



École des Ponts
ParisTech

**DYNAMIQUE DES STRUCTURES
ET DES OUVRAGES**

Alain PECKER

Partie 1

Edition 2018

Table des matières

Chapitres : 1 à 6

2-624-315-1/1

TABLE DES MATIERES

1	Notions Générales.....	1
1.1	Introduction	1
1.2	Caractérisation des actions	2
1.2.1	Chargement déterministe	2
1.2.2	Chargement aléatoire	5
1.3	Mise en équation d'un phénomène dynamique	6
1.3.1	Formulation directe.....	6
1.3.2	Méthode des puissances virtuelles	7
1.3.3	Formulation énergétique – Principe de Hamilton	8
1.3.4	Conclusion	10
1.4	Modélisation en dynamique	11
1.4.1	Modélisation en masses concentrées	11
1.4.2	Déplacements généralisés	12
1.4.3	Modélisation éléments Finis	13
1.5	Méthodes de résolution	14
1.5.1	Intégration temporelle	15
1.5.2	Intégration fréquentielle.....	15
1.5.3	Intégration modale-spectrale.....	15
1.5.4	Synthèse.....	16
2	Oscillateur Linéaire à un degré de Liberté	17
2.1	Définition	17
2.2	Loi de comportement de l'oscillateur	17
2.3	Equations de l'équilibre dynamique	21
2.3.1	Méthode directe	21
2.3.2	Méthode des puissances virtuelles	22
2.3.3	Méthode énergétique.....	22
2.3.4	Exemple d'oscillateur à un degré de liberté.....	23
2.3.5	Formulation réduite de l'équation d'équilibre	25
2.4	Vibrations libres	28
2.4.1	Système non amorti $\xi = 0$	28
2.4.2	Système à amortissement sous-critique	29
2.4.3	Système à amortissement critique.....	32
2.4.4	Système à amortissement sur-critique	33
2.5	Vibrations forcées	33
2.5.1	Sollicitation harmonique	33
2.5.2	Etude de la résonance	36
2.5.3	Sollicitation impulsive	38
2.5.4	Sollicitation quelconque	43
2.5.4.1	Sollicitation périodique	43
2.5.4.2	Sollicitation non périodique	44

3	Oscillateur simple généralisé	47
3.1	Introduction	47
3.2	Equation d'équilibre dynamique	47
3.3	Méthode de Rayleigh	50
3.3	Choix du mode de vibration	52
4	Réponse sismique de l'oscillateur à un degré de liberté	55
4.1	Introduction	55
4.2	Mise en équation	55
4.3	Réponse temporelle de l'oscillateur	57
4.4	Calcul des efforts	60
4.5	Réponse maximale de l'oscillateur	61
4.6	Spectres de réponse normalisés	63
5	Oscillateur non linéaire à un degré de liberté	67
5.1	Introduction	67
5.2	Exemples de non-linéarité de comportement	67
5.3	Modélisation simplifiée du comportement non-linéaire	69
5.4	Coefficient réducteur d'efforts et ductilité	70
5.5	Mise en équation	74
5.6	Réponse temporelle de l'oscillateur	75
5.7	Réponse maximale de l'oscillateur	78
6	Oscillateur à N degrés de liberté	83
6.1	Introduction	83
6.2	Equation de l'équilibre dynamique	83
6.2.1	Masses concentrées	83
6.2.2	Coordonnées généralisées	86
6.3	Structure et propriétés de la matrice de raideur	87
6.3.1	Construction de la matrice de raideur	87
6.3.2	Exemple : poutre droite	90
6.3.3	Propriétés de la matrice \underline{K}	91
6.3.4	Structure de la matrice \underline{K}	92
6.4	Structure et propriétés de la matrice de masse	92
6.5	Vibrations libres non amorties	94
6.5.1	Exemple	94
6.5.2	Fréquences propres et modes propres	95
6.5.3	Conditions initiales.....	96
6.5.4	Propriétés des modes propres	97
6.5.5	Normalisation des modes propres	98
6.5.6	Exemple d'application.....	99
6.5.7	Conclusions	100
6.6	Vibrations forcées non amorties	100
6.6.1	Découplage des équations du mouvement	100
6.6.2	Exemple	102
6.6.3	Calcul des efforts	103
6.7	Vibrations forcées amorties	104
6.7.1	Généralités	104
6.7.2	Découplage des équations	104
6.7.2.1	Mesure de l'amortissement modal.....	105

	6.7.2.2	Valeurs caractéristiques d'amortissement	107
	6.7.3	Amortissement non classique	108
	6.7.4	Construction de la matrice d'amortissement	109
	6.7.4.1	Amortissement de Rayleigh	109
	6.7.4.2	Amortissement de Caughey	111
	6.7.4.3	Matrice d'amortissement modal.....	112
	6.7.5	Traitement de l'amortissement non orthogonal	114
7		Réponse sismique de l'oscillateur à N degrés de liberté	117
	7.1	Introduction	117
	7.2	Equation de l'équilibre dynamique	117
	7.3	Décomposition modale	119
	7.4	Solution temporelle	120
	7.5	Calcul des efforts.....	121
	7.6	Valeurs maximales de la réponse	122
	7.6.1	Valeur maximale par mode	122
	7.6.2	Valeur maximale de la réponse totale	123
	7.7	Choix du nombre de modes	125
	7.8	Modes rigides.....	128
	7.9	Excitation multisupports	129
8		Vibrations des poutres droites	133
	8.1	Introduction	133
	8.2	Equation de l'équilibre dynamique	133
	8.2.1	Puissance des efforts intérieurs	134
	8.2.2	Puissance des efforts extérieurs	136
	8.2.3	Puissance des quantités d'accélération	137
	8.2.4	Equation d'équilibre	137
	8.2.4.1	Composante normale à la section : allongement.....	138
	8.2.4.2	Composante d'axe normal à la section : torsion.....	138
	8.2.4.3	Composante dans le plan de la section : flexion-cisaillement.....	139
	8.3	Vibrations longitudinales des barres	140
	8.3.1	Equation homogène	141
	8.3.2	Contraintes	143
	8.3.3	Exemples d'application	143
	8.3.3.1	Exemple 1 : battage d'un pieu.....	143
	8.3.3.2	Exemple 2 : barre hétérogène – mesure des caractéristiques	147
	8.3.3.3	Frontières absorbantes	149
	8.3.4	Modes propres de la barre	150
	8.4	Vibrations de torsion des poutres	153
	8.4.1	Equation homogène	154
	8.4.2	Contraintes	155
	8.4.3	Modes propres de la poutre.....	155
	8.4.4	Application : essai de colonne résonante.....	157
	8.5	Vibration de flexion – Cisaillement des poutres	159
	8.5.1	Equation homogène	162
	8.5.2	Exemple de la poutre console	164
	8.5.2.1	Solution exacte.....	164

8.5.2.2	Solution approchée	166
---------	--------------------------	-----