

---

CAHIERS MATHÉMATIQUES DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE  
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

---

# ÉLÉMENTS D'ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES POUR INGÉNIEURS

THÉORIE ET MÉTHODES NUMÉRIQUES **1**

---

C. CUVELIER, J. DESCLOUX, J. RAPPAZ



C. STUART, B. ZWAHLEN

PRESSES POLYTECHNIQUES ROMANDES

---

# Table des matières

---

<b>1. Problèmes aux limites pour les équations différentielles ordinaires.</b>	<b>1</b>
Rappel sur les équations différentielles linéaires du second ordre. Le problème initial et le problème aux limites. La fonction de Green. Eléments d'analyse fonctionnelle. Annexes.	
<b>2. Schémas aux différences pour les problèmes aux limites unidimensionnels. Notions de consistance et stabilité.</b>	<b>23</b>
Schémas aux différences. Notion de consistance. Notions de stabilité et de convergence.	
<b>3. Calcul des variations pour les problèmes aux limites unidimensionnels.</b>	<b>43</b>
Introduction. Exemple matriciel. Problème abstrait. Application aux problèmes aux limites unidimensionnels. L'équation d'Euler.	
<b>4. Méthodes d'éléments finis pour les problèmes aux limites unidimensionnels. Estimations d'erreurs.</b>	<b>61</b>
Introduction. Méthode d'éléments finis sous sa forme la plus simple. Méthode d'éléments finis d'ordre plus élevé.	
<b>5. Valeurs propres d'un problème aux limites et fonctions propres.</b>	<b>83</b>
Introduction. Valeurs propres et vecteurs propres d'une matrice symétrique. Opérateurs compacts. Application aux problèmes aux limites.	
<b>6. Equations elliptiques.</b>	<b>97</b>
Exemples d'équations aux dérivées partielles linéaires du second ordre, équations elliptiques. Quelques problèmes elliptiques. Conditions aux limites de Dirichlet, de Neumann et mixtes. Espaces de Sobolev et formulation variationnelle. Fonction de Green.	

**7. Méthode d'éléments finis pour les équations linéaires elliptiques du second ordre.** 119

Introduction.  
Eléments finis triangulaires.  
Eléments finis rectangulaires.  
Eléments finis isoparamétriques.  
Estimations d'erreurs.  
Construction des matrices de rigidité et de masse.

**8. Fonctions de Bessel.** 147

L'équation de Bessel, les fonctions de Bessel et leurs propriétés.  
La théorie spectrale de l'équation de Bessel.  
Applications.

**9. Transformées de Fourier et de Hankel.** 165

Définitions et propriétés.  
Prolongements, inversion et symétrie.  
Exemples.  
Applications.

**10. Transformées de Laplace et de Mellin.** 187

Définitions.  
Propriétés.  
Inversion et changements de variables.  
Exemples.  
Applications.

**11. Equations différentielles ordinaires. Equations aux différences. Méthodes numériques.** 205

Définition du problème. Théorème fondamental. Equation de variation.  
Equations aux différences scalaires, linéaires, homogènes, à coefficients constants.  
Exemples de méthodes numériques pour la résolution de systèmes différentiels d'ordre 1 avec conditions initiales.  
Erreurs locales et totales pour les méthodes à un pas.  
Résolution des équations implicites.  
Systèmes différentiels raides. Domaine de stabilité.  
Consistance et convergence des méthodes à pas liés ordinaires.

**12. Equations paraboliques linéaires.** 239

Introduction.  
La méthode de Fourier.  
Le principe du maximum.  
Problèmes abstraits d'évolution, solutions faibles.  
Annexe.

**13. Méthodes numériques pour les équations paraboliques linéaires.** 275

Méthodes de différences finies.  
Méthodes d'éléments finis.  
Méthodes de Galerkin discontinues.  
Problèmes paraboliques à deux dimensions d'espace.  
Annexe.

