

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne démocratique et populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

جامعة سعد دحلب البلدة
Université SAAD DAHLAB de BLIDA

كلية التكنولوجيا
Faculté de Technologie

قسم الإلكترونيك
Département d'Électronique



Mémoire de Master

Filière Électronique
Spécialité Instrumentation

présenté par

ZAMIME FATMA

&

SLIMANE FISSA MOHAMED AMINE

Analyse et synchronisation des systèmes chaotiques de type hyperjerk

Proposé par : Mr. Ferdjouni Abdellaziz

Année Universitaire 2018-2019

Remerciements

Nous tenons à remercier tout d'abord dieu tous puissante qui nous a donnée durant toutes ces années la santé, le courage et à la foi en nous-mêmes pour arrivées là.

Je tiens tout d'abord à remercier M. Ferdjouni Abdellaziz de m'avoir encadré. Son expérience et ses conseils ont beaucoup contribué à l'aboutissement de ce travail.

Nous tenons à exprimer toute notre gratitude à tous nos enseignants, surtout Mr. Chikhi Mohamed Lazhar, qui ont contribué à notre travail et à tous les enseignants du département d'électronique et en particulier les membres de jury.

Nous tenons aussi à remercier nos familles et en particulier nos parents respectifs, nos frères et sœurs sans oublier nos amis...

Finalement, nous remercions tous ceux qui ont participé de près ou de loin à l'achèvement de ce travail.

ملخص: تتناول نظرية الفوضى الأنظمة الديناميكية الحتمية. في هذه الأطروحة، وصف للخصائص الرئيسية للأنظمة الديناميكية الفوضوية متنوعة بدراسة نظامين من الفوضى الهجين. يتم إجراء التزامن بين نظامين متطابقين بثلاثة طرق تحكم. بعد ذلك، يقترح تزامن نظامين باستخدام مراقب وضع انزلاق. تم إجراء المحاكاة لتحليل أدائها. أخيرًا، يتم تنفيذ نظام ومراقب الوضع المنزلق، حيث أظهرت مقارنة Matlab / Simulink تحت النتائج التي تم الحصول عليها موافقة جيدة.

كلمات المفاتيح: التزامن، الأنظمة الفوضوية، مراقب وضع انزلاق

Résumé : La théorie du chaos traite des systèmes dynamiques déterministes. Dans ce mémoire, une description des principales caractéristiques des systèmes dynamiques chaotiques suivie de l'étude de deux systèmes chaotiques de type Hyperjerk. La synchronisation de deux systèmes identiques par trois méthodes de contrôle est effectuée. Ensuite, une synchronisation de deux systèmes à l'aide d'un observateur à mode glissant est proposée. Une simulation sous Matlab / Simulink a été réalisée pour analyser leurs performances. Enfin une implémentation de système et de son observateur à mode glissant est réalisée sous System Generator. La comparaison des résultats obtenus a montré une bonne concordance.

Mots clés : systèmes dynamiques, systèmes chaotique de hyperjerk, synchronisation, Observateur mode glissant.

Abstract: Chaos theory deals with deterministic dynamical systems. In this work, a description of the main characteristics of chaotic dynamical systems followed by the study of two hyperjerk chaotic systems. Synchronization of two identical systems by three control methods is performed. Next, a synchronization of two systems using a sliding mode observer is proposed. Simulation under Matlab / Simulink was performed to analyze their performance. Finally, a system implementation and its sliding-mode observer are carried out. The comparison of the obtained results showed good agreement.

Keywords : chaos, chaotic system hyperjerk, synchronization, Sliding mode observer.

Listes des acronymes et abréviations

FCO : forme canonique d'observabilité.

DSP : Digital Signal Processing.

VHDL : Very high speed Description Language.

CPLD : complex programmable Gate Array

ISE : integrated software environment.

FPGA : Field Programmable Gate Array.

Table des matières

Introduction générale.....	1
Chapitre1 Généralité sur les systèmes dynamiques chaotique	
1.1 Introduction	3
1.2 L'historique de chaos.....	4
1.3 Le système dynamique.....	5
1.4 Le système chaotique.....	6
1.4.1 Les caractéristiques du système chaotique.....	6
a La non linéarité.....	6
b La sensibilité aux conditions initiales.....	7
c Le déterministe.....	7
d L'imprévisibilité.....	7
e L'irrégularité.....	7
1.5 L'attracteur.....	7
1.5.1 Le bassin d'attraction.....	8
1.5.2 Les différents types d'attracteurs.....	8
a L'attracteur régulier.....	8
b L'attracteurs étranges.....	8
1.6 Description du système hyperjerk 4D.....	9
1.6.1 Les points d'équilibre.....	9
1.6.2 L'espace de phase.....	13
1.6.3 Les exposants de Lyapunov.....	14
1.6.4 Section de Poincaré.....	16
1.6.5 Diagramme de bifurcation.....	17
1.7 Conclusion.....	19
Chapitre2 Synchronisation du système hyperjerk	
2.1 Introduction.....	20
2.2 La synchronisation.....	20
2.3 Les méthodes de synchronisation.....	20
2.3.1 La méthode du contrôle actif.....	21
2.3.2 Synchronisation de deux systèmes hyperchaotique en utilisant la fonction de Lyapunov.....	28
a La synchronisation par la méthode du contrôle actif.....	28
b La synchronisation par la méthode du contrôle adaptatif.....	35
2.4 Conclusion.....	45
Chapitre3 Synchronisation par observateur	
3.1 Introduction.....	47
3.2 L'observabilité.....	47
3.2.1 Espace d'observabilité.....	48
3.2.2 Rang d'observabilité.....	48
3.2.3 Critères d'observabilité locale.....	48
3.3 L'observateur.....	50
3.3.1 L'observateur a grand gain.....	50
3.3.2 Observateur à modes glissants.....	51
3.4 Conclusion.....	58
Chapitre4 Implémentation de système hyperjerk1 sous System Generator	
4.1 Introduction.....	59
4.2 Présentation de l'outil System Generator et du flot de conception Le logiciel Xilinx.....	59
4.2.1 Le bloc de système générateur.....	59
4.2.2 Flot de conception ISE.....	60

4.3 Simulation de système 1 sous system Generator.....	62
4.4 Conclusion.....	68
Conclusion générale.....	69
Bibliographie.....	70

Liste des figures

<i>Figure 1.1.</i> L'attracteur étrange de système hyperjerk 1	9
<i>Figure 1.2.</i> Le système sous simulink	11
<i>Figure 1.3.</i> La réponse temporelle de système 1.....	12
<i>Figure 1.4.</i> La réponse temporelle de système 2.....	12
<i>Figure 1.5.</i> L'espace de phase de système 1.....	13
<i>Figure 1.6.</i> L'espace de phase de système 2.....	14
<i>Figure 1.7.</i> Diagramme de l'exposant de Lyapunov de système 1.....	15
<i>Figure 1.8.</i> Diagramme de l'exposant de Lyapunov de système 2.....	16
<i>Figure 1.9.</i> Section de Poincaré de système 1.....	17
<i>Figure 1.10.</i> Section de Poincaré de système 2.....	17
<i>Figure 1.11.</i> Diagramme de bifurcation de système 1.....	18
<i>Figure 1.12.</i> Diagramme de bifurcation de système 2.....	18
<i>Figure 2.1.</i> Synchronisation unidirectionnelle.....	20
<i>Figure 2.2.</i> Schéma de synchronisation.....	23
<i>Figure 2.3.</i> Les réponses temporelles du maître et de l'esclave.....	24
<i>Figure 2.4.</i> Les plans de $y_i = f_{xi}, i = 1 \dots 4$	24
<i>Figure 2.5.</i> Les erreurs de synchronisation e_1, e_2, e_3 et e_4	25
<i>Figure 2.6.</i> Les réponses temporelles du maître et de l'esclave.....	27
<i>Figure 2.7.</i> Les plans de $y_i = f_{xi}, i = 1 \dots 4$	27
<i>Figure 2.8.</i> Les erreurs de synchronisation e_1, e_2, e_3 et e_4	28
<i>Figure 2.9.</i> Les réponses temporelles du maître et de l'esclave.....	30
<i>Figure 2.10.</i> Les plans de $y_i = f_{xi}, i = 1 \dots 4$	31
<i>Figure 2.11.</i> Les erreurs de synchronisation e_1, e_2, e_3 et e_4	31
<i>Figure 2.12.</i> Les réponses temporelles du maître et de l'esclave.....	33
<i>Figure 2.13.</i> Les plans de $y_i = f_{xi}, i = 1 \dots 4$	34
<i>Figure 2.14.</i> Les erreurs de synchronisation e_1, e_2, e_3 et e_4	34
<i>Figure 2.15.</i> Schéma de synchronisation de la méthode Lyapunov.....	37
<i>Figure 2.16.</i> Les réponses temporelles du maître et de l'esclave.....	38
<i>Figure 2.17.</i> Les plans de $y_i = f_{xi}, i = 1 \dots 4$	38
<i>Figure 2.18.</i> Les erreurs de synchronisation e_1, e_2, e_3 et e_4	39
<i>Figure 2.19.</i> L'estimation de paramètre a.....	39
<i>Figure 2.20.</i> La représentation du système sous Matlab/simulink.....	42
<i>Figure 2.21.</i> Les réponses temporelles du maître et de l'esclave.....	43
<i>Figure 2.22.</i> Les plans de $y_i = f_{xi}, i = 1 \dots 4$	43
<i>Figure 2.23.</i> Les erreurs de synchronisation e_1, e_2, e_3 et e_4	44
<i>Figure 2.24.</i> L'estimation de paramètre a.....	44
<i>Figure 2.25.</i> L'estimation de paramètre b.....	45
<i>Figure 2.26.</i> L'estimation de paramètre c.....	45
<i>Figure 3.1.</i> Schéma de l'observateur	53
<i>Figure 3.2.</i> Les réponses temporelles du maître et d'observateurs.....	54
<i>Figure 3.3.</i> Les plans de $x_i = f_{xi}, i = 1 \dots 4$	55
<i>Figure 3.4.</i> Les erreurs (e_1, e_2, e_3, e_4) de synchronisation.....	55

<i>Figure 3.5.</i> Les réponses temporelles de système.....	57
<i>Figure 3.6.</i> Les plans de $(x_i = f(x_i))$	57
<i>Figure 3.7.</i> Les erreurs de synchronisation (e1, e2, e3, e4) de système.....	58
<i>Figure 4.1.</i> Interface Project Navigator ISE 14.2.	61
<i>Figure 4.2.</i> Blocs de Xilinx sous Simulink.....	62
<i>Figure 4.3.</i> Le bloc system generator.....	60
<i>Figure 4.4.</i> Implémentation de l'intégrateur.	63
<i>Figure 4.5.</i> Représentation de premier système sous System Generator.	64
<i>Figure 4.6.</i> La réponse temporelle du système 1 sous System Generator.	64
<i>Figure 4.7.</i> La réponse temporelle sous Matlab/Simulink.	65
<i>Figure 4.8.</i> Représentation de l'observateur du système 1 sous System Generator.	66
<i>Figure 4.9.</i> Réponses temporelles du système et de l'observateur.....	67

Liste des tableaux

Tableau1-1. Historique du chaos.	4
Tableau1-2. Application du chaos.....	5
Tableau1-3. Domaine d'application du chaos.....	5

Introduction générale

Depuis longtemps, le chaos était synonyme de désordre et de confusion. Cependant, pour ce travail, le chaos définit un état particulier d'un système dont le comportement ne se répète jamais qui est très sensible aux conditions initiales, et imprédictible à long terme [1].

Le chaos peut être produit par un système dynamique non linéaire de dimension supérieure ou égale à trois. Il trouve ses applications dans différents domaines : Engineering, Communication, Médecine et biologie, Management et finance. L'application envisagée au cours de ce travail est transmission de données sécurisée. Celle-ci nécessite une synchronisation entre l'émetteur et le récepteur. La synchronisation entre ces deux parties est effectuée à l'aide de lois du contrôle, comme le contrôle actif, ou adaptatif. Une autre voie possible, est l'utilisation d'observateur. Maître et l'esclave

En 1990, T. Pecora et L. Carroll ont réussi à reproduire de manière exacte un signal électrique en synchronisant deux signaux chaotiques. Cette découverte de la synchronisation des signaux chaotiques a permis d'utiliser le chaos comme moyen de modulation de l'information. Cette technique permet de reconstruire les états de l'émetteur à partir du signal transmis. Différentes approches ont été proposées depuis pour améliorer ce processus et réduire l'erreur entre les états de l'émetteur et ceux restaurés au niveau du récepteur [2] [3] [4].

En 1997, H. Nijmeijer et I. Mareels [5] [6] ont montré que la synchronisation unidirectionnelle des systèmes chaotiques peut être considérée comme un problème de synthèse d'observateur.

Ce travail de mémoire consiste à effectuer l'analyse et la synchronisation pour les systèmes chaotiques de type Hyperjerk. Dans le premier chapitre, nous avons introduit les définitions sur les systèmes chaotiques et leurs propriétés fondamentales, prises en compte dans l'exemple de notre système. Ensuite, nous avons fait une synchronisation et commande par deux méthodes. Une première commande basée sur le contrôle actif est testée. Ensuite, une commande adaptative avec estimation des paramètres incertains est implémentée. L'approche de synchronisation à l'aide d'un observateur à mode glissant est proposée comme une alternative aux méthodes précédentes. Les développements théoriques et l'implémentation en simulation, permettent par Matlab / Simulink permet de valider ces approches. Finalement, le test et l'implémentation sous FPGA est effectuée. Les outils de développement de Xilinx sont utilisés pour implémenter sur une carte numérique la synchronisation par observateur à mode glissant.

Ce mémoire est présenté à travers quatre chapitres :

Le premier chapitre présente des généralités et des définitions relatives aux systèmes chaotiques ainsi que leurs propriétés fondamentales. Il présente aussi les résultats de simulation de deux systèmes chaotiques de type Hyperjerk.

Le deuxième chapitre présente la synchronisation entre deux systèmes chaotiques de type Hyperjerk. Il présente aussi en détail, les méthodes par contrôle actif, par utilisation d'une fonction de Lyapunov et par contrôle adaptatif appliquées aux deux systèmes, objets de notre étude.

Le troisième chapitre présente des définitions sur l'observabilité des systèmes chaotiques et la vérification de ces conditions pour les systèmes considérés. Les différents types d'observateur, et en particulier la synthèse de l'observateur à mode glissant est effectuée permettant la synchronisation de type Maître-Esclave.

Le dernier chapitre présente le flot de conception Simulink / Xilinx et discute des résultats obtenus grâce à l'implémentation sur une carte numérique FPGA.

Nous terminons par une conclusion générale sur l'ensemble des résultats obtenus.

Chapitre 1 Généralité sur les systèmes

dynamiques chaotiques

1.1 Introduction

Depuis la découverte de Mr Edward N. Lorenz en 1963 [7] avec son fameux papillon [8] et la naissance de la théorie du chaos avec, les recherches dans ce domaine ont connus une croissance sans cesse. À nos jours l'application de la théorie du chaos a envahi la plupart des sciences, c'est le cas de la physique, la biologie (la démographie, les épidémies, etc.), la chimie et l'économie, etc. notre étude se focalise sur l'application du chaos dans le domaine des transmissions sécurisées de l'information. À cet effet, ce chapitre sera consacré à l'étude des systèmes dynamique chaotiques.

Après un rappel et des généralités sur les systèmes dynamiques, la théorie du chaos sera introduite avec un bref historique, tout en étalant cette étude sur les propriétés fondamentales des systèmes chaotique : espace des phases, points d'équilibres, les exposants de lyapunov, diagramme de bifurcation et section de Poincaré et leurs influences sur le comportement chaotique des systèmes dynamiques.

1.2 L'historique de chaos

Dans le milieu scientifique, le concept a émergé dans la seconde partie des années 1970 en tant que science des phénomènes non linéaires complexes montrant certaines caractéristiques communes. Le mathématicien Henri Poincaré qui a démontré que certains systèmes mécaniques, dont l'évolution temporelle est gouvernée par des équations hamiltoniennes, peuvent exhiber un mouvement chaotique. Malheureusement, ceci fut considéré par beaucoup de physiciens comme simple curiosité. Il a fallu 70 ans pour que le météorologiste E.N. Lorenz (1963) découvre que

même un simple ensemble de trois équations (non linéaires couplées de premier ordre) peut donner lieu à des trajectoires complètement chaotiques. Ainsi, Lorenz a mis en évidence un des premiers exemples de chaos déterministe dans les systèmes dissipatifs. Dans les années qui ont suivi, à cause des résultats théoriques, de la puissance incrémentale des ordinateurs, et des techniques expérimentales de plus en plus raffinées, il est devenu vraisemblable que ce phénomène est abondant dans la nature et a beaucoup de conséquences et de ramifications dans de nombreux domaines scientifiques. Il faut noter que la non-linéarité est une condition nécessaire, mais pas suffisante pour générer le chaos.

1890	Le Roi Oscar II de Suède octroie un prix au premier chercheur qui pourrait déterminer et résoudre le problème des n-corps des orbites des corps célestes et ainsi prouver la stabilité du système solaire. Jusqu'à ce jour, le problème n'a pas été résolu.
1890	Henri Poincaré gagne le premier prix du Roi Oscar II. Etant le plus proche à résoudre le problème de n-corps, il a découvert que l'orbite de trois corps célestes agissant l'une sur l'autre peut engendrer un comportement instable et imprévisible. Ainsi, le chaos est né (mais pas encore mentionné !).
1963	Edward Lorenz découvre le premier système chaotique dans la météo ou encore appelé attracteur étrange.
1975	Tien-Yien Li et James A. Yorke ont présenté pour la première fois le terme "chaos" dans un article intitulé "Period three implies chaos".
1978	Mitchell Feigenbaum introduit un nombre universel associé au chaos.
1990	Lou Pecora. Synchronisation des systèmes chaotiques.

Tableau1-1. Historique du chaos.

Contrôle	Première application du chaos est le contrôle du comportement irrégulier dans les circuits et les systèmes.
Synchronisation	Communication sécurisée, cryptage, radio.
Traitement d'information	Codage, décodage et stockage d'information dans des systèmes chaotiques, tel que les éléments de mémoires et les circuits. Reconnaissance de forme.

Tableau1-2. Application du chaos.

Engineering	Contrôle de vibration, stabilisation des circuits, réactions chimiques, turbines, étages de puissance, lasers, combustion, et beaucoup plus.
Ordinateurs	Commutation des paquets dans des réseaux informatiques. Cryptage. Contrôle du chaos dans les systèmes robotiques.
Communication	Compression et stockage d'image. Conception et management des réseaux d'ordinateurs.
Médecine et biologie	Cardiologie, analyse du rythme du cœur (EEG), prédiction et contrôle d'activité irrégulière du cœur.
Management et finance	Prévisions économiques, analyse financière, et prévision du marché.

Tableau1-3. Domaine d'application du chaos.

1.3 Le Système dynamique

Un système dynamique non linéaire est défini par une équation différentielle :

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = f(x, t, u, P) \quad (1.1)$$

Où : $x \in U \subseteq R^n$ est un vecteur de dimension n représentant l'état du système et $u \in V \subseteq R^m$ Représente l'entrée du système. R^n est appelé l'espace des phases et $P \in R^p$ l'espace des paramètres. Cette équation est en général associée à une autre équation désignant le vecteur de sortie.

$$y = h(t, x, u) \quad (1.2)$$

Le système autonome

Un système autonome est tout système dynamique non linéaire qui ne dépend pas explicitement du temps. Il est donné comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = g(x, u) \end{cases} \quad (1.3)$$

Un système autonome est indépendant du temps initial, alors qu'un système non autonome ne l'est pas. Dans un système autonome, tout instant peut être considéré comme instant initial, et tout état $x(t)$ du système peut être considéré comme un état initial.

1.4 Le système chaotique

On appelle un système dynamique chaotique, un système qui dépend de plusieurs paramètres et qui est caractérisé par une extrême sensibilité aux conditions initiales. Il est modélisé par des équations différentielles non linéaires. Pour être chaotique, un système à temps continu doit être au minimum d'ordre 3 (3 états).

1.4.1 Les caractéristiques du système chaotique

Un phénomène chaotique n'est pas aléatoire mais obéissant au contraire à des lois déterministes, parfois assez simple dans leur représentation mathématique. Les phénomènes traités par les lois du chaos se caractérisent par des propriétés génériques fondamentales en plus de la sensibilité aux conditions initiales parmi lesquelles on peut citer [9].

a La non linéarité

Un système chaotique c'est un ensemble d'équations dynamiques non linéaires et déterministes.

La notion de système dynamique est relative à tous les systèmes dont l'évolution dépend du temps. En général, pour prévoir des phénomènes réels générés par ces

systemes, la démarche consiste à construire un modèle mathématique qui établit une relation entre un ensemble de causes et un ensemble d'effets. Si cette relation est une opération de proportionnalité, le phénomène est linéaire. Dans le cas d'un phénomène non linéaire, l'effet n'est pas proportionnel à la cause [10]

b La Sensibilité aux conditions initiales

Certains phénomènes dynamiques non linéaires sont si sensibles aux conditions initiales que, même s'ils sont régis par des lois rigoureuses et parfaitement déterministes, les prédictions exactes sont impossibles.

Il est clair que la moindre erreur ou imprécision sur la condition initiale interdit de décider à tout temps quelle sera la trajectoire effectivement suivie et, en conséquence, de faire une prédiction sur l'évolution à long terme du système.

c Le déterministe

La notion de déterminisme signifie la capacité de prédire le futur d'un phénomène à partir d'un événement passé ou présent.

d L'imprévisibilité

L'imprévisibilité est due à la sensibilité aux conditions initiales ; et en pratique, celles-ci peuvent être connues seulement à un degré fini de précision.

e L'irrégularité

Ordre caché comprenant un nombre infini de modèles périodiques instables (ou mouvements).

1.5 L'attracteur

Un attracteur est un objet géométrique vers lequel tendent toutes les trajectoires des points de l'espace des phases, c'est à dire une situation (ou un ensemble d'états) vers lesquels évolue un système, quelles que soient ses conditions initiales.

1.5.1 Le bassin d'attraction

Le bassin d'attraction d'un attracteur est l'ensemble des points de l'espace des phases qui donnent une trajectoire évoluant vers l'attracteur considéré

1.5.2 Les différents types d'attracteurs

Il existe deux types d'attracteurs : les attracteurs réguliers et les attracteurs étranges ou chaotiques.

a *L'attracteur régulier*

Les attracteurs réguliers caractérisent l'évolution de systèmes non chaotiques, et peuvent être de trois sortes :

Le point fixe : C'est le plus simple attracteur, le système évolue vers un état de repos (point).

Le cycle limite périodique : Il peut arriver que la trajectoire de phase se referme sur elle-même. L'évolution temporelle est alors cyclique, le système présentant des oscillations permanentes. Dans un système physique dissipatif, cela exige la présence d'un terme de forage dans les équations qui vient compenser en moyenne les pertes par dissipation.

Le cycle limite pseudopériodique : c'est presque un cas particulier du précédent. La trajectoire de phase ne se referme pas sur elle-même, mais s'enroule sur une variété de dimension 2 (par exemple un tore) [9].

b *L'attracteurs étranges*

Les attracteurs étranges sont des formes géométriques complexes qui caractérisent l'évolution des systèmes chaotiques : au bout d'un certain temps, tous les points de l'espace de phase et appartenant au bassin d'attraction de l'attracteur donnent des trajectoires qui tendent à former l'attracteur étrange.

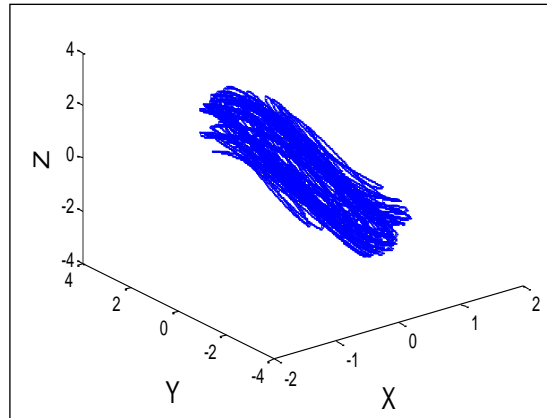


Figure1.1. L'attracteur étrange de système hyperjerk 1

1.6 Description du système hyperjerk 4D

Soit le système dynamique 1 décrit par l'équation (1.4) et le système dynamique 2 décrit par l'équation (1.5) ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -x_1 - x_2 - ax_3 - x_1^4 x_4 \end{cases} \quad (1.4)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -x_1 - x_2 - ax_3 - b|x_1| - cx_1^4 x_4 \end{cases} \quad (1.5)$$

On analyse les deux systèmes (1.4) et (1.5) d'après les outils d'études des systèmes chaotique.

1.6.1 Les points d'équilibre

On n'appelle « point d'équilibre" d'un système dynamique tout point x tel que

$$\dot{x} = f(x) = 0 \quad (1.6)$$

Parfois, ces points sont appelés aussi points stationnaires.

Pour le système dynamique 1 de (1.4), on a :

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = \dot{x}_4 = 0 \quad \text{donc}$$

$$x_2 = 0; x_3 = 0; x_4 = 0$$

$$-x_1 - x_2 - ax_3 - x_1^4 x_4 = 0$$

Le point est $P = (0, 0, 0, 0)^T$

On définit la matrice jacobienne par :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

Pour le système 1, on obtient :

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -a & 0 \end{bmatrix}; \text{ Avec } a=3.6$$

Pour vérifier la stabilité, on va calculer le déterminant de la matrice jacobienne.

$$\det(\lambda I - J) \quad (1.8)$$

$$\det \left(\lambda * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -a & 0 \end{bmatrix} \right)$$

Les valeurs propres de système 1 (1.4) :

$$\begin{cases} \lambda_{11} = 0.1604 + 1.8395i \\ \lambda_{12} = 0.1604 - 1.8395i \\ \lambda_{13} = -0.1604 + 0.5172i \\ \lambda_{14} = -0.1604 - 0.5172i \end{cases}$$

Le point P est instable.

Pour le système 2, équation (1.5) :

D'après La matrice jacobienne, on trouve :

$$J_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -(1+b) & -1 & -a & 0 \end{bmatrix}$$

Avec : $a = 3.7, b = 0.1$

$$\det \left(\lambda * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -(1+b) & -1 & -a & 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$\lambda_2 = \begin{cases} \lambda_{21} = 0.1578 + 1.8598i \\ \lambda_{22} = 0.1578 - 1.8598i \\ \lambda_{23} = -0.1578 + 0.5393i \\ \lambda_{24} = -0.1578 - 0.5393i \end{cases}$$

D'après les valeurs propres λ_2 , le point d'équilibre est instable.

La figure 1.2 donne la représentation sous Matlab / Simulink permettant de simuler le système hyperjerk donné par (l'équation 1.5) et (l'équation 1.4).

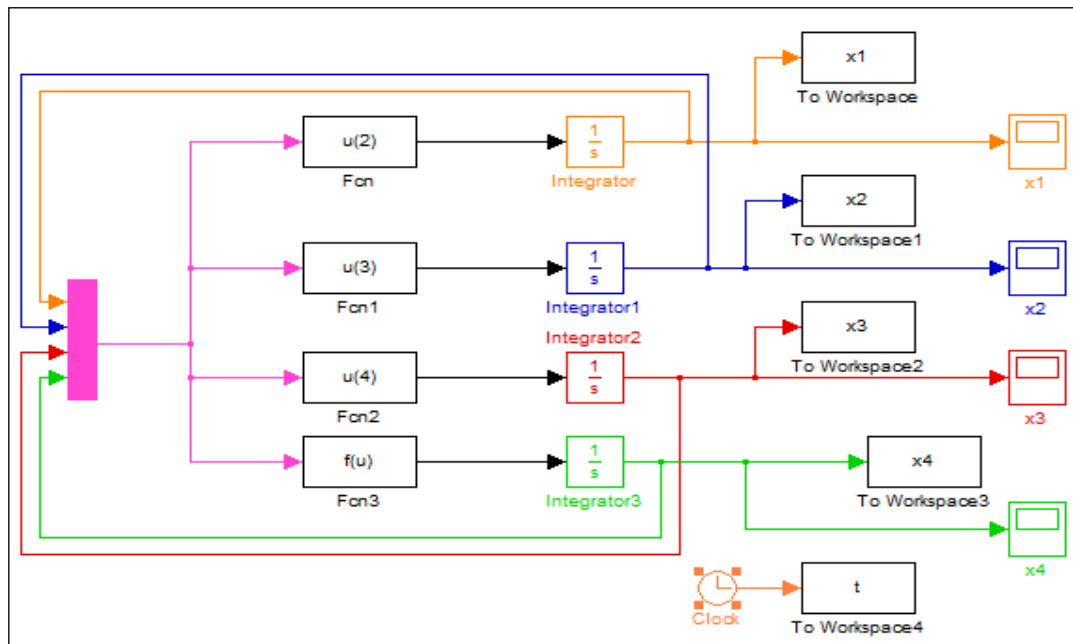


Figure 1.2. Le système sous simulink.

La réponse temporelle :

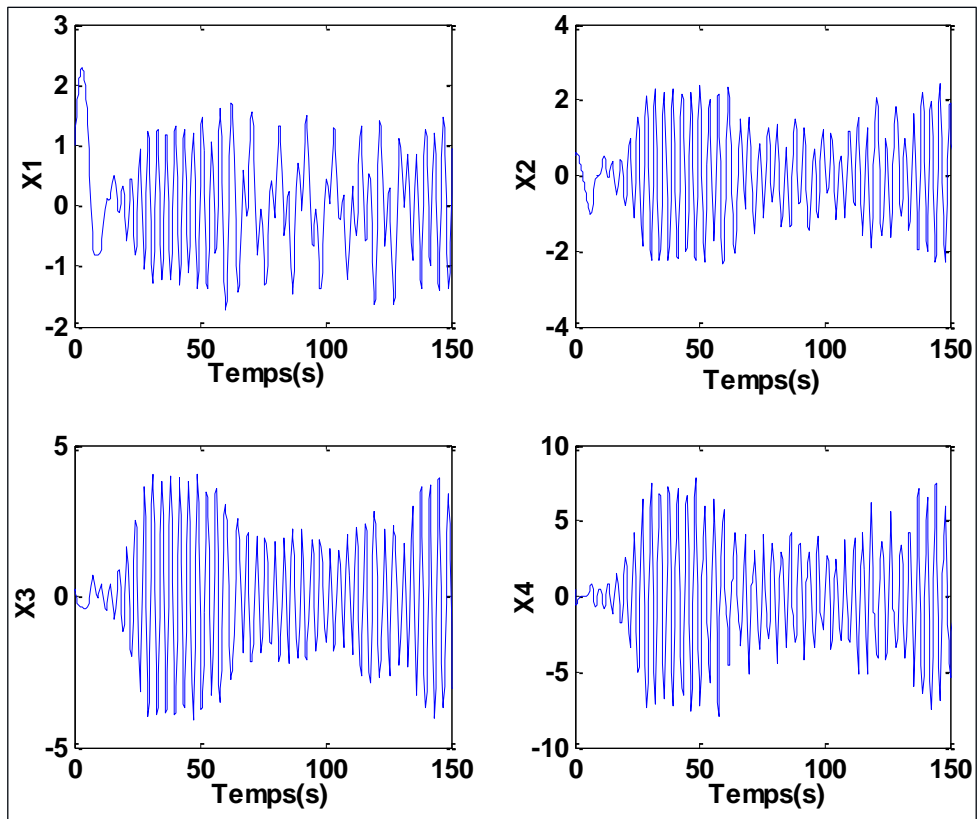


Figure 1.3. La réponse temporelle de système1.

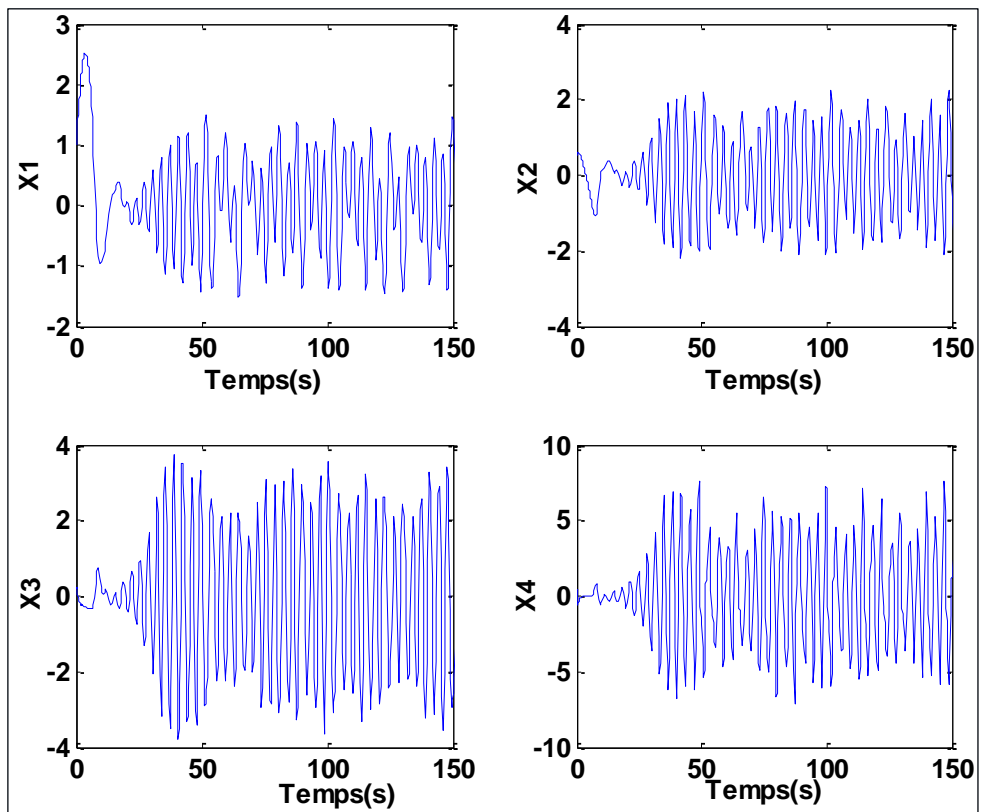


Figure1.4. La réponse temporelle de système 2.

1.6.2 L'espace de phase

Dans un système dynamique de dimension n , l'espace formé par les composantes de vecteurs $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ est appelé espace des phases ou espace d'états. Ainsi l'évolution du système au cours du temps se traduit par un déplacement du point représentatif dans l'espace des phases [9], tout en parcourant un chemin appelé "trajectoire".

L'espace de phase pour le système 1 (1.4) :

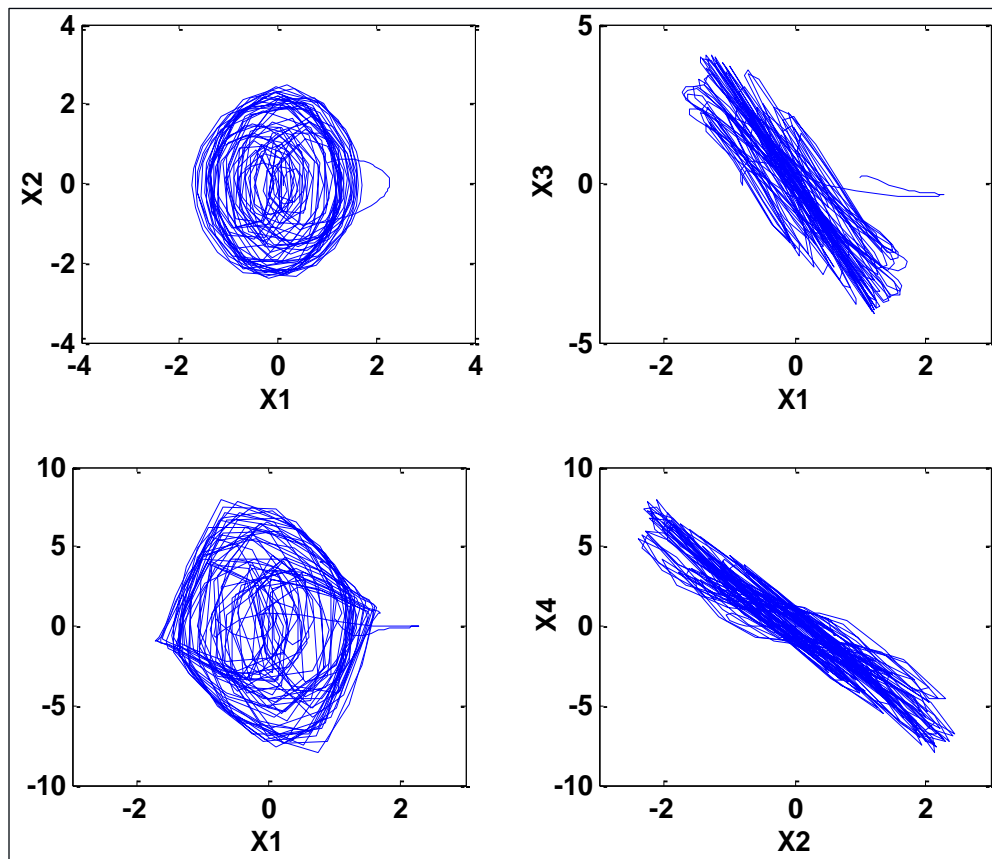


Figure 1.5. L'espace de phase de système 1.

L'espace de phase pour le système 2, équation(1.5) :

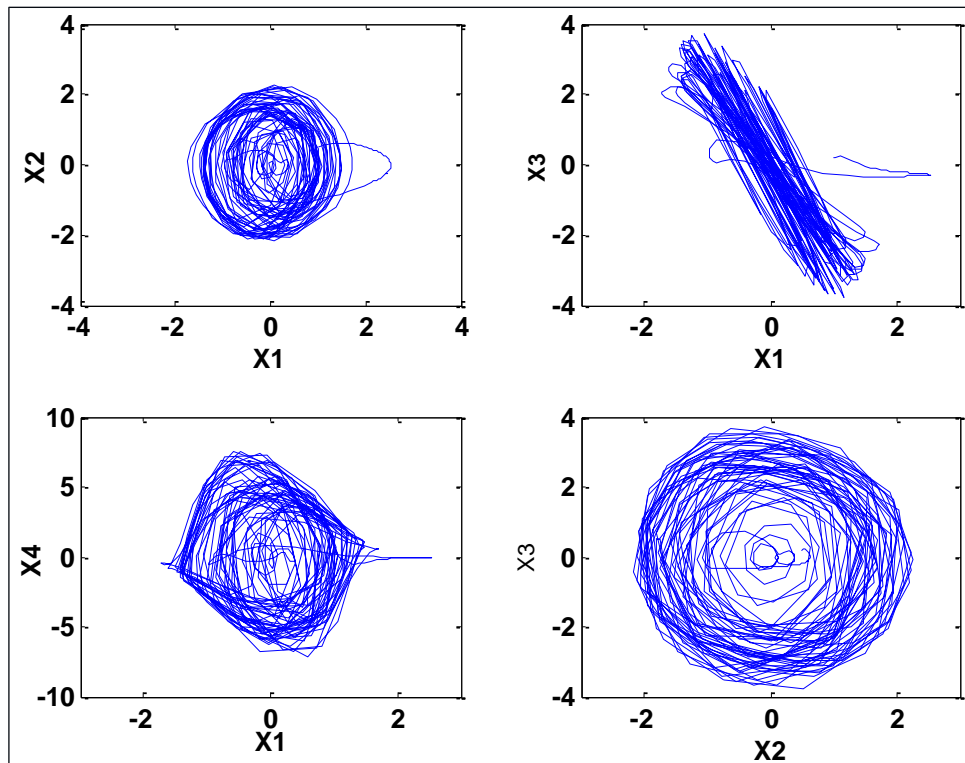


Figure 1.6. L'espace de phase de système 2.

1.6.3 Les exposants de Lyapunov

Les exposants de Lyapunov, présentés par Oseledec pour la première fois en 1968 [11], jouent un rôle important dans l'étude des systèmes non linéaires, notamment les systèmes chaotiques. Ils qualifient le degré de divergence des trajectoires d'un système dynamique non linéaire soumis à des conditions initiales différentes. Cette divergence est exprimée par les exposants de Lyapunov. Les exposants de Lyapunov caractérisent ainsi le comportement du système non linéaire et notamment son caractère chaotique ou hyperchaotique [12].

Etat	Attracteur	Dimension	Exposants de Lyapunov
Point d'équilibre	Point	0	$\lambda_n \leq \dots \leq \lambda_1 \leq 0$
périodique	Cercle	1	$\lambda_1 = 0$ $\lambda_n \leq \dots \leq \lambda_2 \leq 0$
Période d'ordre 2	Tore	2	$\lambda_1 = \lambda_2$ $\lambda_n \leq \dots \leq \lambda_3 \leq 0$

Période d'ordre K	K-Tore	K	$\lambda_1 = \dots = \lambda_k$ $\lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_{1k+1} \leq 0$
Chaotique		Non entier	$\lambda_1 > 0$ $\sum_{i=0}^n \lambda_i < 0$
Hyper chaotique		Non entier	$\lambda_1 > 0 \quad \lambda_2 > 0$ $\sum_{i=0}^n \lambda_i < 0$

Tableau 1-4. Exposant de Lyapunov avec leur dimension.

Pour le système (1.4) :

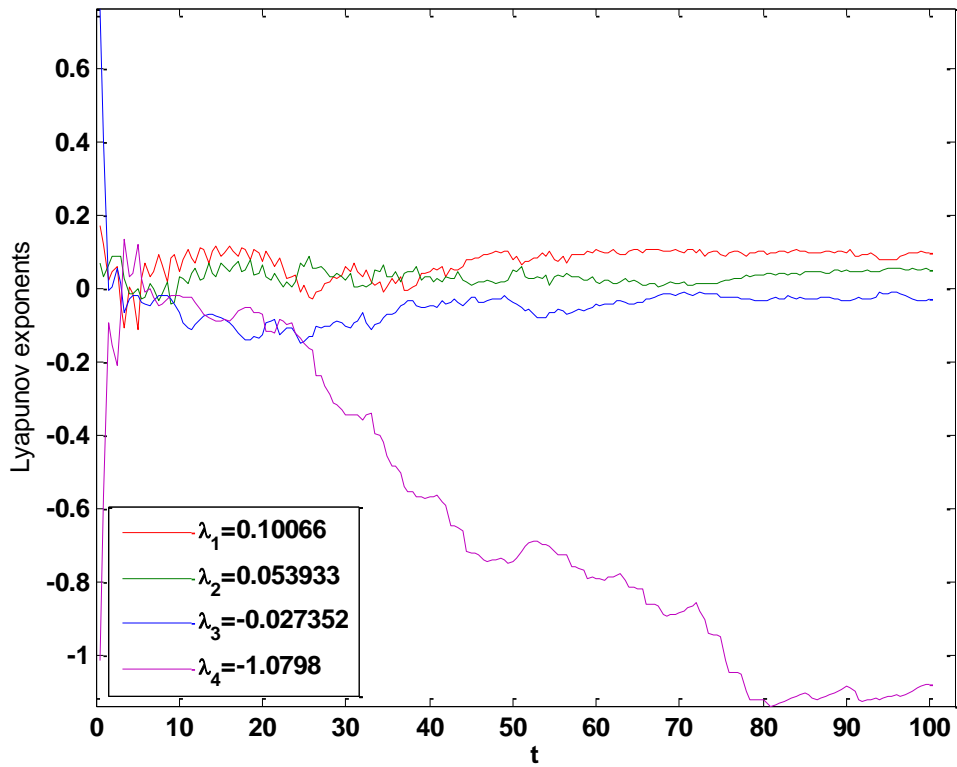


Figure 1.7. Diagramme de l'exposant de Lyapunov de système 1.

Pour le système 2, équation (1.5) :

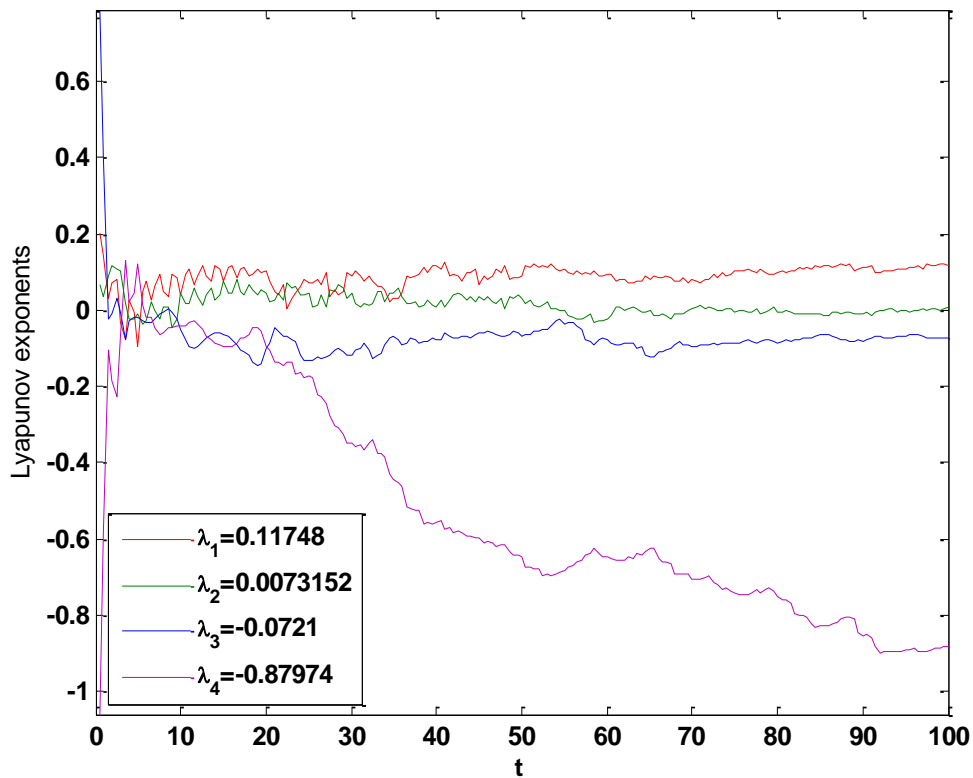


Figure 1.8. Diagramme de l'exposant de Lyapunov de système 2.

D'après les résultats du diagramme de l'exposant de Lyapunov du système 1 et système 2, les deux systèmes sont hyperchaotiques.

1.6.4 Section de Poincaré

La section de Poincaré est un outil mathématique simple permettant de transformer un système dynamique continu en un système dynamique discret. Cette transformation se fait par une réduction d'une unité d'ordre du système [13]. Faire une section de Poincaré revient à couper la trajectoire dans l'espace des phases, afin d'étudier les intersections de cette trajectoire. L'ensemble des points d'intersections, situé sur la surface représente la section de Poincaré.

Pour le système 1, équation (1.4) :

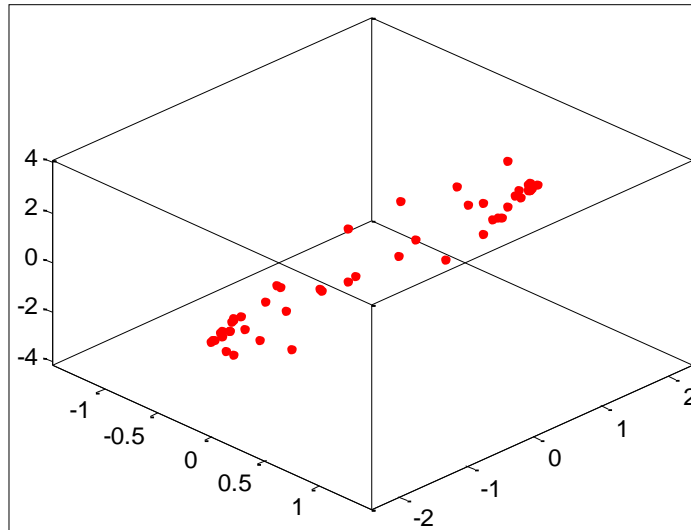


Figure1.9.section de Poincaré de système1.

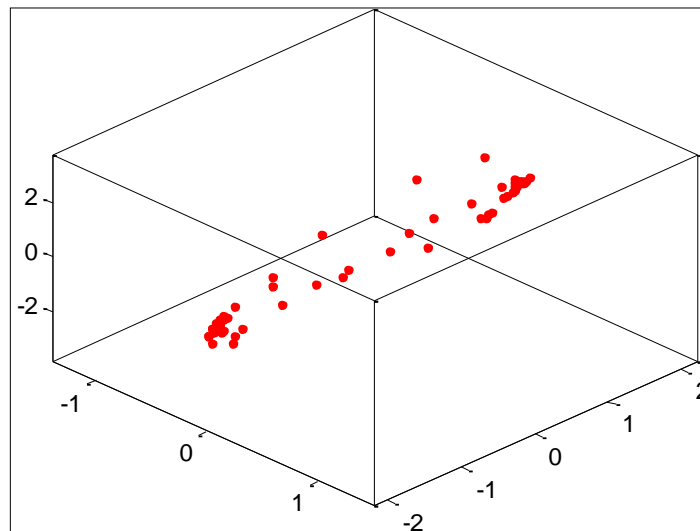


Figure1.10.section de Poincaré de système 2.

1.6.5 Diagramme de bifurcation

Le diagramme de bifurcation est un outil efficace pour évaluer rapidement l'ensemble des solutions possibles d'un système en fonction des variations de l'un de ses paramètres. Il permet de repérer les valeurs particulières du paramètre qui induisent des bifurcations. C'est un diagramme qui porte les valeurs du paramètre en abscisse et des valeurs particulières d'une des variables d'état en ordonnée [14].

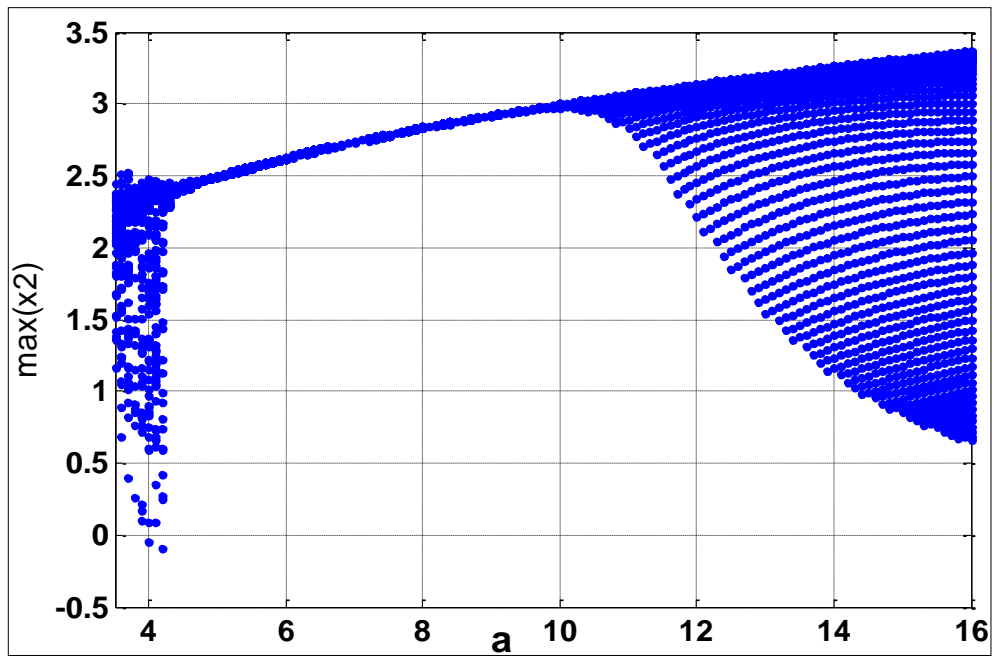


Figure 1.11.diagramme de bifurcation de système 1.

$3.5 < a < 4.3$: Le système est chaotique.

$4.3 < a < 11$: Le système est périodique.

$11 < a < 16$: Le système est chaotique.

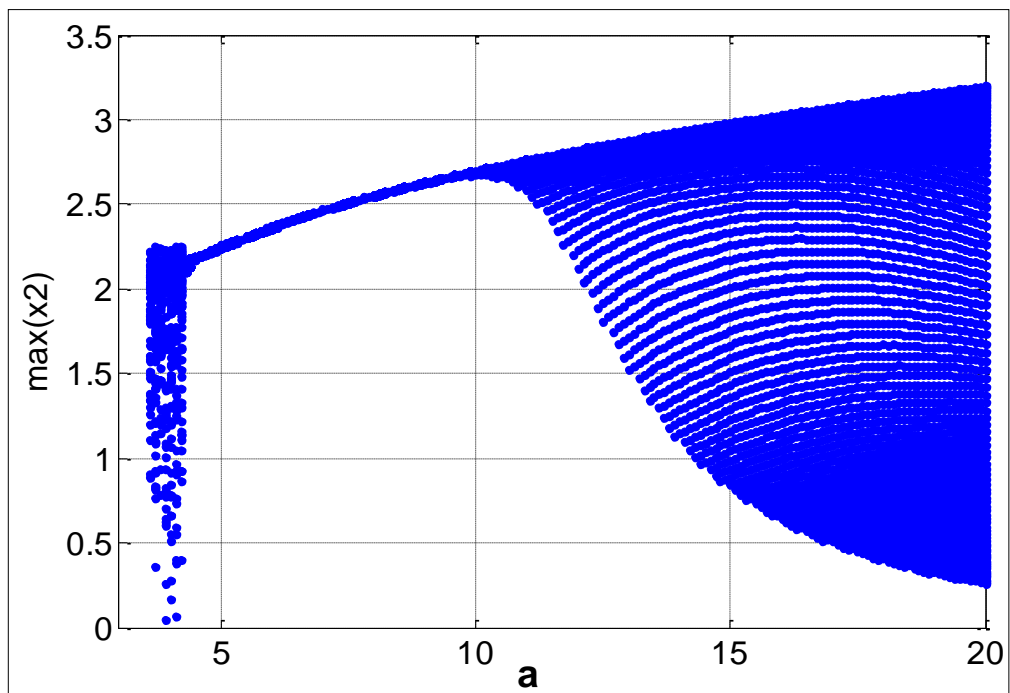


Figure1.12.diagramme de bifurcation de système 2.

$3.5 < a < 4.5$: Le système est chaotique.

$4.5 < a < 10.4$: Le système est périodique.

$11 < a < 20$: Le système est chaotique.

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons défini les systèmes chaotiques et leurs caractéristiques. On a présenté deux systèmes chaotiques de type hyperjerk et leurs analyses en utilisant les outils de base : section de Poincaré, exposants de Lyapunov et diagramme de bifurcations. Dans le deuxième chapitre nous allons étudier la synchronisation de ces systèmes.

Chapitre 2 Synchronisation du système hyperjerk

2.1 Introduction

Durant la décennie passée, plusieurs types de synchronisation en été étudiés, et différentes méthodes en été proposées. On distingue deux modes de synchronisation. Le premier mode repose sur un couplage mutuel entre deux systèmes chaotiques ou plus. Le seconde est appelé maître-esclave ou couplage unidirectionnel [15].

Dans ce chapitre, nous développons trois lois de commande permettant la synchronisation maître-esclave de deux systèmes de Hyperjerk.

2.2 La synchronisation

La synchronisation est une manière de faire l'entretien d'un mouvement périodique (ou chaotique). La synchronisation de deux systèmes dynamiques signifie que chaque système évolue en suivant le comportement de l'autre système.

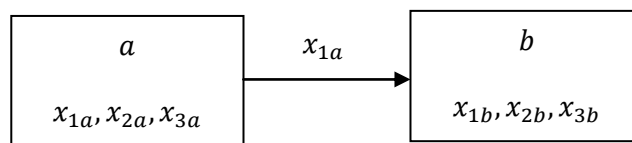


Figure 2.1. Synchronisation unidirectionnelle.

2.3 Les méthodes de synchronisation

Cette section est consacrée à la présentation de diverses méthodes de synchronisation, parmi les plus rencontrées. Elles sont basées sur les concepts du contrôle actif ou adaptatif et celui à base d'observateurs.

2.3.1 La méthode du contrôle actif

L'application du contrôle actif pour la synchronisation des systèmes chaotiques, a été proposée par Bai et Lonngren [16]. C'est une technique efficace qui a montré sa puissance non seulement pour la synchronisation des systèmes identiques, mais aussi pour la synchronisation des systèmes non identiques. De plus, cette méthode offre une certaine simplicité pour l'implémentation de l'algorithme de contrôle [17], [18].

Soient deux systèmes chaotiques à synchroniser. Le maître est le système 1, défini par (1.4) (chapitre 1) et un système identique esclave est donné par l'équation (2.1).

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 + U_1 \\ \dot{y}_2 = y_3 + U_2 \\ \dot{y}_3 = y_4 + U_3 \\ \dot{y}_4 = -y_1 - y_2 - ay_3 - y_1^4 y_4 + U_4 \end{cases} \quad (2.1)$$

Avec: y_1, y_2, y_3 et y_4 : les états de système esclave.

U_1, U_2, U_3 et U_4 : Sont les lois de contrôle à déterminer pour obtenir la synchronisation.

Pour que les deux systèmes (maitre et l'esclave) se synchronisent, il faut que l'erreur entre leurs trajectoires converge vers zéro lorsque le temps tend vers l'infini. On définit l'erreur de synchronisation :

$$e = y - x \quad (2.2)$$

La dynamique de l'erreur de synchronisation est donnée par :

$$\dot{e} = \dot{y} - \dot{x} \quad (2.3)$$

Alors la dynamique de l'erreur est obtenue comme suit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = y_2 - x_2 + U_1 \\ \dot{e}_2 = y_3 - x_3 + U_2 \\ \dot{e}_3 = y_4 - x_4 + U_3 \\ \dot{e}_4 = -(y_1 - x_1) - (y_2 - x_2) - a(y_3 - x_3) - y_1^4 y_4 + x_1^4 x_4 + U_4 \end{cases} \quad (2.4)$$

Il existe plusieurs choix possibles pour le contrôleur U , on choisit les fonctions de contrôle actif $U_i(t)$ ($i = 1, 2, 3, 4$) de manière suivante :

$$\begin{cases} U_1 = -k_1 e_1 \\ U_2 = -k_2 e_2 \\ U_3 = -k_3 e_3 \\ U_4 = -k_4 e_4 + y_1^4 y_4 - x_1^4 x_4 \end{cases} \quad (2.5)$$

Les équations finales de l'erreur sont :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - k_1 e_1 \\ \dot{e}_2 = e_3 - k_2 e_2 \\ \dot{e}_3 = e_4 - k_3 e_3 \\ \dot{e}_4 = -e_1 - e_2 - a e_3 - y_1^4 y_4 + x_1^4 x_4 - k_4 e_4 \end{cases} \quad (2.6)$$

D'après les équations de l'erreur, on trouve cette matrice :

$$B = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -k_3 & 1 \\ -1 & -1 & -a & k_4 \end{bmatrix}$$

On a calculé le $\det(\lambda I - B)$, on obtient le résultat ci-dessous:

$$\begin{aligned} d_1 = \lambda^4 + (k_1 + k_2 + k_3 + k_4) * \lambda^3 + (k_1 * k_2 + k_1 * k_3 + k_1 * k_4 + k_2 * k_3 \\ + k_2 * k_4 + k_3 * k_4 + 3.6) * \lambda^2 + (3.6 * k_1 + 3.6 * k_2 + k_1 \\ * k_2 * k_4 + k_1 * k_3 * k_4 + k_1 * k_2 * k_3 + k_2 * k_3 * k_4 + 1) \\ * \lambda + k_1 + 3.6 * k_1 * k_2 + k_1 * k_2 * k_3 * k_4 + 1 \end{aligned}$$

$$d_2 = (\lambda I - A) = (\lambda - \lambda_1) * (\lambda - \lambda_2) * (\lambda - \lambda_3) * (\lambda - \lambda_4)$$

On fait l'identification de d_1 avec d_2 , on obtient un système de 4 d'équations et 4 inconnues. Pour la résolution de ces 4 équations, on utilise la méthode de Newton Raphson qui est basée sur une proposition des valeurs initiales, les valeurs de k qui sont trouvées sont :

$$k_1 = 9.9908, k_2 = 22.5515, k_3 = 10.1630 \text{ et } k_4 = 2.2946.$$

Le schéma de simulation de la synchronisation de deux systèmes (maître et l'esclave) est représenté sur la figure 2.2.

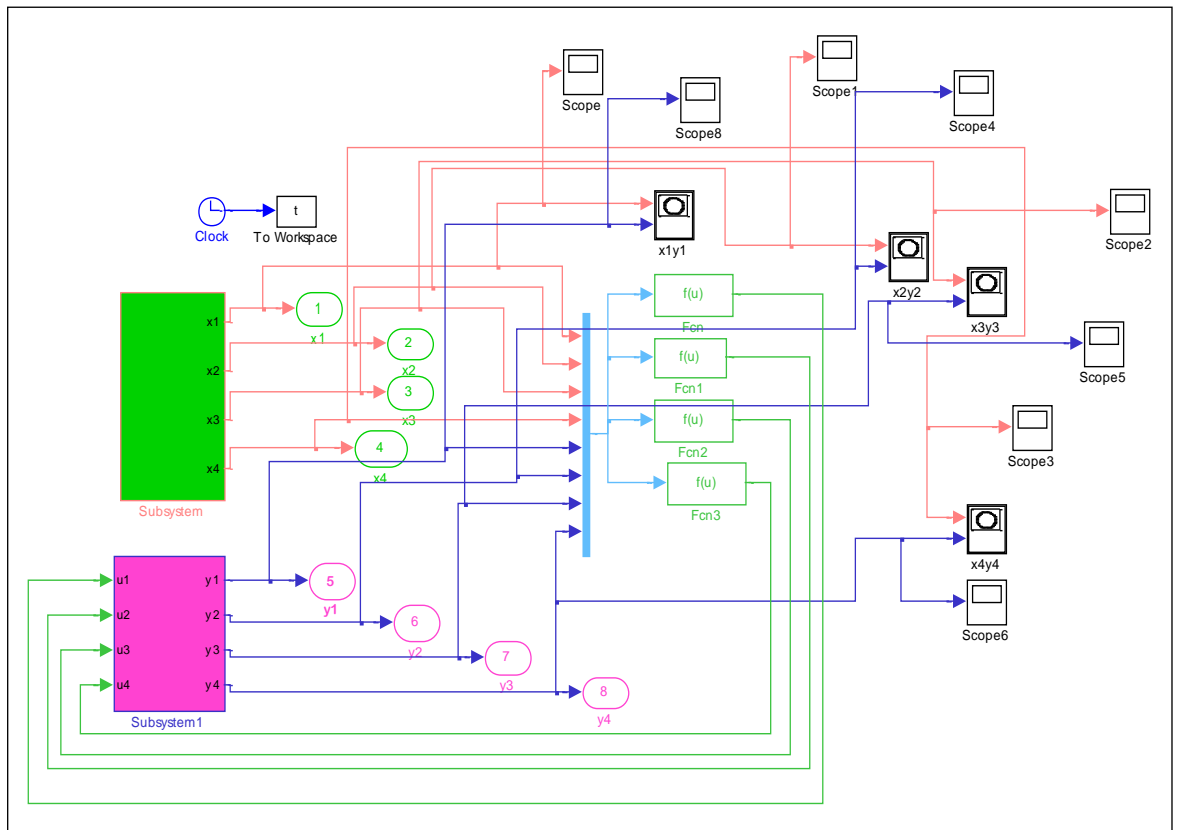


Figure2.2. Schéma de synchronisation.

On prend les paramètres de simulation ci-dessous :

Les conditions initiales du système maitre sont :

$$x_1(0) = 1, x_2(0) = 0.5, x_3(0) = 0.3, x_4(0) = 0.75$$

Les conditions initiales du système esclave sont :

$$y_1(0) = 0.2, y_2(0) = 0.1, y_3(0) = 0.1, y_4(0) = 0.2$$

Les valeurs choisies pour les gains sont : $k_1 = 200, k_2 = 40, k_3 = 120, k_4 = 90$.

On obtient les résultats donnés par les figures suivantes :

- Figure (2.3) : Les réponses temporelles de $(x_i, i = 1 \dots 4)$ le maitre et d'esclave $(y_i, i = 1 \dots 4)$.
- Figure (2.4) : Les plans de $y_i = f(x_i), i = 1 \dots 4$.

- Figure (2.5) : Les erreurs de synchronisation $e_i, i = 1 \dots 4$.

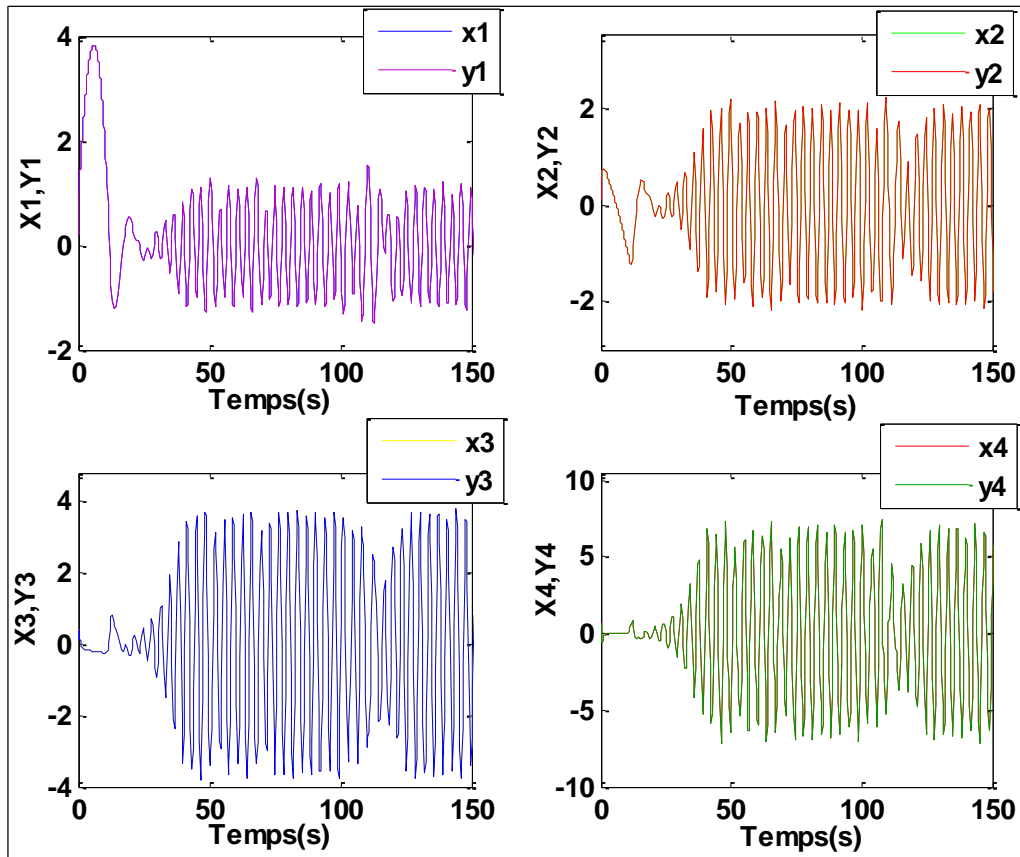


Figure 2.3. Les réponses temporelles du maître et de l'esclave.

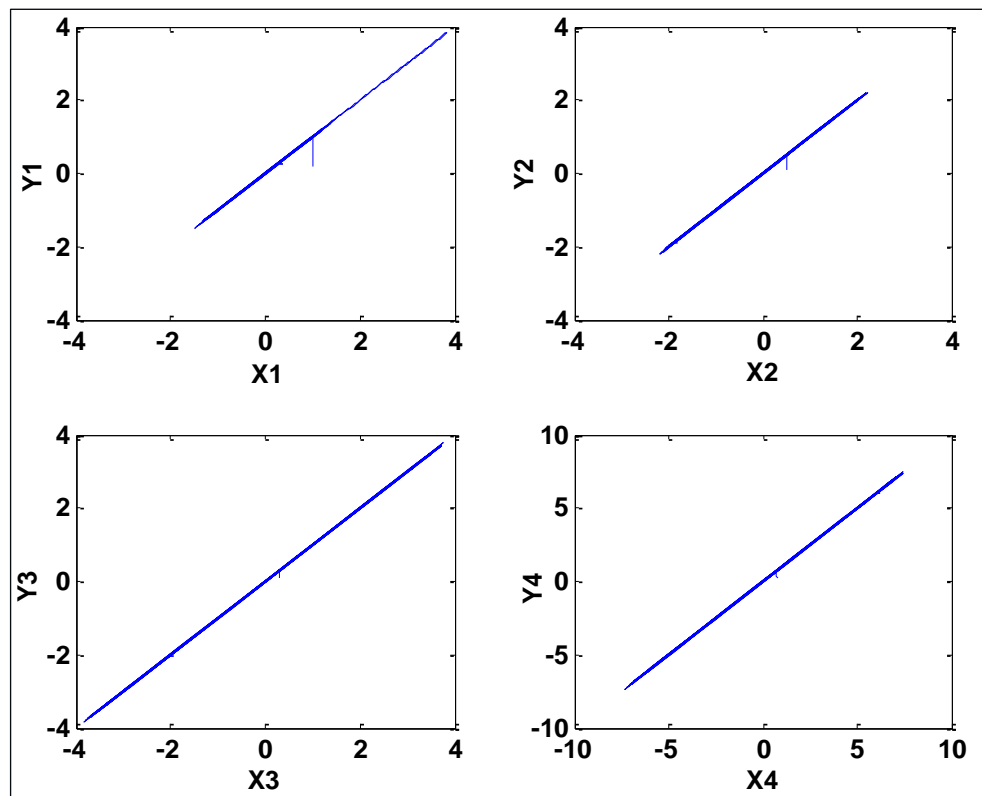


Figure2.4. Les plans de $y_i = f(x_i), i = 1 \dots 4$.

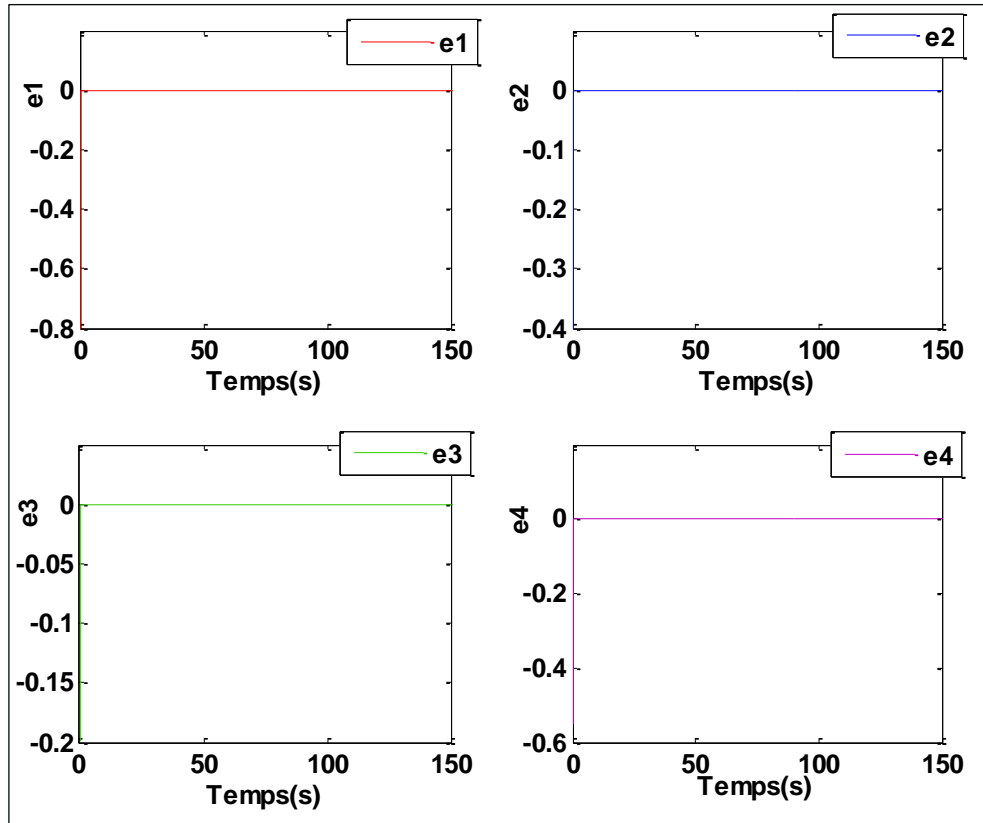


Figure2.5. Les erreurs de synchronisation e1, e2, e3 et e4.

Pour le deuxième système donné par l'équation (1.5), l'esclave est donné par l'équation (2.7)

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 + U_1 \\ \dot{y}_2 = y_3 + U_2 \\ \dot{y}_3 = y_4 + U_3 \\ \dot{y}_4 = -y_1 - y_2 - ay_3 - b|y_1| - cy_1^4 y_4 + U_4 \end{cases} \quad (2.7)$$

La dynamique de l'erreur est :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 + U_1 \\ \dot{e}_2 = e_3 + U_2 \\ \dot{e}_3 = e_4 + U_3 \\ \dot{e}_4 = -e_1 - e_2 - ae_3 - b(|y_1| - |x_1|) - c(y_1^4 y_4 - x_1^4 x_4) + U_4 \end{cases} \quad (2.8)$$

Le contrôleur choisi est comme suite :

$$\begin{cases} U_1 = -k_1 e_1 \\ U_2 = -k_2 e_2 \\ U_3 = -k_3 e_3 \\ U_4 = -k_4 e_4 + c(y_1^4 y_4 - x_1^4 x_4) + b(|y_1| - |x_1|) \end{cases} \quad (2.9)$$

On prend les paramètres de simulation ci-dessous :

Les valeurs des paramètres du système sont : $a = 3.6, b = 0.1, c = 1.5$.

Les conditions initiales du système maitre sont :

$$x_1(0) = 1, x_2(0) = 0.5, x_3(0) = 0.3, x_4(0) = 0.70 .$$

Les conditions initiales de l'esclave sont :

$$y_1(0) = 0.2, y_2(0) = 0.1, y_3(0) = 0.1, y_4(0) = 0.1$$

Les valeurs de gains k choisi est : $k_1 = 200, k_2 = 10, k_3 = 150, k_4 = 90$.

On obtient les résultats donnés par les figures suivantes :

- Figure (2.6) : les réponses temporelles de $(x_i, i = 1 \dots 4)$ le maitre et d'esclave $(y_i, i = 1 \dots 4)$.
- Figure (2.7) : les plans de $y_i = f(x_i), i = 1 \dots 4$.
- Figure (2.8) : les erreurs de synchronisation $e_i, i = 1 \dots 4$.

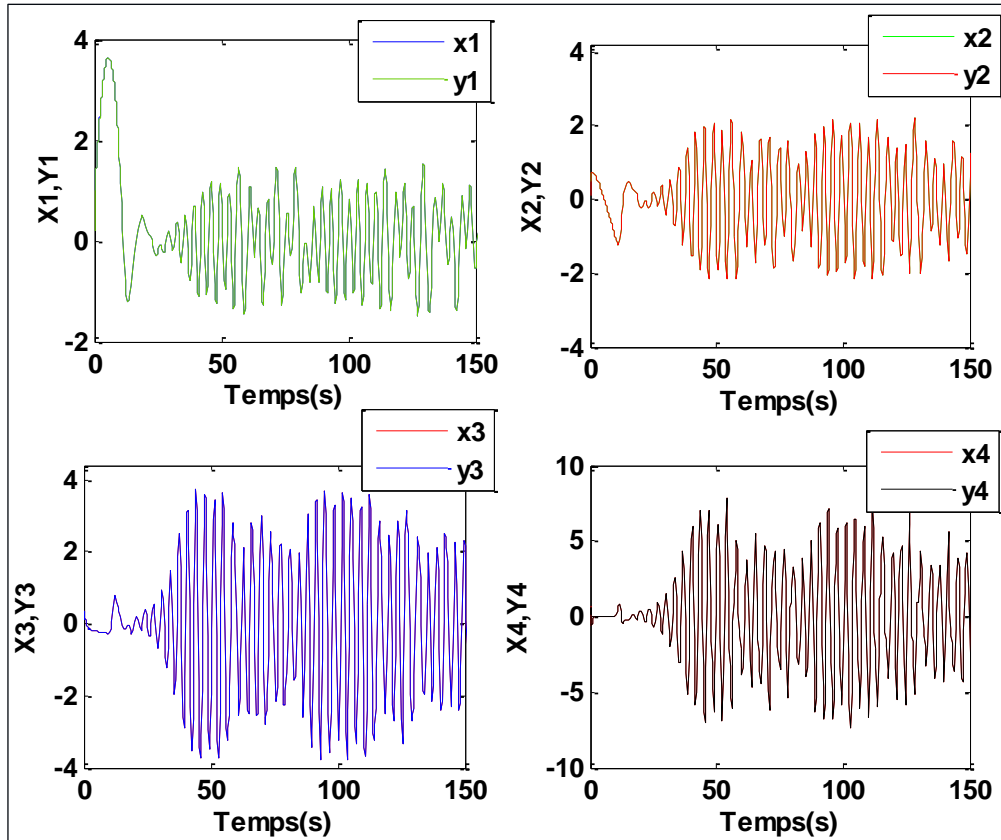


Figure 2.6. Les réponses temporelles du maître et de l'esclave.

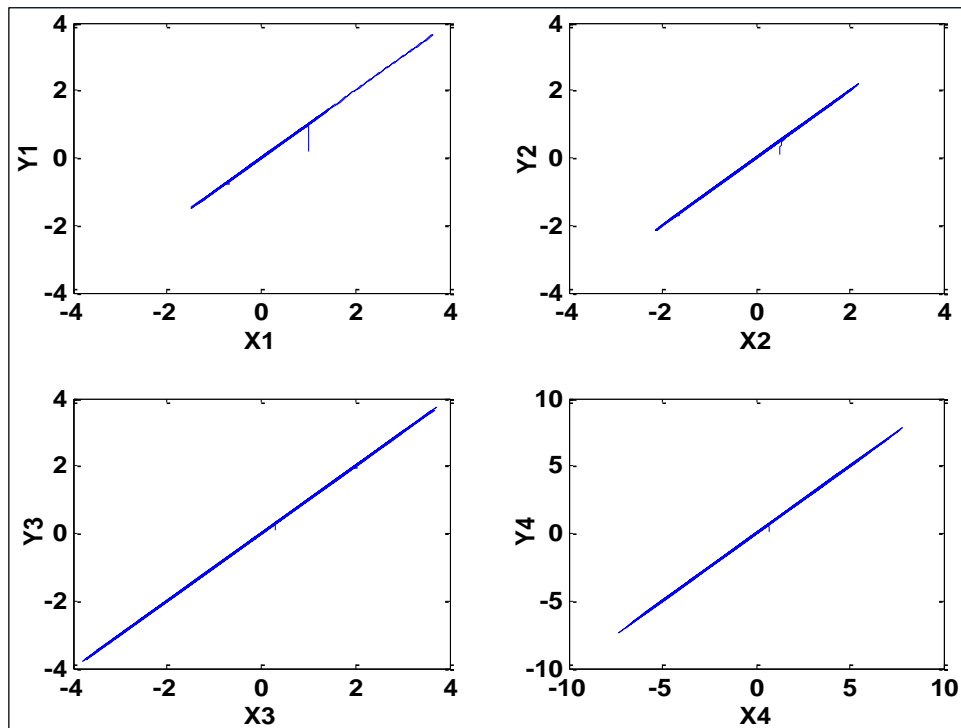


Figure 2.7. Les plans de $y_i = f(x_i), i = 1 \dots 4$.

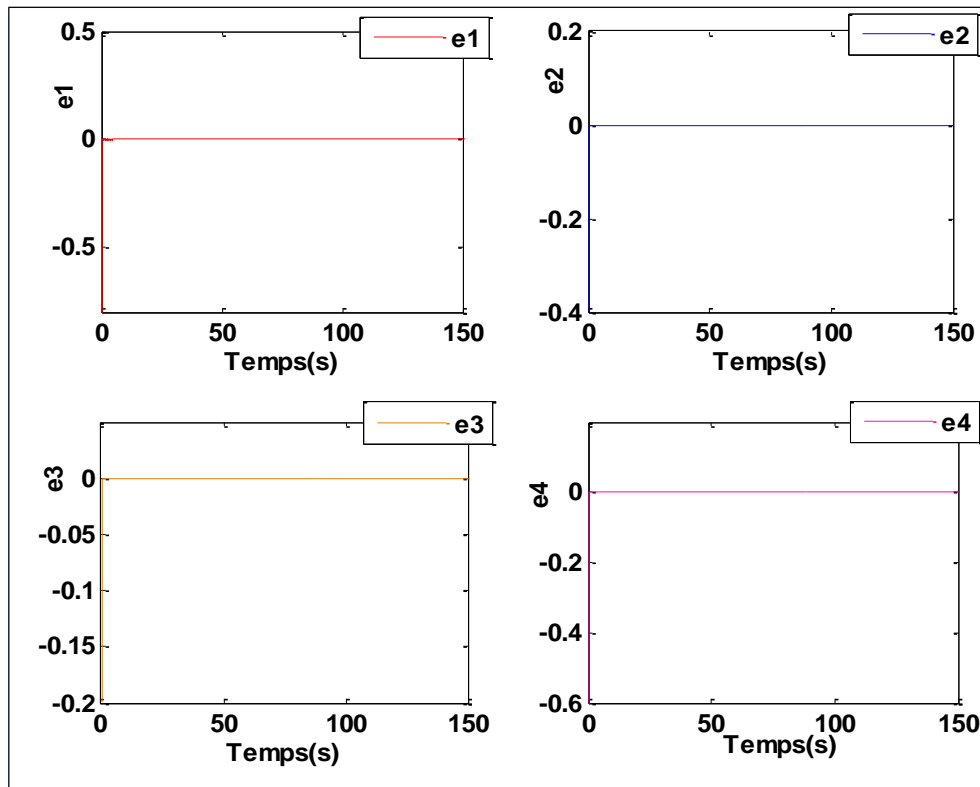


Figure 2.8. Les erreurs de synchronisation e_1 , e_2 , e_3 et e_4 .

En prenant pour les deux systèmes, maître et esclave, différentes conditions initiales et différents gains, on remarque les signaux générés par le maître et ceux générés par l'esclave sont identiques (figure 2.2 et figure 2.5), une fois que le régime transitoire est terminé. (Les figures 2.3 et 2.6), donnant les plans de phase entre les variables du maître et celles de l'esclave confirment la bonne synchronisation. Les erreurs de synchronisation tendent vers zéros rapidement, ce qui est montré sur (les figures 2.4) et 2.7). Donc on dit que la synchronisation est parfaite.

2.3.2 Synchronisation de deux systèmes hyperchaotique en utilisant la fonction de Lyapunov

a La synchronisation par la méthode du contrôle actif

On peut voir que, pour réaliser la synchronisation, il faut accéder à toutes les variables d'état du système. Mais dans de nombreux problèmes pratiques, les variables du système ne sont pas toutes mesurées. En outre, la méthode de synchronisation est meilleure lorsque le nombre de contrôleurs de processus est réduit. Dans la suite, nous abordons un autre schéma de synchronisation (l'erreur n'est pas linéaire) [19].

Pour le premier système hyperjerk (1.4)

Le système esclave est :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 + Z_1 \\ \dot{y}_2 = y_3 + Z_2 \\ \dot{y}_3 = y_4 + Z_3 \\ \dot{y}_4 = -y_1 - y_2 - ay_3 - y_1^4 y_4 + Z_4 \end{cases} \quad (2.10)$$

La dynamique de l'erreur est définie par :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 + Z_1 \\ \dot{e}_2 = e_3 + Z_2 \\ \dot{e}_3 = e_4 + Z_3 \\ \dot{e}_4 = -e_1 - e_2 - ae_3 - y_1^4 y_4 + x_1^4 x_4 + Z_4 \end{cases} \quad (2.5)$$

Le système contrôleur proposée est :

$$\begin{cases} Z_1 = -k_1 e_1 - e_2 \\ Z_2 = -k_2 e_2 - e_3 \\ Z_3 = -k_3 e_3 - e_4 \\ Z_4 = -k_4 e_4 + e_1 + e_2 + ae_3 + y_1^4 y_4 - x_1^4 x_4 \end{cases} \quad (2.6)$$

La dynamique de l'erreur devient

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -k_1 e_1 \\ \dot{e}_2 = -k_2 e_2 \\ \dot{e}_3 = -k_3 e_3 \\ \dot{e}_4 = -k_4 e_4 \end{cases} \quad (2.7)$$

On choisit la fonction de Lyapunov candidate, V , c'est une fonction définie positive :

$$V = 1/2(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2) \quad (2.14)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov s'écrit :

$$\frac{dV}{dt} = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4 \quad (2.15)$$

On remplace la dynamique de l'erreur dans la dérivée de la fonction de Lyapunov :

$$\frac{dV}{dt} = -(k_1 e_1^2 + k_2 e_2^2 + k_3 e_3^2 + k_4 e_4^2)$$

La fonction est négative, ce qui assure que le système esclave est synchrone

asymptotiquement avec le système maître.

On prend les paramètres de simulation ci-dessous :

Les conditions initiales du système maître sont :

$$x_1(0) = 1, x_2(0) = 0.5, x_3(0) = 0.4, x_4(0) = 0.75 .$$

Les conditions initiales du système esclave sont :

$$y_1(0) = 0.2, y_2(0) = 0.1, y_3(0) = 0.1, y_4(0) = 0.2 .$$

Les valeurs choisies de gains sont: $k_1 = 150, k_2 = 50, k_3 = 85, k_4 = 100$.

On obtient les résultats donnés par les figures (2.9, 2.10 et 2.11) :

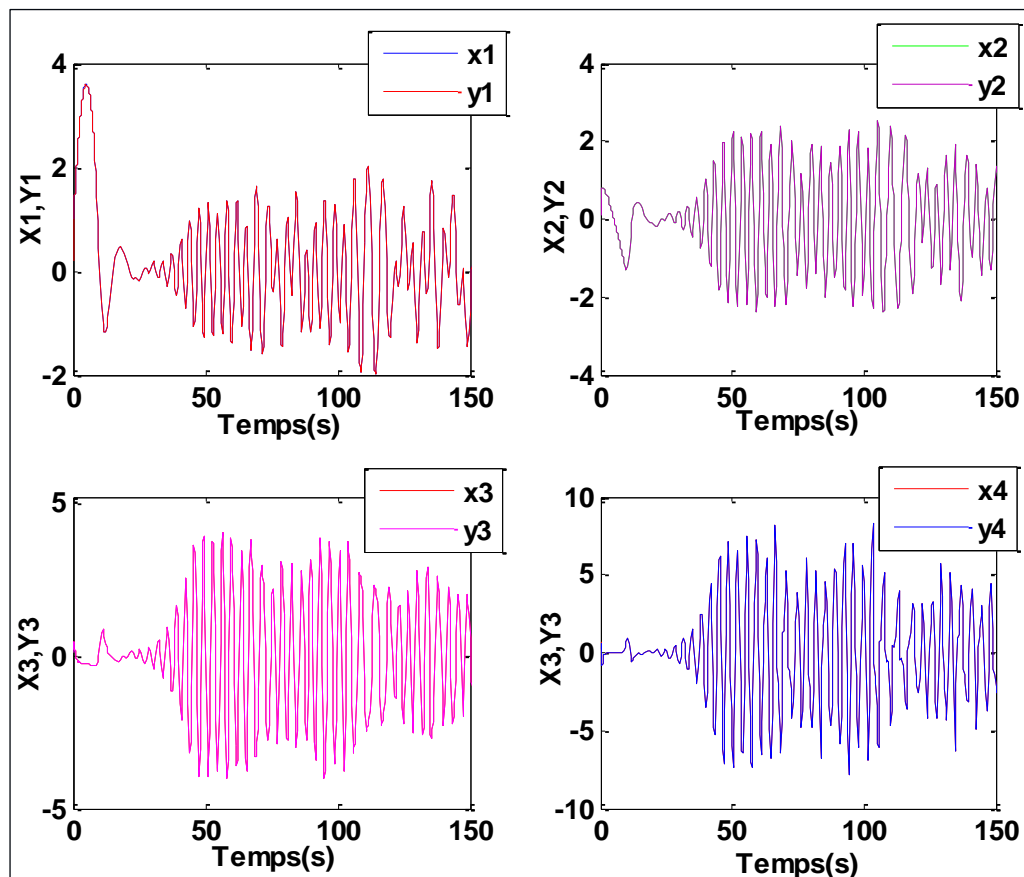


Figure 2.9. Les réponses temporelles du maître et de l'esclave.

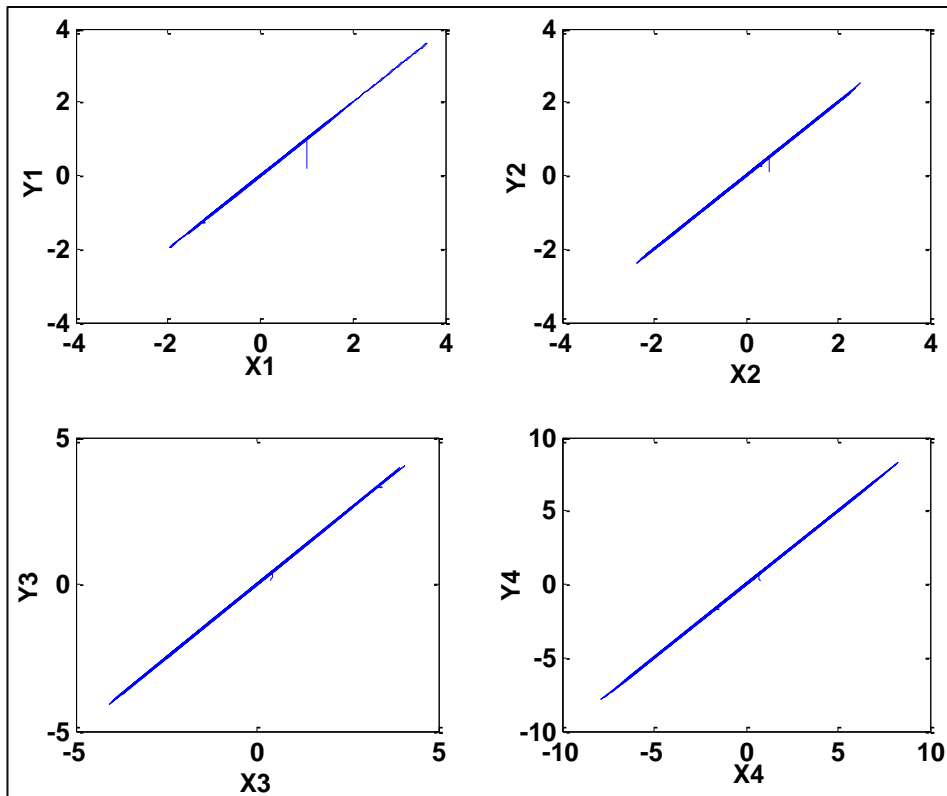


Figure 2.10. Les plans de $y_i = f(x_i), i = 1 \dots 4$.

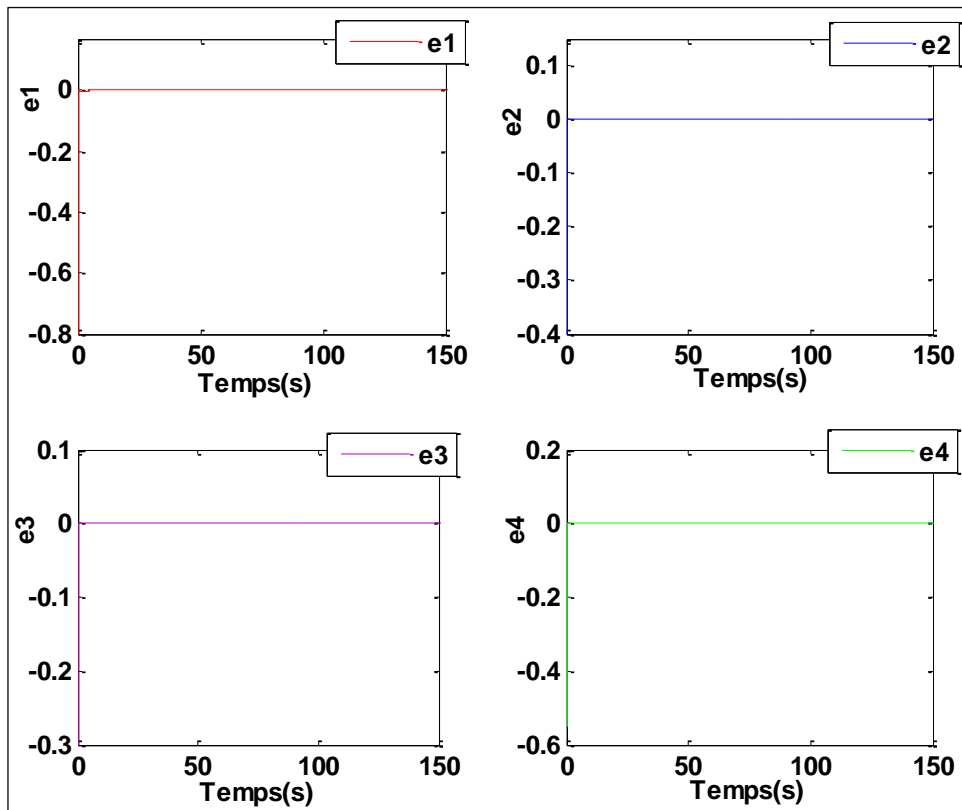


Figure 2.11. Les erreurs de synchronisation e_1, e_2, e_3 et e_4 .

Pour le deuxième système :

Le système esclave est :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 + W_1 \\ \dot{y}_2 = y_3 + W_2 \\ \dot{y}_3 = y_4 + W_3 \\ \dot{y}_4 = -y_1 - y_2 - ay_3 - b|y_1| - cy_1^4 y_4 + W_4 \end{cases} \quad (2.16)$$

La dynamique de l'erreur est définie par :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 + W_1 \\ \dot{e}_2 = e_3 + W_2 \\ \dot{e}_3 = e_4 + W_3 \\ \dot{e}_4 = -e_1 - e_2 - ae_3 - b(|y_1| - |x_1|) - c(y_1^4 y_4 - x_1^4 x_4) + W_4 \end{cases} \quad (2.17)$$

On suppose le système de contrôleur comme :

$$\begin{cases} W_1 = -k_1 e_1 - e_2 \\ W_2 = -k_2 e_2 - e_3 \\ W_3 = -k_3 e_3 - e_4 \\ W_4 = -k_4 e_4 + e_1 + e_2 + ae_3 + c(y_1^4 y_4 - x_1^4 x_4) + b(|y_1| - |x_1|) \end{cases} \quad (2.18)$$

La dynamique de l'erreur devient :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -k_1 e_1 \\ \dot{e}_2 = -k_2 e_2 \\ \dot{e}_3 = -k_3 e_3 \\ \dot{e}_4 = -k_4 e_4 \end{cases} \quad (2.19)$$

La fonction de Lyapunov candidate, V , est :

$$V = 1/2(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov :

$$\frac{dV}{dt} = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4$$

On remplace la dynamique de l'erreur dans la dérivée de la fonction de Lyapunov :

$$\frac{dV}{dt} = -(k_1 e_1^2 + k_2 e_2^2 + k_3 e_3^2 + k_4 e_4^2)$$

Le même résultat qu'avec le premier système, le système esclave est synchronisé asymptotiquement avec le système maître.

On prend les paramètres de simulation ci-dessous :

Les conditions initiales pour le maître sont:

$$x_1(0) = 1, x_2(0) = 0.5, x_3(0) = 0.3, x_4(0) = 0.75.$$

Les conditions initiales de système esclave sont :

$$y_1(0) = 0.1, y_2(0) = 0.1, y_3(0) = 0.1, y_4(0) = 0.1 .$$

Les valeurs choisies de gains sont : $K_1 = 100, K_2 = 80, K_3 = 150, K_4 = 100$.

On obtient les résultats donnés par les figures (2.12, 2.13 et 2.14) :

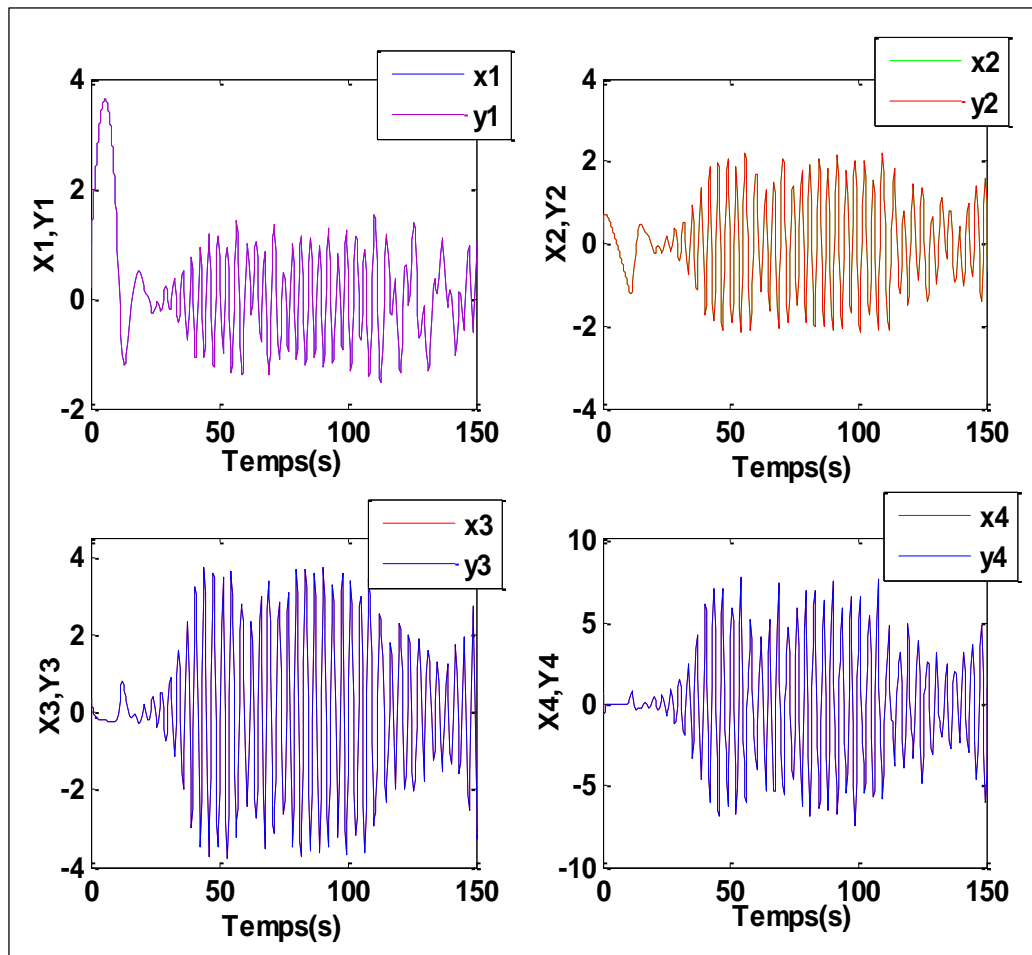


Figure 2.12. Les réponses temporelles du maître et de l'esclave.

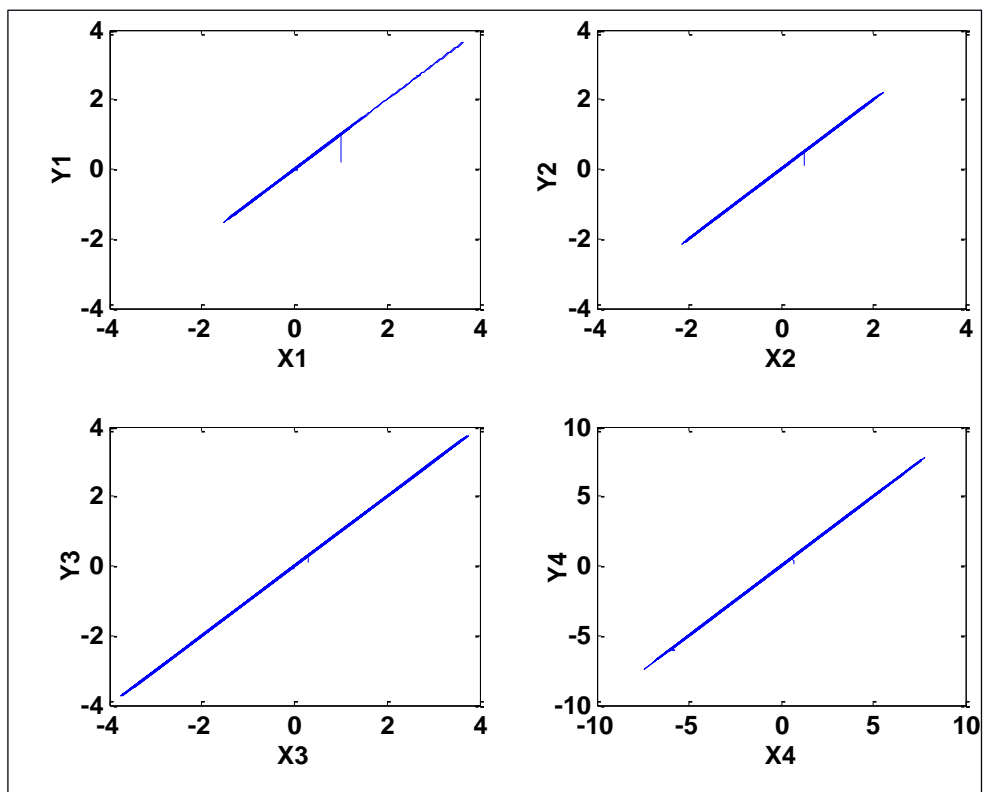


Figure 2.13. Les plans $dey_i = f(x_i), i = 1 \dots 4$.

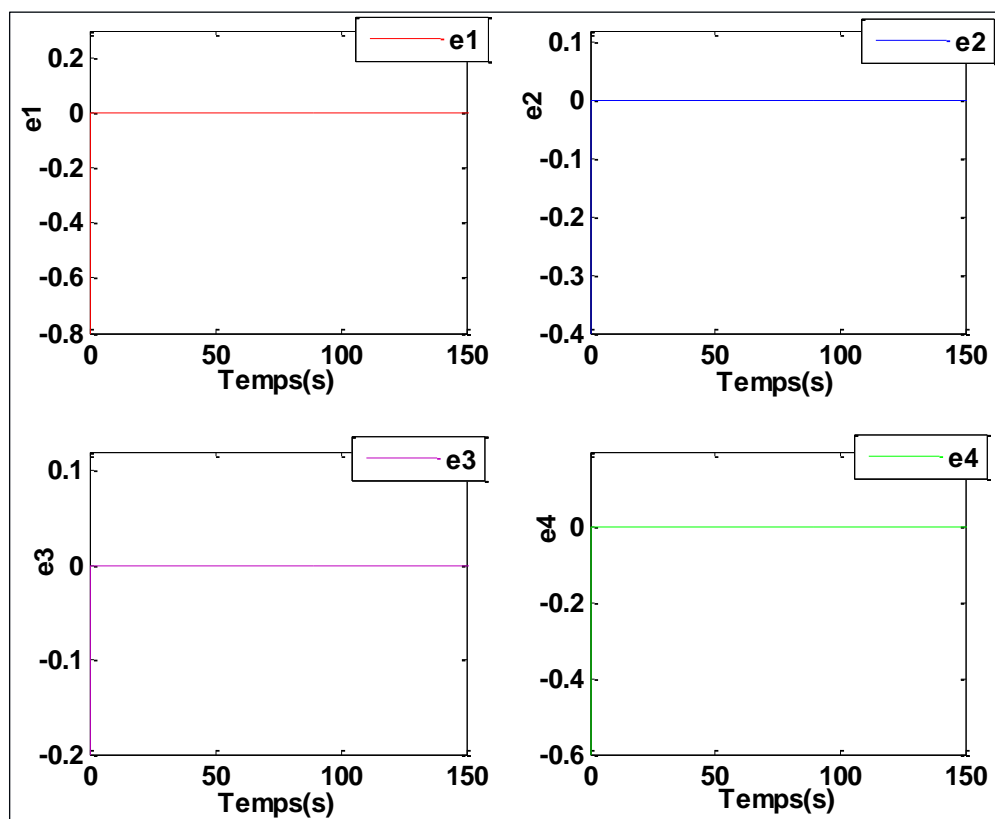


Figure 2.14. Les erreurs de synchronisation e_1, e_2, e_3 et e_4 .

La synchronisation des deux systèmes a été bien réalisée. Les plans de phase confirment les résultats de cette synchronisation.

b La synchronisation par la méthode du contrôle adaptatif

Le contrôle adaptatif est la méthode principale, qui est utilisée lorsque tout ou partie des paramètres du système ne sont pas disponibles pour la mesure et les estimations pour les paramètres incertains des systèmes [20], [21]. Par conséquent, cela pourrait être utile dans les applications susmentionnées.

Pour le système 1 de (equation1.4)

On pose :

$$\tilde{a} = a - \hat{a} \quad (2.8)$$

$$a = \tilde{a} + \hat{a}$$

\hat{a} Est l'estimation du paramètre a ; \tilde{a} est l'erreur d'estimation.

On remplace a dans le premier système

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -x_1 - x_2 - \tilde{a}x_3 - \hat{a}x_3 - x_1^4x_4 \end{array} \right. \quad (2.9)$$

Le système esclave est :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{y}_1 = y_2 + U_1 \\ \dot{y}_2 = y_3 + U_2 \\ \dot{y}_3 = y_4 + U_3 \\ \dot{y}_4 = -y_1 - y_2 - \hat{a}y_3 - y_1^4y_4 + U_4 \end{array} \right. \quad (2.10)$$

La dynamique de l'erreur est :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}_1 = e_2 + U_1 \\ \dot{e}_2 = e_3 + U_2 \\ \dot{e}_3 = e_4 + U_3 \\ \dot{e}_4 = -y_1 - y_2 - \hat{a}y_3 - y_1^4y_4 + x_1 + x_2 + \tilde{a}x_3 + \hat{a}x_3 + x_1^4x_4 + U_4 \end{array} \right. \quad (2.11)$$

Elle devient :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 + U_1 \\ \dot{e}_2 = e_3 + U_2 \\ \dot{e}_3 = e_4 + U_3 \\ \dot{e}_4 = -e_1 - e_2 - \hat{a}e_3 - y_1^4 y_4 + \tilde{a}x_3 + x_1^4 x_4 + U_4 \end{cases} \quad (2.12)$$

Le contrôleur choisi est :

$$\begin{cases} U_1 = -k_1 e_1 - e_2 \\ U_2 = -k_2 e_2 - e_3 \\ U_3 = -k_3 e_3 - e_4 \\ U_4 = -k_4 e_4 + e_1 + e_2 + \hat{a}e_3 + y_1^4 y_4 - x_1^4 x_4 \end{cases} \quad (2.25)$$

La fonction de Lyapunov candidate est :

$$V = 1/2(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 + \tilde{a}^2) \quad (2.26)$$

Dont la dérivée est :

$$\frac{dV}{dt} = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4 - \tilde{a}(\dot{\hat{a}}) \quad (2.27)$$

$$\frac{dV}{dt} = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 + \tilde{a}x_3 e_4 - \tilde{a}\dot{\hat{a}}$$

Pour rendre $\frac{dV}{dt} < 0$, on annule le terme $\tilde{a}x_3 e_4 - \tilde{a}\dot{\hat{a}}$. Ce qui conduit à :

$$\tilde{a}(x_3 e_4 - \dot{\hat{a}}) = 0$$

On peut déduire la loi d'adaptation :

$$\dot{\hat{a}} = x_3 e_4$$

Donc :

$$\frac{dV}{dt} = -(k_1 e_1^2 + k_2 e_2^2 + k_3 e_3^2 + k_4 e_4^2)$$

On prend les paramètres de simulation ci-dessous :

Les conditions initiales du maître sont:

$$x_1(0) = 0.1, x_2(0) = 1, x_3(0) = 0.7, x_4(0) = 0.5.$$

Les conditions initiales de système esclave sont :

$$y_1(0) = 0.2, y_2(0) = 0.1, y_3(0) = 0.1, y_4(0) = 0.2.$$

La condition initiale de l'estimé de a est : $\hat{a}(0) = 3$.

Les valeurs choisies de gains sont : $K_1 = 80, k_2 = 82, k_3 = 80, k_4 = 145$.

La figure (2.15) donne la représentation sous Matlab/simulink de la synchronisation adaptative. Les figures (2.16, 2.17, 2.18 et 2.19) donnent les résultats de simulation de cette synchronisation.

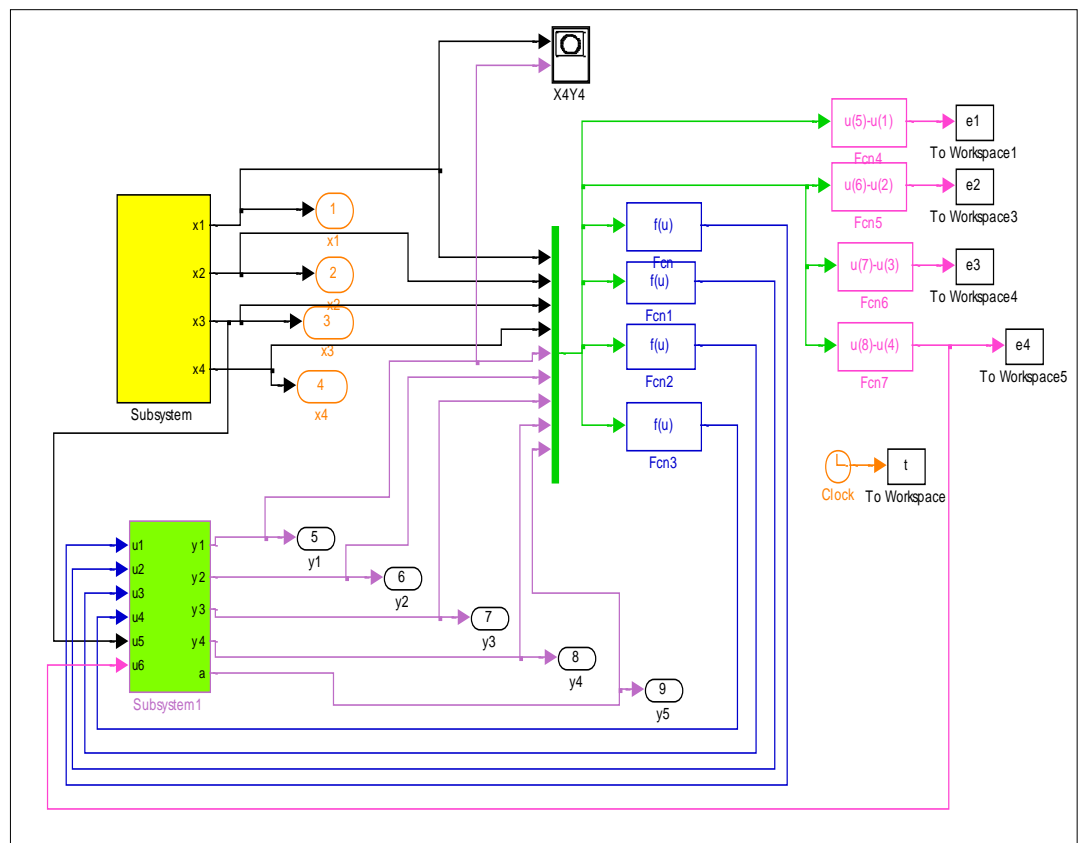


Figure 2.15. Schéma de synchronisation de la méthode Lyapunov.

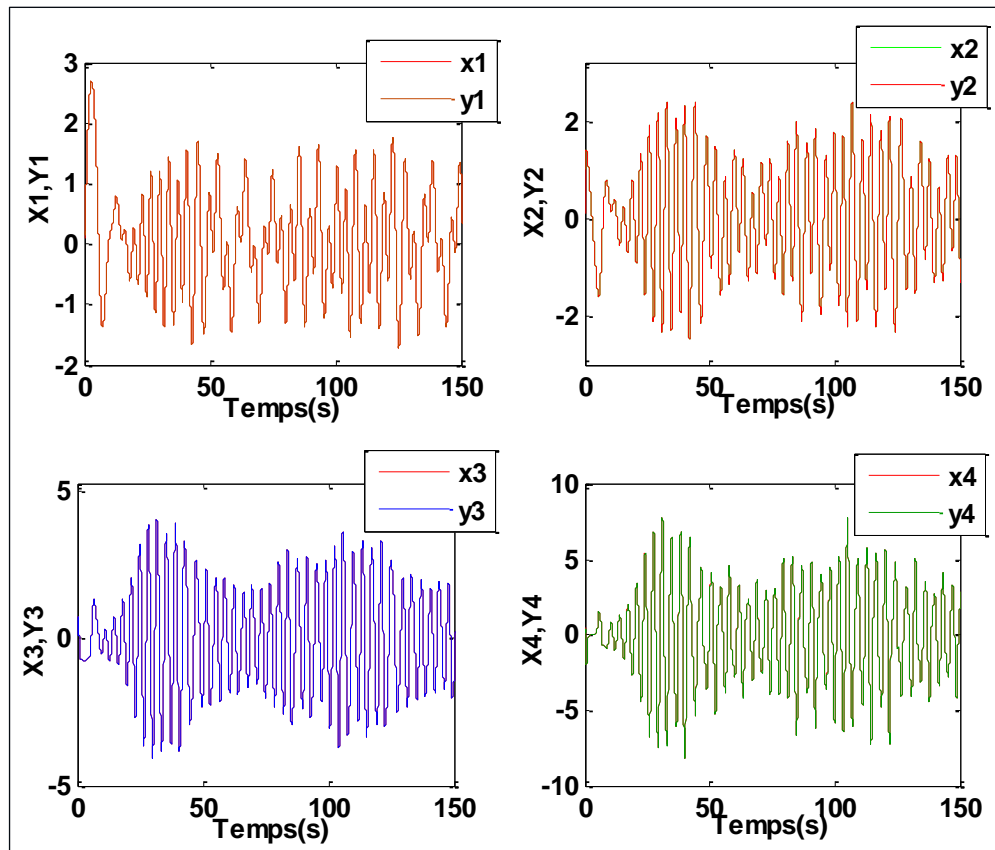


Figure 2.16. Les réponses temporelles du maître et de l'esclave.

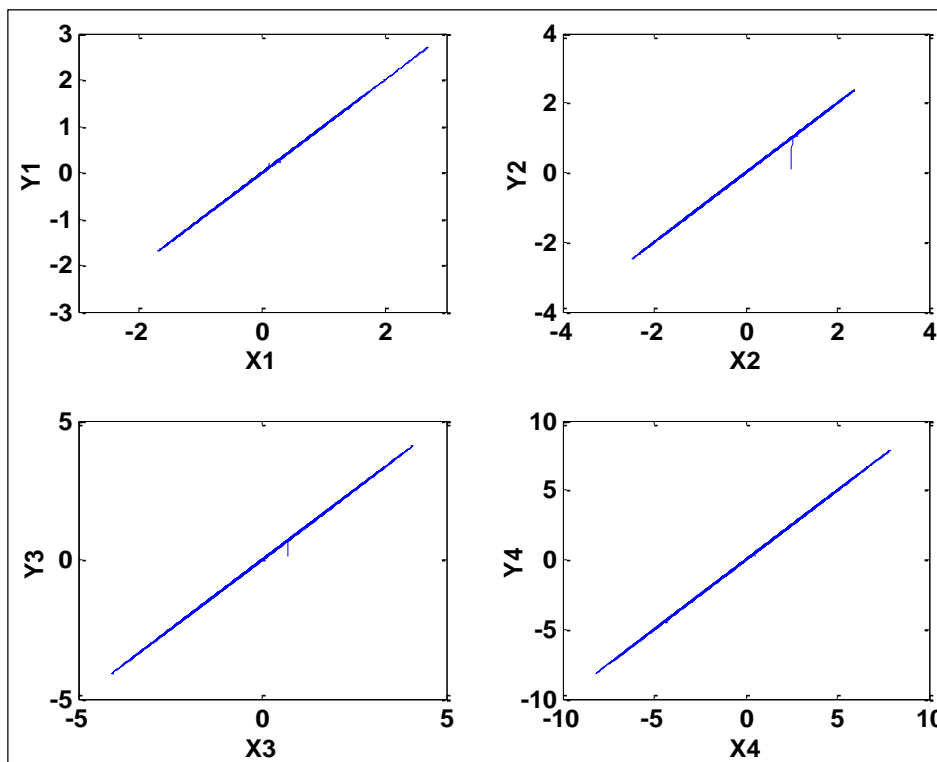


Figure 2.17. Les plans de $y_i = f(x_i), i = 1 \dots 4$.

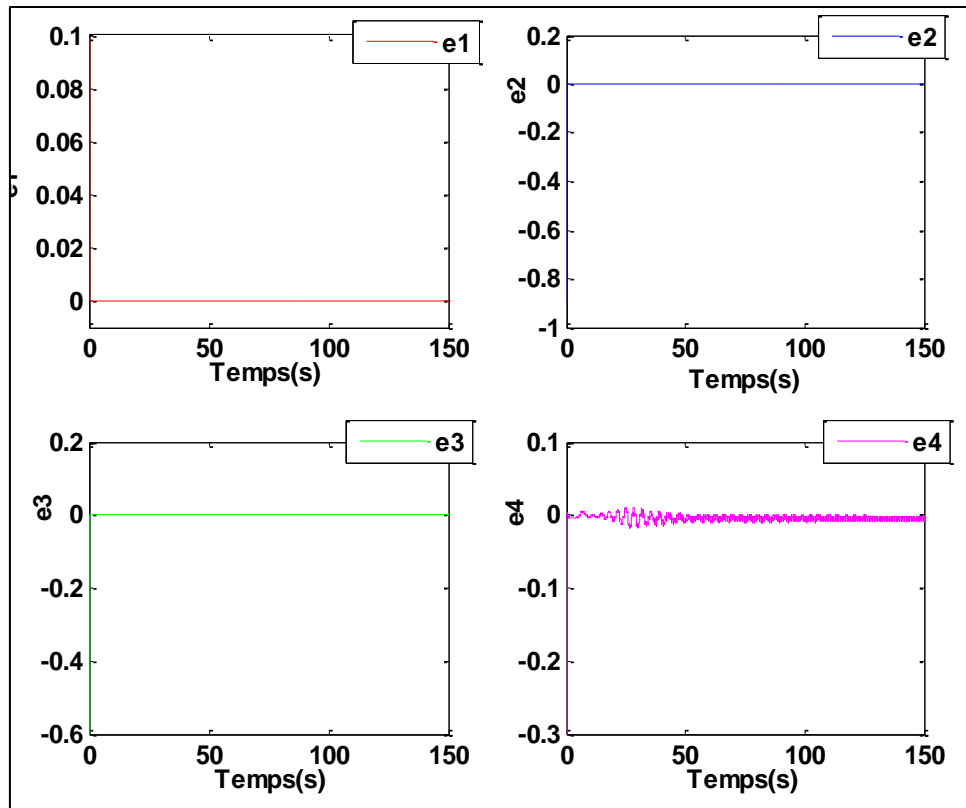


Figure 2.18. Les erreurs de synchronisation e_1 , e_2 , e_3 et e_4 .

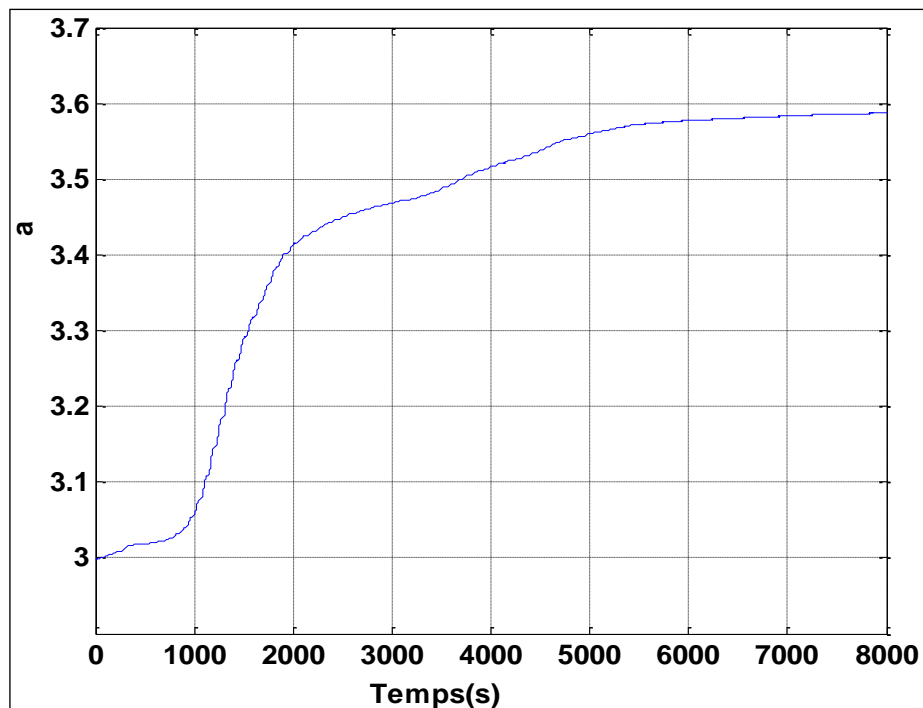


Figure 2.19. L'estimation du paramètre a .

Les réponses temporelles du maître et de l'esclave sont identiques. Ceci est bien montré par la (figure 2.15). Ce résultat est bien apparu dans la (figure 2.16), qui donne

l'espace de phase entre variables du maitre et celles de l'esclave. Les erreurs de synchronisation tendent vers zéros (figure 2.17), ce qui assure que la synchronisation est parfaite. Le paramètre a est bien reconstitué figure 2.18.

Pour le deuxième système (l'équation 1.5). Les paramètres a, b, c sont des paramètres incertains.

On a :

$$\begin{cases} \tilde{a} = a - \hat{a} \\ \tilde{b} = b - \hat{b} \\ \tilde{c} = c - \hat{c} \end{cases} \quad (2.28)$$

Donc :

$$\begin{cases} a = \tilde{a} + \hat{a} \\ b = \tilde{b} + \hat{b} \\ c = \tilde{c} + \hat{c} \end{cases}$$

$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ Sont les estimations des paramètres a, b, c ; $\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}$ sont les erreurs d'estimation.

On remplace a, b, c Dans le système maitre (1.5)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -x_1 - x_2 - \hat{a}x_3 - \tilde{a}x_3 - \hat{b}|x_1| - \tilde{b}|x_1| - \hat{c}x_1^4x_4 - \tilde{c}x_1^4x_4 \end{cases} \quad (2.29)$$

La dynamique de l'erreur est :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 + U_1 \\ \dot{e}_2 = e_3 + U_2 \\ \dot{e}_3 = e_4 + U_3 \\ \dot{e}_4 = -e_1 - e_2 - \hat{a}e_3 + \tilde{a}x_3 - \hat{b}|e_1| + \tilde{b}x_1 - \hat{c}y_1^4y_4 + \tilde{c}x_1^4x_4 + U_4 \end{cases} \quad (2.13)$$

Le contrôleur proposé est :

$$\begin{cases} U_1 = -k_1e_1 - e_2 \\ U_2 = -k_2e_2 - e_3 \\ U_3 = -k_3e_3 - e_4 \\ U_4 = -k_4e_4 + e_1 + e_2 + \hat{a}e_3 + \hat{b}|e_1| + \hat{c}y_1^4y_4 - \hat{c}x_1^4x_4 \end{cases} \quad (2.14)$$

Les équations finales de l'erreur sont :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -k_1 e_1 \\ \dot{e}_2 = -k_2 e_2 \\ \dot{e}_3 = -k_3 e_3 \\ \dot{e}_4 = -k_4 e_4 + \tilde{a} x_3 + \tilde{b} |x_1| + \tilde{c} x_1^4 x_4 \end{cases} \quad (2.15)$$

La fonction de Lyapunov candidate est :

$$V = 1/2(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 + \tilde{a}^2 + \tilde{b}^2 + \tilde{c}^2) \quad (2.16)$$

La dérivée de V est :

$$\frac{dV}{dt} = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4 - \tilde{a}(\dot{\hat{a}}) - \tilde{b}(\dot{\hat{b}}) - \tilde{c}(\dot{\hat{c}}) \quad (2.17)$$

$$\frac{dV}{dt} = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 + \tilde{a} x_3 e_4 + \tilde{b} |x_1| e_4 + \tilde{c} x_1^4 x_4 e_4 - \tilde{a}(\dot{\hat{a}}) - \tilde{b}(\dot{\hat{b}}) - \tilde{c}(\dot{\hat{c}})$$

Pour rendre $\frac{dV}{dt} < 0$, on annule le terme suivant :

$$\tilde{a} x_3 e_4 + \tilde{b} |x_1| e_4 + \tilde{c} x_1^4 x_4 e_4 - \tilde{a} \dot{\hat{a}} - \tilde{b}(\dot{\hat{b}}) - \tilde{c}(\dot{\hat{c}}) = 0$$

Ce qui conduit à :

$$\tilde{a}(x_3 e_4 - \dot{\hat{a}}) + \tilde{b}(|x_1| e_4 - \dot{\hat{b}}) + \tilde{c}(x_1^4 x_4 e_4 - \dot{\hat{c}}) = 0$$

On peut déduire la loi d'adaptation :

$$\begin{cases} \dot{\hat{a}} = x_3 e_4 \\ \dot{\hat{b}} = |x_1| e_4 \\ \dot{\hat{c}} = x_1^4 x_4 e_4 \end{cases} \quad (2.35)$$

La dérivée devient :

$$\frac{dV}{dt} = -(k_1 e_1^2 + k_2 e_2^2 + k_3 e_3^2 + k_4 e_4^2)$$

On prend les paramètres de simulation ci-dessous :

Les conditions initiales du maître sont :

$$x_1(0) = 1, x_2(0) = 0.55, x_3(0) = 0.3, x_4(0) = 0.67.$$

Les conditions initiales de système esclave sont :

$$y_1(0) = 0.1, y_2(0) = 0.2, y_3(0) = 0.1, y_4(0) = 0.2.$$

Les conditions initiales de l'estimé de a, b, c sont : $\hat{a} = 3, \hat{b} = 0.1, \hat{c} = 1$.

Les valeurs choisies de gains sont : $K_1 = 90, k_2 = 80, k_3 = 100, k_4 = 145$.

La figure (2.20) donnée la représentation sous Matlab/simulink et les figures (2.21, 2.22, 2.23, 2.24, 2.25 et 2.26) données les résultats de simulation :

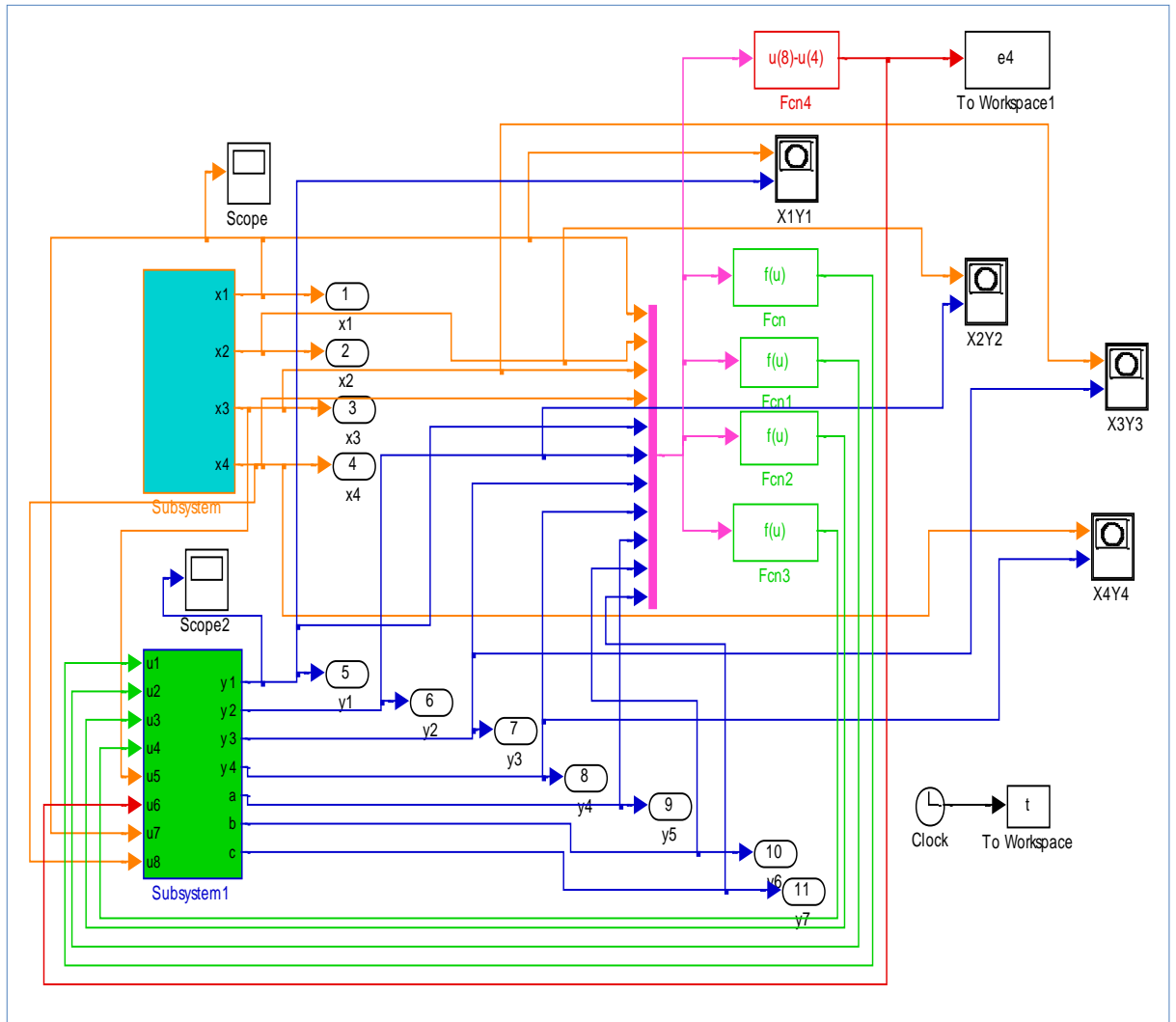


Figure 2.20. La représentation du système sous Matlab/simulink.

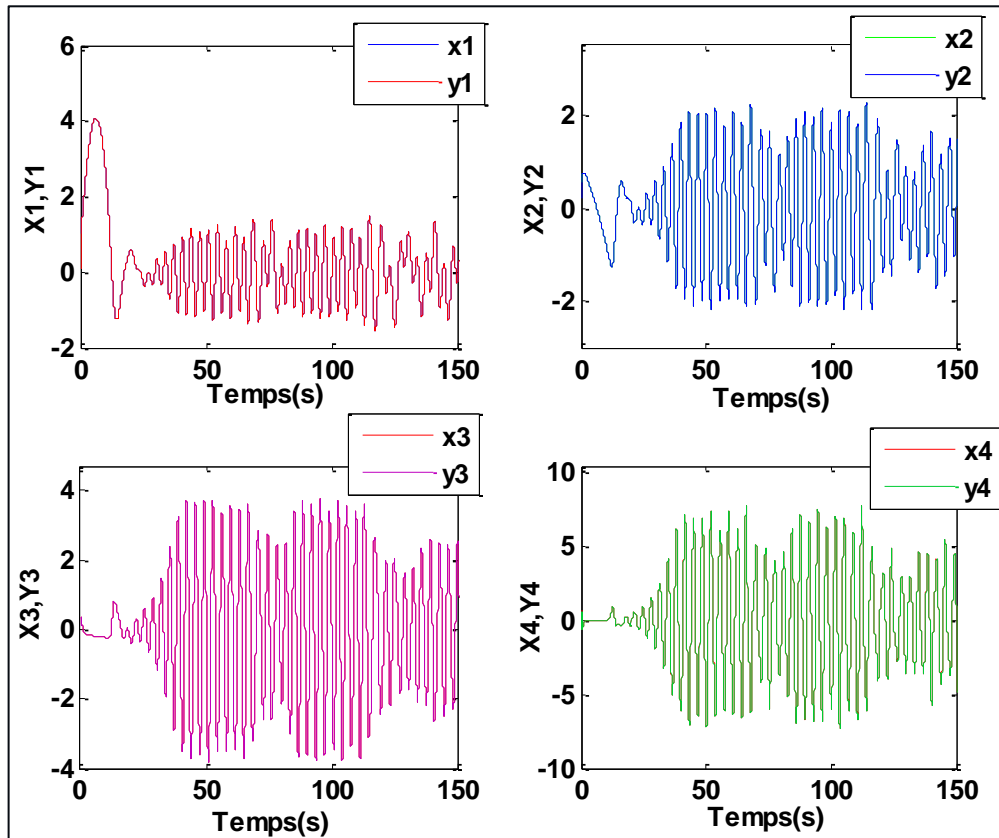


Figure 2.21. Les réponses temporelles du maître et de l'esclave.

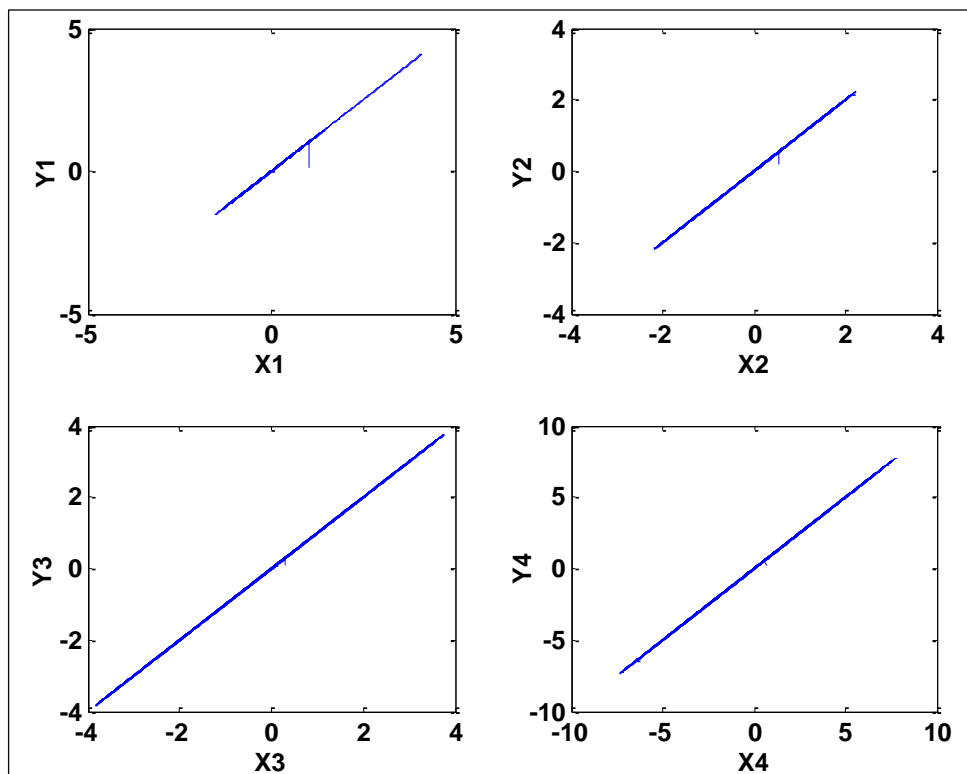


Figure 2.22. Les plans de $y_i = f(x_i), i = 1 \dots 4$.

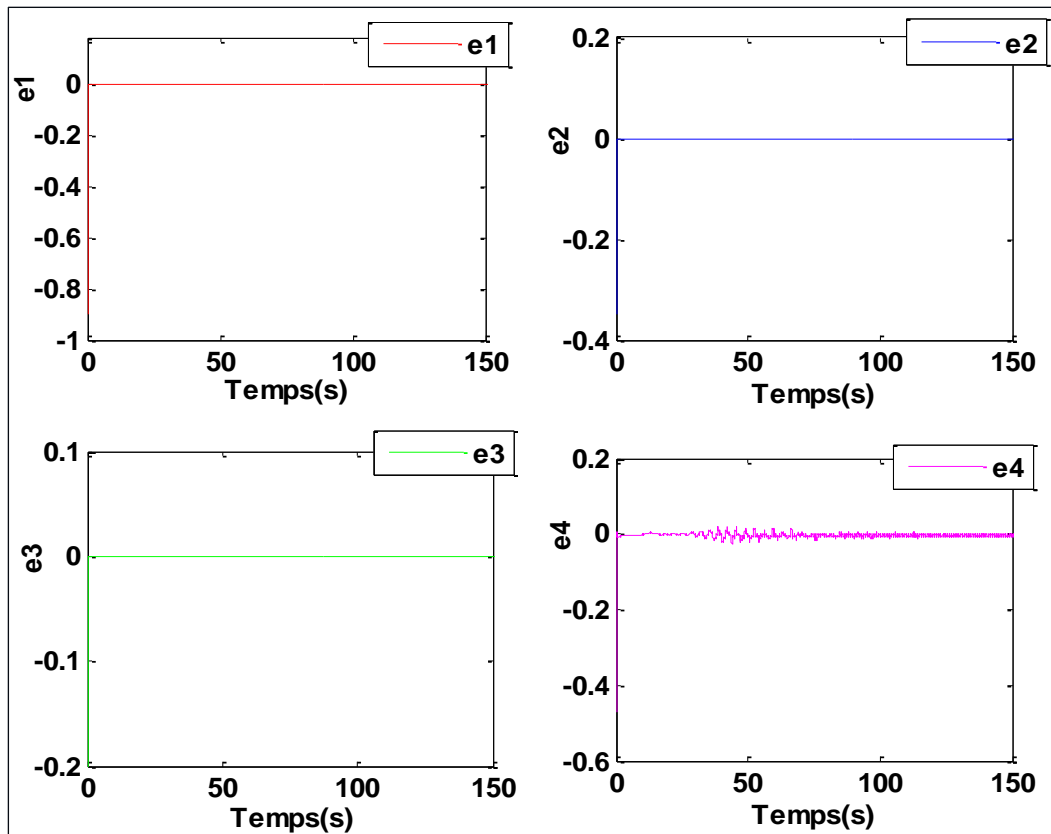


Figure 2.23. Les erreurs de synchronisation e_1 , e_2 , e_3 et e_4 .

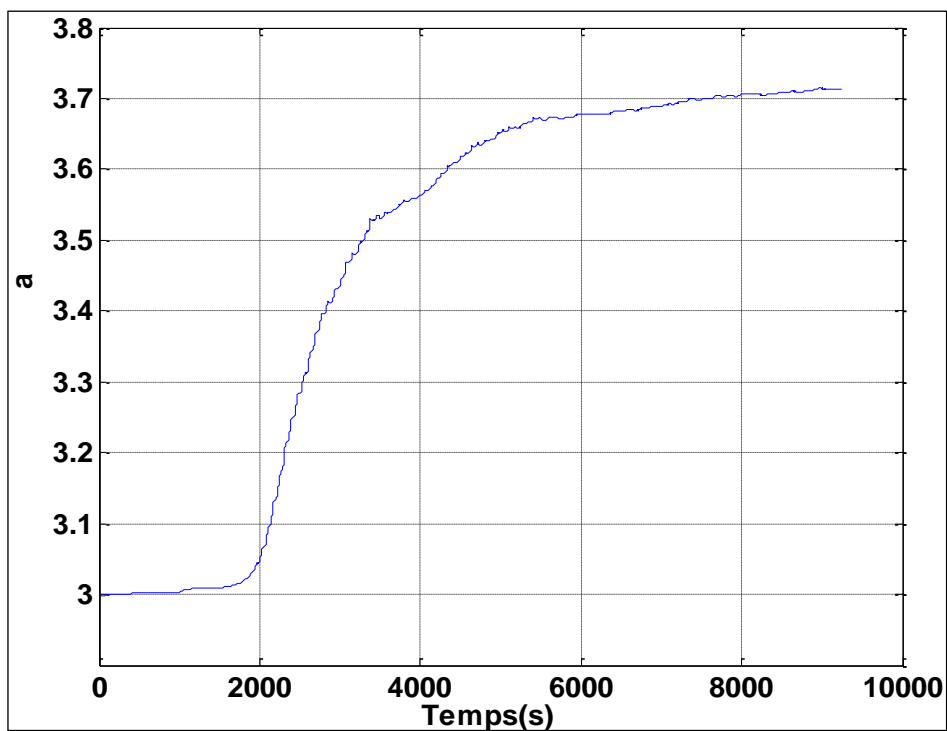


Figure 2.24. L'estimation du paramètre a .

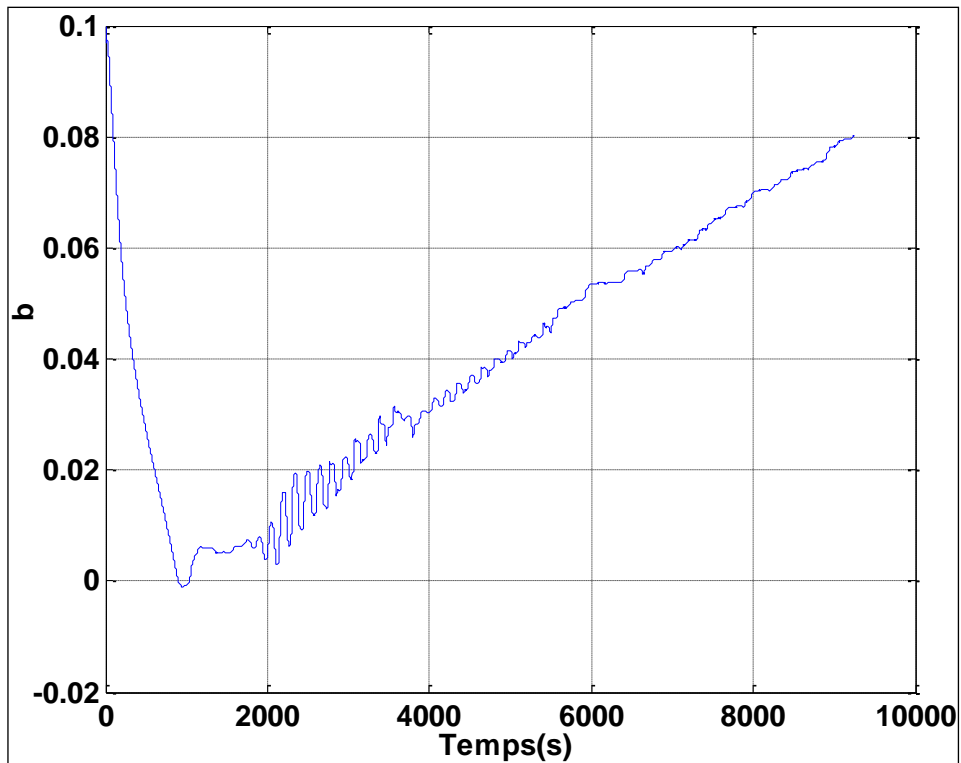


Figure2.25. L'estimation du paramètre b .

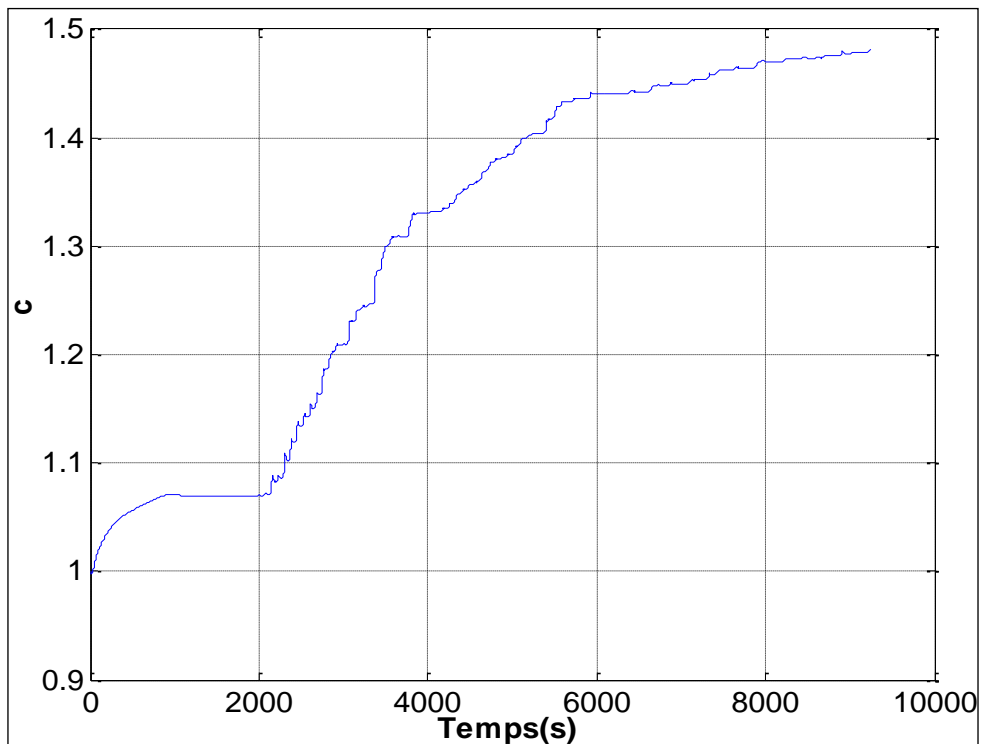


Figure2.26. L'estimation du paramètre c .

Les figures montrent l'efficacité du contrôle adaptatif. On remarque que le contrôleur calculé a parfaitement conduit le système esclave à suivre des trajectoires hyperchaotique du maître. De plus la stabilité est garantie puisque les lois de

commande sont tirées de la fonction de Lyapunov, ce qui assure une stabilité asymptotique.

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre on a défini la synchronisation et présenté les différentes méthodes de synchronisation qu'on a utilisé, la synchronisation par contrôle actif a montré son efficacité pour les systèmes hyperchaotique. Cependant, pratiquement l'ensemble des paramètres du système sont incertains et peuvent changer au cours du temps. Pour cela, on a proposé l'approche de synchronisation par contrôle adaptatif. Celle-ci a donné de bons résultats.

Chapitre 3 Synchronisation par observateur

3.1 Introduction

La synthèse d'observateur pour les systèmes linéaires est complètement caractérisée par des conditions nécessaires et suffisantes bien établies. En effet, les premiers travaux sur les observateurs, publiés vers les années soixante par Kalman [22] et Luenberger [23], s'intéressent aux systèmes linéaires invariants au cours de temps. Cependant, la plupart des procédés industriels possèdent des comportements non linéaires ce qui a incité les chercheurs à développer des observateurs non linéaires. Dans la plupart des applications, le procédé doit être contrôlé ou surveillé en temps réel et ceci nécessite de pouvoir accéder aux variations en fonction du temps des variables d'état. Cet accès n'est pas toujours possible soit par manque de capteurs appropriés ou par le coût élevé de certains de ces capteurs. Pour pallier à ce problème, un observateur d'état (un estimateur) est généralement utilisé pour reconstruire les variables d'état non mesurées.

3.2 L'observabilité

L'observabilité pour les systèmes non linéaires, dépend fondamentalement de l'entrée appliquée au système. Autrement dit, le système peut être observable, tout en admettant des entrées qui le rendent inobservable [24].

Dans ce contexte, L'observabilité du système non linéaires est caractérisée par le fait qu'à partir de la sortie mesurée, il faut être capable de discerner les différents états initiaux.

Les processus physiques sont très souvent représentés par des modèles non linéaires décrits sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (3.1)$$

Ou : $x \in R^n$ est le vecteur d'état, $y \in R^p$ est le vecteur de sortie.

3.2.1 Espace d'observabilité

Soit le système (3.1). L'espace d'observabilité, noté O , est le plus petit sous-espace vectoriel de fonction de R^n à valeur dans l'espace de sortie, contenant les sorties h_1, h_2, \dots, h_p et qui soit fermé sous l'opération de la dérivation de Lie par rapport au champ de vecteur $f(x, u)$, u étant fixé. On note dO l'espace des différentielles éléments de O .

3.2.2 Rang d'observabilité

On dit que le système (3.1) satisfait la condition le rang d'observabilité si,

$$\forall x \in v, \dim(dO) = n \leftrightarrow \text{rang}(dO) = n \quad (3.2)$$

Lorsqu'un système satisfait la condition de rang, alors ce système sera localement observable. Cette définition est équivalente à la définition ci-dessus.

3.2.3 Critères d'observabilité locale

Le système décrit par (3.1) est dit localement observable (ou observable au sens du rang), si pour un voisinage de x_0 il existe des entiers non négatifs (indices d'observabilité), l_1, l_2, \dots, l_p avec $l_1 + l_2 + \dots + l_p = n$, tel que dans R^n , la matrice (3.3) soit non singulière.

$$O = \left[l_f^0 \left(\frac{\partial h_1(x)}{\partial x} \right); l_f^1 \left(\frac{\partial h_1(x)}{\partial x} \right) \dots; l_f^{l_1-1} \left(\frac{\partial h_1(x)}{\partial x} \right); l_f^0 \left(\frac{\partial h_2(x)}{\partial x} \right) \dots; l_f^{l_2-1} \left(\frac{\partial h_1(x)}{\partial x} \right) \dots; \right. \\ \left. l_f^0 \left(\frac{\partial h_p(x)}{\partial x} \right) \dots; l_f^{l_p-1} \left(\frac{\partial h_p(x)}{\partial x} \right) \right] \quad (3.3)$$

La forme canonique d'observabilité (FCO) est donnée par l'équation (3.4).

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = f(x) \end{cases} \quad (3.4)$$

$$y = x_1$$

On prend le premier système chaotique de hyperjerk, donné par l'équation (1.4)

Ce système possède la FCO :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -x_1 - x_2 - ax_3 - x_1^4 x_4 \end{cases} \quad (3.5)$$

$$y = x_1$$

Pour étudier l'observabilité de ce système, en utilisant la dérivée de Lie qui est définie par l'expression suivante (équation 3.6) :

$$L_f h(x) = \sum_{i=1}^n f_i(x) \frac{dh}{dx_i}(x) \quad (3.6)$$

$$h = y = x_1$$

La matrice associée au système (équation 3.5)

On applique cette matrice sur le système de hyperjerk

On obtient la matrice suivant : $j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$|j| = \det(j) = 1$$

$\det(j) \neq 0$; Donc le système est observable.

3.3 L'observateur

L'observateur est un moyen de mesure « informatique » qui permet de retrouver tous les états d'un système en disposant du minimum d'information sur ces états.

L'observateur est basé sur le modèle du système avec un terme de correction en ligne qui dépend des mesures disponibles ; son but est la reconstruction de l'information. Le modèle est basé sur une représentation d'état du système et nous supposons que toute l'information, qui va être reconstruite, peut être bornée par les variables d'état. Généralement, le modèle considéré peut être en temps continu ou en temps discret, stochastique ou déterministe, de dimension finie ou infinie, régulier ou singulier.

L'observateur non linéaire est de différents types, en prenant deux types : observateur à grand gain et observateur à mode glissant.

3.3.1 L'observateur à grand gain

Un observateur de type grand gain est synthétisé pour une classe de système non linéaire uniformément observable [25], [26]. Le principe repose sur l'introduction d'un gain d'observation qui dépend d'un paramètre θ . Le nom « grand gain » est dû au fait que le gain de l'observateur est suffisamment grand pour affaiblir la non linéarité du système. Notons cependant qu'avec l'observateur à grand gain, le choix d'un paramètre suffisamment grand assure une convergence sûre et rapide, avec en contrepartie une grande sensibilité au bruit d'observation.

L'observateur à grand gain pour les systèmes non linéaires décrits par le modèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + f(x, u) \\ y = cx \end{cases} \quad (3.7)$$

La partie non linéaire f satisfait la propriété de Lipschitz par rapport à x , c'est-à-dire qu'il existe un réel strictement positif, appelé constante de Lipschitz de la fonction f et noté β tel que :

$$\|f(x, u) - f(\hat{x}, u)\| < \beta \|x - \hat{x}\|, \forall x, \hat{x} \in R^n \text{ et } \forall u \in R^m \quad (3.8)$$

L'observateur a la forme suivant :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + f(\hat{x}, u) + L(y - C\hat{x}) \quad (3.9)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation :

$$e = x - \hat{x} \quad (3.10)$$

Se déduit de (3.8) et (3.10) :

$$\dot{e} = (A - LC)e + f(u, x) - f(\hat{x}, u)$$

$$\|\dot{e}\| \leq \|(A - LC)e\| + \beta\|e\| \leq \|(A - LC)\| \|e\| + \beta\|e\|$$

$$\|\dot{e}\| \leq (\|(A - LC)\| + \beta)\|e\|$$

3.3.2 Observateur à modes glissants

Dans la théorie du contrôle robuste, la méthode du mode glissant est souvent pratiquée en raison de ses avantages inhérents, telles que la réalisation facile, la réponse rapide et une bonne performance transitoire ainsi que sa sensibilité aux incertitudes des paramètres et des perturbations externes [27], [28], [29], [30].

On considère le système hyperjerk 1 (équation 1.4)

D'après la FCO de (3.5), l'observateur triangulaire, à convergence étape par étape, est proposé par [31] :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_3 + \lambda_2 E_1 \text{sign}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) \\ \dot{\hat{x}}_3 = \hat{x}_4 + \lambda_3 E_2 \text{sign}(\tilde{x}_3 - \hat{x}_3) \\ \dot{\hat{x}}_4 = -x_1 - \hat{x}_2 - a\hat{x}_3 - x_1^4 x_4 + \lambda_4 E_3 \text{sign}(\tilde{x}_4 - \hat{x}_4) \end{cases} \quad (3.11)$$

$\hat{x}_i, i = 1 \dots 4$: Sont les variables reconstruites par l'observateur. E_2, E_3 et E_4 : Sont les constantes de convergence étape par étape. $E_i = 1$ si $\tilde{e}_i = \tilde{x}_i - \hat{x}_i = 0$, sinon

$$E_i = 0$$

Les variables auxiliaires $\tilde{x}_j, j = 2, 3$ et 4 sont données par :

$$\begin{cases} \tilde{x}_2 = \hat{x}_2 + \lambda_1 E_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \\ \tilde{x}_3 = \hat{x}_3 + \lambda_2 E_2 \text{sign}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) \\ \tilde{x}_4 = \hat{x}_4 + \lambda_3 E_3 \text{sign}(\tilde{x}_3 - \hat{x}_3) \end{cases} \quad (3.12)$$

L'équation de l'erreur est :

$$\begin{cases} e_1 = x_1 - \hat{x}_1 \\ e_2 = x_2 - \hat{x}_2 \\ e_3 = x_3 - \hat{x}_3 \\ e_4 = x_4 - \hat{x}_4 \end{cases} \quad (3.13)$$

L'équation de la dynamique de l'erreur :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{\hat{x}}_1 = x_2 - \hat{x}_2 - \lambda_1 \text{sign}(e_1) \\ \dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\hat{x}}_2 = x_3 - \hat{x}_3 - \lambda_2 E_1 \text{sign}(\hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}(e_1) - \hat{x}_2) \\ \dot{e}_3 = \dot{x}_3 - \dot{\hat{x}}_3 = x_4 - \hat{x}_4 - \lambda_3 E_2 \text{sign}(\hat{x}_3 + \lambda_2 \text{sign}(\hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}(e_1) - \hat{x}_2) - \hat{x}_3) \\ \dot{e}_4 = \dot{x}_4 - (-x_1 - \hat{x}_2 - a\hat{x}_3 - x_1^4 \hat{x}_4) - \lambda_4 E_3 \text{sign}(\hat{x}_4 + \lambda_3 \text{sign}(\hat{x}_3 + \lambda_2 \text{sign}(\hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}(e_1) - \hat{x}_2) - \hat{x}_3) - \hat{x}_4) \end{cases} \quad (3.14)$$

D'après le premier système, on a :

$$\dot{x}_4 = -x_1 - x_2 - ax_3 - x_1^4 x_4$$

Donc l'équation de l'erreur dynamique devient :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \lambda_1 \text{sign}(e_1) \\ \dot{e}_2 = e_3 - \lambda_1 \lambda_2 E_1 \text{sign}(e_1) \\ \dot{e}_3 = e_4 - \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 E_2 \text{sign}(e_1) \\ \dot{e}_4 = -e_2 - ae_3 - x_1^4 e_4 - \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 E_3 \text{sign}(e_1) \end{cases} \quad (3.15)$$

Schéma de l'observateur sous Matlab/Simulink, on propose le schéma de la figure (3.1) pour simuler le système1 et son observateur.

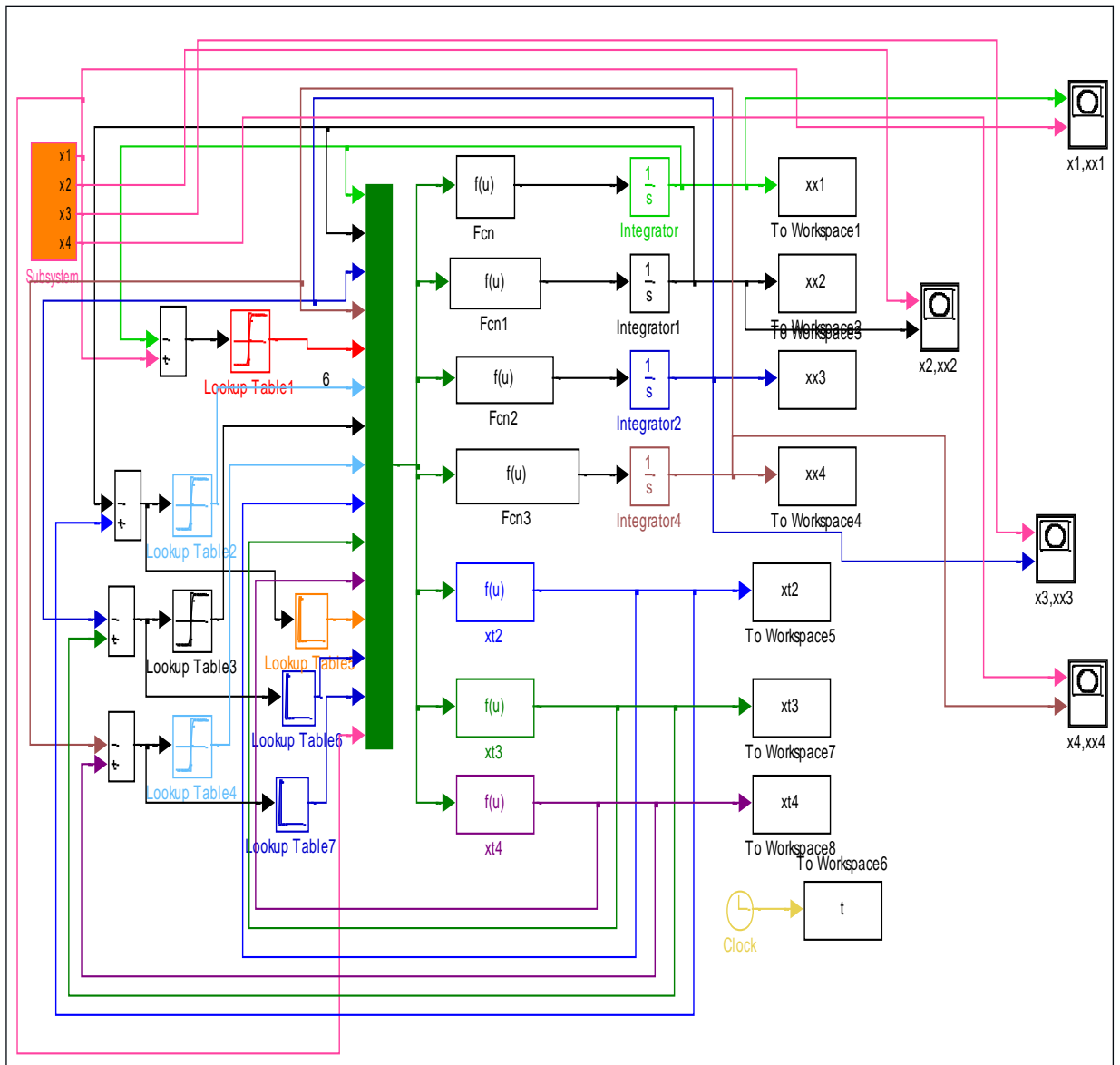


Figure3.1. Schéma de l'observateur .

On prend les paramètres de simulation ci-dessous :

Les conditions initiales du système maître :

$$x_1(0) = 0.9, x_2(0) = 0.71, x_3(0) = 0.4, x_4(0) = 0.9.$$

Les conditions initiales de l'observateur :

$$\hat{x}_1(0) = 0, \hat{x}_2(0) = 0, \hat{x}_3(0) = 0, \hat{x}_4(0) = 0 .$$

Les gains de l'observateur :

$$l_1 = 50, l_2 = 100, l_3 = 250, l_4 = 80.$$

On obtient les résultats donnés par les figures suivantes :

- Figure (3.2) : les réponses temporelles de x_i le maître et l'observateur $\hat{x}_i = xx_i$.
- Figure (3.3) : $\hat{x}_i = f(x_i), i = 1 \dots 4$.
- Figure (3.4) : les erreurs de synchronisation $e_i, i = 1 \dots 4$.

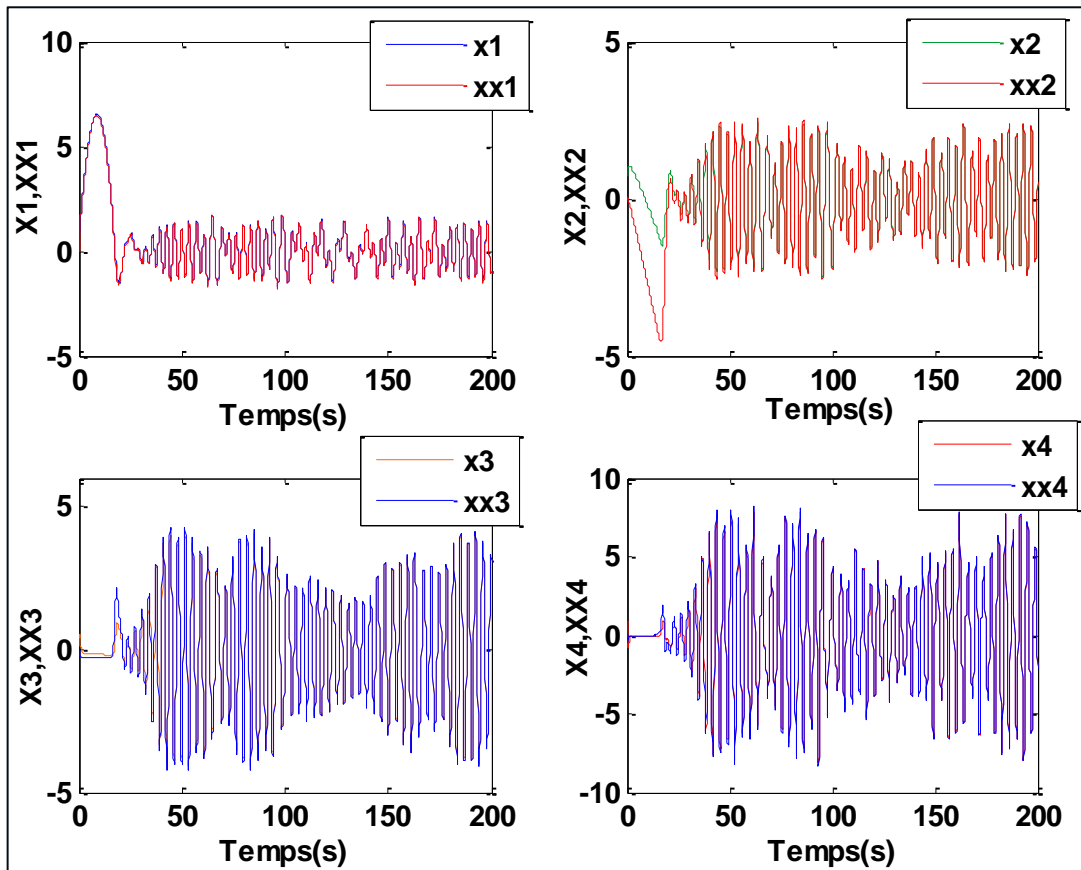


Figure 3.2. Les réponses temporelles du maître et d'observateurs.

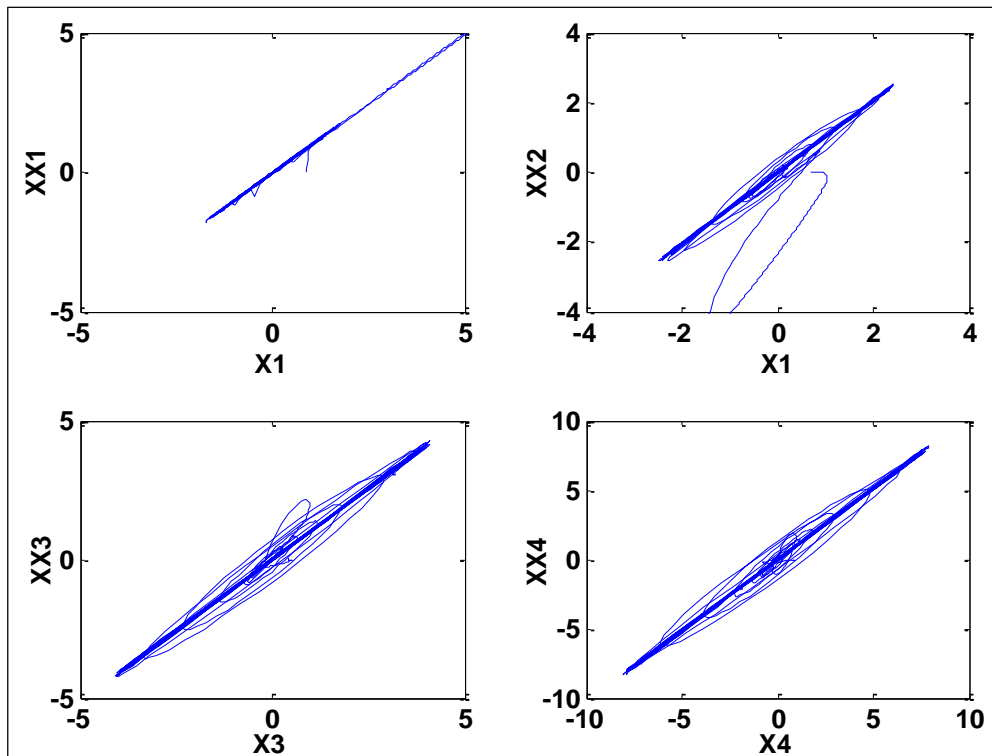


Figure 3.3. Les plans de $\hat{x}_i = f(x_i), i = 1 \dots 4$.

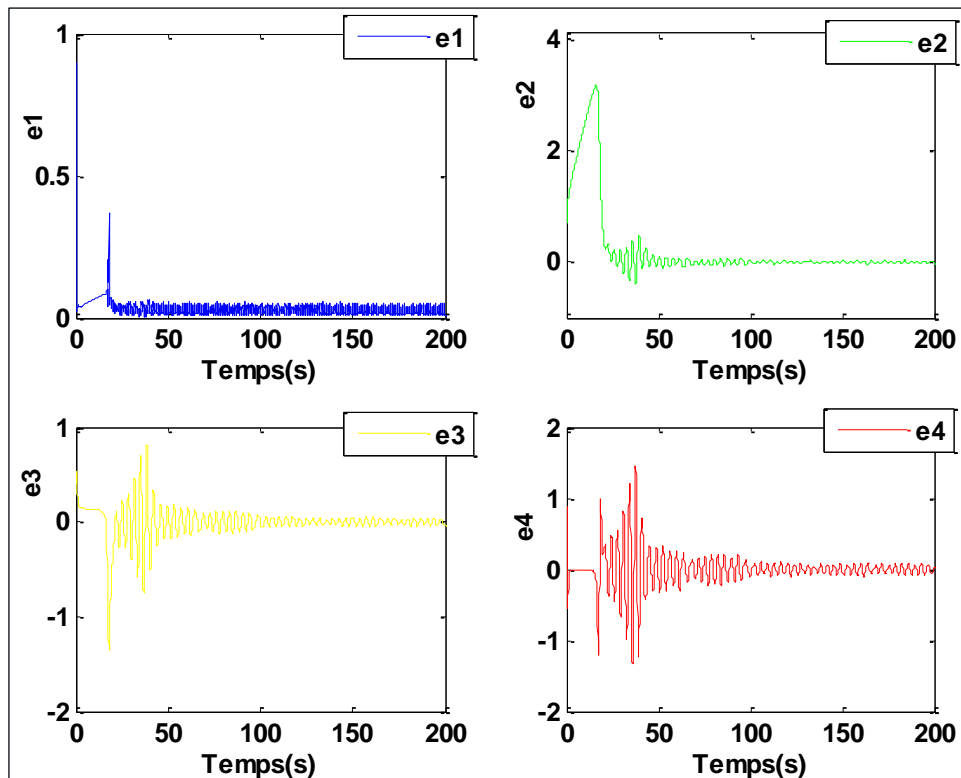


Figure 3.4. Les erreurs (e_1, e_2, e_3, e_4) de synchronisation.

-On remarque que les réponses temporelles sont identiques après la fin du régime transitoire. Cela est dû aux conditions initiales différentes. Les figures (3.3) donnant $x_i = \hat{x}_i = f(x_i); i = 1..4$ confirment ces résultats ; les signaux ont les mêmes valeurs en régime permanent.

- pour les signaux d'erreurs(e_1, e_2, e_3, e_4) tendent vers zéro, ceci est bien illustré par les graphes de la figure (3.4).

Pour un second choix des conditions initiales de maitre et de son observateur, données ci-dessous :

Les conditions initiales du système maitre sont :

$$x_1(0) = 1, x_2(0) = 0.75, x_3(0) = 0.2, x_4(0) = 0.8.$$

Les conditions initiales de l'observateur sont :

$$\hat{x}_1(0) = 0, \hat{x}_2(0) = 0, \hat{x}_3(0) = 0, \hat{x}_4(0) = 0.$$

Les gains de l'observateur :

$$l_1 = 150, l_2 = 80, l_3 = 100, l_4 = 200.$$

On obtient les résultats donnés par les figures suivantes :

- Figure (3.5) : les réponses temporelles de x_i le maitre et l'observateur.

$$(\hat{x}_i = x_i) .$$

- Figure (3.6) : $\hat{x}_i = f(x_i), i = 1 \dots 4$.
- Figure (3.7) : les erreurs de synchronisation $e_i, i = 1 \dots 4$.

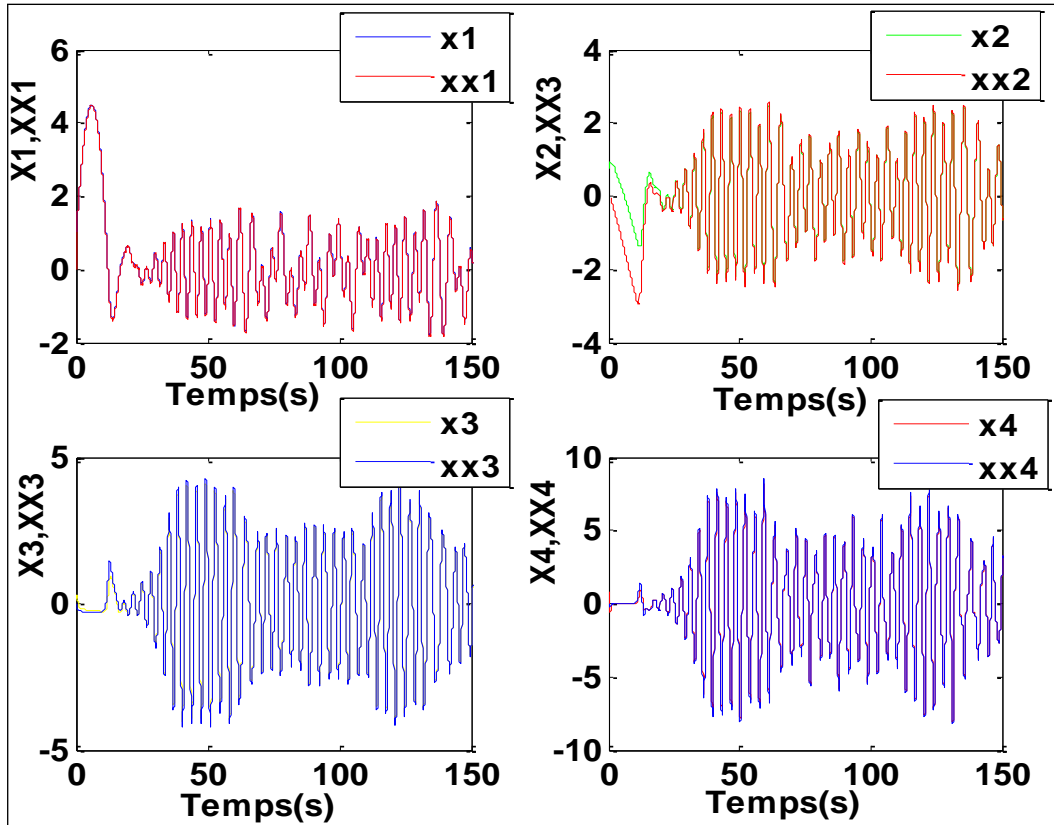


Figure 3.5. Les réponses temporelles de système.

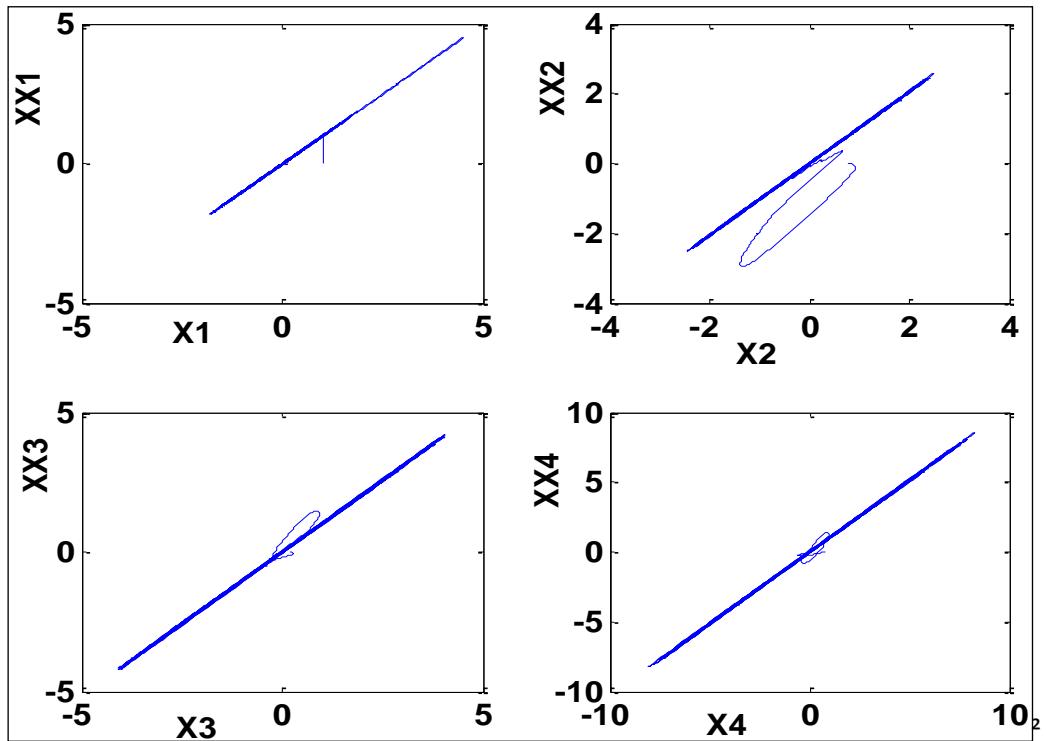


Figure 13. Les plans de $\hat{x}_i = f(x_i)$.

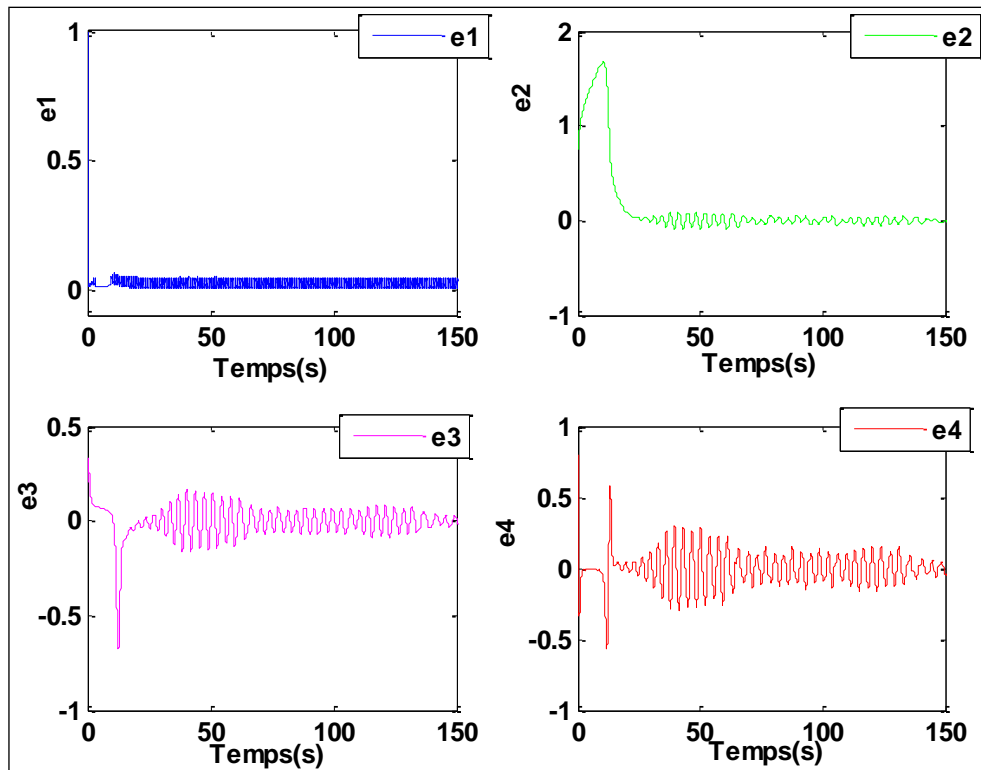


Figure 3.7. Les erreurs de synchronisation (e1, e2, e3, e4) de système.

3.4 Conclusion

Dan ce chapitre on a étudié l'observabilité de premier système hyperjerk ce forme canonique d'observabilité.

On définit l'observateur et on prenant le type d'observateur à mode glissants pour la simulation de premier système hyperjerk sous simulink et on obtient les réponses temporelles, les plans d'observateurs en fonction de maitre et l'erreur de synchronisation.

Chapitre 4 Implémentation de système hyperjerk1 sous System Generator

4.1 Introduction

Les progrès dans la capacité d'intégration des circuits électroniques ont ouvert de nouvelles perspectives pour les systèmes embarqués dans de nombreux domaines industriels et grands publique comme par exemple les télécommunications, les satellites, et l'instrumentation, etc. D'un côté, des processeurs spécifiques peuvent couramment effectuer des milliards d'opérations par seconde et d'un autre côté, des composants reprogrammables comportent plusieurs milliards de port logique. Ces circuits permettent de réaliser des applications avec des performances en termes de vitesse de traitement sans cesse croissantes [32].

4.2 Présentation de l'outil System Generator et du flot de conception Le logiciel Xilinx

4.2.1 Le bloc de système générateur

Le bloc System Generator permet de contrôler les paramètres du système et la simulation, et est utilisé pour appeler le générateur de code. Tous les modèles Simulink contenant les blocs de Xilinx doivent contenir au moins un bloc System Generator. Une fois ce dernier ajouté à un modèle, il est possible de spécifier la manière dont la génération de code et de simulation doit être manipulée (Figure 4.3).

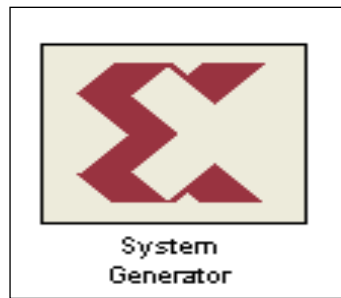


Figure 4.1. Le bloc System Generator.

4.2.2 Flot de conception ISE

Le logiciel Xilinx ISE est un outil de conception de circuit pour FPGA de Xilinx. Ce logiciel permet essentiellement d'effectuer les différentes étapes propres à la synthèse de circuits numériques sur FPGA. Il est alors possible d'en faire l'implémentation sur les différentes familles de puces fournies par Xilinx.

Pour se faire, il intègre différents outils à savoir [33] :

- Un éditeur de textes, de schémas et de diagrammes d'états.
- Un outil pour la vérification et la compilation VHDL et Verilog.
- Un outil pour la gestion des contraintes temporelles.
- Un outil pour la synthèse.
- Un outil de simulation qui fonctionne en collaboration avec un simulateur externe (exemple : ModelSim)
- Un outil pour l'implémentation (Translation, Mappage, Placement et routage).
- Un outil pour la génération du fichier de configuration (Bitstream).
- Un outil pour le chargement du Bitstream sur un FPGA ou un CPLD (ISE iMPACT).
- Un outil pour analyser et déboguer les signaux réels récupérés depuis le FPGA

ou CPLD (Chip Scope Pro).

La figure 4.1 représente l'interface Project Navigator de ISE 14.2 permettant l'accès à toutes les ressources d'un projet ainsi qu'aux outils de l'implémentation.

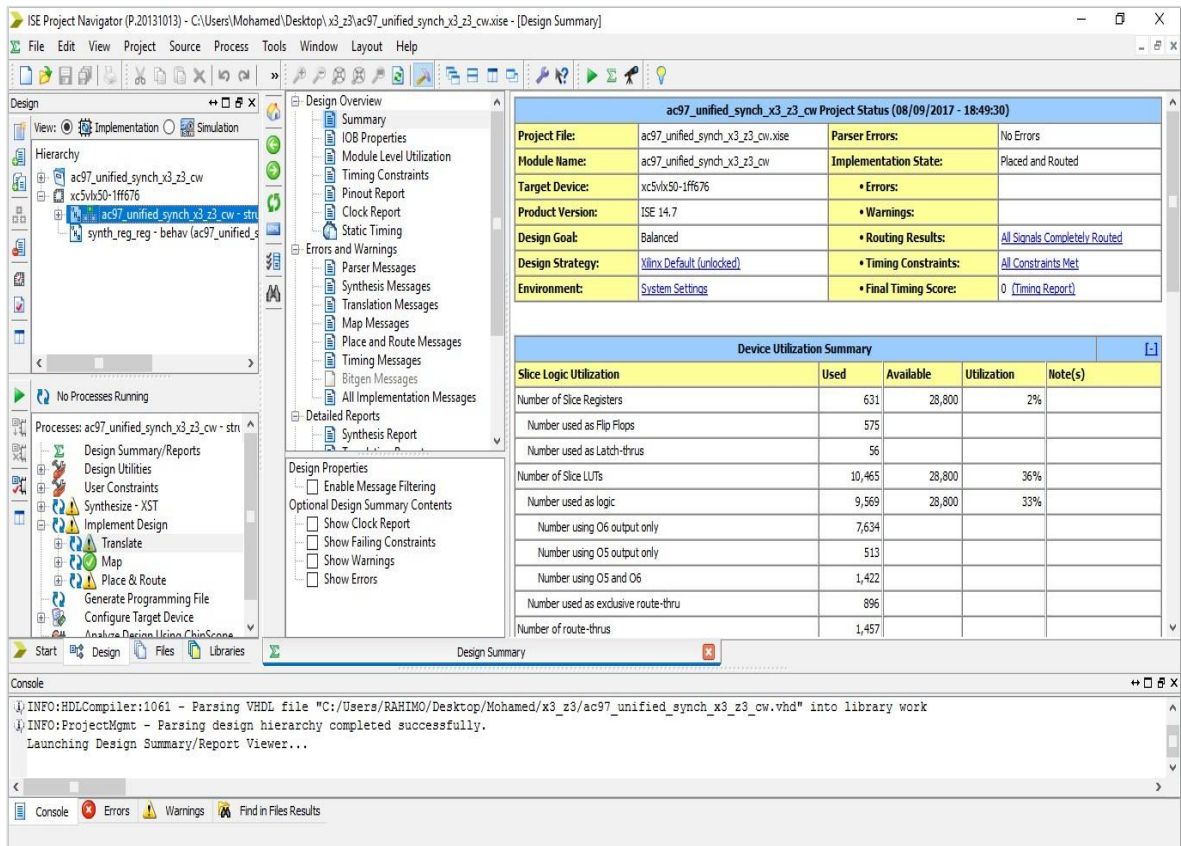


Figure 4.2. Interface Project Navigator ISE 14.2.

Les schémas sont capturés dans la modélisation de l'environnement DSP Simulink à l'aide de blocs spécifiques de Xilinx. Toutes les étapes en aval de la mise en œuvre FPGA y compris la synthèse sont automatiquement effectuées en vue de créer un fichier de programmation.

Un grand nombre de construction DSP sont fournis dans le jeu de blocs DSP de Xilinx pour Matlab Simulink (Figure4.2). Ces blocs comprennent les blocs de construction commune DSP tels que des additionneurs, des multiplieurs et des registres. D'autres blocs sont également inclus tels que les blocs FFT, filtres, etc...

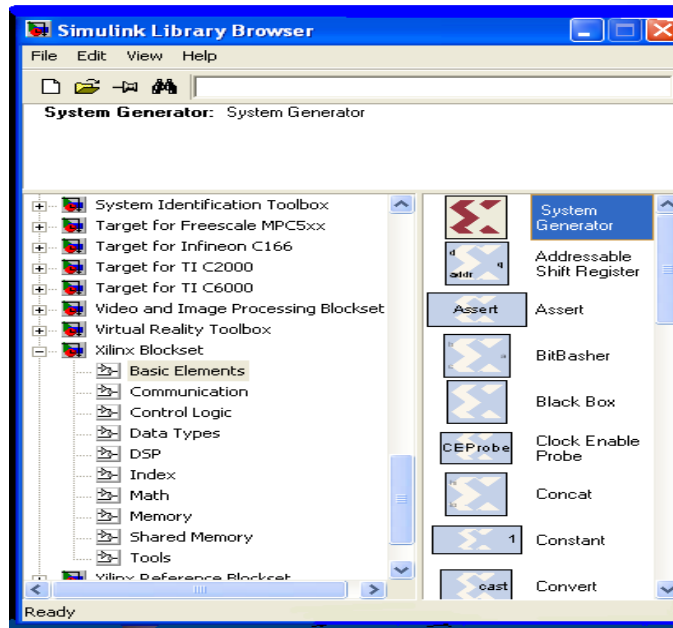


Figure 4.3. Blocs de Xilinx sous Simulink.

4.3 Simulation de système 1 sous system Generator

On a le système hyperjerk 1 défini au chapitre 1 par l'équation (1.4)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -x_1 - x_2 - ax_3 - x_1^4 x_4 \end{cases}$$

Certaines fonctions comme la fonction intégration n'étant pas disponible dans la bibliothèque de System Generator, nous les avons synthétisées à l'aide des blocs disponibles

La figure 4.4 représente ainsi l'implémentation de la fonction intégration en utilisant le schéma de discrétisation d'Euler.

$$x_i(k+1) = x_i(k) + f(x) * h \quad (4.1)$$

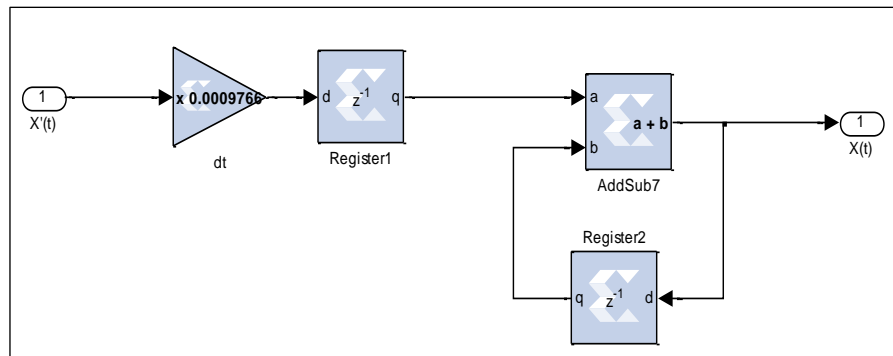


Figure 4.4. Implémentation de l'intégrateur.

Dans les sections suivantes, nous présentons les résultats de simulation sous system generator du système hyperjerk 1.

Dans la première partie, on a simulé le système 1 donné par l'équation (1.4) et on a comparé les résultats de simulation avec les résultats de chapitre 1.

Dans la deuxième partie, on a simulé l'observateur à mode glissant destiné au système 1.

Le schéma de simulation de système 1 (équation 1.4) sous System Generator est donné par la figure 4.5. Il formé de :

- 4 blocs multiplieur permettant de calculer $x_1^4 x_4$;
- 3 blocs additionneur-soustracteur ;
- 2 blocs amplificateur ;
- 4 blocs intégrateurs utilisant le schéma de la figure (4.4).

Le choix du format des nombres est 32.16. Il est formé comme suit :

- 1 bit de signe ;
- 15 bits pour la partie entière ;
- 16 bits pour la partie fractionnaire.

Remarque : ce choix a été fait par la méthode essai-erreur.

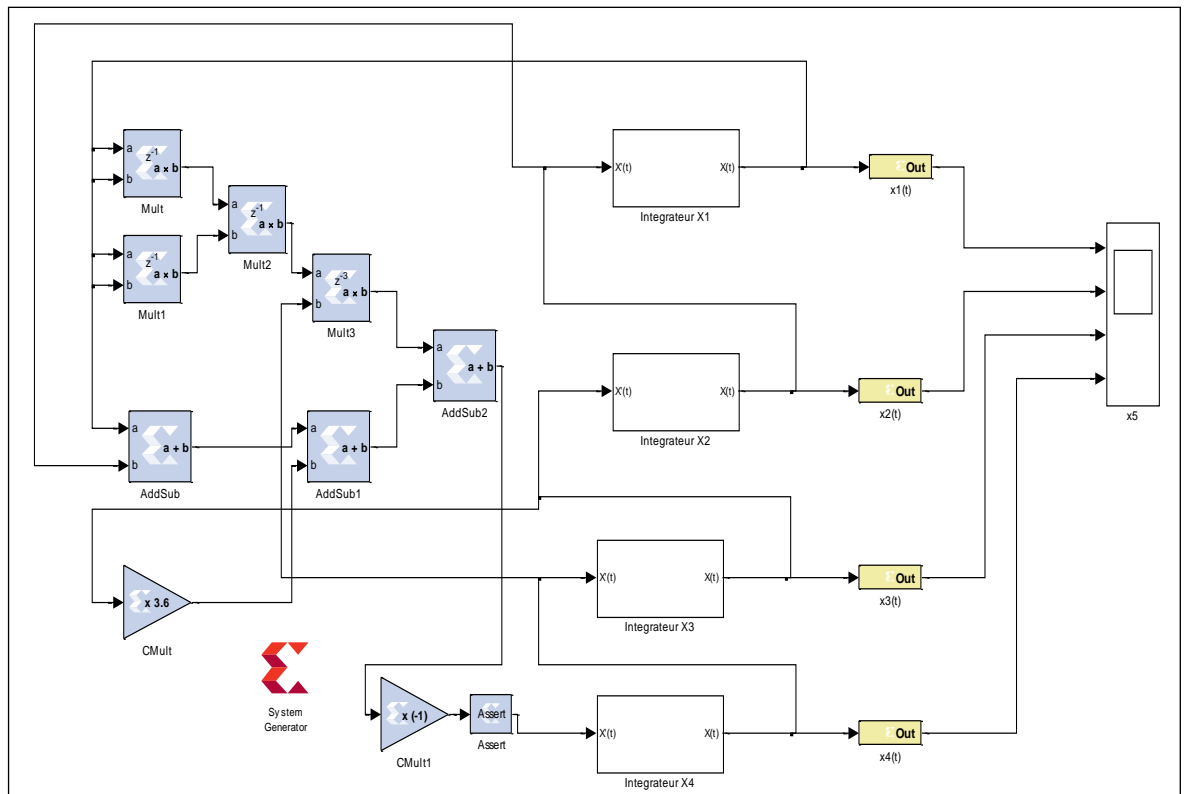


Figure 4.5. Représentation de premier système sous System Generator.

Les réponses temporelles sous System Generator sont données par la figure (4.6)

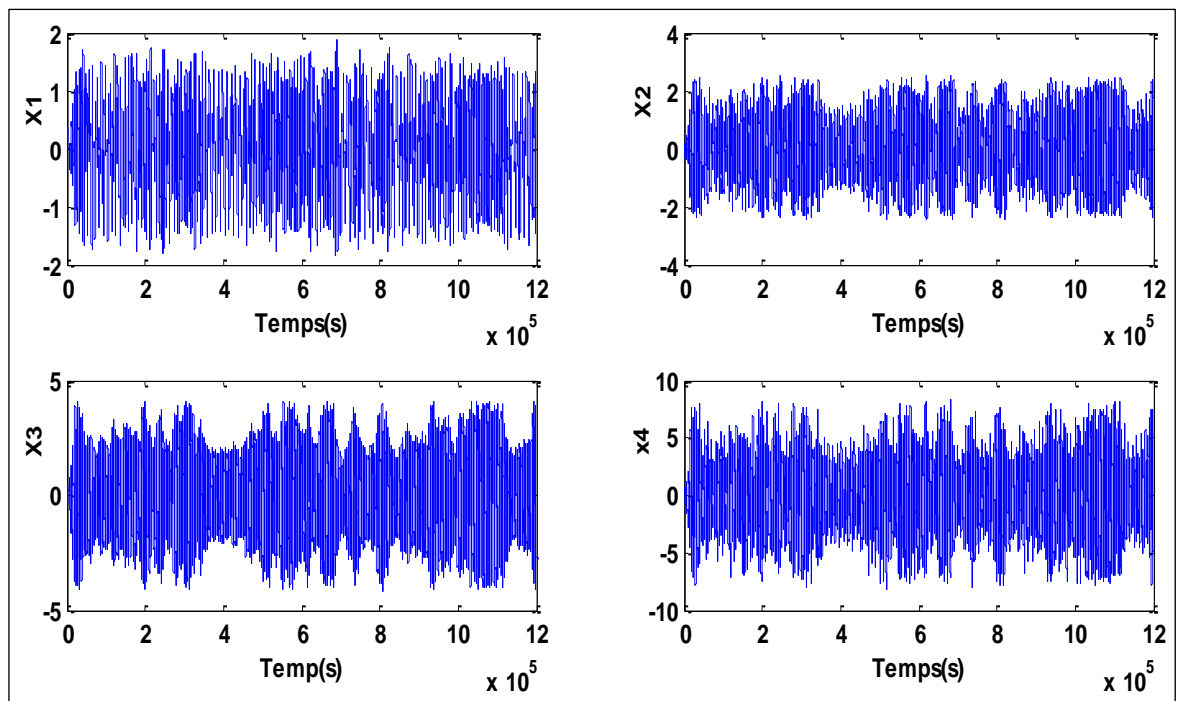


Figure4.6. La réponse temporelle du système 1 sous System Generator.

Les réponses temporelles sous Matlab/Simulink sont données par la figure (4.6)

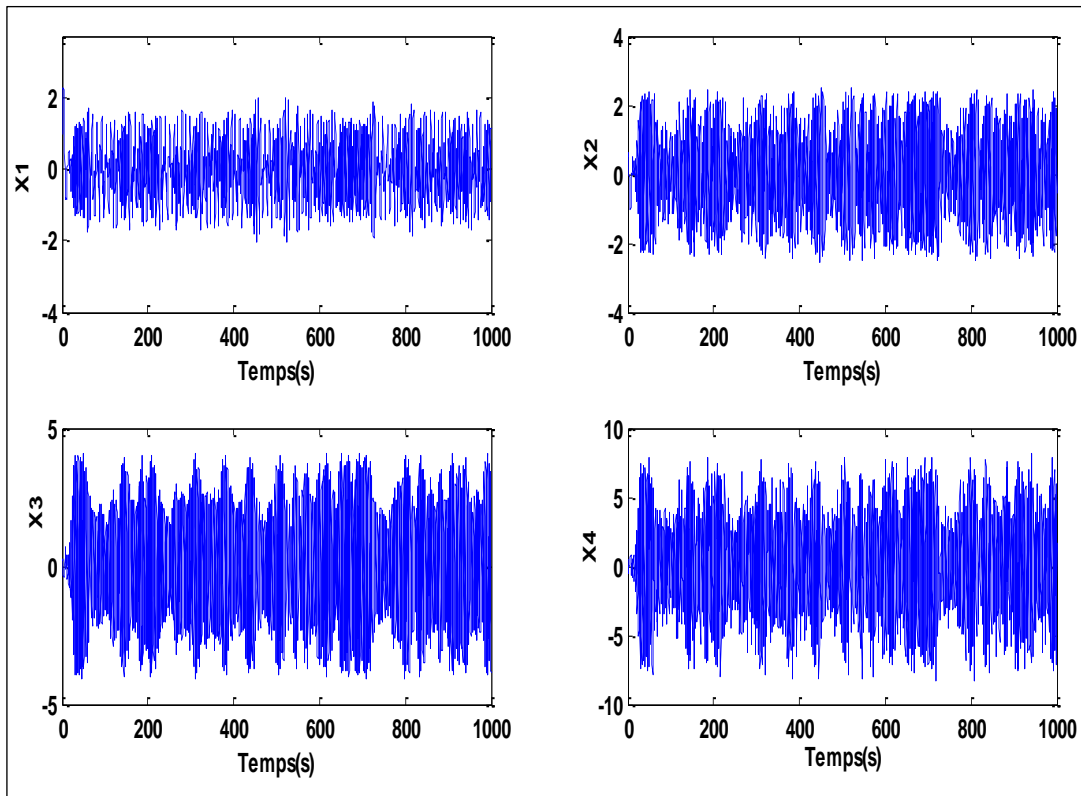


Figure 4.7. La réponse temporelle sous Matlab/Simulink.

Ces figures montrent une bonne concordance entre les résultats obtenus à l'aide de Matlab / Simulink et ceux fournis par System Generator.

Le schéma de simulation de l'observateur à mode glissant du système 1(équation 3.5) sous System Generator est donné par la figure 4.5. Il formé de :

- 1 sous système pour le calcul des variables estimées blocs $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \hat{x}_4$.
- 1 sous système pour calculer les variables auxiliaires $\tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4$.
- 1 sous système pour calculer les variables de convergence par étapes.
- 1 sous système pour calculer les erreurs e_1, e_2, e_3, e_4 .

Le choix du format des nombres est identique à celui du Maitre.

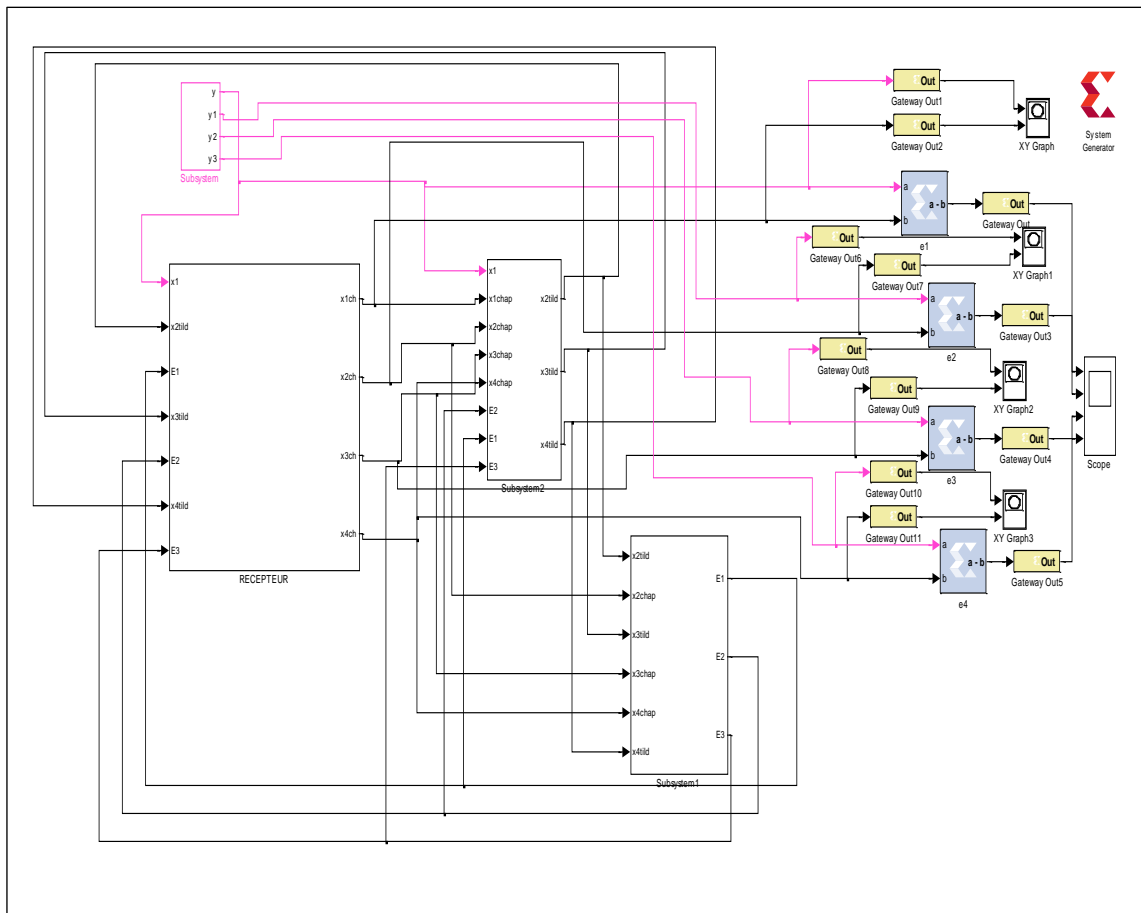


Figure 4.8. Représentation de l'observateur du système 1 sous System Generator.

Les réponses temporelles de l'observateur à mode glissant sous System Generator sont données par la figure (4.9).

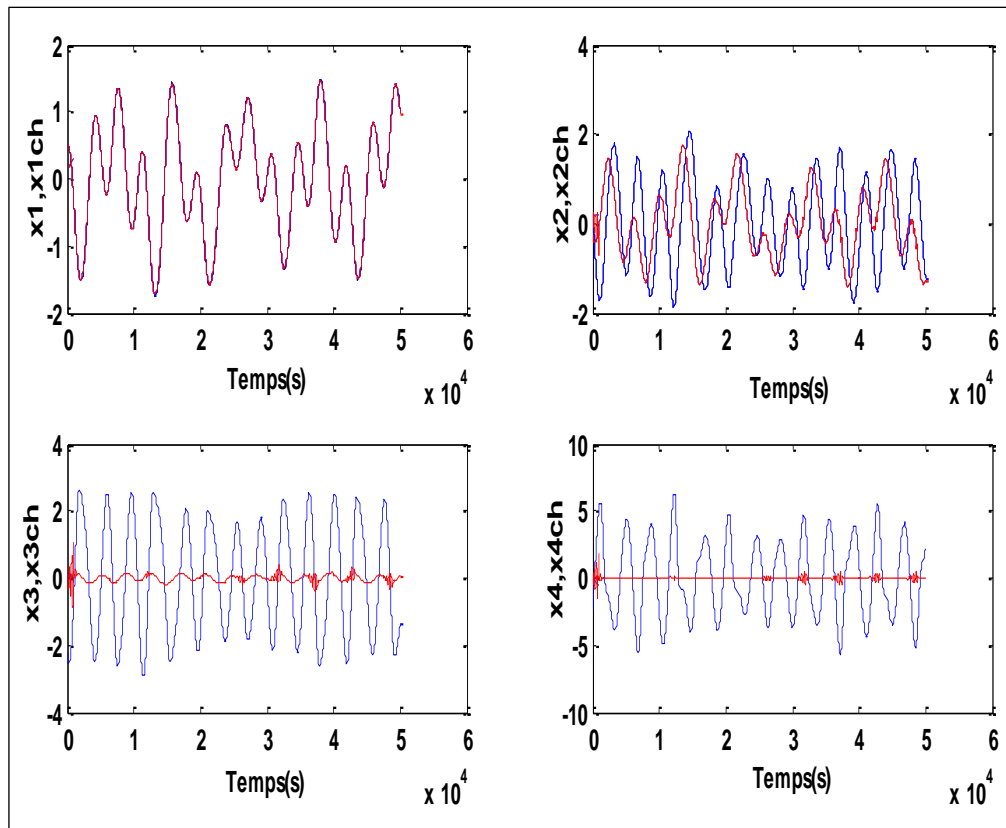


Figure 4.9. Réponses temporelles du système et de l'observateur.

On constate une superposition parfaite entre la variable x_1 et son estimée x_{1ch}

Pour les autres variables, la reconstitution est moins bonne ; cela est dû au choix des gains de l'observateur à mode glissant. Ce dernier est effectué par une méthode essai-erreur.

La figure 4.10 donne les erreurs d'estimation e_1, e_2, e_3, e_4 . e_1 D'amplitude très faible ce qui confirme le résultat précédent. Pour les autres e_2, e_3, e_4 leurs amplitudes sont plus importantes.

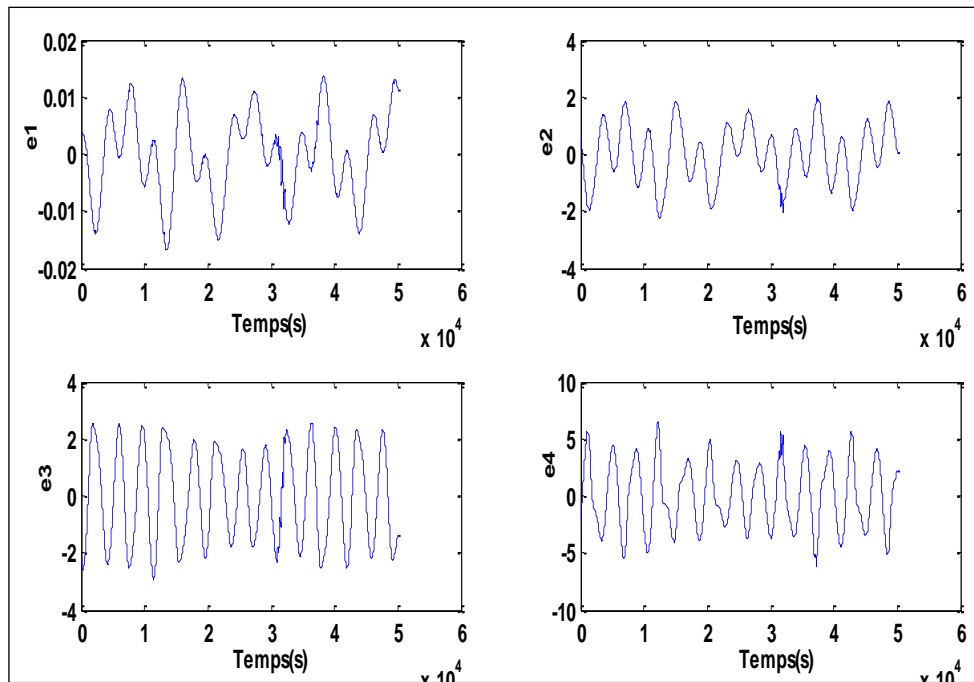


Figure4.10. Les erreurs de système maitre et du l'observateur.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre on a réalisé l'implémentation du système hyperjerk 1 et de son observateur à mode glissant. Pour l'intégrateur, le schéma de désertisation d'Euler est appliqué. Comme cet intégrateur n'est pas disponible, on a utilisé un schéma formé de blocs de base.

Le réglage des gains de l'observateur est effectué à l'aide d'une méthode essai-erreur.

Le système a fonctionné mais les résultats peuvent améliorés.

Conclusion générale

L'objectif de ce mémoire entre dans le cadre de la commande est la synchronisation maître-esclave des systèmes dynamiques chaotiques de type Hyperjerk.

Nous présentons dans le premier chapitre, quelques notions sur les systèmes dynamiques chaotiques et leurs propriétés fondamentales. On applique ces propriétés à l'analyse de deux systèmes chaotiques de type Hyperjerk, objet de notre étude. Dans le second chapitre, les lois de commande en vue de la synchronisation de deux systèmes chaotiques sont déterminées. Les approches utilisant une méthode du contrôle actif, l'autre par l'utilisation de fonction de Lyapunov et finalement par contrôle adaptatif sont appliquées.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude des observateurs non linéaires et ses différents types. Cependant, notre travail prend en considération l'observateur à mode glissant. Ce dernier a été appliqué au système Hyperjerk.

Nous avons validé notre travail par la simulation sous Matlab/Simulink et à l'aide de System Generator, en vue de l'implémentation sur carte FPGA. La comparaison des résultats obtenus, dans les deux cas, est satisfaisante. Elle fait ressortir que l'implémentation sur System Generator mérite d'être améliorée. Comme perspective ce travail on peut proposer l'implémentation sur carte numérique FPGA de différentes approches proposées ainsi que l'insertion et la récupération des messages pour une application en transmission sécurisée des données.

Bibliographie

- [1] E. CHERRIER, "Estimation de l'état et des entrées inconnues pour une classe de système non linéaires", thèse de doctorat, 2006.
- [2] C. Li, X. Liao K. W. Wong. "Chaotic lag synchronization of coupled time-delayed systems and its application in secure communication" systems & control letters, 1986: 133-142.
- [3] R. Mainieri, J. Rehacek. "Projective synchronization in three-dimensional chaotic" physical review letters, 1999: 3042-3045.
- [4] T. Yang, L.O. Chua. "Impulsive stabilization for control and synchronization of chaotic systems: theory and application to secure communication". IEEE transaction on circuits and systems 1: fundamental theory and application, 976-988: oct 1997.
- [5] H. Nijmeijer. "On synchronization of chaotic systems" IEEE 36 th conférence on decision and control CDC'97, 1997.
- [6] H. Nijmeijer, M. Y. Ivan. Mreels. "An observer looks at synchronization" IEEE transaction on circuits and systems: fundamental theory and application, vol.44 :882-890, 1997.
- [7] LORENZ, E. N. (1963). 'Deterministic Nonperiodic Flow' (Vol. 20). journal of the atmospheric.
- [8] E. N. LORENZ: 'The essence of chaos', University of Washington press: The Jessie and John Danz lecture Series, 1963.
- [9] Mr CHIKHI Mohamed Lazhar. 'Application des systèmes dynamiques chaotiques en transmission de données', MEMOIRE DE MAGISTER, université Saad dahleb Blida, juin 2012.
- [10] BENHABIB Chouaib. 'ETUDE D 'UN SYSTEME CHAOTIQUE POUR LA SECURISATION DES COMMUNICATIONS OPTIQUES', MASTER TELECOMMUNICATIONS, L'UNIVERSITE DE TLEMCCEN, Juin 2014.
- [11] V.I. OSELEDEC, "A multiplicative ergodic theorem: lyapunov characteristic numbers for dynamical systems", Trans. Mosc. Math. Soc 19 (1968), p. 197.

- [12] G. BENETTIN, L. GALGANI, A. GIORGILLI & J. M. STRELCYN, "Layapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for hamiltonian systems; a method for computing all of them. Part 1 : theory ", *Mecanica* 15 (1980), p. 9-20.
- [13] Mr Ikhlef Ameer. ' CONTROLE, CHAOTIFICATION ET HYPERCHAOTIFICATION DES SYSTEMES DYNAMIQUES'. MEMOIRE DE MAGISTER, université mentouri de Constantine, 2007.
- [14] Mr Ikhlef Ameer. ' CONTROLE, CHAOTIFICATION ET HYPERCHAOTIFICATION DES SYSTEMES DYNAMIQUES'. MEMOIRE DE MAGISTER, université mentouri de Constantine, 2007.
- [15] Hadj-youcef Brahim & Laazab Kheira, 'analyse des systèmes dynamiques chaotiques', mémoire d'ingénieur d'état en électronique université de Blida, 2011.
- [16] Bai, E., Lonngren, K.E, "Sequential synchronization of two Lorenz systems using active control," *Chaos Solitons Fractals*, Vol. 11, pp. 1041-1044, 2008.
- [17] Yassen, M.T, "Chaos synchronization between two different chaotic systems using active control," *Chaos Solitons Fractals*, Vol. 23 (1), pp. 131–140, 2005.
- [18] Khan M.A, 'Synchronization of different 3D chaotic systems by generalized active control', *J. Infor, Comp. Sci.*, Vol. 7 (4), pp. 272-283, 2012.
- [19] Tami Tahar, 'Implémentation sur carte FPGA d'un crypto système chaotique', école supérieure des transmissions, 2018.
- [20] Åström, K.J.; Wittenmark, B. 'Adaptive Control', Courier Corporation: North Chelmsford, MA, USA, 2013.
- [21] Park, J.H. 'Adaptive synchronization of hyperchaotic Chen system with uncertain parameters', *Chaos Soliton Fract.* 2005.
- [22] R.E. KALMAN. "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems ", *transactions ASME, journal basic engineering*, vol. 82: pp. 34-45, 1960.
- [23] D. LUENBERGER. "An Introduction to Observer ", *IEEE Transactions on automatic and control*, AC-16: pp. 596-602, 1971.
- [24] M. NADRI. "Observation et commande des systèmes non linéaires et application aux bioprocédés ". Thèse de doctorat, université Claude Bernard lyon-1, 2001.
- [25] J.P.Gauthier, H.Hammouri, et S. Othman. «A simple observer for nonlinear systems, application to bioreactors ». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 37, n 6, pages 875-888, 1992.
- [26] J.P.Gauthier et I. Kupka. « observability and observers for nonlinear systems ». *SIAM Journal Control and Optimization*, tome 32, n 4, pages 975-994, 1994

- [27] Feki, M. "Synchronization of chaotic systems with parametric uncertainties using sliding observers," *Int. J. of Bifurcat. Chaos*, Vol. 14 (7), pp. 2467-2475, 2004.
- [28] Li, X., Zhao, L., Zhao, G. "Sliding mode control for synchronization of chaotic systems with structure or parameters mismatching," *J. Zhejiang University Science*, Vol. 6 (6), pp 571-576, 2005.
- [29] Almeida, D.I.R., Alvarez, J., Barajas, J.G. "Robust synchronization of Sprott circuits using sliding mode control," *Chaos Solitons Fractals*, Vol. 30, pp. 11-18, 2006.
- [30] Sundarapandian, V. "Sliding controller design for the global chaos synchronization of identical hyperchaotic Yujun systems," *Intern. J. Adv. Info. Tech.*, Vol. 2 (4), pp 13-22, (2012).
- [31] Pr. Djemai, 'l'observateur à mode glissant', l'université Saad dahleb Blida, (CD), 2011.
- [32] D. SAPTONO, " conception d'un outil de prototypage rapide sur le FPGA pour des applications de traitement d'images " université de bourgogne, France ,2011.
- [33] M. Benrahmouni, M. Mousserati, "Implementation FAGA d'une transmission sécurisée par le système chaotique unifié ", Thèse de master, Université Saad dahleb Blida ,2016-2017.