

Serge Laroze

T H E R M I Q U E
D E S S T R U C T U R E S

D Y N A M I Q U E
D E S S T R U C T U R E S

Mécanique
des
structures

Tome 3

Cépaduès
- éditions -

SOMMAIRE

1^{re} PARTIE – THERMIQUE DES STRUCTURES

CHAPITRE PREMIER

THERMIQUE

1 – CONDUCTION DE CHALEUR DANS LES SOLIDES	12
1.1 – Expérience fondamentale	12
1.2 – Loi de Fourier	13
1.3 – Equation de la conduction de chaleur	14
1.4 – Résistance et conductance thermiques	17
1.5 – Solides en contact	19
2 – TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONVECTION	20
2.1 – Convection naturelle	21
2.2 – Convection forcée	22
3 – RAYONNEMENT ÉLECTROMAGNÉTIQUE	23
3.1 – Caractéristiques d'un faisceau cylindrique	23
3.2 – Interaction avec un solide	24
3.3 – Solides idéaux	26
3.4 – Les lois du corps noir	26
3.5 – Absorption et émission d'un corps réel	28
4 – PROBLÈMES D'ILLUSTRATION	29
4.1 – Résistance thermique radiale d'un tube cylindrique	29
4.2 – Résistance thermique radiale d'une sphère creuse	30
4.3 – Température d'équilibre d'une plaque exposée au soleil	31
4.4 – Température d'équilibre d'une sphère posée au soleil	32

CHAPITRE II

THERMOÉLASTICITÉ

1 – ÉTUDE DES DÉFORMATIONS	33
2 – ÉTUDE DES CONTRAINTES	34
3 – RELATIONS ENTRE CONTRAINTES ET DÉFORMATIONS	35
3.1 – La loi de Hooke	35
3.2 – La loi de la dilatation thermique	35
3.3 – La loi de Hooke – Duhamel	36
4 – LE PROBLEME GÉNÉRAL DE THERMOÉLASTICITE	37
5 – DÉFORMATIONS PLANE (D.P.)	42
6 – CONTRAINTES PLANES (C.P.)	47
7 – ÉTAT AXISYMETRIQUE MÉRIDIEN	52
8 – SYMÉTRIE SPHÉRIQUE	53

CHAPITRE III

THERMIQUE DES POUTRES

1 – EFFORT NORMAL N ET ÉCHAUFFEMENT UNIFORME	58
2 – MOMENT FLÉCHISSANT M_z ET GRADIENT DE TEMPÉRATURE A	59
3 – MOMENT FLÉCHISSANT M_y ET GRADIENT DE TEMPÉRATURE B	60
4 – POUTRE CIRCULAIRE À PLAN MOYEN	61
5 – FLEXION PLANE D'UNE POUTRE RECTILIGNE À PLAN MOYEN	63
6 – SOLLICITATIONS COMBINÉES	65
7 – CONTRAINTES THERMIQUES DANS LES TREILLIS	66
8 – FLAMBEMENT THERMIQUE	68

CHAPITRE IV

THERMIQUE DES PLAQUES

1 – PLAQUE CHARGÉE DANS SON PLAN	72
1.1 – Contraintes planes	72
1.2 – Contraintes quasi-planes	72
2 – PLAQUE CHARGÉE TRANSVERSALEMENT	75
3 – FLEXION AXISYMÉTRIQUE DES DISQUES ET COURONNES	79
4 – FLEXION CYLINDRIQUE DES PLAQUES RECTANGULAIRES	81
5 – FLAMBEMENT THERMIQUE	83

CHAPITRE V

THERMIQUE DES COQUES

1 – HYPOTHÈSES DES COQUES MINCES	85
2 – THÉORIE QUADRATIQUE	87
3 – THÉORIE LINÉAIRE	90
4 – THÉORIE DES MEMBRANES	92
5 – EXEMPLE DE LA SPHÈRE CREUSE	94
6 – PROBLÈMES AXISYMÉTRIQUES MÉRIDIENS	96
6.1 – Théorie quadratique	96
6.2 – Théorie linéaire	97
6.3 – Théorie des membranes	97
6.4 – Application au cylindre	98
6.5 – Exemple	99

2^e PARTIE – DYNAMIQUE DES STRUCTURES

CHAPITRE VI

STRUCTURES À UN DEGRÉ DE LIBERTÉ

1 – CINÉMATIQUE	103
1.1 – Oscillation harmonique	103
1.2 – Superposition de deux mouvements harmoniques de même fréquence	104
1.3 – Mouvement périodique non harmonique	104
1.4 – Battements	105
2 – STRUCTURE LINÉAIRE	106
3 – STRUCTURE LINÉAIRE CONSERVATIVE LIBRE	107
4 – STRUCTURE LINÉAIRE DISSIPATIVE LIBRE	111
5 – STRUCTURE LINÉAIRE CONSERVATIVE EXCITÉE	114
5.1 – Réponse à une excitation harmonique	114
5.2 – Réponse à une excitation périodique	115
5.3 – Réponse à une excitation non-périodique	116
6 – STRUCTURE LINÉAIRE DISSIPATIVE EXCITÉE	117
6.1 – Réponse à une excitation harmonique	118
6.2 – Réponse à une excitation périodique non harmonique	121
6.3 – Réponse à une excitation non-périodique	121
7 – STRUCTURES NON-LINÉAIRES	123
7.1 – Grandes amplitudes	123
7.2 – Dissipation non visqueuse	125

CHAPITRE VII

STRUCTURES À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTÉ

1 – LIAISONS	129
1.1 – Liaisons bilatérales et liaisons unilatérales	129

1.2 – Liaisons holonomes et liaisons non-holonomes	130
1.3 – Liaisons stationnaires et liaisons instationnaires	132
1.4 – Liaisons passives et liaisons actives	132
1.5 – Liaison conservatrice et liaison dissipative	132
2 – ÉQUATIONS DE LAGRANGE	133
2.1 – Le théorème des travaux virtuels en dynamique	133
2.2 – Equations de Lagrange : cas général	134
2.3 – Lagrangien d'une structure	136
2.4 – Fonction de dissipation de Rayleigh	136
2.5 – Utilisation d'un repère non-Galilien	137
3 – APPLICATIONS DES ÉQUATIONS DE LAGRANGE	137
3.1 – Particule libre	137
3.2 – Pendule simple dans un wagon	138
3.3 – Chariots couples par un amortisseur visqueux	139
3.4 – Le pendule de Foucault	140
4 – STRUCTURES LINÉAIRES À N D.D.L	144
5 – STRUCTURE LINÉAIRE, CONSERVATRICE, LIBRE	145
5.1 – Changement de base	147
5.2 – Vecteurs propres et valeurs propres	147
5.3 – Formes propres et modes propres	147
5.4 – Solution générale de l'équation (21)	148
5.5 – Energie mécanique de la structure	148
6 – STRUCTURE LINÉAIRE, DISSIPATIVE, LIBRE	150
6.1 – Cas particulier de Basile	150
6.2 – Cas général	151
7 – STRUCTURE LINÉAIRE CONSERVATRICE EXCITÉE	152
8 – STRUCTURE LINÉAIRE DISSIPATIVE EXCITÉE	153
8.1 – Le cas de Basile	153
8.2 – Le cas général	154

CHAPITRE VIII

DYNAMIQUE DES MILIEUX CONTINUS SOLIDES

1 – DÉPLACEMENT ET DÉFORMATION D'UN DOMAINE ÉLÉMENTAIRE	155
2 – CONTRAINTES ET FORCES DE VOLUME	156
3 – ÉQUATIONS DU MOUVEMENT ÉLASTIQUE	157
4 – ONDES ÉLASTIQUES	158
4.1 – Champ irrotationnel (ou lamellaire)	158
4.2 – Champ sans divergence (ou solénoïdal)	159
5 – ONDES ELASTIQUES PLANES	160
6 – ONDES CYLINDRIQUES (DE RÉVOLUTION)	163
6.1 – Les ondes cylindriques radiales	164
6.2 – Les ondes cylindriques circonférentielles	164
6.3 – Les ondes cylindriques axiales	165
7 – ONDES SPHÉRIQUES	165
8 – FONCTION DE BESSEL	166
9 – VISCO-ÉLASTICITÉ LINÉAIRE	169
9.1 – Traction-compression dynamique d'un barreau	169
9.2 – Torsion dynamique d'un tube mince circulaire	170
10 – ONDES VISCO-ÉLASTIQUES	171
11 – PUISSANCE DISSIPÉE PAR AMORTISSEMENT VISQUEUX	173

CHAPITRE IX

DYNAMIQUE DES POUTRES

1 – VIBRATIONS LONGITUDINALES D'UNE POUTRE PRISMATIQUE	175
1.1 – Vibrations naturelles non amorties	175
1.2 – Vibrations naturelles amorties	177

2- VIBRATIONS DE TORSION D'UNE POUTRE PRISMATIQUE	178
2.1 - Vibrations naturelles non amorties	178
2.2 - Vibrations naturelles amorties	180
3- VIBRATIONS DE FLEXION D'UNE POUTRE PRISMATIQUE	181
3.1 - Vibrations naturelles non amorties	181
3.2 - Vibrations naturelles amorties	183
4- VIBRATIONS D'UNE POUTRE DE FORME QUELCONQUE	185
4.1 - Translations, rotations, déformations	185
4.2 - Equations de l'équilibre local	187
4.3 - Méthode générale d'analyse dynamique	189
5- PREMIÈRE APPLICATION : CORDES VIBRANTES	192
6- DEUXIÈME APPLICATION : VITESSES CRITIQUES DE ROTATION	193
7- TROISIÈME APPLICATION : VIBRATIONS PLANES D'UN ANNEAU	196
8- FORMULE DE RAYLEIGH ET MÉTHODE DE RITZ	198
8.1 - Formule de Rayleigh	198
8.2 - Méthode de Ritz	200

CHAPITRE X

DYNAMIQUE DES PLAQUES

1- VIBRATIONS D'UNE PLAQUE « DANS SON PLAN »	202
2- VIBRATIONS TRANSVERSALES DES PLAQUES	207
3- FLEXION CYLINDRIQUE DES PLAQUES RECTANGULAIRES	210
4- VIBRATIONS AXISYMETRIQUES DES DISQUES ET COURONNES CIRCULAIRES	213
5- MÉTHODE DE RAYLEIGH - RITZ	217

CHAPITRE XI

DYNAMIQUE DES COQUES

1 – THÉORIE LINÉAIRE	223
2 – THÉORIE DES MEMBRANES	225
3 – PROBLEMES AXISYMETRIQUES MÉRIDIENS	226
4 – 1 ^{re} APPLICATION : VIBRATIONS TRANSVERSALES D'UNE MEMBRANE RECTANGULAIRE PLANE TENDUE	227
5 – 2 ^e APPLICATION : RÉPONSE D'UNE MEMBRANE SPHÉRIQUE À UN CHOC	230