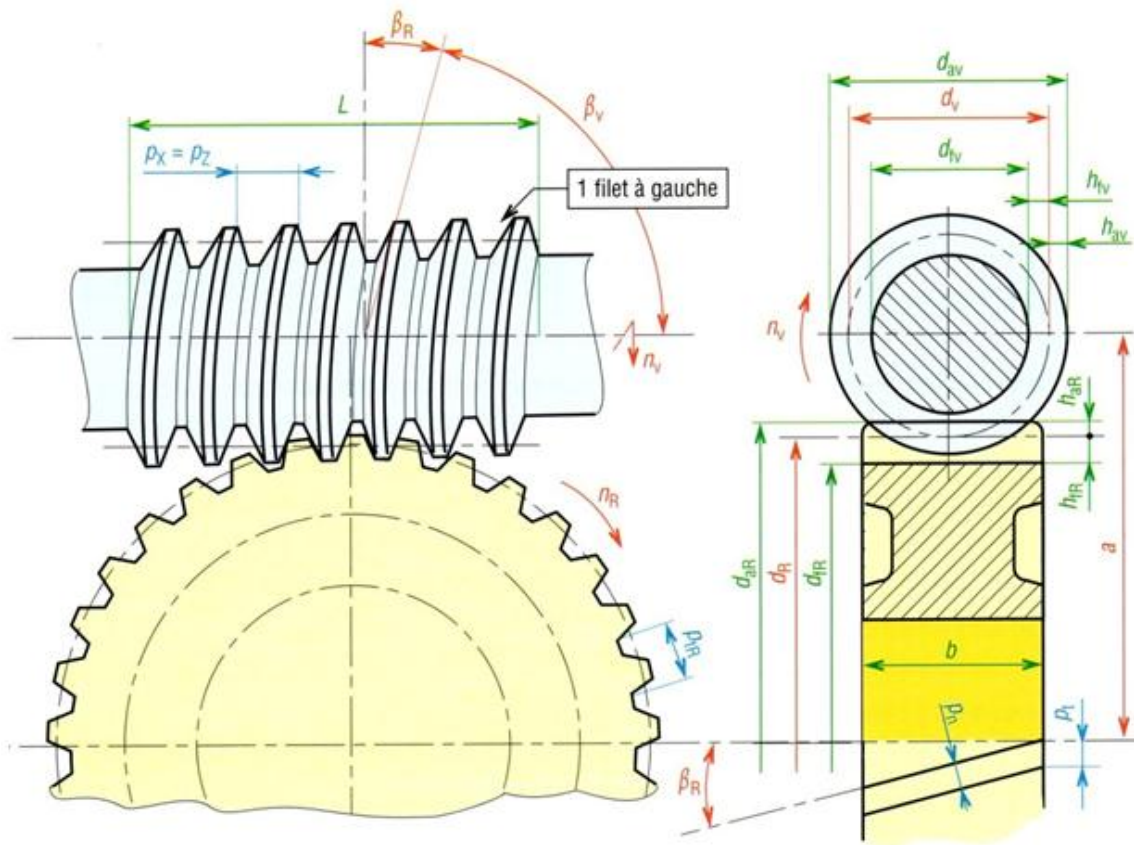


Figure. I.7 : Schéma d'un contact entre la vis et la roue

Désignation	Symbole	Formule
Module réel	$m_n$	Par un calcul de RDM
Nombre de filets	$Z$	Déterminé par le rapport de vitesse
Angled'hélice	$b$	Déterminé pour l'irréversibilité $g < 5, b + g = 90$
Module axial	$m_x$	$m_x = \frac{m}{\cos g}$
Pas axial	$p_x$	$p_x = \frac{p}{\cos g}$
Pas réel	$p_n$	$p_n = p m_n$
Pas de l'hélice	$p_z$	$p_z = p_x Z$
Diamètre primitif	$D$	$d = \frac{p_z}{\pi \tan g}$

Diamètre extérieur	$d_a$	$d_a = d + 2m_n$
Diamètre intérieur	$d_f$	$d_f = d - 2.5m_n$
Longueur de la Vis	$L$	$4p_x < L < 6p_x$

Tableau I.3 : Caractéristiques d'une vis sans fin

I.2.5 les engrenages coniques ou à axes concourants

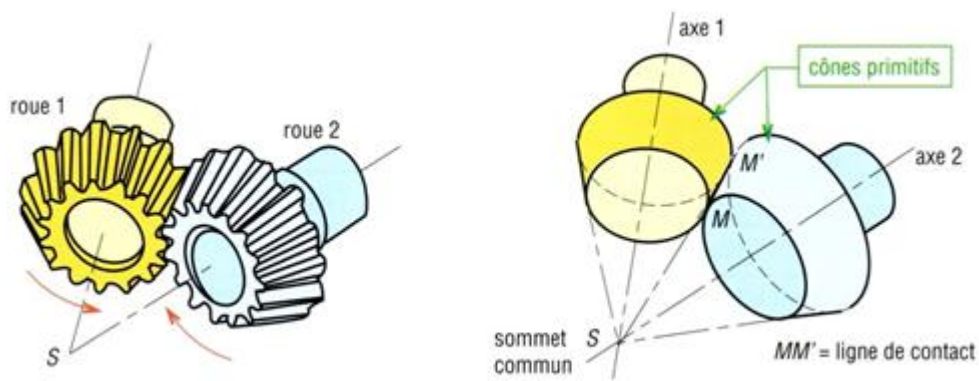


Figure. I.8 : Représentation schématique d'un engrenage conique

I.2.5.1 caractéristiques des engrenages coniques à denture droit

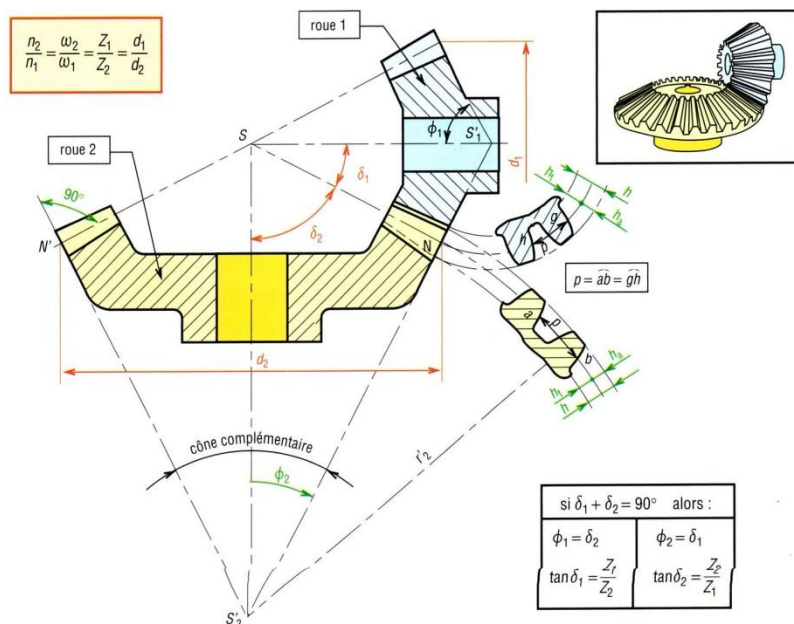


Figure. I.9 : Deux roues à denture conique en contact

Désignation	Symbole	Formule
Module	M	Par un calcul de RDM
Nombre de dents	Z	Par un rapport de vitesse
Angle primitif	$d$	$\tan d_1 = \frac{Z_2}{Z_1}$
Diamètre primitif	D	$d_1 = mZ_1$ et $d_2 = mZ_2$
Largeur de denture	B	$b = km$ ( $5 \leq k \leq 16$ )
Diamètre de tête	$d_a$	$d_{a1} = d_1 + 2m \cos d_1$
Diamètre de pied	$d_f$	$d_{f1} = d_1 - 2.5m \cos d_1$
Saillie	$h_a$	$h_a = m$
Creux	$h_f$	$h_f = 1.25m$
Hauteur de dent	H	$h = 2.25m$
Angle de saillie	$q_a$	$q_a = m_L$
Angle de creux	$q_f$	$q_f = 1.25m_L$
Angle de tête	$d_a$	$d_{a1} = d_1 + q_a$
Angle de pied	$d_f$	$d_{f1} = d_1 - q_f$

**Tableau I.4:** les caractéristiques d'un engrenage conique à denture droit

### I.2.6 Choix des matériaux pour les roues dentées

Le choix de la matière d'œuvre d'une roue dentée doit être fait de manière à rendre possible le taillage et l'achèvement de ses dents avec la précision et l'état de surface imposés, et à assurer une résistance à la flexion suffisante pour tenir aux charges dynamiques alternatives, une résistance suffisante de la couche superficielle des dents et une tenue à l'usure élevée.

Les matériaux usuels dans la fabrication des engrenages sont l'acier, la fonte et les matières plastiques.

La tendance à réduire l'encombrement, à accroître les puissances transmises par un groupe et à augmenter les vitesses a déterminé une large application des roues en acier. La grande variété des nuances des aciers et la possibilité d'obtenir par traitement thermique et thermo-chimique des propriétés variées permettent de réaliser la combinaison la plus favorable

des propriétés imposées. L'acier au carbone est le plus courant pour les charges moyennes ; sa teneur en carbone varie de 0.35 à 0.50%.

Nous savons qu'une dureté élevée des surfaces actives des dents les rend moins susceptibles aux détériorations. C'est pourquoi le choix des matériaux et des traitements thermiques est guidé par la nécessité d'obtenir une dureté maximale pour le mode de taillage imposé des roues de précision requise.

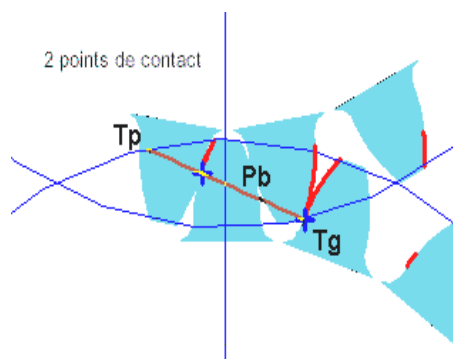
Matériau	DIN	STAS	Traitement thermique ou thermochimique	dureté		Résistance à la rupture, $\sigma_r$ (N/mm <sup>2</sup> )	Limite d'élasticité, $\sigma_c$ (N/mm <sup>2</sup> )	Résistance limite à la fatigue au pied de la dent $\sigma_{flim}$ (N/mm <sup>2</sup> )	Pression hertzienne limite à la fatigue $\sigma_H lim$ (N/mm <sup>2</sup> )		
				Noyau HRC	Flanc HRC						
OL 50	Fe 490-2(St50-2)	500 /2-80	Normalisation	<b>HB = 150+170</b>		500+620	270+300	<b>0.4 HB +100</b>	<b>1.5 HB +120</b>		
OL 70	Fe 690-2(St70-2)	500 /2-80	Normalisation	<b>HB = 200+220</b>		700+850	340+370	<b>0.4 HB +100</b>	<b>1.5 HB +120</b>		
OLC 45*	C 45	880-88	Amélioration	<b>HB = 220+260</b>		620	360	<b>0.4 HB +140</b>	<b>1.5 HB +200</b>		
			Trempe après chauffage à la flamme ou CIF	200+260	50+57					160+170	<b>20 HRC + 10</b>
OLC 55	C 55	880-88	Amélioration	<b>HB = 200+300</b>		720	420	<b>0.4 HB +140</b>	<b>1.5 HB +200</b>		
			Trempe après chauffage à la flamme ou CIF	200+300	50+57					180+190	<b>20 HRC + 20</b>
41 MoCr 11	42 CrMo 4	791-88	Amélioration	<b>HB = 270+320</b>		950	750	<b>0.4 HB +155</b>	<b>1.8 HB +200</b>		
			Trempe après chauffage à la flamme ou CIF	270+320	50+57					230+290	<b>20 HRC + 60</b>
			Nitruration	270+320	52+60					250+350	<b>20 HRC</b>
40 Cr 10	41 Cr 4	791-88	Amélioration	<b>HB = 240+340</b>		1000	800	<b>0.4 HB +155</b>	<b>1.8 HB +200</b>		
			Trempe après chauffage à la flamme ou CIF	240+340	50+57					230+290	<b>20 HRC + 60</b>
			Nitruration	240+340	50+57					250+350	<b>20 HRC</b>
30 MoCrNi 15	34 CrNiMo 6	791-88	Amélioration	<b>HB = 310+330</b>		1100	900	<b>0.4 HB +155</b>	<b>1.8 HB +200</b>		
OLC 15*	C 15	880-88	Cémentation	120+140	55+63	390	280	140+150	<b>24 HRC</b>		
21 MoMnCr 12	20 CrMo 5	791-88	Cémentation	300+350	55+63	1100	850	390+460	<b>25.5 HRC</b>		

Tableau I.5 : les différents matériaux utilisés pour la fabrication des roues dentées

### I.3 Fonctionnement des engrenages

Pendant le fonctionnement d'une transmission, le contact d'une dent de la roue menante avec une dent de la roue menée s'amorce au pied de la dent menante et au sommet de la dent menée [4]. L'engrènement s'effectue sur toute la largeur des dents à la fois (engrenage à dentures droites). Pour que la transmission de la rotation à l'arbre mené soit continue, l'attaque du couple de dents suivant doit se produire avant la fin de prise du couple précédent.

Dans les sections perpendiculaires aux axes des roues hélicoïdales, le contact s'établit de la même façon que dans le cas des roues à dentures droites, mais du fait que les dents des roues hélicoïdales sont disposées suivant les hélices, la phase de leur engrènement varie dans les sections parallèles, contrairement aux engrenages à dentures droites où cette phase est la même sur toute la largeur des roues. A la différence d'un engrenage droit, dans un engrenage hélicoïdal le contact des dents s'établit non pas simultanément sur toute leur largeur, mais progressivement. L'engrènement d'un couple de dents s'amorce à la racine de la dent menante et sur l'arête de la dent menée.



**Figure. I.10 :** Couple de dent en contact

### I.4 Profils conjugués

#### I.4.1 Définition

Soient deux cylindres de révolution primitifs d'axes respectifs  $X_1$  et  $X_2$  parallèles et tangents suivant la génératrice  $D$ , une surface  $P$  tangente aux deux cylindres en  $D$  et une surface  $Q$  invariablement liée à  $P$ .

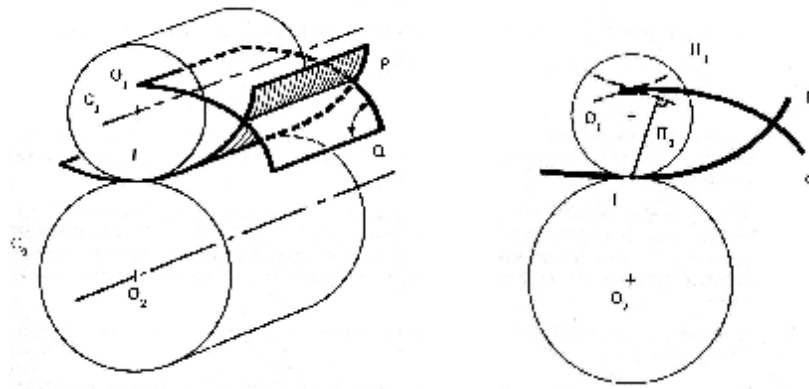


Figure I.11 : Profil et surface conjuguées

### I.4.2 Profil à développante de cercle

Parmi les nombreux profils qu'il est possible de donner à une denture, on n'utilise plus, sauf rarissimes exceptions, que le profil en développante de cercle à causes de ces qualités :

- Il permet une tolérance notable sur l'entraxe des roues sans que le fonctionnement soit troublé.
- Un seul outil par module permet de tailler toutes les roues quel que soit le nombre de leurs dents.
- L'usure des surfaces actives est plus régulièrement répartie que sur un autre profil.
- Les vibrations sont plus faibles qu'avec un autre profil.

La développante d'un cercle (c), dit de base, de centre O, de diamètre D, est la trajectoire dans le repère  $R(O, x, y, z)$  lié à (c) d'un point M appartenant à une droite D et qui roule sans glisser sur C. Une développante est également l'enveloppe de la normale en M à D dans le mouvement de D par rapport à C [5].

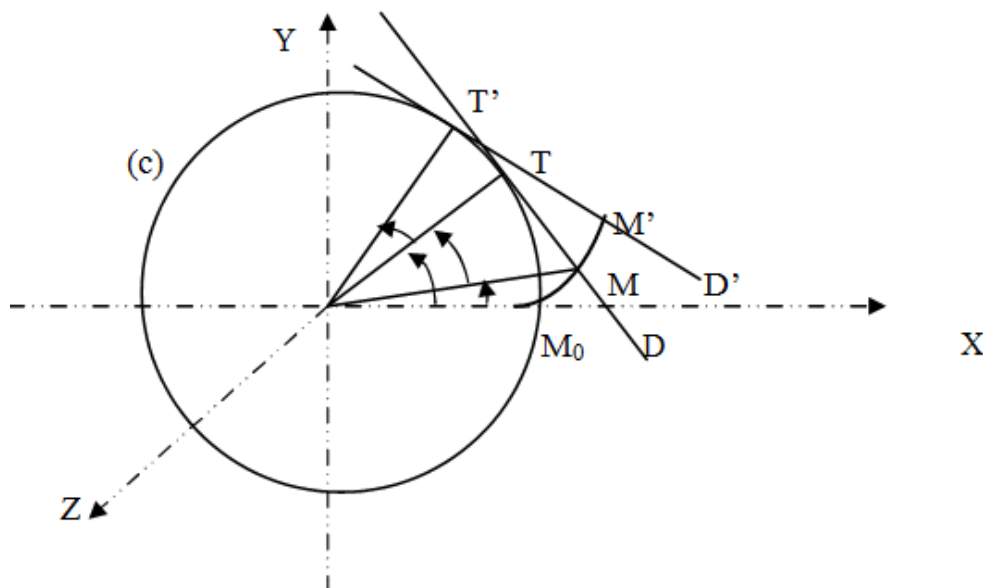


Figure. I.12 : Développante de cercle



T : centre instantané de rotation du mouvement de D par rapport à C.

C : base de ce mouvement (centre de base).

D : roulante de ce mouvement.

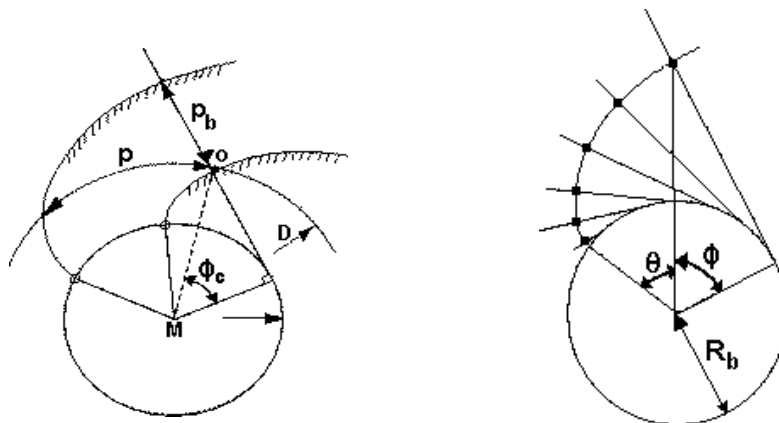
$\theta$ : définit la position du point M sur le profil en développante de cercle.

H : définit la position du point T sur le cercle de base.

$\alpha$ : repère la position angulaire du point T par rapport au point M.

### I.4.3 Principe de la développante de cercle (cas de denture droite)

En faisant rouler sans glisser une droite sur un cercle, chaque point de cette droite décrit, relativement au cercle, une courbe qui s'appelle une développante de cercle (figure6). Cette dernière peut aussi être matérialisée par un fil sous tension que l'on déroule d'un cercle: Le bout du fil décrit la développante relativement au cercle duquel il est déroulé.



$$\vartheta = \text{tg}\phi - \phi = \text{inv}\phi$$

Figure. I.13 : Schématisation de la développante de cercle

### I.4.4 Propriétés de la développante de cercle

- Une développante de cercle est caractérisée par le rayon de base.
- Toutes les développantes d'un même cercle sont des courbes parallèles  
 $MM' = QQ' = M_1M_1'$
- La développante de cercle ne peut avoir de points à l'intérieur du cercle de base.
- Le point Q est un point de rebroussement de la développante.

- La normale de la développante est tangente au cercle développé.

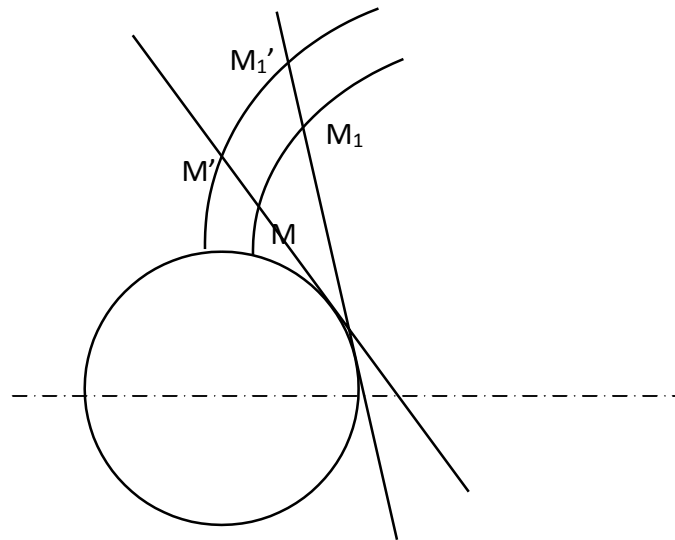


Figure. I.14 : Propriétés de la développante de cercle

### I.5 ligne d'engrènement ou ligne d'action

L'approche se définit comme étant la phase où le point de contact  $C$  entre une paire de dents sur la ligne d'action se déplace de  $T1$  à  $O$  (fig I.15), soit du début du contact jusqu'au point primitif. La retraite se définit comme étant la phase où le point de contact  $C$  entre une paire de dents sur la ligne d'engrènement se déplace de  $O$  à  $T2$  (fig I.15), soit du point primitif jusqu'à la fin du contact.

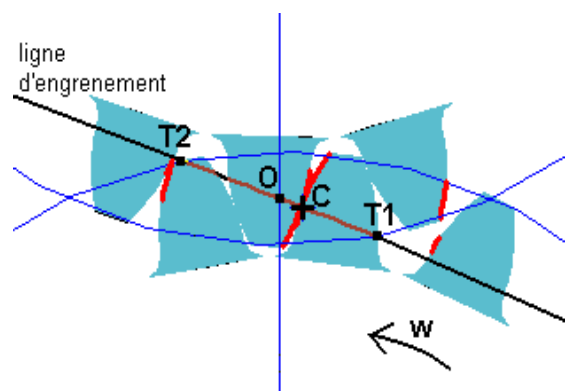
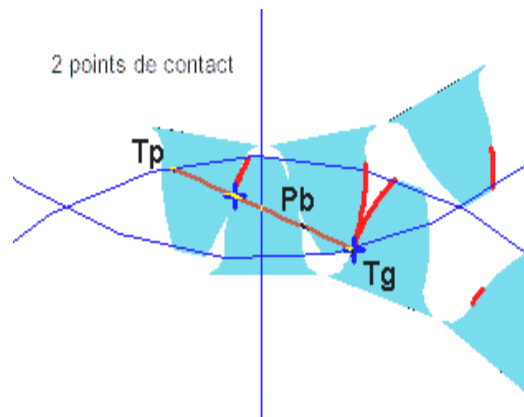


Figure. I.15 : ligne d'engrènement (ou d'action)

Pour assurer une transmission continue du mouvement, il est nécessaire qu'un nouveau couple de dents soit en approche avant que le couple précédent termine sa retraite. Il faut, qu'il y ait au moins un couple de dent qui soit toujours en prise (fig I.16).



**Figure. I.16 :** Couple de dent en contact

Cette condition s'écrit :  $TpTg > Pb$ .

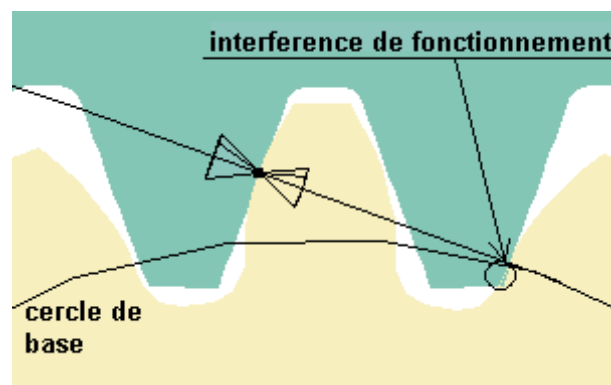
$TpTg$  : Distance entre le point  $Tp$  et le point  $Tg$  le long de la ligne d'engrènement.

$Pb$  : Pas de base : distance entre deux dents consécutives le long de la ligne d'engrènement.

### I.6 Interférence

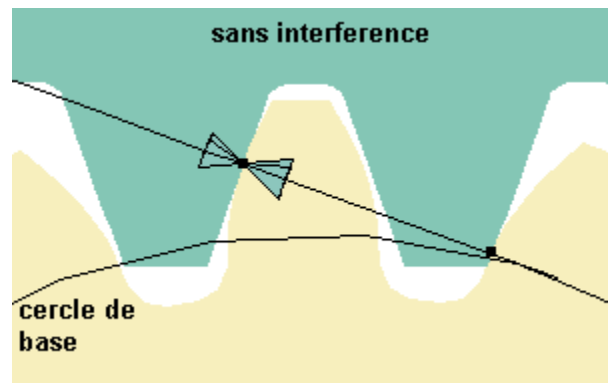
Pour engrener correctement, les deux profils de denture en contact doivent rester constamment tangents. Dans le cas de denture à développante de cercle, le lieu des points de contact est la droite  $T_1T_2$ .

Le mouvement se fait sans interférence, si le point de contact se fait au delà du cercle de base.



**Figure. I.17 :** Fonctionnement sans interférence

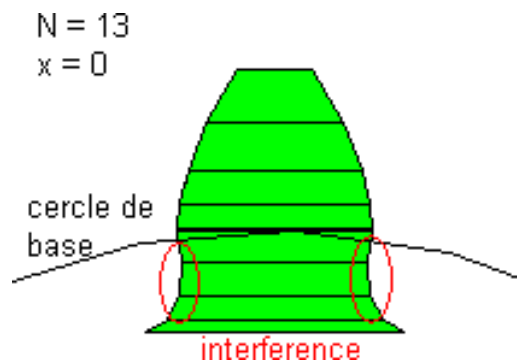
S'il en est autrement, c'est-à-dire le contact se fait en dessous du cercle de base, on dit qu'il y a interférence



**Figure. I.18 :** Interférence de fonctionnement

Cela peut se produire dans deux cas :

- Lorsque le nombre des dents du pignon menant est faible devant celui de la roue menée ; il y a alors coincement des dents : c'est l'interférence de fonctionnement.
- Lors du taillage, si le nombre de dents de l'engrenage taillé est insuffisant, il y a interférence de fabrication. Ce phénomène se traduit par une diminution de la section en pied de dent (fig I.19) qui sera alors fragilisée puisque le profil de raccord de la dent interfère avec une portion du profil utile de la développante de cercle.



**Figure. I.19 :** Interférence de fabrication

Cette condition s'écrit:  $N^* = \frac{2}{\sin^2 \phi}$

Où  $N^*$  est le nombre de dents minimum pour éviter ce type d'interférence.

$\phi$  est l'angle de pression.

Si le nombre de dents est imposé et inférieur à  $N^*$ , on peut résoudre le problème d'interférence de fabrication en effectuant un déport de denture  $x$ . Ceci revient à déplacer radialement la crémaillère lors du taillage.

Le facteur de déport minimum  $x = 1 - \frac{N}{N^*}$  doit être positif pour éviter l'interférence (figure I.20.a) ; s'il est négatif il y a interférence (figure I.20.b)

On est à la limite d'interférence si :  $N = N^*$  (figure I.20.c).

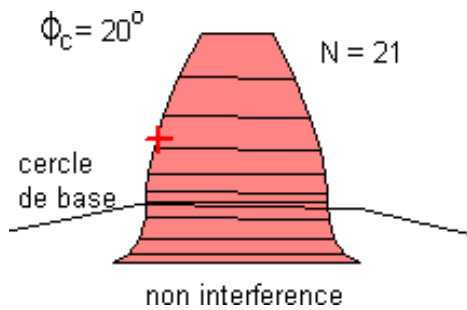


Figure. I.20.a : dent avec interférence nulle

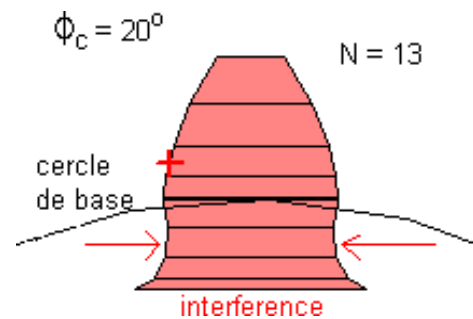


Figure. I.20.b : dent avec interférence

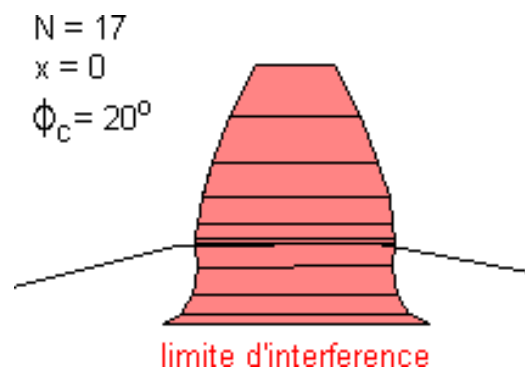


Figure. I.20.c : dent avec interférence limite

### I.7 Jeu de fonctionnement

Le jeu B est nécessaire pour le bon fonctionnement des engrenages. Il permet :

- Une bonne lubrification.
- Evite le blocage en cas de dilatation due à une variation de température.

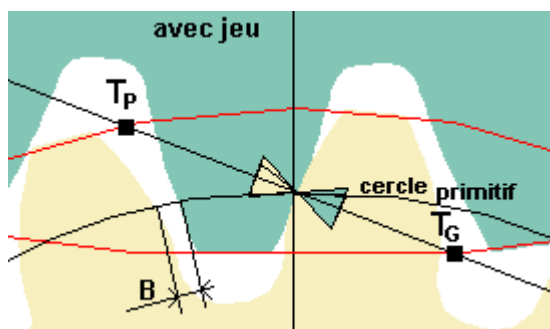


Figure. I.21.a: Fonctionnement avec jeu

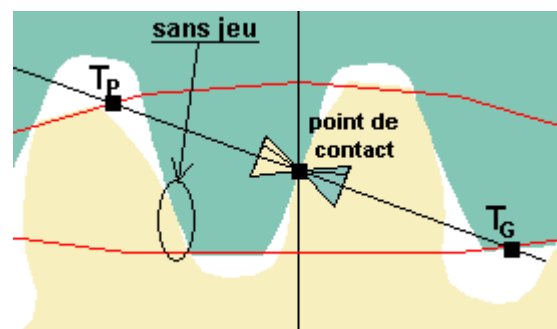


Figure. I.21.b: fonctionnement sans jeu

Le jeu peut être contrôlé par une modification d'entraxe, un déport de fabrication ou une modification de l'épaisseur des dents de l'outil à taillage.

### I.8 Rapport de réduction

On peut assimiler l'engrènement d'un pignon et d'une roue au roulement sans glissement de deux cercles primitifs l'un sur l'autre.

Le rapport de transmission de l'engrènement est alors :

$$i = \frac{\eta_p}{\eta_r} = \frac{N_r}{N_p} = \frac{D}{d}$$

$\eta_r$  : Vitesse de rotation de la roue

$\eta_p$  : Vitesse de rotation du pignon

$N_r$  : nombre de dents de la roue

$N_p$  : nombre de dents du pignon

$D$  : diamètre de la roue

$d$  : diamètre du pignon

### I.9 Angle de pression

Pour une position de contact quelconque entre le pignon et la roue le long de la ligne d'engrènement, les angles de pressions respectifs  $\phi_r$  de la roue et  $\phi_p$  du pignon sont différents. Cependant, lorsque ce point de contact se fait en O (point primitif), les angles de pression deviennent égaux à  $\phi_c$  qui est aussi l'angle de pression de l'outil de taillage (figure I.22).

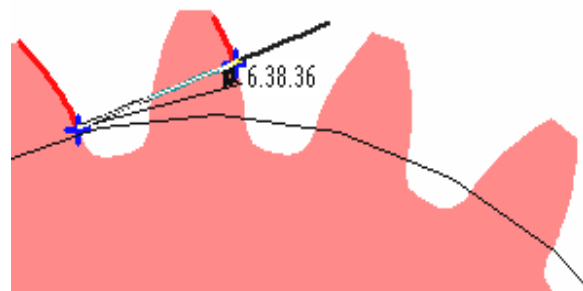


Figure. I.22 : Angle de pression

### I.10 Coefficient de correction de denture

Lorsque le nombre de dents devient infini, le cercle primitif devient une droite, une crémaillère est obtenue.  $\phi_c$  est l'angle de pression de la crémaillère est constant le long du profil de la dent (figure I.23).

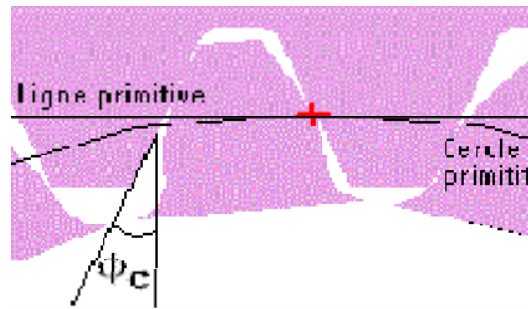


Figure. I.23 : Coefficient de correction de denture

Par exemple un outil - crémaillère est utilisée pour tailler un pignon ou une roue. En faisant rouler sans glisser la droite primitive de la crémaillère sur le cercle primitif du pignon, et en y associant un mouvement de coupe transversale, un profil en développante de cercle est obtenu.

L'engrènement d'un pignon et d'une roue peut être assimilé au roulement sans glissement de deux cercles primitifs l'un sur l'autre. Le rapport de réduction de l'engrenage est alors :

$$m_g = \frac{n_p}{n_G} = \frac{N_G}{N_p} = \frac{D}{d}$$

Pour un engrènement correct, la normale commune aux profils, dans toutes les positions de contact, passe toujours par le point primitif O appelé pôle d'engrènement. Les profils qui satisfont à cette condition sont des profils conjugués et le mouvement ainsi obtenu est continu et le rapport de vitesse rigoureusement constant. Le point de contact se déplace suivant la ligne d'action (ou ligne d'engrènement). L'angle de pression  $\phi_c$  (figure I.24) donne l'inclinaison de la ligne d'engrènement relativement à la droite perpendiculaire à la ligne des centres.

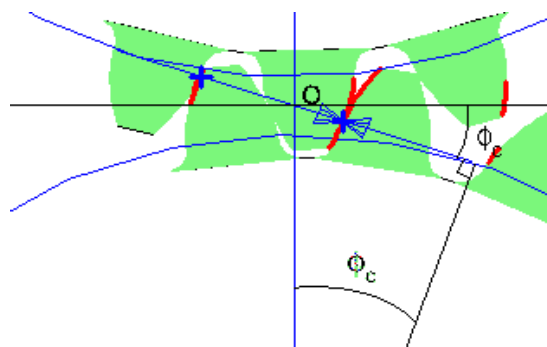


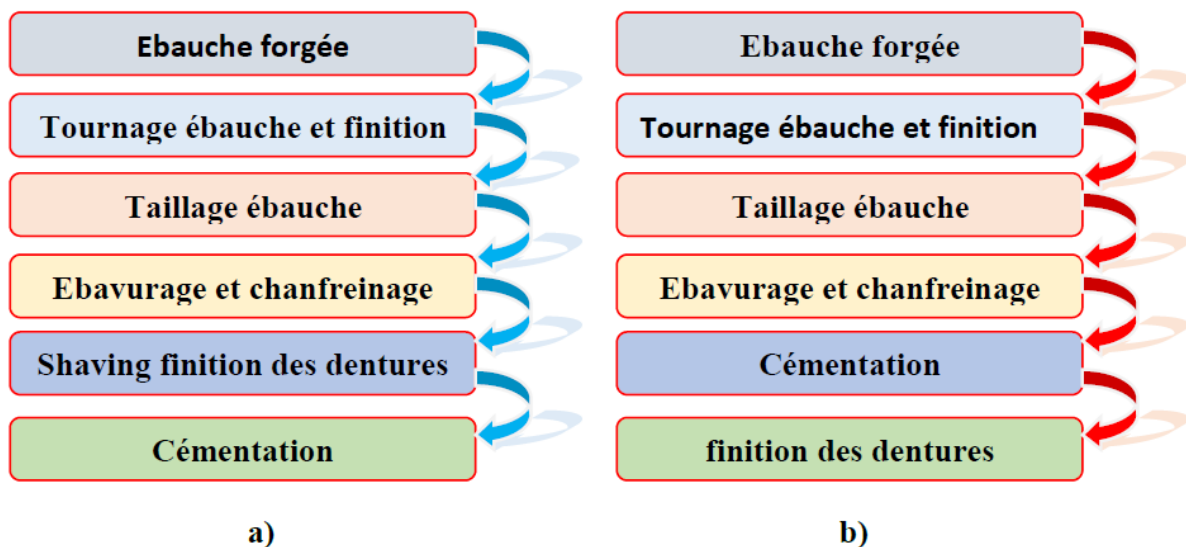
Figure. I.24 : Angle de pression

### II.1. Introduction :

Les stratégies d'industrialisation des dentures sont directement liées à la cadence de production, ainsi qu'à la classe de précision spécifiée pour l'application. Elles sont développées par les fabricants de boîtes de vitesses et elles dépendent des critères suivants :

- Prix de revient des dentures finies.
- Précision macro et micro-géométrique.
- Acoustique des engrenages en fonctionnement.

Il apparaît deux grandes familles de stratégies comme la montre la figure 1.1a. Une première stratégie consiste à finir géométriquement les dentures à l'état recuit, puis à faire le traitement de durcissement associé. Cette stratégie implique d'anticiper les déformations éventuelles lors de la phase d'usinage. La classe de tolérance visée est de l'ordre de 7 à 8.



**Figure II.1:** Procédé de fabrication des engrenages.

Une deuxième stratégie (figure II.1.b) consiste à ébaucher les dentures à l'état recuit, et à calibrer la géométrie à l'issue du traitement thermique. Il paraît clair que la deuxième stratégie permet d'obtenir une classe de précision bien supérieure à la première (jusqu'à classe 3), alors que la première stratégie permet d'obtenir des dentures avec des coûts de production notablement réduits.

### II.2 Normalisation [6] :

Le Comité ISO TC 60 a défini des méthodes de calcul de résistance des dentures. Les documents originaux sont les suivants :

- Méthodes générales – Engrenages parallèles :



ISO/DIS 6336. Calcul de la capacité de charge des engrenages parallèles à denture droite ou hélicoïdale.

Partie 1 : Principes de base, introduction et facteurs d'influence généraux ;

Partie 2 : Calcul de la résistance superficielle (pitting) ;

Partie 3 : Calcul de la résistance des pieds de dents à la flexion ;

Partie 4 : Calcul de la résistance des dentures au grippage ;

Partie 5 : Résistance et qualités des matériaux.

b) Méthodes spécifiques d'application pour engrenages industriels :

ISO/CD 9085. Standard d'application pour engrenages industriels.

Partie 1 : Méthode détaillée.

Partie 2 : Méthode simplifiée.

Nous nous occupons dans cet article plus spécialement des engrenages industriels, en appliquant une méthode simplifiée avec laquelle nous obtenons des résultats suffisamment proches de ceux obtenus avec la méthode générale, et dans le sens de la sécurité.

### **II.3 Matériaux pour engrenage :**

Le choix de la matière d'œuvre d'une roue dentée doit être fait de manière à rendre possible le taillage et l'achèvement de ses dents avec la précision et l'état de surface imposés, et à assurer une résistance à la flexion suffisante pour tenir aux charges dynamiques alternatives, une résistance suffisante de la couche superficielle des dents et une tenue à l'usure élevée.

Les matériaux usuels dans la fabrication des engrenages sont l'acier, la fonte et les matières plastiques.

La tendance à réduire l'encombrement, à accroître les puissances transmises par un groupe et à augmenter les vitesses a déterminé une large application des roues en acier.

La grande variété des nuances des aciers et la possibilité d'obtenir par traitement thermique et thermochimique des propriétés variées permettent de réaliser la combinaison la plus favorable des propriétés imposées. L'acier au carbone est le plus courant pour les charges moyennes ; sa teneur en carbone varie de 0.35 à 0.50%.

Nous savons qu'une dureté élevée des surfaces actives des dents les rend moins susceptibles aux détériorations. C'est pourquoi le choix des matériaux et des traitements thermiques est guidé par la nécessité d'obtenir une dureté maximale pour le mode du taillage imposé des roues de précision requise.

### **II.4. Techniques d'ébauche des dentures :**

Les techniques d'ébauche des dentures sont multiples. Elles vont de la méthode artisanale à la méthode de production de masse, car cette phase est commune à toutes les gammes de fabrication de dentures. Il est possible de distinguer les techniques suivantes :

➤ Taillage par reproduction :

1. Fraisage à la fraise disque « module ».
2. Fraisage à la fraise en bout.

➤ Taillage par génération :

1. Taillage à l'outil crémaillère.
2. Taillage à l'outil pignon.
3. Taillage à la fraise-mère.

Ces techniques permettent d'atteindre des classes de tolérance de l'ordre de 9 à 10. Donc, elles ne sont pas en mesure de réaliser des dentures finies. Chacune de ces techniques est décrite dans les paragraphes suivants.

Généralement on obtient les engrenages à développante de cercle par taillage, sur machines outils spéciales, par reproduction ou par génération.

#### **II.4.1 Taillage par reproduction :**

L'outil est une fraise du type à profil constant : il a la forme de l'intervalle entre deux dents.

Deux types de fraises : soit les fraises-disques ou fraise module, soit les fraises en bout.

##### **II.4.1.1 Fraisage à la fraise module :**

Cette technique fait partie des techniques les plus simples (figure 02). Elle fait appel à des fraises de formes spécifiques en acier rapide ou en carbure de tungstène. Les dentures sont réalisées sur des fraiseuses manuelles munies d'un diviseur. Il s'agit d'une technique de production de dentures en très petite série, facile à mettre en œuvre, mais présentant une productivité très faible, ainsi qu'un coût machine et un coût outil très élevés.



**Figure II.2** : Exemple de taillage d'une roue par fraise-module, Image Sideméca [7]

Dans le fraisage de forme (figure II.3), une fraise disque ayant la forme de l'espace entredents est utilisée, et chaque espace est complètement coupé avant que l'ébauche d'engrenage soit indexée (tournée) à la position de l'espace adjacent suivant. Cette méthode est principalement utilisée pour les gros engrenages, et un grand soin est requis pour obtenir des résultats précis.

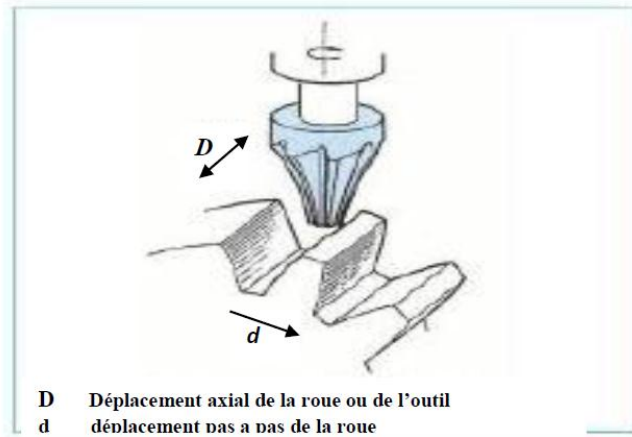


**Figure II.3** : Fraise-disque à grande productivité, Coromil 170 de SANVIK COROMANT [8]

Les machines à tailler sont de simples fraiseuses, dont la broche est verticale ou horizontale pour l'usinage de denture droite. Lors de l'usinage de dentures hélicoïdales, l'axe est incliné à gauche ou à droite suivant l'angle de l'hélice.

#### **II.4.1.2 Fraisage à la fraise en bout :**

Les fraises en bout pour les engrenages sont largement utilisées dans l'ébauche et la finition d'engrenages cylindriques externes et dans l'ébauche d'engrenages hélicoïdaux. L'utilisation d'une fraise en bout ne nécessite pas de machine spéciale de taillage d'engrenages. Ils peuvent être réalisés dans des fraiseuses universelles comme il est illustré sur la figure II.4.



**Figure II.4 :** Taillage à la fraise en bout.

La partie active de l'outil cylindrique est une surface de révolution dont l'axe rencontre celui de la roue à tailler.

C'est un procédé très employé pour les gros modules, supérieurs à 20, des roues de grosses machines (laminoirs, treuils de mines...) et le taillage des dentures à chevrons.

#### **II.4.2 Taillage par génération :**

Dans cette méthode on donne à l'outil et à la pièce des mouvements relatifs convenablement conjugués qui reproduisent le mouvement d'engrènement et de la sorte l'outil taille en engendrant le profil au fur et à mesure de son déplacement par rapport à la pièce qu'il taille

##### **II.4.2.1 Taillage a l'outil crémaillère :**

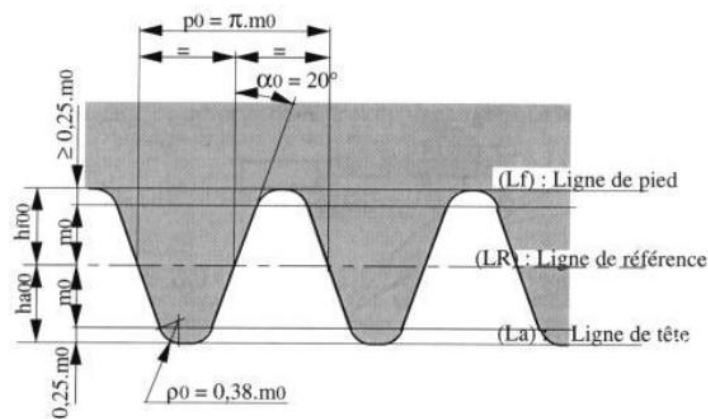
Les machines utilisées sont des mortaiseuses dont l'outil est une crémaillère ; chaque dent de l'outil crémaillère est un outil de rabotage. La roue à tailler est montée sur un axe de façon que le cercle primitif soit tangent à la droite primitive de la crémaillère. La roue et la crémaillère se déplacent comme si elles engrenaient : l'outil taille une denture engrenant avec un module précis qui se conjugue avec toutes les roues de même module. La roue à tailler peut être montée sur un axe horizontal ou vertical. (Figure II.5).



**Figure II.5 :** Exemple de taille par outil crémaillère, source Chauvin-Mécagaphic [9]

Lors de l'usinage avec un outil crémaillère la vitesse de coupe est très faible (de l'ordre de 15 à 20 m/min) et la lubrification doit être abondante. Le mouvement d'aller-retour de l'outil crémaillère synchronisé avec la rotation relative par rapport à la roue à tailler génère le profil en développante de cercle.

Il est usuel que les deux mouvements de translation et rotation soient effectués par la roue à usiner. Au cours de ce mouvement, l'enveloppe des flancs de crémaillère est une développante de cercle. La crémaillère utilisée est une crémaillère normalisée. Sa forme est définie en particulier par sa ligne de référence (LR), cette ligne est placée tangente au cercle primitif du pignon à tailler (cercle défini par  $r_o = 1/2.m_o.Z$ ).



**Figure II.6 :** Géométrie de l'outil crémaillère, image J. Dufailly [10]

#### Taillage de dentures hélicoïdales :

L'usinage des dentures hélicoïdales se fait en inclinant l'outil crémaillère et en imposant un mouvement de rotation à la roue à tailler. L'inclinaison de l'outil à droite génère des dentures inclinées à gauche (figure II.7).



**Figure II.7** : L'outil sur la machine est incliné à droite, la roue usinée est à dentures à gauche.

Avantages et inconvénients :

Ce procédé est lent et n'est applicable que pour de petites séries. Il nécessite des opérateurs qualifiés sur des machines spécifiques cependant assez rapides à mettre en œuvre. Le taillage par outil crémaillère permet la réalisation de dentures hélicoïdales (figure 07) ainsi que la réalisation de module important et de pièces de grandes dimensions (figure 08). Les outils sont de géométrie simple il est donc facile d'obtenir des profils non normalisés pour des applications particulières.



**Figure II.8** : Diamètre voisinant 13 m, largeur de denture de 89 cm, image Ferry Capitain [11].

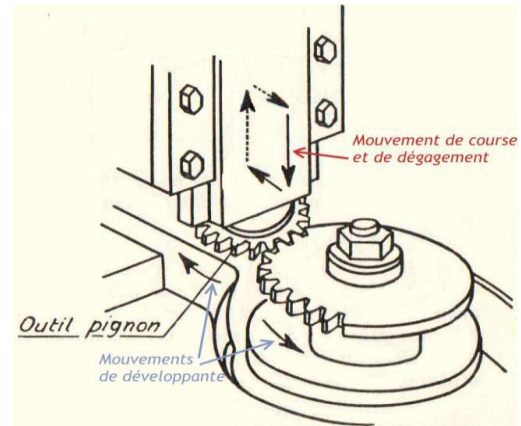
### II.4.2.2 Taillage à l'outil pignon :

Ce principe de taillage utilise le principe de l'engrènement de deux roues dentées (figure 09).

L'outil est un pignon droit ou hélicoïdal muni d'un mouvement alternatif de mortaisage (figure 10). La rotation de la pièce et de l'outil est synchronisée selon le rapport du nombre de dents outil/pièce. Dans le cas d'un taillage hélicoïdal, l'outil effectue en plus un mouvement de vissage lors des courses travail et retour. La pénétration de l'outil dans la pièce peut se faire sur une portion de tour ou bien sur plusieurs tours.



**Figure II.9 :** Exemple de taille avec outil pignon, source [12]



**Figure II.10 :** Mouvements lors de l'usinage d'une roue avec un outil pignon, image [13]

Les flancs des dents sont dépouillés pour obtenir les arêtes de coupe. Le diamètre extérieur évolue en fonction de l'épaisseur de la dent résultant de la dépouille latérale. Les paramètres de définition sont ceux d'un pignon : nombre de dents, épaisseur de base, diamètre extérieur maxi. Le principal avantage de l'outil pignon est de pouvoir être utilisé dans un espace réduit. Il faut un peu de distance en entrée pour mettre l'outil à vitesse souhaitée et un peu d'espace en sortie pour l'arrêter.

### Conditions d'usinage :

Un outil pignon ne peut pas être doté d'un mouvement rapide, la vitesse de coupe est donc faible (20m/min). Il y a des risques d'adhésion de l'outil sur la matière, la lubrification doit être abondante pour éviter de coller l'outil pignon à la pièce (figure 11).



**Figure II.11** : Usinage de denture intérieure par outil pignon.

Pour usiner des pignons à denture hélicoïdale, l'outil pignon est animé d'un mouvement de rotation autour de son axe lors de sa descente. Il doit accomplir le mouvement inverse lors de la remontée pour ne pas abîmer le profil généré.

#### **Avantages et inconvénients :**

Ce procédé est lent et n'est applicable que pour de petites séries. Il nécessite des opérateurs qualifiés sur des machines spécifiques cependant assez rapides à mettre en œuvre.

L'outil pignon est peu encombrant et ne requiert qu'un faible dégagement pour passer. On ne peut pas usiner des dents de grand module avec des outils pignons car ceci nécessite de très nombreuses passes d'usinage et prend donc beaucoup de temps.

L'usinage de dentures hélicoïdales est réalisable (figure II.12). C'est l'un des rares procédés à pouvoir usiner des dentures intérieures (figures II.11 et II.13).



**Figure II.12** : Outil pignon à denture hélicoïdale, images HHM



**Figure II.13** : Usinages de dentures intérieures par outil pignon, images cvmpp [14]



### II.4.2.3 Taillage par fraise-mère :

Le taillage par fraise-mère est actuellement le procédé le plus utilisé. Il est plus rapide que les II. Procédés de taillage par outil crémaillère et outil pignon, l'usinage se faisant en continu sans allers retours d'outil générant des pertes de temps.

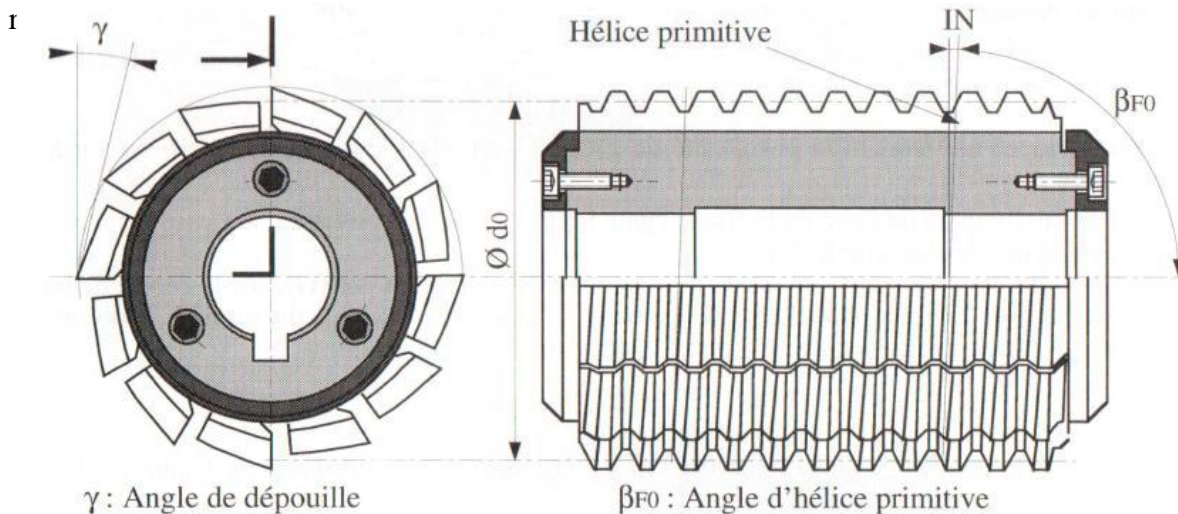
Ce procédé est extrêmement utilisé dans le secteur automobile qui nécessite de nombreux pignons, notamment pour les boîtes de vitesses.



**Figure II.14 :** Exemple de taillage par fraise-mère, image AMMI [15].

### Description de la fraise-mère :

L'outil fraise-mère a l'apparence d'une vis sans fin entaillée de gorges longitudinales pour aménager des arêtes tranchantes (figures II.15 et II.16). Chaque rangée de dents a le profil d'une crémaillère, les dents ne sont pas en développante de cercle. Le paragraphe 3 étudie les caractéristiques de la fraise-mère et le paragraphe 4 les différentes possibilités de sa



**Figure II.15 :** Outil fraise-mère à un filet à gauche, image J. Dufailly [16].

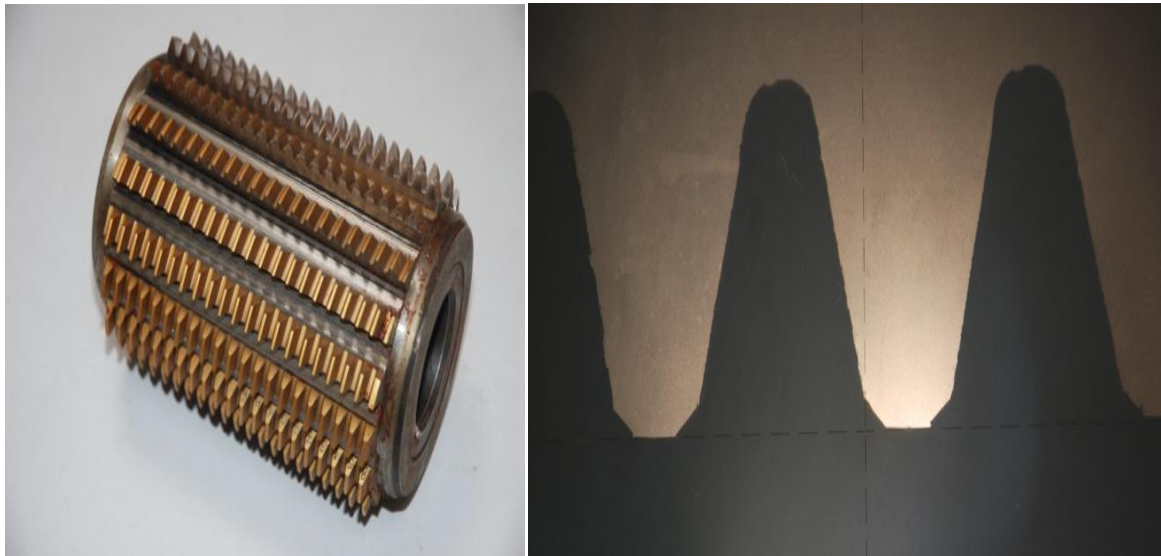


Figure II.16 : Outil fraise-mère et son profil, images HHM

### Mouvements de l'outil et de la roue à tailler :

Ce procédé nécessite plusieurs mouvements coordonnés afin d'obtenir sur la roue usinée le profil en développante de cercle. L'outil fraise-mère et la roue à tailler constituent un engrenage gauche dont les tangentes à l'hélice primitive de l'outil et de la roue restent constamment confondues. La fraise est animée d'un mouvement de rotation sur son axe (mouvement de coupe) ainsi que d'une translation parallèle à l'axe de la pièce (mouvement d'avance) à faible vitesse (figure II.17) ; une translation radiale de l'outil assure la profondeur de passe. Les mouvements de rotation de la roue à tailler et de l'outil fraise-mère sont nécessairement liés, comme pour tous les taillages par génération. L'accroissement de la durée de vie de l'outil est assuré par une usure uniforme de toute la longueur active de l'outil : on réalise un déplacement de la fraise de long de son axe lors du taillage d'un grand nombre de pièces identiques, ce procédé s'appelle le shifting.

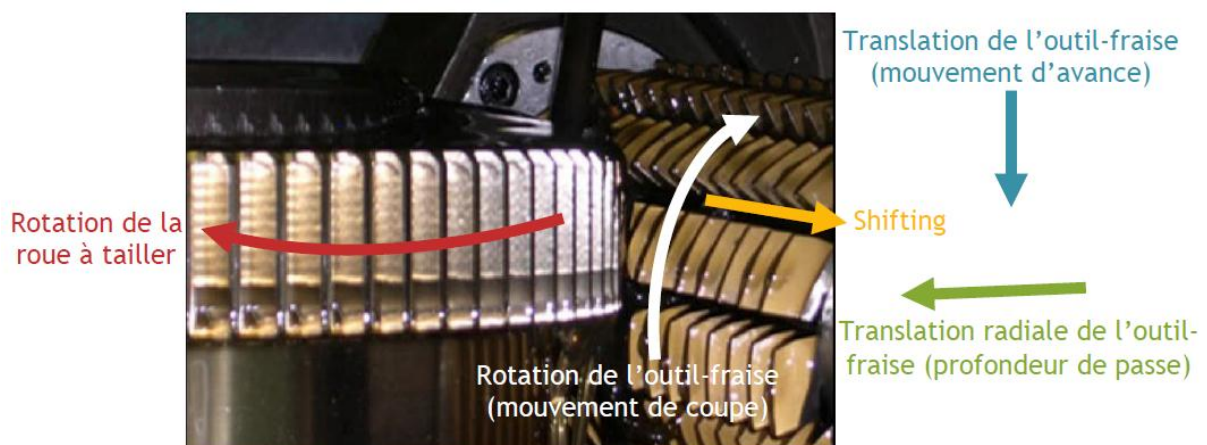


Figure II.17 : Mouvements lors de l'usinage des dents d'une roue avec une fraise-mère.

**Avantages et inconvénients :**

Ce procédé est rapide et très performant. Il nécessite des machines spécifiques et des opérateurs qualifiés. Les outils sont complexes et coûteux.

Il est impossible de réaliser des dentures intérieures, et d'utiliser le taillage par fraise-mère pour de gros pignons (il faudrait des fraises importantes).

**Choix d'usinage :**

La fraise-mère est une vis-sans-fin, munie de goujures créant des dents. Pour un tour de fraise-mère, la roue s'est déplacée d'un pas circulaire. Si par exemple la fraise est une vis à un filet et que la roue à tailler doit avoir  $z$  dents, la fraise devra faire  $z$  tours pendant que la roue à tailler ne fera qu'un seul tour. Si la fraise est à  $Z_0$  filets, elle devra faire  $Z/Z_0$  tours pendant que la roue à tailler ne fera qu'un seul tour. Lors du taillage, les deux objets sont en rotation à vitesse constante selon un rapport :

$$\frac{W}{W_0} = \frac{Z_0}{Z}$$

Avec :

$W$  : vitesse de rotation de la pièce à tailler (tr/min).

$W_0$ : vitesse de rotation de la fraise-mère(tr/min)

Les dents possèdent une dépouille (un détalonnage) afin de ne pas frotter sur les surfaces usinées.

La fraise-mère est munie d'un mouvement d'avance selon la génératrice de la denture à tailler.

**II.5 Précision de la division :**

Etant donné une roue et un pignon qui engrènent ensemble, on demande, comme condition essentielle que le rapport de vitesses angulaires du pignon et de la roue soit constant. Cette condition implique :

- L'exactitude des profils des dents.
- La concentricité des dentures et des axes de rotation.
- La division exacte des cercles primitifs de roue et du pignon.

Pour que les engrenages taillés sur machines à fraise-mère satisfassent à ces exigences, il faut en plus des conditions de précisions géométriques de la machine et de la fraise-mère, que le rapport de vitesse de rotation de la fraise-mère et de la broche porte-pièce soit constant.

Nous devons bien préciser ce point. Il ne suffit pas, en effet, que le rapport du nombre de dents de la roue au nombre de filets de la fraise. Il faut que le rapport des vitesses instantanées des deux broches soit constant. Si la broche porte-fraise tourne d'un angle  $d\alpha_1$ , la rotation correspondante de la broche porte-pièce doit être  $d\alpha_2$  telle que :

$$\frac{d\alpha_1}{d\alpha_2} = \frac{N}{n}$$

Toutes les chaînes cinématiques des machines comportent une partie d'organes communs à la commande de rotation de la fraise et de la pièce, partie qui comprend du reste, le moteur. Cette partie commune n'intervient que par les phénomènes accessoires qu'elle peut créer.

C'est à partir du point où les deux parties des chaînes cinématiques conduisant l'une à la fraise mère, l'autre à la broche porte-pièce deviennent, distinctes que leurs erreurs propres interviennent.

Ces erreurs sont de deux ordres :

- Les erreurs systématiques :
  - Défauts sur les éléments eux-mêmes de la chaîne cinématique.
  - Défauts sur les paliers sur les quelles ils sont montés.
  - Défauts sur la fraise-mère, etc....
- Les erreurs accidentelles :
  - les déformations des organes sous l'action des efforts mis en jeu pendant la marche de la machine et surtout pendant le travail de la broche porte-fraise.
  - L'influence des jeux.
  - la formation de copeaux, etc....

Précisons tout de suite quel est l'ordre de grandeur des erreurs que l'on rencontre sur une machine à tailler. Elles dépendent évidemment du soin apporté à faire le travail, et par suite des conditions de coupe adoptées. Chaque cas de taillage doit donc être considéré comme un cas d'espèce et nous ne saurions trop insister sur le point que toute étude de temps de taillage doit être précédée de la définition exacte des tolérances d'exécution de la pièce. On peut arriver, approximativement, aux chiffres suivant pour une roue taillée d'environ 500 mm de diamètre :

- erreur de division de dent à dent inférieure à 0.01 mm.
- erreur locale de division 0.01 à 0.015 mm.
- erreur totale de division (y compris l'excentration de la pièce) de l'ordre de 30s d'arc.

Les écarts de dent à dent et les erreurs locales ont été donnés en unité de longueur car les écarts proviennent essentiellement des erreurs de fraisage, notamment de la formation de copeau, et elles sont presque indépendantes du diamètre taillé. L'erreur totale de division a été chiffrée en unité d'angle car elle est en grande partie, fonction de ce diamètre.

Quand aux erreurs de profil, elles dépendent dans une très large mesure, des conditions de taillage, de la fraise utilisée et du nombre de dents taillées. Dans les meilleures conditions, il est presque impossible de descendre en dessous de 0.01 mm par rapport au profil théorique.

### II.5.1 Cause des erreurs de division :

Les erreurs de division proviennent, comme nous venons de le voir, des erreurs inévitables dans le rapport des vitesses de rotation de la broche porte-fraise et de la broche porte-pièce.

En ce qui concerne la broche porte-pièce, tout écart angulaire de la position réelle de cette broche par rapport à sa position théorique se reproduit en vraie grandeur sur la roue à taillée.

Si un organe appartenant à la chaîne cinématique de commande de la broche porte-pièce introduit une erreur angulaire  $\varepsilon$ , cette erreur se traduit dans la rotation de la broche porte-pièce par une erreur  $(\frac{\varepsilon}{h})$ ,  $h$  étant le rapport des vitesses de rotation de l'organe considéré et de la broche porte-pièce.

En conclusion nous pouvons dire que des machines à taillée par fraise-mère, à savoir que la valeur réelle de l'inclinaison des dents de la roue taillée dépend uniquement du rapport du différentiel et non pas des valeurs de l'inclinaison des filets de la fraise ou de l'angle que fait l'axe de rotation de la fraise avec celui de la roue.

La précision ainsi obtenue pour l'angle d'inclinaison des dents de la roue taillée ne dépend pas d'un réglage quelconque des organes de la machine, de la précision de l'outil ou d'un guide, elle dépend uniquement de la valeur d'un rapport de train d'engrenages introduits dans la chaîne cinématique de liaison de la rotation de la fraise à la rotation de la pièce.

De plus, il faut remarquer que l'angle d'inclinaison finalement obtenu  $\beta'$  qui diffère d'une valeur très faible de l'angle  $\beta$  théorique cherché, est exactement le même pour les deux pièces qui engrènent entre elles si l'on a eu soin de les taillées sur la même machine et si l'on choisit le même rapport du différentiel.

La portée le long des dents est ainsi parfaite sur toute la hauteur, même si l'angle d'hélice réalisé n'est pas exactement l'angle cherché. Nous insistons sur cette propriété qui constitue une particularité très importante du taillage des engrenages hélicoïdaux sur machine à différentiel. Les engrenages travaillant sous de fortes charges doivent présenter une bonne précision de l'angle d'obliquité (distorsion minimale), pour éviter les fortes surcharges locales sur les flancs des dents.

Les engrenages qui doivent avoir un fonctionnement particulièrement doux ; exigent une bonne précision de forme et une parfaite régularité de division, parce que ces écarts affectent surtout la douceur de rotation. Les engrenages susceptibles de fonctionner dans les deux sens de rotation seront montés de sorte que le jeu avec la roue conjuguée soit le plus faible possible, pour éviter les chocs violents à l'inversion du sens de rotation. Il sera donc capital ici que des tolérances étroites sur l'épaisseur des dents soient respectées.

Les engrenages devant tourner à grande vitesse sans vibrations devront réaliser une transmission angulaire très précise du mouvement, parce que des variations, mêmes minimales dans le rapport de transmission, engendrent fatalement des vibrations. Il faudra donc maintenir très faible l'erreur accumulée de pas circulaire qui dépend essentiellement de la

précision de division qui dépend elle-même de la précision de détermination des roues d'échange.

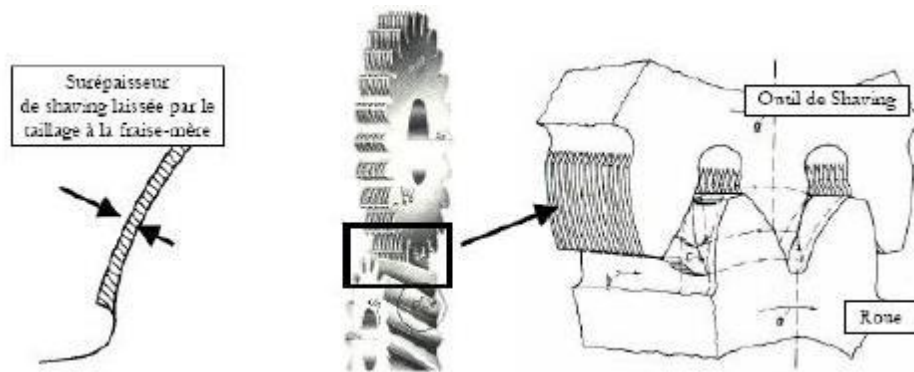
## II. 6. Techniques de finition des dentures :

La finition est souvent la dernière étape d'un procédé de fabrication d'engrenages, il existe différents techniques de finition qui permet de modifier les propriétés de pièces usinée, en plus de lui donner son aspect définitif.

Au cours des dernières années, des procédés de finition innovateurs ont fait leur apparition dans le domaine de la taille d'engrenage, offrant la possibilité aux fabricants d'optimiser leurs procédés et obtenir des pièces mécaniques aux performances supérieures ; dans des délais plus rapides.

### II.6.1 Rasage ou shaving :

Le shaving est une méthode d'usinage par enlèvement de copeaux sur les flancs de dents des engrenages (surépaisseur de 0.03 à 0.05 mm – figure II.18). C'est une technique d'usinage par copeau 'gratté' qui s'apparente au travail de l'alésoir monobloc. Il permet d'améliorer la forme et l'état de surface, ainsi que d'atténuer le battement et l'erreur de division. Des classes de précision de l'ordre de 5 à 6 sont atteintes. Celles-ci deviennent des classes 7 à 8 après le traitement thermique.



**Figure II.18 :** Rasage des dentures

Ce procédé améliore aussi l'état de surface des dents et, par le passage croisé des dents, élimine le risque de concentrations de charge sur l'extrémité de la dent. En modifiant le profil des dentures, le rasage permet de réduire le bruit provoqué en fonctionnement par l'engrenage et d'améliorer sa capacité de chargement, ainsi que la sécurité de fonctionnement et la durée de vie.

#### II.6.1.1 L'outil :

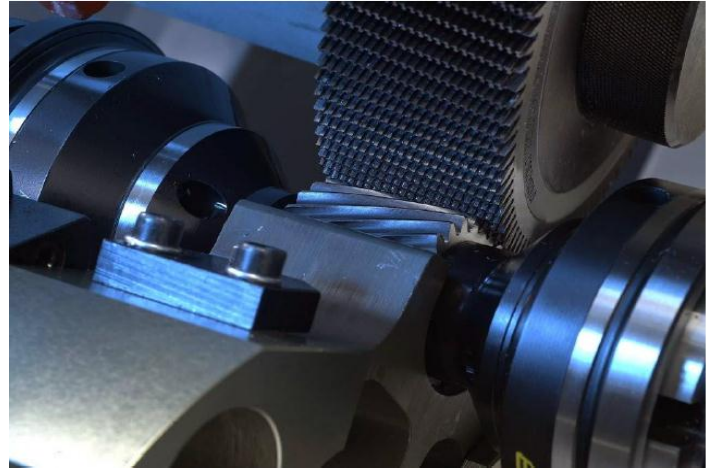
L'outil de rasage a la forme d'un engrenage hélicoïdal avec des stries sur les flancs de dent qui agissent comme des arêtes de coupe (figure II.19) ; il est assimilable à un outil pignon

avec plusieurs petites dents sur le flanc des dentures. L'ensemble des parties coupantes d'un profil de denture est appelé peigne.

Le dégagement à la base des dents permet d'éviter les contacts entre les fonds de dents du pignon à tailler et de l'outil. Ce phénomène nommé interférence est néfaste pour l'usinage comme pour le fonctionnement d'un engrenage.



**Figure II.19** : Exemples d'outil de rasage



**Figure II.20** : Principe de fonctionnement du shaving, Images Samputensili [17]

### II.6.1.2 Principe :

L'outil est monté incliné par rapport à la roue à tailler, il est entraîné en rotation. La roue à raser est libre en rotation et montée entre pointes (figure II.20). L'outil en denture hélicoïdale permet de parcourir toute la profondeur de la dent.

### II.6.1.3 Conclusion :

La géométrie des dentures après rasage devra tenir compte des déformations de traitement thermique, valeurs et sens des déformations étant obtenus après une série d'essais.

C'est un procédé très simple et très performant. Son seul inconvénient est de ne pas s'appliquer après traitement thermique. Il ne peut donc pas s'appliquer lorsque les dispersions de déformation sont trop importantes.

### II.6.2 Rectification :

C'est une opération de finition des dentures qui s'effectue après traitement thermique et qui permet de rattraper les déformations dues au traitement thermique. La rectification permet d'appliquer les corrections de denture demandées au plan. La surépaisseur enlevée est très supérieure à la surépaisseur enlevée en shaving : environ 0.1 mm par flanc, ce qui autorise de

recupérer des déformations importantes. Par voie de conséquence, il est nécessaire d'appliquer des profondeurs supérieures de traitement thermique.



**Figure II.21** : Rectification des dentures

Plusieurs procédés existent :

- Par meule-mère, principe identique au taillage par fraise-mère, l'outil est une meule de grand diamètre. C'est le procédé le plus courant et le plus productif (figure II.21).
- Par meule-assiette, le travail est effectué flanc par flanc, comme en taillage par crémaillère.

Cette technique est réservée à la rectification de dentures de très petites séries dans des géométries spéciales

- Par meule-module, principe identique au fraisage à la fraise-module. Cette technique a retrouvé de l'intérêt en production de moyenne série depuis l'apparition de meules.

La technique de rectification par meule-mère est de loin la technique la plus répandue. Ses limites techniques sont liées à l'utilisation d'outils de grands diamètres pour obtenir les vitesses de coupe suffisantes. Il faut donc de l'espace autour de la denture à rectifier. Le principal inconvénient de la rectification est son investissement initial, son entretien, ainsi que son prix de revient très élevé.

Remarque : Certaines méthodes de rectification nécessitent une opération supplémentaire de honing pour effacer des défauts de surface très gênants du point de vue acoustique.

### II.6.3 Rodage ou Honing :

C'est une opération de finition après traitement thermique. La qualité obtenue est intermédiaire entre le rasage et la rectification. L'outil comporte une denture intérieure qui engène à axes croisés avec le pignon à usiner (figure II.22). Comme pour le rasage, la surépaisseur est faible, de l'ordre de 0.02 à 0.04 mm. Il n'est donc pas possible de rattraper



des défauts trop importants. Ce procédé peut s'utiliser seul, en alternative à la rectification, ou en complément de celle-ci pour améliorer les défauts de surface, nuisibles à l'acoustique.



**Figure II.22 :** Rodage des dentures

### III.1. Etude cinématique

#### III.1.1. Introduction

Le nom de réducteur est réservé à un mécanisme séparé s'intercalant entre un moteur et un récepteur. Lorsque le moteur est fixé sur le carter du réducteur, l'ensemble porte le nom de motoréducteur. Il a pour fonction la réduction de la vitesse d'un moteur (hydraulique, pneumatique, thermique, électrique) avec transmission de la puissance motrice vers une machine réceptrice en absorbant le moins d'énergie. Il permet d'augmenter le couple moteur afin d'entraîner en rotation un organe récepteur sous l'effet d'un nouveau couple.

#### III.1.2 Présentation du mécanisme étudié

Le mécanisme étudié est un réducteur de vitesse constitué de 2 engrenages parallèles à dentures hélicoïdales.

Un moteur électrique entraîne l'arbre « 1 » en rotation à l'extrémité duquel est fixée une roue dentée « Z1 ».

La roue « 1 » transmet son mouvement à un pignon « 2 »

Le pignon « 2 » et la roue « 3 » sont liés à un même arbre. La roue « 3 » transmet son mouvement au pignon « 4 ».

Le pignon « 4 » est lié à l'arbre de sortie du réducteur. Ce dernier entraîne en rotation un escalator.

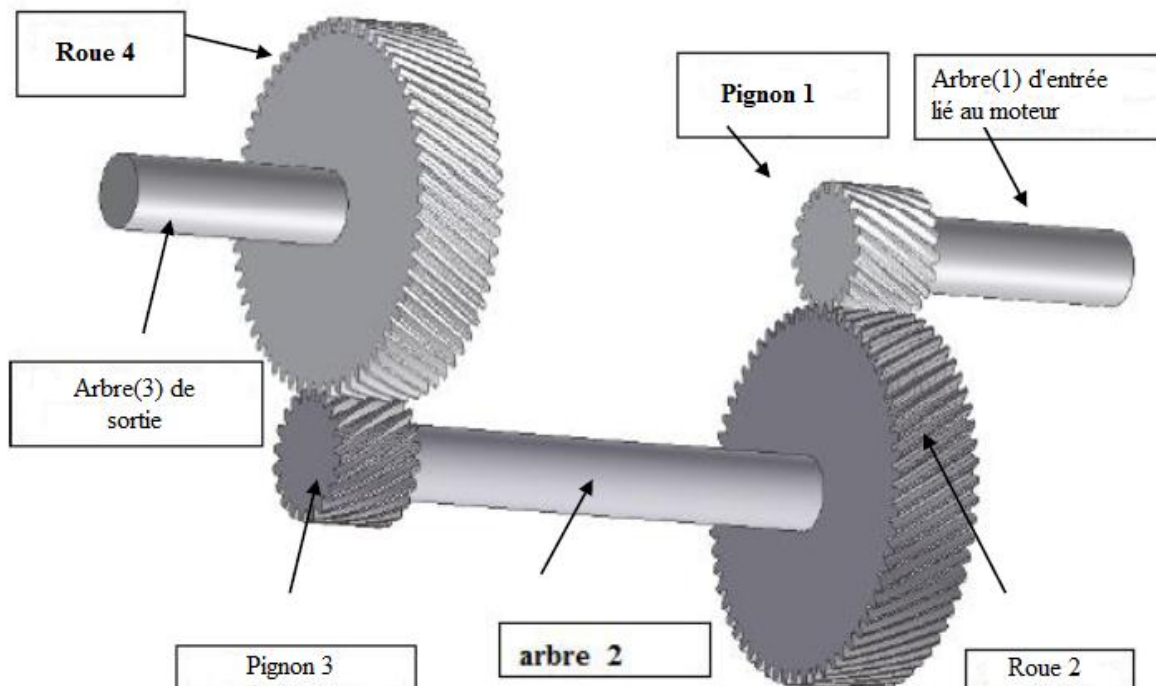


Figure III.1 : Schéma représentant la structure du réducteur

### III.1.3 Eléments du réducteur

#### III.1.3.1 Les pignons à dentures hélicoïdales

- Roues dentées dans lesquelles le profil des dents suit une hélicoïde.
- La roue est cylindrique. Les dents sont inclinées d'un angle  $\beta$  par rapport à l'axe de rotation ( $8^\circ < \beta < 20^\circ$ ).
- Les deux roues à dentures hélicoïdales doivent avoir leurs hélices de sens opposés pour s'engrener ensemble.

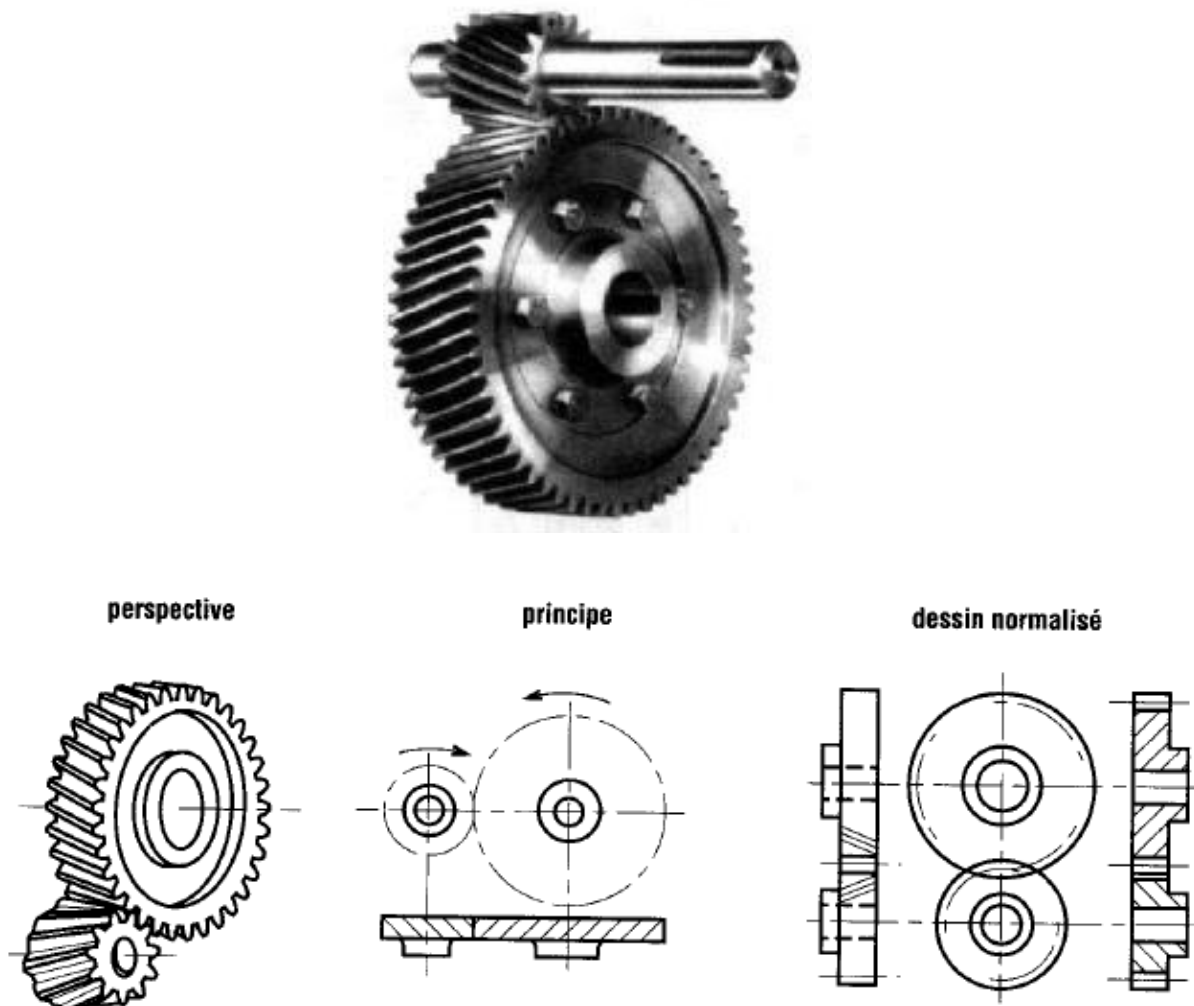


Figure III.2 : Deux roues à dentures hélicoïdales avec différentes représentations

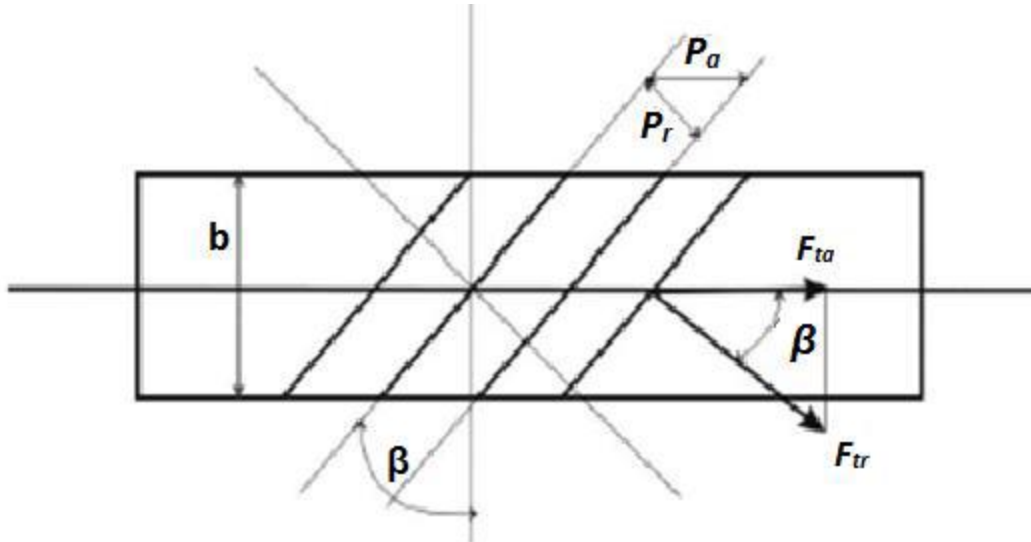
##### III.1.3.1.1 Module et pas apparent

- Module apparent dans le plan du cylindre

$$p_a = \frac{p_r}{\cos \beta_0}$$

- Pas axial de la denture

$$p_x = \frac{p_r}{\sin \beta_0}$$



**Figure III.3 :** Représentation des caractéristiques et des forces agissant sur les dents du Pignon

- Le module réel est celui qui est lié au pas réel. Il est normalisé et est donné par celui de la crémaillère

$$p_r = \pi m_r$$

- Le pas apparent s'en déduit

$$p_a = \pi m_a$$

$$m_a = \frac{m_r}{\cos \beta_0}$$

- L'entreaxe

$$a_0 = \frac{d_{01} + d_{02}}{2} = m_r \frac{z_1 + z_2}{2 \cos \beta_0}$$

### III.1.3.1.2 Angle de pression

- ✓ L'angle de pression qui correspond à l'inclinaison du profil trapézoïdal de la crémaillère n'est pas le même dans le plan normal à la denture que dans le plan moyen de la roue.

- ✓ On peut montrer que l'angle de pression est normalisé dans le plan normal à la denture et que dans le plan apparent on a:

$$\tan \alpha_{0t} = \tan \alpha_0 \frac{1}{\cos \beta_0}$$

### III.1.3.1.3 Calcul des forces sur la denture

- Force tangentielle dans le plan apparent donné par la puissance et la vitesse de rotation

$$F_t = \frac{P \cdot 60}{\pi d_0 N}$$

- La force normale à la denture dans le plan réel

$$T = \frac{F_t}{\cos \beta_0}$$

- Quant à la composante axiale

$$F_x = T \sin \beta_0 = F_t \tan \beta_0$$

- Et la composante radiale

$$F_r = T \tan \alpha_0 = F_t \frac{\tan \alpha_0}{\cos \beta_0}$$

### III.1.3.1.4 Calcul du module

- Le module est déterminé par la résistance à la flexion de la denture

$$m_r \geq 2,34 \sqrt{\frac{T}{k R_0}}$$

- Le module réel  $m_r$  est choisi dans les séries de Renard. On en déduit alors  $m_a$ :

$$m_a = \frac{m_r}{\cos \beta_0}$$

- Pour les dentures hélicoïdales, la largeur doit être suffisamment large pour permettre la continuité de l'engrènement. Il faut que l'arc parcouru lorsque le contact court le long du flanc de la dent soit plus grand que l'arc du pas apparent.

$$b \tan \beta_0 \geq p_a = \frac{\pi m_r}{\cos \beta_0}$$

- Il vient : 
$$b \geq \frac{\pi m_r}{\sin \beta_0}$$
- Pour  $\beta=25^\circ$ , on trouve  $b \geq 7,4 m_r$
- On choisit donc k entre 6 et 10 afin d'avoir continuité du mouvement.

### III.1.3.2 Les arbres

Les arbres de machines sont généralement issus de bruts forgés puis usinés par tournage. L'extrusion est également un mode d'obtention courant pour ce type de pièce. Ils sont très rarement issus de bruts moulés, pour des raisons de mécanique.

L'arbre supporte généralement des engrenages, poulies, volants, manivelles, pignons de chaînes ou autres éléments qui transmettent une position angulaire ou une puissance. Il est donc l'un des éléments mécaniques les plus fréquemment utilisés.

Selon sa géométrie et ses fonctions, un arbre peut porter différentes qualifications telles que :

- ✓ arbre de transmission, s'il transmet une puissance d'un moteur à une machine ou à un élément de machine
- ✓ arbre de renvoi, s'il distribue un mouvement de rotation entre différents éléments ;

La contrainte de torsion est la sollicitation principale auquel est soumis un arbre. Ce type de sollicitation implique que les contraintes maximales soient à la surface de la pièce. La qualité de cette surface (rugosité) est donc un paramètre essentiel pour la tenue d'un arbre.

## III.2. Etude dynamique

### III.2.1 Définition du cahier des charges

Après avoir consulté le tableau I.9 dans le premier chapitre, le matériau choisi est le 41 MoCr 11 qui est un alliage molybdène-chrome qui a une résistance pratique à la rupture de 950 Mpa et une limite d'élasticité de 750 Mpa et une résistance limite à la fatigue au pied de la dent supérieure à 520 Mpa.

$Z_1 = 35$	$R_{pg} = 900 \text{ Mpa}$
$Z_2 = 16$	$P = 2 \text{ kw}$
$Z_3 = 36$	$\beta = 20^\circ$
$Z_4 = 16$	$d_2 = 25 \text{ mm}$

## III.2.1.1 Calcul sur les engrenages hélicoïdaux

Module apparent $m_t$	$m_t = m_n / \cos \beta$	1.61
Module réel $m_n$	$m_n = 2a \cdot \cos \beta_0 / Z_1 + Z_2$	1.5 mm
Nombre de dent	$Z_1 = 16 \quad Z_2 = 36$ $Z_3 = 16 \quad Z_4 = 35$	
Pas apparent	$P_a = m_t * 3.14$	5.02 mm
Pas Réel	$P_r = m_n * 3.14$	4.71 mm
saillie	$h_a = m_n$	1.5 mm
Creux	$H_f = 1.25 * m_n$	1.875 mm
Hauteur de dent	$h = 2.25 m_n$	3.375 mm
Diamètre primitif	$d_{01} = m_t * Z_1$ $d_{02} = m_t * Z_2$ $d_{03} = m_t * Z_3$ $d_{04} = m_t * Z_4$	25.6 mm 57.6 mm 25.6 mm 56 mm
Diamètre de tête	$d_{a1} = d_1 + 2m_n$ $d_{a2} = d_2 + 2m_n$ $d_{a3} = d_3 + 2m_n$ $d_{a4} = d_4 + 2m_n$	28.6 mm 60.6 mm 28.6 mm 59 mm
Diamètre de pied	$d_{f1} = d - 2.5m_n$ $d_{f2} = d - 2.5m_n$ $d_{f2} = d - 2.5m_n$ $d_{f3} = d - 2.5m_n$	21.85 mm 50.85 mm 21.85 mm 52.25 mm
Largeur de la dent (Pas axial)	$b \geq \pi m_n / \sin \beta$	13.77 mm
Entraxe	$a = (d_1 + d_2) / 2$	39.75 mm
Calcul de l'angle de pression $\alpha_0$	$\alpha_0 = 21.09^\circ$	
L'angle d'inclinaison	$\beta = 20^\circ$	

Tableau III.1 : calcul et dimensionnement d'engrenages du réducteur

**Calcul de T** : tel que (T) est la force normale à la denture dans le plan réel .

$$\text{On a : } m_n \leq 2.34 \sqrt{\frac{T}{k \cdot R_{pg}}}$$

Tel que  $k = 10$

$$\text{Alors } T \leq \frac{(1.5)^2 \cdot k \cdot R_{pg}}{(2.34)^2} \leq \frac{2.28 \cdot 10 \cdot 950}{5.475} = 3747.94 \text{ N}$$

**Calcul des forces appliqués sur les pignons (1, 2, 3, 4)**

Pignon 1 :

$$F_{t1} = T \cos \beta_0 \Rightarrow F_{t1} = 3747.94 \cdot \cos(20) \Rightarrow F_{t1} = 3521.91 \text{ N}$$

Calcul de  $N_1$  :

$$N_1 = \frac{P \cdot 60}{F_{t1} \cdot \pi \cdot d_{01}} = \frac{2000 \cdot 60}{3521.91 \cdot \pi \cdot 25.6 \cdot 10^{-3}}$$

$$N_1 = 423.87 \text{ tr/min}$$

Pignon 2 :

$$F_{t2} = \frac{P \cdot 60}{\pi \cdot d_{02} \cdot N_2}$$

Calcul de  $N_2$  :

$$N_2 = I \cdot N_1$$

$$\text{Tel que } \frac{z_1}{z_2} = \frac{16}{36} \Rightarrow I = 0.44$$

$$\text{Alors } N_2 = 0.44 \cdot 423.87 \Rightarrow N_2 = 186.50 \text{ tr/min}$$

$$\text{On aura } F_{t2} = \frac{2000 \cdot 60}{\pi \cdot 57.6 \cdot 10^{-3} \cdot 186.50} \Rightarrow F_{t2} = 3231.13 \text{ N}$$



Pignon 3 :

$$N_2 = N_3$$

$$F_{t3} = \frac{P \cdot 60}{\pi \cdot d_{03} \cdot N_3} \Rightarrow F_{t3} = \frac{2000 \cdot 60}{\pi \cdot 25.6 \cdot 10^{-3} \cdot 186.50} \Rightarrow F_{t3} = 1587.22 \text{ N}$$

Pignon 4 :

Calcul de  $N_4$  :

$$N_4 = I \cdot N_3 \Rightarrow N_4 = 0.45 \cdot 186.50 \Rightarrow N_4 = 85.25 \text{ tr/min}$$

$$F_{t4} = \frac{p \cdot 60}{\pi \cdot d_{04} \cdot N_4} \Rightarrow F_{t4} = \frac{2000 \cdot 60}{\pi \cdot 56 \cdot 10^{-3} \cdot 85.25} \Rightarrow F_{t4} = 1621.13 \text{ N}$$

**Calcul de l'angle de pression  $\alpha_0$**

$$F_t = F_n \cos \alpha \quad \text{et alors} \quad F_{t1} = F_{n1 \rightarrow 2} \cos \alpha_0$$

$$\text{On a } F_{n1 \rightarrow 2} = \frac{C_m}{d_{f1}/2}$$

$$\text{Tel que } C_m = \frac{P}{\omega} = \frac{2000}{20.28} \Rightarrow C_m = 98.61 \text{ N.m}$$

$$\text{Alors } F_{n1 \rightarrow 2} = \frac{98.61}{21.85 \cdot 10^{-3} / 2} \Rightarrow F_{n1 \rightarrow 2} = 3774.54 \text{ N}$$

$$F_{t1} = F_{n1 \rightarrow 2} \cos \alpha_0 \Rightarrow \cos \alpha_0 = \frac{F_{t1}}{F_{n1 \rightarrow 2}}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha_0 = \frac{3521.91}{3774.54} = 0.933$$

$$\text{Donc on trouve } \alpha_0 = 21.09^\circ$$

Tel que

$F_{t1}$  : force tangentielle appliquée sur le pignon 1

$F_{n1 \rightarrow 2}$  : Force normale du pignon 1 appliquée sur le pignon 2

$C_m$  : le couple moteur

P : puissance du moteur

$\omega$  : vitesse angulaire

### Calcul des composantes radiale et axiale

➤ la composante radiale  $F_r$  :

$$F_r = T \tan \alpha_0 = 3747.94 * \tan(21.09) \Rightarrow F_r = 1445.45 \text{ N}$$

➤ la composante axiale  $F_x$  :

$$F_x = T \sin \beta = 3747.94 * \sin(20) \Rightarrow F_x = 1264.79 \text{ N}$$

### III.2.1.2 calcul sur les arbres :

- Etude de la torsion

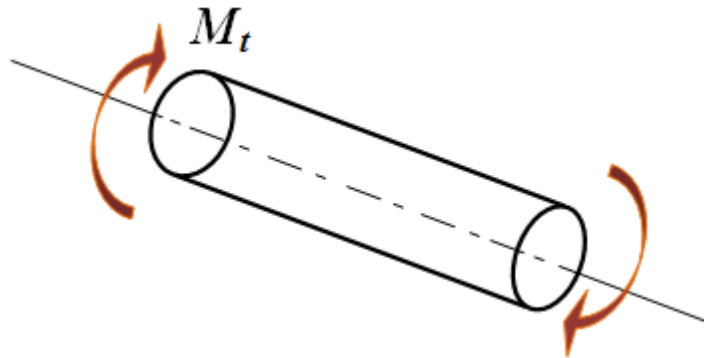


Figure III.4 : Arbre soumis a la torsion

Arbre 1 :

$$M_{t1} = \frac{P}{\omega_1}$$

$$\omega_1 = \frac{2 * \pi * N_1}{60} = \frac{2 * \pi * 423.87}{60} \Rightarrow \omega_1 = 20.28 \text{ rad/s}$$

$$M_{t1} = \frac{2000}{20.28} \Rightarrow M_{t1} = 98.61 \text{ N.m}$$

Arbre 2 :

$$M_{t2} = \frac{P}{\omega_2}$$

$$\omega_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot N_2}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 186.50}{60} \Rightarrow \omega_2 = 44.21 \text{ rad/s}$$

$$M_{t2} = \frac{2000}{44.21} \Rightarrow M_{t2} = 45.23 \text{ N. mm}$$

Arbre 3 :

$$M_{t3} = \frac{P}{\omega_3}$$

$$\omega_3 = \frac{2 \cdot \pi \cdot N_4}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 85.25}{60} \Rightarrow \omega_3 = 96.38 \text{ rad/s}$$

$$M_{t3} = \frac{2000}{96.38} \Rightarrow M_{t3} = 20.75 \text{ N. mm}$$

**Détermination des diamètres des arbres :**

$$M_t = G \frac{\pi \cdot d^4}{32} \theta' \quad \dots\dots\dots (A)$$

De cette formule utilisée généralement dans l'étude des arbres de manège on peut tirer le diamètre minimal des trois arbres utilisés dans ce réducteur.

De (A) On déduit que :

$$d = \sqrt[4]{\frac{32}{\pi \cdot G \cdot \theta'} M_t}$$

comme

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} = \frac{2.11 \cdot 10^{11}}{2.6} = 80.77 \cdot 10^9 \text{ Pa}$$

$$\theta' = 0.25^\circ/\text{m} = 0.25 \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad/m} = 4.363 \cdot 10^{-3} \text{ rad/m}$$

Condition de raideur en torsion : l'angle de torsion de l'arbre par unité de longueur  $\theta'$  ne dépasse pas  $0.25^\circ/\text{m}$

on aura

$$d = \sqrt[4]{\frac{32}{\pi \cdot 80.77 \cdot 10^9 \cdot 4.363 \cdot 10^{-3}} M_t} = 0.01304 \sqrt[4]{M_t}$$

$$d = 13.04 \sqrt[4]{M_t}$$

tel que

$d \rightarrow \text{mm}$

$M_t \rightarrow \text{N/m}$

Après simplification des calculs On aboutira a la formule finale :

$$d = 120 \sqrt[4]{\frac{P}{N}}$$

$d : \text{mm}$

$P : \text{chevaux (ch)}$

$N : \text{tr/min}$

Calcul de  $D_1$  :

On a 1 cheval  $\rightarrow 736 \text{ kw}$

P cheval  $\rightarrow 2000 \text{ kw}$

$$\Rightarrow P = \frac{2000}{736} = 2.717$$

$$D_{1\text{min}} = 120 \sqrt[4]{\frac{P}{N_1}} = 120 \sqrt[4]{\frac{2.717}{423.87}} \quad D_{1\text{min}} = 27.97 \text{ mm}$$

On prendra  $D_1 = 30 \text{ mm}$

Calcul de  $D_2$  :

$$D_{2\min} = 120 \sqrt[4]{\frac{P}{N_2}} = 120 \sqrt[4]{\frac{2.717}{186.5}} \quad D_{2\min} = 33.98 \text{ mm}$$

On prendra  $D_2 = 35 \text{ mm}$

Calcul de  $D_3$  :

$$D_{3\min} = 120 \sqrt[4]{\frac{P}{N_4}} = 120 \sqrt[4]{\frac{2.717}{85.25}} \quad D_{3\min} = 41.29 \text{ mm}$$

On prendra  $D_3 = 42 \text{ mm}$

## IV.1 Généralités

### IV.1.1 Introduction

On terminera finalement ce travail par un chapitre plus intéressant qui est la modélisation géométrique qui nous aide à bien comprendre le phénomène physique qui règne sur la structure étudiée lors de son mouvement.

### IV.1.2 la conception assistée par ordinateur CAO

#### IV.1.2.1. Définition

Moyen d'aide à la conception d'un produit. La CAO est une technique dans laquelle l'homme et l'ordinateur sont rassemblés pour résoudre des problèmes techniques dans une équipe qui associe étroitement les meilleures qualités de chacun d'eux.

En CAO on travaille souvent en trois dimensions.

La CAO permet de: avoir une réponse plus rapide à ses appels d'offre,

- Avoir le choix de solutions multiples et plus sophistiquées,
- Fournir des documents fiables et de bonne qualité. [18]
- Un logiciel de CAO se compose généralement de quatre parties majeures qui peuvent être organisées comme suit :
  - ✓ Le modèleur géométrique : il représente "la planche à dessin". Nous trouvons dans cette partie les composants géométriques essentiels: points, droites, cercles, ellipses, plans, sphères, cylindres, cônes, courbes de Bézier ou B-Splines, surfaces NURBS, surfaces de révolution, surfaces de balayage, etc. Il intègre également les composants topologiques : sommets, faces, arêtes, orientations, coïncidences, adjacences, intersections, soustractions, unions, etc.
  - ✓ L'outil de visualisation
  - ✓ Un certain nombre d'applications : on retrouve le calcul des grandeurs géométriques (distances, inerties, volumes, masses, etc.), les fonctions métiers: assemblage de pièces, production de plans, simulation d'usinage, moulage, fraisage...etc.
  - ✓ Un contrôleur : il gère et manipule les intersections entre les trois outils cités précédemment. [19]

#### IV.1.2.2. Historique de la CAO [20]

La conception assistée par ordinateur est née aux États-Unis aux environs de 1950 au moment où la General Motors et le Massachusetts Institute of Technology ont imaginé de converser avec un ordinateur par d'autres méthodes que la carte perforée, le ruban magnétique et le ruban perforé. En 1960, après un projet très élaboré, General Motors et IBM ont groupé leurs efforts pour mettre sur pied le premier écran graphique et ont abouti au projet nommé DAC 1 (Design Augmented by Computer). L'équipement comprenait un tube cathodique de grandes dimensions, un crayon électronique, un projecteur de microfilm, le tout branché sur un calculateur IBM 7094; le prototype de tube a ensuite été commercialisé, uniquement pour la CAO, sous l'appellation IBM 2250.

Pour la première fois, un dessinateur en carrosserie pouvait communiquer avec un ordinateur en utilisant son propre langage : le dessin. L'utilisation de ce matériel faisait appel à une équipe de trente personnes comprenant des ingénieurs mathématiciens, des spécialistes en programmation, des spécialistes en définition de pièces de carrosserie et des spécialistes en commande numérique. Cette équipe mettait en place la logique, la théorie mathématique et la méthode d'utilisation, afin d'élaborer un système intégrant l'ensemble des opérations depuis la conception jusqu'à la matérialisation tridimensionnelle. L'idée était de passer directement du croquis et des sections de principe du concepteur à la définition numérique sans réaliser le tracé précis de la pièce employé jusque-là en étude de carrosserie.

La définition numérique était déclenchée à partir de concepts géométriques mis à la disposition de l'utilisateur sous forme de menus affichés sur l'écran.

L'utilisation opérationnelle de ce genre de matériel a commencé en 1965. La diffusion des consoles graphiques IBM 2250, Control Data Gelac 418, Charactron et SC 4020 de Stromberg Carlson dans les bureaux d'études des grandes sociétés automobiles et aéronautiques a donné naissance au Computer Aided Design (CAD).

La plupart des systèmes de CAO sont développés et commercialisés par des sociétés spécialisées (Autodesk, Csigraph, Computer-vision, Hewlett-Packard, IBM, Intergraph, etc.).

### IV.1.2.3. Domaines d'application de la CAO [21]

De nombreux domaines d'ingénierie font appel à la CAO, nous avons essayé de faire ici un résumé des plus importants domaines d'applications de la CAO pour voir l'ampleur que prend cette dernière, avec ses outils associés (DAO, FAO.....).

- ✓ Acoustique : Etudes sur la propagation et réflexion du bruit,... etc.
- ✓ Automatique : Essentiellement description et simulation des systèmes continus et discrets et de processus.
- ✓ Chimie : Conception et représentation 3D de grosses molécules comme les protéines.  
Electronique : Conception et simulation de circuits intégrés, circuits imprimés, assemblage de cartes électroniques,...etc.
- ✓ Hydraulique : Modélisation et calcul des écoulements, pressions (champ scalaire), vitesses (champ vectoriel),.....etc.
- ✓ Mécanique : La CAO revêt beaucoup de formes dans ce domaine, la conception et le dessin de pièces mécaniques, la modélisation par la méthode des éléments finis, entre autres, pour le calcul de pressions, déplacements, forces....etc. •Mécanique des fluides: Etude des phénomènes de pollution thermique,...etc.
- ✓ Thermique : Etude concernant la diffusion de la chaleur, la modélisation par des méthodes numériques pour le calcul des températures,...etc. •Génie Civil : Dessin et conception de bâtiments et de constructions diverses, calcul de résistance des matériaux, calcul de structures, ....etc.
- ✓ Génie électrique : Conception des machines électriques (moteurs, transformateurs, contacteurs,...), modélisation de phénomènes électromagnétiques (calcul du champ magnétique ou électrique) par des méthodes numériques tels que la méthode des éléments finis, étude des vibrations mécaniques (phénomène couplé en mécanique et en magnétique), simulation et conception des circuits en électronique de puissance, simulation des réseaux électriques,...etc.



#### IV.1.2.4 Les avantages et les inconvénients de la CAO

- **Avantages :**

- Une fois que la conception d'une pièce est effectuée, son dessin peut être visualisé sous tous les angles et à toutes les échelles. Il peut être exploité dans des simulations et des maquettes virtuelles, réutilisé à volonté, etc.
- Amélioration de la « justesse » des plans. Quand on modifie un tracé, il est facile de modifier la cote en même temps ;
- Gain de temps appréciable pour la constitution des plans de détails ;
- « Remontage sur plan » du mécanisme à partir des dessins de définition ;
- Stockage de toutes les données pertinentes pour le projet sur un serveur informatique unique ;
- Incorporation des systèmes d'experts (imitation des connaissances des experts, ingénieurs) ;
- Système intégré pour le calcul du coût de fabrication de la conception ;
- Partage des données de conception, accessibilité et travail collaboratif.

- **Inconvénients :**

- Coût du matériel ;
- Coût des formations

#### IV.1.3 Définition du logiciel CAO solidworks

Le logiciel de CAO SolidWorks est une application de conception mécanique 3D paramétrique qui permet aux concepteurs d'esquisser rapidement des idées, d'expérimenter des fonctions et des cotes afin de produire des modèles et des mises en plan précises.

De plus il nous permet d'enregistrer le dessin sous les différents formats (DXF, STL, STEEP, etc.....).

## IV.2 modélisation géométrique

La modélisation géométrique des pièces du compresseur avec le logiciel Solidworks passe par 3 étapes :

- Création des pièces en model de2D (2 Dimensions) ;
- Création des pièces en model de 3D (3 Dimensions) ;
- Assemblage des pièces.

### IV.2.1 création des pièces en model 2D et 3D

Afin de voir les pièces illustrées en mode 3D, il faut d'abord esquisser ces dernières en forme 2D en suivant bien sur les dimensions de la pièce désirant concevoir.

Les figures suivantes représentent les différentes pièces en divers dimensions voir 2D et 3D

#### Exemple de l'arbre :

Représentation de l'arbre en 2D et 3D

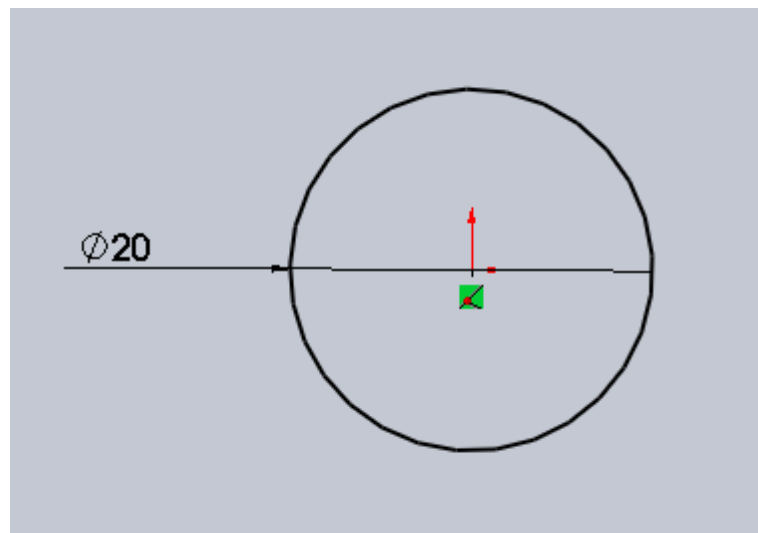


Figure IV.1 : Arbre en 2D

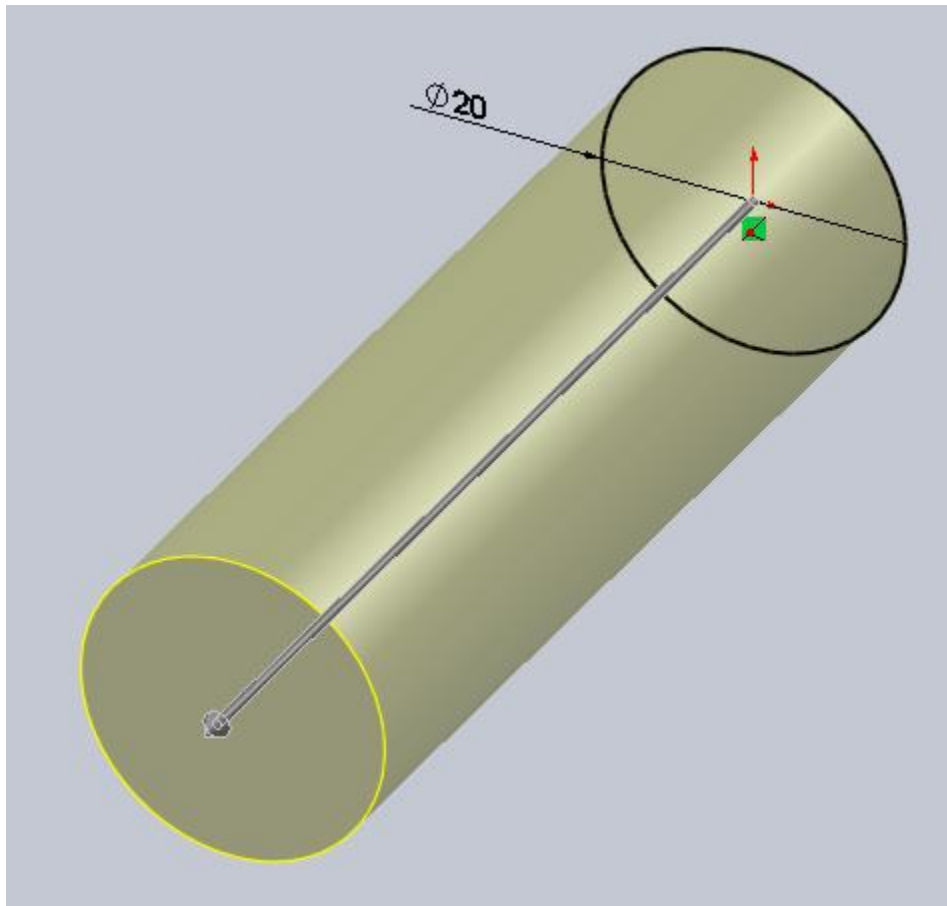


Figure IV.2 : Arbre en 3D

Exemple de la roue dentée :

Représentation de La roue dentée en 2D et 3D

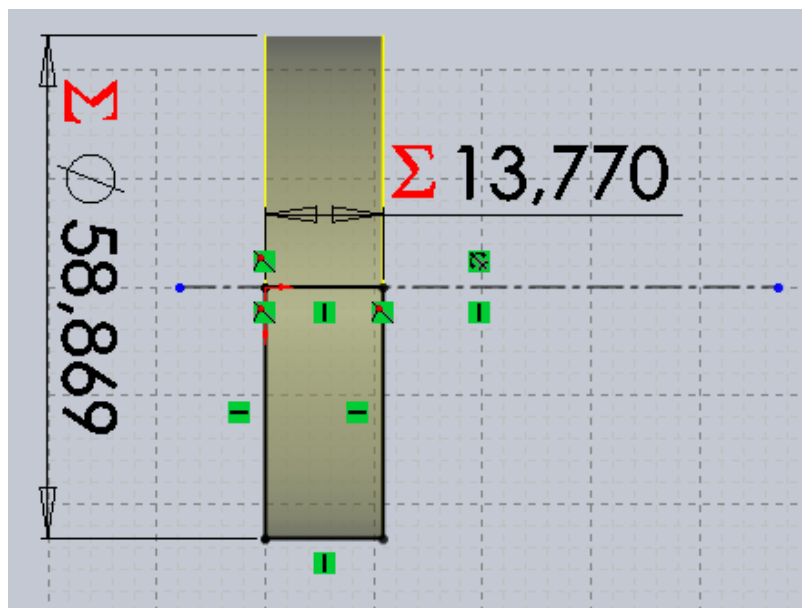


Figure IV.3 : Roue dentée en 2 dimensions

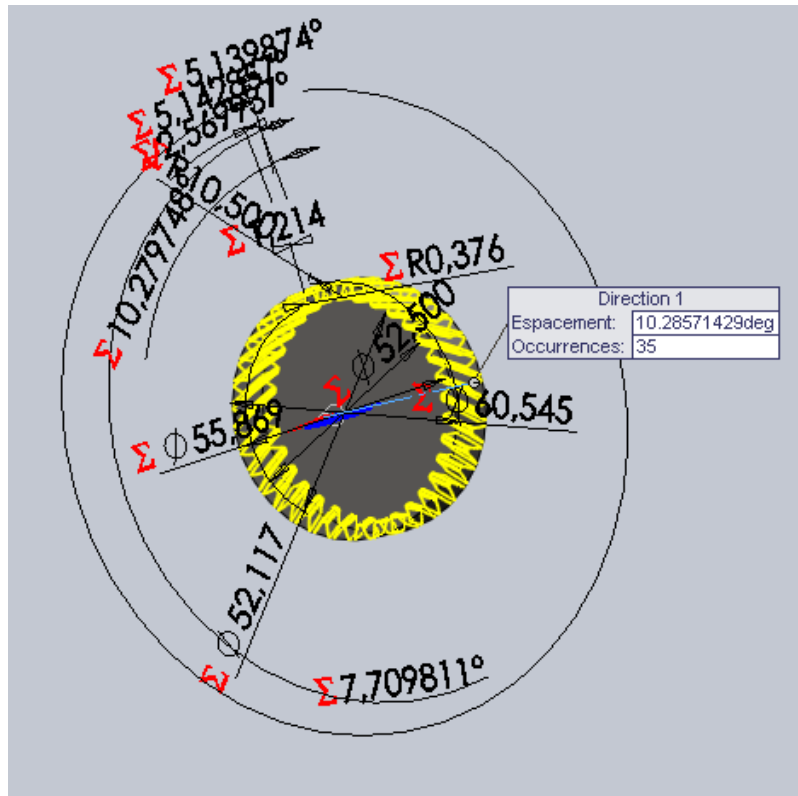


Figure IV.4 : Roue dentée en 3 dimensions

#### IV.2.2 création de l' assemblage

Pour pouvoir concevoir le réducteur il faut d'abord rassembler les ces différents organes cités déjà auparavant (pignons et arbres). Commenant par illustrer la vue éclatée du réducteur comme le montre la figure suivante :

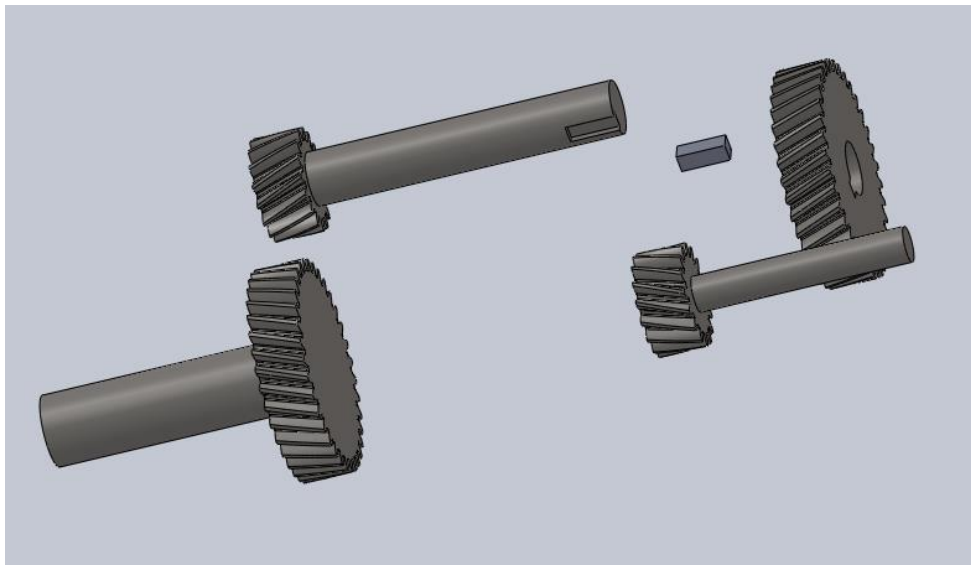
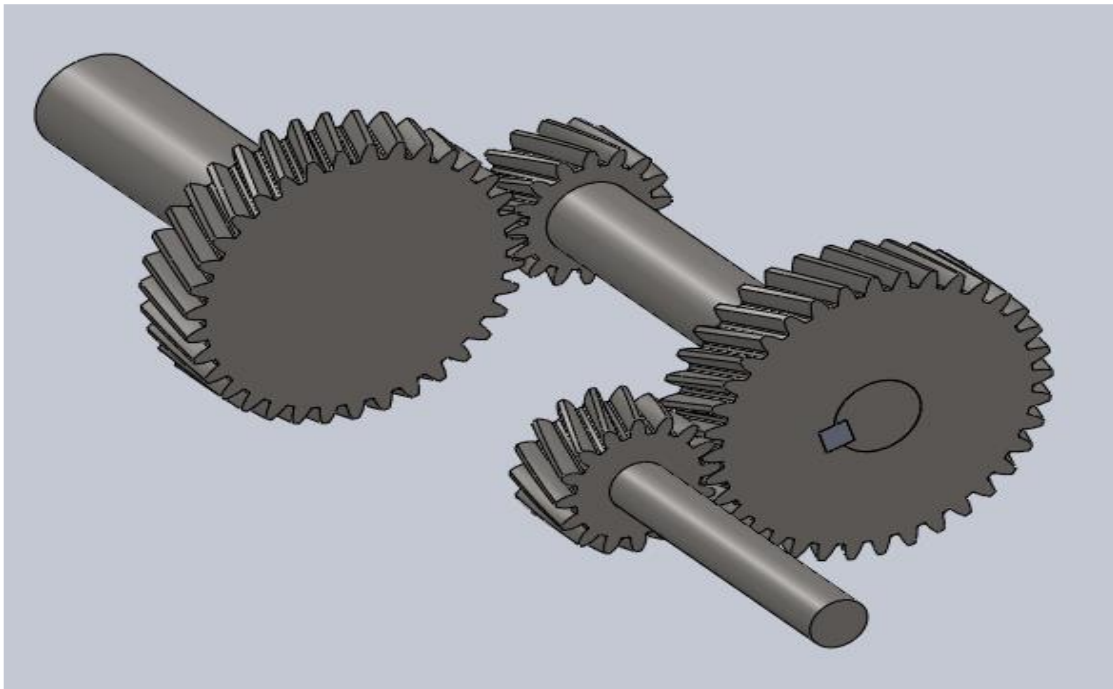


Figure IV.5 : Vue éclatée du réducteur étudié

Et maintenant, on peut voir dans la figure qui suit après assemblage des différentes pièces conçues avec le logiciel SolidWorks le réducteur en 1 seul organe ou bien en une unité :



**Figure IV.6** : Le réducteur après assemblage des pièces

### IV.3 modélisation numérique

#### IV.3.1 introduction aux éléments finis

Les codes éléments finis font maintenant partie des outils couramment utilisés lors de la conception et à l'analyse des produits industriels. Les outils d'aide à la modélisation devenant de plus en plus perfectionnés, l'utilisation de la méthode des éléments finis s'est largement développée et peut sembler de moins en moins une affaire de spécialistes. Si l'utilisation de la méthode se démocratise de par la simplicité croissante de mise en œuvre, la fiabilité des algorithmes et la robustesse de la méthode, il reste néanmoins des questions essentielles auxquelles l'ingénieur devra répondre s'il veut effectuer une analyse par éléments finis dans de bonnes conditions :

- Formaliser les non-dits et les réflexions qui justifient les choix explicites ou implicites de son analyse du problème ;
- Évaluer la confiance qu'il accorde aux résultats produits ;
- Analyser les conséquences de ces résultats par rapport aux objectifs visés ;

### IV.3.2 Démarche éléments finis :

Les principales étapes de construction d'un modèle éléments finis, sont les suivantes :

- Discrétisation du milieu continu en sous domaines ;
- Construction de l'approximation nodale par sous domaine ;
- Calcul des matrices élémentaires correspondant à la forme intégrale du problème ;
- Assemblage des matrices élémentaires ;
- Prise en compte des conditions aux limites ;
- Résolution du système d'équations.

### IV.3.3 le maillage

Un maillage est une partition de l'espace ou d'un domaine en cellules appelées éléments. Le mailleur prend en entrée la géométrie, c'est-à-dire le fichier produit par le modelleur géométrique, et fournit en sortie un maillage. Ceci comprend une information géométrique sur les sous-volumes et une information topologique sur la connectivité entre les éléments. Les maillages non structurés sont sous la forme d'une liste d'éléments interconnectés. Les formes sont souvent des triangles ou des quadrilatères en deux dimensions, et des tétraèdres, des cubes ou des hexaèdres en trois dimensions. La connectivité d'un élément est la liste de ses voisins. Un élément possède un voisin par arête ou par face, selon que le maillage est bi- ou tridimensionnel. Dans le cas des maillages structurés, la connectivité est par définition implicite, et donc le maillage se résume à une simple liste de nœuds.

### IV.3.4 différents types de maillage

#### IV.3.4.1. Maillage linéaire

C'est généralement un élément à 2 degré de liberté (DDL) par nœuds ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ), pour déterminer son énergie élastique.

#### IV.3.4.2. Maillage surfacique

C'est un élément bidimensionnel dans lequel on suppose que les contraintes sont uniformes dans l'épaisseur et qu'elles sont perpendiculaires au plan de l'élément). Il est utilisé pour modéliser des structures minces travaillant en membrane, c'est-à-dire sans rigidité de flexion.

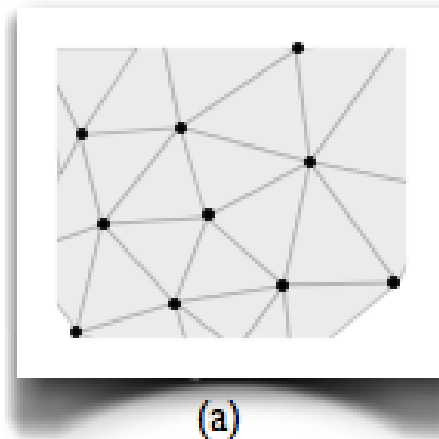
### IV.3.4.3. Maillage volumique

Dans cet élément, aucune hypothèse simplificatrice n'est posée sur les déformations et les contraintes. Il est, par contre, nécessaire, pour calculer l'énergie élastique, de faire des hypothèses sur l'évolution du champ de déplacement à l'intérieur de l'élément.

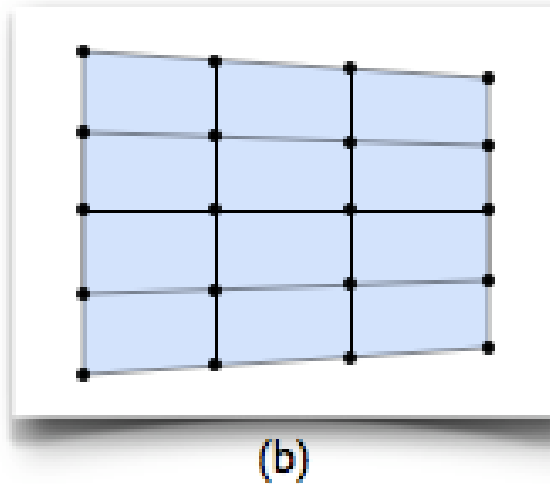
### IV.3.5 La génération du maillage

La construction du maillage à proprement parler fait, la plupart du temps, appel à des algorithmes automatisés qui appliquent les règles ci-dessus. Schématiquement, il en existe deux types :

- Les maillages non structurés qui peuvent mailler des géométries à peu près quelconques de façon complètement automatique ; la plupart d'entre eux n'acceptent que les triangles ou les tétraèdres, et les maillages ainsi générés sont reconnaissables à leur absence de régularité géométrique (Figure IV.7a) ;
- Les maillages structurés qui réalisent un pavage régulier d'éléments (Figure IV.7b) leur utilisation demande de découper la géométrie de la pièce en domaines simples et de s'assurer que les différents "morceaux" pourront bien s'assembler selon les règles du paragraphe ci-dessus.



**Figure IV.7a** : Un maillage non structuré de triangles.



**Figure IV.7b** un maillage structuré quadrilatères.

Chaque approche possède ses avantages et ses inconvénients : les maillages non structurés se limitent généralement aux triangles ou tétraèdres mais fonctionnent souvent "en un clic", tandis que les maillages structurés demandent un travail de préparation et de contrôle plus conséquent mais offrent l'accès aux quadrilatères et aux hexaèdres qui, bien souvent, sont considérés comme les éléments les plus performants. Le choix de la forme des éléments doit naturellement tenir compte des possibilités du ou des maillage(s) disponibles.

#### **IV.4 le maillage des organes du réducteur**

Rappelons que dans cette simulation avec SolidWorks on a procédé à un maillage par défaut.



IV.4.1 les pignon

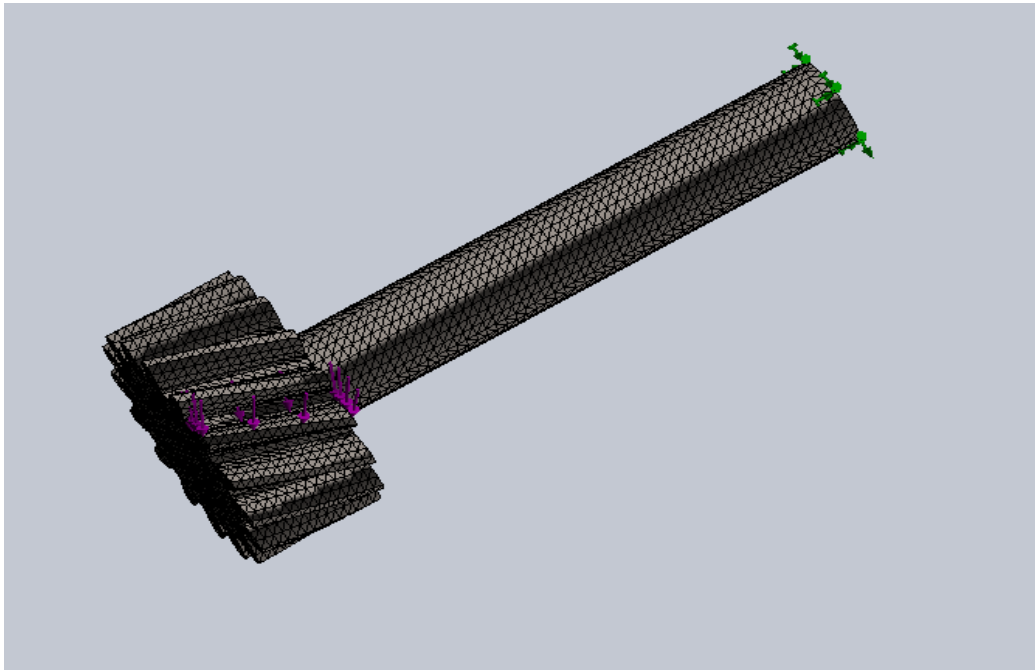


Figure IV.8 : Maillage du Pignon 1

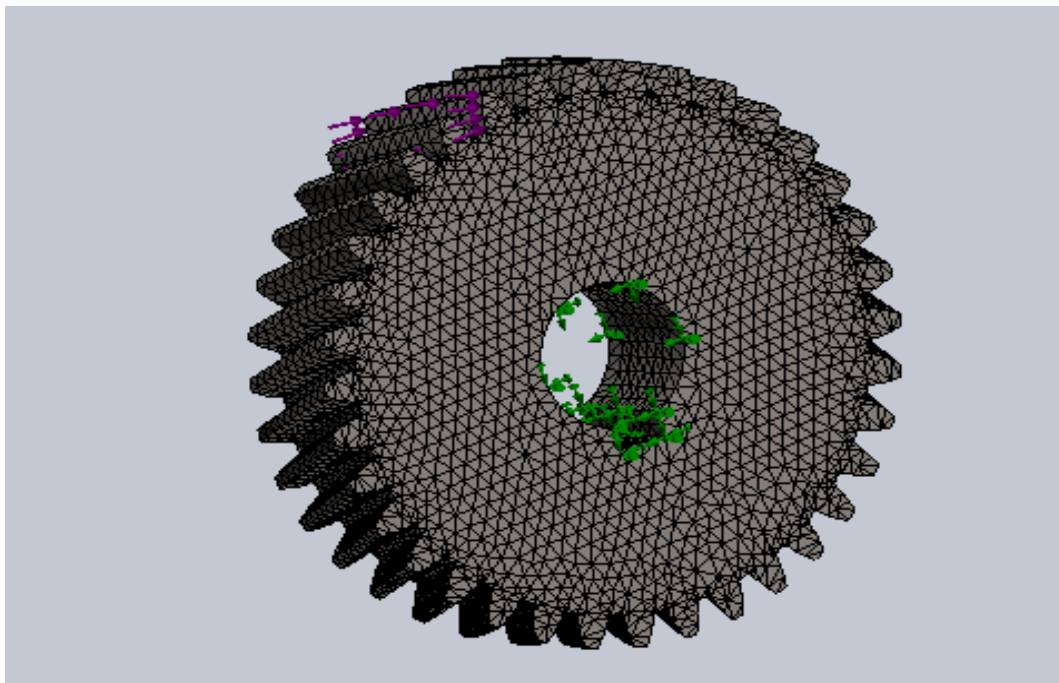


Figure IV.9 : Maillage du pignon 2

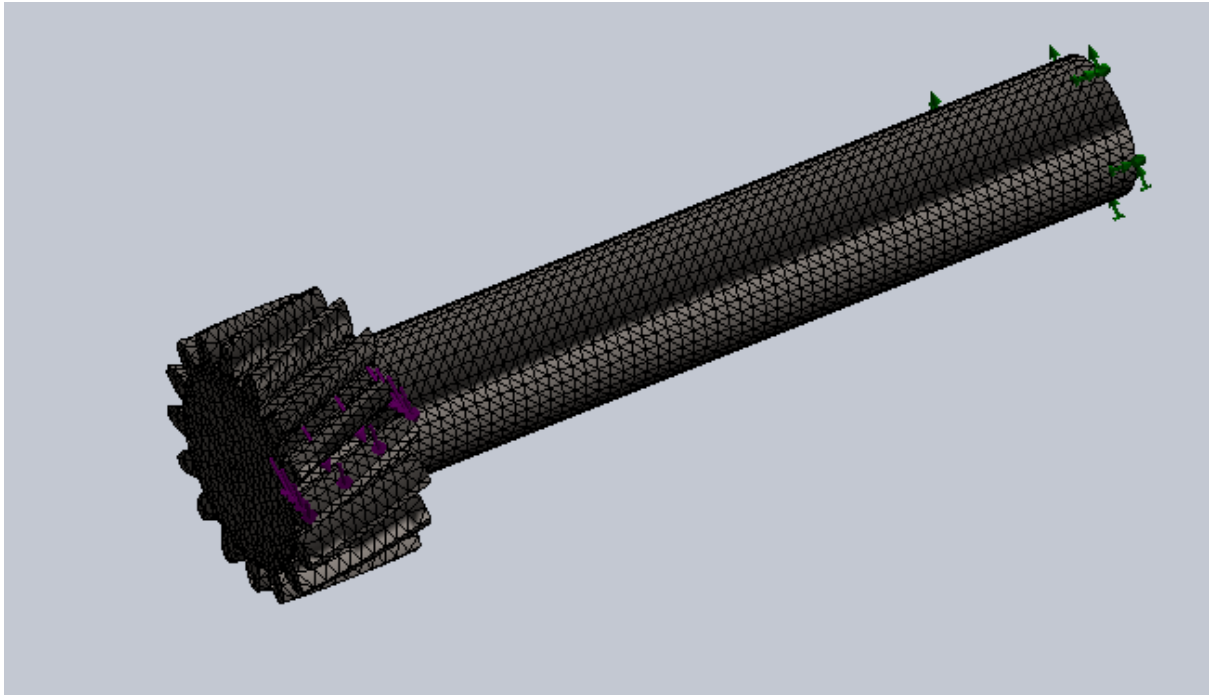


Figure IV.10 : Maillage du Pignon 3

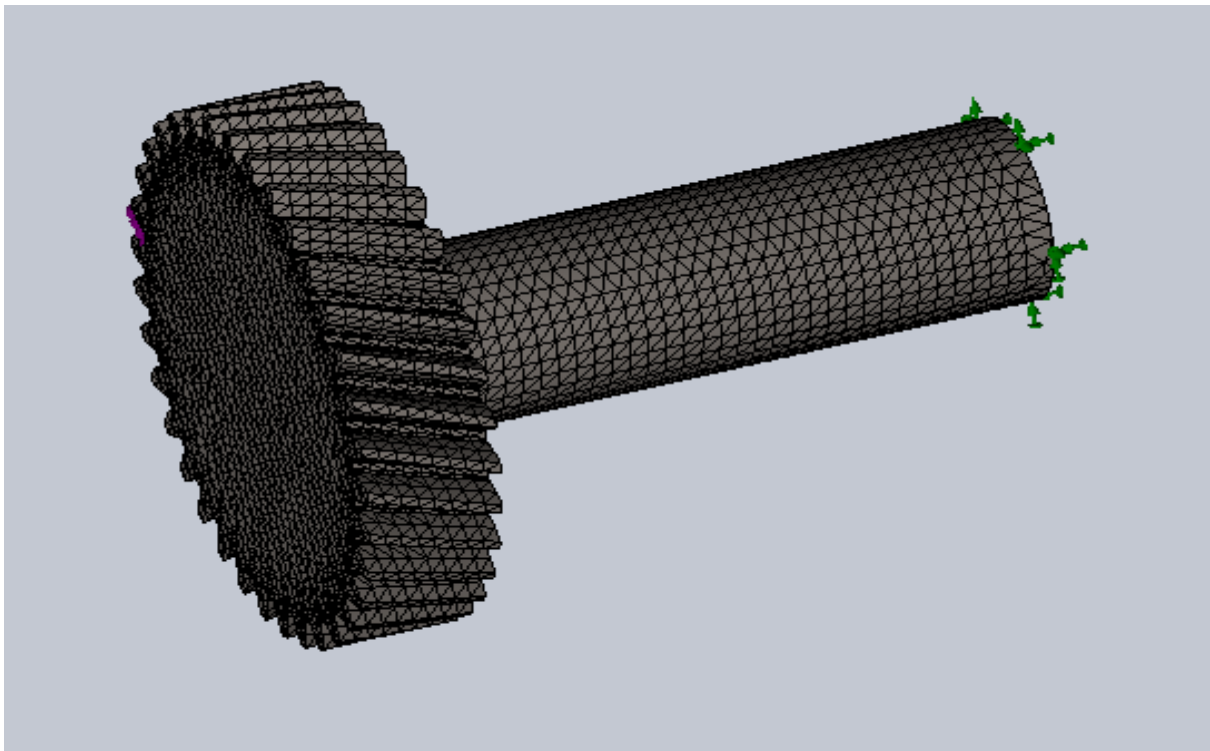


Figure IV.11 : Maillage du Pignon 4

IV.4.2 les arbres

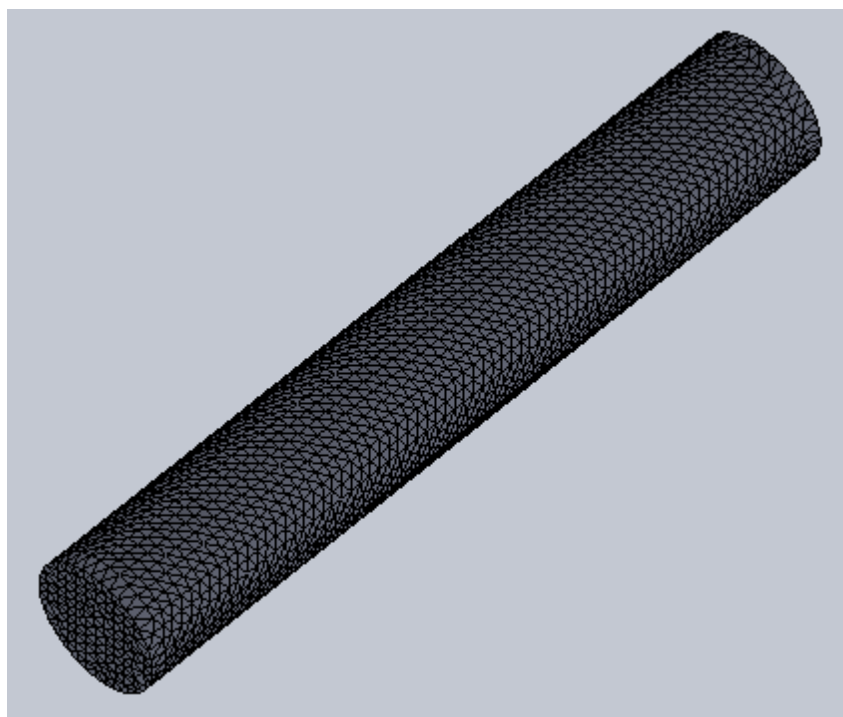


Figure IV.12 : Maillage de l'arbre 1

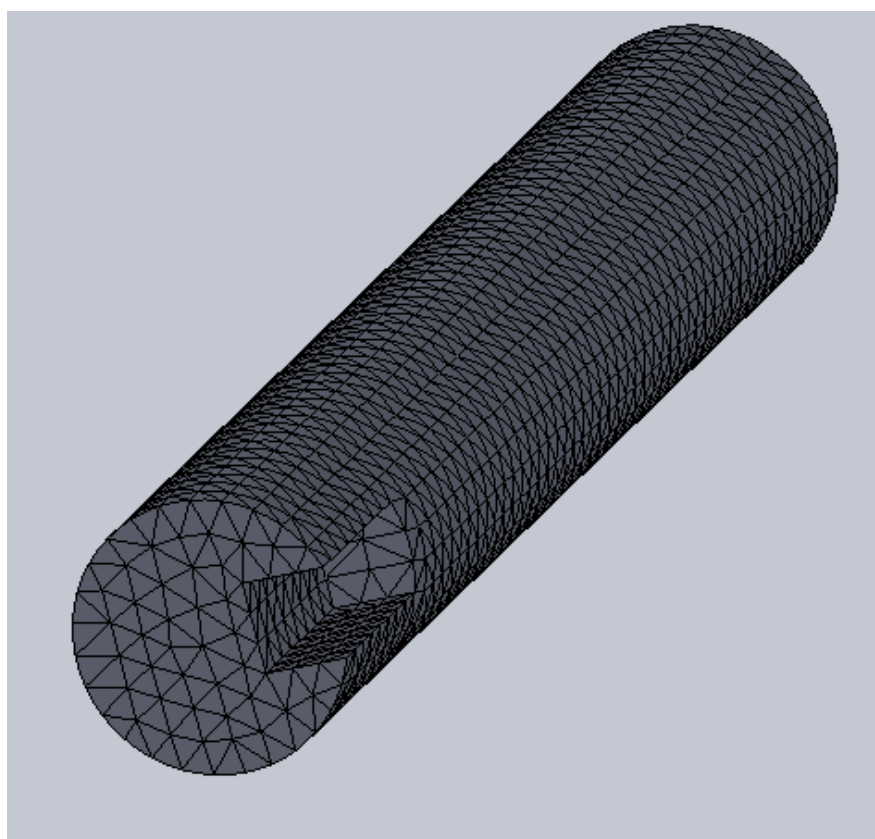
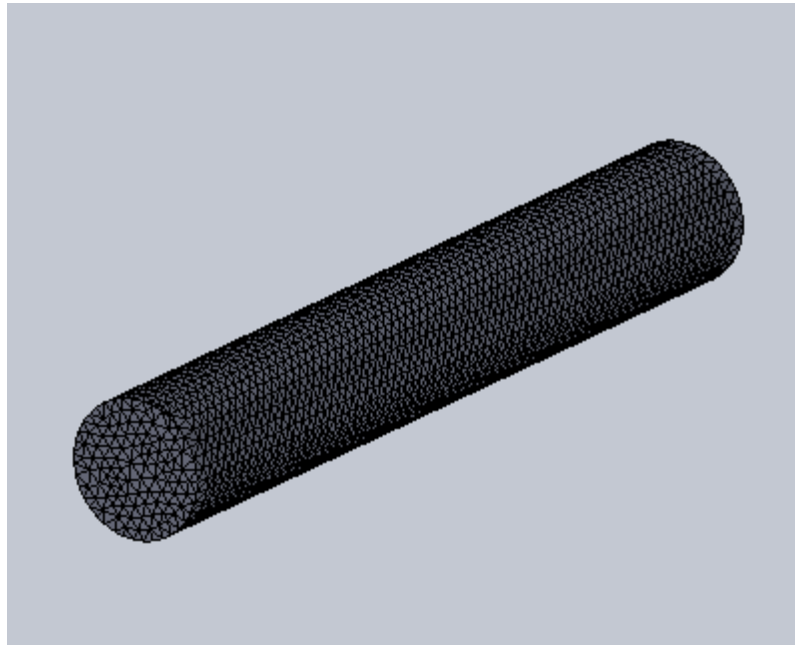


Figure IV.13 : Maillage de l'arbre 2



**Figure IV.14** : Maillage de l'arbre 3

#### **IV.5 conditions aux limites et simulation avec le logiciel SolidWorks**

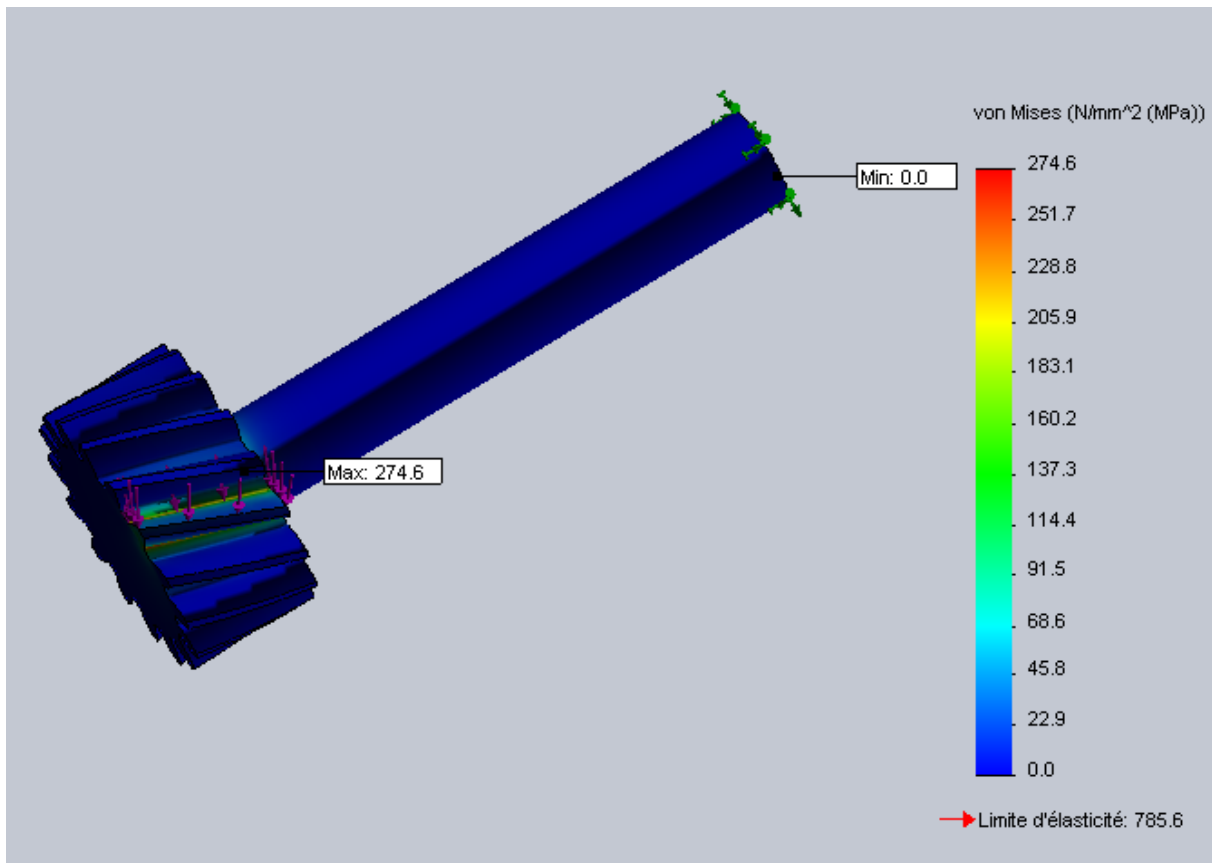
Les conditions aux limites consistent à déterminer les déplacements imposés et les cas de chargement sur les pièces dans les différents cas de sollicitations. Sachant que les contraintes sont de Von mises en [MPa] et les déplacements sont en [mm]

##### **✚ Etude des pignons**

##### **Pignon 1 :**

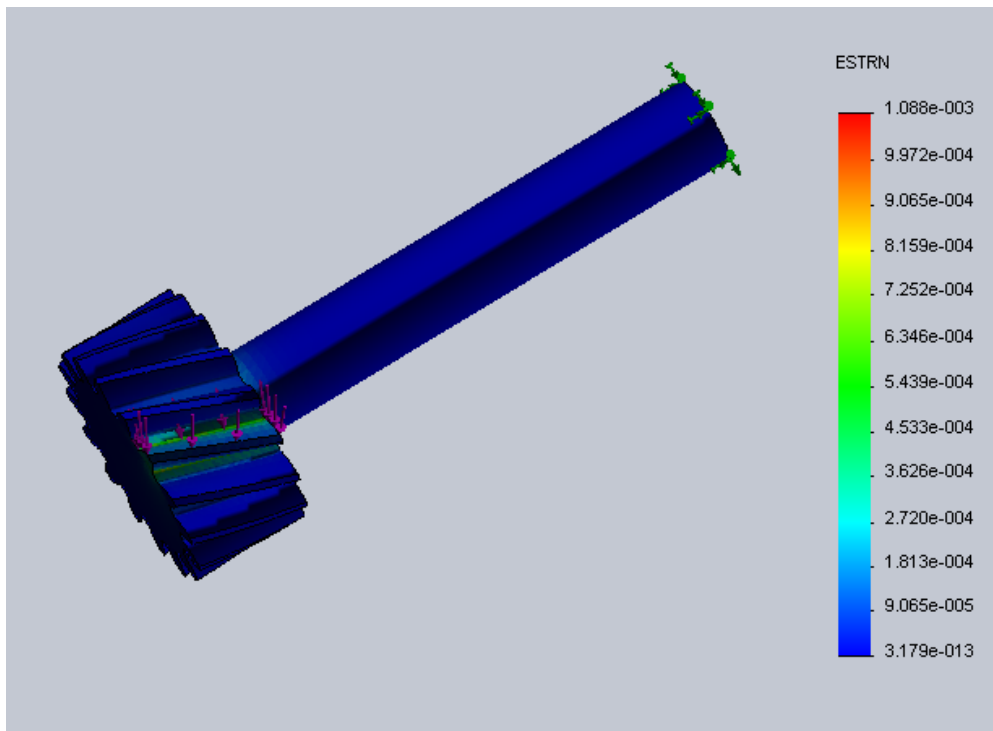
- Application d'un Matériau : c'est un alliage nickel-chrome-molybdène (14 NiCrMo 13-4) qui à une limite d'élasticité de 785.6 MPa
- Déplacement imposé : en applique géométrie fixe dans la face intérieure du pignon et sur la rainure de la clavette.
- Chargement : en applique une force sur les dents du pignon qui est égale à 1621.13N

La figure ci-dessous montre les contraintes appliquées sur le pignon 1



**Figure IV.24** : Les contraintes données après chargement sur le pignon 1

Les déformations et les déplacements sont montrés dans les figures suivantes



**Figure IV.25** : Déformations du pignon1

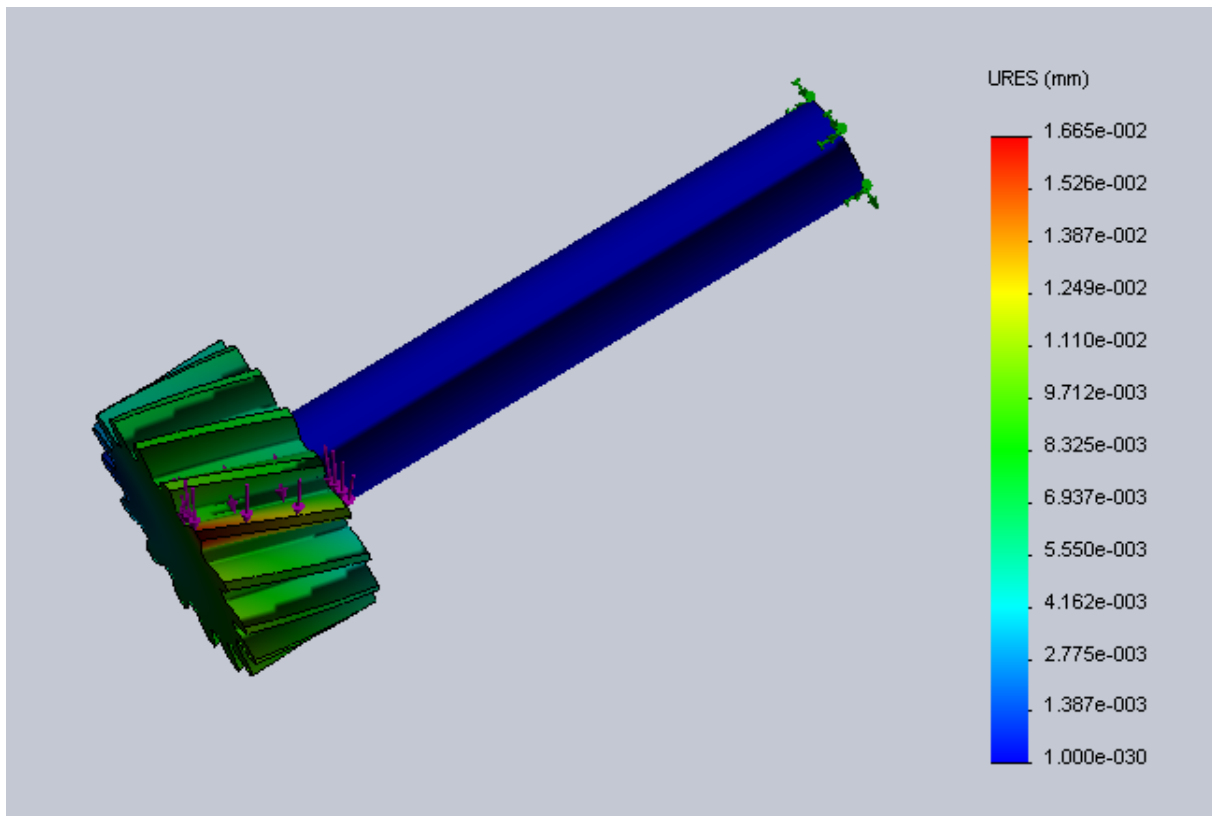


Figure IV.26 : Déplacements du pignon 1

Le tableau suivant résume les résultats obtenus :

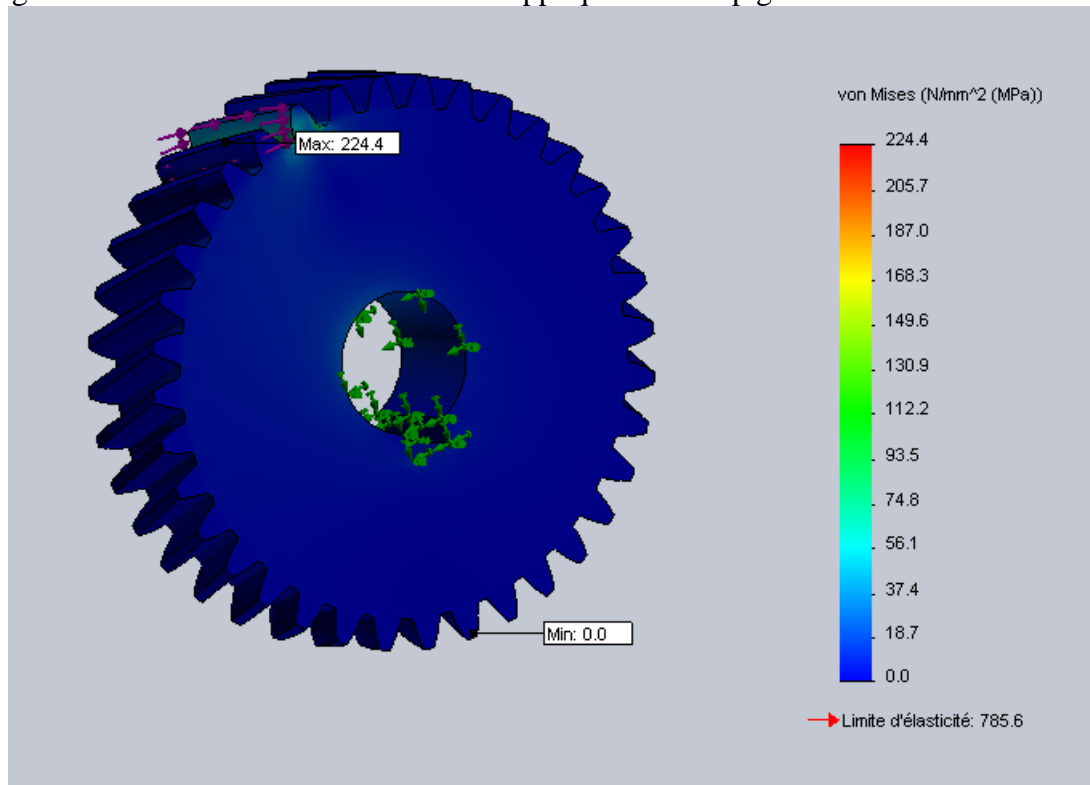
Pignon 4	Valeur de la force [N]	Limite d'élasticité [MPa]	Contrainte		Déformation $\times 10^{-3}$	Déplacement $U_{max} \times 10^{-2}$ [mm]
			$\sigma_{max}$ [MPa]	$\sigma_{min}$ [MPa]		
	1621.13	785.6	274.6	0	1.088	1.665

Tableau IV.1 : Résultat d'étude pour le pignon 1

**Pignon 2:**

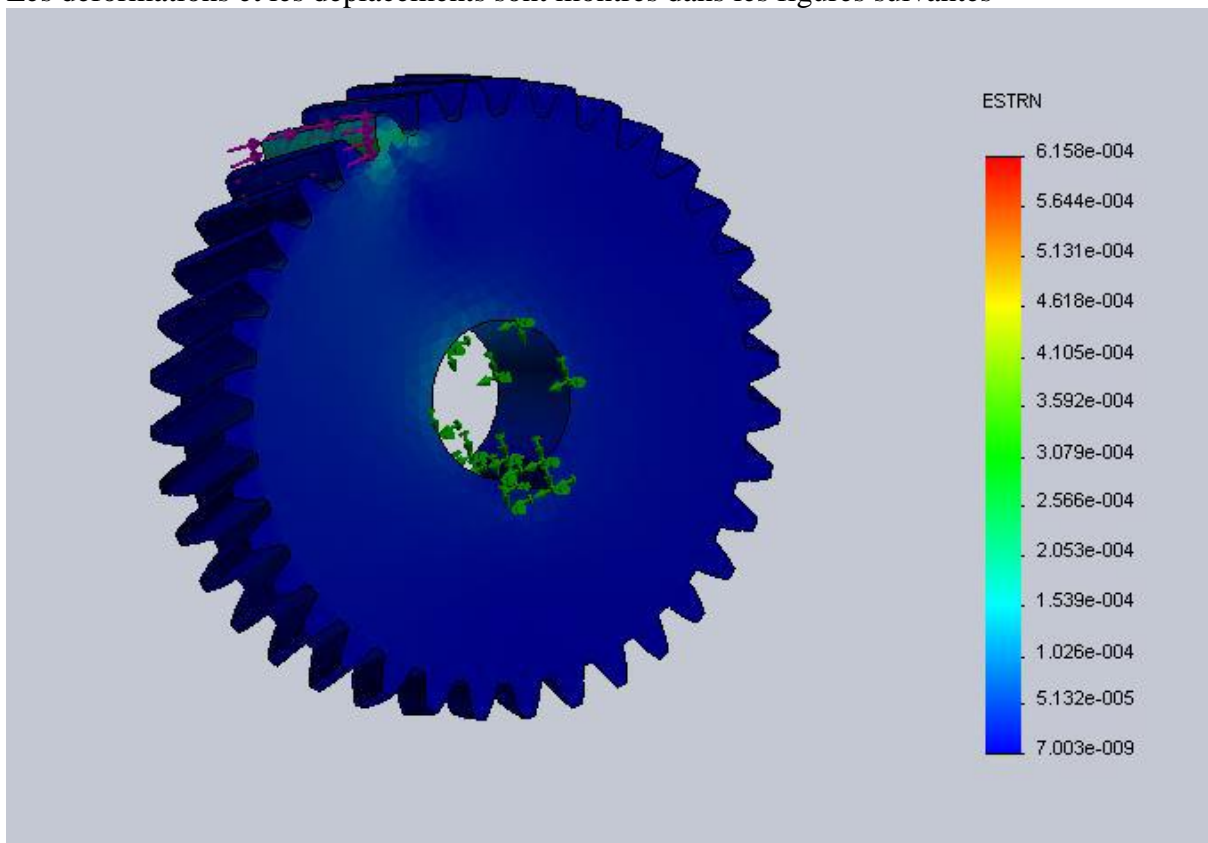
- Application d'un Matériau : c'est un alliage nickel-chrome-molybdène (14 NiCrMo 13-4) qui à une limite d'élasticité de 785.6 MPa
- Déplacement imposé : en applique géométrie fixe dans la face intérieure du pignon et sur la rainure de la clavette.
- Chargement : en applique une force sur les dents du pignon qui est égale à 1587.22 N

La figure ci-dessous montre les contraintes appliquées sur le pignon 2



**Figure IV.21** : Les contraintes données après chargement sur le pignon 2

Les déformations et les déplacements sont montrés dans les figures suivantes



**Figure IV.22** : Déformations du pignon 2

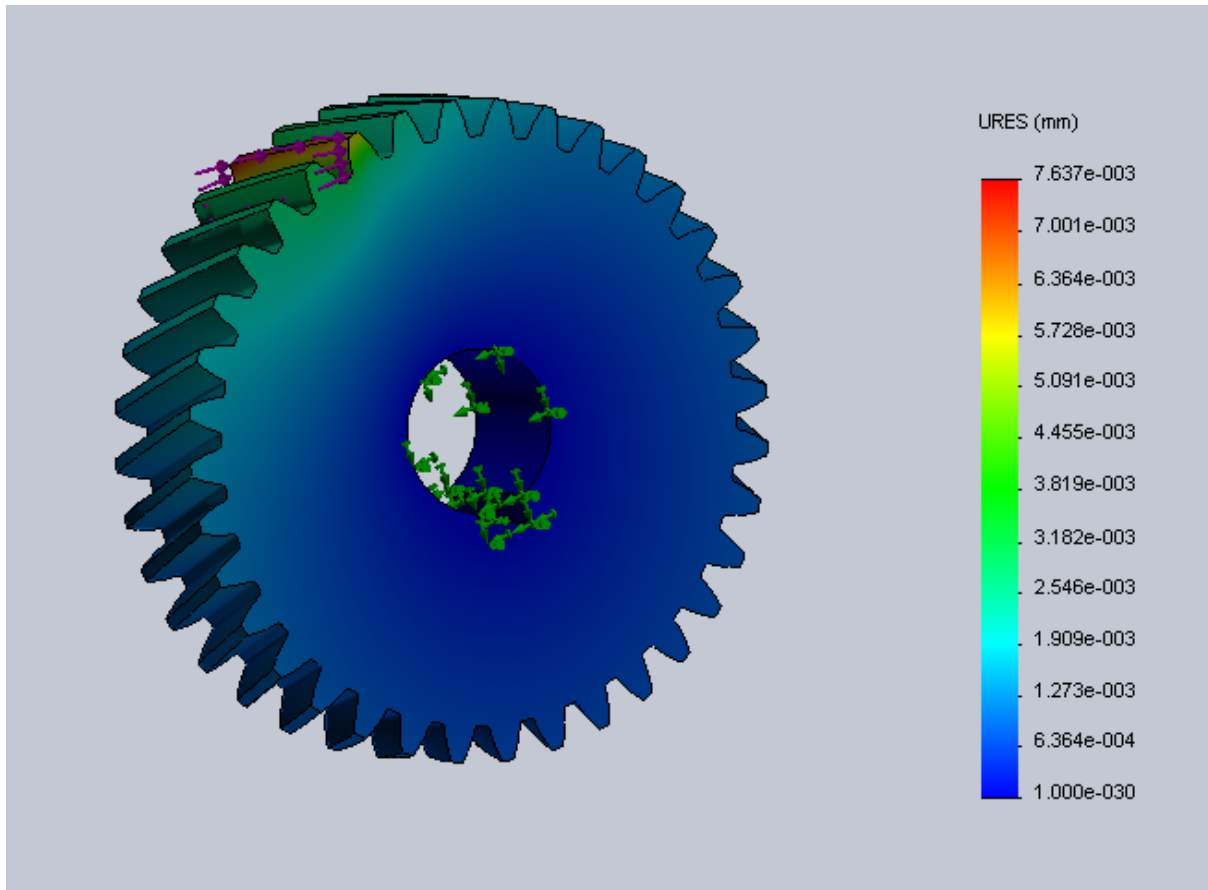


Figure IV.23 : Déplacements du pignon 2

Le tableau suivant résume les résultats obtenus :

Pignon 3	Valeur de la force [N]	Limite d'élasticité [MPa]	Contrainte		Déformation $\times 10^{-4}$	Déplacement $U_{max} \times 10^{-3}$ [mm]
			$\sigma_{max}$ [MPa]	$\sigma_{min}$ [MPa]		
	1587.22	785.6	224.4	0	6.158	7.637

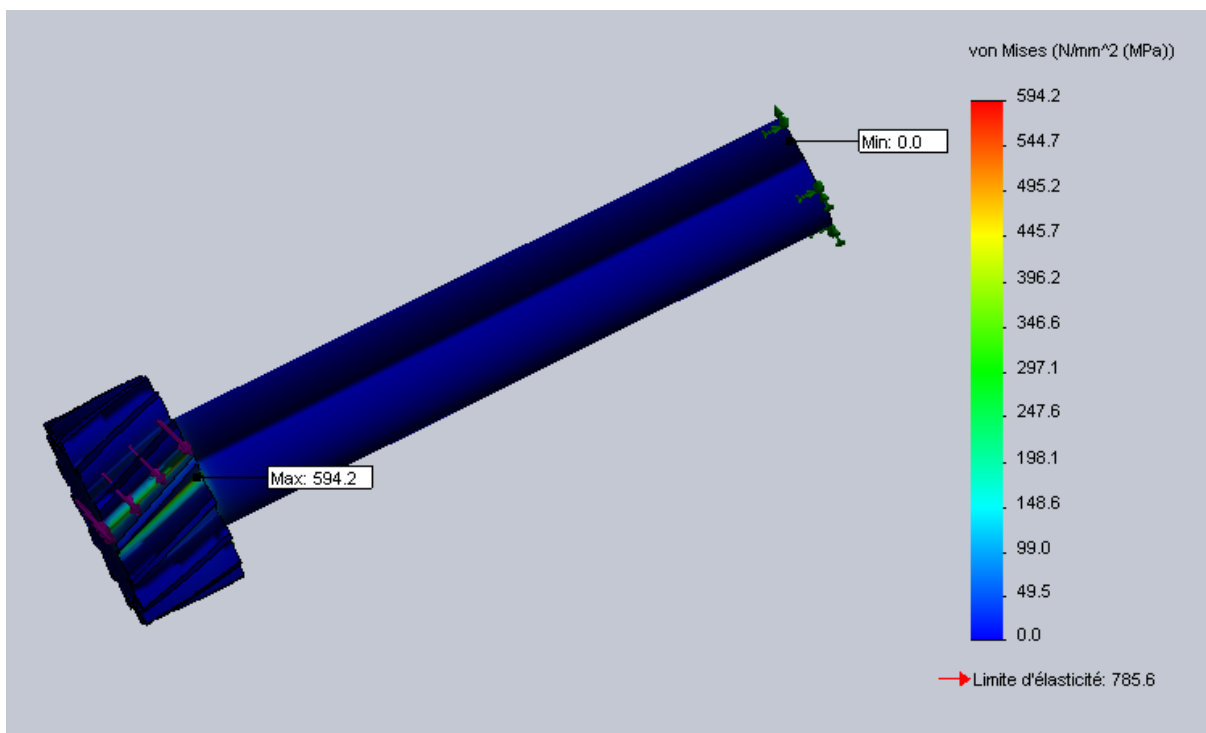
Tableau IV.3 : Résultat d'étude pour le pignon 2



**Pignon 3 :**

- Application d'un Matériau : c'est un alliage nickel-chrome-molybdène (14 NiCrMo 13-4) qui à une limite d'élasticité de 785.6 MPa
- Déplacement imposé : en applique géométrie fixe dans la face latérale de l'arbre
- Chargement : en applique une force sur les dents du pignon qui est égale à 3231.13 N

La figure ci-dessous montre les contraintes appliquées sur le pignon 3



**Figure IV.18 :** Les contraintes données après chargement sur le pignon 3

Les déformations et les déplacements sont montrés dans les figures suivantes

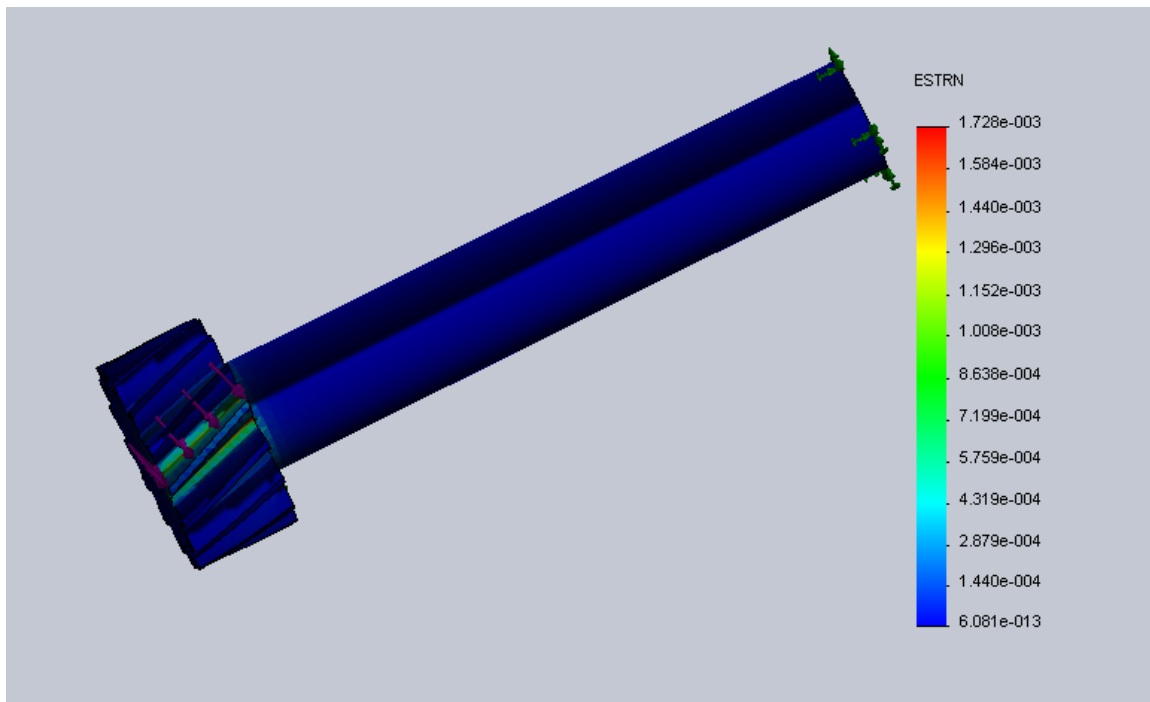


Figure IV.19 : Déformation du pignon 3

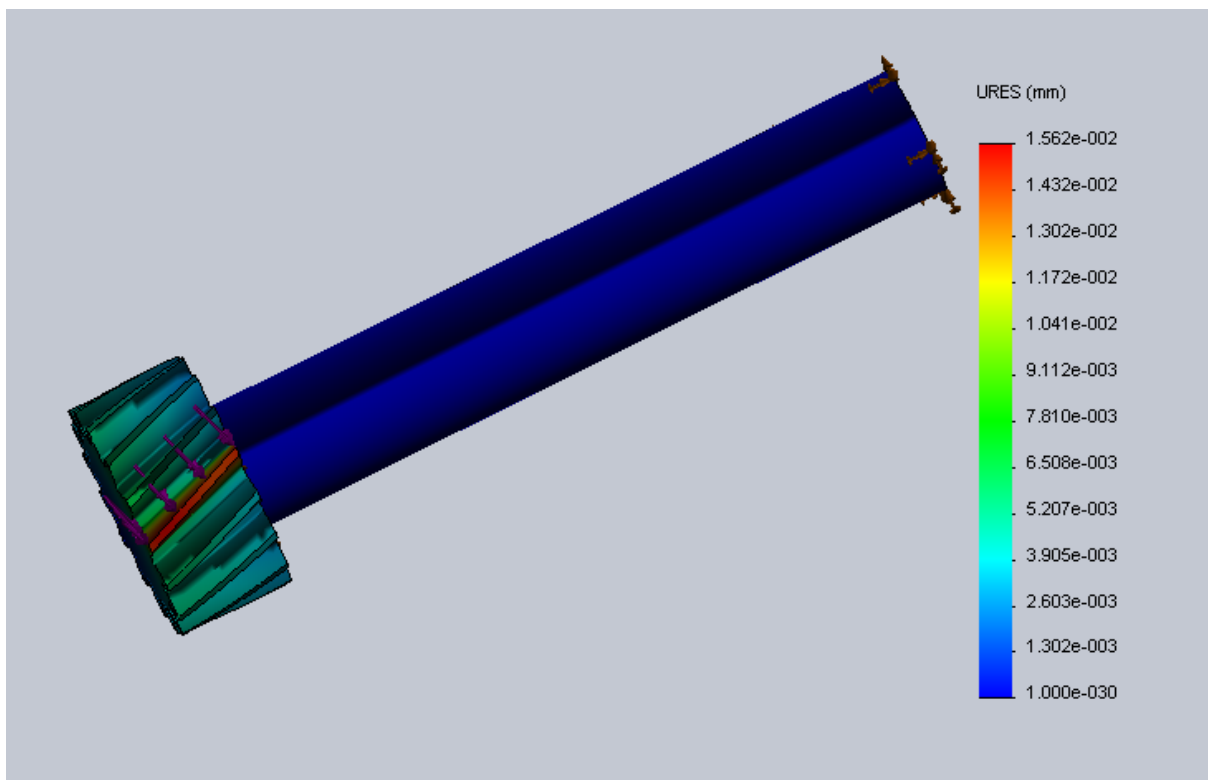


Figure IV.20 : Déplacements du pignon 3

Le tableau suivant résume les résultats obtenus :

Pignon 2	Valeur de la force [N]	Limite d'élasticité [MPa]	Contrainte		Déformation	Déplacement
			$\sigma_{max}$ [MPa]	$\sigma_{min}$ [MPa]	$\times 10^{-3}$	$U_{max} \times 10^{-2}$ [mm]
	3231.13	785.6	594.2	0	1.728	1.562

Tableau IV.2 : Résultat d'étude pour le pignon 3

**Pignon 4 :**

- Application d'un Matériau : c'est un alliage nickel-chrome-molybdène (14 NiCrMo 13-4) qui à une limite d'élasticité de 785.6 MPa
- Déplacement imposé : en applique géométrie fixe dans la face latérale de l'arbre
- Chargement : en applique une force sur les dents du pignon qui est égale à 3521.91 N

La figure ci-dessous montre les contraintes appliquées sur le pignon 4

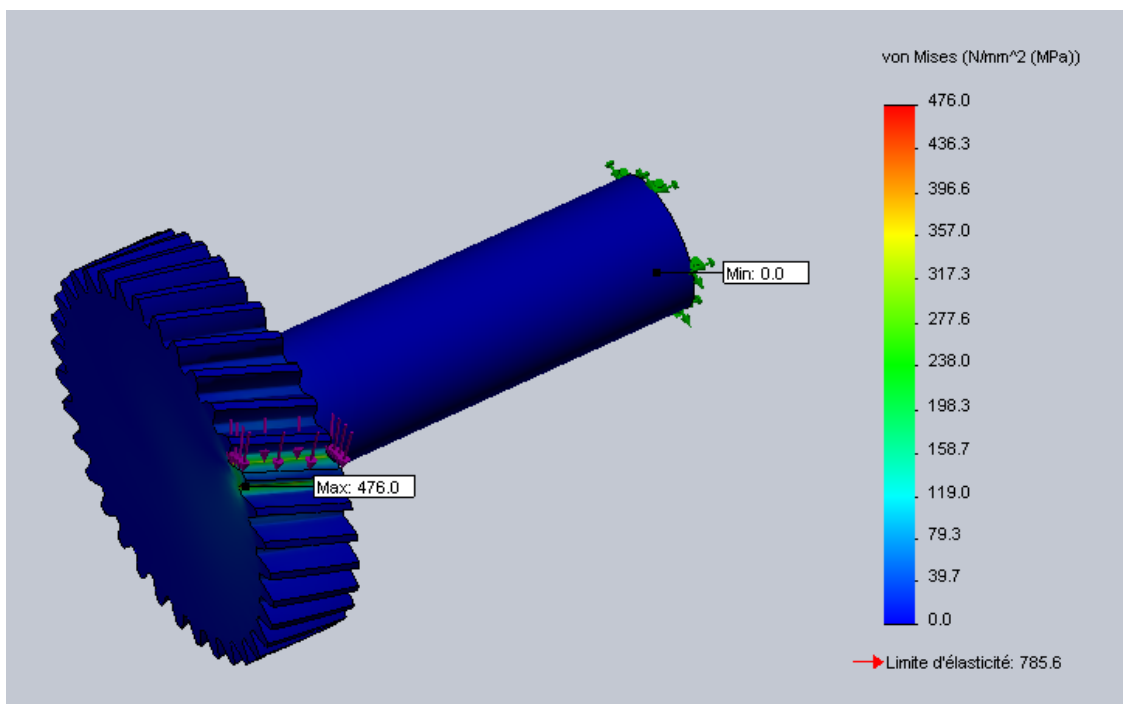


Figure IV.15 : Les contraintes données après chargement sur le pignon 1

Les déformations et les déplacements sont montrés dans les figures suivantes :

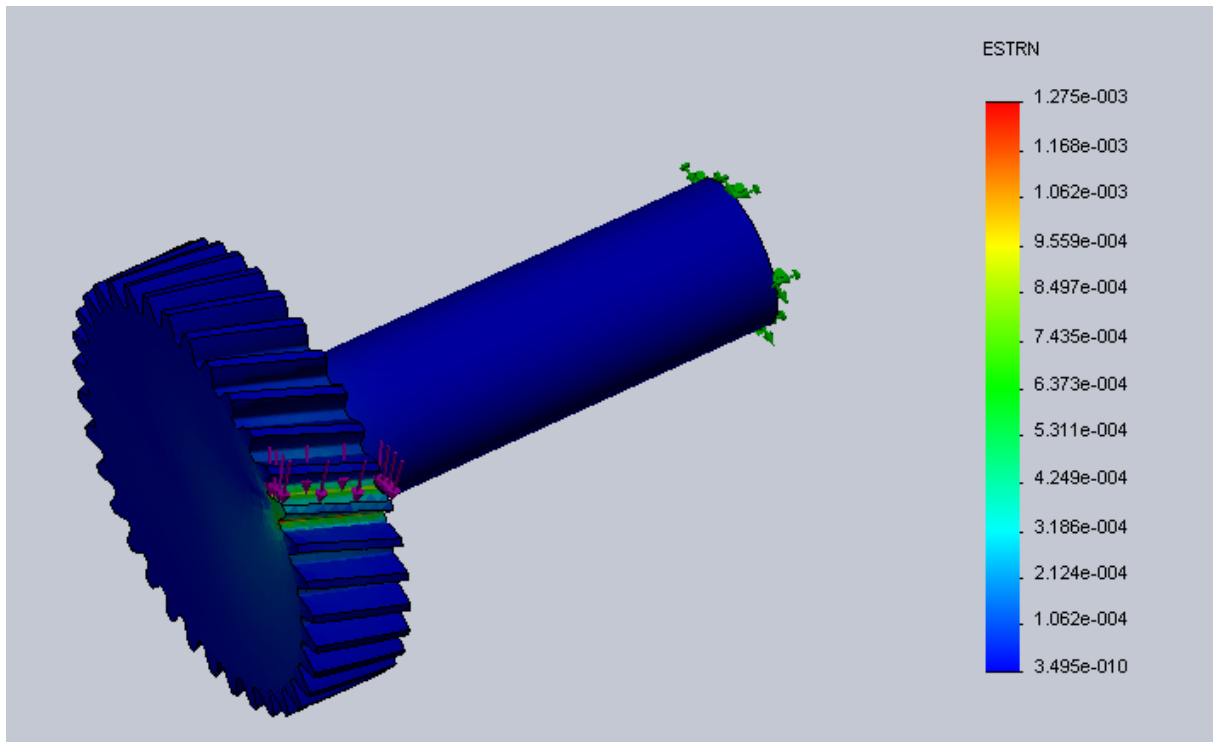


Figure IV.16 : Déformations du pignon 4

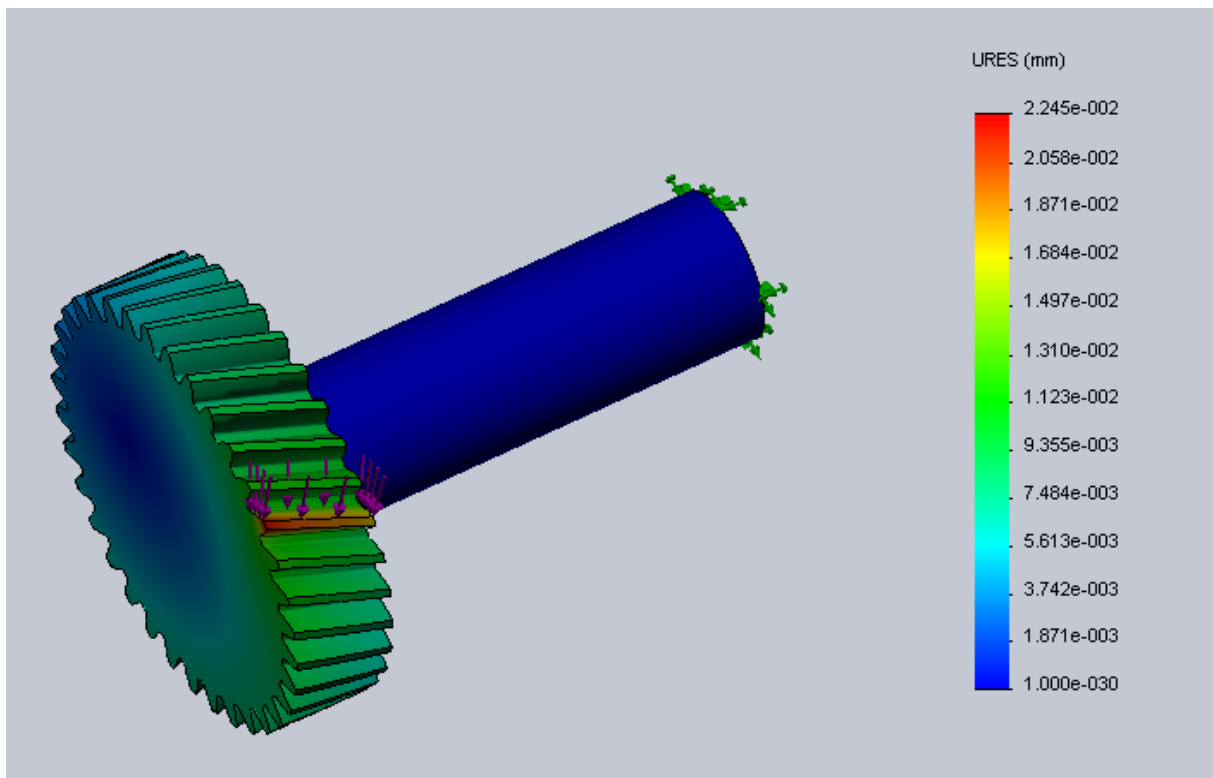


Figure IV.17 : Déplacement du pignon 4

Le tableau suivant résume les résultats obtenus :

Pignon 1	Valeur de la force [N]	Limite d'élasticité [MPa]	Contrainte		Déformation	Déplacement
			$\sigma_{max}$ [MPa]	$\sigma_{min}$ [MPa]	$\times 10^{-3}$	$U_{max} \times 10^{-2}$ [mm]
	3521.91	785.6	476	0	1.275	2.245

Tableau IV.1 : Résultat d'étude pour le pignon 4

**Etude des arbres :**

**Arbre 3 :**

- Application d'un Matériau : c'est le même matériau appliqué aux pignons.
- Déplacement imposé : en applique géométrie fixe sur la roue dentée
- Chargement : en applique un couple sur la surface cylindrique de l'arbre qui est égale à 20.75 N.m

La figure ci-dessous montre les contraintes appliquées sur l'arbre 1

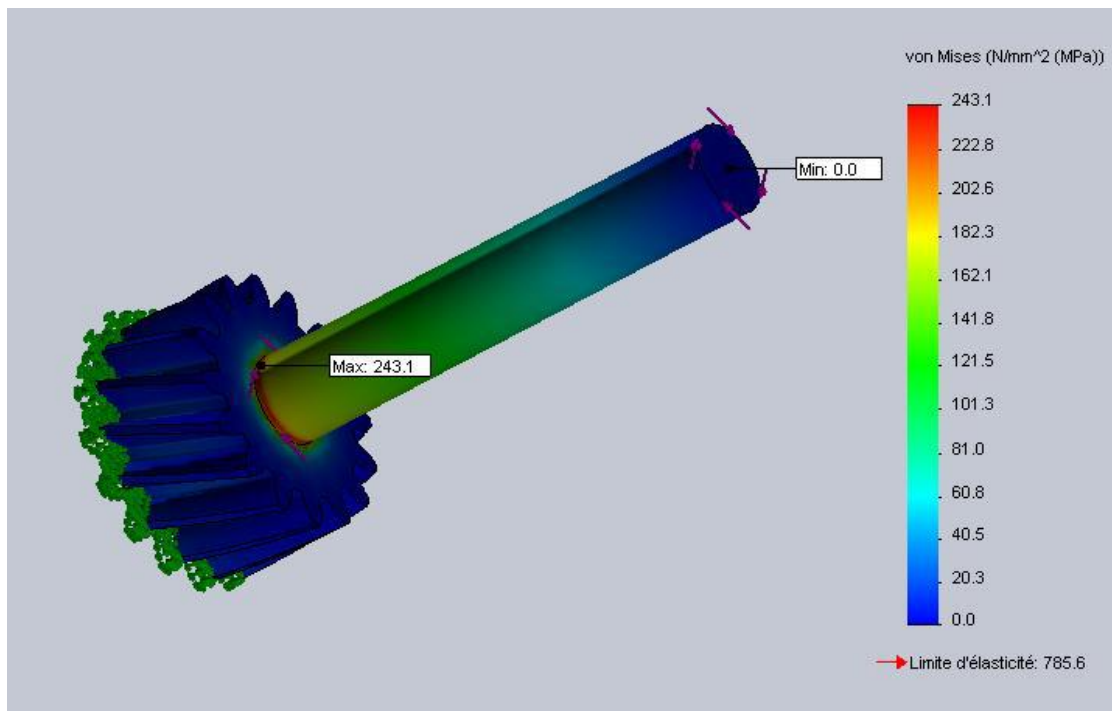


Figure IV.33 : Les contraintes données après chargement sur l'arbre 1

Les déformations et les déplacements sont illustrés dans les figures suivantes

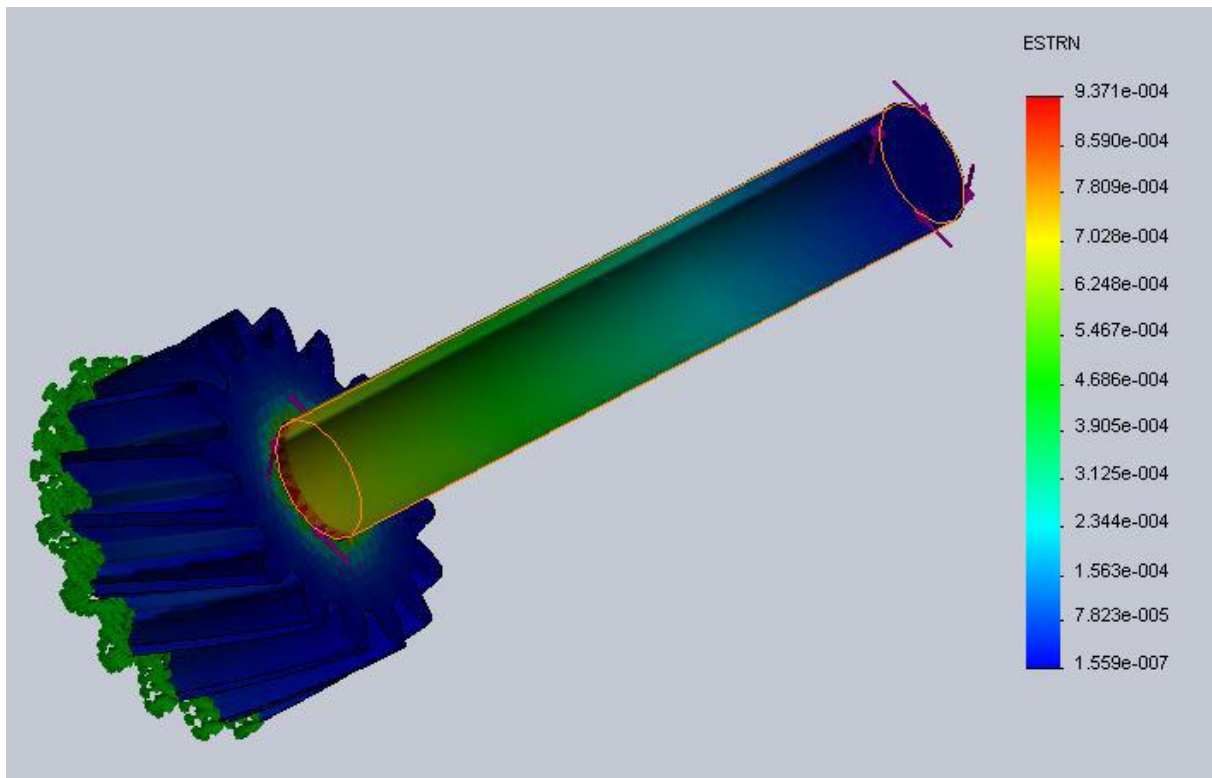


Figure IV.34 : Déformation de l'arbre 1

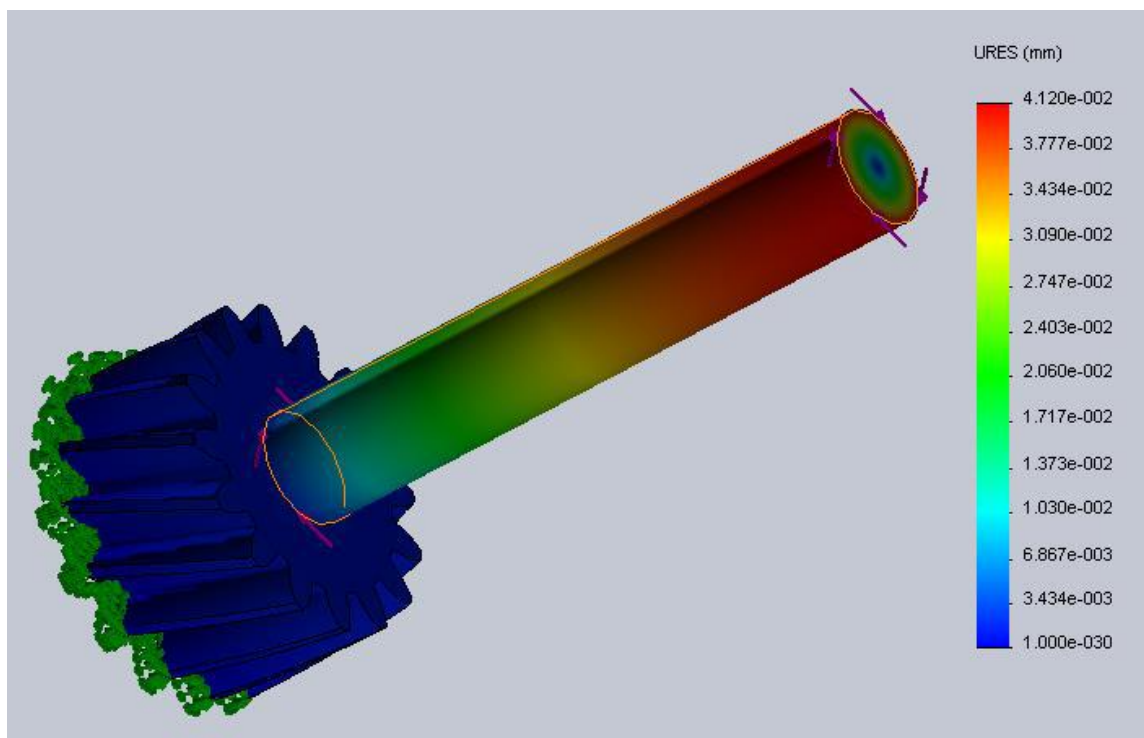


Figure IV.35 : Déplacements de l'arbre 1

Le tableau suivant résume les résultats obtenus :

Arbre 3	Couple appliqué [N.m]	Limite d'élasticité [MPa]	Contrainte		Déformation $\times 10^{-4}$	Déplacement $U_{max} \times 10^{-2}$ [mm]
			$\sigma_{max}$ [MPa]	$\sigma_{min}$ [MPa]		
	20.75	785.6	243.1	0	9.371	4.120

Tableau IV.7 : Résultat d'étude de torsion pour l'arbre 1

**Arbre 2 :**

- Application d'un Matériau : c'est le même matériau appliqué aux pignons.
- Déplacement imposé : en applique géométrie fixe sur la roue dentée
- Chargement : en applique un couple sur la surface cylindrique de l'arbre qui est égale à 45.23N.m

La figure ci-dessous montre les contraintes appliquées sur l'arbre 2

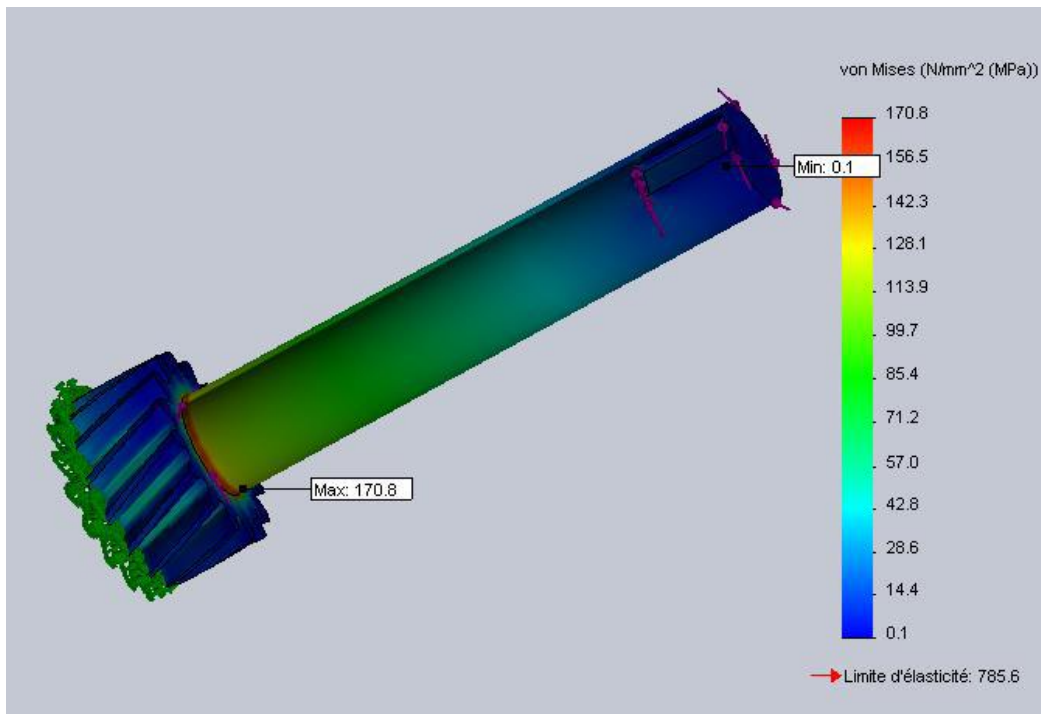


Figure IV.30 : Les contraintes données après chargement sur l'arbre 2

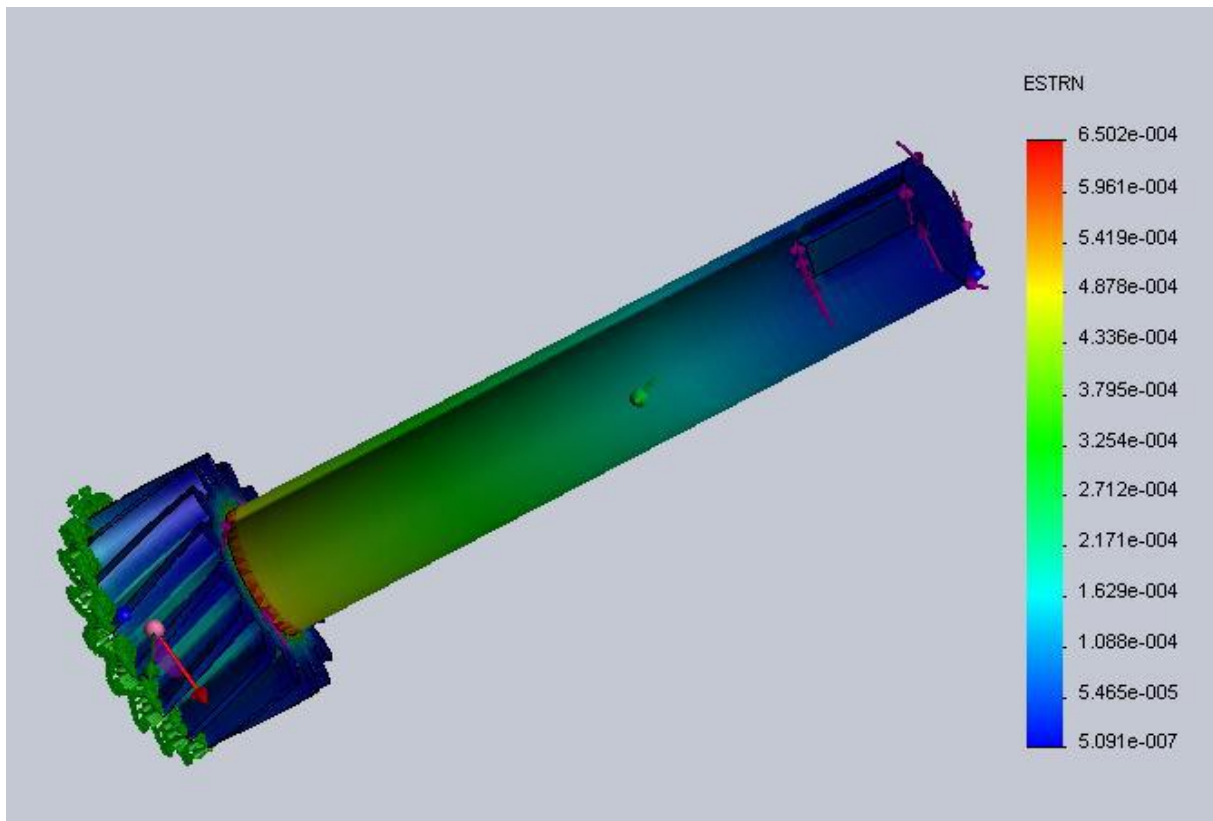


Figure IV.31 : Déformation de l'arbre 2

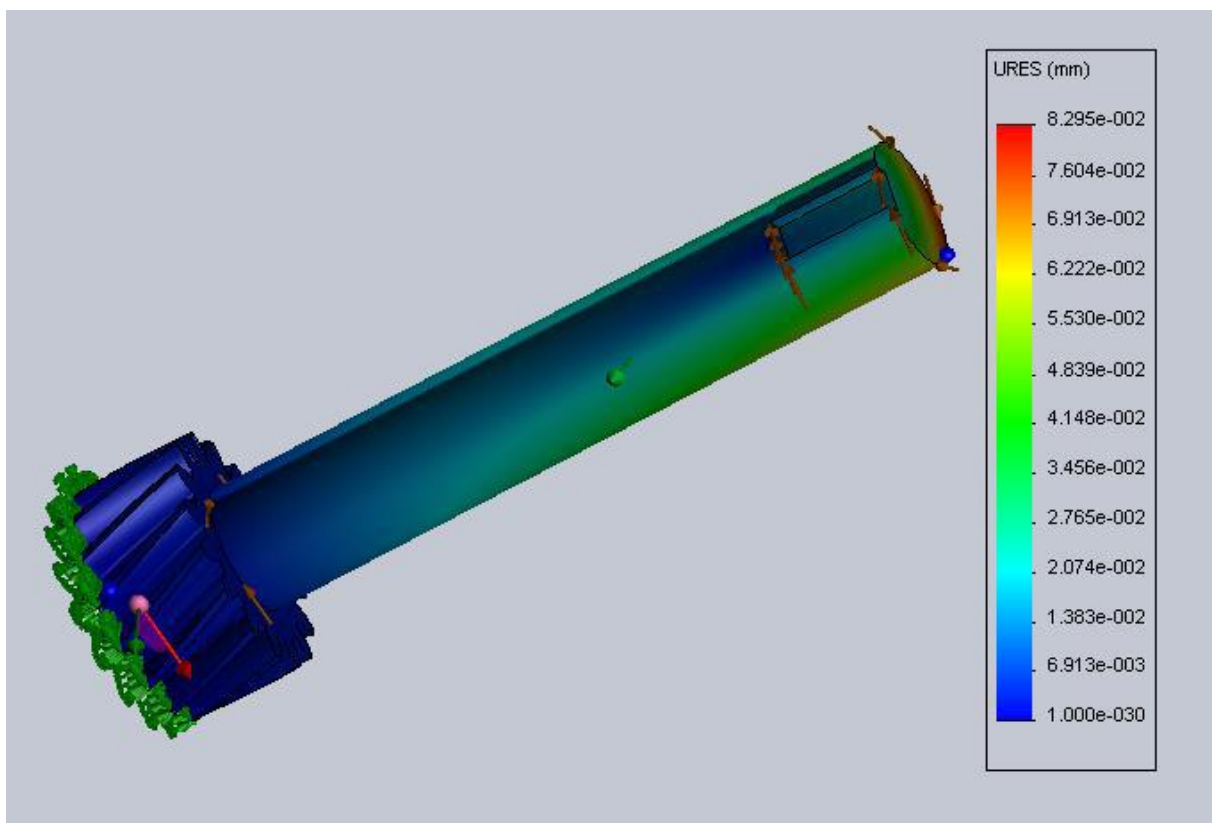


Figure IV.32 : Déplacements de l'arbre 2



Le tableau suivant résume les résultats obtenus :

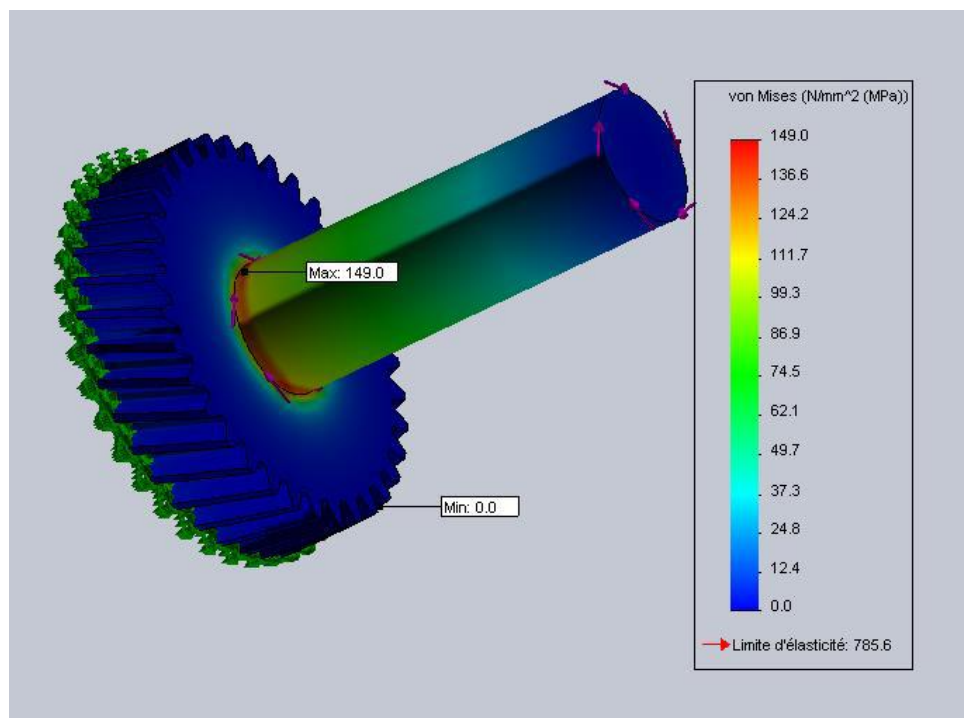
Arbre 2	Couple appliqué [N.m]	Limite d'élasticité [MPa]	Contrainte		Déformation $\times 10^{-4}$	Déplacement $U_{\max} \times 10^{-2}$ [mm]
			$\sigma_{\max}$ [MPa]	$\sigma_{\min}$ [MPa]		
	45.23	785.6	170.8	0.1	6.502	8.295

**Tableau IV.6** : Résultat d'étude de torsion pour l'arbre 2

### Arbre 1 :

- Application d'un Matériau : c'est le même matériau appliqué aux pignons.
- Déplacement imposé : en applique géométrie fixe sur la roue dentée
- Chargement : en applique un couple sur la surface cylindrique de l'arbre qui est égale à 98.61 N.m

La figure ci-dessous montre les contraintes appliquées sur l'arbre 3



**Figure IV.27** : Les contraintes données après chargement sur l'arbre 3

Les déformations et les déplacements sont illustrés dans les figures suivantes

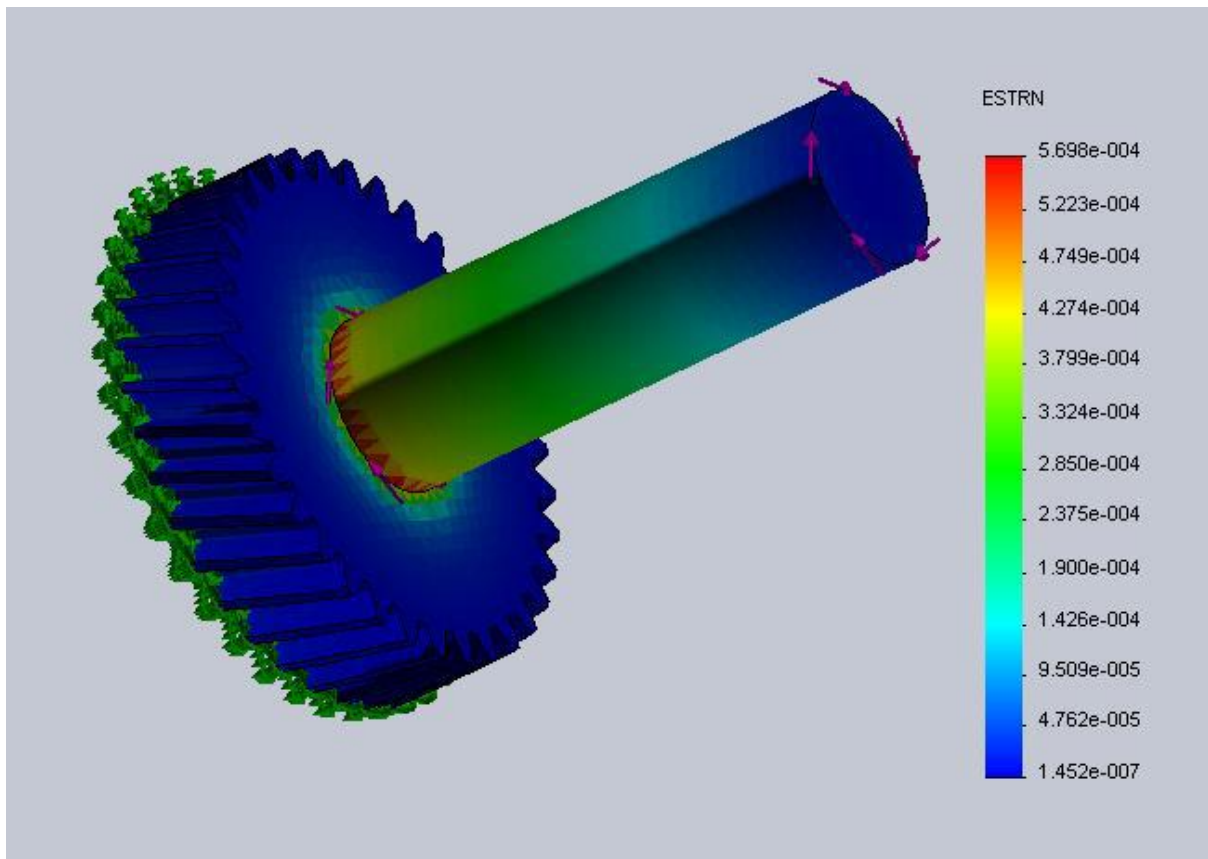


Figure IV.28 : Déformation de l'arbre 3

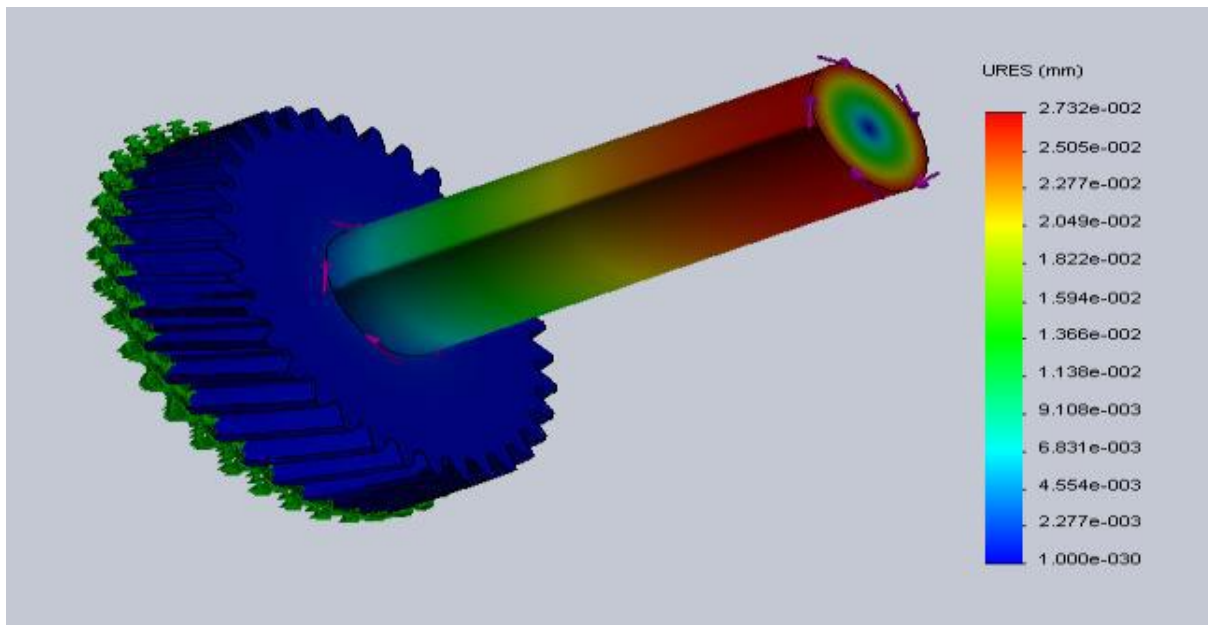


Figure IV.29 : Déplacement de l'arbre 3

Le tableau suivant résume les résultats obtenus :

Arbre 1	Couple appliqué [N.m]	Limite d'élasticité [MPa]	Contrainte		Déformation	Déplacement
			$\sigma_{\max}$ [MPa]	$\sigma_{\min}$ [MPa]	$\times 10^{-4}$	$U_{\max} \times 10^{-2}$ [mm]
	98.61	785.6	149	0	5.698	2.732

**Tableau IV.5 :** Résultat d'étude de torsion pour l'arbre 3

#### IV.6 discussion et interprétation des résultats obtenus par la simulation

En ce qui concerne les pignons on remarque que pour tous ces derniers, les limites élastiques maximales obtenues lors de la simulation (pignon 4 =476MPa / pignon 3 =594.2 MPa, Pignon2=224.4MPa, Pignon1=274.6 MPa) sont inférieures a la limite élastique du matériau qui vaut 785.6 MPa.

La plus grande valeur trouvée est multipliée au moins par un coefficient de sécurité dit supplémentaire de 1.32 Pour atteindre la limite maximale et on remarque aussi que le déplacement est négligeable, il est de l'ordre de  $10^{-2}$ [mm] voir  $10^{-3}$  [mm] pour le pignon 1.

La zone la plus sollicitée du pignon est le bas de la dent

En constate bien que même pour les arbres, les limites élastiques obtenues lors de la simulation (arbre 3 = 149 MPa ; arbre 2 = 170.8 MPa ; arbre 1 = 243.1 MPa) sont largement inférieure a celle du matériau utilisé. Le déplacement est aussi négligeable pour les arbres. il est de l'ordre de  $10^{-2}$  [mm].

#### Conclusion :

Vu que les données qui constituent le cahier de charge. Et passant par les résultats obtenus lors de la simulation faite par le logiciel solidworks sur les différentes pièces constituant le mécanisme étudié, on trouve bien que les résultats ainsi trouvés confirment la résistance de ces éléments soumis aux différents efforts imposés. Ce qui implique la résistance de ce mécanisme décrit auparavant.

**Conclusion générale :**

Le but de ce travail n'était pas seulement la conception du réducteur de vitesse à engrenages hélicoïdales mais aussi l'analyse assistée par ordinateur de ces pièces constitutives avec un logiciel de CAO. Pour aboutir à cet objectif une série d'étape a été effectuée.

- Tout d'abord une généralité sur les engrenages et les matériaux utilisés dans leur fabrication. On a ensuite défini la conception assistée par ordinateur en expliquant l'intérêt de la CAO dans la production et ses applications dans la robotisation.
- La deuxième étape a été la définition des différentes pièces du mécanisme étudié ainsi que la modélisation de chaque pièce. Par la même occasion on a défini la modélisation ; ainsi que l'outil de CAO avec lequel on a travaillé qui est SolidWorks, en donnant ses caractéristiques et son fonctionnement.
- Après la modélisation de toutes les pièces, on procède ainsi à l'assemblage de ces dernières pour composer le réducteur.
- Enfin une analyse et vérification des contraintes, déplacements et déformations qui nous mènent à déterminer ou à vérifier la conformité de ce mécanisme qui est le réducteur de vitesse.
- L'assistance du logiciel "SolidWorks" m'a beaucoup aidé dans mon travail vis-à-vis de la précision de la conception des pièces et leur assemblage ainsi que leur simulation virtuelle.
- Ce travail ayant été réalisé par le logiciel de CAO SolidWorks, et les résultats obtenus semblent très logique.

Liste des figures :

Figure I.1 : schéma représentant plusieurs types d'un engrenage à denture droite.....	4
Figure I.2 : Représentation d'un engrenage hélicoïdale.....	5
Figure I.3 : Représentation d'un engrenage à roue et vis sans fin.....	5
Figure I.4 : Représentation d'un engrenage conique.....	6
Figure I.5.a : Représentation d'un contact externe.....	7
Figure I.5.b : Représentation d'un contact interne.....	7
Figure I.6 : Schéma des éléments caractéristiques d'une denture hélicoïdale.....	9
Figure. I.7 : Schéma d'un contact entre la vis et la roue.....	11
Figure. I.8 : Représentation schématique d'un engrenage conique.....	12
Figure. I.9 : Deux roues à denture conique en contact.....	14
Figure. I.10 : Couple de dent en contact .....	15
Figure I.11 : Profil et surface conjuguées.....	16
Figure. I.12 : Développante de cercle.....	16
Figure. I.13 : Schématisation de la développante de cercle.....	17
Figure. I.14 : Propriétés de la développante de cercle.....	18
Figure. I.15 : ligne d'engrènement (ou d'action).....	18
Figure. I.16 : Couple de dent en contact.....	19
Figure. I.17 : Fonctionnement sans interférence.....	19
Figure. I.18 : Interférence de fonctionnement.....	20
Figure. I.19 : Interférence de fabrication.....	20
Figure. I.20.a : dent avec interférence nulle.....	21
Figure. I.20.b : dent avec interférence .....	21
Figure. I.20.c : dent avec interférence limite.....	21
Figure. I.21.a: Fonctionnement avec jeu.....	21
Figure. I.21.b: fonctionnement sans jeu.....	21

Figure. I.22 : Angle de pression.....	22
Figure. I.23 : Coefficient de correction de denture.....	23
Figure. I.24 : Angle de pression.....	23
Figure II.1: Procédé de fabrication des engrenages.....	24
Figure II.2 : Exemple de taillage d'une roue par fraise-module.....	27
Figure II.3 : Fraise-disque à grande productivité.....	27
Figure II.4 : Taillage à la fraise en bout.....	28
Figure II.5 : Exemple de taille par outil crémaillère.....	29
Figure II.6 : Géométrie de l'outil crémaillère.....	29
Figure II.7 : L'outil sur la machine est incliné à droite, la roue usinée est à dentures à gauche.....	30
Figure II.8 : Diamètre voisinant 13 m, largeur de denture de 89 cm.....	30
Figure II.9 : Exemple de taille avec outil pignon.....	31
Figure II.10 : Mouvements lors de l'usinage d'une roue avec un outil pignon.....	31
Figure II.11 : Usinage de denture intérieure par outil pignon.....	32
Figure II.12 : Outil pignon à denture hélicoïdale.....	32
Figure II.13 : Usinages de dentures intérieures par outil pignon.....	32
Figure II.14 : Exemple de taille par fraise-mère.....	33
Figure II.15 : Outil fraise-mère à un filet à gauche.....	33
Figure II.16 : Outil fraise-mère et son profil.....	34
Figure II.17 : Mouvements lors de l'usinage des dents d'une roue avec une fraise-mère.....	34
Figure II.18 : Rasage des dentures.....	38
Figure II.19 : Exemples d'outil de rasage.....	39
Figure II.20 : Principe de fonctionnement du shaving.....	39
Figure II.21 : Rectification des dentures.....	40
Figure II.22 : Rodage des dentures.....	41
Figure III.1 : Schéma représentant la structure du réducteur.....	42

Figure III.2 : Deux roues a dentures hélicoïdales avec différentes représentation.....	43
Figure III.3 : Représentation des caractéristiques et des forces agissant sur les dents du Pignon.....	44
Figure III.4 : Arbre soumis a la torsion.....	50
Figure IV.1 : Arbre en 2D.....	58
Figure IV.2 : Arbre en 3D.....	59
Figure IV.3 : Roue dentée en 2 dimensions.....	59
Figure IV.4 : Roue dentée en 3 dimensions.....	60
Figure IV.5 : Vue éclatée du réducteur étudié.....	60
Figure IV.6 : Le réducteur après assemblage des pièces.....	61
Figure IV.7a : Un maillage non structuré de triangles. ....	63
Figure IV.7b un maillage structuré quadrilatères.....	64
Figure IV.8 : Maillage du Pignon 1.....	65
Figure IV.9 : Maillage du pignon 2.....	65
Figure IV.10 : Maillage du Pignon 3.....	66
Figure IV.11 : Maillage du Pignon 4.....	66
Figure IV.12 : Maillage de l'arbre 1.....	67
Figure IV.13 : Maillage de l'arbre 2.....	67
Figure IV.14 : Maillage de l'arbre 3.....	68
Figure IV.24 : Les contraintes données après chargement sur le pignon 1.....	69
Figure IV.25 : Déformations du pignon1.....	69
Figure IV.26 : Déplacements du pignon 1.....	70
Figure IV.21 : Les contraintes données après chargement sur le pignon 2.....	70
Figure IV.22 : Déformations du pignon 2.....	71
Figure IV.23 : Déplacements du pignon 2.....	72
Figure IV.18 : Les contraintes données après chargement sur le pignon 3.....	73
Figure IV.19 : Déformation du pignon 3.....	73

Figure IV.20 : Déplacements du pignon 3.....	74
Figure IV.15 : Les contraintes données après chargement sur le pignon 1.....	75
Figure IV.16 : Déformations du pignon 4.....	76
Figure IV.30 : Les contraintes données après chargement sur l'arbre 2.....	79
Figure IV.32 : Déplacements de l'arbre 2.....	80
Figure IV.28 : Déformation de l'arbre 3.....	82
Figure IV.29 : Déplacement de l'arbre 3.....	82



### Liste des tableaux

Tableau I.1 : Caractéristiques d'une roue à denture droite.....	8
Tableau I.2 : Caractéristiques d'une roue à denture hélicoïdale.....	9
Tableau I.3 : Caractéristiques d'une vis sans fin.....	12
Tableau I.4: les caractéristiques d'un engrenage conique à denture droit.....	13
Tableau I.5 : les différents matériaux utilisés pour la fabrication des roues dentées.....	14
Tableau III.1 : calcul et dimensionnement d'engrenages du réducteur.....	47
Tableau IV.1 : Résultat d'étude pour le pignon 1 .....	70
Tableau IV.3 : Résultat d'étude pour le pignon 2.....	72
Tableau IV.2 : Résultat d'étude pour le pignon 3.....	75
Tableau IV.1 : Résultat d'étude pour le pignon 4.....	77
Tableau IV.7 : Résultat d'étude de torsion pour l'arbre 1 .....	79
Tableau IV.6 : Résultat d'étude de torsion pour l'arbre 2.....	81
Tableau IV.5 : Résultat d'étude de torsion pour l'arbre 3.....	83

## Références bibliographiques:

- [1] : musée des arts et métiers, LES DENTS DE L'EFFORT :LES ENGRENAGES, Théodore Olivier.
- [2] Gearing basics, Power transmission Design, July 1994 p.p 49-53
- [3] CORINA Oancea, analyse des dents d'engrenages droits par la méthode des potentiels complexes, Faculté des études supérieures de l'Université Laval, Janvier 1997.
- [4] V.Dobrovolski et co-auteur, Eléments de machines, Edition Mir 1974.
- [5] M. Aublin et co-auteurs, Systèmes mécaniques (Théorie et dimensionnement) Edition Dunod 1998.
- [6] : G. HENRIOT, Engrenages : détermination des charges sur les dentures et calculs de résistance, 2002. 11 p. p 4.
- [7] : <http://www.sidermeca.com/>
- [8]:[http://www.sandvik.coromant.com/fr-fr/products/coromill\\_170/pages/default.aspx](http://www.sandvik.coromant.com/fr-fr/products/coromill_170/pages/default.aspx)
- [9]:<http://www.mecagraphic.com/fr/vidéo><https://www.youtube.com/watch?v=Rm4EU1HknTY>
- [10]: Etude géométrique des engrenages cylindriques de transmission de puissance, J. Dufailly, Ellipses
- [11]:<http://www.ferrycapitain.fr/>
- [12]: vidéo <https://www.youtube.com/watch?v=NDvi2XzO0QI>
- [13] : Construction mécanique, tome 3, G. Lenormand, R. Mignée, J. Tinel, Foucher
- [14]:<http://www.cvmpp.com/>
- [15] : <http://www.ammi-caen.fr/index.php>
- [16]:Etude géométrique des engrenages cylindriques de transmission de puissance, J. Dufailly, Ellipses
- [17]: <https://www.samputensili.com/> Vidéo<https://www.youtube.com/watch?v=eK2Syp2ZzAI>
- [18] : <http://publications.ctn.asso.fr/vaInfos/PDF/vainfo18.pdf>
- [19] : Patrick GILLET ; Conception assistée par ordinateur (CAO);Techniques de l'Ingénieur ; document t7 300, aout 1994.
- [20] : BELATEL MIMI ; THESE de Doctorat en Sciences UNIVERSITE MENTOURI

CONSTANTINE ; 2009.

[21] : BENSIAD Ismail. Etude diagnostique et maintenance du bras de robot de la cellule flexible. mémoire de fin d'étude ; université de Tlemcen, 2011.