

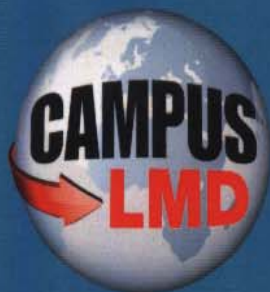
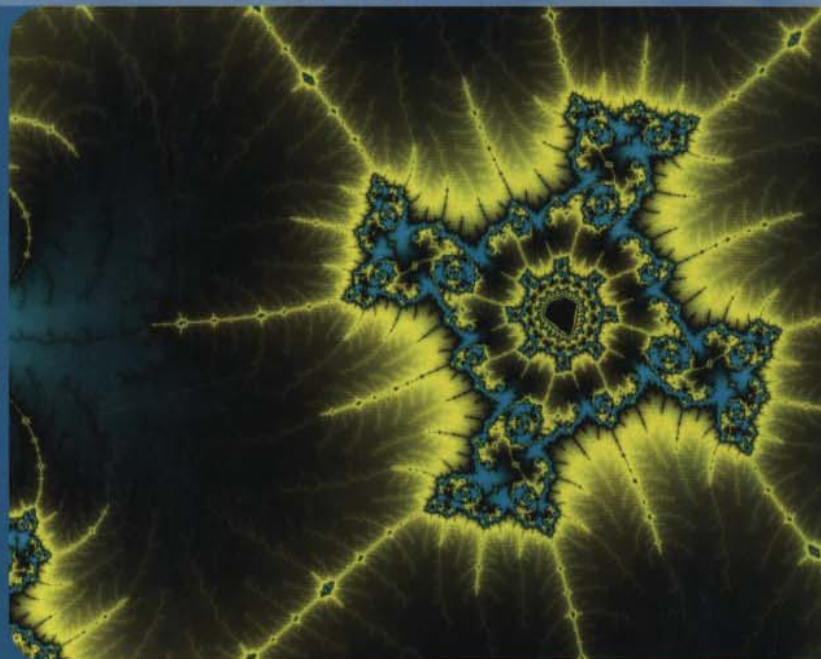
Claire David
Sami Mustapha

MATHÉMATIQUES

TOUT LE COURS EN FICHES

Licence 1 • CAPES

- 110 Fiches de cours
- 200 exercices corrigés et exemples d'application



DUNOD

Table des matières

Avant-propos	X
Comment utiliser cet ouvrage ?	XII

Partie 1 Calculus

Nombres réels	1
Fiche 1 Les ensembles de nombres	2
Fiche 2 Intervalles, voisinages, bornes	6
Limites	8
Fiche 3 Limite d'une fonction en un point	8
Fiche 4 Limite d'une fonction en $+\infty$ ou $-\infty$	12
Fiche 5 Propriétés des limites – Opérations sur les limites	14
Fiche 6 Notations de Landau	16
Fonctions numériques	18
Fiche 7 Domaine de définition d'une fonction, graphe	18
Focus La construction de l'ensemble des réels : les coupures de Dedekind	21
Fiche 8 Comment définir une fonction ?	22
Fiche 9 Majorations et minorations	24
Fiche 10 Fonctions monotones	26
Fiche 11 Parité, imparité	28
Fiche 12 Symétries	30
Fiche 13 Fonctions périodiques	32
Fonctions usuelles	33
Fiche 14 Fonctions puissances entières	33
Fiche 15 Fonctions polynômes et fonction valeur absolue	35
Focus John Napier et les tables logarithmiques	38
Fiche 16 La fonction logarithme népérien	39
Fiche 17 La fonction exponentielle	41
Fiche 18 Fonctions puissances « non entières »	43
Focus Leibniz et la fonction exponentielle	44
Fiche 19 Fonctions circulaires	45
Fiche 20 Fonctions hyperboliques	47
Focus L'origine de la trigonométrie	49
Continuité	51
Fiche 21 Continuité d'une fonction en un point	51
Fiche 22 Fonctions continues sur un intervalle	55
Dérivabilité	58
Fiche 23 Dérivabilité en un point	58

Fiche 24	Dérivabilité sur un intervalle	61
Fiche 25	Dérivées successives	65
Fiche 26	Théorème des accroissements finis et théorème de Rolle	67
Fiche 27	Formule de Taylor-Lagrange	71
Fonctions réciproques		72
Fiche 28	Fonctions réciproques	72
Fiche 29	Les fonctions trigonométriques inverses	75
Fiche 30	Les fonctions hyperboliques inverses	79
Développements limités		81
Fiche 31	Développements limités	81
Fiche 32	Formule de Taylor-Young	84
Fiche 33	Développements limités usuels	89
Fiche 34	Opérations algébriques et composition des développements limités	92
Développements asymptotiques		95
Fiche 35	Développements asymptotiques	95
Convexité		96
Fiche 36	Convexité	96
Équations différentielles linéaires du 1^{er} ordre		100
Fiche 37	Équations différentielles linéaires du 1 ^{er} ordre homogènes	100
Fiche 38	Équations différentielles linéaires du 1 ^{er} ordre avec second membre	103
Fonctions de plusieurs variables		111
Fiche 39	Topologie	111
Fiche 40	Fonctions de plusieurs variables	117
Fiche 41	Les systèmes de coordonnées usuelles	119
Fiche 42	Limites, continuité et dérivation	121
Exercices		129
Corrigés		133

Partie 2 Algèbre

Le plan complexe – Les nombres complexes		161
Focus	<i>Les nombres complexes</i>	162
Fiche 43	Le corps des nombres complexes	164
Fiche 44	Représentation géométrique des nombres complexes	167
Fiche 45	Inversion des nombres complexes	170
Fiche 46	Propriétés fondamentales des nombres complexes	172
Fiche 47	Complément : les polynômes de Tchebychev	174
Fiche 48	Racines $n^{\text{ièmes}}$ de l'unité, racines $n^{\text{ièmes}}$ complexes	177
Fiche 49	Factorisation des polynômes dans le corps \mathbb{C}	180
Fiche 50	Fractions rationnelles et décomposition en éléments simples	185

Fiche 51	Transformations du plan : translations, homothéties	196
Fiche 52	Transformations du plan : rotations	198
Fiche 53	Transformations du plan : similitudes	200
Focus	<i>Transformations complexes, fractales, et représentations de la nature</i>	204
Matrices		206
Fiche 54	Matrices de taille 2×2	206
Fiche 55	Déterminant de matrices de taille 2×2	208
Fiche 56	Matrices de taille 3×3	210
Fiche 57	Déterminant de matrices de taille 3×3	213
Fiche 58	Matrices de taille $m \times n$	216
Fiche 59	Opérations sur les matrices	218
Fiche 60	Matrices remarquables	220
Fiche 61	Introduction aux déterminants de matrices de taille $n \times n$	224
Fiche 62	Inversion des matrices carrées	226
Focus	<i>L'origine des matrices</i>	230
Focus	<i>Les matrices et leurs applications</i>	232
Fiche 63	Systèmes linéaires	234
Fiche 64	Vecteurs	238
Fiche 65	Barycentres	242
Fiche 66	Droites, plans	246
Fiche 67	Produit scalaire	249
Focus	<i>Produit scalaire, espaces fonctionnels et calcul numérique</i>	253
Fiche 68	Produit vectoriel	254
Fiche 69	Aires et volumes	256
Focus	<i>Géométrie euclidienne – ou non ? Encore des matrices !</i>	258
Transformations linéaires du plan		260
Fiche 70	Bases et transformations linéaires du plan	260
Fiche 71	Changement de base en dimension 2, et déterminant d'une application linéaire	264
Fiche 72	Conjugaison – Matrices semblables de taille 2×2	266
Fiche 73	Opérateurs orthogonaux en dimension 2	268
Fiche 74	Rotations vectorielles du plan	270
Transformations linéaires de l'espace		273
Fiche 75	Bases de l'espace \mathbb{R}^3	273
Fiche 76	Transformations linéaires de l'espace \mathbb{R}^3	274
Fiche 77	Changement de base en dimension 3	278
Fiche 78	Conjugaison – Matrices semblables de taille 3×3	280
Fiche 79	Opérateurs orthogonaux de l'espace \mathbb{R}^3	282
Fiche 80	Rotations vectorielles de l'espace \mathbb{R}^3	284
L'espace \mathbb{R}^n		286
Fiche 81	Vecteurs en dimension n , $n \geq 2$	286

Fiche 82	Espace engendré par une famille de vecteurs – Sous-espaces vectoriels de \mathbb{R}^n	288
Fiche 83	Transformations linéaires de l'espace \mathbb{R}^n	291
Fiche 84	Changement de base	295
Fiche 85	Conjugaison – Matrices semblables de taille $n \times n$	297
Fiche 86	Réduction des matrices carrées	299
Focus	<i>Groupe spécial orthogonal et cristallographie</i>	303
Focus	<i>Diagonalisation – La toupie de Lagrange (et de Michèle Audin)</i>	305
Espaces vectoriels		306
Fiche 87	Les espaces vectoriels	306
Fiche 88	Sous-espaces vectoriels	310
Fiche 89	Somme de sous-espaces vectoriels	312
Fiche 90	Projecteurs, symétries	313
Exercices		315
Corrigés		323

Partie 3

Analyse

Suites		367
Fiche 91	Qu'est-ce qu'une suite ? L'espace des suites et opérations sur les suites	368
Fiche 92	Les différents types de suites	371
Focus	<i>Suites arithmético-géométriques et finance</i>	376
Fiche 93	Étude d'une suite	377
Fiche 94	Majorants, minorants d'une suite réelle – Croissance et décroissance	380
Fiche 95	Techniques d'étude des suites réelles	382
Fiche 96	Convergence	384
Fiche 97	Convergence des suites monotones	387
Fiche 98	Opérations sur les limites de suites	389
Fiche 99	Convergence des suites homographiques réelles	392
Fiche 100	Suites extraites	397
Fiche 101	Suites de Cauchy	399
Fiche 102	Comparaison des suites réelles	401
Focus	<i>Suites et systèmes dynamiques – L'attracteur de Hénon</i>	405
Intégrales		406
Fiche 103	Qu'est-ce qu'une intégrale ?	406
Fiche 104	Intégrale d'une fonction en escaliers	408
Fiche 105	Intégrale d'une fonction continue par morceaux	413
Fiche 106	Calcul intégral	419
Fiche 107	Primitives de fractions rationnelles	425
Fiche 108	Calcul approché d'intégrales	427

Focus	<i>Intégrale de Riemann vs intégrale de Lebesgue</i>	434
Exercices		436
Corrigés		442
Annexes	Formulaire de trigonométrie	470
	Dérivées usuelles	472
	Dérivées des fonctions réciproques usuelles	473
	Primitives usuelles	474
	Limites usuelles des fonctions puissances	475
	Rang d'une matrice	476
Bibliographie		477
Index		479

Claire David
Sami Mustapha

MATHÉMATIQUES

TOUT LE COURS EN FICHES

Licence 1 • CAPES

Cet ouvrage fait la synthèse en 110 fiches des résultats et définitions essentiels enseignés en Licences de Mathématiques ou de Sciences de la Matière (niveau 1).

La présentation est adaptée aux besoins des étudiants préparant un examen ou un concours : fiches synthétiques pour aller à l'essentiel, exemples d'application et exercices d'entraînement avec corrigés détaillés.

LES +

- 110 fiches synthétiques pour assimiler l'essentiel.
- Plus de 200 exercices corrigés et exemples d'application.
- Des « focus » pour découvrir les aspects historiques des mathématiques et leurs applications.

Public :

- Étudiants en Licences de Mathématiques ou de Sciences de la Matière (niveau 1)
- Candidats au CAPES de Mathématiques
- Élèves en classes préparatoires

Sommaire

Calculus : limites, fonctions, développements limités, équations différentielles...
• **Algèbre et géométrie** : nombres complexes, matrices, transformations linéaires, espace \mathbb{R}^n , espace vectoriel... • **Analyse** : suites, intégrales



9 782100 712434

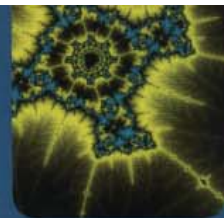
5177788

ISBN 978-2-10-071243-4

Les actus



du savoir



CLAIRE DAVID

Maître de conférences
à l'UPMC, Paris.

SAMI MUSTAPHA

Professeur à l'UPMC,
Paris.



DUNOD

dunod.com