

MODÉLISATION DES COQUES MINCES ÉLASTIQUES

Ph. DESTUYNDER

MASSON



PHYSIQUE FONDAMENTALE ET APPLIQUÉE

TABLE DES MATIÈRES

(Contents, see p. 8)

Avant-propos.....	9
Orientation	11
I. Généralités. Formulations variationnelles du modèle de l'élasticité	15
II. Éléments de géométrie différentielle pour les surfaces	19
Lignes de coordonnées et paramétrisation.....	19
Dérivation d'une fonction scalaire définie sur ω	23
Dérivation d'un champ de vecteurs sur ω	24
<i>Dérivée d'un champ de vecteurs tangents à ω</i>	26
<i>Dérivée d'un champ de vecteurs normaux à ω</i>	29
Caractérisation des surfaces de \mathbb{R}^3	32
Caractérisation géométrique des mouvements d'une surface ω	33
Calcul de la dérivée d'un champ de vecteurs défini sur une coque	34
<i>Calcul de la dérivée d'une fonction réelle définie sur Ω^ε</i>	35
<i>Calcul de la dérivée d'un champ de vecteurs défini sur Ω^ε</i>	36
Intégration volumique (sur Ω^ε)	39
Expression de la divergence d'un champ de vecteurs sur une surface ω	40
Expression de la divergence d'un champ d'endomorphismes sur une surface ω	42
Exercices	43
III. Les hypothèses cinématiques de KIRCHHOFF-LOVE.....	49
Variations du tenseur métrique dans une évolution de la surface ω ...	52
Variations du tenseur métrique dans des feuilletés parallèles à la surface moyenne de la coque.....	54
Le théorème du mouvement rigide de KOITER	56
Différentes expressions approchées du tenseur de changement de courbure	57
Conditions aux limites portant sur un champ de déplacements de KIRCHHOFF-LOVE.....	58
<i>Cas d'un encastrement</i>	58
<i>Cas d'un appui simple</i>	59
Exercices	60

IV. Le modèle de coque de KIRCHHOFF-LOVE	63
Formulation des hypothèses de KIRCHHOFF-LOVE.....	63
Formulation du modèle de KIRCHHOFF-LOVE	65
Calcul de la contrainte plane et du champ de déplacements d'un modèle de KIRCHHOFF-LOVE	65
Calcul du cisaillement transverse	67
Calcul du pincement	70
En résumé.....	72
Exercices	73
V. Les modèles simplifiés de coques minces	75
Le modèle 1 (KOITER)	76
Équations d'équilibre local du modèle 1	81
Le modèle 2.....	86
Équations d'équilibre local du modèle 2	88
Le modèle 3 (NOVOZHILOV-DONNELL)	89
Équations d'équilibre local du modèle 3	90
Exercices	91
VI. La théorie des membranes	93
<i>Phénomènes de couches limites au voisinage des bords</i>	95
<i>Phénomènes inextensionnels</i>	96
Les membranes sphériques sous pression interne	97
<i>Calcul des efforts</i>	100
<i>Calcul des déplacements</i>	102
<i>Prise en compte des conditions aux limites</i>	103
<i>Prise en compte de conditions aux limites incompatibles</i>	104
Le problème de l'arche	106
<i>Pression constante</i>	109
<i>Pression non constante</i>	109
Exercices	112
VII. Exemples de calcul de coques axisymétriques	115
Réservoir cylindrique sous pression interne ou axiale	115
<i>Pression uniforme</i>	121
<i>Pression hydrostatique</i>	125
<i>Calcul du cisaillement transverse</i>	127
Tronc conique soumis à une pression normale	127
Calcul d'un réservoir sous pression	134
<i>Champs de contraintes et de déplacements dans les sphères</i>	134

Conditions de raccord entre les demi-sphères et le cylindre	135
Champs de contraintes et de déplacements dans la partie cylindrique	137
Exercices	141
VIII. Vibrations des coques minces	143
Termes d'inertie dans le modèle de KIRCHHOFF-LOVE	143
Recherche de solutions stationnaires : généralités	145
Recherche des modes de vibration d'un cylindre	148
Vibrations longitudinales	148
Vibrations de flexion	148
Vibration d'un réservoir contenant du liquide	152
Modélisation du fluide	152
Conditions aux limites du fluide	155
Solutions stationnaires dans le fluide	157
Formulation variationnelle du problème stationnaire couplé	158
Exercices	164
IX. Stabilité des coques minces	165
Formulation énergétique en élasticité non linéaire	165
Cas d'un cylindre de révolution sous chargement axisymétrique	168
Flambement d'un cylindre sous pression axiale ($p = 0$)	171
Recherche de modes de flambement et des charges critiques en compression axiale	175
Cas de faibles Batdorf ($\alpha < 1$)	176
Cas de moyens Batdorf ($\alpha = 1$)	177
Cas de grands Batdorf ($\alpha > 1$)	178
Flambement d'un cylindre simplement maintenu à ses deux extrémités et comprimé axialement	179
Analyse post-critique du flambement d'un cylindre chargé axialement	183
X. Coques de révolution sous chargements arbitraires	191
Décomposition en série de FOURIER à l'aide d'un système de coordonnées cylindriques	193
Principe de résolution du modèle de coques	202
Cas statique	202
Cas dynamique	205
Structures présentant des symétries cycliques	210

<i>Phénomènes dont la longueur d'onde en azimut est supérieure à</i> $\frac{4\pi R}{P}$	212
<i>Solution complète du problème de coque en présence de symétries</i> <i>cycliques</i>	214
Exercices	219
XI. Analyse asymptotique à partir du tridimensionnel	221
Analyse asymptotique des coques uniformément courbées	228
<i>Les coques faiblement courbées</i>	228
<i>Les coques fortement courbées</i>	236
Les coques de formes arbitraires.....	243
Un exemple de coque mince	245
<i>Un aéroréfrigérant atmosphérique de centrale nucléaire</i>	245
Indications sur les solutions des exercices	263
Bibliographie	277
Index	281

Contents

Orientations.

I Generalities : Variational formulations for the elasticity.

II Differential geometry for surfaces.

III Kirchhoff-Love kinematical assumptions.

IV The Kirchhoff-Love shell model.

V Simplified thin shell theories.

VI Membrane theory.

VII Examples of solutions for axisymmetrical shells.

VIII Thin shells in vibration.

IX Stability of thin shells.

X Arbitrary loading on axisymmetrical shells.

XI Asymptotic analysis from the three-dimensional.