

TRAITEMENT
DU SIGNAL
ET DE L'IMAGE

Information - Commande - Communication

Signaux aléatoires

modélisation, estimation, détection

sous la direction de
Michel Guglielmi

Hermes

Lavoisier

Table des matières

Avant-propos	17
Michel GUGLIELMI	
PREMIÈRE PARTIE. THÉORIE DE L'INFORMATION	21
Chapitre 1. Théorie de l'information	23
Geneviève JOURDAIN	
1.1. Préambule.	23
1.2. Quantité d'information, entropie, et codage (entropique) de sources	26
1.2.1. Définitions de base pour une source discrète.	26
1.2.1.1. Définition de la quantité d'information.	26
1.2.1.2. Sources discrètes et entropie	26
1.2.2. Quelques éléments sur le codage (entropique) de source.	
Premier théorème de Shannon	29
1.2.2.1. Propriétés et qualités des codeurs (entropiques).	29
1.2.2.2. Théorème de codage de source et premier théorème de Shannon	30
1.3. Mesure de l'information pour les sources continues. Entropie différentielle	31
1.3.1. Entropie de lois continues	31
1.3.2. Lois à deux variables et transinformation. Lois à n dimensions.	32
1.4. Transmission sur un canal bruité	33
1.4.1. Les différents modèles de canaux	33
1.4.2. Capacité d'un canal discret sans mémoire. Codage canal.	
Second théorème de Shannon.	35
1.4.2.1. Capacité d'un canal discret et sans mémoire et exemples	35
1.4.2.2. Réception en sortie de canal bruité. Performance et règles du maximum <i>a posteriori</i> et du maximum de vraisemblance.	37

1.4.2.3. Nécessité du codage canal	38
1.4.2.4. Second théorème de Shannon ou théorème fondamental	40
1.4.3. Capacité du canal continu à bruit additif. Formule de Hartley-Tuller-Shannon	41
1.4.3.1. Capacité du canal avec bruit additif gaussien (BAG).	41
1.4.3.2. Extension à n dimensions	42
1.4.3.3. Applications	43
1.4.3.4. Efficacité spectrale et efficacité de puissance	44
1.4.3.5. Théorème fondamental dans le cas continu	44
1.5. Extensions	46
1.6. Conclusion	48
1.7. Bibliographie	48
DEUXIÈME PARTIE. MODÉLISATION	51
Chapitre 2. Transformation linéaire	53
Michel GUGLIELMI	
2.1. Introduction	53
2.2. Définitions	54
2.3. Représentation entrée/sortie modèle d'état	58
2.4. Autocorrélation et densité spectrale du processus de sortie	59
2.4.1. Représentation entrée-sortie	59
2.4.2. Représentation d'état	60
2.4.3. Exemple	62
2.5. Densité spectrale de la sortie et système à phase minimale	63
2.6. Factorisation spectrale d'une densité	64
2.6.1. Détermination du filtre formeur	65
2.7. Filtrage adapté	68
2.8. Conclusion	71
2.9. Bibliographie	71
Chapitre 3. Modèles monovariabiles linéaires et non linéaires.	73
Michel GUGLIELMI et Gérard FAVIER	
3.1. Introduction	73
3.2. Modèle à moyenne ajustée (MA)	74
3.2.1. Propriétés du processus de sortie	74
3.2.1.1. Espérance mathématique	74
3.2.1.2. Moments d'ordre deux	75
3.2.1.3. Densité spectrale	76
3.2.2. Exemple	76

3.3. Modèle autorégressif (AR)	77
3.3.1. Propriétés du processus de sortie	78
3.3.1.1. Espérance mathématique	78
3.3.1.2. Moments d'ordre deux : autocorrélation et variance	78
3.3.1.3. Densité spectrale	79
3.3.2. Exemple	79
3.4. Modèle autorégressif à moyenne ajustée (ARMA)	82
3.4.1. Propriétés du processus de sortie	83
3.4.1.1. Espérance mathématique	83
3.4.1.2. Moments d'ordre deux : autocorrélation et variance	83
3.4.1.3. Densité spectrale	84
3.4.2. Exemple	84
3.5. Modélisation d'état	86
3.5.1. Propriétés de l'état et de la sortie	86
3.5.1.1. Espérance mathématique	86
3.5.2. Moments d'ordre deux	87
3.6. Modélisation du signal harmonique	88
3.7. Modèles de signaux non linéaires	90
3.7.1. Propriétés	92
3.7.2. Représentation opératorielle	93
3.7.3. Réduction de la complexité	94
3.7.4. Modèles de Wiener et de Hammerstein	94
3.7.5. Représentation vectorielle	96
3.7.6. Exemple	97
3.8. Conclusion	98
3.9. Bibliographie	98

Chapitre 4. Modèles de signaux à longue dépendance statistique 101

François CHAPEAU-BLONDEAU et Michel GUGLIELMI

4.1. Introduction	101
4.2. Les modèles standard de la longue dépendance	103
4.2.1. Mouvement brownien fractionnaire, bruit gaussien fractionnaire	103
4.2.2. Intégration fractionnaire, dérivation fractionnaire	105
4.3. Dynamique (max, +) pour la longue dépendance	107
4.3.1. Le modèle de base	107
4.3.2. Analyse théorique	109
4.3.3. Simulation numérique	111
4.3.4. Evolution du modèle	113
4.3.5. D'autres évolutions	117
4.4. Systèmes d'ordre non entier	120

4.4.1. Intégrateur d'ordre non entier	120
4.4.2. Processus stochastique défini par un intégrateur d'ordre d	121
4.4.2.1. Définition	121
4.4.2.2. Propriétés	122
4.4.3. Synthèse	126
4.4.3.1. Troncature	127
4.4.4. Processus <i>fractional autoregressive integrative moving average</i> (FARIMA)	129
4.4.4.1. Définition	129
4.4.4.2. Propriétés	129
4.5. Conclusion	131
4.6. Bibliographie	131
Chapitre 5. Systèmes linéaires multivariables.	135
François DESBOUVRIES	
5.1. Introduction.	135
5.2. Matrices polynomiales et rationnelles	137
5.2.1. Motivation et difficultés	137
5.2.2. Matrices polynomiales	139
5.2.3. Matrices rationnelles	143
5.2.3.1. Factorisation de Smith-McMillan	143
5.2.3.2. Factorisations polynomiales	145
5.2.3.3. Autres résultats polynomiaux.	149
5.2.4. Structure des sous-espaces vectoriels rationnels	150
5.2.4.1. Sous-espaces vectoriels rationnels (ser)	150
5.2.4.2. Bases polynomiales minimales.	151
5.3. Identification aveugle de fonctions de transferts	153
5.3.1. Introduction	153
5.3.2. La méthode sous-espace	154
5.3.2.1. Le cas SIMO	154
5.3.2.2. Méthode sous-espace et sous-espaces vectoriels rationnels	157
5.3.2.3. Extension au cas MIMO.	158
5.4. Bibliographie commentée	160
5.5. Bibliographie	160
Chapitre 6. Introduction à la théorie de l'estimation	165
Gérard ALENGRIN et André FERRARI	
6.1. Introduction au problème de l'estimation de paramètres	165
6.1.1. Exemples d'estimateurs	166
6.2. Estimation de paramètres déterministes	167

6.2.1. Propriétés des estimateurs	167
6.2.1.1. Biais d'un estimateur	167
6.2.1.2. Critère du minimum variance	168
6.2.2. Borne inférieure de Cramèr-Rao	170
6.2.3. Statistique suffisante	177
6.2.4. Estimation par la méthode du maximum de vraisemblance	189
6.2.4.1. Propriétés de l'estimateur du maximum de vraisemblance	190
6.2.4.2. Détermination numérique du maximum de vraisemblance	196
6.2.4.3. Méthode de Newton Raphson	196
6.2.4.4. Algorithme EM	197
6.2.5. Méthode des moments	198
6.2.6. Meilleur estimateur linéaire non biaisé (MELNB)	200
6.2.7. Méthode des moindres carrés	204
6.3. Estimation de paramètres aléatoires	206
6.3.1. Estimation bayésienne	206
6.3.1.1. Estimateur au minimum de variance	207
6.3.2. Estimateurs bayésiens en général.	212
6.4. Estimateurs bayésiens à erreur quadratique minimum linéaires	215
6.5. Filtre de Kalman	217
6.5.1. Modélisation	217
6.5.2. Equations du filtre	220
6.5.3. Filtre de Kalman appliqué au suivi d'une trajectoire rectiligne bruitée	222
6.6. Bibliographie	223
Chapitre 7. Estimation paramétrique de modèles entrée-sortie.	225
Gérard FAVIER	
7.1. Introduction.	225
7.2. Estimation au sens de l'erreur quadratique moyenne minimale	227
7.2.1. Présentation de l'estimateur EQM	227
7.2.2. Principe d'orthogonalité	230
7.2.3. Valeur minimale du critère $JEQM$	231
7.2.4. Condition d'inversibilité de la matrice d'autocorrélation du vecteur de régression	231
7.2.5. Identification de systèmes non linéaires.	232
7.2.6. Cas d'un modèle de Volterra linéaire-quadratique	233
7.2.6.1. Equations de l'estimateur EQM	233
7.2.6.2. Conditions de découplage et équations découplées.	236
7.2.6.3. Etude de quelques entrées types	239

7.2.7. Exemples d'application	244
7.2.7.1. Modélisation et identification de systèmes linéaires- quadratiques.	244
7.2.7.2. Prédiction linéaire-quadratique à p pas d'un signal.	248
7.2.7.3. Annulation de bruit.	251
7.2.8. Exemple numérique	253
7.2.8.1. Cas d'un signal d'entrée gaussien	253
7.2.8.2. Cas d'un signal d'entrée de type <i>PAM</i> à deux niveaux (± 1)	255
7.2.8.3. Cas d'un signal d'entrée de type <i>PAM</i> à quatre niveaux (± 1 et ± 2).	256
7.2.9. Versions simplifiées de la solution de Wiener	256
7.2.9.1. Méthode orthogonale d'identification.	257
7.2.9.2. Méthode d'optimisation approchée basée sur l'algorithme du gradient.	260
7.3. Estimation au sens des moindres carrés (MC)	264
7.3.1. Présentation de l'estimateur des moindres carrés	264
7.3.2. Comparaison des solutions EQMM et MC	265
7.3.3. Conditions d'unicité et de convergence de la solution MC	266
7.3.4. Interprétation de la solution MC et principe d'orthogonalité	267
7.3.5. Valeur minimale du critère JMC	268
7.3.6. Versions améliorées de la solution des moindres carrés	269
7.3.6.1. Méthode des moindres carrés orthogonaux	269
7.3.6.2. Méthode des moindres carrés récursive vis-à-vis du temps	272
7.3.6.3. Méthode des moindres carrés récursive vis-à-vis de la mémoire du modèle	276
7.4. Estimation adaptative	279
7.4.1. Algorithme <i>least mean square</i> (LMS).	279
7.4.1.1. Cas linéaire-quadratique.	281
7.4.1.2. Analyse du comportement en moyenne des coefficients estimés du filtre adaptatif et condition de convergence	283
7.4.2. Algorithmes <i>least mean square</i> (LMS) simplifiés.	285
7.4.2.1. Algorithme du signe	285
7.4.2.2. Algorithme avec signe du vecteur d'entrée	285
7.4.2.3. Algorithme avec double signe	285
7.4.3. Algorithme <i>least mean square</i> (LMS) normalisé	286
7.4.4. Algorithme des moindres carrés récursifs avec facteur d'oubli	288
7.4.4.1. Comportement asymptotique de l'algorithme MCRFO	290
7.5. Estimation paramétrique par ajustement de cumulants	291
7.5.1. Cas supervisé	292
7.5.1.1. Cas d'une entrée gaussienne	296

7.5.1.2. Estimation paramétrique dans le domaine fréquentiel pour une entrée gaussienne	298
7.5.2. Cas aveugle	300
7.5.2.1. Relations fondamentales	302
7.5.2.2. Cas d'une entrée DII non gaussienne	306
7.5.2.3. Cas des processus à moyenne ajustée (MA)	307
7.5.2.4. Relations fondamentales liant deux cumulants d'ordres différents	307
7.5.2.5. Estimation des paramètres d'un modèle autorégressif (AR)	310
7.5.2.6. Estimation des paramètres AR d'un modèle ARMA	312
7.5.2.7. Estimation des paramètres MA.	314
7.5.2.8. Estimation des paramètres d'un modèle autorégressif à moyenne ajustée	320
7.6. Conclusion	322
7.7. Annexe	322
7.7.1. Méthode de Newton-Raphson	324
7.7.2. Méthode du gradient (ou méthode de descente avec la plus grande pente).	325
7.8. Bibliographie	325

TROISIÈME PARTIE. DÉTECTION-DÉCISION 331

Chapitre 8. Introduction à la théorie de la détection 333

Olivier MICHEL, Alfred O. HERO et André FERRARI

8.1. Contexte, définitions	333
8.2. Formulation générale du problème de test d'hypothèse binaire	334
8.3. Approches bayésiennes, hypothèses simples	337
8.3.1. Règle de Bayes et règle du maximum <i>a posteriori</i> (MAP).	337
8.3.2. Stratégie de Bayes, notion de coût	339
8.3.3. Le détecteur minimax de Bayes	342
8.3.4. Test à hypothèses multiples	344
8.4. L'approche de Neyman Pearson (NP)	347
8.5. Tests de rapport de vraisemblance (LRT)	348
8.5.1. Observations multiples : interprétation du LRT	349
8.5.2. Courbes CORE.	350
8.5.3. Evaluation de la possibilité de détection d'un signal	354
8.6. Test d'hypothèses composées	357
8.6.1. Stratégie bayésienne pour le test d'hypothèses composées	358
8.6.2. Test uniformément plus puissant (UMP) : définition et existence	360

16 Modélisation, estimation, détection

8.6.3. Stratégie de détection dans le cas d'hypothèses composées	364
8.6.3.1. Test unilatéral, localement le plus puissant	364
8.6.3.2. Test bilatéral, localement le plus puissant	365
8.6.3.3. Test minimax-Neyman Pearson	367
8.6.4. Méthode du rapport de vraisemblance généralisé (GLRT).	368
8.6.4.1. Comportement asymptotique du GLRT quand $N \rightarrow \infty$. . .	369
8.7. Annexe	370
8.8. Bibliographie	371

Index	373
------------------------	------------