

**LA MISE
EN FORME
DES MATIERES
PLASTIQUES**

J.-F. AGASSANT
P. AVENAS
J.-Ph. SERGENT

Approche
thermomécanique

Deuxième édition

leonsier
TEC
&
DOC

table des matières

Préface	III
Remerciements	V
Index des notations	XIX
PRÉAMBULE	1
LES ETAPES DE LA TRANSFORMATION	2
LA LOGIQUE DES PROCÉDES	2
<hr/>	
PARTIE A - RAPPELS DE MÉCANIQUE DES MILIEUX CONTINUS ; COMPORTEMENT NEWTONIEN ET PSEUDOPLASTIQUE	9
<hr/>	
A1 - DEFORMATION ET VITESSE DE DEFORMATION	11
1. Tenseur de déformation	11
1.1. Définitions intuitives de la déformation - 1.2. Notion de gradient du déplacement - 1.3. Rotation d'un élément de matière - 1.4. Définition du tenseur $[\epsilon]$ de déformation - 1.5. Le cisaillement simple et la symétrie du tenseur $[\epsilon]$ - 1.6. Variation de volume dans la déformation	
2. Tenseur vitesse de déformation	15
3. Equation de continuité	17
3.1. Conservation de la masse dans un écoulement - 3.2. Cas d'un milieu incompressible	
■ EXERCICES	19
1. Etude du cisaillement simple	19
2. Etude de l'élongation pure	20

A2 - CONTRAINTES ET EQUILIBRES DES FORCES	21
1. Tenseur des contraintes	21
1.1. Définitions intuitives des contraintes - 1.2. Le vecteur contrainte - 1.3. Le tenseur des contraintes - 1.4. Le tenseur d'une pression hydrostatique - 1.5. Le déviateur des contrain- tes	
2. L'équilibre dynamique	25
2.1. Equilibre des forces - 2.2. Equilibre des couples	
■ EXERCICES	28
■ CORRIGES	28
A3 - EQUATIONS GENERALES DE LA MECANIQUE	29
1. Cas général	29
2. Cas de l'incompressibilité	30
3. Problème plan	30
■ EXERCICE	31
■ CORRIGE	31
A.4 - LA VISCOSITE - LES EQUATIONS DE L'ECOULEMENT NEWTONIEN	32
1. La loi du comportement newtonien	32
1.1. La définition phénoménologique de newton (1687) - 1.2. Généralisation à trois dimensions - 1.3. Ecoulement en cisaillement simple	
2. Ordres de grandeur des forces mises en jeu	34
2.1. Unités de viscosité. Ordres de grandeur - 2.2. Le nombre de Reynolds - 2.3. Le rôle de la gravité	
3. Les équations de Navier-Stokes	35
4. Résolution des équations de Navier-Stokes	36
4.1. Approximations - 4.2. Solution numérique	
■ EXERCICES	40
■ CORRIGES	43
A.5 - LE COMPORTEMENT PSEUDO-PLASTIQUE	46
1. Description phénoménologique	46
2. Loi de comportement à 3 dimensions	48
3. Cisaillement simple	49
4. Ecoulement de Poiseuille tube	50

5. Ecoulements viscométriques	52
6. Méthodes de calcul dans des écoulements plus complexes	55
ANNEXE A.I. : FORMULAIRE	56
1. Formules en coordonnées cylindriques	56
2. Formules en coordonnées sphériques	57
ANNEXE A.II. : LES INVARIANTS D'UN TENSEUR	59
1. Rappels sur les tenseurs ; les invariants	59
2. Invariants utilisés en mécanique	60
ANNEXE A.III. : LES LIQUIDES VISQUEUX PROPREMENT DITS	62
1. Liquide newtonien	62
2. Le liquide de rivlin	62
3. Le liquide pseudo-plastique (loi puissance)	63
4. Le liquide pseudo-plastique quelconque	64
ANNEXE A.IV. : LA PHYSIQUE DE LA VISCOSITE	65
1. La théorie d'Eyring	65
2. Relation entre la masse moléculaire et la viscosité des polymères	68
3. La pseudoplasticité des polymères	72
4. La variation de la viscosité avec la température	74
5. La variation de la viscosité avec la pression	77
REFERENCES	79

PARTIE B - THERMIQUE ET ECHANGES DE CHALEUR DANS LES PROCÉDÉS 81

B1 - LES NOTIONS DE BASE DE LA THERMIQUE	83
1. Puissance de déformation	83
1.1. Calculs simples du travail de déformation - 1.2. Généralisation - 1.3. Puissance dissipée - 1.4. Cas des liquides newtoniens et pseudo-plastiques	
2. Equation de la chaleur	85
2.1. Bilan d'énergie au niveau microscopique - 2.2. Bilan d'énergie sur un volume fini	
3. Les conditions aux limites	87
4. Résolution de l'équation de la chaleur	89

B2 - REFROIDISSEMENT DES PIÈCES DANS LES MOULES, DANS L'AIR ET DANS L'EAU	92
1. Les problèmes posés	92
2. Equation de la chaleur	92
2.1. Dans un milieu immobile - 2.2. Dans un milieu en mouve- ment	
3. Profondeur de pénétration de la chaleur. Diffusivité ther- mique	93
3.1. Résolution de l'équation de la chaleur - 3.2. Profondeur de pénétration de la chaleur. Diffusivité thermique	
4. Température d'interface. Coefficient de partage superficiel (effusivité)	96
4.1. Résolution de l'équation de la chaleur dans le cas de l'accolement de deux milieux semi-infinis - 4.2. Applications	
4.3. Température d'interface avec convection	
5. Exemple d'application : Echauffement (ou refroidissement) d'une plaque	101
5.1. Extension du cas des milieux semi-infinis au cas des milieux d'épaisseur finie - 5.2. Conditions isothermes en parois - 5.3. Conditions convectives en parois	
 B3 - ECHAUFFEMENT PAR DISSIPATION VISQUEUSE DANS LES ECOULEMENTS .	108
1. Position du problème	108
2. Thermique de l'écoulement de Poiseuille tube - Cas où la température initiale du polymère est identique à la tempé- rature de régulation ; le nombre de Cameron	109
2.1. Analyse qualitative - 2.2. Les équations du problème - 2.3. Régime d'équilibre - 2.4. Régime adiabatique - 2.5. Régime transitoire - 2.6. Retour à la notion de régime ther- mique - 2.7. Application pratique	
3. Cas où la température initiale du polymère est différente de la température de régulation ; le nombre de Brinkman. .	117
3.1. Le régime transitoire - 3.2. Exemples d'application	
4. Généralisation au comportement pseudo-plastique	119
4.1. L'équation du problème - 4.2. Le régime d'équilibre - 4.3. Le régime transitoire	
5. Généralisation à d'autres types d'écoulements	123
5.1. Le cisaillement simple entre plaques - 5.2. L'écoulement de Poiseuille entre plaques	

ANNEXE B.I. : ECHANGES DE CHALEUR PAR CONVECTION	132
1. Convection libre et convection forcée	132
2. Le problème de Bénard (1900)	132
3. Les autres nombres sans dimension usuels	135
4. Les données physiques sur l'air et sur l'eau	136
5. Transfert par convection libre dans divers systèmes	138
6. La convection forcée	140
ANNEXE B.II. : ECHANGES DE CHALEUR PAR RAYONNEMENT	144
1. Le corps noir	144
2. Les corps non noirs	145
3. Echanges de chaleur entre deux corps gris par rayonnement	146
4. Exemple de détermination de coefficient de transfert thermique par rayonnement	147
ANNEXE B.III. : TABULATION DE LA FONCTION ERREUR	149
ANNEXE B.IV. : REFROIDISSEMENT DES FILMS DANS L'AIR OU DANS L'EAU	150
1. Position du problème	150
2. Résolution	151
3. Cas du refroidissement au contact de l'air	151
4. Cas de refroidissement au contact de l'eau	155
ANNEXE B.V. : ANALOGIE ENTRE CONTACTS THERMIQUES ET CONTACTS D'ÉCOULEMENTS VISQUEUX	158
1. Propagation du mouvement par viscosité	158
2. Contact entre deux liquides de viscosités différentes	158
REFERENCES	159

PARTIE C - L'ÉCOULEMENT DU POLYMÈRE FONDU DANS LES OUTILLAGES 163

C1 - LES MECANISMES DE MISE EN PRESSION DU POLYMERE FONDU	165
1. Position du problème	165
2. Analyse qualitative de quelques écoulements	165
2.1. Le patin de Rayleigh - 2.2. Contact entre deux cylindres	
2.3. Le patin de Reynolds	
3. Pic de pression créé par un rétrécissement brusque (Patin de Rayleigh)	167
4. Calcul de l'écoulement dans un entrefer variable	169
4.1. Les approximations de la lubrification hydrodynamique	
4.2. Les équations de Reynolds	

■ EXERCICE	172
C2 - ECOULEMENT DU POLYMERE DANS L'ENTREFER D'UNE CALANDRE	175
1. Présentation du calandrage	175
2. Analyse newtonienne	177
2.1. Validité des approximations de la lubrification hydrody-	
namic - 2.2. L'équation de Reynolds - 2.3. Calcul de la	
reprise d'épaisseur - 2.4. Calcul des efforts de calandrage -	
2.5. Analyse newtonienne sans symétrisation du bourrelet	
3. Analyse pseudo-plastique	182
3.1. Ecriture des équations de l'équilibre dynamique - 3.2.	
L'équation de Reynolds généralisée - 3.3. Intégration de	
l'équation de Reynolds généralisée et calcul des grandeurs	
macroscopiques du contact	
4. Les effets thermiques en calandrage	186
4.1. Résolution découplée des équations mécanique et thermi-	
que - 4.2. Couplage des résolutions mécanique et thermique	
C3 - ECOULEMENT DU POLYMERE DANS LES FILIERES D'EXTRUSION	192
1. Présentation des filières d'extrusion	192
2. Comment calculer ces écoulements ?	194
2.1. Les approximations de la lubrifications hydrodynamique -	
2.2. L'approximation de l'écoulement confiné - 2.3. Autres	
approximations mécaniques - 2.4. L'approximation de la tempé-	
rature moyenne	
3. La filière de tube	200
4. La filière de gainage de câbles	202
4.1. La zone axisymétrique - 4.2. La zone de répartition de	
la matière autour du poinçon	
5. La filière plate	204
6. La filière de soufflage de gaine	205
■ EXERCICES	208
■ CORRIGES	211
C4 - ECOULEMENT DU POLYMERE FONDU DANS LES MOULES	217
1. Présentation	217
2. Remplissage du moule de disque : Modèle newtonien	
isotherme	220
3. Modèle pseudo-plastique du remplissage du moule de disque	223
4. Modèle pseudo-plastique thermodépendant	225

■ EXERCICES	231
■ CORRIGES	232
ANNEXE C.I. : JUSTIFICATION DES APPROXIMATIONS DE LA LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE	236
REFERENCES	238

PARTIE D - L'EXTRUSION DES POLYMÈRES 241

D1 - DESCRIPTION GEOMETRIQUE DE L'EXTRUSION MONOVIS	243
1. Les différentes zones de l'extrudeuse	243
2. La géométrie de la vis	244
3. Description du chenal de la vis	245
3.1. Géométrie de l'hélice - 3.2. Chenal de la vis - 3.3. Déroutement du chenal de la vis	
4. L'approximation de la vis statique et du fourreau tournant	247
5. Vitesse relative du fourreau	249
6. L'extrudeuse de référence	249
D2 - LA ZONE D'ALIMENTATION DE L'EXTRUDEUSE	251
1. Le déplacement du polymère dans la zone d'alimentation . .	251
2. Description physique du frottement polymère-métal	251
3. Le principe de la vis d'Archimède	253
4. L'influence de la profondeur du filet sur la vitesse du solide	256
5. Le calcul du débit : angle de vis optimum	259
6. Le rôle d'une contre-pression	262
7. Les théories récentes	264
8. En conclusion	264
D3 - LA PLASTIFICATION DU POLYMERE DANS L'EXTRUDEUSE	266
1. Description physique des phénomènes	266
1.1. Les observations expérimentales - 1.2. La zone de "retard à la fusion" - 1.3. L'initiation de la plastifica- tion - 1.4. Le mécanisme de la plastification par l'arriè- re du filet	
2. Initiation du processus de plastification par l'arrière du filet	271

3. Calcul du processus de plastification par l'arrière du filet	272
3.1. Le débit de plastification - 3.2. Perturbation introduite par le jeu entre la vis et le fourreau - 3.3. Longueur de la zone de plastification : rôle de la compression	
4. Les théories récentes	280
5. Conclusions	281
■ EXERCICES	285
■ CORRIGES	288
 D4 - LA MISE EN PRESSION DU POLYMERE FONDU	 293
1. La zone de pompage de l'extrudeuse	293
1.1. Rappels de la géométrie - 1.2. Les équations de l'écoulement - 1.3. Etude de l'écoulement transversal - 1.4. Etude de l'écoulement longitudinal : notion de flux de cisaillement et de flux de contre-pression - 1.5. Retour sur la notion de zone de pompage	
2. La zone de compression de l'extrudeuse	301
2.1. Présentation - 2.2. Calcul simplifié de la zone de compression - 2.3. Perturbation introduite en supposant la vis mobile et le fourreau fixe - 2.4. Prise en compte de la présence du lit solide	
3. Perturbation introduite par l'existence d'une fuite entre l'arête de filet et le fourreau	306
4. Etude des phénomènes thermiques lors de l'écoulement du polymère fondu dans l'extrudeuse	307
5. Synthèse sur la mise en pression du polymère dans l'extrudeuse	310
6. Conclusions	311
■ EXERCICE	313
■ CORRIGE	314
 D5 - MODELE D'ENSEMBLE DE L'EXTRUSION MONOVIS	 319
1. Introduction	319
2. Exemples de résultats	320
2.1. Extrudeuse de référence - 2.2. Autre exemple de résultat	
3. Conclusions	324

ANNEXE D.I. : CALCUL SIMULTANE DE LA PLASTIFICATION DU POLYMERE SOLIDE ET DE LA MISE EN PRESSION DU POLYMERE FONDU DANS LA ZONE DE COMPRESSION D'UNE EXTRUDEUSE 326

ANNEXE D.II. : PERTURBATION DE L'ECOULEMENT DANS LA ZONE DE POMPAGE INTRODUITE PAR L'EXISTENCE D'UN JEU ENTRE L'ARETE DE FILET ET LE FOURREAU 328

REFERENCES 332

PARTIE E : MÉCANIQUE DES ÉTIRAGES : FABRICATION DES FIBRES ET FILMS 335

E1 - ETIRAGE D'UN LIQUIDE 337

1. Expérience de Trouton - Notion de viscosité élongationnelle 337

2. Un écoulement élongationnel établi : le filage textile . . 339

3. Première approche de l'étirage d'un fluide newtonien isotherme 340

3.1. Hypothèse cinématique - 3.2. Les équations du problème - 3.3. Résolution des équations - 3.4. Exemples d'application - 3.5. Test des différentes approximations effectuées

4. Approche viscoélastique du filage textile isotherme . . . 345

4.1. Les équations du problème - 4.2. Les équations adimensionnelles - 4.3. Méthode de résolution - 4.4. Résultats

5. Modélisation du filage à l'air 349

5.1. Modifications des équations de la mécanique - 5.2. Les équations thermiques - 5.3. Résolution couplée des équations de la mécanique et de la thermique - 5.4. Résultats

E2 - NOTIONS DE BI-ETIRAGE ; APPLICATION A L'EXTRUSION DU FILM A PLAT. 358

1. Bi-étirage d'une éprouvette liquide. Comportement newtonien 358

2. Le procédé d'extrusion de film à plat 359

3. Les équations mécaniques du problème 360

3.1. Le champ de vitesse - 3.2. Les conditions aux limites en contraintes - 3.3. Les équations de l'équilibre dynamique

4. Modèle newtonien isotherme 364

4.1. Le tenseur des contraintes - 4.2. Les équations de l'étirage du film - 4.3. Calcul du rétrécissement du film - 4.4. Calcul du champ de vitesse et de l'évolution d'épaisseur du film - 4.5. Exemple de résultat

5. Conclusion	370
■ EXERCICES	371
■ CORRIGES	372
E3 - LE SOUFLAGE DE GAINÉ	379
1. Description du procédé	379
2. Géométrie de la bulle	380
3. Cinématique de la bulle	382
4. Mécanique de la bulle	382
4.1. Contraintes principales - 4.2. Equilibre dans le sens de l'étirage et contraintes méridiennes - 4.3. Equilibre des forces suivant la normale au film - 4.4. Ordre de grandeur des contraintes	
5. Le modèle newtonien	386
5.1. Le choix de la loi de comportement - 5.2. Les équations du soufflage de gainé newtonien - 5.3. Modèle explicatif du soufflage de gainé	
6. Différentes formes de bulles	389
REFERENCES	391

PARTIE F : LA VISCOÉLASTICITÉ ET SON RÔLE DANS LES PROCÉDÉS 393

F1 - VISCOELASTICITE DES LIQUIDES	395
1. Phénomènes physiques	395
1.1. Gonflement en sortie de filière - 1.2. Effet Weissenberg	
1.3. Dépendance du comportement par rapport au temps	
2. Loi de comportement à une dimension	398
2.1. Généralités sur les modèles viscoélastiques linéaires -	
2.2. Le comportement d'un élément de Maxwell	
3. Différences de contraintes normales	403
4. Interprétation du gonflement en sortie de filière	405
5. Interprétation moléculaire	407
5.1. Dépendance du comportement par rapport au temps - 5.2. Différences de contraintes normales	
6. Loi de Maxwell tensorielle	409
6.1. Dérivation convective par rapport au temps - 6.2. Loi de Maxwell - 6.3. Nombres sans dimension viscoélastiques	

7. Les autres lois de comportement viscoélastique	414
7.1. Les différents types de lois viscoélastiques - 7.2. Les critères de choix d'une loi de comportement viscoélastique	
8. Les calculs viscoélastiques	417
■ EXERCICES	420
■ CORRIGES	422
F2 - MESURE DES CONSTANTES VISCOELASTIQUES DES LIQUIDES	434
1. Introduction	434
2. Le rhéomètre cône-plan	434
2.1. Hypothèse cinématique - 2.2. Les fonctions viscométriques - 2.3. Equilibre dynamique du système - 2.4. approximation - 2.5. Exemple de résultat - 2.6. Autres modes de fonctionnement	
3. Le rhéomètre orthogonal	443
3.1. Cinématique et principe du rhéomètre orthogonal - 3.2. Comportement viscoélastique général - 3.3. Comportements simples	
4. La balance rhéomètre	448
F3 - INSTABILITE DES ECOULEMENTS VISCOELASTIQUES	450
1. Description des instabilités	450
2. Interprétation de l'instabilité d'étirage	452
2.1. Cas d'un fluide newtonien isotherme - 2.2. Influence du refroidissement - 2.3. Influence de la viscoélasticité	
3. Les phénomènes liés à l'apparition des instabilités d'écoulement en sortie de filières	455
3.1. Visualisation des lignes d'écoulement dans un convergent	
3.2. Visualisation du champ des vitesses dans le capillaire -	
3.3. Relation débit-pression en rhéomètre capillaire - 3.4. Birefringence d'écoulement	
4. Interprétations des instabilités d'extrusion	460
4.1. Stabilité de l'écoulement de Poiseuille - 4.2. Etat de haute élasticité - 4.3. Rupture à l'état liquide - 4.4. Glissement - Adhesion - 4.5. Ajustement de vitesse en sortie de filière - 4.6. Fonction d'écoulement non-monotone - 4.7. Oscillation de relaxation - 4.8. Instabilité des écoulements secondaires	
5. Critères d'apparition des instabilités d'extrusion	464
5.1. Cission critique - 5.2. Nombre de Weissenberg	

ANNEXE F.I. : LA DERIVATION CONVECTIVE	466
1. Introduction	466
2. Définition d'un repère curviligne	466
3. Définition d'une grandeur tensorielle dans un repère curviligne	467
4. Dérivation d'une grandeur tensorielle par rapport au temps	469
ANNEXE F.II. : LE MODELE DE L'HALTERE ELASTIQUE	477
1. L'intérêt du modèle	477
2. Description du modèle	477
3. Déformation de l'haltère élastique dans un cisaillement simple	478
4. Généralisation à un gradient de vitesse quelconque	483
5. Déformation d'une macromolécule dans un gradient longitu- dinal de vitesse	484
6. Conclusion	486
REFERENCES	487