

Cours de Mathématiques



PC-PC*

Philippe ROYER

ellipses

TABLE DES MATIÈRES

1	Révision	1
1-1	Exercices de révision sur les nombres complexes et les polynômes	1
1-1.1	Module et argument	1
1-1.2	Pentagone régulier	2
1-1.3	Racines d'un polynôme	4
1-1.4	Sommes que l'on doit savoir retrouver rapidement	4
1-1.5	Divisibilité	5
1-1.6	Décomposition en facteurs irréductibles sur \mathbb{C} et sur \mathbb{R}	5
1-1.7	Interprétation géométrique de sommes	5
1-1.8	Equations algébriques	6
1-1.9	Polynômes	7
1-2	Espaces vectoriels	10
1-2.1	Structure canonique de K -espace vectoriel de K^n	11
1-2.2	Structure canonique de K -espace vectoriel de $K[X]$	11
1-2.3	Structure canonique de K -espace vectoriel de K^A	11
1-2.4	Structure canonique de K -espace vectoriel de $E \times F$	11
1-2.5	Calculs	12
1-2.6	Combinaison linéaire d'une famille de vecteurs	12
1-3	Sous-espace vectoriel	13
1-3.1	Définition et caractérisation	13
1-3.2	Intersection de s.e.v., sous-espace engendré, famille génératrice	14
1-3.3	Somme de sous-espaces vectoriels	15
1-4	Sous-espace affine	16
1-5	Famille libre, famille liée, base	18
1-5.1	Définitions	18
1-5.2	Exemples et exercices corrigés	19
1-6	Base	22
1-6.1	Exemples	22
1-6.2	Coordonnées	22
1-7	Exercices corrigés	22
1-8	Exercices	24
2	Espaces vectoriels de dimension finie	27
2-1	Définitions et propriétés	27
2-2	Dimension d'un espace produit	29
2-3	Sous-espaces vectoriels en dimension finie, rang d'un système de vecteurs	30

2-3.1	Opérations élémentaires sur un système de vecteurs	30
2-3.2	Système triangulaire	31
2-4	Somme directe, sous-espaces supplémentaires	33
2-4.1	Base adaptée à un sous-espace	34
2-4.2	Généralisation	34
2-4.3	Exercices	35
2-5	Projecteurs	36
2-5.1	Définition géométrique	36
2-5.2	Généralisation	36
2-6	Exercices	37
3	Applications linéaires	39
3-1	Définitions et propriétés	39
3-1.1	Composition	39
3-1.2	Isomorphisme	40
3-1.3	Détermination d'une application linéaire	40
3-1.4	Recollement linéaire d'applications linéaires	41
3-1.5	Image directe, image réciproque	41
3-1.6	Noyau, image	41
3-1.7	Théorème fondamental d'isomorphisme	42
3-1.8	Théorème du rang	43
3-2	Projecteurs, symétries	45
3-3	K -algèbre $\mathcal{L}(E)$	46
3-4	Dualité	47
3-5	Exercices corrigés	48
3-6	Exercices complémentaires	51
4	Matrices	53
4-1	Définitions	53
4-1.1	Base canonique de $\mathcal{M}_{n,p}(K)$	53
4-1.2	Matrices d'une application linéaire	54
4-1.3	Produit de matrices	55
4-1.4	Produit par blocs	56
4-1.5	Propriétés	56
4-1.6	Transposition	56
4-1.7	Vecteurs lignes, vecteurs colonnes	56
4-1.8	Noyau et image d'une matrice	57
4-2	Rang d'une matrice	57
4-2.1	Propriétés	57
4-2.2	Pratique	57
4-3	Algèbre $\mathcal{M}_n(K)$	58
4-3.1	Caractérisation des matrices inversibles	59
4-3.2	Propriétés	59
4-3.3	Sous-espaces particuliers de $\mathcal{M}_n(K)$	59
4-4	Matrice de changement de base	60
4-5	Effet d'un changement de bases sur la matrice d'une application linéaire	61
4-6	Matrices équivalentes	61

4-7	Matrices semblables	62
4-7.1	Effet d'un changement de base sur la matrice d'un endomorphisme	62
4-7.2	Propriétés	63
4-7.3	Trace d'une matrice carrée	63
4-7.4	Caractérisation du rang d'une matrice à l'aide de matrices extraites	63
4-8	Opérations élémentaires sur les matrices carrées	64
4-8.1	Multiplication à droite par les matrices de la base canonique	64
4-8.2	Multiplication à gauche par les matrices de la base canonique	65
4-8.3	Application à la recherche de l'inverse d'une matrice carrée	66
4-8.4	Exemple	67
4-9	Exercices	69
5	Déterminants	75
5-1	Rappels	75
5-2	Formes n-linéaires alternées sur un espace vectoriel de dimension n	76
5-2.1	Groupe symétrique \mathcal{S}_n	76
5-2.2	Expression d'une forme n-linéaire alternée dans une base ordonnée	77
5-2.3	Forme déterminant	77
5-3	Déterminant d'une matrice carrée d'ordre n	79
5-3.1	Propriétés des déterminants de matrices carrées	79
5-3.2	Calcul d'un déterminant	80
5-3.3	Expression de l'inverse d'une matrice	82
5-4	Formules de Cramer	82
5-5	Exemples de calculs de déterminants	83
5-5.1	Déterminant triangulaire par blocs	83
5-5.2	Déterminant de Vandermonde	84
5-6	Orientation d'un \mathbb{R} -espace vectoriel de dimension finie	85
5-7	Exercices	85
6	Systèmes linéaires	89
6-1	Interprétations	89
6-1.1	Définition et première interprétation	89
6-1.2	Deuxième interprétation	90
6-1.3	Troisième interprétation	90
6-1.4	Quatrième interprétation	91
6-2	Résolution de Σ	91
6-2.1	Conditions de compatibilité	91
6-2.2	Autre méthode	92
6-3	Applications	93
6-3.1	Résoudre les systèmes	93
6-3.2	Calcul de l'inverse d'une matrice	93
6-3.3	Méthode de Gauss	93
6-4	Exercices	95

7	Réduction	97
7-1	Sous-espaces stables	97
7-1.1	Endomorphisme induit	97
7-1.2	Cas de la dimension finie	97
7-2	Polynômes d'un endomorphisme ou d'une matrice	98
7-2.1	Propriétés	98
7-2.2	Exercices corrigés	99
7-3	Réduction d'un endomorphisme	100
7-3.1	Valeur propre	101
7-3.2	Vecteur propre	101
7-3.3	Élément propre	101
7-3.4	Spectre de u	101
7-3.5	Sous-espace propre	101
7-3.6	Exercices	102
7-3.7	Propriétés des vecteurs propres d'un endomorphisme	102
7-4	Valeur propre et vecteur propre d'une matrice carrée A	103
7-4.1	Importance du corps de base	104
7-4.2	Invariant de similitude	104
7-5	Polynôme caractéristique d'un endomorphisme en dimension finie ou d'une matrice carrée	104
7-6	Endomorphisme (ou matrice) diagonalisable en dimension finie	105
7-6.1	Définition	105
7-6.2	Propriétés	105
7-7	Exercices corrigés	107
7-8	Exercices	109
8	Suites	115
8-1	Suites de nombres réels	115
8-1.1	Suite extraite	115
8-1.2	Suites bornées	116
8-1.3	Suites convergentes	116
8-1.4	Suites tendant vers ∞	118
8-1.5	Suites monotones	118
8-1.6	Opérations sur les suites convergentes	119
8-1.7	Suites de Cauchy	120
8-1.8	\mathbb{R} est complet	120
8-2	Relations de comparaison	124
8-2.1	Suite négligeable devant une autre	124
8-2.2	Suite dominée par une autre :	125
8-2.3	Suite équivalente à une autre	125
8-3	Suites de nombres complexes	126
8-3.1	Suites de Cauchy de nombres complexes	127
8-3.2	Théorème de Bolzano-Weierstrass	127
8-3.3	Relations de comparaison pour les suites de nombres complexes	128
8-4	Suites de vecteurs de \mathbb{K}^p où $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C}	128
8-4.1	Définition des suites convergentes de vecteurs de \mathbb{K}^p	128
8-4.2	Propriétés	128

8-4.3	Suites de polynômes de $\mathbb{K}_p[X]$	129
8-4.4	Suites de matrices	129
8-5	Exercices complémentaires	130
9	Espaces vectoriels normés	133
9-1	Définitions	133
9-1.1	Norme	133
9-1.2	Propriétés	133
9-1.3	Exemples	134
9-1.4	Distance associée à une norme	137
9-2	Boules	137
9-3	Suites dans un espace vectoriel normé	139
9-4	Topologie d'un espace vectoriel normé	142
9-5	Notion de limite en un point d'une application d'une partie d'un espace vectoriel normé dans un autre	144
9-5.1	Théorème et définition	144
9-5.2	Composition	145
9-5.3	Extension dans le cas où $E = \mathbb{R}$ et $a = \pm\infty$	145
9-5.4	Extension dans le cas où $F = \mathbb{R}$ et $b = \pm\infty$	145
9-5.5	Caractérisations séquentielles d'existence de limite	146
9-5.6	Conséquences	146
9-6	Relations de comparaison au voisinage d'un point	147
9-6.1	$f = o(\varphi)$ en a	147
9-6.2	$f = O(\varphi)$ en a	147
9-7	Notion de continuité	147
9-7.1	Image réciproque d'ouverts, de fermés	148
9-7.2	Partie compacte	149
9-8	Cas des applications linéaires d'un espace vectoriel normé dans un autre	154
9-8.1	Norme subordonnée	154
9-9	Cas des applications bilinéaires	155
9-10	Exercices complémentaires	156
10	Séries de nombres réels ou complexes	163
10-1	Séries et suites	163
10-1.1	Séries convergentes	164
10-1.2	Cas particulier des nombres complexes	166
10-1.3	Séries absolument convergentes	166
10-1.4	Séries alternées	167
10-2	Séries de nombres réels positifs	168
10-2.1	Théorèmes de comparaison	168
10-2.2	Applications	170
10-2.3	Exercices corrigés	171
10-3	Comparaison aux intégrales	174
10-3.1	Encadrement de l'intégrale d'une fonction positive mono- tone sur un segment	174
10-3.2	Utilisation de l'encadrement pour majorer l'erreur sur la somme d'une série convergente	175

10-3.3	Utilisation de l'encadrement pour étudier une série divergente	175
10-3.4	Formule de Stirling	176
10-3.5	Utilisation du théorème de Césaro (hors programme)	177
10-3.6	Développement décimal d'un réel positif	177
10-4	Séries à termes quelconques	178
10-4.1	Conseils pratiques	178
10-4.2	Exercices corrigés	179
10-5	Produit de Cauchy	179
10-5.1	Sommation par tranches	181
10-5.2	Changement dans l'ordre des termes	182
10-6	Exercices complémentaires	183
11	Fonctions réelles d'une variable réelle	189
11-1	Rappels sur les fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R}	189
11-1.1	Complément : critère de Cauchy	189
11-1.2	Image par une application continue	190
11-1.3	Monotonie, homéomorphisme	191
11-2	Dérivation des fonctions réelles	192
11-2.1	Extrema	193
11-2.2	Théorème de Rolle et ses conséquences	193
11-2.3	Prolongement d'une fonction de classe C^1 sur $]a, b[$	196
11-3	Fonctions convexes	197
11-4	Exercices	201
11-5	Comparaison des fonctions au voisinage d'un point	205
11-5.1	Définitions	205
11-5.2	Propriétés	206
11-5.3	Propriétés de l'équivalence	207
11-5.4	Opération sur les équivalents	208
11-5.5	Équivalents et somme	209
11-6	Complément sur la dérivation	209
11-6.1	Structure, opérations	210
11-6.2	Fonctions de classe C^k	211
11-6.3	C^k difféomorphismes.	211
11-6.4	Exercices	213
11-6.5	Rappels sur les fonctions arcsin, arccos, arctan	215
11-7	Exercices	217
11-8	Développements limités	219
11-8.1	Généralités	219
11-8.2	Développement limité et dérivabilité.	221
11-8.3	"Intégration" d'un développement limité	222
11-8.4	Théorème de Taylor-Young	224
11-8.5	Opérations et développements limités	225
11-8.6	Développements asymptotiques	228
11-8.7	Applications des développements limités	231
11-9	Suites réelles définies par une itération	234
11-9.1	Point fixe attractif, point fixe répulsif	235
11-9.2	Application au calcul numérique	239
11-9.3	Exercices	243

12	Intégration	247
12-1	Intégrale d'une fonction continue par morceaux	247
12-1.1	Fonctions continues par morceaux	247
12-1.2	Intégrale d'une fonction en escalier sur un segment	248
12-1.3	Fonctions continues par morceaux	249
12-1.4	Intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment	250
12-1.5	Invariance par translation	252
12-1.6	Expression à l'aide d'une base	252
12-1.7	Propriétés	253
12-1.8	Norme N_1 , norme N_2	254
12-1.9	Notation $\int_a^b f(t) dt$	256
12-2	Primitives	256
12-2.1	Fonction $x \rightarrow \int_a^x f(t) dt$, f étant continue par morceaux sur un intervalle	257
12-2.2	Intégration par parties	258
12-2.3	Changement de variable	258
12-3	Inégalités des accroissements finis et de Taylor	259
12-3.1	Accroissement finis	259
12-3.2	Formule de Taylor avec reste sous forme intégrale	260
12-4	Théorème de relèvement	261
12-5	Calculs de primitives	261
12-5.1	Primitives usuelles	262
12-5.2	Utilisation de la linéarité	262
12-5.3	Intégration par changement de variable	263
12-5.4	Intégration par parties	265
12-5.5	Intégration des fractions rationnelles	266
12-5.6	Intégrales se ramenant à des primitives de fractions rationnelles	268
12-6	Calculs approchés d'intégrales	276
12-6.1	Méthode des trapèzes	276
12-6.2	Méthode de Simpson	277
12-6.3	Accélération de convergence : méthode de Romberg	278
12-7	Exercices	281
13	Suites de fonctions	283
13-1	Convergence simple, convergence uniforme	283
13-1.1	Définitions	283
13-1.2	Techniques de convergence uniforme	285
13-1.3	Interprétation graphique de la convergence uniforme	286
13-1.4	Opérations	286
13-2	Propriétés globales des suites de fonctions	287
13-2.1	Continuité	287
13-2.2	Utilisation de la convergence uniforme locale	288
13-2.3	Dérivation	288
13-2.4	Polynômes : Théorème de Weierstrass	289

13-3 Exercices	289
14 Séries de fonctions, séries entières	291
14-1 Séries de fonctions	291
14-1.1 Définitions	291
14-1.2 Séries absolument simplement convergentes, absolument uni- formément convergentes	292
14-1.3 Convergence normale	292
14-2 Propriétés de la somme	293
14-2.1 Continuité	293
14-2.2 Dérivabilité	294
14-2.3 Intégration	296
14-2.4 Recherche d'équivalents	296
14-2.5 Exercices	297
14-3 Séries entières	297
14-3.1 Rayon de convergence	298
14-3.2 Opérations algébriques sur les séries entières	300
14-4 Propriétés de la somme d'une série entière	301
14-4.1 Convergence normale sur le disque fermé $D(0, r]$ pour $r < R$	301
14-4.2 Dérivation	302
14-5 Fonctions développables en séries entières	304
14-6 Exercices	307
15 Compléments d'intégration	309
15-1 Intégrale dépendant d'un paramètre	309
15-1.1 Position du problème	309
15-1.2 Continuité	309
15-1.3 Dérivabilité d'une intégrale sur un segment dépendant d'un paramètre	310
15-1.4 Fonction $x \mapsto \int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(x, t) dt$	310
15-1.5 Intégration : Théorème de Fubini	311
15-2 Normes sur $C^0([a, b], E)$	311
15-3 Intégration sur un intervalle quelconque	312
15-3.1 Intégration d'une fonction positive sur un intervalle quel- conque	312
15-3.2 Additivité	314
15-3.3 Fonctions de référence	314
15-3.4 Comparaison d'une série et d'une intégrale	315
15-3.5 Propriétés de l'intégrale d'une fonction positive	315
15-3.6 Intégration d'une fonction réelle ou complexe sur un inter- valle quelconque	316
15-3.7 Propriétés	318
15-3.8 Extension	318
15-3.9 Notation $\int_a^b f(t) dt$	318
15-4 Critère d'intégrabilité	319
15-4.1 Comportement asymptotique	320

15-4.2	Calcul des intégrales sur I	321
15-5	Suites de fonctions intégrables	322
15-5.1	Norme de la convergence en moyenne	322
15-5.2	Norme de la convergence en moyenne quadratique	322
15-5.3	Théorèmes de convergence	323
15-6	Intégrale dépendant d'un paramètre	326
15-6.1	Continuité	326
15-6.2	Dérivation	327
15-7	Intégrales impropres	329
15-8	Exercices	330
16	Espaces préhilbertiens	333
16-1	Espaces préhilbertiens	333
16-1.1	Espaces préhilbertiens réels	333
16-1.2	Espace préhilbertien complexe	334
16-1.3	Expression matricielle en dimension finie	335
16-1.4	Inégalité de Cauchy-Schwarz	335
16-2	Orthogonalité	337
16-2.1	Définition	337
16-2.2	Bases orthonormales	338
16-2.3	Supplémentaire orthogonal d'un s.e.v. de dimension finie	339
16-2.4	Familles orthogonales de polynômes	340
16-3	Exercices	342
17	Espaces euclidiens	345
17-1	Rappels (Espaces préhilbertiens)	345
17-1.1	Rappel	345
17-1.2	Isomorphisme entre E (euclidien) et son dual	346
17-1.3	Adjoint d'un endomorphisme	347
17-2	Endomorphismes auto-adjoints, orthogonaux	348
17-2.1	Endomorphismes orthogonaux	349
17-2.2	Caractérisation à l'aide de bases orthonormées	351
17-3	Diagonalisation des endomorphismes auto-adjoints	353
17-4	Application aux matrices symétriques positives	354
17-5	Complément	356
17-5.1	Produit mixte, produit vectoriel	356
17-5.2	Etude de $O(E_2)$	357
17-5.3	Etude de $O(E_3)$	358
17-5.4	Réduction des coniques	359
17-6	Exercices	361
18	Courbes paramétrées	363
18-1	Généralités	363
18-1.1	Définitions	363
18-1.2	Paramétrages admissibles	364
18-1.3	Arcs en polaires	364
18-1.4	Tangentes	364
18-1.5	Etude locale d'une courbe plane	366

18-1.6	Exemples d'études dans le plan	366
18-1.7	Equation polaire d'une droite, d'un cercle	377
18-1.8	Coniques	377
18-2	Exemple des mouvements ponctuels à accélération centrale	380
18-2.1	Mouvement des planètes	382
18-2.2	Satellites géostationnaires	383
18-2.3	Courbe de l'espace définie comme intersection de 2 surfaces	384
18-3	Propriétés métriques	384
18-3.1	Longueur d'un arc	384
18-3.2	Abscisse curviligne	387
18-3.3	Paramétrage normal	390
18-3.4	Courbure des arcs plans	391
18-3.5	Cercle de courbure	394
18-3.6	Développée d'un arc plan	395
18-3.7	Développantes	398
18-4	Exercices	399
19	Equations différentielles	401
19-1	Généralités	401
19-1.1	Définitions	401
19-1.2	Intégrer une équation différentielle	401
19-1.3	Solutions maximales	402
19-1.4	Régularité des solutions	402
19-1.5	Courbes intégrales	403
19-1.6	Problème de Cauchy	403
19-2	Equations différentielles linéaires du premier ordre	403
19-2.1	Equations différentielles scalaires linéaires du premier ordre	403
19-2.2	Méthode de "variation" de la constante	404
19-2.3	Systèmes linéaires	405
19-2.4	Cas où A est diagonalisable	406
19-2.5	Etude de la stabilité d'un mouvement ponctuel plan $X' = AX$	409
19-3	Equations différentielles linéaires scalaires d'ordre 2	413
19-3.1	Equations à coefficients constants	413
19-3.2	Equation différentielle linéaire du second ordre	415
19-3.3	Système fondamental de solutions, Wronskien	415
19-3.4	Recherche des solutions connaissant une solution particulière de l'équation homogène associée	416
19-3.5	Méthode de variations des constantes	417
19-3.6	Equations différentielles et séries entières	418
19-3.7	Equation du type $x' = f(t, x)$	419
19-3.8	Equation du type $x'' = f(t, x, x')$	420
19-3.9	Exemples d'équations non linéaires	420
19-4	Champ de vecteurs d'une équation différentielle	422
19-5	Exercices	422

20	Séries de Fourier	429
20-1	Généralités	429
20-1.1	Rappels	429
20-1.2	Théorème de Weierstrass	431
20-1.3	Espace préhilbertien des fonctions continues 2π -périodiques	431
20-1.4	Séries trigonométriques	431
20-1.5	Lien avec les séries entières	432
20-2	Séries de Fourier	432
20-2.1	Coefficients de Fourier	432
20-2.2	Fonctions continues par morceaux	433
20-2.3	Série de Fourier	434
20-2.4	Inégalité de Bessel et conséquences	436
20-2.5	Cas des fonctions T -périodiques	437
20-3	Convergence des séries de Fourier	438
20-3.1	Convergence uniforme des séries trigonométriques	438
20-3.2	Convergence ponctuelle : Théorème de Dirichlet	438
20-3.3	Convergence normale	440
20-3.4	Convergence en moyenne quadratique, égalité de Parseval-Bessel	440
20-3.5	Parseval-Bessel avec les coefficients trigonométriques	441
20-3.6	Injectivité de $f \mapsto \hat{f}$ sur $C_{2\pi}$	442
20-3.7	Conséquence sur la convergence uniforme d'une série de Fourier	442
20-3.8	Fonction développable en série de Fourier	442
20-4	Exercices	442
21	Fonctions de plusieurs variables	447
21-1	Généralités	447
21-1.1	Rappels	447
21-1.2	Applications partielles et continuité	447
21-1.3	Dérivées partielles	448
21-2	Calcul différentiel	448
21-2.1	Applications de classe C^1	448
21-2.2	Interprétation géométrique	451
21-2.3	matrice jacobienne, jacobien	453
21-2.4	Espace vectoriel des applications de classe C^1 de U vers \mathbb{R}^n	454
21-2.5	Composition d'applications de classe C^1	454
21-2.6	Difféomorphisme	455
21-2.7	Algèbre des fonctions numériques	456
21-2.8	Gradient d'une fonction numérique dans \mathbb{R}^p euclidien	457
21-2.9	Interprétation géométrique du gradient	458
21-3	Fonctions de classe C^k , $k \geq 2$	460
21-3.1	Dérivées partielles d'ordre k , $k \geq 2$	460
21-3.2	Théorème de Schwarz	460
21-3.3	Difféomorphisme de classe C^k , $k \geq 2$	462
21-3.4	Exemples d'équations aux dérivées partielles	462
21-4	Exercices	464

22	Intégrales curvilignes, intégrales multiples	467
22-1	Forme différentielle, champ de vecteurs	467
22-1.1	Divergence, laplacien, potentiel vecteur	471
22-2	Intégrale curviligne, circulation d'un champ de vecteurs, travail	472
22-3	Intégrale double	474
22-3.1	Ensemble quarrable	474
22-3.2	Intégrale double d'une fonction continue sur un compact quarrable	475
22-4	Intégrale triple	481
22-4.1	Formule de Fubini	482
22-4.2	Changement de variable	482
22-5	Exercices corrigés	483
22-6	Exercices	484
22-7	Centre d'inertie	485
22-7.1	Masse d'un solide	485
22-7.2	Centre d'inertie	485
22-7.3	Théorèmes de Guldin	487
22-8	Moment d'inertie	488
22-8.1	Cas d'un système matériel	488
22-8.2	Cas d'un solide quelconque	488
22-8.3	Propriétés	488
23	Géométrie	491
23-1	Surfaces	491
23-1.1	Cylindres, cônes, surfaces de révolution	491
23-1.2	Surfaces du second degré, quadriques	494
23-1.3	Triangles sphériques	500
23-2	Géométrie élémentaire	501
23-2.1	Mesure des angles	501
23-2.2	Groupe des isométries d'une figure et polyèdres réguliers convexes	502
23-3	Polyèdres réguliers convexes	506
23-3.1	Problèmes de distances, de symétrie, cercles, sphères	509
23-3.2	Perpendiculaire commune à deux droites	511
23-4	Exercices	513
24	Problèmes sélectionnés	515
24-1	Equation de la chaleur par la méthode des éléments finis	515
24-1.1	Préambule	515
24-1.2	Première Partie	515
24-1.3	Deuxième Partie	516
24-1.4	Troisième Partie	517
24-2	Equation des cordes vibrantes	518
24-2.1	Préambule	518
24-2.2	La corde est illimitée	518
24-2.3	La corde a une extrémité fixe	519
24-2.4	La corde a deux extrémités fixes	519
24-3	Equation de Laplace	521

24-3.1	Préambule	521
24-3.2	Première Partie	521
24-3.3	Deuxième Partie	522
24-3.4	Troisième Partie	522
24-4	Transformée de Fourier	523
24-4.1	Définition	523
24-4.2	Formule d'inversion	524
24-5	Transformée de Fourier discrète, transformée de Fourier rapide . .	524

Ce livre est un outil de référence, en mathématiques, pour les étudiants des classes préparatoires de seconde année des filières PC-PC*-PSI-PSI*.

S'appuyant sur de nombreuses années d'enseignement dans la filière PC*, l'auteur couvre ici l'ensemble du programme développé durant l'année de spéciales avec un souci élevé de clarté et de rigueur. L'étudiant pourra se référer en permanence aux définitions et retrouver les démonstrations précises des théorèmes du cours. De nombreux exemples, contre-exemples et exercices illustrent par ailleurs les résultats du cours ainsi que des compléments utiles aux sciences physiques.

Les étudiants de DEUG, Licence, ou les candidats au CAPES et à l'Agrégation de mathématiques pourront aussi s'appuyer avec profit sur cet ouvrage.

illustration de couverture :
Hans Holbein, *Les Ambassadeurs* (détail).



ISBN 2-7298-0667-9