

APPLICATIONS MATHÉMATIQUES
AVEC MATLAB®

Théorie élémentaire du signal

rappel de cours et exercices corrigés

Luc Jolivet
Rabah Labbas

hermes

Lavoisier

Table des matières

Avant-propos	9
Chapitre 1. Les nombres complexes	13
1.1. Définitions et représentation	13
1.1.1. Partie réelle et partie imaginaire	13
1.1.2. Module et argument	14
1.2. Opérations sur les complexes	15
1.2.1. Egalité de deux complexes	15
1.2.2. Complexes conjugués	15
1.2.3. Somme et produit de deux complexes	16
1.2.4. Notation algébrique et trigonométrique	17
1.2.5. Calculs avec <i>Matlab</i>	18
1.2.6. Formule de De Moivre et applications	19
1.2.7. Formules d'Euler et exponentielle complexe	21
1.2.8. Racines $n^{\text{ièmes}}$ d'un complexe	22
1.3. Exercices	25
1.3.1. Module et argument avec <i>Matlab</i>	25
1.3.2. Partie réelle et partie imaginaire avec <i>Matlab</i>	25
1.3.3. Vérifications d'identités complexes	25
1.3.4. Racines cubiques de 1	26
1.3.5. Polynômes de Tchebycheff	26
1.4. Solutions	27
Chapitre 2. Généralités sur les signaux	35
2.1. Introduction et définitions	35
2.1.1. Qu'est-ce qu'un signal ?	35
2.1.2. Différents types de signaux	35
2.1.3. Remarques	37

2.1.4. Analyse et reconstitution d'un signal	38
2.2. Exemple de signal causal, introductif à la distribution de Dirac	39
2.3. Exercices	44
2.3.1. Etude d'un signal à valeurs complexes	44
2.3.2. Etude d'un signal oscillant	44
2.4. Solutions	45
Chapitre 3. Notions sur les séries	53
3.1. Introduction	53
3.2. Séries numériques	55
3.2.1. Définitions - Exemples	55
3.2.2. Espace vectoriel des séries convergentes	58
3.2.3. Critères de convergence pour les séries à termes positifs	58
3.2.4. Séries alternées et critère d'Abel	59
3.2.5. Calculs avec <i>Matlab</i>	60
3.3. Séries de fonctions	61
3.3.1. Exemple	61
3.3.2. Définitions	65
3.3.3. Propriétés des séries de fonctions	66
3.4. Exercices	67
3.4.1. Séries numériques : étude de convergence	67
3.4.2. Séries géométriques	67
3.4.3. Série de fonctions à valeurs complexes	68
3.4.4. Sommes trigonométriques	68
3.5. Solutions	69
Chapitre 4. Analyse des signaux périodiques	75
4.1. Les séries trigonométriques	75
4.1.1. Définitions	75
4.1.2. Convergence de la série	76
4.1.3. Illustration graphique	76
4.2. Séries de Fourier d'un signal	77
4.2.1. Coefficients de Fourier	77
4.2.2. Propriétés des séries de Fourier	78
4.2.3. Energie et formule de Parseval d'un signal	78
4.2.4. Exemple modèle	80
4.2.5. Ecriture complexe des séries de Fourier	83
4.3. Exercices	89
4.3.1. Série de Fourier d'un signal créneau	89
4.3.2. Série de Fourier d'un signal sinusoïdal redressé	90
4.4. Solutions	91

Chapitre 5. Notions sur les intégrales généralisées	99
5.1. Cas d'un intervalle borné	99
5.1.1. Définition	99
5.1.2. Exemple de référence	100
5.1.3. Critères de convergence	101
5.1.4. Remarque	102
5.2. Cas d'un intervalle infini $[a, +\infty[$	103
5.2.1. Définition	103
5.2.2. Remarque	105
5.3. Cas d'un intervalle ouvert $]a, b[$	105
5.3.1. Définition	105
5.3.2. Remarque	106
5.4. Intégrale généralisée sous <i>Matlab</i>	107
5.5. Exercices	107
5.5.1. Intégrale généralisée et fonctions équivalentes	107
5.5.2. Intégrale de Gauss	108
5.5.3. Intégrale généralisée sur $]0, +\infty[$	108
5.6. Solutions	109
Chapitre 6. La convolution de signaux	113
6.1. Introduction	113
6.2. Définitions et propriétés	115
6.2.1. Convolution continue	115
6.2.2. Exemple de convolution continue	116
6.2.3. Convolution discrète	119
6.2.4. Exemple de convolution discrète	120
6.3. Exercices	123
6.3.1. Convolution de deux portes	123
6.3.2. Convolution d'un signal par une porte de Dirac	124
6.3.3. Construction d'une fonction "plateau"	125
6.4. Solutions	126
Chapitre 7. Analyse de signaux aperiodiques	139
7.1. Introduction	139
7.2. La transformée de Fourier continue	139
7.2.1. Définition	139
7.2.2. Conditions suffisantes d'existence	140
7.2.3. Remarque	141
7.2.4. Temporel/Fréquentiel	141
7.2.5. Exemple	141
7.2.6. Propriétés	144
7.2.7. Transformée de Fourier inverse	146

8 Mathématiques avec *Matlab*

7.3. Transformée de Fourier et signaux discrets	147
7.3.1. Transformée de Fourier à temps discret	147
7.3.2. Transformée de Fourier discrète	148
7.3.3. Propriétés de la TFD	157
7.3.4. Notion de filtre d'un signal	158
7.4. Exercices	162
7.4.1. Signal triangulaire et transformée de Fourier	162
7.4.2. Signal de type exponentiel et transformée de Fourier	163
7.4.3. TFD d'un signal de période 4	163
7.4.4. TFD d'un signal aléatoire	163
7.5. Solutions	164
Bibliographie	177
Index	179