

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA

Faculté de Technologie
Département d'Aéronautique

MEMOIRE DE MASTER

Spécialité : Aéronautique

Option : Propulsion

***Développement de trois méthodes d'étude des écoulements transsoniques
Sauer, Kliegel & lévine, Hall. Dans la région du col des tuyères
supersonique.***

Fait par :

Bouabid Badr Eddine

Dirigé par :

Pr Saïd Bergueul: promoteur

Dr Kbab Hakim: Co promoteur

Blida Sept 2012

RESUME

Le but de notre étude est de développer les trois approches d'étude des écoulements transsoniques qui sont : Sauer, Kliegel & Lévine et Hall applicables au niveau des cols de tuyères supersoniques. Ses approches sont indispensables pour le démarrage des calculs de la méthode des caractéristiques dans le divergent cela en étudiant principalement les lignes soniques et $v=0$.

La première méthode est la méthode de Sauer qui impose une vitesse radiale nulle dès le début et qui donne toutes les valeurs de la pression, température, densité...etc. Ainsi les valeurs du débit et de poussée et les pertes de charges [1].

La deuxième est la méthode de Kliegel et Lévine qui donne les mêmes paramètres thermodynamiques trouvés par l'approche de Sauer mais il utilise les séries de puissances inverses du rayon normalisé au col R .

La troisième approche est celle de Hall qui utilise les séries des puissances inverses de R ajouté à l'unité ($R+1$).

En a choisi deux tuyères TOC (Thrust optimized contour); qui sont Antares et Bérénice qui font l'objet de recherche à l'office national de recherches aérospatiales ONERA. Ajoutant une troisième tuyère TIC (truncated ideal contour) qui appartient au Centre National de Recherches Spatiales CNRS-Orléans. et finalement la tuyère la plus connue qui est la « conique ».

Enfin nos résultats sont validés et comparés à ceux obtenus par les autres travaux de recherches comme ceux de monsieur Haddad, et les résultats obtenus au CNRS d'Orléans ainsi ceux de l'ONERA.

DEDICACES

- ✓ Au martyres de la nation avec leur courage et leur persévérance ont cassé les entraves de l'impossible
- ✓ A l'âme de mon grand-père paternel que l'accueil dans son vaste paradis qui m'aimait vraiment.
- ✓ A mes très chers parents qui ont été mon courage et ma volonté qui étaient toujours à mes cotés surtout dans les moments les plus difficiles.
- ✓ A mon frère Nacer Eddine qui m'a vraiment aidé et encouragé et qui m'a toujours encouragé et souhaité la réussite dans ma vie et à qui je souhaite également la réussite dans ses études .
- ✓ A à mes petits frères Rami et Chams Eddine que j'aime énormément.
- ✓ A mes sœurs, Saliha et Yasmin que j'aime très fort.
- ✓ A mon oncle dada Akli et ma tante Randja qui m'ont soutenus à surpasser les moments les plus critiques dans mon cursus ; ainsi leurs enfants Zine eddine, Sonia, Mouna, Rosa, Katia à qui Je souhaite le plus grand bonheur et réussite du monde.
- ✓ A mes amis de ma région « Maillot » Chafik et Nassim surtout sans oublier mon très cher mouloud Nédjam qui était toujours présent avec moi de prêt et de loins ou de loin.
- ✓ A tous mes amis de la promotion propulsion 2012 surtout à mon très très cher ami Kbab Kamel .
- ✓ A tous ceux qui me connaissent de près et de loin.

REMERCIEMENTS

Je remercie dieu de m'avoir si bien entouré et de m'avoir donné la force et la patience d'achever mes études .

Ce modeste travail a été effectué sous la direction de Monsieur Saïd Bergueul, Professeur au Département d'Aéronautique de la Faculté de technologie de l'Université Saad Dahlab de Blida; à qui j'exprime mes vifs sentiments de gratitude, pour avoir dirigé le long de ce travail, pour l'aide, le suivi et l'attention constante qu'il a apporté à mon égard, lors de l'élaboration de ce travail.

Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à Monsieur H. Kbab, Maître-assistant A au Département d'Aéronautique de la Faculté de technologie de l'Université Saad Dahlab de Blida, pour toute l'aide qu'il m'a apportée durant toute la durée de la réalisation de ce mémoire.

Mes remerciements vont aussi à l'égard de toutes personnes ayant contribué de près ou loin où qui m'ont encouragé à faire ce travail.

Egalement, je tiens à exprimer ma profonde gratitude à tous les enseignants qui ont contribué à ma formation durant toute la durée de mes études du primaire à l'université.

Je remercie également tous mes amis et camarade de la promotion, je vous souhaite tous la réussite.

Merci à vous tous

SOMMAIRE

Résumé

Dédicaces

Remerciements

Table des matières

Liste des figures et des tableaux

Nomenclature

Plan du travail

CHAPITRE I : Recherche bibliographique

CHAPITRE II : Généralités sur les tuyères

II.1.Définition de la tuyère.....	11
II.2.Paramètres de performances d'une tuyère	12
II.2.1 Poussée:	12
II.2.2.Coefficient de poussée.....	12
II.2.3.Coefficient de décharge	13
II.2.4.La vitesse caractéristique	13
II.2.5.La vitesse effective	13
II.3.Les différentes configurations des tuyères supersoniques :	13
II.3.1.La tuyère conique	14
II.3.2.Tuyère à détente centrée	15
II.3.3Tuyère annulaire	16
II.3.4 Tuyère auto ajustable	17
II.3.5.Tuyère type détente - déviation	17
II.3.6.Tuyère de type bouchon (Plug nozzle)	18
II.3.7.Tuyère innovantes (Aerospake, double galbe)	18

II.4. fonctionnement des tuyères	19
II.4.1. Effet des variations de section sur l'écoulement	19
II.4.2. Les différents régimes de fonctionnement d'une tuyère	20
II.4.2.1. Écoulement subsonique	20
II.4.2.2. Écoulement sonique adapté	21
II.4.2.3. Écoulement sonique non adapté	21
II.4.2.4. Écoulement supersonique adapté	22
II.4.2.5. Écoulement supersonique non adapté	22
II.4.3. Conclusion	23

CHAPITRE III : développement de méthodes d'écoulement transsoniques

III.1. Introduction	24
III.2. Détermination du champ d'écoulement dans la région du col	25
III.3.l'approche de Sauer	26
III.3.1. Détermination du contour du col	31
III.3.2.détermination de la ligne initiale pour le calcul supersonique	34
III.3.3. détermination des valeurs des différents paramètres de l'écoulement	35
III.4.approche de Hall	35
III.4.1. Formulation Mathématique	35
III.4.2. Conditions aux limites :	38
III.4.3. Solution pour un écoulement bidimensionnel :	39
III.4.3. Solution pour un écoulement bidimensionnel :	39
III.4.4. Discussion de la solution bi dimensionnelle	44
III.4.4. 1.La vitesse et la direction	44
III.4.4.2 Isobares et « branch- line » :	47
III.4.5. Solution pour un écoulement axisymétrique	48
III.4.6. Discussion de la solution axisymétrique	50
III.4.6.1.Vitesse et direction	50

III.4.6.2 les isobares et « branch-line » :	51
III.5. Approche de Kliegel et Levine	52
III.5.1. Les coordonnées toroïdales	52
III.5.2. Discussion de la solution axisymétrique	53
III.5.2.1. Vitesse et direction	53
III.5.2.2. Les isobares et « branch-line »	55
CHAPITRE IV : application, résultats et interprétation :	
IV.1: premier cas d'étude :(la tuyère Antares) :	56
IV.1.2 : La forme de la ligne sonique:	58
IV.1.3 : La forme de la ligne $v=0$	59
IV.1.4 : Influence de G sur la ligne sonique et $v=0$	60
IV.1.5 : Influence de rayon de courbure sur la ligne sonique et $v=0$:	61
IV.1.6 : Coefficient de décharge et de poussée	63
IV.2 :Deuxième cas d'étude : (la tuyère Bérénice)	65
IV.2.1: Paramètres de performances	65
IV.2.2 : La forme de la ligne sonique:	67
IV.2.3 : La forme de la ligne $v=0$:	68
IV.2.4 : Influence de G sur la ligne sonique et $v=0$	69
IV.2.5 : Influence de rayon de courbure sur la ligne sonique et $v=0$:	70
IV.2.6 : Coefficient de décharge et de poussée	73
IV.3 :Troisième cas d'étude : (la tuyère TIC)	74
IV.3.1: Paramètres de performances	74
IV.3.2 : La forme de la ligne sonique	76
IV.3.3 : La forme de la ligne $v=0$	77
IV.3.4 : Influence de G sur la ligne sonique et $v=0$	78
IV.3.5 : Influence de rayon de courbure sur la ligne sonique et $v=0$	79
IV.3.6 : Coefficient de décharge et de poussée	81

IV.4 :Quatrième cas d'étude : (la tuyère conique)	83
IV.4.1:Paramètres de performances	83
IV.4.2 : La forme de la ligne sonique:	85
IV.4.3 : La forme de la ligne $v=0$	86
IV.4.4 : Influence de G sur la ligne sonique et $v=0$	87
IV.4.5 : Influence de rayon de courbure sur la ligne sonique et $v=0$:	88
IV.4.6 : Coefficient de décharge et de poussée	90
IV.5 : Exemples de comparaison	92
IV.5.1.Tuyère Bérénice	92
IV.5.2.Tuyère Antares	94
IV.5.3.Tuyère TIC	96
IV.5.4.Tuyère conique	97
CONCLUSION GENERALE	98

LISTE DES ILLUSTRATIONS GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure (II.1)	tuyère conv-div du moteur à poudre vulcain de fusées.....	11
Figure (II.2)	tuyère conique	14
Figure (II.3)	tuyère à détente centrée.....	15
Figure (II.4)	tuyère annulaire.....	17
Figure (II.5)	tuyère de type détente déviation.....	18
Figure (II.6)	tuyère type bouchon.....	18
Figure (II.7)	tuyère Aerospace.....	18
Figure (II.8)	tuyère double galbe.....	18
Figure (II.9)	Effet de variation de section sur le régime de l'écoulement.....	19
Figure (II.10)	Régime subsonique.....	20
Figure(II.11)	Écoulement sonique adapté.....	21
Figure(II.12)	Écoulement sonique non adapté.....	21
Figure(II.13)	Régime supersonique adapté.....	22
Figure(II.14)	Régime supersonique non adapté.....	22
Figure (III.1)	coordonnées du col d'une tuyère et des pour l'étude d'écoulement Transsonique.....	24
Figure(III.2)	relation entre le rayon de courbure ρ_t et les éléments de l'écoulement.....	32
Figure (III.3)	la ligne initiale pour la méthode des caractéristiques.....	34
Figure(III.4)	Les coordonnées toroïdales.....	52
Figure(IV.1)	Ligne sonique pour une tuyère Antares Par la méthode de Sauer	58
Figure (IV.2)	Ligne sonique pour une tuyère Antares Par la méthode de K & L....	58
Figure (IV.3)	Ligne sonique pour une tuyère Antares Par la méthode de Hall.....	58
Figure(IV.4)	Ligne $V=0$ pour une tuyère Antares Par la méthode de Sauer.....	59
Figure(IV.5)	Ligne $v=0$ pour une tuyère Antares Par la méthode de K& L.....	59
Figure (IV.6)	Ligne $v=0$ pour une tuyère Antares Par la méthode de Hall.....	59

Figure(IV.7)	Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère antares selon Sauer.....	60
Figure(IV.8)	Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère Antares selon Kliegel & Lévine.....	60
Figure(IV.9)	Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère Antares selon Hall.....	60
Figure(IV.10)	Influence de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Antares selon Sauer.....	60
Figure(V.11)	Influence de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Antares selon K & L.....	61
Figure(V.12)	Influence de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Antares selon Hall.....	61
Figure(IV.13)	Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère Antares selon Sauer.....	61
Figure (IV.14)	Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère Antares selon K & lévine.....	61
Figure(IV.15)	Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère Antares selon Hall.....	61
Figure(IV.16)	Influence de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Antares selon Sauer.....	62
Figure(IV.17)	Influence de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Antares selon K & L.....	62
Figure (IV.18)	Influence de R sur la ligne sonique pour une tuyère Antares selon Hall.....	63
Figure (IV.19)	Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure selon Sauer.....	63
Figure(IV.20)	Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure Selon Kliegel & lévine.....	63
Figure(IV.21)	Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure d'une tuyère Antares selon Hall.....	63
Figure(IV.22)	Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure d'une tuyère Antares selon Sauer.....	64

Figure(IV.23)	Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure d'une Tuyère Antares selon Kliegel & lévine.....	64
Figure (IV.24)	Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure d'une tuyère Antares selon Hall.....	64
Figure(IV.25)	Ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon Sauer.....	67
Figure (IV.26)	Ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon K & l.....	67
Figure (IV.27)	Ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon Hall.....	67
Figure(IV.28)	Ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Sauer.....	68
Figure(IV.29)	Ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Kliegl & Levine.....	68
Figure(IV.30)	Ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Hall.....	68
Figure(IV.31)	Influence de la variation de G sur la ligne sonique pour une Tuyère Bérénice selon Sauer.....	69
Figure (IV.32)	Influence de la variation de G sur la ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon Kliegel & Levine.....	69
Figure(IV.33)	Influence de la variation de G sur la ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon Hall.....	69
Figure (IV.34)	Influence de la variation de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Sauer.....	69
Figure (IV.35)	Influence de la variation de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Kliegel & Levine.....	70
Figure(IV.36)	Influence de la variation de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Hall.....	70
Figure(IV.37)	Influence de la variation de R sur la ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon Sauer.....	70
Figure(IV.38)	Influence de la variation de R sur la ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon Kliegel & lévine.....	70
Figure(IV.39)	Influence de la variation de R sur la ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon Hall.....	71

Figure(IV.40)	Influence de la variation de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Sauer.....	72
Figure (IV.41)	Influence de la variation de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Kliegel & lévigne.....	72
Figure(IV.42)	Influence de la variation de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Hall.....	72
Figure(IV.43)	Variation du coefficient de décharge en fonction de R selon Sauer....	73
Figure(IV.44)	Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure selon Kliegel & lévigne.....	73
Figure(IV.45)	Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure de selon Hall.....	73
Figure(IV.46)	Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure de selon Sauer.....	74
Figure(IV.47)	Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure selon Kliegel & lévigne.....	74
Figure(IV.48)	Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure selon Hall.....	74
Figure (IV.49)	Ligne sonique pour une tuyère TIC selon Sauer.....	76
Figure (IV.50)	Ligne sonique pour une tuyère TIC selon Kliegel & lévigne.....	76
Figure (IV.51)	Ligne sonique pour une tuyère TIC selon Hall.....	76
Figure (IV.52)	Ligne $v=0$ pour une tuyère TIC selon Sauer.....	77
Figure (IV.53)	Ligne $v=0$ pour une tuyère TIC selon Kliegel & lévigne.....	77
Figure (IV.54)	Ligne $v=0$ pour une tuyère TIC selon Hall.....	77
Figure (IV.55)	Influence de la variation de G sur la ligne sonique pour une tuyère TIC Sauer.....	78
Figure (IV.56)	Influence de la variation de G sur la ligne sonique pour une tuyère TIC Kliegel & lévigne.....	78

Figure (IV.57)	Influence de la variation de G sur la ligne sonique pour une tuyère TIC Hall.....	78
Figure (IV.58)	Influence de la variation de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère TIC selon Sauer.....	78
Figure (IV.59)	Influence de la variation de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère TIC selon Kliegel & lévine.....	79
Figure (IV.60)	Influence de la variation de G sur $v=0$ line pour une tuyère TIC selon Hall.....	79
Figure (IV.61)	Influence de la variation de R sur la ligne sonique pour une tuyère TIC selon Sauer.....	79
Figure (IV.62)	Influence de la variation de R sur la ligne sonique pour une tuyère TIC selon Kliegel & lévine.....	79
Figure (IV.63)	Influence de la variation de R sur la ligne sonique pour une tuyère TIC selon Hall.....	80
Figure (IV.64)	Influence de la variation de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère TIC selon Sauer.....	80
Figure (IV.65)	Influence de la variation de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère TIC selon Kliegel & lévine.....	80
Figure (IV.66)	Influence de la variation de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère TIC selon Hall.....	81
Figure (IV.67)	Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure de la tuyère TIC selon Sauer.....	81
Figure (IV.68)	Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure de la tuyère TIC selon Kliegel & lévine.....	81
Figure (IV.69)	Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure de la tuyère TIC selon Hall.....	82

Figure (IV.70)	Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure de la tuyère TIC selon Sauer.....	82
Figure (IV.71)	Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure de la tuyère TIC selon Kliegel & Lévine.....	82
Figure (IV.72)	Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure de la tuyère TIC selon Hall.....	83
Figure (IV.73)	Ligne sonique pour une tuyère conique Par la méthode de Sauer.....	85
Figure (IV.74)	Ligne sonique pour une tuyère conique Par la méthode de K & L.....	85
Figure (IV.75)	Ligne sonique pour une tuyère conique Par la méthode de Hall.....	85
Figure (IV.76)	Ligne $v=0$ pour une tuyère conique Par la méthode de Sauer.....	86
Figure (IV.77)	Ligne $v=0$ pour une tuyère conique Par la méthode de K & L.....	86
Figure (IV.78)	Ligne $v=0$ pour une tuyère conique Par la méthode de Hall.....	86
Figure (IV.79)	Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère conique selon Sauer.....	87
Figure (IV.80)	Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère conique selon Kliegel & Lévine.....	87
Figure (IV.81)	Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère conique selon Hall.....	87
Figure (IV.82)	Influence de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère conique Sauer.....	87
Figure (IV.83)	Influence de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère conique Kliegel & Lévine.....	88
Figure (IV.84)	Influence de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère conique Hall.....	88
Figure (IV.85)	Influence de R sur la ligne sonique pour une tuyère conique selon Sauer.....	88
Figure (IV.86)	Influence de R sur la ligne sonique pour une tuyère conique selon Kliegel & Lévine.....	88
Figure (IV.87)	Influence de R sur la ligne sonique pour une tuyère conique selon Hall.....	89

Figure (IV.88)	Influence de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère conique selon Sauer.....	89
Figure (IV.89)	Influence de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère conique selon K & L	89
Figure (IV.90)	Influence de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère conique selon Hall.....	90
Figure (IV.91)	Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure d'une tuyère conique selon Sauer.....	90
Figure (IV.92)	Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure d'une tuyère conique selon Kliegel & lévine.....	90
Figure (IV.93)	Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure d'une tuyère conique selon Hall.....	91
Figure (IV.94)	Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure d'une tuyère conique selon Sauer.....	91
Figure (IV.95)	Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure d'une tuyère conique selon Kliegel & lévine.....	91
Figure (IV.96)	Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure d'une tuyère conique selon Hall.....	92
Figure (IV.97)	La ligne sonique de la tuyère Bérénice selon les trois méthodes.....	93
Figure (IV.98)	La $v=0$ de la tuyère Bérénice selon les trois méthodes.....	93
Figure (IV.99)	Influence de la variation du coefficient de décharge selon les trois méthodes(Sauer , K&L et Hall).....	94
Figure (IV.100)	Influence de la variation du coefficient de poussée selon les trois Methodes.....	94
Figure (IV.101)	La ligne sonique de la tuyère Antares selon les trois méthodes.....	94
Figure (IV.102)	La ligne $v=0$ de la tuyère Antares selon les trois méthodes.....	94
Figure (IV.103)	Influence de la variation du coefficient de décharge selon les trois méthodes.....	95

Figure (IV.104)	Influence de la variation du coefficient de poussée selon les trois méthodes.....	95
Figure (IV.105)	La ligne sonique de la tuyère TIC selon les trois méthodes.....	96
Figure (IV.106)	La ligne $v=0$ de la tuyère TIC selon les trois méthodes.....	96
Figure (IV.107)	Influence de la variation du coefficient de décharge selon les trois méthodes.....	96
Figure (IV.108)	Influence de la variation du coefficient de poussée selon les trois méthodes.....	96
Figure (IV.109)	La ligne sonique de la tuyère TIC selon les trois méthodes.....	97
Figure (IV.110)	La ligne $v=0$ de la tuyère TIC selon les trois méthodes.....	97
Figure (IV.111)	Influence de la variation du coefficient de décharge selon les trois méthodes.....	98
Figure (IV.112)	Influence de la variation du coefficient de décharge selon les trois méthodes.....	98
Tableau(IV.1)	Résultats de performance trouvés comparés à ceux de la référence de la tuyère Antares.....	56
Tableau (IV.2)	Evolution de (P, V, U, M) par les trois méthodes de la tuyère Antares.....	57
Tableau(IV.3)	Résultats de performance trouvés comparés à ceux de la référence de la tuyère Bérénice.....	65
Tableau(IV.4)	Evolution de (P, V, U, M) par les trois méthodes de la tuyère Bérénice.....	66
Tableau (IV.5)	Résultats de performance d'une tuyère TIC.....	75
Tableau (IV.6)	Evolution de (P, V, U, M) par les trois méthodes de la tuyère TIC.....	75

Tableau (IV.7)	Résultats de performance d'une tuyère conique.....	83
Tableau (IV.8)	Evolution de (P, V, U, M) par les trois méthodes de la tuyère Conique.....	84
Tableau (IV.9)	Résultats obtenus pour une tuyère Bérénice par les trois méthodes....	92

Nomenclature

Système de coordonnées :

X : cordonnée axiale

Y : cordonnée radiale

Lettres latines

y_t : rayon du col

a : vitesse locale du son

C_d : coefficient de décharge

C_f : coefficient de poussée

c : vitesse caractéristique

F : poussée

g : accélération de la pesanteur

I : impulsion totale

I_s : impulsion spécifique

M : nombre de mach

m : débit massique

P : pression

R : rayon de courbure ou rapport de courbure au rayon au col

S : aire de section

T : température

t : temps

u : composante axiale du vecteur vitesse

v : composante radiale de la vecteur vitesse

v_{eff} : vitesse effective des gaz

w : fonction poids

\underline{v} : Composante radiale de la vitesse de perturbation adimensionnelle de Sauer U_∞ :
vitesse non perturbée (à l'infini)

M_∞ : Nombre de mach a un point infiniment lointain

a^* : vitesse du son au col

$u \sim$: Composante axiale de la vitesse adimensionnelle

$v \sim$: Composante radiale de la vitesse adimensionnelle

Lettres grecques

α : constante ou angle de mach

θ : angle

ρ : densité

Φ : potentiel de vitesse

Indice :

a : ambiant

c : col

cu,tu : col amont

t : total

w : paroi

(Réf) : référence [1], résultats de Haddad et l'ONERA France.

Landa : coefficient de poussée.

Introduction

La poussée d'un moteur dépend essentiellement de la vitesse des produits des gaz de combustion à travers la section de sortie de la tuyère qui le propulse. Durant leur passage à travers une tuyère De-Laval, les gaz d'échappement sont accélérés de vitesses subsoniques à des vitesses supersoniques.

Le passage de l'écoulement par ces différents régimes permet de diviser la tuyère en trois sections : le convergent où l'écoulement est subsonique, le col où l'écoulement atteint la vitesse du son et le divergent où l'écoulement atteint des vitesses supersoniques.

Cette division est appropriée car d'une part elle permet la détermination de la poussée totale développée et d'autre part parce que de différentes méthodes d'analyse sont utilisées pour déterminer le champ d'écoulement dans chaque région

Les motoristes, contraint par une spécification limitant le poids et la longueur du divergent d'une tuyère, sont conduits, en fonction de la plage d'altitude du vol, à définir un rapport de sections et à rechercher un optimum du rapport poussée sur poids.

Plusieurs méthodes sont employées pour la conception de profils de tuyères de propulsion convergentes-divergentes axisymétriques. Le contour le plus simple étant le conique, mais donne généralement lieu à des pertes de performances appréciables causées par la divergence de l'écoulement à la sortie de la tuyère entraînant une diminution de poussée. Une alternative afin de limiter ces pertes est d'utiliser des sections divergentes en forme de « cloche » qui permettront de corriger la direction de l'écoulement à la sortie pour la rendre axiale et l'une des méthodes proposées dans ce cadre, est celle de RAO développée en 1958. Pour cela on doit bien étudier l'écoulement avoisinant le col qui est l'écoulement transsonique.

Plan de travail

Afin de mener à bien notre étude, nous avons opté pour un plan de travail qui comporte quatre chapitres. Dont le premier est consacré à la recherche bibliographique, le deuxième se porte sur des généralités sur les tuyères. Par contre le troisième chapitre fera l'objet de développement de méthodes d'écoulement transsoniques. Le dernier chapitre sera consacré aux calculs, application et validation de nos résultats. Enfin une conclusion générale est tirée de notre travail.

Les progrès rapides observés ces dernières années dans le domaine de la propulsion en générale, est plus spécialement dans la propulsion aérothermique, sans étroitement liés aux efforts effectués pour rendre toujours plus efficace et plus précise l'analyse des phénomènes aérothermodynamiques dans le circuit moteur. Cette remarque s'applique particulièrement bien à l'étude de l'écoulement dans les tuyères est à leurs sortie qui fait l'objet de cette dernière.

Pendant longtemps, la tuyère d'un turboréacteur a été considérée à cause de sa simplicité comme un organe annexeront le rôle consistait essentiellement à assurer le fonctionnement du turbocompresseur à un régime donné. Pour une adaptation convenable de sa forme géométrique.

Les méthodes de calculs élémentaires de l'aérodynamique permettaient de déterminer cette condition avec précision suffisante. Comme le rapport de compression était assez faible, on se contentait d'une éjection sonique de sorte que la poussée au point fixe était elle aussi aisément calculable, l'intervention de calculs aérodynamiques plus précis semblait donc dans ces conditions d'un intérêt purement académique.

L'avènement du vol supersonique à ses début d'ailleurs n'a pas provoqué à cet égard un changement d'attitude immédiat chez les constructeurs, car le souci majeur pour les premiers avions supersoniques militaires était surtout d'assurer de bonnes conditions de vol subsoniques ou transsonique de sorte que l'emploi d'un divergent était pratiquement proscrit pour éviter les régimes de surdétente à ces vitesses modérées.

Le vol supersonique étant par ailleurs généralement limité à une très faible portion de la mission, ne justifiait pas les trop grandes complications technologiques qu'aurait entraîné l'introduction d'un divergent.

Il arrivait parfois aussi que l'on constatât en vol des pertes de poussée considérable dues à l'interaction du jet sonique et de l'écoulement extérieur sans qu'une étude vraiment systématique ait été effectuée.

Il en est plus de même depuis que des avions de transport supersoniques volent au-dessus de mach 2 pendant plusieurs heures, il apparaît en effet clairement que la rentabilité de tels projets n'est assurée que si les performances optimales sont obtenues de tous les éléments du moteur. Dans un avion tel que le concorde par exemple, une diminution d'un pour cent de la consommation spécifique entraîne un gain direct de 5 à 6 passagers sur la traversée atlantique.

Dans de tels projets le rôle assigné à la tuyère peut être défini par les conditions suivantes :

- 1- Elle doit d'abord assurer le blocage de l'écoulement aux divers régimes du fonctionnement du moteur, avec ou sans postcombustion ; ceci implique une possibilité de la variation de la surface du col en fonction de débit et des conditions de température et de pression des gaz à évacuer.
- 2- La tuyère doit aussi assurer la détente optimale des gaz de combustion, c'est-à-dire la poussée maximale au régime de croisière, ce problème n'est pas simple car la section de la sortie de la tuyère doit être raccordée au maître couple du moteur ou à la structure de l'avion par un carénage. Il est évident que la forme de ce carénage, et par conséquent les pressions qu'il subira en vol du fait du l'écoulement extérieure, dépend de la forme et de la dimension de la sortie de la tuyère.
- 3- Il ne servira à rien d'optimiser la tuyère au banc d'essai, si des dépressions importantes devaient se produire en vol sur le carénage de raccordement. Ainsi l'étude d'optimisation, impose l'étude globale l'arrière corps.
- 4- Aux régimes de vol intermédiaires, il faut encore que la tuyère ne provoque pas de pertes de poussée trop élevées du fait de son inadaptation. Dans ces régimes, ce sont les sur-détentes qui sont à craindre et à éviter. Leur analyse impose une étude approfondie des conditions de découlement d'un écoulement.
- 5- En dehors de flux principal du moteur, il existe en général un ou plusieurs flux secondaires provenant soit à l'air de refroidissement soit d'un piège de la couche limite de la prise d'air. Ce flux qui représente jusqu'à 5 ou 6 % du débit total doivent être éjectés soit dans les tuyères séparées soit dans la tuyère principale comme le cas du concorde.

- 6- A l'atterrissage, la tuyère peut contribuer au freinage de l'avion en organisant un reversement de la poussée soit dans le circuit spécial de la sortie du moteur, ou bien par déviation du jet à la sortie de la tuyère principale.

Pour atteindre le maximum de poussée les chercheurs ont consacré leurs études dans la modélisation et la conception de la région transsonique ainsi supersonique des divergents de tuyères afin d'aboutir à des écoulements uniformes à leurs sorties.

L'étude et l'optimisation des tuyères supersoniques doit tenir compte ainsi des calculs de la dynamique des gazes et des différents paramètres tels que le matériau et le mode de fabrication, les calculs de contraintes admissibles, les exigences de refroidissement et de dimensionnement...etc.

Afin d'aboutir à des écoulements uniformes les chercheurs sont intéressés aux tuyères convergent-divergent dont la section du divergent est assimilée à un polynôme du second degré ayant des performances qui se comparaient à celle de RAO.

Depuis plusieurs années, la résolution numérique ou analytique des problèmes aérodynamiques, tels que les écoulements des fluides dans les tuyères convergentes-divergentes, est devenu possible grâce aux travaux réalisés par plusieurs chercheurs dans le domaine.

Les tuyères supersoniques dont le but essentiel est d'assurer l'accélération des gaz de combustion à des vitesses supersoniques, interviennent dans beaucoup de structures telles que les moteurs fusées, les moteurs d'avion et dans la fabrication des souffleries supersoniques pour une étude expérimentale des écoulements réels.

Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, les tuyères propulsives ont été considérées à cause de leur simplicité comme un organe annexe. Son rôle consistait à assurer le bon fonctionnement du turbocompresseur à un régime donné.

Par conséquent, la conception de tuyères convergentes-divergentes reçoit une attention particulière et fait l'objet d'intenses et nombreuses recherches.

L'optimisation du choix d'une tuyère supersonique doit tenir compte en plus de calculs de dynamique des gaz, les divers paramètres tels que le matériau utilisé, le mode de fabrication, les exigences de refroidissement et les limites admissibles de dimensionnement.

En 1958, Rao a développé une méthode de base pour la conception des tuyères supersoniques. Elle permet la conception de tuyères performantes dont le contour est déterminé grâce à des calculs variationnels. Une autre approche directe pour la conception du contour de la tuyère a été proposée par Guderley et Hantch en 1955. Le problème de calcul de la section de sortie et du contour pouvant fournir une poussée optimale a été proposé en spécifiant uniquement la longueur et la pression ambiante. Un calcul variationnel permettant de résoudre le problème du champ d'écoulement à la sortie, nécessaire à atteindre, la dernière étape consiste en l'application la méthode des caractéristiques, présente dans différents ouvrages pour déterminer le contour supersonique de la tuyère [2],[3].

Afin d'atteindre un écoulement uniforme à la sortie par conséquent des poussées maximales, la majorité des travaux utilisent des tuyères convergentes-divergentes en forme de cloche dont la section divergente est simulée par un polynôme de second degré.

Cette simulation conduit à des tuyères dont les performances se comparaient à celles de Rao. Dans un premier temps, ils se sont intéressés aux calculs de l'écoulement transsonique se produisant au voisinage du col, celui-ci a été simulé grâce à plusieurs approches qui représentent le but de notre étude. Pour le calcul de l'écoulement supersonique se tenant au sein de la tuyère, ils utilisent la méthode des caractéristiques.

La poussée d'un moteur dépend essentiellement des vitesses d'éjection des gaz de combustion. Ces vitesses sont proportionnelles à celles qui sont au niveau du col qui représente la région transsonique dans la tuyère.

La présente étude s'est intéressée à la description du comportement d'un fluide compressible dans une région très complexe de la tuyère en l'occurrence le col. Vu qu'au sein de cette partie l'écoulement doit atteindre les conditions soniques pour nous donner ensuite un écoulement supersonique dans le divergent.

Depuis le premier vol historique des frères Wright en 17 décembre 1903, le monde de l'aviation a subi durant un siècle une révolution considérable. A travers cette révolution, la mécanique des fluides et en particulier les écoulements compressibles ont trouvé leur place durant cette phase de développement [4].

Cependant, l'étude des écoulements transsoniques dans le col de la tuyère n'a pu attirer l'attention majeure qu'après la première guerre mondiale.

L'étude de ces écoulements a fait l'objet de plusieurs années de recherche, afin d'avoir une idée sur le comportement des fluides dans ces régions très complexes de la tuyère.

Finalement, dans ce qui suit, on va citer quelques travaux effectués par différents chercheurs durant ces dernières années, pour la description de l'écoulement transsonique se produisant au niveau du col.

Les premières tentatives pour résoudre ces types d'écoulements, ont été faites par Mayer 1908, Taylor 1930 pour les cas des écoulements plans et Hooker 1931 pour le cas des écoulements axisymétriques. Ils ont utilisé des séries de puissances inverses des coordonnées x et y , tel que l'abscisse x est mesurée le long de l'axe de la tuyère et y perpendiculaire à (ox) . Ces séries se terminent au terme de l'ordre quatre.

Mais les résultats obtenus par ces auteurs ne sont pas satisfaisants, vu que la négligence des termes d'ordre supérieur à quatre de y est injustifiée. En réalité, ces termes peuvent devenir très importants au niveau de la paroi. Bien que ces méthodes aient servi de base pour les études qui sont venues après, surtout la méthode de Taylor qui est utilisée pour des tuyères dont le rayon au col est très faible[5],[6],[7].

La méthode d'Oswatitsch-Rothstein a été développée dont le but d'étudier le comportement du fluide dans la région du col pour des tuyères dont le paramètre R est grand. Elle donne la solution en termes de séries de puissances pour les composantes radiale et axiale de la vitesse. A cause de la symétrie par rapport à l'axe (ox) , les composantes u et u' , sont développées en séries de Taylor à $r=0$ (axe de la tuyère). La vitesse potentielle est introduite et on utilisant les équations de la dynamique des gaz, ça été montré que les coefficients de ces deux séries dépendent essentiellement de la vitesse à ligne centrale et ses dérivées. Le problème est amené à calculer ou à supposer cette vitesse [8].

En 1942, R. Sauer développe une méthode pour l'étude des écoulements transsoniques qui est basé sur la théorie des petites perturbations. L'étude a résolu l'équation des petites perturbations pour un écoulement compressible pour les deux cas plan et axisymétrique. Elle donne la solution en termes de puissance inverse du paramètre R au premier ordre, en négligeant les termes à partir du deuxième ordre, sachant que le paramètre R représente le rapport du rayon de courbure amont au rayon de la tuyère. L'application de cette méthode sur des tuyères de rayon de courbure égal à 0,625 a donné des résultats satisfaisants. La méthode est très intéressante, elle a été utilisée par de nombreux chercheurs pendant plusieurs années. Son avantage réside dans le fait qu'elle peut être appliquée sur des écoulements autour des profils arbitraires. Son inconvénient est qu'elle ne donne aucune information sur la direction du fluide, ni sur la distribution des isobares, de plus elle diverge pour des paramètres R très petits [9].

En 1949, Hall développa une autre méthode qui donne la solution pour les composantes de vitesse axiale et radiale sous forme de séries de puissances inverses de R . Cette méthode néglige les termes à partir du quatrième ordre.

Cette approximation est justifiée, vu que la solution obtenue pour les termes de grand ordre n'est pas différents de la solution du troisième ordre. La méthode est utilisée pour des termes dont le profil du col amont est de forme parabolique ou arc circulaire.

L'inconvénient de Sauer réside dans le fait qu'elle diverge pour des petites valeurs de R . beaucoup de recherches ont été faites dans ce sens et elles ont montré que ces problèmes sont dus au système de coordonnées utilisées.

En effet, le paramètre $1/R$ dans la méthode de Hall est introduit dans les conditions aux limites à la paroi qui exige que l'angle formé par la direction du fluide soit égal à la pente locale de la paroi.

Mais cette limite n'est pas une coordonnée constante dans le système de coordonnées cylindriques et elle doit être évaluée comme une série de puissances inverses de R . Ainsi la condition au la limite à la paroi n'est jamais satisfaite dans le système de coordonnées ajoutant qu'à la paroi la vitesse radiale v est proportionnelle à sa pente qui peut devenir très importante au voisinage du col dans la tuyère ou $R < 1$. Donc le travail consiste à trouver la solution dans un autre système de coordonnées où l'axe et la paroi de la tuyère sont tous les deux les lignes de coordonnées [10].

En 1969, Kleigel-Levine, et afin d'améliorer l'étude de Hall, ils ont proposé un autre système de coordonnées toroïdales où l'axe et la paroi de la tuyère sont tous les deux axes de coordonnées. Les trois premières approximations des composantes axiale et radiale sont déjà calculées par Hall, en négligeant toujours les termes à partir du quatrième ordre. En plus les deux auteurs ont proposé une autre approximation des composantes de la vitesse en termes de puissances inverses du paramètre R ajouté à l'unité, c'est-à-dire $(R+1)$ au lieu de R [11], comme ça a été le cas dans la méthode de Hall.

En 1970, S.G.Liddle et R.D.Archer ont adopté une méthode appelée "relations intégrales" pour résoudre les équations d'un champ fluide d'un gaz parfait dans des tuyères axisymétriques de forme arbitraire et en particulier dans les tuyères coniques qui sont généralement utilisées dans la propulsion. Cette méthode se base sur l'intégration des équations de continuité et d'irrotationalité à travers des pas dans la direction radiale[12].

L'application de cette méthode sur une tuyère conique dans un système de coordonnées cylindriques a donné des résultats compatibles avec l'expérimental pour les régimes subsonique et transsonique.

En utilisant un pas unique, la méthode a donné des résultats satisfaisants pour la distribution de la pression à la paroi pour les paramètres de $R > 2$ et distribution de la pression sur l'axe pour des paramètres de $R > 4$.

Pour la solution à deux pas, de très bon résultats ont été obtenus pour la distribution de la pression à la paroi quand $R > 0,625$, et pour $R > 2$ on obtient des résultats probants pour la distribution de la pression sur l'axe. Donc, en augmentant le nombre de pas, la méthode devient plus efficace, En présence de l'onde choc la méthode ne peut pas être utilisée.

Autres méthodes qui ont pris en charge l'étude de ce type d'écoulement on trouve celles élaborées récemment par Rizk, Serag El Dine et Moubarek publié en 1983 qui considère que le champ fluide dans la région transsonique est un problème semi-elliptique et la distribution de la pression au col peut être obtenue par cette dernière. La méthode de "time marching" donne la position de la ligne sonique et l'onde de choc.

En fin, on ne peut pas s'en passer de l'étude Keneth E. Tatum : qui a résolu le problème des écoulements transsoniques autour d'un profil d'aile par la méthode des éléments finis. Elle est la plus employée dans le domaine de l'industrie, elle représente beaucoup d'avantages, telle sa capacité d'intervenir dans les écoulements autour des géométries très complexes. Cette méthode est stable pour ce type d'écoulement ou les équations sont elliptiques. Actuellement, beaucoup d'efforts sont déployés pour appliquer cette méthode pour les écoulements dans la région du col de la tuyère [13].

A travers ce tour d'horizon dans le domaine de calcul des écoulements transsoniques, on a constaté que ces auteurs ont donné la solution en termes de puissances inverses du paramètre R . ce choix peut être justifié soit par l'expérimental ou ces auteurs en remarquant l'influence de ce paramètre sur l'écoulement, soit on se base sur la théorie. Parcequ'au niveau de la ligne centrale $1/R$ tend vers l'infini c'est-à-dire que la vitesse est maximale.

On avait remarqué que même les résultats obtenus par la méthode des relations intégrales sont en fonction de ce paramètre. Donc, pour comprendre bien l'influence de ce paramètre sur l'écoulement on s'est référé aux deux applications suivantes.

L.H.Back, P.F.Massier et H.I.Gier en 1966 et pour bien comprendre l'équilibre d'un fluide à travers les tuyères supersoniques ,une étude expérimentale à été faite sur deux types de tuyères dont le paramètre R égale à 2 et 0,425 [14].

Les résultats obtenus ont été comparés à ceux obtenus par quelques méthodes citées ci-dessus et ils ont constaté que :

- Dans la région du col ou l'écoulement est transsonique, les résultats obtenus pour un écoulement bidimensionnel par les méthodes de Sauer et Hall sont en accord acceptable avec l'expérimentale pour $R=2$, mais insatisfaisantes pour $R=0,425$.
- Les paramètres de l'écoulement dépendent essentiellement de la valeur de R pour se stabiliser aux voisinages de l'unité.

Une autre étude similaire a été faite par T.Ingolf et A.Weiderman en 1985, en appliquant les méthodes de Hall, Kliegel & lévine sur d'autres tuyères et ils sont arrivés aux mêmes conclusions c'est-à-dire :

- Les résultats obtenus sont compatibles avec ceux obtenus par la méthode analytique de Oswatitsh-Rothstein et ceux obtenus par la méthode numérique « time marching ».

Le changement de géométrie en gardant toujours la même valeur de R n'avait pas d'incidence majeure sur les paramètres de l'écoulement[15].

II.1.Définition de la tuyère:

La tuyère est un Conduit de section droite variable placé à la sortie d'un propulseur et qui sert À transformer en énergie cinétique l'énergie des gaz de combustion, et c'est le conduit terminal d'une combustion.

La tuyère d'un propulseur joue un double rôle : par la section de son col Conique, elle règle La combustion du bloc de poudre, et par la forme et les dimensions de son Divergent elle Contribue à la création de la force propulsive due à la détente plus ou moins poussée des gaz. Un troisième rôle lui peut être dévolu : celui de participer au pilotage du Lanceur comme les tuyères aérospikes qui se composent de plusieurs lanceurs qui a un rôle Important dans l'orientation de l'appareil.

En General une tuyère se décompose en trois zones : le convergent; la zone du col et le Divergent encore appelé jupe de tuyère, éventuellement équipé de volets dits volets de tuyère. Du fait des températures élevées (environ 3500°C) et de l'obligation de conserver une section Constante, le col de tuyère est réalisé en matériau réfractaire (graphite, tungstène....etc.). Pour les divergents, on trouve des fabrications métalliques ou en en utilise des matériaux résistants à la température, l'oxydation et aux hautes contraintes. Exemple d'une tuyère convergent divergent : la tuyère d'un moteur à poudre :

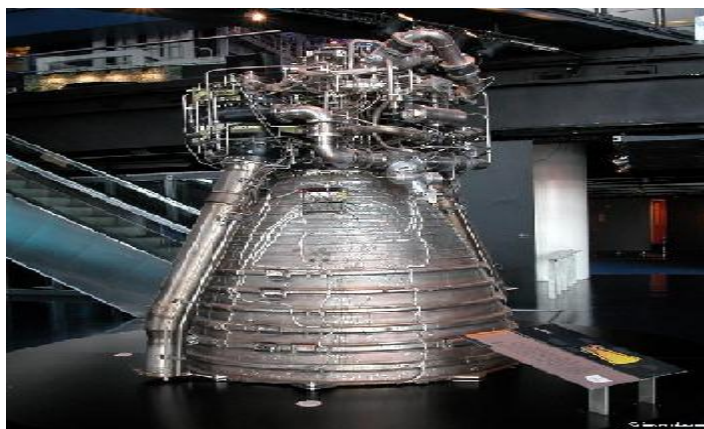


Figure (II.1) : tuyère conv-div du moteur à poudre vulcain de fusées

II.2. Paramètres de performances d'une tuyère :

II.2.1 Poussée:

la force de poussée est le résultat de l'éjection des particules constituant les gaz éjectés vers l'arrière de la fusée ou du moteur, elle est le résultat de la conversion de l'énergie thermique prenant naissance dans la chambre de combustion en une énergie cinétique lors du trajet du flux de gaz tout au long de la tuyère. Exprimé par l'équation de conservation de la quantité de mouvement à travers une section Dy comme suit:

$$dF = (\rho V_s + (P_s - P_a)) 2\pi y dy \quad (\text{II. 1})$$

Et par intégration de l'équation (II. 1) sur la section sortie on trouve la pression totale :

$$F = \pi \int (\rho V_s^2 + (P_s - P_a)) (y_s'^2 - y_s'^1)^2 \quad (\text{II. 2})$$

II.2.2. Coefficient de poussée:

Le coefficient de poussée est un paramètre adimensionnel défini par le rapport de la poussée F au produit de la pression totale P_t à la chambre de combustion par l'aire de la section au col :

$$C_F = \frac{F}{P_t S} \quad (\text{II. 3})$$

Il caractérise la détente des gaz dans la partie divergente de la tuyère, donc il peut être considéré comme un paramètre caractéristique de la partie divergente du contour supersonique.

II.2.3. Coefficient de décharge:

Les performances et le rendement d'une tuyère réelle sont légèrement inférieurs de celles déterminées sur la base de l'hypothèse d'un écoulement isentropique ; le coefficient de décharge noté C_d est défini comme étant le rapport du débit actuel à celui déterminé à partir des relations isentropiques.

$$C_d = \frac{\text{débit réel}}{\text{débit isentropique}} \quad (\text{II. 4})$$

II.2.4. La vitesse caractéristique :

La vitesse caractéristique C^* d'une réaction est définie comme le rapport du produit de la pression totale par la section au col divisé par le débit massique, il est en fonction du mélange gazeux et de la température de combustion.

$$C^* = \frac{P_t Y_t}{\dot{m}} \quad (\text{II. 5})$$

II.2.5. La vitesse effective :

La vitesse effective notée V_{eff} est la vitesse de sortie de la tuyère adaptée définie par le rapport de la poussée au débit massique.

$$V_{eff} = \frac{F}{\dot{m}} \quad (\text{II. 6})$$

II.3. Les différentes configurations des tuyères supersoniques :

La poussée des systèmes propulsifs dépend en premier lieu de la quantité des produits de combustion éjectés à travers une tuyère ou l'écoulement dans son passage est continuellement accéléré d'un régime subsonique à un régime supersonique à travers une section sortie. L'organe tuyère constitue environ 70 % de la masse de la structure. Cet organe lui-même est constitué de deux parties, l'une est convergente et l'autre est divergente.

La partie convergente est indispensable et sert à faire liaison entre la chambre de combustion et la partie divergente de la tuyère afin de donner un écoulement sonique au col de la tuyère.

Cette forme est appropriée car d'une part, elle permet de déterminer le comportement de chaque section et de l'autre part évaluer la poussée développée par un système propulsif.

Et de différentes méthodes d'analyses doivent être adaptées afin d'étudier l'écoulement séparément dans chaque partie de la tuyère.

La vitesse sonique atteinte au col par les gaz d'échappements est fixée par les conditions prévalant au sein de la chambre de combustion. L'écoulement se poursuit en accélération par l'expansion des gaz dans la partie divergente de la tuyère.

Cette augmentation de la vitesse dépend seulement de la configuration géométrique de la paroi du divergent et de la section sortie. Actuellement la conception de la partie supersonique du divergent de la part des chercheurs afin d'atteindre des vitesses de sortie et de poussées de plus en plus importantes.

Le choix de la tuyère supersonique doit tenir en compte les différents calculs concernant la dynamique des gaz, ainsi la science des matériaux qui porte un rôle important dans le choix du matériau adéquat, qui permet le refroidissement, et les limites admissibles de dimensionnement structural ainsi pas mal d'autres points qu'il faut vraiment faire attention dans leurs prise en charge.

En distingue plusieurs types de tuyères, parmi eux on peut citer :

II.3.1. La tuyère conique :

Elle est formée d'un divergent le plus simple possible qui a la forme d'un cône tronqué comme son nom l'indique. La direction du jet n'est pas axiale.



Figure (II.2) : tuyère conique

Pour ce type de tuyère si l'inclinaison est nulle elle engendrera le maximum de poussée et comme elle est inclinée d'un angle allant de 15° à 30° cela engendre une perte considérable de poussée.

Et le coefficient de poussée pour ce type de tuyère est égal à d'après [16] :

$$C_f = \frac{P_e A_e}{P_0 A^*} + \frac{(1+\cos\alpha)}{2} \frac{\rho_e V_e^2}{P_0 A^*} A_e \quad (\text{II. 7})$$

Ce type de tuyère est le plus utilisé aux petits moteurs propulsifs en vue de sa simplicité. elle développe une poussée inférieure à 1.7% ainsi en longueur en la comparant avec la tuyère idéale dont le flux de sortie est totalement uniforme.

II.3.2. Tuyère à détente centrée :

Les tuyères coniques délivrent une certaine poussée mais néanmoins avec de pertes de charges considérables dues à la non axialité de l'écoulement dans le divergent ainsi à la sortie a cause des angles de déviations spécialement utilisée pour la détente des gaz.

Et afin d'optimiser ces pertes la les chercheurs ont modélisé une forme de tuyères donnant à la sortie un écoulement uniforme et parallèle et une réduction considérable des pertes de poussée.

Dans ce type de tuyères en peut donner une valeur relativement importante à l'angle de divergence située près du col allant de 20 à 30°, pour donner une importante détente sans gêner l'axialité de l'écoulement à la sortie. Et la deuxième partie du divergent tend à faire suivre l'écoulement dans la direction uniforme et parallèle[17].

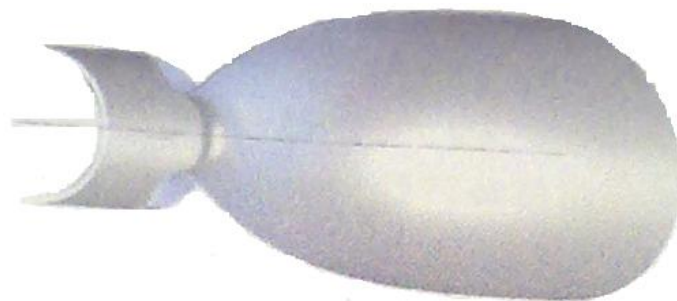


Figure (II.3) : tuyère à détente centrée

Ces résultats sont ainsi justifiés numériquement par l'application de la méthode des caractéristiques en 1958, par Rao qui a réussi à trouver une approche basée sur sa considération sur (la longueur de la tuyère, la pression ambiante ainsi les conditions d'écoulement au col) comme les paramètres pouvant donner une poussée maximale ainsi le contour de la paroi de la tuyère qui devra être défini.

Le coefficient de poussée est estimé comme suit, pour des tuyères à détente centrée :

$$C_f = \int \frac{P}{P_0} \frac{2\pi r dr}{A^*} + \int \frac{\rho V^2 \cos\theta}{P_0} \frac{2\pi r dr}{A^*} \quad (\text{II. 8})$$

II.3.3Tuyère annulaire :

Cette tuyère est largement utilisée dans les turbomachines caractérisée par une section non normale à l'axe de la tuyère. Elle forme un espace annulaire obtenu à partir d'un bouchon central et une conduite divergente externe.

Sa perte de poussée due à la forme du divergent est moins considérable par rapport à une tuyère conique de même rapport de section et de longueur, ainsi l'optimisation de la forme géométrique de cette tuyère est difficile du fait qu'on doit réaliser une optimisation sur la partie interne et externe successivement.

Et si le contour est conique, la poussée est réduite à un facteur λ qui s'exprime par la relation suivante [18] :

$$\lambda = \frac{\frac{1}{2} (\sin \alpha + \sin \beta)^2}{(\alpha + \beta) \sin\beta + \cos\beta - \cos\alpha} \quad (\text{II. 9})$$

α et β sont les angles formés par l'axe de la tuyère et la paroi extérieure, et l'axe de la tuyère et la paroi intérieure du bouchon respectivement.



Figure (II.4) : tuyère annulaire

II.3.4 Tuyère auto ajustable :

Contrairement aux configurations présentées auparavant ou le processus de détente des gaz est influencé par la forme du canal divergent, le processus de détente pour ce type de tuyères est directement ou indirectement régulé par la pression ambiante. L'écoulement de gaz dans ce cas s'ajuste lui-même pour être conforme aux conditions extérieures.

Ces tuyères sont classées en deux catégories :

- Tuyère type bouchon (Plug nozzle).
- Tuyère type détente - déviation (Expansion – Déflexion type).

II.3.5. Tuyère type détente - déviation :

Ce type de tuyères est caractérisée par la leurs chambre de combustion compacte et présente un col annulaire au voisinage de la ligne centrale. Dans ce cas, les gaz se dirigent dans la direction de l'épaulement du bouchon centrale qui réalise une rotation de l'écoulement en expansion à une direction presque axiale, c'est pour ça qu'elle est qualifié de la tuyère à détente -déviation. Cette conception permet l'obtention de très bonnes performances même pour les conditions aux dessous de celles pour les quelles elle a été initialement conçue.

Les travaux expérimentaux sur de telles tuyères [19] et [20] ont montré qu'une utilisation d'angles de déviation d'une valeur aussi importante que 40° n'entraînent que des pertes minimales de poussée (une perte de 1% pour un angle de 30°)[21][16][18].

II.3.6. Tuyère de type bouchon (Plug nozzle) :

Pour ce type de tuyère, l'écoulement se redresse uniquement de l'angle $\theta = \theta_*$ au col jusqu'à l'horizontal ou « $\theta = 0$ » à la sortie de la tuyère. La zone d'expansion est absente, et pour arriver à dévier l'écoulement du col en introduit un « Lip » avec une inclinaison ψ considéré par rapport à la verticale.

La poussée pour cette tuyère est identique à celle d'une tuyère convergente divergente [22].

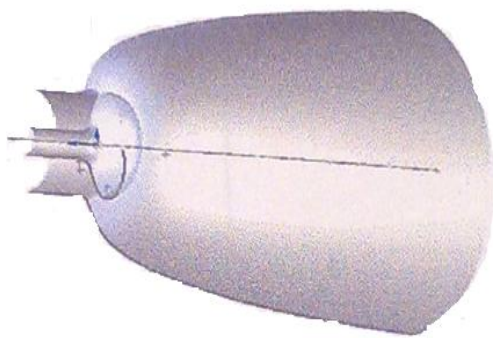


Figure (II.5) : tuyère de type détente déviation

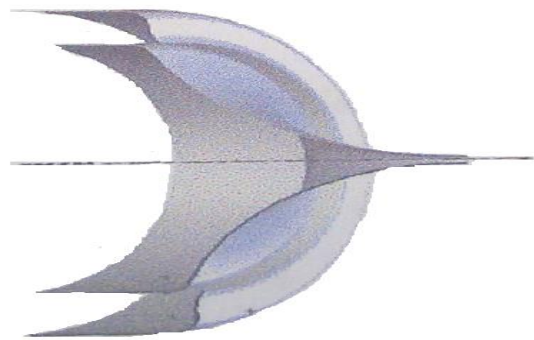


Figure (II.6) : tuyère type bouchon.

II.3.7. Tuyère innovantes (Aerospake, double galbe):

C'est l'une des tuyères innovantes utilisées généralement pour les navettes spatiales, leurs avantages c'est qu'elles s'adaptent facilement aux basses et aux hautes altitudes,.



Figure (II.7) : tuyère Aerospake

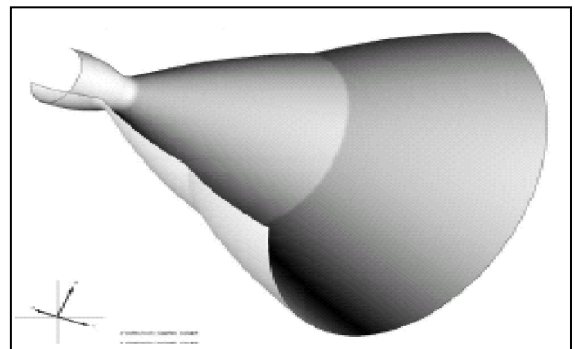


Figure (II.8) : tuyère double galbe

II.4. fonctionnement des tuyères :

D'après plusieurs chercheurs, le changement de pression et de la section sortie d'une tuyère à un effet considérable sur le régime et le type d'écoulement dans les tuyères supersoniques. Cela est bien expliqué ci-dessous.

II.4.1. Effet des variations de section sur l'écoulement :

Une des relations fondamentales que nous enseigne la théorie des écoulements Monodimensionnel est la relation d'Hugoniot, qui exprime, en l'absence de frottement, la variation de la vitesse V du fluide le long d'une tuyère de section S ou le nombre de Mach est M :

$$\frac{dS}{S} = (M^2 - 1) \frac{dV}{V} \quad (\text{II.10})$$

Deux cas à distinguer :

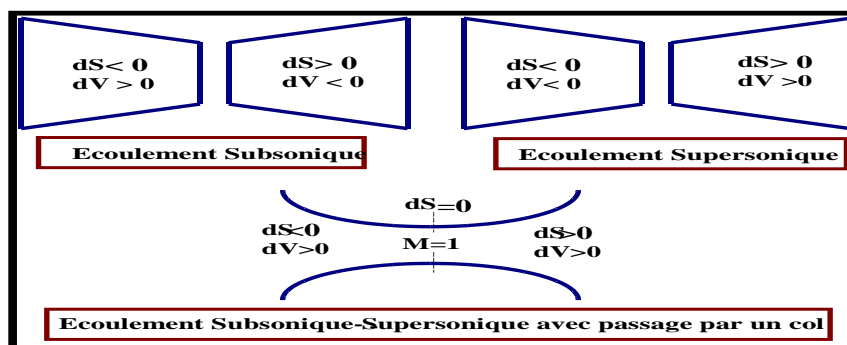
- ✓ **Écoulement subsonique** : $M < 1$ alors $\frac{dS}{S}$ et $\frac{dV}{V}$ soit de signes contraires ;

La vitesse croît quand la section diminue et inversement.

- ✓ **Écoulement supersonique** : $M > 1$ alors $\frac{dS}{S}$ et $\frac{dV}{V}$ sont de même Signe .

La vitesse croît quand la section croît. Ainsi dans un divergent ou la vitesse d'entrée est égale à la vitesse du son, la vitesse continue à croître pour décroître dans un convergent (souffleries supersoniques).

- ✓ **Si $M = 1$** alors $dS = 0$, donc la vitesse du son ne peut être atteinte que dans Une section minimale. Voir figure (II.12) ci-dessous :



Figure(II.9) : Effet de variation de section sur le régime de l'écoulement

II.4.2. Les différents régimes de fonctionnement d'une tuyère :

Considérons le système représenté par la figure (II.13), constitué d'une tuyère De-Laval. L'extrémité amont de la tuyère est en communication avec un réservoir contenant un gaz à une pression génératrice P_0 que nous allons supposer fixe. Laval du divergent débouche dans une enceinte quasi infinie, dont on peut faire varier la pression statique P_a .

Si la pression aval est égale à la pression d'arrêt, le fluide est entièrement au repos. On diminue progressivement la pression P_a du réservoir aval au-dessous de la pression P_0 supposée constante, on distingue cinq régimes particuliers d'écoulement.

II.4.2.1. Écoulement subsonique :

Au début l'écoulement est subsonique dans toute la tuyère et ses caractéristiques sont les suivantes:

- ❖ Dans le convergent la vitesse augmente et la pression diminue jusqu'à une valeur minimale atteinte au col.
- ❖ Dans le divergent la vitesse diminue et la pression augmente jusqu'à la pression aval P_a , la pression est donc minimale *dans la section au col où la vitesse passe par une valeur maximale*. L'évolution du gaz est représentée par la courbe (A), voir la figure (II.13) ci-dessous.

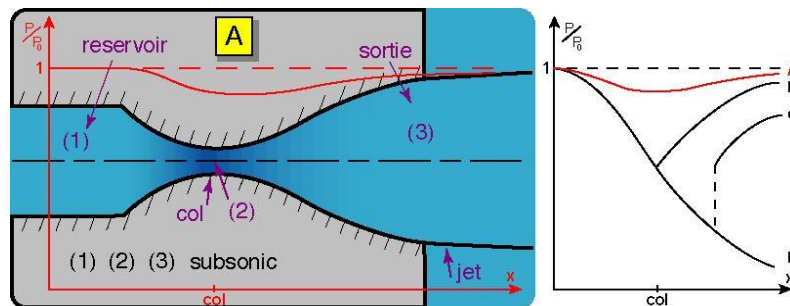
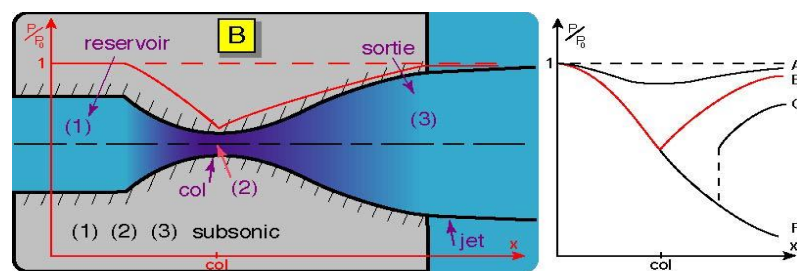


Figure (II.10) : Régime subsonique.

II.4.2.2. Écoulement sonique adapté :

Si P_a continu à diminuer jusqu'à arrivé un moment ou le régime au col devient sonique. L'écoulement est dit sonique adapté.

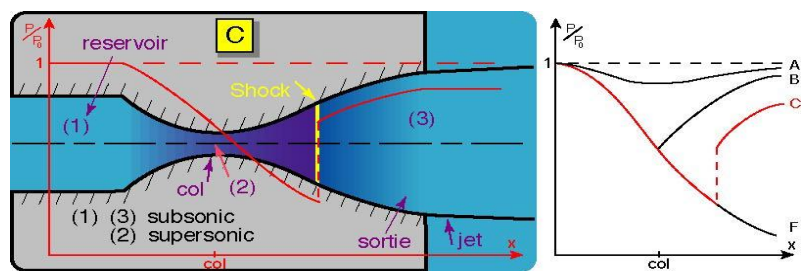
Soit P_{c1} la pression aval pour laquelle ce phénomène se produit, partout tout au long de la tuyère le régime reste subsonique, a l'exception au niveau du col ou la pression atteint sa valeur minimale par contre la vitesse prend sa maximale qui est celle du son dans ce domaine. La figure suivante montre clairement l'évolution de la pression tout le long de la tuyère dans le régime cité ci-dessus.



Figure(II.11) : Écoulement sonique adapté.

II.4.2.3. Écoulement sonique non adapté :

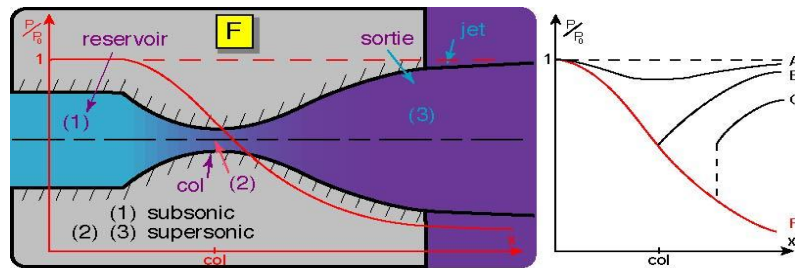
Si P_a diminue encore au-dessous de P_{c1} , le col reste toujours sonique et les conditions sont critiques au col. Dans la partie divergente, une onde de choc prend place, ou elle engendre une augmentation brusque de la pression et un changement de régime de la vitesse du supersonique au subsonique. L'écoulement est dit sonique non adapté. L'évolution du rapport de pression est représentée par la courbe (C) de figure suivante.



Figure(II.12) : Écoulement sonique non adapté.

II.4.2.4. Écoulement supersonique adapté :

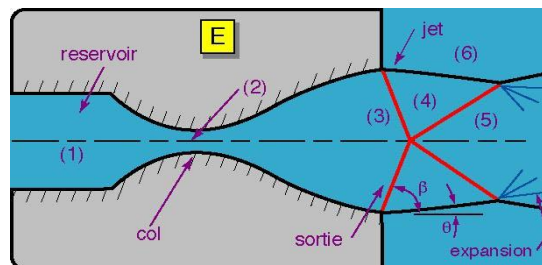
Si P_a continue à diminuer, il arrive un moment où l'écoulement est entièrement supersonique dans toute la tuyère. Le phénomène d'onde de choc disparaît et il n'y a plus de compression externe, alors la tuyère est parfaitement adaptée, l'évolution du rapport de pression est représentée par la courbe (F) de la figure suivante. Soit P_{ac3} la pression aval pour laquelle ce phénomène se produit.



Figure(II.13) : Régime supersonique adapté.

II.4.2.5. Écoulement supersonique non adapté :

Lorsque la pression P_a devient inférieure à P_{ac3} , l'écoulement est dit supersonique non adapté, l'écoulement dans la tuyère de Laval ne subit aucune modification, la variation entre la tuyère et la pression aval doit se faire à l'extérieur de la tuyère, par l'intermédiaire d'une série d'ondes de détente obliques. Voir la figure (II.17).



Figure(II.14) : Régime supersonique non adapté.

II.4.3. Conclusion :

La tuyère supersonique joue le rôle de l'organe principal d'un moteur de fusées. Il ne fonctionne correctement que pour la seule valeur (P_{ac3} / P_0) , rapport des pressions amont et aval. Par conséquent, elle est conçue pour s'adapter dans une plage de fonctionnement très réduite généralement prise proche du niveau de la mer. Elle se retrouve en fonctionnement non adapté dans les autres plages de fonctionnement.

III.1. Introduction :

L'étude des caractéristiques et des différents paramètres de l'écoulement dans la région du col des tuyères convergent-divergent de un à deux dimensions sous les conditions étranglées peut être accompli, en appliquant de différentes techniques, ses techniques sont appelées par les théories de petites perturbations .et cela en utilisant des équations qui régissent ce type l'écoulement.

Ses techniques jouent un rôle très important, car elles permettent d'obtenir des résultats pratiques et utiles au même temps pour des problèmes de débits assez difficiles. C'est celui la qui a été étudié par un grand nombre de chercheurs, parmi eux en peut citer les plus connus comme kliegel & lévine, sauer et hall.

Pour cela la source principale d'erreur pour déterminer ses différentes propriétés du champ d'écoulement dans la partie divergente ainsi du celle du col qui est nommée par « la divergence », peut être attribuée aux approximations utilisées pour déterminer les propriétés du champ d'écoulement dans le voisinage du col. La géométrie de la région de du col d'une tuyère convergente divergente est illustré schématiquement comme suis :

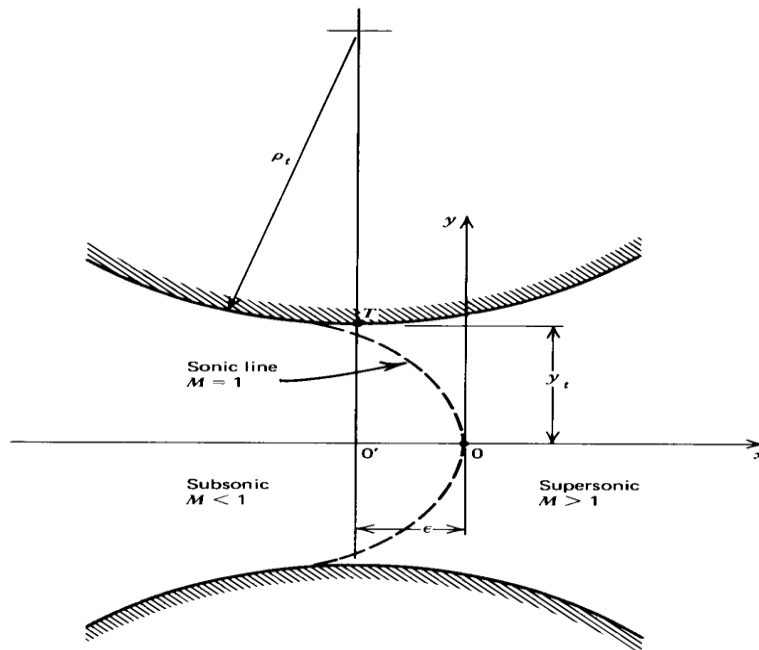


Figure (III.1) : coordonnées du col d'une tuyère et des pour l'étude d'écoulement transsonique

Parmi les différentes méthodes qui ont été proposées pour analyser le champ d'écoulement dans la région du col d'une tuyère à deux dimensions, on peut citer celle de Sauer qui est la plus connue en raison de sa simplicité par rapport aux autres.

Cette méthode a été faite pour atteindre deux objectifs qui sont mis en question :

- le premier est Pour illustrer l'application des techniques de petites perturbations qui sert à Réduire un problème de débit important à un problème de débit pratique plus modéré.
- le deuxième est Pour présenter une méthode qui permet d'obtenir une approximation raisonnable des propriétés d'écoulement le long de la ligne sonique dans la région du col d'une tuyère ainsi à la ligne de la valeur initiale à partir de laquelle la méthode des caractéristiques peut être débuté.

III.2. Détermination du champ d'écoulement dans la région du col :

La Figure (III.1) illustre schématiquement les caractéristiques générales de la région du col d'une tuyère convergente-divergente. Son contour est symétrique par rapport à l'axe x , et on suppose que le fluide s'écoule dans le sens positif de l'axe x . Dans la figure on remarque la présence d'une section transversale, cette de la surface sonore est dite « la ligne sonique ».

Elle est d'une forme parabolique, elle relie tous les points dans le champ d'écoulement ayant un nombre de Mach $M = 1$.

On voit dans la figure (III.1) que la ligne sonique commence à partir de la paroi du col en un point légèrement en amont du T de la gorge, la surface d'écoulement minimale, produit en aval, et traverse la ligne centrale en un point O .

Le point O désigne l'origine du système de coordonnées employé dans l'analyse de Sauer; il correspond à l'intersection de la ligne acoustique avec l'axe x . L'emplacement du point O ainsi la distance en aval de la section de col T , est déterminée dans cette analyse.

III.3.l'approche de Sauer :

L'équation de perturbation pour un écoulement bidimensionnel et irrotationnel plan ou axisymétrique :

$$(1 - M_{\infty}^2)u_x + v_y + \delta \left(\frac{v}{y}\right) = M_{\infty}^2(\gamma + 1) \left(\frac{u}{u_{\infty}}\right) u_x \quad (\text{III. 1})$$

Où δ est un Switch permettant de décrire les deux types d'écoulement avec la même équation :

$\delta=0$ écoulement plan

$\delta=1$ écoulement axisymétrique

L'écoulement dans la région du col est essentiellement unidimensionnel et sonore, et la vitesse a ce niveau u_{∞} est choisie comme la vitesse critique de son α^* , et qui correspond au nombre de Mach M_{∞} est. Ce qui implique que le nombre du mach est égal à 1.

En substituant :

$u_{\infty} = \alpha^*$ et $M_{\infty} = 1$ dans l'équation (III. 1) en obtient :

$$(\gamma + 1) \left(\frac{u}{\alpha^*}\right) u_x - v_y - \delta \frac{v}{y} = 0 \quad (\text{III. 2})$$

Par définition :

$$u' = \frac{u}{\alpha^*} \text{ et } v' = \frac{v}{\alpha^*} \quad (\text{III. 3})$$

Où u' et v' sont les termes des composantes de vitesses de perturbation adimensionnelles

En introduisant les termes u' et v' dans l'équation (III. 2) en obtient :

$$(\gamma + 1)u'u'_x - v'_y - \delta \frac{v'}{y} = 0 \quad (\text{III. 4})$$

L'écoulement d'air dans la région du col est irrotationnel, donc il est possible de définir une fonction potentielle Φ pour les vitesses :

$$\Phi = u_{\infty}x + \varphi = \alpha^*(x + \varphi') \quad (\text{III. 5})$$

Où $\varphi'(x, y)$ est le potentiel de vitesse adimensionnelle, par conséquent :

$$u^{\sim} = \alpha^* + u = \alpha^*(1 + u') = \Phi_x = \alpha^*(1 + \Phi'_x) \quad (\text{III. 6})$$

$$v^{\sim} = v = \alpha^*v' = \Phi'_y = \alpha^*\Phi'_y \quad (\text{III. 7})$$

Où $u' = \Phi'_x$ et $v' = \Phi'_y$; et en substituant les deux équations (III. 6) et (III. 7) dans

L'équation (III. 4) en trouve :

$$(\gamma + 1)\Phi'_x \Phi'_{xx} - \Phi'_{yy} - \delta \frac{\Phi'_y}{y} = 0 \quad (\text{III. 8})$$

Et c'est l'équation potentielle de vitesse non dimensionnelle la plus gouvernante dans les écoulements transsoniques.

Une technique courante pour résoudre les équations différentielles partielles non linéaires consiste à employer une méthode approximative où une solution est supposé série, avec des coefficients de la série de puissance choisie de telle manière que l'équation différentielle et les conditions aux limites sont satisfaisantes.

Dans le cas présent, le potentiel de vitesse Φ'_{xy} peut être défini par une série de puissance en y , dans laquelle les coefficients des termes y sont des fonctions de x , Comme $u(x, y)$ est une fonction paire de y [c.-à-d : $u(x, y) = u(x, -y)$], $\Phi'_x = u$ doit être une fonction paire de y , par conséquent, que, même les puissances de y sont inclus dans la série de puissance. Ainsi :

$$\Phi'(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} f_{2i}(x) y^{2i} = f_0(x)y^0 + f_2(x)y^2 + f_4(x)y^4 + \dots \quad (\text{III. 9})$$

Où $y^0 \equiv 1$.

Les équations correspondantes aux termes Φ'_x , Φ'_{xx} , Φ'_y et Φ'_{yy} sont :

$$\Phi'_x = f'_0(x) + f'_2(x)y^2 + f'_4(x)y^4 + \dots \quad (\text{III. 10})$$

$$\Phi'_{xx} = f''_0(x) + f''_2(x)y^2 + f''_4(x)y^4 + \dots \quad (\text{III. 11})$$

$$\Phi'_y = 2 f_2(x)y + 4 f_4(x)y^3 + \dots \quad (\text{III. 12})$$

$$\Phi'_{yy} = 2 f_2(x) + 12 f_4(x)y^2 + \dots \quad (\text{III. 13})$$

Où $f'_0(x)$ représente $\frac{df_0(x)}{dx}$ et ainsi de suite.

En substituant les expressions ci-dessus dans l'équation (III. 8) et en réarrangeant le résultat, on obtient le polynôme suivant en y. Ainsi :

$$y^0 [(\gamma + 1) f'_0 f''_0 - 2f_2 - 2\delta f_2] + y^2 [(\gamma + 1) (f'_0 f''_2 + f'_2 f''_0) - 12f_4 - 4\delta f_4 +$$

$$y^4 [\dots] + \dots = 0 \quad (\text{III. 14})$$

Depuis le polynôme (III. 14) doivent être satisfaites pour toutes les valeurs arbitraires de x et y, les coefficients de chaque puissance de y doit être identiquement nul. Le rapprochement entre en tronquant la série de puissance (III. 9) après un nombre fini de termes. Sauer a tronqué la série après le terme $f_4(x)y^4$. En plus, les seuls termes complets du polynôme en y figurant dans l'équation (III. 12) sont le premier et second. Le coefficient de y^4 et les termes d'ordre supérieur impliquent $f_6(x)$ et ainsi de suite.

En Fixant des coefficients de y^0 et y^2 égales à 0 et en résolvant pour correctif $f_2(x)$ et $f_4(x)$ on obtient :

$$f_2(x) = \frac{(\gamma + 1)f_0'f_0''}{2(1 + \delta)} \quad (\text{III. 15})$$

$$f_4(x) = \frac{(\gamma + 1)(f_0'f_2'' + (f_0''f_2'))}{4(3 + \delta)} \quad (\text{III. 16})$$

Ainsi $f_2(x)$ et $f_4(x)$ peuvent être déterminés a partir des dérivées de $f_0(x)$.

Quand $y=0$, $u'(x, 0) = f_0'(x)$, ou $u'(x, 0)$ définie distribution de la vitesse de perturbation adimensionnelle le long de l'axe des x.

Sachant $u'(x, 0)$ nous pouvons déterminer $f_2(x)$ et $f_4(x)$ et fixer) à partir des équations (III. 13) et (III. 14) , par conséquent, le champ d'écoulement. Si la distribution des perturbations de vitesse axiale est supposée être linéaire, $u'(x, 0)$ est donnée par :

$$u'(x, 0) = f_0'(x) = \alpha x \quad (\text{III. 17})$$

Ou α est une constante, appelée le coefficient de la vitesse linéaire adimensionnelle de perturbation. En substituant l'équation (III. 17) dans (III. 15) et (III. 16) en trouve :

$$f_2(x) = \frac{(\gamma + 1)\alpha^2 x}{2(1 + \delta)} \quad (\text{III. 18})$$

$$f_4(x) = \frac{(\gamma + 1)^2 \alpha^3}{8(1 + \delta)(3 + \delta)} \quad (\text{III. 19})$$

En substituant (III. 18) et (III. 19) en (III. 9) en trouve :

$$\Phi'(x, y) = f_0(x) + \frac{(\gamma + 1)\alpha^2 xy^2}{2(1 + \delta)} + \frac{(\gamma + 1)^2 \alpha^3 y^4}{8(1 + \delta)(3 + \delta)} \quad (\text{III. 20})$$

Substituant (III. 20) dans (III. 6) et (III. 7) en trouve :

$$u'(x, y) = \alpha x + \frac{(\gamma + 1)\alpha^2 y^2}{2(1 + \delta)} \quad (\text{III. 21})$$

$$v'(x, y) = \frac{(\gamma + 1)\alpha^2 xy}{(1 + \delta)} + \frac{(\gamma + 1)^2 \alpha^3 y^3}{2(1 + \delta)(3 + \delta)} \quad (\text{III. 22})$$

Les équations (III. 21) et (III. 22) donnent les vitesses de perturbation non dimensionnelles pour une distribution linéaire des perturbations axiale de la vitesse.

La courbe critique où $M = 1$ ($u^{\sim 2} + v^{\sim 2}$) = α^{*2} et peut être déterminée comme suit :

Tout d'abord, se substituer à la définition des vitesses de perturbation non dimensionnelle. Ainsi :

$$(u^{\sim 2} + v^{\sim 2}) = \alpha^{*2} = (\alpha^* + u)^2 + v^2 = \alpha^{*2} [(1 + u')^2 + v'^2] \quad (\text{III. 23})$$

En divisant par α^{*2} en trouve :

$$(1 + u')^2 + v'^2 = 1 \quad (\text{III. 24})$$

En élargissant les puissances de l'équation (III. 24) et en négligeant de u' et v' :

$$u' = 0 \quad (\text{III. 25})$$

Par conséquent, la courbe critique où $M = 1$ est constituée en remplaçant $u' = 0$ dans l'équation (III.21) Ainsi :

$$x = -\frac{(\gamma + 1)\alpha y^2}{2(1 + \delta)} \quad (\text{III. 26})$$

Ensuite, il est nécessaire de localiser l'origine du système de coordonnées dans le col. D'après la figure. (III.1) On voit que $v^{\sim} = v' = v = 0$ à $x = \varepsilon$ et $y = y_t$.

Substituer ces valeurs pour x et y dans l'équation (III.22) :

$$\varepsilon = -\frac{(\gamma + 1)\alpha y_t^2}{2(3 + \delta)} \quad (\text{III. 27})$$

Équation (III. 27) localise l'origine du système des coordonnées par rapport au col de la tuyère.

III.3.1. Détermination du contour du col :

Encore, la condition aux limites applicable à la surface intérieure de la paroi du col n'a pas été appliquée. En principe, cette condition aux limites sera de déterminer le contour du mur nécessaire pour générer le champ d'écoulement indiqué par les équations (III.21) et (III.22).

La figure (III.2) illustre le modèle géométrique utilisé pour déterminer la courbure K de la paroi du col le plus étroit de la section transversale (la gorge). La courbure K est définie comme le changement dans la direction de la tangente à une courbe par unité de distance le long de cette courbe. Le rayon de courbure au col ρ_t est l'inverse de la courbure de la figure (III.2).

$$\text{Tan } \tau = \frac{v'}{(1 + u')} \approx v' \quad (\text{III. 28})$$

Au point t la courbature k est donnée par :

$$k = \frac{1}{\rho_t} = \left[\frac{d(\text{tang } \tau)}{ds} \right]_t = \left(\frac{dv'}{ds} \right)_t \quad (\text{III. 29})$$

Pour la dérivée $\frac{dv'}{ds}$ en peut écrire :

$$\frac{dv'}{ds} = v'_x \left(\frac{dx}{ds} \right) + v'_y \left(\frac{dy}{ds} \right) \quad (\text{III. 30})$$

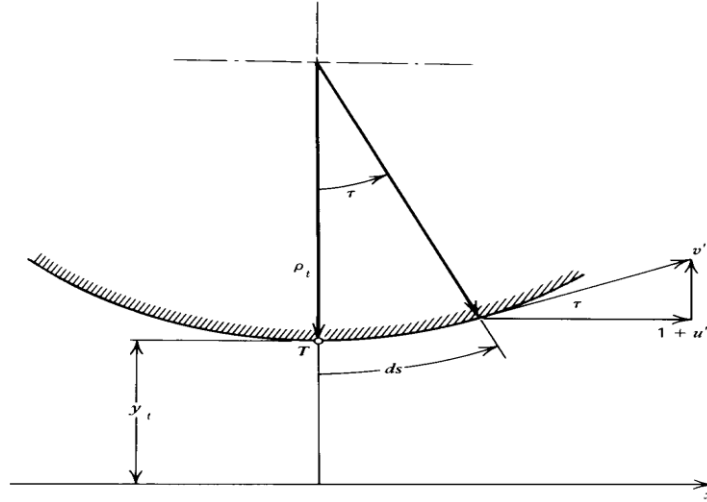


Figure (III.2) : relation entre le rayon de courbure ρ_t et les éléments de l'écoulement.

Considérons un col de tuyère avec un rayon de courbure de ρ_t qui est grand par rapport au rayon du col y_c . Par conséquent, $\rho_t \gg y_t$, $\frac{dx}{ds} \approx 1$, et $\frac{dy}{ds} \approx 0$

Donc l'équation (III.30) sera réduite à :

$$\frac{dv'}{ds} = v'_x \quad (\text{III.31})$$

En substituant (III.31) dans (III.29) on trouve :

$$\rho_t = \frac{1}{[v'_x(x, y)]_t} = \frac{1}{v'_x(\varepsilon, y_t)} \quad (\text{III.32})$$

De l'équation (III.22) v'_x est donnée par :

$$v'_x = \frac{(\gamma + 1)\alpha^2 y}{(1 + \delta)} \quad (\text{III.33})$$

La valeur de v'_x au point t, ou $x = \varepsilon$ et $y = y_t$ peut être déterminée de l'équation (III.33)

Et en substituant ce résultat dans l'équation (III. 32), on obtient l'équation suivante pour le rayon de courbure ρ_t :

$$\rho_t = \frac{(1 + \delta)}{(\gamma + 1)\alpha^2 y_t} \quad (\text{III. 34})$$

Jusqu'à ce point, il est supposé que la vitesse axiale adimensionnelle de perturbation $u'(x, 0)$ est connue, et que dans un rayon de courbure pour ρ_t de la paroi de la tuyère, comme spécifié par l'équation (III. 30) , est nécessaire pour obtenir la valeur correcte pour $u'(x, 0)$. En inversant l'interprétation des résultats précédents, la valeur de $u'(x, 0)$ peut être déterminée à partir des propriétés géométriques du col de la tuyère.

Et à partir de l'équation (III. 32) ,en trouve :

$$\alpha = \left[\frac{(1 + \delta)}{(\gamma + 1)\rho_t y_t} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III. 35})$$

En substituant (III. 35) dans (III. 27) en trouve :

$$\varepsilon = -\frac{y_t}{2(3 + \delta)} \left[\frac{(\gamma + 1)(1 + \delta)}{\frac{\rho_t}{y_t}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III. 36})$$

Le champ de vitesse des perturbations à proximité de la ligne sonique dans le col est, par conséquent, déterminée par les équations (III.21) et (III.22), les (III.35), (III.36). Et La relation entre les vitesses dimensionnelles u^{\sim} et v^{\sim} et les vitesses adimensionnelles de perturbation u', v' est :

$$u^{\sim}(x, y) = \alpha^*(1 + u') \quad \text{et} \quad v^{\sim}(x, y) = \alpha^*v' \quad (\text{III. 37})$$

III.3.2.détermination de la ligne initiale pour le calcul supersonique :

La région du champ d'écoulement en amont à partir du point T est dans la plage d'influence de point T, et le procédé de caractéristiques ne peut pas être engagé à partir d'une ligne de valeur initiale qui est dans la gamme d'influence d'un point en aval. La ligne où $v^{\sim} = 0$, illustré à la figure (III.3), qui est seulement à une légère distance en aval de la ligne sonique, peut être utilisé comme une ligne de la valeur initiale de la méthode des caractéristiques.

Sur la paroi, au col, à la fois la pente de la paroi et $v^{\sim} = 0$ sont égales zéro, de sorte que la vitesse d'écoulement est parallèle à la paroi. À tous les autres points le long du mur, il ya une petite différence entre l'angle de mur et l'angle d'écoulement à la suite des approximations introduites dans l'analyse. Par conséquent, la ligne $v^{\sim} = 0$ satisfait exactement la condition à la limite du mur solide.

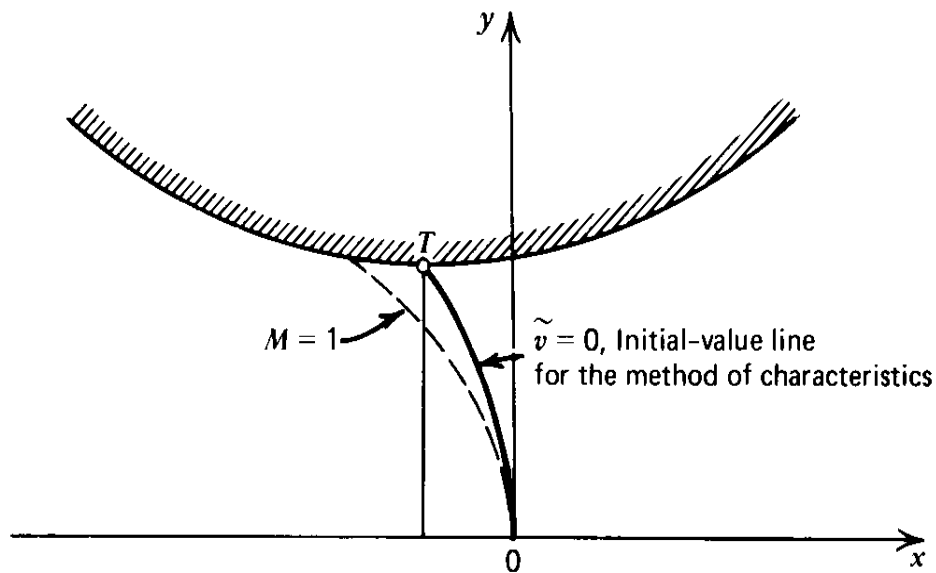


Figure (III.3) : la ligne initiale pour la méthode des caractéristiques

L'équation de cette ligne est obtenue à partir de l'équation (III.22) en mettant $v^{\sim}=0$:

$$x = -\frac{(\gamma+1)\alpha y^2}{2(3+\delta)} \quad (III.38)$$

III.3.3. détermination des valeurs des différents paramètres de l'écoulement :

$$u = AS(1 + ALPHA.X) + (C_2.(Y)^2) \quad ; \quad C_2 = \frac{(G+1)(ALPHA)^2}{2.(1+G)}$$

$$AS = \sqrt{\frac{2.G.GC.RG.TS}{G+1}} \quad ; \quad ALPHA = \sqrt{\frac{1+DELTA}{(G+1)Rtu.Yt}}$$

$$\text{landa} = \frac{F}{F_{(1-D)}}$$

$$T = \frac{TS-U^2}{2.Cp} \quad (III.39)$$

$$M = \frac{U}{\sqrt{G.RG.T}} \quad (III.40)$$

$$P = P_s. \left(\frac{T}{T_s} \right)^{\left(\frac{G}{(G-1)} \right)} \quad (III.41)$$

$$RO = \frac{P}{RG.T} \quad (III.42)$$

III.4.approche de Hall :

III.4.1. Formulation Mathématique :

L'origine du système coordonnées étant le centre du col, la tuyère est assumée symétrique par rapport à l'axe (ox), et le profil avant le col à une forme parabolique hyperbolique ou arc circulaire, la demi-hauteur du col est donnée :

$$h = 1 + \frac{x^2}{2R} + \sigma \frac{x^4}{8R^3} + \vartheta(X^2) \quad (III.43)$$

En a aussi :

$$\left[2\underline{u} + \underline{u}^2 + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \underline{v}^2 \right] \frac{\partial \underline{u}}{\partial x} + \frac{4}{\gamma+1} (1 + \underline{u}) \underline{v} \frac{\partial \underline{u}}{\partial y} - \left[\frac{2}{\gamma+1} - \underline{v}^2 - \frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1} \underline{u} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \underline{u}^2 \right] \frac{\partial \underline{v}}{\partial y}$$

$$-\delta \left(\frac{2}{\gamma+1} - \frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1} \underline{u} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \underline{u}^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \underline{v}^2 \right) \frac{\delta \underline{v}}{y} = 0$$

Si on retient seulement les termes dominants on aura :

$$-2\underline{u} \frac{\partial \underline{u}}{\partial n} + \frac{2}{\gamma + 1} \frac{\partial \underline{v}}{\partial y} + \frac{2}{\gamma + 1} \frac{\delta \underline{v}}{y} = 0 \text{ avec } \frac{\partial \underline{u}}{\partial y} = \frac{\partial \underline{v}}{\partial z} \quad (\text{III. 44})$$

En éliminant \underline{v} par l'équation (III. 44) on peut avoir comme approximation l'équation :

$$\frac{\partial^2 \underline{u}}{\partial y^2} + \frac{\delta}{y} \frac{\partial \underline{u}}{\partial y} = (\gamma + 1) \frac{\partial}{\partial x} \left(\underline{u} \frac{\partial \underline{u}}{\partial x} \right) \quad (\text{III. 45})$$

Et comme conditions aux limites :

$$\frac{\underline{v}}{1 + \underline{u}} = \frac{dh}{dx} \text{ pour } y = h \quad (\text{III. 46})$$

En utilisant l'équation (III. 43) on obtient :

$$\underline{v}_y = h(1 + \underline{u}_{y=h}) \left(\frac{x}{R} + \delta \left(\frac{x^3}{2R^3} \right) + \dots \right) \quad (\text{III. 47})$$

Pour un R très grand et \underline{u} très petit donc :

$$\underline{v}_y = h = \frac{x}{R}$$

Et

$$\left(\frac{\partial \underline{u}}{\partial y} \right)_{y=h} = \frac{1}{R}$$

R est de l'ordre $\vartheta(1)$ dans le régime considéré, \underline{u} doit être de l'ordre $\vartheta(1)$. l'équation

(3-39) montre pour que les deux cotes soient du même ordre, x doit être de l'ordre $\vartheta(R^{-\frac{1}{2}})$.

Et par commodité on prend :

$$x = \left[\frac{\gamma + 1}{(1 + \delta)R} \right]^{\frac{1}{2}} z \quad (\text{III. 48})$$

Où z du même ordre que $\vartheta(1)$.

La solution exacte de l'équation différentielle (III. 44) est en termes de y et z à la place de y et x . \underline{u} peut être exprimée en fonction des puissances inverses de R

$$\underline{u} = \frac{u_1(y, z)}{R} + \frac{u_2(y, z)}{R^2} + \dots \quad (\text{III. 49})$$

Les équations (III. 44) et (III. 43) montrent que \underline{v} doit être sous forme :

$$\underline{v} = \left[\frac{\gamma + 1}{(1 + \delta)R} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{v_1(y, z)}{R} + \frac{v_2(y, z)}{R^2} + \dots \right] \quad (\text{III. 50})$$

Substituant ces séries exponentielles dans les équations (III. 44) et (III. 43) et considérant chaque puissance de R séparément on aura les équations suivantes :

$$\frac{\partial v_n}{\partial z} = \frac{\partial u_n}{\partial z} \quad n \geq 1 \quad (\text{III. 51})$$

$$-u_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{1}{(\delta + 1)} \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\delta}{1 + \delta} \frac{v_1}{y} = 0 \quad (\text{III. 52})$$

$$-u_1 \frac{\partial u_n}{\partial z} - u_n \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{1}{(\delta + 1)} \frac{\partial v_n}{\partial y} + \frac{\delta}{1 + \delta} \frac{v_n}{y} = \Phi_{n-1} \quad n \geq 2 \quad (\text{III. 53})$$

Où Φ_n est en fonction de $v_1, u_1, u_2, v_2 \dots$

$$\Phi_2 = \frac{1}{2} u_1^2 \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{2}{1+\delta} v_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\gamma-1}{1+\delta} u_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\delta(\gamma-1)}{1+\delta} \frac{u_1 v_1}{y} \quad (\text{III. 54})$$

$$\begin{aligned} \Phi_2 = & u_2 \frac{\partial u_2}{\partial z} + \frac{1}{2} u_1^2 \frac{\partial u_2}{\partial z} + u_1 u_2 \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\gamma-1}{1+\delta} v_1^2 \frac{\partial u_1}{\partial z} + \\ & \frac{2}{1+\delta} v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{2}{1+\delta} u_1 v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{2}{1+\delta} v_1 \frac{\partial u_2}{\partial y} \end{aligned} \quad (\text{III. 55})$$

III.4.2. Conditions aux limites :

L'équation (III. 43) peut être réécrite en utilisant l'équation (III. 48) comme suit :

$$h = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma+1}{1+\delta} \right) \frac{z^2}{R^2} + \frac{\sigma}{8} \left(\frac{\gamma+1}{1+\delta} \right) \frac{z^4}{R^5} + \dots$$

D'où :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{dh}{dz} \frac{dz}{dx} = \left[\frac{\gamma+1}{(1+\delta)R} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{z}{R} + \frac{\sigma}{2} \left(\frac{\gamma+1}{1+\delta} \right) \frac{z^3}{R^3} + \dots \right]$$

Les composantes de la vitesse \underline{u} et \underline{v} peuvent être exprimées en fonction de leurs valeurs et leurs dérivées en $y = 1$ en utilisant les séries de Taylor.

$$\begin{aligned} \underline{v}(h, z) &= \underline{v}(1, z) + (h-1) \frac{\partial \underline{v}}{\partial y}(1, z) + \vartheta [(h-1)^2] \\ &= \underline{v}(1, z) + \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma-1}{1+\delta} \right) \frac{z^2}{R^2} \frac{\partial \underline{v}}{\partial y}(1, z) + \vartheta \left[R^{-\frac{11}{2}} \right] \end{aligned}$$

En substituant dans (III. 46) et en utilisant les séries (III. 49) et (III. 50) pour \underline{u} et \underline{v} et en égalant les coefficients pour chaque puissance de R en aura les conditions aux limites où les trois premières sont données par :

$$v_1(1, z) = z \quad (\text{III. 56})$$

$$v_2(1, z) = zu_1(1, z) \quad (\text{III. 57})$$

$$v_3(1, z) = zu_2(1, z) - \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma + 1}{1 + \delta} \right) z^2 \frac{\partial v_1}{\partial y}(1, z) \quad (\text{III. 58})$$

Maintenant le problème est amené à résoudre l'équation (III. 51) avec conditions aux limites

(III. 56) , (III. 57) et (III. 58) :

$$\frac{\partial v_n}{\partial z} = \frac{\partial u_n}{\partial y}$$

$$v_1(1, z) = z$$

$$v_2(1, z) = zu_1(1, z)$$

$$v_3(1, z) = zu_2(1, z) - \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma + 1}{1 + \delta} \right) z^2 \frac{\partial v_1}{\partial y}(1, z)$$

III.4.3. Solution pour un écoulement bidimensionnel ($\delta = 0$) :

A : première approximation :

La première approximation est trouvée en résolvant les équations (III. 51) et (III. 52) avec $n=1$, donc pour u_1 et v_1 les équations sont réduites à :

$$\begin{cases} \frac{\partial v_1}{\partial z} = \frac{\partial u_1}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{III. 59})$$

$$\begin{cases} u_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} = \frac{\partial v_1}{\partial y} \end{cases} \quad (\text{III. 60})$$

v_1 Doit satisfaire la condition aux limites par l'équation (III. 56) d'où :

$$v_1 = A'_0(y) + zA'_1(y) \quad (\text{III. 61})$$

$$A'_0(1) = 0 \quad A'_1(1) = 1 \quad (\text{III. 62})$$

En utilisant l'équation (III. 59) on trouve :

$$u_1 = A_1(y) + B_0 + f(z) \quad (\text{III. 63})$$

Avec :

$$f(z) = B_1 z$$

B_0 et B_1 sont des constantes, en substituant u_1 et v_1 dans l'équation (III. 60) ce qui donne :

$$A_0''(y) + z A_1''(y) = B_1 A_1(y) + B_0 B_1 + z B_1^2$$

D'où les deux équations suivantes :

$$\begin{cases} A_0''(y) = B_1 A_1(y) + B_0 B_1 & (\text{III. 64}) \\ A_1''(y) = B_1^2 & (\text{III. 65}) \end{cases}$$

La tuyère est considérée symétrique par rapport à (ox) donc v_1 est une fonction impaire de y par conséquent A_0 et A_1 sont les mêmes fonctions.

L'inclusion d'une constante B_0 dans l'équation (III. 63) veut dire que A_1 ne contient pas un terme constant ; ainsi en intégrant l'équation (III. 65) et en utilisant l'équation (III. 62) on aura :

$$B_1^2 = 1$$

$$A_1(y) = \frac{1}{2} y^2$$

$\frac{\partial u}{\partial z}$ Est positif, la racine carrée de B_1 doit être prise positive, en substituant dans

l'équation (III. 64) et en utilisant l'équation (III. 62) on aura :

$$B_0 = -\frac{1}{6}$$

$$A_0'(y) = \frac{1}{6} y^3 - \frac{1}{6} y$$

D'où les premières composantes de la vitesse :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{6} + z & \text{(III. 66)} \\ v_1 = \frac{1}{6}y^3 - \frac{1}{6}y + yz & \text{(III. 67)} \end{cases}$$

B :deuxième approximation :

Quand $n = 2$ les équations (III. 51) et (III. 53) s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial v_2}{\partial z} = \frac{\partial u_2}{\partial y} & \text{(III. 68)} \\ -u_1 \frac{\partial u_2}{\partial z} - u_2 \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial v_2}{\partial y} = \Phi_1 & \text{(III. 69)} \end{cases}$$

Où Φ_1 est évoluée à partir des équations (III. 54) , (III. 53) , (III. 67) :

$$\Phi_1 = \frac{1}{2}u_1^2 \frac{\partial u_1}{\partial z} + 2v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} + (\gamma - 1)u_1 \frac{\partial v_1}{\partial y}$$

D'après substitution en trouve :

$$\Phi_1 = \left[\frac{6\gamma + 5}{24}y^4 - \frac{2\gamma + 3}{12}y^2 + \frac{2\gamma - 1}{72} \right] + z \left[\frac{2\gamma + 3}{2} - \frac{2\gamma - 1}{6} \right] + z^2 \left[\frac{2\gamma - 1}{2} \right]$$

En pose :

$$k_0(y) = \left[\frac{6\gamma + 5}{24}y^4 - \frac{2\gamma + 3}{12}y^2 + \frac{2\gamma - 1}{72} \right]$$

$$k_1(y) = \left[\frac{2\gamma + 3}{2}y^2 - \frac{2\gamma - 1}{6} \right]$$

$$k_2(y) = \left[\frac{2\gamma - 1}{2} \right]$$

Donc :

$$\Phi_1 = k_0(y) + zk_1(y) + z^2k_2(y)$$

En plus v_2 doit satisfaire la condition aux limites donnée par l'équation (III. 57)

$$v_2(l, z) = zu_1(l, z)$$

Qui sera donnée par :

$$v_2(l, z) = \frac{1}{3}z + z^2 \quad (\text{III. 70})$$

Comme précédemment v_2 est sous la forme :

$$v_2 = C'_0(y) + zC'_1(y) + z^2C'_2(y) + \dots \quad (\text{III. 71})$$

L'équation (III. 68) nous donne :

$$u_2 = C_1(y) + 2zC_2(y) + D_0(y) + zD_1(y) + z^2D_2(y) \dots \quad (\text{III. 72})$$

A partir des équations (III. 70)et (III. 71)on a :

$$C'_0(1) = 0 \quad C'_1(1) = \frac{1}{3} \quad C'_2(1) = 1 \quad (\text{III. 73})$$

Maintenant en substituant Φ_1 , u_2 , v_2 dans l'équation (III. 69)et en considérant chaque coefficient de z séparément en aura les trois les trois équations C_0 , C_1 et C_2 données par :

$$C''_0(y) - (C_1(y) + D_0(y)) + \left(\frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{6}\right)(2C_2(y) + D_1(y)) = k_0 \quad (\text{III. 74})$$

$$C''_0(y) - (4C_2(y) + 2D_1(y)) - 2D_2(y)\left(\frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{6}\right) = k_1 \quad (\text{III. 75})$$

$$C''_2(y) - 3D_2(y) = K_2 \quad (\text{III. 76})$$

En intégrant (III. 76)et en utilisant (III. 73)en obtient :

$$C_2(y) = \frac{1}{2}y^2 \quad , \quad D_2(y) = -\frac{2\gamma - 3}{6}$$

Dans l'équation (III. 75) en intègre et en utilise (III. 73) ce qui donne :

$$C_1(y) = \frac{\gamma + 6}{18}y^4 - \frac{2\gamma + 9}{18}y^2 \quad , \quad D_1(y) = -\frac{1}{2}$$

Finalement en substituant dans (III. 70) et à l'aide toujours de l'équation (III. 73) en aura :

$$C'_0(y) = \frac{22\gamma + 75}{360}y^4 - \frac{5\gamma + 21}{54}y^3 + \frac{34\gamma + 195}{1080}y$$

$$D'_0(y) = \frac{\gamma + 30}{270}$$

D'où les deuxièmes composantes de la vitesse :

$$u_2 = \frac{\gamma + 6}{18}y^4 - \frac{2\gamma + 9}{18}y^2 + \frac{\gamma + 30}{270} + z\left(y^2 - \frac{1}{2}\right) - \frac{2\gamma - 3}{6}z^2 \quad (\text{III. 77})$$

$$v_2 = \frac{22\gamma + 75}{360}y^5 - \frac{5\gamma + 21}{54}y^3 + \frac{34\gamma + 195}{1080}y + z\left(\frac{2\gamma + 12}{9}y^3 - \frac{2\gamma + 9}{9}y\right) + yz^2 \quad (\text{III. 78})$$

C :troisième approximation :

Quand n = 3 les équations (III. 51) et (III. 53) deviennent :

$$\frac{\partial v_3}{\partial z} = \frac{\partial u_3}{y} \quad (\text{III. 79})$$

$$-u_1 \frac{\partial u_3}{\partial z} - u_3 \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial v_3}{\partial y} = \Phi_2 \quad (\text{III. 80})$$

Finalement les troisièmes composantes de v sont :

$$u_3 = \frac{362\gamma^2 + 1449\gamma + 3177}{12960}y^6 - \frac{194\gamma^2 + 837\gamma + 1665}{2592}y^3 +$$

$$\begin{aligned} & \frac{854\gamma^2 + 3687\gamma + 6753}{12960} y^2 - \frac{782\gamma^2 + 5523\gamma + 22857}{272160} + \\ & z \left[\frac{26\gamma^2 + 429\gamma + 237}{288} y^4 - \frac{26\gamma^2 + 51\gamma + 183}{144} y^2 + \frac{134\gamma^2 + 429\gamma + 1743}{4320} \right] + \\ & z^2 \left[\frac{7\gamma - 18}{36} - \frac{5\gamma}{4} y^2 \right] + z^3 \left[\frac{2\gamma^2 - 33\gamma + 9}{72} \right] \dots \end{aligned} \quad (\text{III. 81})$$

$$\begin{aligned} v_3 = & \frac{6574\gamma^2 + 26461\gamma + 40053}{181440} y^7 - \frac{2254\gamma^2 + 10113\gamma + 16479}{25920} y^5 + \\ & \frac{5026\gamma^2 + 25551\gamma + 46377}{77760} y^3 - \frac{2254\gamma^2 + 10113\gamma + 16479}{544320} y + \\ & z \left[\frac{362\gamma^2 + 1449\gamma + 3177}{2160} y^5 - \frac{194\gamma^2 + 837\gamma + 1665}{648} y^3 + \frac{854\gamma^2 + 3687\gamma + 6759}{6480} \right] \\ & + z^2 \left[\frac{26\gamma^2 + 27\gamma + 237}{144} y^3 - \frac{26\gamma^2 + 51\gamma + 189}{144} y \right] + z^3 \left[-\frac{5\gamma}{6} y \right] \end{aligned} \quad (\text{III. 82})$$

III.4.4. Discussion de la solution bi dimensionnelle :

III.4.4. 1.La vitesse et la direction :

Les composantes de la vitesse normalisées à la vitesse du son \underline{u} et \underline{v} sont données par :

$$\underline{u} = 1 + u' = 1 + \frac{u_1}{R} + \frac{u_2}{R^2} + \frac{u_3}{R^3} + \dots \quad (\text{III. 83})$$

$$\underline{v} = v' = \left[\frac{\gamma+1}{R} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{v_1}{R} + \frac{v_2}{R^2} + \frac{v_3}{R^3} + \dots \right] \quad (\text{III. 84})$$

Où $u_1, v_1, u_2, v_2, u_3, v_3$ sont déjà calculés

Avec :

$$V = (\underline{u}^2 + \underline{v}^2)^{\frac{1}{2}}$$

Et la direction :

$$\theta = Tg^{-1}\left(\frac{\underline{v}}{\underline{u}}\right)$$

En utilisant les équations (III. 83)et (III. 84) et retenant les termes jusqu'au troisième ordre

Seulement en trouve :

$$V = 1 + \frac{u_1}{R} + \frac{u_2}{R^2} + \frac{1}{R^3} \left[u_3 + \frac{\gamma + 1}{2} v_1^2 \right] \dots$$

$$\theta = \left[\frac{\gamma + 1}{R} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{v_1}{R} + \frac{1}{R^2} (v_2 - v_1 u_1) + \frac{1}{R^3} (v_3 - u_1 v_1 - u_2 v_1 + u_1^2 v_1) + \dots \right]$$

V et θ peuvent se mètrent sous forme :

$$V = 1 + \frac{V_1}{R} + \frac{V_2}{R^2} + \frac{V_3}{R^3} + \dots \quad (\text{III. 85})$$

$$\theta = \left[\frac{\gamma + 1}{R} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\theta_1}{R} + \frac{\theta_2}{R^2} + \frac{\theta_3}{R^3} + \dots \right] \quad (\text{III. 86})$$

Où les trois premiers termes de chaque série sont données par :

$$V_1 = \frac{1}{2} y^2 - \frac{1}{6} + z \quad (\text{III. 87})$$

$$V_2 = \frac{\gamma + 6}{18} y^4 - \frac{2\gamma + 9}{18} y^2 + \frac{\gamma + 30}{27} + \left(y^2 - \frac{1}{2} \right) z - \frac{2\gamma - 3}{6} z \quad (\text{III. 88})$$

$$V_3 = \frac{362\gamma^2 + 1629\gamma + 3357}{12960} y^6 - \frac{192\gamma^2 + 909\gamma + 1737}{2592} y^4 +$$

$$\begin{aligned} & \frac{854\gamma^2 + 3867\gamma + 6939}{12960}y^2 - \frac{782\gamma^2 + 5523\gamma + 22887}{272160} + \\ & z \left[\frac{26\gamma^2 + 75\gamma + 285}{288}y^4 - \frac{26\gamma^2 + 75\gamma + 213}{144}y^2 + \frac{134\gamma^2 + 429\gamma + 1743}{4320} \right] + \\ & z^2 \left[-\frac{3\gamma - 2}{4}y^2 + \frac{7\gamma - 18}{36} \right] + z^3 \left[\frac{2\gamma^2 - 33\gamma + 9}{72} \right] \end{aligned} \quad (\text{III. 89})$$

Et les composantes de la direction sont données par :

$$\theta_1 = \frac{1}{6}y^3 - \frac{1}{6}y + yz \quad (\text{III. 90})$$

$$\theta_2 = \frac{22\gamma + 45}{360}y^5 - \frac{5\gamma + 15}{54}y^3 + \frac{34\gamma + 165}{1080}y + z \left[\frac{2\gamma + 6}{9}y^3 - \frac{2\gamma + 6}{9}y \right] \quad (\text{III. 91})$$

$$\begin{aligned} \theta_3 = & \frac{6574\gamma^2 + 19257\gamma + 18639}{181440}y^7 - \frac{2254\gamma^2 + 7929\gamma + 8739}{25920}y^5 + \\ & \frac{5026\gamma^2 + 21639\gamma + 28917}{77760}y^3 - \frac{7570\gamma^2 + 42735\gamma + 74817}{544320}y + \\ & z \left[\frac{362\gamma^2 + 957\gamma + 1107}{2160}y^5 - \frac{194\gamma^2 + 609\gamma + 711}{648}y^3 + \frac{854\gamma^2 + 3219\gamma + 3789}{6480}y \right] + \\ & z^2 \left[\frac{26\gamma^2 + 3\gamma - 15}{144}y^3 - \frac{26\gamma^2 + 27\gamma + 9}{144} \right] + z^3 \left[-\frac{\gamma + 1}{2}y \right] \end{aligned} \quad (\text{III. 92})$$

III.4.4.2 Isobares et « branch- line » :

Pour une valeur constante V , l'équation (III. 85) est en fonction de y et elle donne la forme de l'isobare pour cette valeur de V , par commodité en fait intervenir Q tel que :

$$Q = R[V - 1]$$

$$Q = V_1 + \frac{V_2}{R} + \frac{V_3}{R^2} + \dots$$

Après arrangement on trouve que :

$$z = f_0(y, Q) + \frac{f_1(y, Q)}{R} + \frac{f_2(y, Q)}{R^2} + \dots \quad (\text{III. 93})$$

$$f_0 = -\frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{6} + Q$$

$$f_1 = \frac{2\gamma + 3}{72}y^4 + \frac{\gamma + 3}{18}y^2 + \frac{2\gamma - 15}{360} + Q \left[-\frac{2\gamma + 3}{6}y^2 + \frac{\gamma + 3}{9} \right] + \frac{2\gamma - 3}{6}Q^2$$

$$f_2 = \frac{74\gamma^2 + 693\gamma + 684}{6480}y^6 - \frac{16\gamma^2 + 45\gamma + 36}{324}y^4 - \frac{16\gamma^2 + 36\gamma + 111}{2080}y^2 +$$

$$Q \left[\frac{4\gamma^2 - 72\gamma - 81}{216}y^4 + \frac{34\gamma^2 - 99\gamma - 81}{216}y^2 - \frac{28\gamma^2 - 138\gamma + 135}{1620}y^4 \right] +$$

$$+ Q^2 \left[\frac{-14\gamma^2 + 3\gamma + 21}{48}y^2 + \frac{14\gamma^2 - 29\gamma - 9}{144} \right] + Q^3 \left[\frac{14\gamma^2 - 15\gamma + 27}{72} \right]$$

$$- \frac{82\gamma^2 + 99\gamma + 81}{216}y \quad (\text{III. 94})$$

En peut trouver l'équation de la branch -line en déterminant la ligne qui joint le maximum de θ , pour chaque valeur de Q , la direction du fluide est donnée en fonction de y .

en utilisant l'équation (III. 93) et en éliminant z on aura en fonction de y :

$$\theta = \left[\frac{\gamma + 1}{R} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{R} \left(yQ - \frac{1}{3}y^3 \right) \right] +$$

$$\frac{1}{R^2} \left[-\frac{2\gamma + 15}{90}y^5 + \frac{\gamma + 3}{9}y^3 - \frac{2\gamma - 3}{18}y^3Q - \frac{\gamma + 3}{18}yQ + \frac{2\gamma - 3}{6}yQ^2 \right] \quad (\text{III. 95})$$

Le maximum de v est donné pour $\frac{d\theta}{dz} = 0$ ce qui donne :

$$\frac{1}{R}(Q - y^2) + \frac{1}{R^2} \left(\frac{2\gamma + 15}{18}y^4 + \frac{\gamma + 3}{3}y^2 - \frac{2\gamma - 3}{6}y^2Q - \frac{\gamma + 3}{9}Q + \frac{2\gamma - 3}{6}Q^2 \right) +$$

$$+\theta(R) = 0$$

De laquelle on trouve :

$$Q = y^2 + \frac{1}{R} \left(\frac{2\gamma + 15}{18}y^4 - \frac{2\gamma + 6}{9}y^2 \right) + \theta(R^{-2}) \quad (\text{III. 96})$$

Et en substituant Q dans l'équation (III. 93) on aura l'équation de la « branch-line » on obtient :

$$z = \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{6} + \frac{1}{R} \left(\frac{10\gamma - 9}{72}y^4 - \frac{\gamma + 3}{18}y^2 + \frac{2\gamma - 15}{360} \right) + \theta(R^{-2}) \quad (\text{III. 97})$$

III.4.5. Solution pour un écoulement axisymétrique ($\delta = 1$) :

A : première approximation :

$$u_1 = \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{4} + z \quad (\text{III. 98})$$

$$v_1 = \frac{1}{4}y^3 - \frac{1}{4}y + yz \quad (\text{III. 99})$$

B : Deuxième approximation :

$$u_2(y, z) = \frac{2\gamma + 9}{24}y^4 - \frac{4\gamma + 15}{24}y^2 + \frac{10\gamma + 57}{288} + z \left(y^2 - \frac{5}{8} \right) - \frac{2\gamma - 3}{6}z^2 \quad (\text{III. 100})$$

$$v_2(y, z) = \frac{\gamma + 3}{9} y^5 - \frac{20\gamma + 63}{90} y^3 + \frac{28\gamma + 93}{288} y + z \left(\frac{2\gamma + 9}{6} y^3 - \frac{4\gamma + 15}{12} y \right) + z^2 y \quad (\text{III. 101})$$

C : Troisième approximation :

$$u_3(y, z) = \frac{556\gamma^2 + 1737\gamma + 3069}{10368} y^6 - \frac{388\gamma^2 + 1161\gamma + 1881}{2304} y^4 + \frac{304\gamma^2 + 831\gamma + 1242}{1728} y^2 - \frac{2708\gamma^2 + 7839\gamma + 14211}{82944} + z \left[\frac{52\gamma^2 + 51\gamma + 327}{384} - \frac{52\gamma^2 + 75\gamma + 279}{192} + \frac{92\gamma^2 + 180\gamma + 639}{1152} \right] + z^3 \left[\frac{4\gamma^2 - 57\gamma + 27}{144} \right] + z^2 \left[\frac{7\gamma - 3}{8} y^2 + \frac{13\gamma - 27}{48} \right] \quad (\text{III. 102})$$

$$v_3(y, z) = \frac{6836\gamma^2 + 23031\gamma + 30627}{82944} y^7 - \frac{3380\gamma^2 + 11391\gamma + 15291}{13824} y^5 + \frac{3424\gamma^2 + 11271\gamma + 15288}{13824} y^3 - \frac{7100\gamma^2 + 22311\gamma + 30249}{82944} + z \left[\frac{556\gamma^2 + 1737\gamma + 3069}{1728} y^5 - \frac{388\gamma^2 + 1161\gamma + 1881}{576} y^3 + \frac{304\gamma^2 + 831\gamma + 1242}{864} y \right] + z^2 \left[\frac{52\gamma^2 + 51\gamma + 327}{192} y^3 - \frac{52\gamma^2 + 75\gamma + 279}{192} y \right] -$$

$$+Z^3 \left[-\frac{7\gamma - 3}{12} y \right] \quad (\text{III. 103})$$

III.4.6. Discussion de la solution axisymétrique :

III.4.6.1. Vitesse et direction :

$$V_1 = \frac{1}{2} y^2 - \frac{1}{4} + z \quad (\text{III. 104})$$

$$V_2 = \frac{2\gamma + 9}{24} y^4 - \frac{4\gamma + 15}{24} y^2 + \frac{10\gamma + 57}{288} + z \left(y^2 - \frac{5}{8} \right) - \frac{2\gamma - 3}{6} z^2 \quad (\text{III. 105})$$

$$V_3 = \frac{556\gamma^2 + 1899\gamma + 3231}{10368} y^6 - \frac{338\gamma + 1233\gamma + 1953}{2304} y^4 +$$

$$\frac{304\gamma^2 + 858\gamma + 1269}{1728} y^2 - \frac{2708\gamma^2 + 7839\gamma + 14211}{82944} +$$

$$z \left[-\frac{5\gamma - 5}{8} y^2 + \frac{13\gamma - 27}{48} \right] + z^3 \left[\frac{4\gamma^2 - 57\gamma + 27}{144} \right] \quad (\text{III. 106})$$

Et les trois composantes de la direction sont données par :

$$\theta_1 = \frac{1}{4} y^3 - \frac{1}{4} y + yz \quad (\text{III. 107})$$

$$\theta_2 = \frac{8\gamma + 15}{72} y^5 - \frac{20\gamma + 45}{96} y^3 + \frac{28\gamma + 75}{288} y + z \left(\frac{4\gamma + 9}{12} y^3 + \frac{4\gamma + 9}{12} y \right) \quad (\text{III. 108})$$

$$\theta_3 = \frac{6836\gamma^2 + 16695\gamma + 14211}{82944} y^7 - \frac{3380\gamma^2 + 8703\gamma + 7875}{13824} y^5 +$$

$$\frac{3748\gamma^2 + 8859\gamma + 8964}{1728} y^3 - \frac{9044\gamma^2 + 17631\gamma + 20745}{8294} +$$

$$z \left[\frac{556\gamma^2 + 1113\gamma + 981}{1728} y^5 - \frac{388\gamma^2 + 801\gamma + 693}{576} y^3 + \frac{304\gamma^2 + 645\gamma + 549}{864} y \right] +$$

$$+z^2 \left[\frac{52\gamma^2 + 3\gamma - 33}{192} y^3 - \frac{52\gamma^2 + 27\gamma - 9}{192} y^3 \right] - \left[\frac{\gamma + 1}{4} \right] yz^3 \quad (\text{III. 109})$$

III.4.6.2 les isobares et « branch-line » :

$$z = f_0(y, Q) + \frac{1}{R} f_1(y, Q) + \frac{1}{R^2} f_2(y, Q) \quad (\text{III. 110})$$

Tel que :

$$f_0(y, Q) = -\frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{4} + Q \quad (\text{III. 111})$$

$$f_1(y, Q) = -\frac{4\gamma + 9}{48}y^2 + \frac{4\gamma + 21}{288} + Q \left[\frac{2\gamma + 3}{6}y^2 - \frac{4\gamma + 9}{24} \right] - \frac{2\gamma - 3}{6}Q^2 \quad (\text{III. 112})$$

$$f_2(y, Q) = -\frac{364\gamma^2 + 1089\gamma - 909}{20736}y^6 + \frac{28\gamma^2 - 291\gamma - 351}{4608}y^4 +$$

$$\frac{260\gamma^2 + 3687\gamma + 3105}{13824}y^2 - \frac{6272\gamma^2 + 8244\gamma + 28386}{20736} +$$

$$Q \left[\frac{180\gamma^2 + 675\gamma + 567}{1152}y^4 + \frac{168\gamma^2 + 462\gamma + 486}{576}y^2 + \frac{412\gamma^2 + 285\gamma + 711}{2304} \right] +$$

$$Q^2 \left[-\frac{12\gamma^2 + 162\gamma + 18}{288} + \frac{12\gamma^2 - 15\gamma - 243}{576} \right] + Q^3 \left[\frac{4\gamma^2 - 57\gamma + 27}{144} \right] \quad (\text{III. 113})$$

L'équation de la « branch-line » est donnée par :

$$z = \frac{1}{4}y^2 + \frac{1}{8} + \frac{1}{R} \left(\frac{15\gamma + 9}{72}y^4 - \frac{2\gamma + 3}{9}y^2 + \frac{4\gamma + 15}{180} \right) + \theta(R^{-2})$$

$$C_d = 1 - \frac{(G + 1)}{(R)^2} \left(\frac{1}{96} - \frac{8G + 21}{2304R} + \frac{2123G + 757G^2 + 2553}{276480R^2} \right) \quad (\text{III. 114})$$

III.5. Approche de Kliegel et Levine :

III.5.1. Les coordonnées toroïdales :

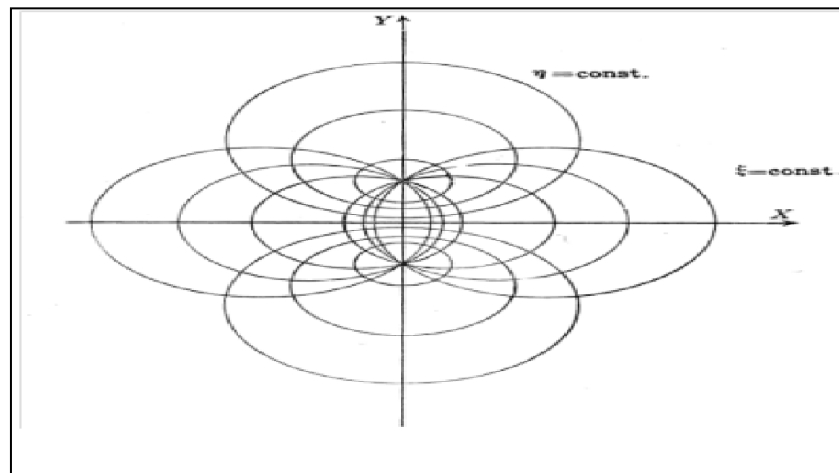
La figure (III.4) représente les coordonnées toroïdales où l'axe de symétrie et la paroi au col sont tous les deux des coordonnées. Ils sont représentés respectivement par les lignes :

$$n=0 \quad n=n_p = cste$$

La relation entre les coordonnées cartésiennes et toroïdales est donnée par :

$$\frac{y}{y_c} = \sqrt{1 + \frac{2}{R}} \frac{\sin n}{(\cos n + \cos \varepsilon)}$$

$$\frac{x}{y_c} = \sqrt{1 + \frac{2}{R}} \frac{\sin \varepsilon}{(\cos n + \cos \varepsilon)}$$



Figure(III.4) Les coordonnées toroïdales

Avec :

$$\begin{cases} -\pi \leq \varepsilon \leq \pi \\ -\infty \leq n \leq +\infty \end{cases}$$

Kliegel et Levine proposent la solution sous forme :

$$u = 1 + \frac{u_1(r, z)}{(R+1)} + \frac{1}{(R+1)^2} (u_1(r, z) + u_2(r, z)) + \frac{1}{(R+1)^3} (u_1(r, z) + 2u_2(r, z))$$

$$+ u_3(r, z) \dots \quad (\text{III. 115})$$

$$v = \left(\frac{\gamma+1}{2(R+1)} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{v_1(r,z)}{(R+1)} + \frac{1}{(R+1)^2} \left[\frac{3}{2} v_1(r,z) + v_2(r,z) \right] + \right. \\ \left. \frac{1}{(R+1)^3} \left[\frac{15}{8} v_1(r,z) + \frac{5}{2} v_2(r,z) + v_3(r,z) \right] + \dots \right) \quad (\text{III. 116})$$

III.5.2. Discussion de la solution axisymétrique :

III.5.2.1. Vitesse et direction :

La vitesse est donnée par la relation :

$$q = 1 + \frac{v_1}{R} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} \quad (\text{III. 117})$$

Tel que :

$$v_1 = \frac{1}{2} y^2 - \frac{1}{4} + z \quad (\text{III. 118})$$

$$v_2 = \frac{2\gamma+9}{24} y^4 - \frac{4\gamma+3}{24} y^2 + \frac{10\gamma-15}{288} + z \left(y^2 + \frac{3}{8} \right) - z^2 \left(\frac{2\gamma-3}{6} \right) \quad (\text{III. 119})$$

$$v_3 = \frac{556\gamma^2 + 1899\gamma + 3231}{10368} y^6 - \frac{388\gamma^2 + 849\gamma + 225}{2304} y^4 + \frac{304\gamma^2 + 282\gamma - 27}{1728} + \\ z \left[\frac{52\gamma^2 + 879\gamma + 375}{384} y^4 - \frac{52\gamma^2 + 99\gamma - 81}{192} y^2 + \frac{92\gamma^2 + 180\gamma + 351}{1152} \right] + \\ - \frac{2708\gamma + 2079\gamma + 2115\gamma}{82944} + z^2 \left[\frac{-5\gamma + 5}{8} y^2 - \frac{19\gamma - 21}{48} \right] + \\ z^2 \left[\frac{4\gamma^2 - 57\gamma + 27}{144} \right] \quad (\text{III. 120})$$

Pour la direction elle est donnée par la relation :

$$\theta = \left[\frac{\gamma + 1}{R + 1} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\theta_1}{R} + \frac{\theta_2}{R_2} + \frac{\theta_3}{R_3} \right] + \dots \quad (\text{III. 121})$$

Ce qui donne :

$$\theta_1 = \frac{1}{4}y^3 - \frac{1}{4}y + yz \quad (\text{III. 122})$$

$$\theta_2 = \frac{8\gamma + 63}{72}y^5 - \frac{20\gamma + 9}{96}y^3 + \frac{28\gamma - 33}{288}y + z \left[\frac{4\gamma + 9}{12}y^3 - \frac{4\gamma - 9}{12}y \right] \quad (\text{III. 123})$$

$$\begin{aligned} \theta_3 = & -\frac{6836\gamma^2 + 29367\gamma + 47043}{82944}y^7 + \frac{3380\gamma^2 + 12351\gamma + 17523}{13824}y^5 \\ & - \frac{10\gamma + 45}{48}y^4 - \frac{3224\gamma^2 + 13359\gamma + 20688}{13824}y^3 - \frac{20\gamma + 75}{48}y^2 + \\ & \frac{1216\gamma^2 + 3748\gamma + 2340}{3456} + z \left[-\frac{556\gamma^2 + 2361\gamma + 6042}{1728}y^5 + \right. \\ & \left. \frac{388\gamma^2 + 1449\gamma + 2529}{576}y^3 - \frac{5}{2}y^2 - \frac{218\gamma + 69}{1152}y + \frac{304\gamma^2 + 831\gamma + 1512}{864} \right] \\ & + z^2 \left[\frac{-52\gamma^2 + 99\gamma - 735}{192}y^3 + \frac{52\gamma^2 + 123\gamma + 327}{192}y + \frac{2\gamma - 3}{6} \right] + \\ & z^3 \left[\frac{11\gamma - 21}{12}y \right] \quad (\text{III. 124}) \end{aligned}$$

III.5.2.2. Les isobares et « branch-line » :

$$z(y, Q) = f_0(y, Q) + \frac{1}{R} f_1(y, Q) + \frac{1}{R^2} f_2(y, Q) \quad (\text{III. 125})$$

Avec :

$$f_0(y, Q) = -\frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{4} + Q \quad (\text{III. 126})$$

$$f_1(y, Q) = \frac{4\gamma - 9}{48}y^2 + \frac{4\gamma + 21}{288} + Q \left[\frac{2\gamma + 3}{6}y^2 - \frac{4\gamma - 15}{24} \right] - Q^2 \left(\frac{2\gamma - 3}{3} \right) \quad (\text{III. 127})$$

$$\begin{aligned} f_2(y, Q) = & \frac{-364\gamma^2 + 22149\gamma + 909}{20736}y^6 + \frac{28\gamma^2 + 2049\gamma - 351}{4608}y^4 + \\ & \frac{908\gamma^2 + 735\gamma + 567}{13824}y^2 - \frac{1016\gamma^2 + 1404\gamma + 6714}{82944} + \\ & Q \left[\frac{180\gamma^2 + 3015\gamma + 567}{1152}y - \frac{168\gamma^2 + 78\gamma - 90}{576}y^2 + \frac{176\gamma^2 - 267\gamma + 1287}{2304} \right] \\ & + Q^2 \left[\frac{-12\gamma^2 - 9\gamma - 99}{288}y^2 + \frac{12\gamma^2 - 399\gamma + 333}{576} \right] + Q^3 \left[\frac{4\gamma^2 - 57\gamma + 27}{144} \right] \quad (\text{III. 128}) \end{aligned}$$

Et l'équation de la « branch- line » est donnée par :

$$Z = \frac{1}{4}y^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{R} \left[\frac{15\gamma - 12}{48}y^4 - \frac{4\gamma + 3}{9}y^2 + \frac{6\gamma - 9}{180} \right] + \theta(R^{-2}) \quad (\text{III. 129})$$

$$C_d = 1 - \frac{(G + 1)}{(1 + R)^2} \left(\frac{1}{96} - \frac{8G - 27}{2304(1 + R)} + \frac{754G^2 - 757G + 3633}{276480(1 + R)^2} \right) \quad (\text{III. 130})$$

Pour un écoulement bidimensionnel, il suffit de poser $\delta = 0$ et de suivre la même procédure que la section (III.4.3) pour résoudre le problème.

Dans ce chapitre on va s'intéresser à l'application des trois méthodes sur différents types de tuyères dont nous connaissons les données thermodynamiques et les caractéristiques géométriques. Les deux premiers cas d'études sont représentés par deux tuyères (TOC), et l'occurrence les tuyères Antares et Bernice appartenant à l'Office National des Recherches Aérospatiales (ONERA) ; le troisième cas d'études est représenté par une tuyère (TIC) appartenant au centre National de Recherches Aérospatiales, enfin les méthodes seront appliquées sur un autre type de tuyères généralement le plus utilisé qui est la tuyère coniques .Enfin ; Une étude comparative entre les trois méthodes sera faite pour chaque tuyère.

IV.1:premier cas d'étude :(la tuyère Antares) :

Elle équipe le premier étage du moteur SEPR ; 7341 de l'engin de recherche 'Antares' appartenant à l'ONERA.

Les données nécessaires pour les calculs sont représentées par les valeurs des paramètres thermodynamiques de la chambre de combustion et ceux géométriques de la tuyère.

$$\begin{aligned}
 P_a &= 1,013 \text{ bars} & Y_c &= 0,088\text{m} & \gamma &= 1,20 \\
 P_t &= 54 \text{ bars} & R_{tu} &= 0,176 \text{ m} & R &= 320 \text{ j/kg.k} \\
 T_t &= 2500 \text{ K} & R_{cd} &= 0,044\text{m} & &
 \end{aligned}$$

IV.1.1:Paramètres de performances :

L'application des trois méthodes sur ce type de tuyères donne les résultats qui sont représentés dans le tableau (IV.1).

Tableau(IV.1) : Résultats de performance trouvés et ceux de la référence [1]

	Réel	Sauer	Réf[1]	k & lévine	Réf[1]	Hall	Réf[1]
Poussée développée	202923	162533	160002,8	16199,9	160311,5	162430,4	160030,8
Débit massique	95	94,67423	94,6634	94,16	94,94	94,57417	94,661
Coefficient de décharge	0,993	0,994398	0,9934	0,95	0,9966	1,000576	0,9937

- Les résultats obtenus par les trois méthodes sont très proches et la marge d'erreur est négligeable.
- En Comparant ces résultats aux résultats réelles et ceux obtenus dans la référence on remarque qu'ils sont très proches entre eux que se soit pour la poussée, le débit massique et le coefficient de décharge.

Evaluation des paramètres thermodynamiques :

L'application de ces trois méthodes sur ce type de tuyères a donné les résultats représentés dans le tableau (IV.2).

Tableau (IV.2).Evolution de (P, V, U, M) par les trois méthodes de la tuyère Antares

X(S)	X(REF)	X(K&L)	X(REF)	X(H)	X(REF)	Y	P(S)	P(REF)	P(K&L)	P(REF)	P(H)	P(REF)	U(S)	U(REF)	U(K&L)	U(REF)	U(H)	U(REF)
0	0	0	0	0	0	-	30,48	30,48	3 0,48 13600	29,31	3 0,48 13200	29,8	934,2059	934	934,2046	964	934,206	951
-0,0002	-0,0001	-0,0001	-0,0001	0	-0,0002	0,0088	30,43	30,43	3 0,42 74000	29,3	3 0,43 55800	29,77	935,3737	935	935,5829	964	935,374	952
-0,0007	-0,0006	-0,0005	-0,0005	-0,001	-0,0007	0,0176	30,29	30,29	3 0,26 55000	29,28	3 0,29 84100	29,68	938,8769	938	939,7179	965	938,877	954
-0,0015	-0,0015	-0,0012	-0,0012	-0,001	-0,0015	0,0264	30,07	30,07	2 9,99 56800	29,25	3 0,06 97900	29,54	944,7156	944	946,6096	966	944,717	958
-0,0026	-0,0026	-0,0021	-0,0021	-0,003	-0,0026	0,0352	29,75	29,75	2 9,61 80600	29,2	2 9,74 98000	29,37	952,8898	952	956,2578	967	952,892	962
-0,0041	-0,0041	-0,0033	-0,0033	-0,004	-0,0041	0,044	29,33	29,33	2 9,13 28600	29,14	2 9,33 85400	29,19	963,3996	963	968,6627	968	963,403	967
-0,0059	-0,0053	-0,0048	-0,0048	-0,006	-0,0059	0,0528	28,83	28,83	2 8,54 05300	29,06	2 8,83 63500	29	976,2448	976	983,8243	971	976,249	972
-0,008	-0,008	-0,0066	-0,0065	-0,008	-0,008	0,0616	28,24	28,24	2 7,84 19600	29	2 8,24 37500	28,84	991,4255	991	1 001,74	973	991,431	975
-0,0104	-0,0104	-0,0086	-0,0085	-0,01	-0,0104	0,0704	27,56	27,56	2 7,03 85600	28,8	2 7,56 15700	28,71	1 008,94	1009	1 022,42	977	1 008,95	979
-0,0132	-0,0132	-0,0108	-0,0108	-0,013	-0,0132	0,0792	26,79	26,79	2 6,13 24400	28,6	2 6,79 11300	28,61	1 028,79	1029	1 045,85	983	1 028,80	982
-0,0163	-0,0163	-0,0134	-0,0133	-0,016	-0,0163	0,088	25,93	25,93	2 5,12 65900	26,67	2 5,93 42700	26,35	1 050,98	1051	1 072,04	1032	1 050,99	1040

V(S)	V(REF)	V(K&L)	V(REF)	V(H)	V(REF)	M(S)	M(REF)	M(K&L)	M(REF)	M(H)	M(REF)
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1,035	1	1,02
0	0	4.378605	-0,0031	0.0449899	0,0006	1,0014	1,001	1,0016	1,035	1,001	1,021
0	0	8.747913	-0,006	0.0467441	0,001	1,0055	1,005	1,0065	1,036	1,006	1,024
0	0	13.098620	-0,0086	-0.0381278	0,001	1,0124	1,012	1,0146	1,037	1,012	1,028
0	0	17.421410	-0,011	-0.2533498	-0,0003	1,0221	1,022	1,0261	1,038	1,022	1,033
0	0	21.706980	-0,013	-0.6432013	-0,0033	1,0345	1,034	1,0408	1,04	1,035	1,039
0	0	25.945960	-0,016	-1.252809	-0,0089	1,0499	1,049	1,0589	1,043	1,05	1,044
0	0	30.129010	-0,022	-2.128531	-0,0186	1,068	1,068	1,0804	1,046	1,068	1,049
0	0	34.246730	-0,031	-3.31845	-0,0339	1,0891	1,089	1,1054	1,051	1,089	1,053
0	0	38.289730	-0,046	-4.873006	-0,0565	1,1132	1,113	1,134	1,057	1,113	1,056
0	0	42.248550	0	-6.845788	0	1,1403	1,14	1,1662	1,069	1,14	1,069

Pour chaque couple (x,y) de la ligne sonique correspond une vitesse axiale, une vitesse radiale, une pression P et un nombre de mach.

- Comme première constatation qui saute aux yeux est que l'écoulement est axial puisque $(v \ll u)$ pour les méthodes de Hall et Kliegel-Levine.
- Pour ce qui concerne la méthode de Sauer, elle suppose dès le début que l'écoulement est axial en posant dans le programme de calcul $(v=0)$.
- Les écarts relatifs générés entre les trois solutions sont principalement dus à la différence d'approche entre ces méthodes.
- En comparant nos résultats et ceux obtenus par [1] on remarque que les deux résultats sont très proches.

IV.1.2 : La forme de la ligne sonique:

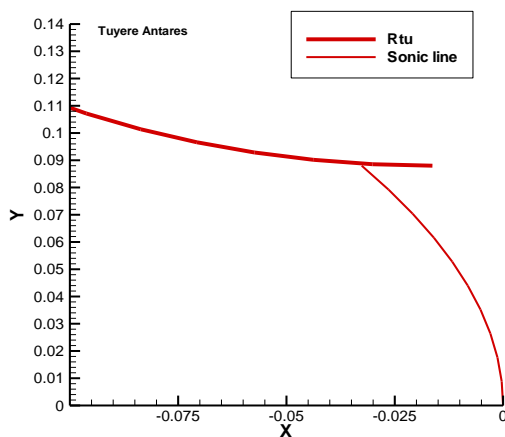


Figure (IV.1) Ligne sonique pour une tuyère Antares Par la méthode de Sauer

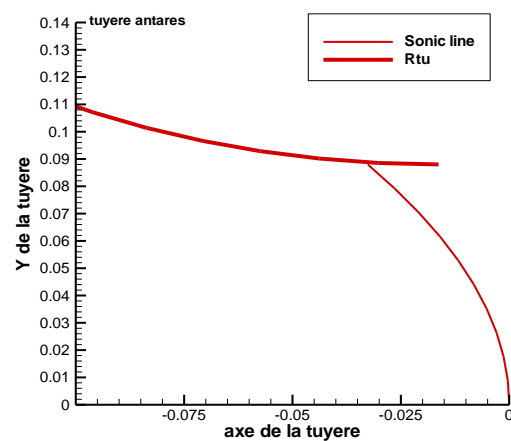


Figure (IV.2) Ligne sonique pour une tuyère Antares Par la méthode de Kliegel & Lévine

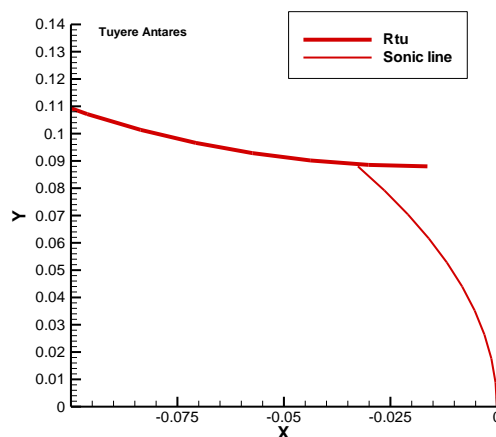


Figure (IV.3) Ligne sonique pour une tuyère Antares Par la méthode de Hall

D'après les figures (IV.1), (IV.2) et (IV.3), on remarque que la ligne sonique est de forme parabolique, comme elle est décrite dans différents travaux de recherche Fig. (III.3), [], [], cela est dû aux pertes de charges et aux frottements avec paroi et entre les molécules. Ce qui n'est pas conforme avec la théorie monodimensionnelle où la ligne sonique est considérée comme une droite.

IV.1.3 : La forme de la ligne $v=0$:

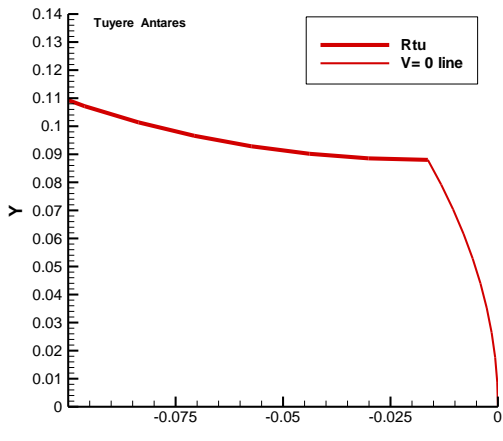


Figure (IV.4) Ligne $V=0$ pour une tuyère Antares Par la méthode de Sauer

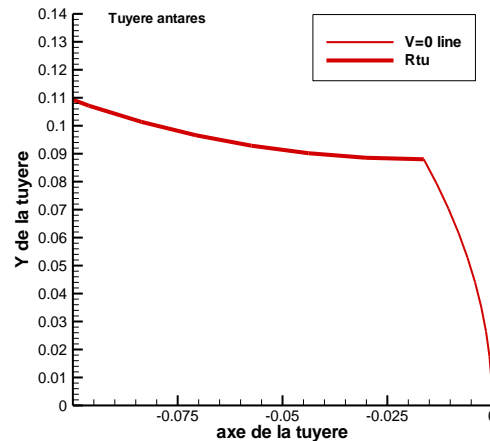


Figure (IV.5) Ligne $v=0$ pour une tuyère Antares Par la méthode de Kliegel & Lévine

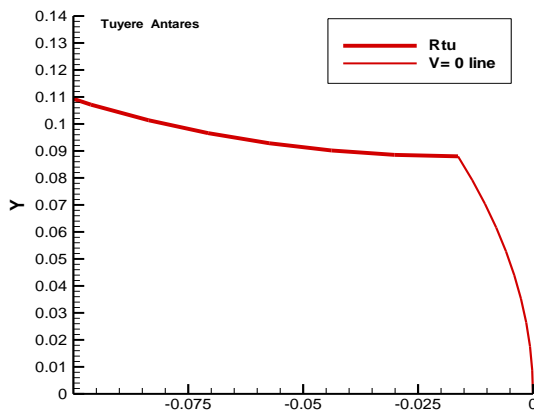


Figure (IV.6) Ligne $v=0$ pour une tuyère Antares Par la méthode de Hall

Et la figure (IV.4), (IV.5) et (IV.6) représentent les lignes $v=0$ obtenues pour ce type de tuyères par les trois méthodes.

Cette ligne est inclinée par rapport à la ligne sonique comme elle est portée dans les travaux (III.3), [1], elles débutent des la fin du rayon upstream pour décrire l'écoulement dans le divergent de la tuyère par la méthode des caractéristiques elle caractérise les lignes où le nombre de mach est légèrement supérieur à l'unité.

IV.1.4 : Influence de G sur la ligne sonique et $v=0$:

Pour différentes valeurs de G (1.2 ; 1.35 et 1.4), la ligne sonique garde toujours sa forme parabolique. On remarque que les courbes sont presque confondues le changement de ce paramètre n'a aucune influence majeure sur la forme de la ligne sonique et même sur la ligne $v=0$. Ce résultats sont illustrés dans les Figures de (IV.7) à (IV.12).

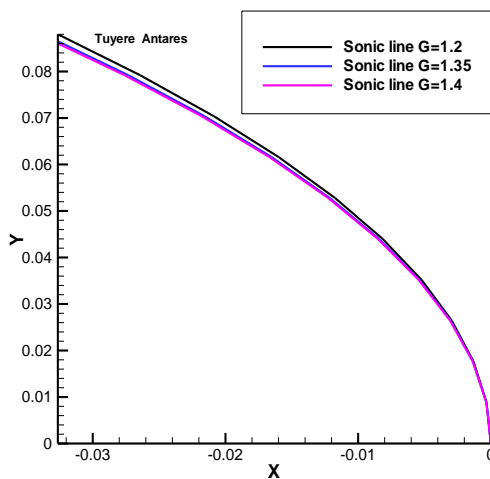


Figure (IV.7) Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère Antares selon Sauer

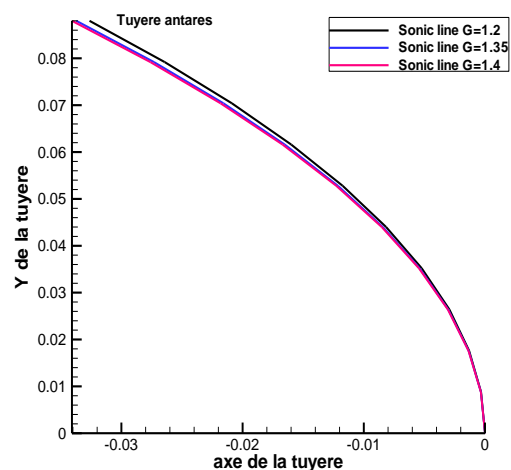


Figure (IV.8) Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère Antares selon Kliegel & Lévine

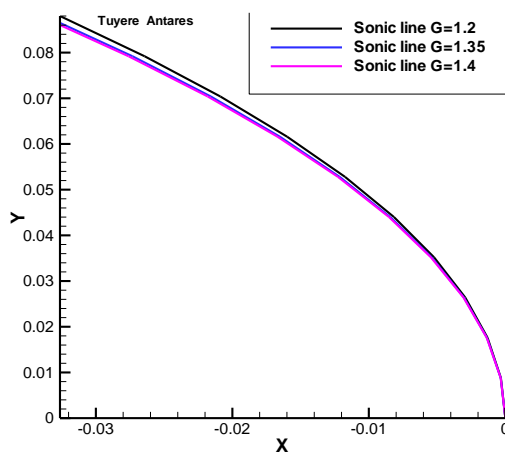


Figure (IV.9) Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère Antares selon Hall

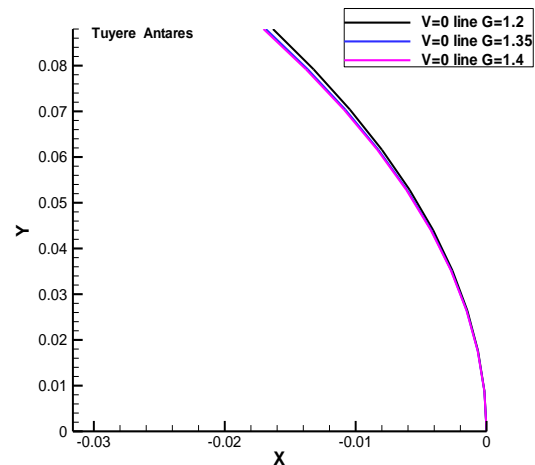


Figure (IV.10) Influence de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Antares selon Sauer

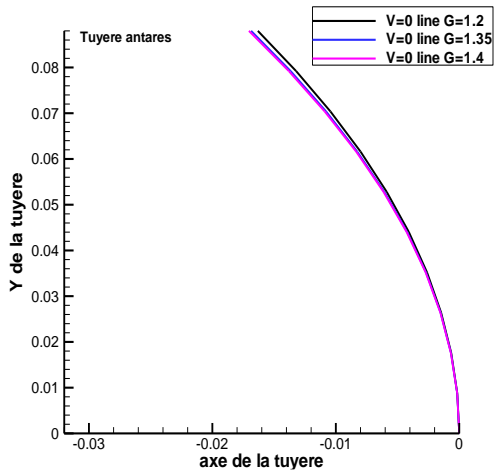


Figure (V.11) Influence de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Antares selon Kliegel & Levine

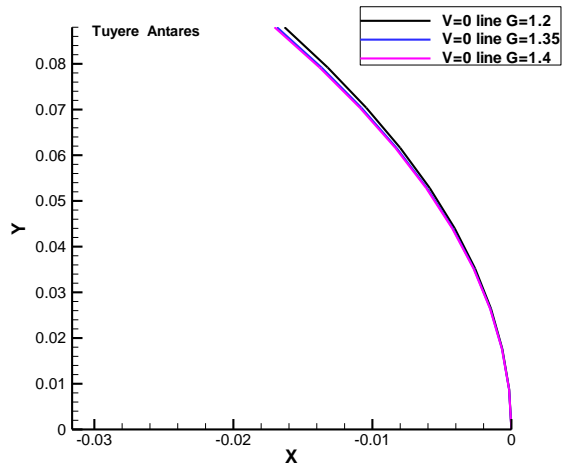


Figure (V.12) Influence de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Antares selon Hall

IV.1.5 : Influence de rayon de courbure sur la ligne sonique et $v=0$:

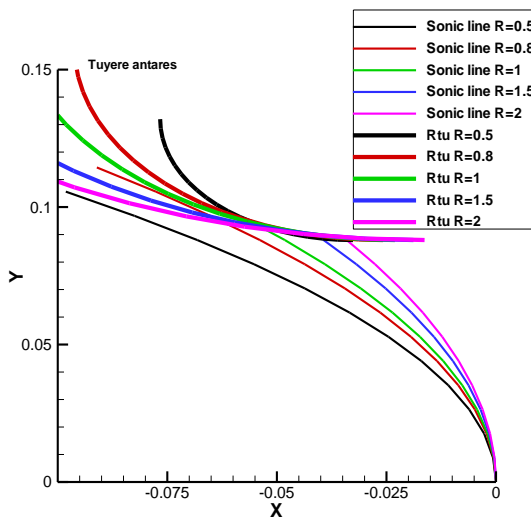


Figure (IV.13) Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère Antares selon Sauer

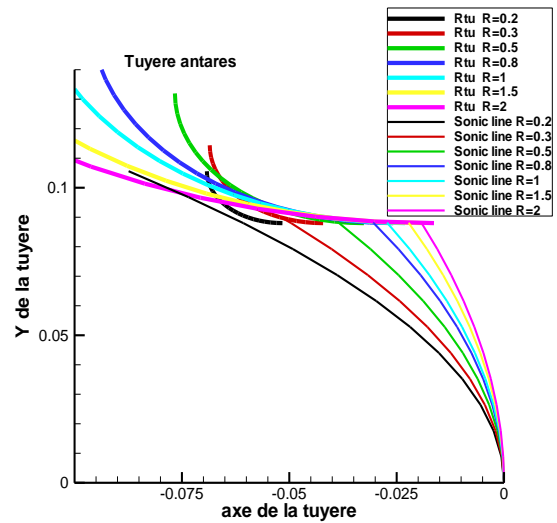


Figure (IV.14) Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère Antares selon Kliegel & Levine

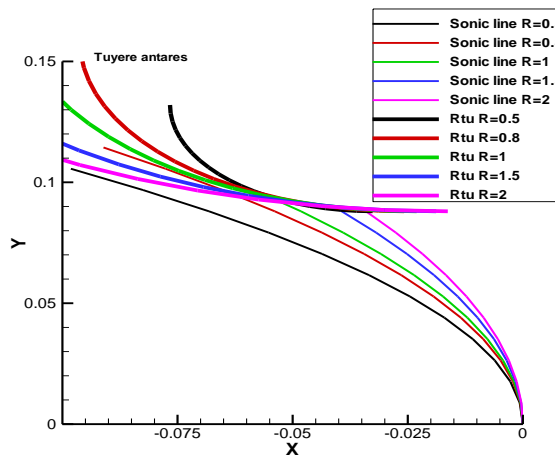


Figure (IV.15) Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère Antares selon Hall

Contrairement au rapport de chaleur spécifique, les Fig. (IV.13), (IV.14) et (IV.15) illustrent l'influence du rayon de courbure R sur la ligne sonique, ces résultats sont obtenues pour des valeurs de $R = (0.2, 2)$ ce que nous avons constaté c'est que la ligne sonique a gardé toujours sa forme parabolique mais qu'elle a changé de position. Ce qui se répercute sur l'écoulement supersonique dans le divergent. Aussi nous avons constaté que les méthodes de Hall et de Sauer divergent pour des R inférieurs à 0.5 (les lignes soniques n'ont pas gardé la forme parabolique contrairement à la méthode de Kliegel & Lévine qui a donné de très bons résultats pour ces mêmes valeurs.

Comparant ces trois résultats on remarque que les écarts entre les courbes obtenues pour les différentes valeurs de R sont plus apparents dans le cas des méthodes de Sauer et Hall que dans le cas de Kliegel et Lévine ce qui veut dire que l'influence de R est moins influente dans cette méthode.

Et pour la ligne $v=0$ elle reste toujours inclinée par rapport à la ligne sonique, comme définie dans (III.3) d'après Fig. (IV.16), (IV.17) et (IV.18).

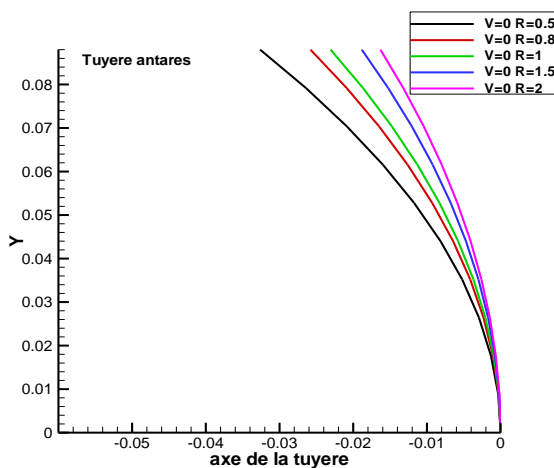


Figure (IV.16) Influence de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Antares selon Sauer

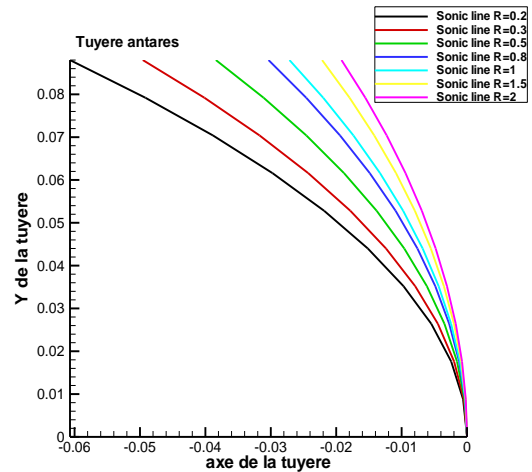


Figure (IV.17) Influence de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Antares selon Kliegel & Lévine

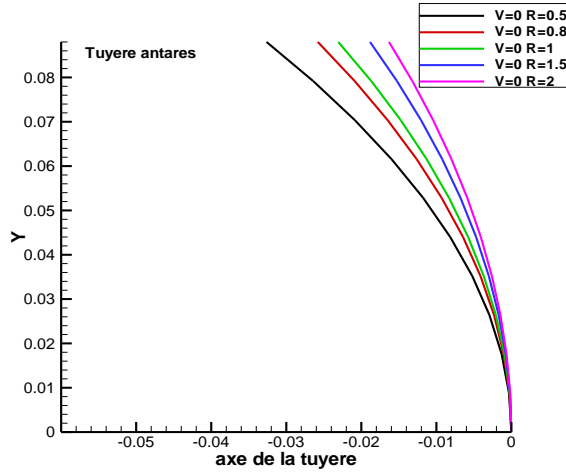


Figure (IV.18) Influence de R sur la ligne sonique pour une tuyère Antares selon Hall

IV.1.6 : Coefficient de décharge et de poussée :

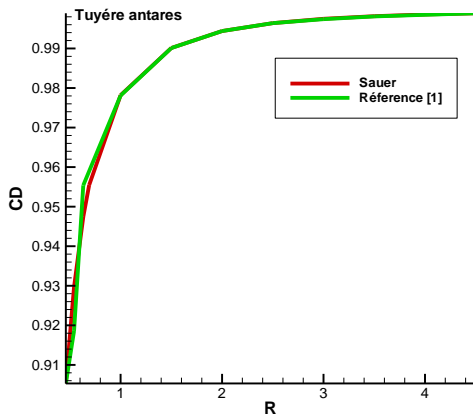


Figure (IV.19) Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure selon Sauer

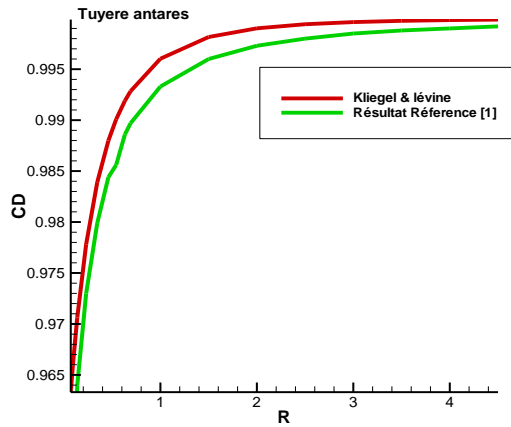


Figure (IV.20) Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure selon Kliegel & Iévine

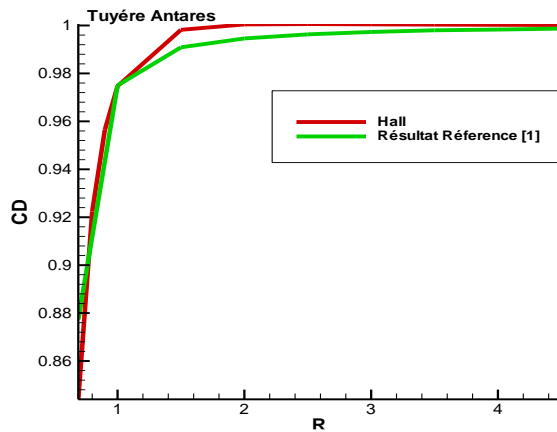


Figure (IV.21) Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure d'une tuyère Antares selon Hall

Les résultats obtenus pour la variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure R sont données dans les Fig. (IV.19), (IV.20) et (IV.21). on constate que ce coefficient augmente en fonction de R pour se stabiliser à une valeur au voisinage de l'unité.

Les méthodes de hall et sauer ont donné des valeurs du coefficient de décharge inférieures à 0.85 pour des rayons de courbure inférieurs à 0.5 ce qui représente un rendement très médiocre sur le plan pratique. Contrairement à la méthode de Kliegel & Levine qui donnent des résultats très satisfaisants pour ces rayons de courbure très petits.

Et c'est la même chose pour le coefficient de poussée d'après les figures suivantes :

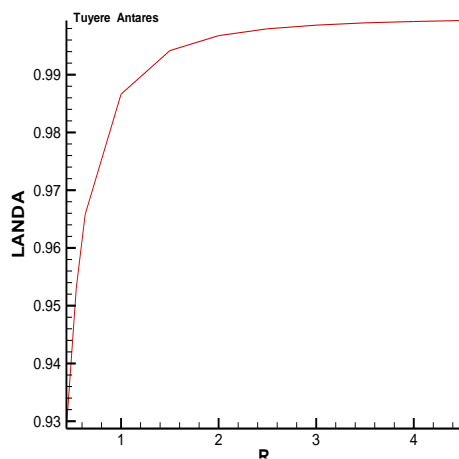


Figure (IV.22) Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure d'une tuyère Antares selon Sauer

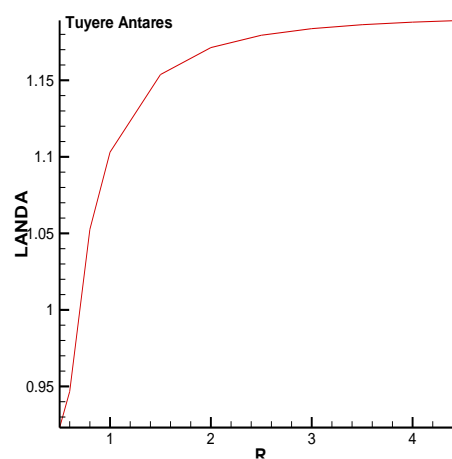


Figure (IV.23) Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure d'une tuyère Antares selon Kliegel & Lévine

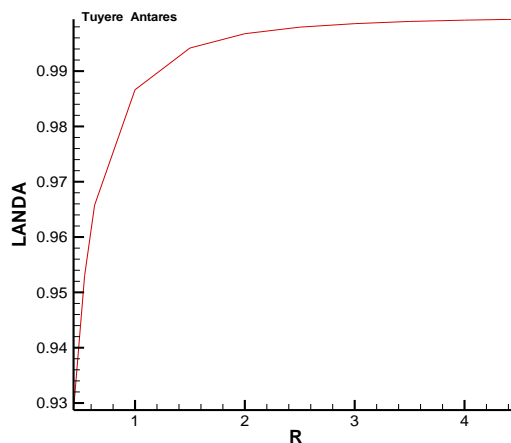


Figure (IV.24) Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure d'une tuyère Antares selon Hall

IV.2 :Deuxième cas d'étude : (la tuyère Bérénice) :

C'est la tuyère équipant le premier étage du moteur SEPR ; 739P de l'engin aérospatial 'BERENICE'.

Les données nécessaires pour le calcul sont représentées par les valeurs des paramètres thermodynamiques de la chambre de combustion ainsi ceux de la géométrie de la tuyère.

$$P_a = 1.013 \text{ bar}$$

$$Y_c = 0.069 \text{ m}$$

$$G = 1.2$$

$$P_t = 69 \text{ bars}$$

$$R_{cu} = 0.198 \text{ m}$$

$$T_t = 2800 \text{ K}$$

$$R_{cd} = 0.0345$$

$$R = 320 \text{ J/kg.k}$$

IV.2.1:Paramètres de performances :

L'application des trois méthodes sur cette tuyère a donné les résultats qui sont représentés dans le tableau (IV.3).

Tableau(IV.3) : Résultats de performance trouvés et ceux de la référence [1]

	Réel	Sauer	Réf[1]	k & lévine	Réf[1]	Hall	Réf[1]
Poussée développée	164546,9	127898,2	126114,8	127695,5	126357,3	127894,2	126254,6
Débit massique	70,52	70,47908	70,24	70,28913	70,47	70,47526	70,33
Coefficient de décharge	0,993	0,9972636	0,9946	0,9530657	0,9966	1,000511	0,9946

Evaluation des paramètres thermodynamiques :

L'application de ces trois méthodes sur ce type de tuyères a donné les résultats représentés dans le tableau(IV.4).

Tableau (IV.4).Evolution de (P, V, U, M) par les trois méthodes de la tuyère Bérénice.

X(S)	X(REF)	X(K&L)	X(REF)	X(H)	X(REF)	Y	P(S)	P(REF)	P(K&L)	P(REF)	P(H)	P(REF)	U(S)	U(REF)	U(K&L)	U(REF)	U(H)	U(REF)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3 8,94 8330000	38,94	3 8,94 8400000	37,45	3 8,94 83	38,08	988,67	989,00	988,67	1020,00	988,67	1007,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	3 8,90 7600000	38,89	3 8,90 0320000	37,44	3 8,90 76	37,93	989,53	990,00	989,69	1020,00	989,53	1008,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	3 8,78 5420000	38,71	3 8,75 6150000	37,41	3 8,78 542	37,75	992,12	994,00	992,74	1021,00	992,12	1010,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	3 8,58 1830000	38,42	3 8,51 5850000	37,38	3 8,58 183	37,53	996,42	1000,00	997,82	1022,00	996,42	1014,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	3 8,29 6800000	38,01	3 8,17 9480000	37,31	3 8,29 68	37,30	1002,45	1008,00	1004,94	1023,00	1002,45	1019,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	3 7,93 0420000	37,48	3 7,74 7130000	37,23	3 7,93 042	37,07	1010,21	1020,00	1014,09	1025,00	1010,21	1024,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	3 7,48 2810000	36,84	3 7,21 9020000	37,13	3 7,48 281	37,06	1019,68	1033,00	1025,27	1027,00	1019,68	1028,00
-0,01	-0,01	0,00	-0,01	-0,01	-0,01	0,05	3 6,95 4210000	36,08	3 6,59 5530000	37,00	3 6,95 421	36,86	1049,00	1030,00	1038,49	1030,00	1030,88	1033,00
-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	0,06	3 6,34 4980000	35,21	3 5,87 7270000	36,80	3 6,34 498	36,70	1043,80	1086,00	1053,74	1034,00	1043,80	1036,00
-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	0,06	3 5,65 5700000	34,23	3 5,06 5140000	36,53	3 5,65 57	36,56	1058,45	1089,00	1071,02	1040,00	1058,45	1039,00
-0,01	-0,01	-0,01	-0,0104	-0,01	-0,01	0,07	3 4,88 7170000	33,14	3 4,16 0520000	34,08	3 4,88 719	33,67	1074,81	1112,00	1090,34	1092,00	1074,81	1100,00

V(S)	V(REF)	V(K&L)	V(REF)	V(H)	V(REF)	M(S)	M(REF)	M(K&L)	M(REF)	M(H)	M(REF)
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1,035	1	1,02
0	0	0,1087	-0,0031	0,0776	0,0006	1,001	1,001	1,0011	1,035	1,001	1,021
0	0	0,2031	-0,006	0,1376	0,001	1,0038	1,005	1,0045	1,036	1,0038	1,024
0	0	0,269	-0,0086	0,1623	0,0008	1,0086	1,012	1,0102	1,037	1,0086	1,028
0	0	0,2926	-0,0109	0,1342	-0,0003	1,0154	1,022	1,0182	1,038	1,0154	1,033
0	0	0,2606	-0,0134	0,0361	-0,0033	1,024	1,034	1,0284	1,04	1,024	1,039
0	0	0,1602	-0,0167	-0,1491	-0,0089	1,0347	1,049	1,041	1,043	1,0347	1,044
0	0	-0,0206	-0,0221	-0,4381	-0,0186	1,0473	1,068	1,0559	1,046	1,0473	1,049
0	0	-0,2928	-0,0314	-0,8475	-0,0339	1,0619	1,089	1,0731	1,051	1,0619	1,053
0	0	-0,6664	-0,0466	-1,3937	-0,0505	1,0785	1,09	1,0928	1,057	1,0785	1,056
0	0	-1,1503	0	-2,0928	0	1,0972	1,1	1,115	1,07	1,0972	1,07

Chaque coordonnée (x,y) de la ligne sonique correspond à une vitesse axiale, une vitesse radiale, une pression P et un nombre de mach.

- En remarque que l'écoulement est axial puisque ($v \ll u$) pour les méthodes de Hall et Kliegel-Levine.
- l'écoulement est pris comme axial en posant dans le programme de calcul ($v=0$).
- Les écarts relatifs générés entre les trois solutions sont principalement dus à la différence d'approche entre ces méthodes.
- En comparant nos résultats et ceux obtenus par [1] on remarque qu'ils sont très proches.

IV.2.2 : La forme de la ligne sonique:

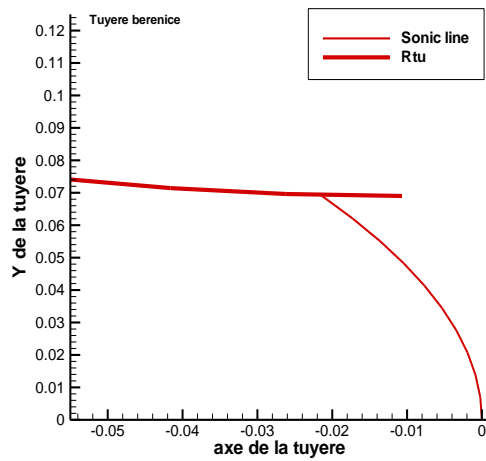


Figure (IV.25) Ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon Sauer

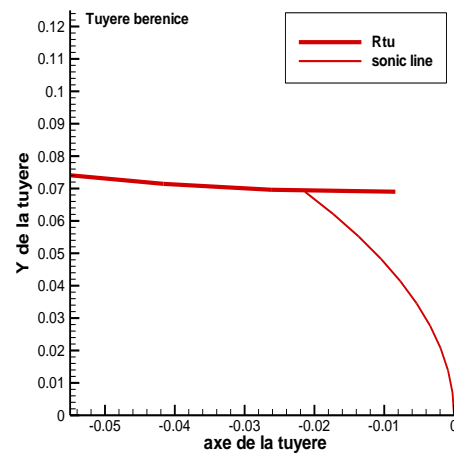


Figure (IV.26) Ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon Kliegel & Lévine

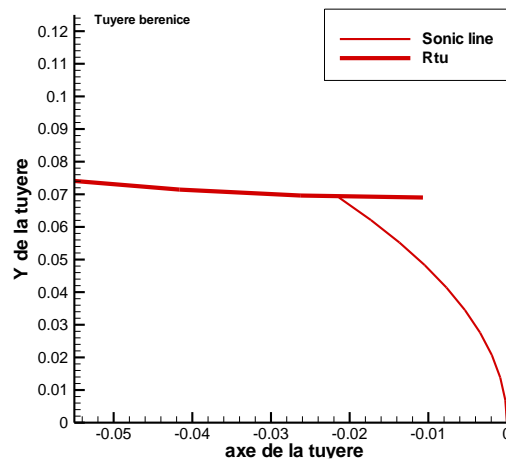


Figure (IV.27) Ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon Hall

La forme de la ligne sonique pour les trois méthodes appliquées sur une tuyère Bérénice est figurée dans (IV.25), (IV.26), (IV.27). En constate qu'elle garde toujours la forme parabolique comme la Fig. (III.3) contrairement à la forme monodimensionnelle dont la ligne sonique est supposée droite.

IV.2.3 : La forme de la ligne $v=0$:

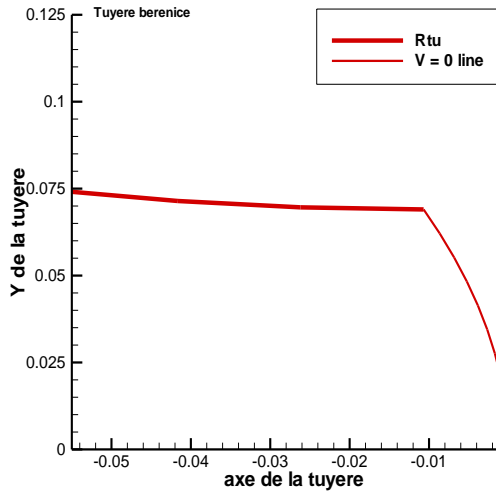


Figure (IV.28) Ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Sauer

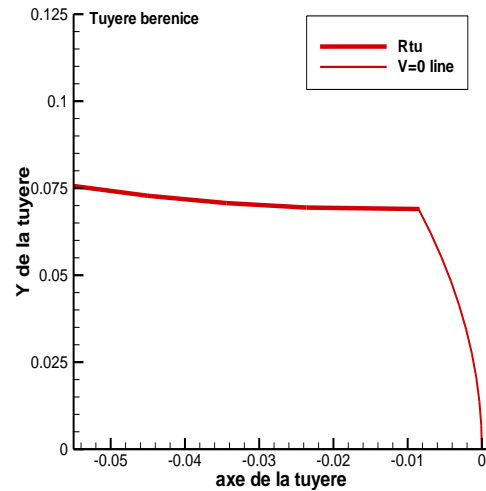


Figure (IV.29) Ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Kliegl & Levine

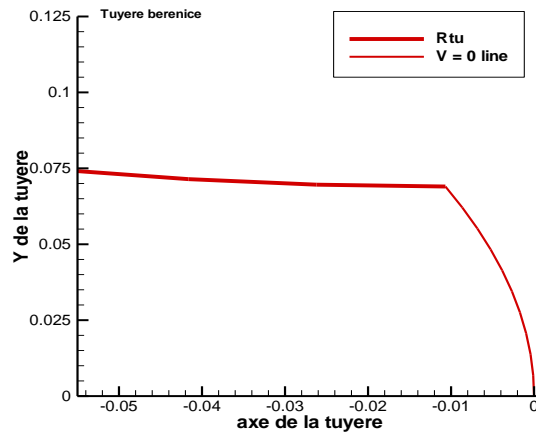


Figure (IV.30) Ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Hall

Les figures (IV.28), (IV.29), (IV.30) montrent la ligne sonique pour les trois méthodes. En remarque qu'elle est inclinée à la ligne sonique ce qui va emporter un changement au niveau du divergent. Cette ligne est caractérisée par un Mach légèrement supérieur à 1.

IV.2.4 : Influence de G sur la ligne sonique et $v=0$:

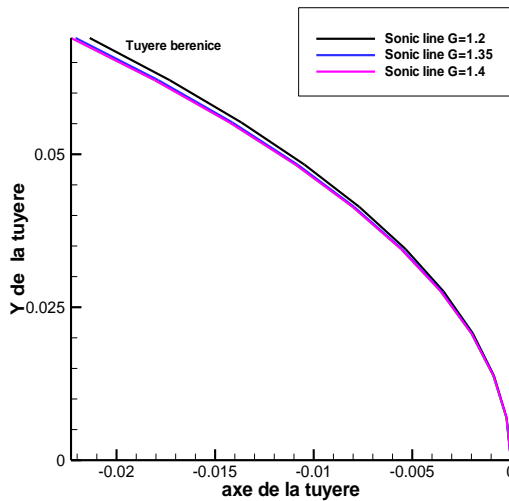


Figure (IV.31) Influence de la variation de G sur la ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon Sauer

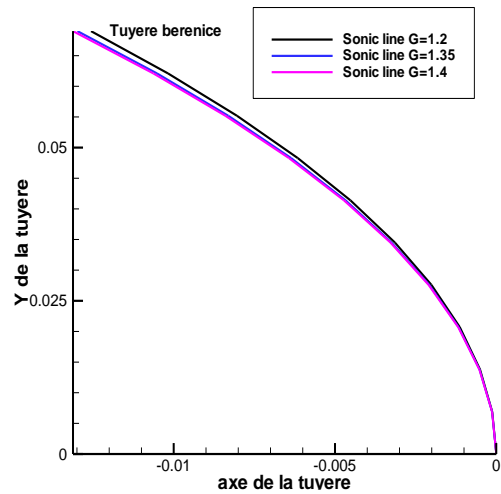


Figure (IV.32) Influence de la variation de G sur la ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon Kliegel & Levine

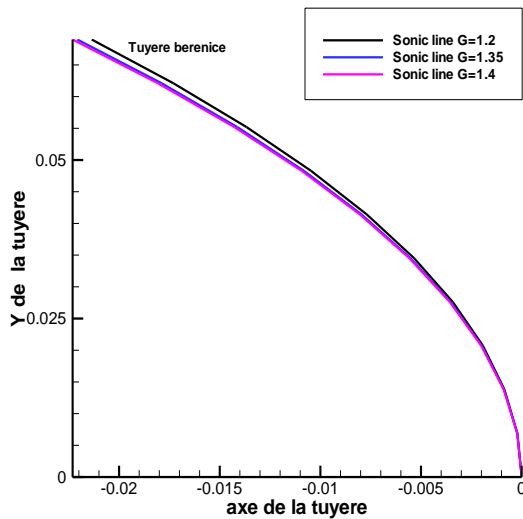


Figure (IV.33) Influence de la variation de G sur la ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon Hall

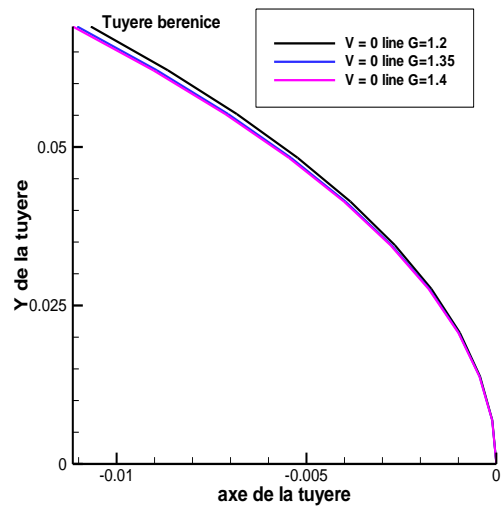


Figure (IV.34) Influence de la variation de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Sauer

En remarque que pour différentes valeurs de G (1.2 ; 1.35 et 1.4), la ligne sonique a toujours gardé sa forme parabolique. Et que les courbes sont presque confondues donc le changement de ce paramètre n'a aucune influence majeure sur la forme de la ligne sonique par conséquent sur la ligne $v=0$. Ce résultats sont illustrés dans les figures allant de (IV.31) jusqu'à (IV.36).

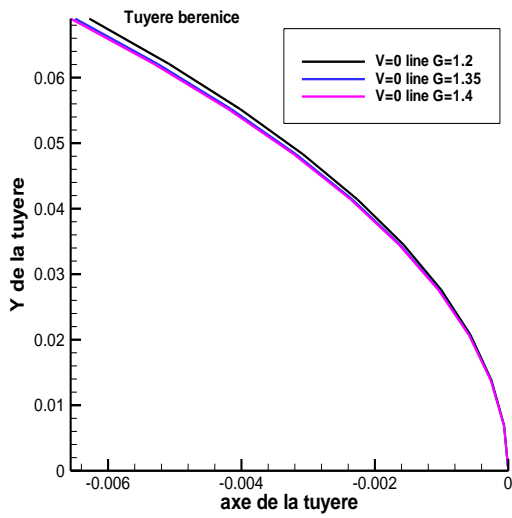


Figure (IV.35) Influence de la variation de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Kliegel & Levine

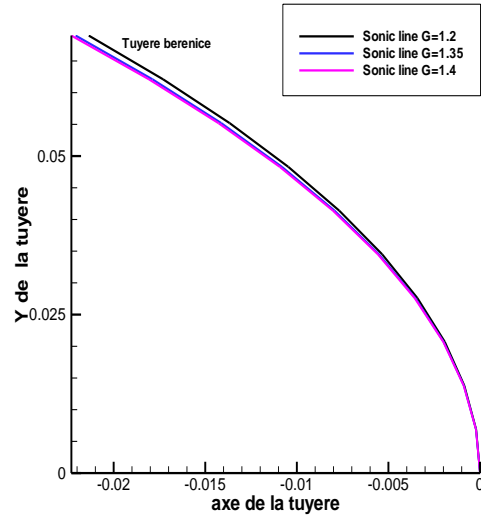


Figure (IV.36) Influence de la variation de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Hall

IV.2.5 : Influence de rayon de courbure sur la ligne sonique et $v=0$:

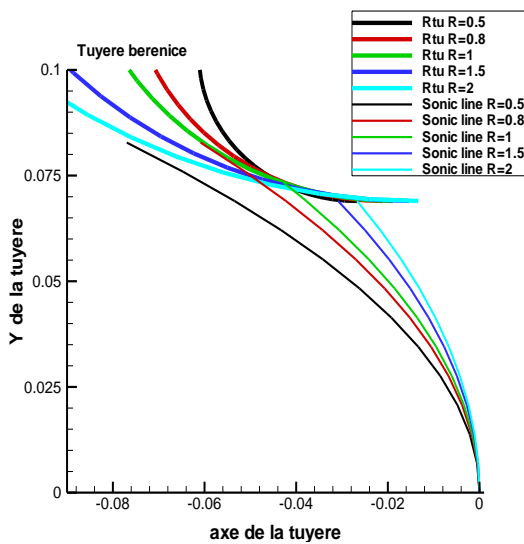


Figure (IV.37) Influence de la variation de R sur la ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon Sauer

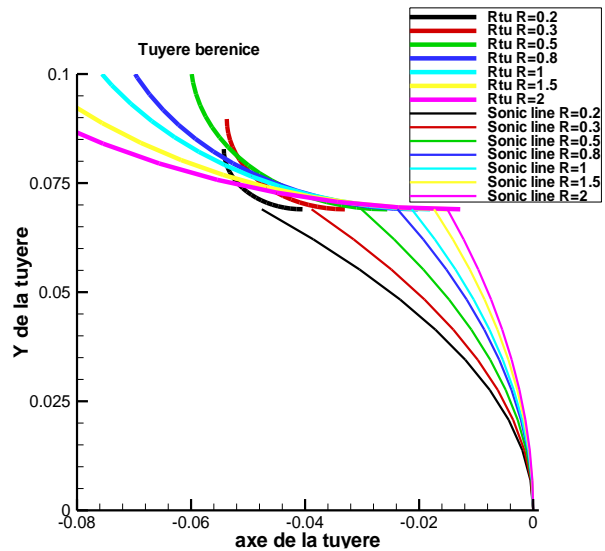


Figure (IV.38) Influence de la variation de R sur la ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon Kliegel & Levine

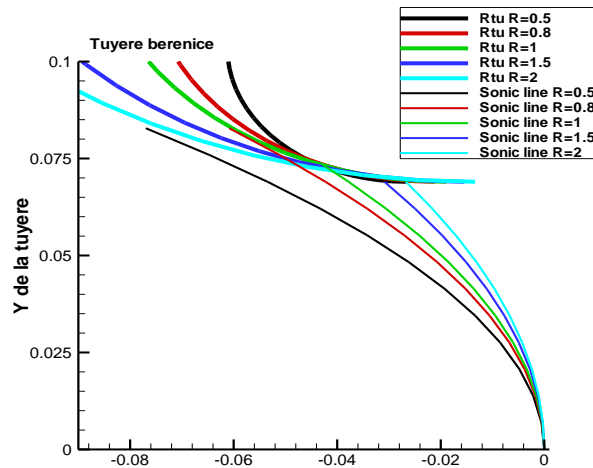


Figure (IV.39) Influence de la variation de R sur la ligne sonique pour une tuyère Bérénice selon Hall

Différemment de la chaleur spécifique, le rayon de courbure a apporté un changement au niveau de la ligne sonique comme figuré dans (IV.34), (IV.35), (IV.36).

En remarque que pour R variant entre (0.2 et 2) la ligne sonique se déplace en gardant la forme parabolique [1].

Aussi nous avons remarqué que sauer et hall ont des courbes presque confondues mais ils divergent pour $R < 0.5$ en définissant des lignes non paraboliques. Contrairement à la méthode de Kliegel qui donne des résultats satisfaisants même pour $R=0.3$ gardant toujours la forme parabolique caractérisant les bons résultats, ce qui lui donne un avantage par rapport aux autres méthodes.

D'après les figures (IV.37), (IV.38) et (IV.39) en remarque que la ligne $v=0$ reste toujours inclinée à la ligne sonique quelques soit sa forme et garde toujours les conditions aux limites.

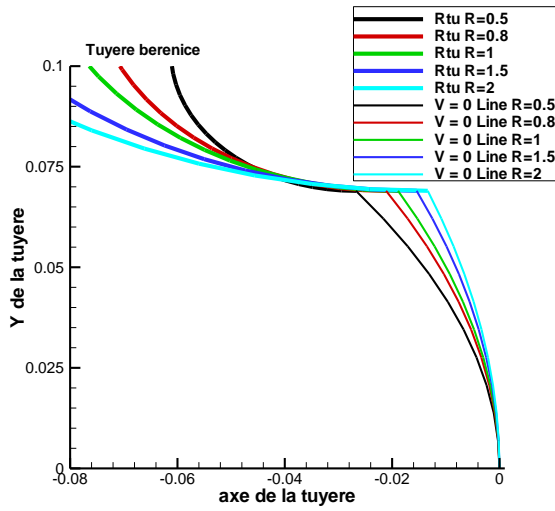


Figure (IV.40) Influence de la variation de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Saue

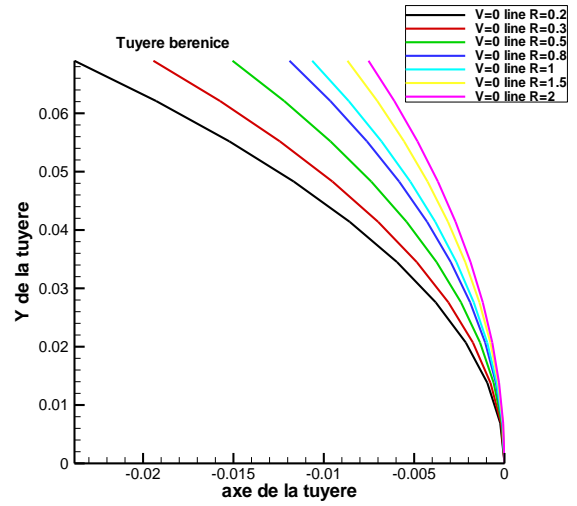


Figure (IV.41) Influence de la variation de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Kliegel & Lévine

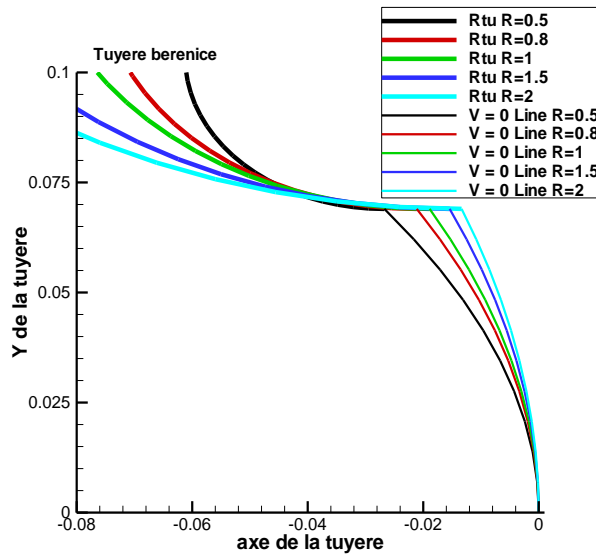


Figure (IV.42) Influence de la variation de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère Bérénice selon Hall

IV.2.6 : Coefficient de décharge et de poussée :

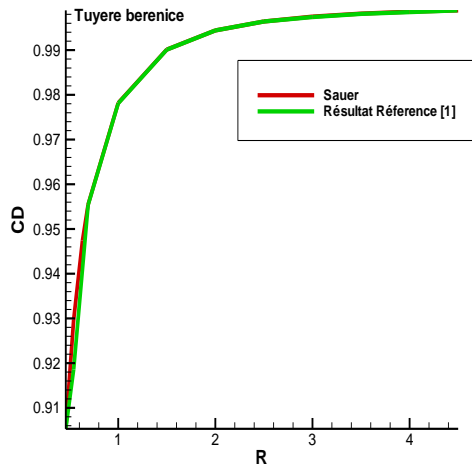


Figure (IV.43) Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure de selon Sauer

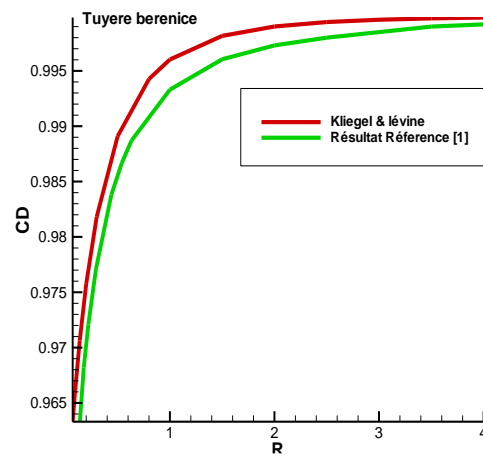


Figure (IV.44) Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure de selon Kliegel & lévigne

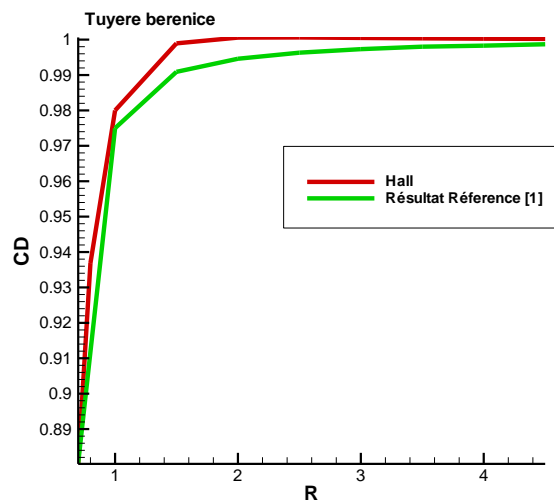


Figure (IV.45) Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure de selon Hall

Les figures (IV.43), (IV.44) et (IV.45) montrent la variation du coefficient de décharge en fonction de R . en remarque que à chaque fois R augmente, le CD augmente aussi jusqu'au voisinage de l'unité où il se stabilise toujours en accord avec la référence [1].

Les méthodes de hall et sauer ont donné des valeurs du coefficient de décharge inférieures à 0.85 pour $R < 0.5$ ce qui représente un rendement très insuffisant en pratique. Contrairement à la méthode de Kliegel & Levine qui donne des résultats très satisfaisants même pour de très petits R .

La même chose a été remarqué sur la variation du coefficient de poussée d'après les figures suivantes :

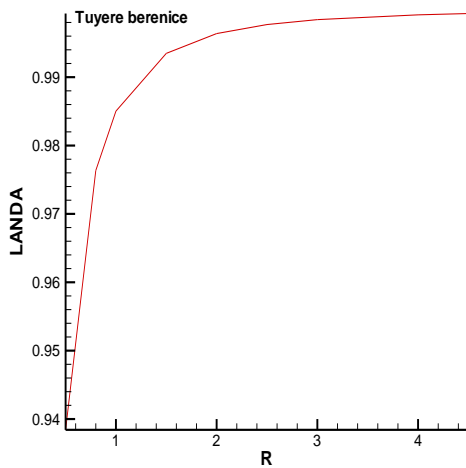


Figure (IV.46) Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure de selon Sauer

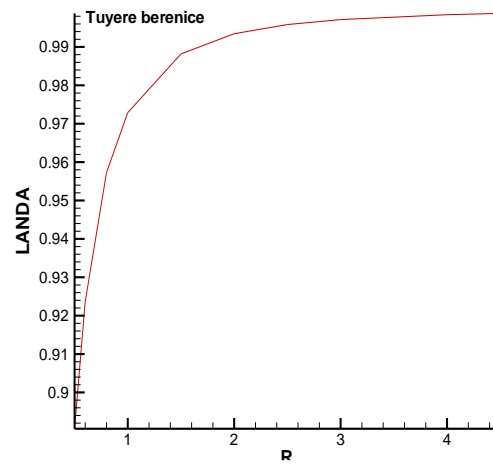


Figure (IV.47) Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure de selon Kliegel & Levine

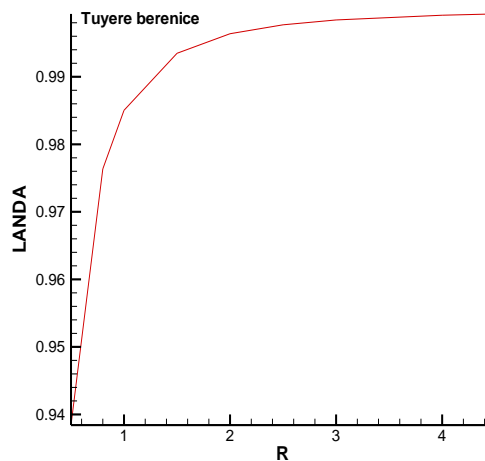


Figure (IV.48) Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure de selon Hall

IV.3 :Troisième cas d'étude : (la tuyère TIC) :

Les données nécessaires pour les calculs sont représentées par les valeurs des paramètres thermodynamiques de la chambre de combustion et ceux géométriques de la tuyère.

$$P_a = 1,013 \text{ bars}$$

$$Y_c = 0,01\text{m}$$

$$\gamma = 1,20$$

$$P_t = 30 \text{ bars}$$

$$R_{tu} = 0,03 \text{ m}$$

$$R=320 \text{ j/kg} \cdot \text{k}$$

$$T_t = 243 \text{ K}$$

$$R_{cd} = 0,03\text{m}$$

IV.3.1:Paramètres de performances :

L'application des trois méthodes sur cette tuyère a donné les résultats qui sont représentés dans le tableau (IV.5).

Tableau (IV.5) : Résultats de performance d'une tuyère TIC.

	Sauer	Hall	K & LEVINE
Poussée développée	116,8143	116,7946	116,6453
Débit massique	0,218529	0,2184655	0,2179897
Coefficient de décharge	0,9975380	1,000474	0,9530657

Evaluation des paramètres thermodynamiques :

les résultats d'application des trois méthodes est mentionné dans le tableau suivant

Tableau (IV.6).Evolution de (P, V, U, M) par les trois méthodes de la tuyère TIC.

X(S)	X(K&L)	X(H)	Y	P(S)	P(K&L)	P(H)	U(S)	U(K&L)	U(H)	V(S)	V(K&L)	V(H)	M(S)	M(K&L)	M(H)
0	0	-0,000001	0	16,9 331000	16,9 3330000	16,9 331000000	291,27	291,2675	291,2704	0	0	0	1	1,0001	1,00006
0	0	-0,000014	0,001	16,9 161600	16,9 1332000	16,9 161600000	291,513	291,554	291,5131	0	0,155	3.215463E-03	1,001	1,0011	1,000977
0	0	-0,00006	0,002	16,8 653600	16,8 5335000	16,8 653500000	292,241	292,4134	292,2413	0	0,31	5.770894E-03	1,004	1,0044	1,003729
0	-0,0001	-0,000135	0,003	16,7 807000	16,7 5341000	16,7 806800000	293,455	293,8458	293,455	0	0,465	7.009201E-03	1,008	1,0098	1,008321
0	-0,0002	-0,000241	0,004	16,6 621700	16,6 1352000	16,6 621500000	295,154	295,8511	295,1541	0	0,62	6.278962E-03	1,015	1,0174	1,014758
0	-0,0003	-0,000377	0,005	16,5 098100	16,4 3372000	16,5 097700000	297,338	298,4295	297,3388	0	0,775	2.936794E-03	1,023	1,0272	1,023052
-0,001	-0,0004	-0,000544	0,006	16,3 236700	16,2 1406000	16,3 236100000	300,008	301,5807	300,0089	0	0,93	-3.650888E-03	1,033	1,0392	1,033215
-0,001	-0,0006	-0,000741	0,007	16,1 038300	15,9 5472000	16,1 037500000	303,163	305,305	303,1644	0	1,0847	-1.410684E-02	1,045	1,0535	1,045263
-0,001	-0,0008	-0,000968	0,008	15,8 504300	15,6 5592000	15,8 503300000	306,804	309,6022	306,8055	0	1,2391	-2.904304E-02	1,059	1,07	1,059216
-0,001	-0,001	-0,001225	0,009	15,5 637000	15,3 1801000	15,5 635700000	310,93	314,4723	310,932	0	1,3933	-4.906173E-02	1,075	1,0888	1,075097
-0,002	-0,0012	-0,001513	0,01	15,2 439400	14,9 4150000	15,2 437700000	315,542	319,9154	315,544	0	1,5472	-7.475797E-02	1,093	1,1099	1,092933

IV.3.2 : La forme de la ligne sonique:

Les figures (IV.49), (IV.50) et (IV.51) montre la forme de la ligne sonique selon les trois méthodes. En remarque qu'elles décrivent toujours la forme parabolique comme décrite dans la Fig. (III.3) ; contrairement à la théorie monodimensionnelle où elle est supposée comme une ligne droite.

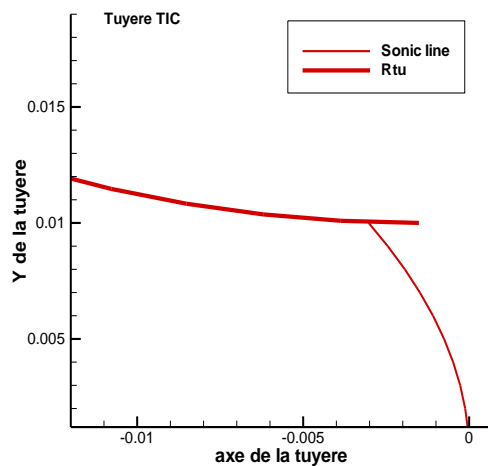


Figure (IV.49) Ligne sonique pour une tuyère TIC selon Sauer

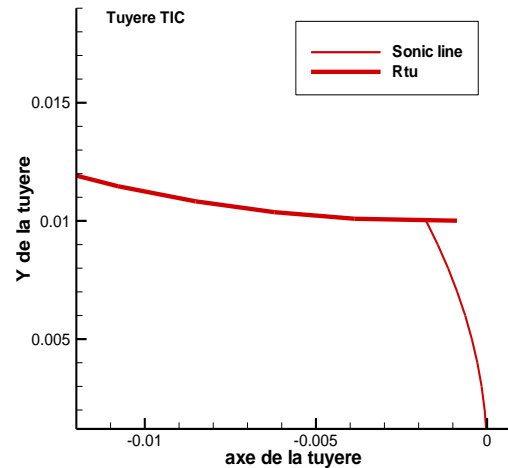


Figure (IV.50) Ligne sonique pour une tuyère TIC selon Kliegel & Lévine

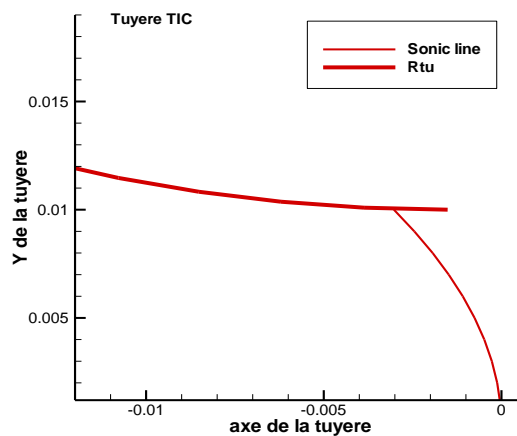


Figure (IV.51) Ligne sonique pour une tuyère TIC selon Hall

IV.3.3 : La forme de la ligne $v=0$:

Les figures (IV.52), (IV.53) et (IV.54) montrent la forme de la ligne $v=0$ selon les trois méthodes appliquées. En remarque qu'elles sont en accord avec les résultats [1], toujours inclinée à la ligne sonique et caractérise les points où le nombre de mach est légèrement supérieur à 1.

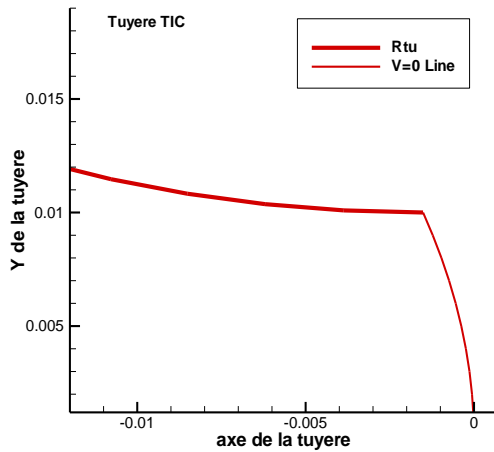


Figure (IV.52) Ligne $v=0$ pour une tuyère TIC selon Sauer

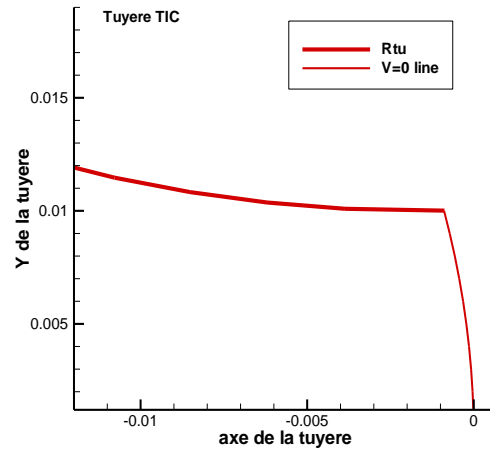


Figure (IV.53) Ligne $v=0$ pour une tuyère TIC selon Kliegel & Lévine

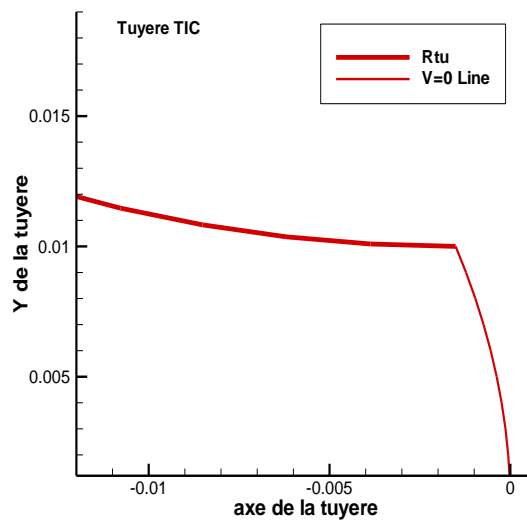


Figure (IV.54) Ligne $v=0$ pour une tuyère TIC selon Hall

IV.3.4 : Influence de G sur la ligne sonique et $v=0$:

Pour différentes valeurs de G (1.2 ; 1.35 et 1.4), la ligne sonique garde toujours sa forme parabolique. On constate que les courbes sont presque les mêmes, par conséquent ce paramètre n'a aucune influence majeure sur la forme de la ligne sonique et même sur la ligne $v=0$. Ce résultats sont illustrés dans les figures suivantes.

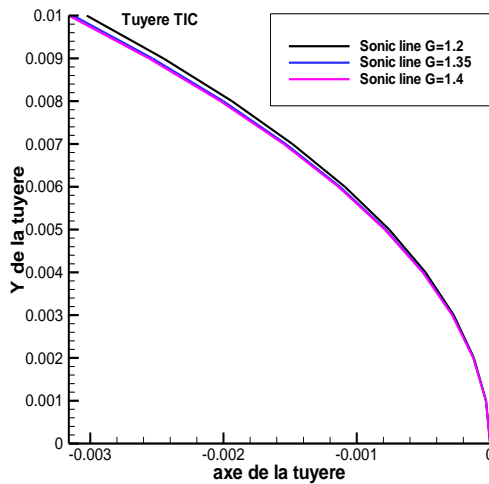


Figure (IV.55) Influence de la variation de G sur la ligne sonique pour une tuyère TIC Sauer

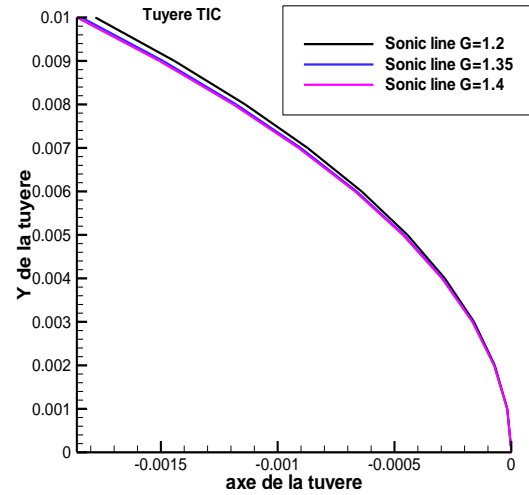


Figure (IV.56) Influence de la variation de G sur la ligne sonique pour une tuyère TIC Kliegel & Lévine

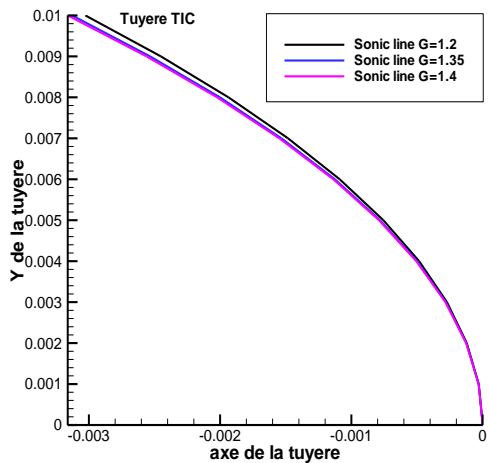


Figure (IV.57) Influence de la variation de G sur la ligne sonique pour une tuyère TIC Hall

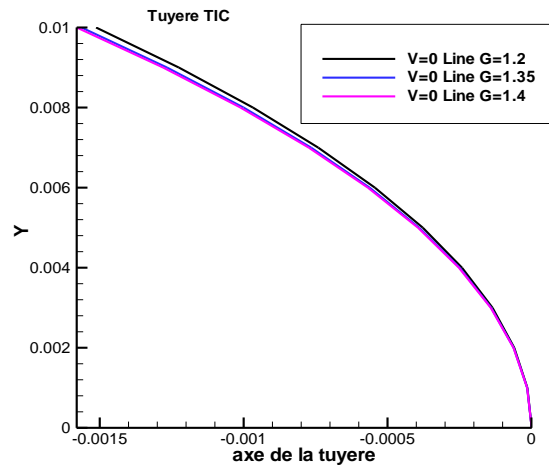


Figure (IV.58) Influence de la variation de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère TIC selon Sauer

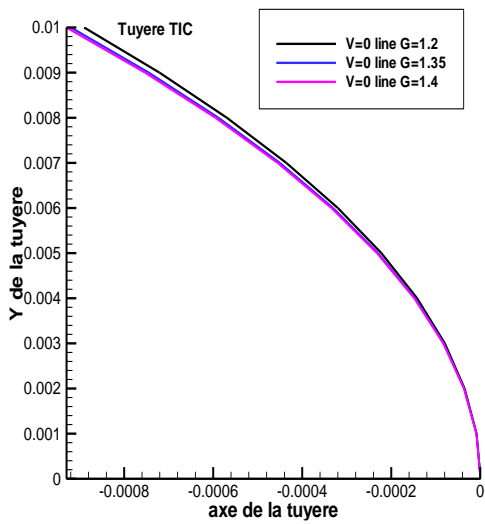


Figure (IV.59) Influence de la variation de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère TIC selon Kliegel & Lévine

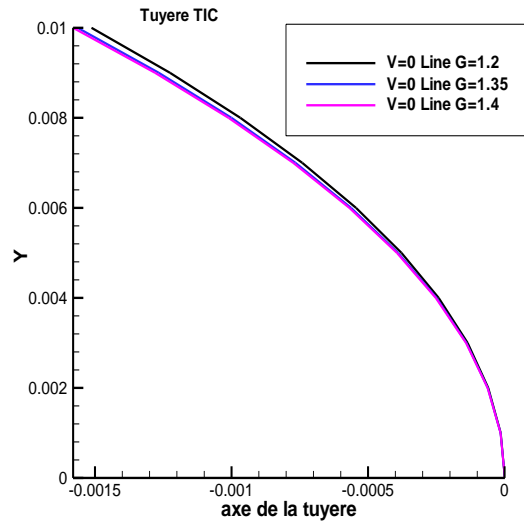


Figure (IV.60) Influence de la variation de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère TIC selon Hall

IV.3.5 : Influence de rayon de courbure sur la ligne sonique et $v=0$:

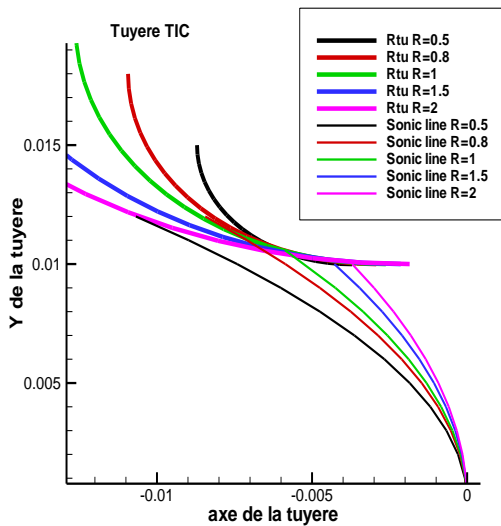


Figure (IV.61) Influence de la variation de R sur la ligne sonique pour une tuyère TIC selon Sauer

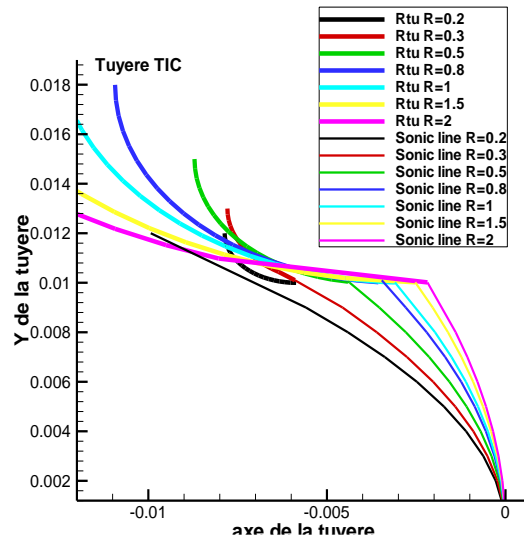


Figure (IV.62) Influence de la variation de R sur la ligne sonique pour une tuyère TIC selon Kliegel & Lévine

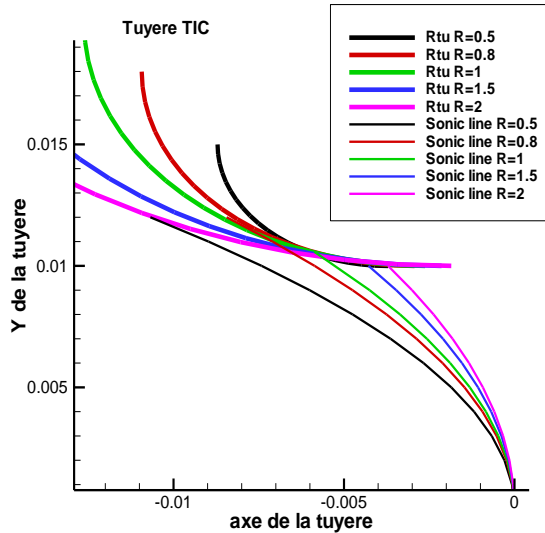


Figure (IV.63) Influence de la variation de R sur la ligne sonique pour une tuyère TIC selon Hall

Contrairement au rapport de chaleur spécifique, les Fig. (IV.61), (IV.62) et (IV.63) illustrent l'influence du rayon de courbure R sur la ligne sonique, ces résultats sont obtenues pour des valeurs de R= (0.2 ,2) en a remarqué que la ligne sonique a gardé toujours sa forme parabolique mais qu'elle a changé de position. Cela va répercuter sur l'écoulement supersonique dans le divergent. Aussi nous avons constaté que les méthodes de hall et de sauer divergent pour des R inferieurs a 0.5 (les lignes soniques n'ont pas gardé la forme parabolique contrairement a la méthode de kliege & et lévine qui a donné de très bon résultats pour ces même valeur.

Et pour la ligne v=0 elle reste toujours inclinée par rapport à la ligne sonique, comme définie dans (III.3) d'après les figures suivantes :

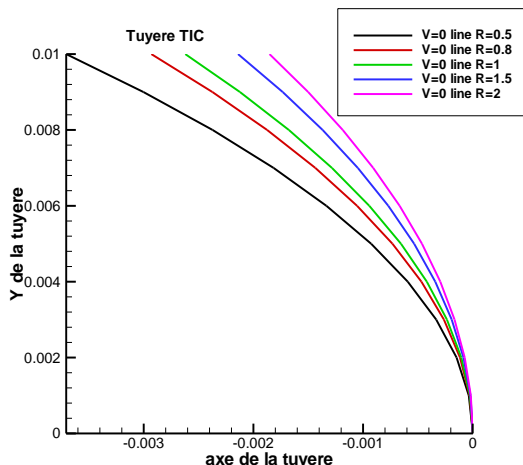


Figure (IV.64) Influence de la variation de R sur la ligne v=0 pour une tuyère TIC selon Sauer

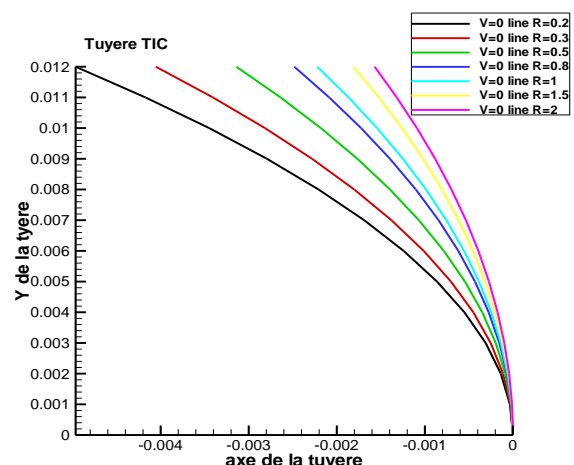


Figure (IV.65) Influence de la variation de R sur la ligne v=0 pour une tuyère TIC selon Kliegel & Lévine

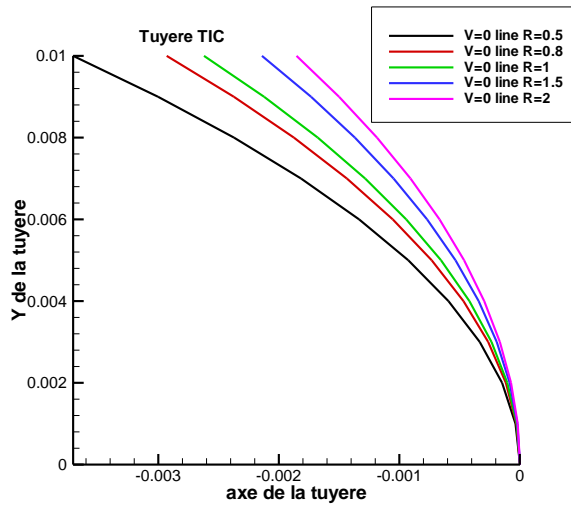


Figure (IV.66) Influence de la variation de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère TIC selon Hall

IV.3.6 : Coefficient de décharge et de poussée :

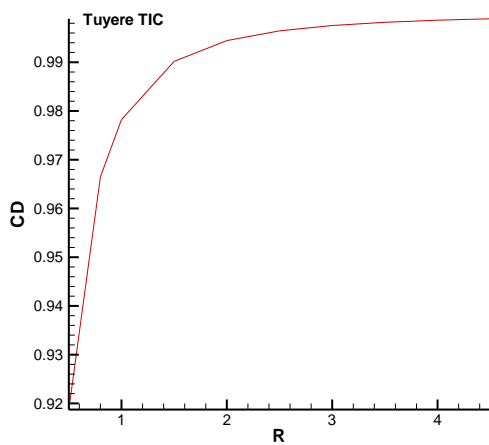


Figure (IV.67) Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure de la tuyère TIC selon Sauer

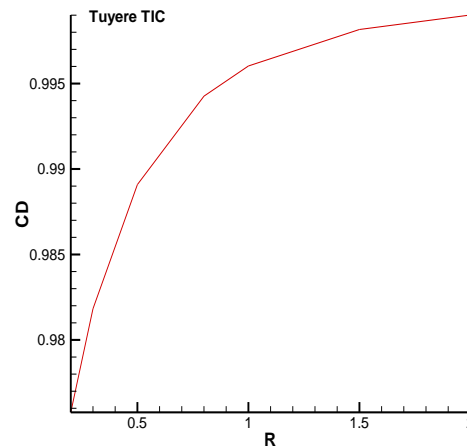


Figure (IV.68) Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure de la tuyère TIC selon Kliegel & Lévine

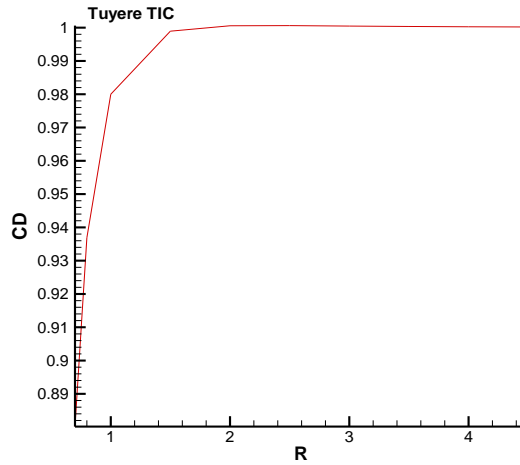


Figure (IV.69) Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure de la tuyère TIC selon Hall

Les résultats obtenus pour la variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure R sont donnés dans les Fig. (IV.67), (IV.68) et (IV.69). on constate que ce coefficient augmente en fonction de R pour se stabiliser à une valeur au voisinage de l'unité.

Ainsi Hall et Sauer ont donné des valeurs du coefficient de décharge inférieures à 0.85 pour $R < 0.5$ ce qui représente un rendement critique sur le plan pratique. Contrairement à la méthode de Kliegel & Levine qui ont donné des résultats très satisfaisants pour ces rayons de courbure très petits. Et la même observation pour le coefficient de poussée représenté selon les trois méthodes dans les figures suivantes :

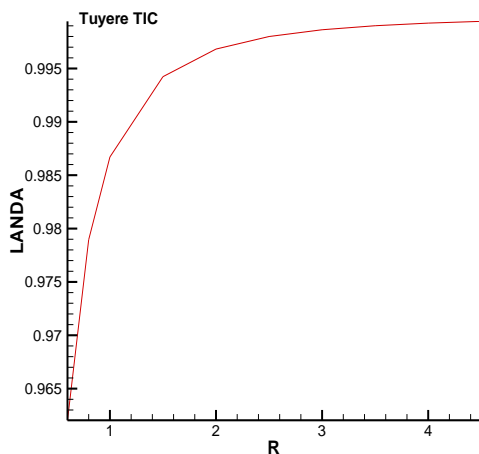


Figure (IV.70) Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure de la tuyère TIC selon Sauer

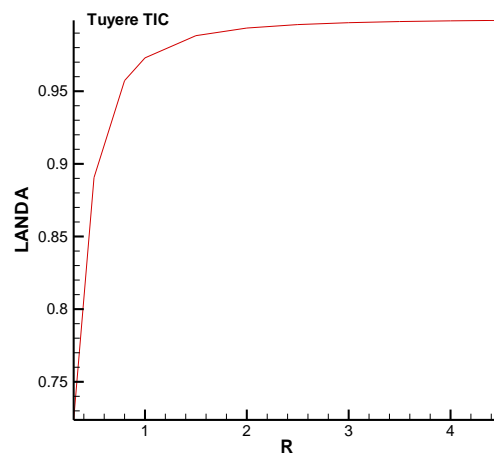


Figure (IV.71) Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure de la tuyère TIC selon Kliegel & Levine

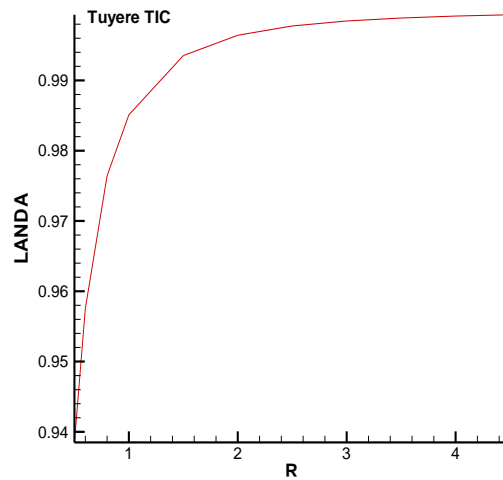


Figure (IV.72) Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure de la tuyère TIC selon Hall

IV.4 :Quatrième cas d'étude : (la tuyère conique) :

Les données nécessaires pour le calcul sont représentées par les valeurs des paramètres thermodynamiques de la chambre de combustion ainsi ceux de la géométrie de la tuyère. Figure (II.5).

$$P_a = 0.0 \text{ bar}$$

$$Y_c = 1 \text{ m}$$

$$G = 1.2$$

$$P_t = 70 \text{ bars}$$

$$R_{cu} = 2 \text{ m}$$

$$T_t = 3000 \text{ K}$$

$$R_{cd} = 0.5$$

$$R = 320 \text{ J/kg.k}$$

IV.4.1:Paramètres de performances :

L'application des trois méthodes sur cette tuyère a donné les résultats suivants :

Tableau (IV.7) : Résultats de performance d'une tuyère conique.

	Sauer	Hall	K & LEVINE
Poussée développée	2,72E+07	2.720699E+07	2.717140E+07
Débit massique	14467,07	14467.050000	14435.500000
Coefficient de décharge	0,9943929	1,000576	0,9990103

Evaluation des paramètres thermodynamiques :

Les résultats trouvés par les trois méthodes sont placés dans le tableau suivant

Tableau (IV.8).Evolution de (P, V, U, M) par les trois méthodes de la tuyère conique.

X(S)	X(K&L)	X(H)	Y	P(S)	P(K&L)	P(H)	U(S)	U(K&L)	U(H)	V(S)	V(K&L)	V(H)	M(S)	M(K&L)	M(H)
0	0	0	0	3 9,51 314000	3 9,51 316000	3 9,51 3140000	1 023,36	1 023,36	1 023,36	0	0	0	1	1	1
-0,002	-0,002	-0,0019	0,1	3 9,45 388000	3 9,44 320000	3 9,45 3880000	1 024,64	1 024,87	1 024,64	0	54	0,627	1,001	1,002	1,0014
-0,007	-0,006	-0,0074	0,2	3 9,27 608000	3 9,23 331000	3 9,27 6040000	1 028,48	1 029,40	1 028,48	0	105	1,2	1,006	1,006	1,0055
-0,017	-0,014	-0,0167	0,3	3 8,97 973000	3 8,88 356000	3 8,97 9690000	1 034,88	1 036,95	1 034,88	0	147	2,08	1,012	1,015	1,0124
-0,03	-0,024	-0,0297	0,4	3 8,56 497000	3 8,39 406000	3 8,56 4870000	1 043,83	1 047,52	1 043,83	0	173	4,46	1,022	1,026	1,0221
-0,046	-0,038	-0,0463	0,5	3 8,03 192000	3 7,76 507000	3 8,03 1780000	1 055,34	1 061,11	1 055,35	0	172	10,8	1,035	1,041	1,0345
-0,067	-0,055	-0,0667	0,6	3 7,38 101000	3 6,99 725000	3 7,38 0800000	1 069,42	1 077,72	1 069,42	0	130	25,5	1,05	1,059	1,0498
-0,091	-0,074	-0,0908	0,7	3 6,61 289000	3 6,09 172000	3 6,61 2590000	1 086,05	1 097,35	1 086,05	0	32,6	54,9	1,068	1,08	1,068
-0,119	-0,097	-0,1186	0,8	3 5,72 866000	3 5,05 027000	3 5,72 8290000	1 105,23	1 120,00	1 105,24	0	-131	109	1,089	1,105	1,0891
-0,15	-0,123	-0,1502	0,9	3 4,73 003000	3 3,87 565000	3 4,72 9570000	1 126,98	1 145,66	1 126,99	0	-363	200	1,113	1,134	1,1132
-0,185	-0,152	-0,1854	1	3 3,61 940000	3 2,57 176000	3 3,61 8830000	1 151,29	1 174,35	1 151,30	0	-654	346	1,14	1,166	1,1403

Pour chaque couple (x,y) de la ligne sonique correspond une vitesse axiale, une vitesse radiale , une pression P et un nombre de mach.

- En remarque que l'écoulement est axial puisque ($v \ll u$) pour les méthodes de Hall et Kliegel-Levine.
- Pour ce qui concerne la méthode de Sauer, elle suppose dès le début que l'écoulement est axial en posant dans le programme de calcul ($v=0$).
- Les petits écarts dans les résultats sont dus à différence d'approche entre ces méthodes.
- En comparant nos résultats et ceux obtenus par [1] on remarque que les deux résultats sont très proches.

IV.4.2 : La forme de la ligne sonique:

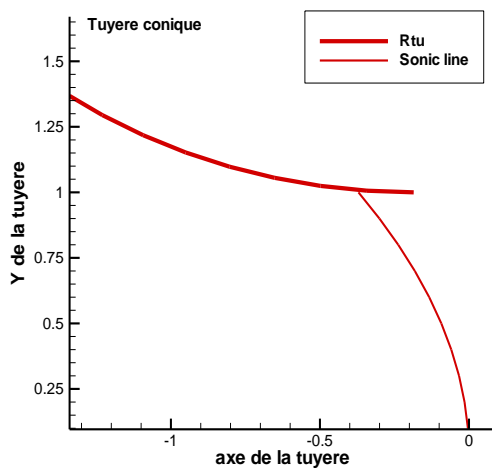


Figure (IV.73) Ligne sonique pour une tuyère conique Par la méthode de Sauer

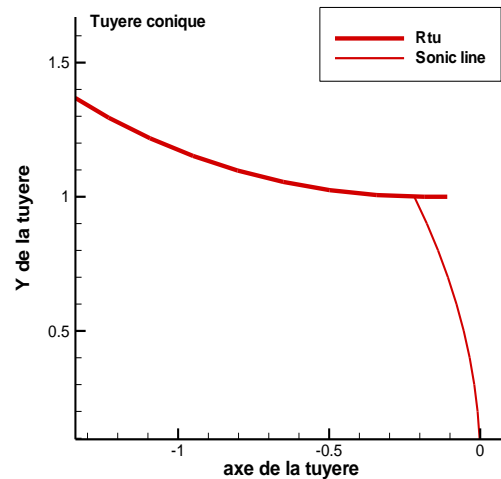


Figure (IV.74) Ligne sonique pour une tuyère conique Par la méthode de Kliegel & Lévine

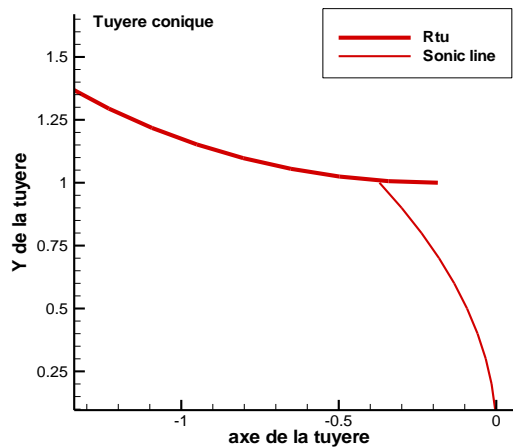


Figure (IV.75) Ligne sonique pour une tuyère conique Par la méthode de Hall

D'après les figures (IV.73), (IV.74) et (IV.75), on remarque que la ligne sonique est de forme parabolique, comme elle est décrite dans de différents travaux de recherche Fig. (III.3), [1], [2] cette forme est due aux pertes de charges et aux frottements avec paroi et entre les molécules, contrairement à la théorie monodimensionnelle où la ligne sonique est supposée droite.

IV.4.3 : La forme de la ligne $v=0$:

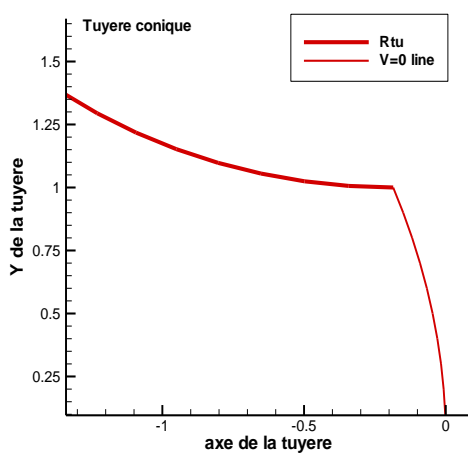


Figure (IV.76) Ligne $v=0$ pour une tuyère conique Par la méthode de Sauer

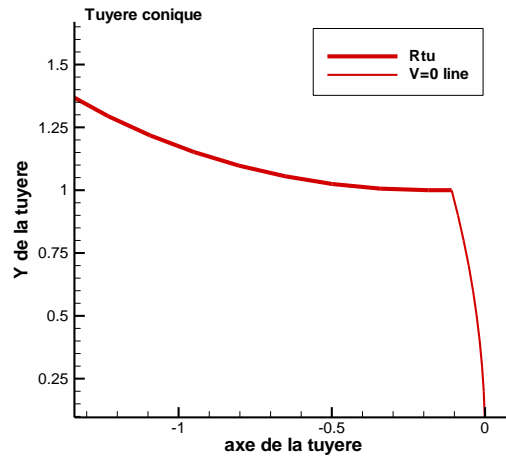


Figure (IV.77) Ligne $v=0$ pour une tuyère conique Par la méthode de Kliegel & Lévine

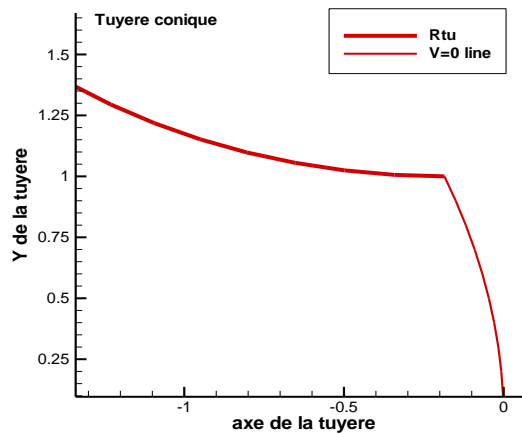


Figure (IV.78) Ligne $v=0$ pour une tuyère conique Par la méthode de Hall

Et la figure (IV.76), (IV.77) et (IV.78) représentent les lignes $v=0$ obtenues pour ce type par les trois méthodes.

Cette ligne est inclinée par rapport à la ligne sonique comme elle est portée dans les travaux (III.3), [1], elle respecte les conditions aux limites upstream et d'après les tableaux elle caractérise les lignes où le nombre de mach est légèrement supérieur à l'unité.

IV.4.4 : Influence de G sur la ligne sonique et $v=0$:

Pour les valeurs de G (1.2 ; 1.35 et 1.4), la ligne sonique garde toujours sa forme parabolique. Ce que nous avons constaté c'est qu'il n'y a pas une différence entre les lignes décrites, donc on peut dire que ce paramètre n'a pas d'influence majeure sur la forme de la ligne sonique et même sur la ligne $v=0$. Ce résultat est illustré dans les (IV.79), (IV.80), (IV.81), (IV.82), (IV.83) et (IV.84).

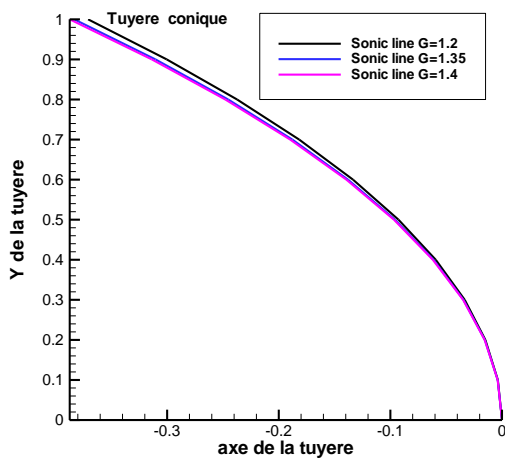


Figure (IV.79) Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère conique selon Sauer

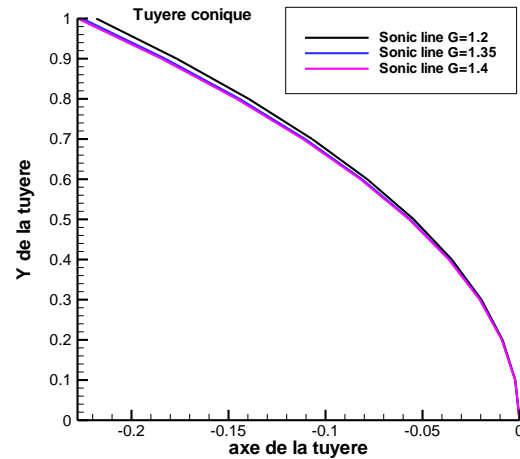


Figure (IV.80) Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère conique selon Kliegel & Lévine

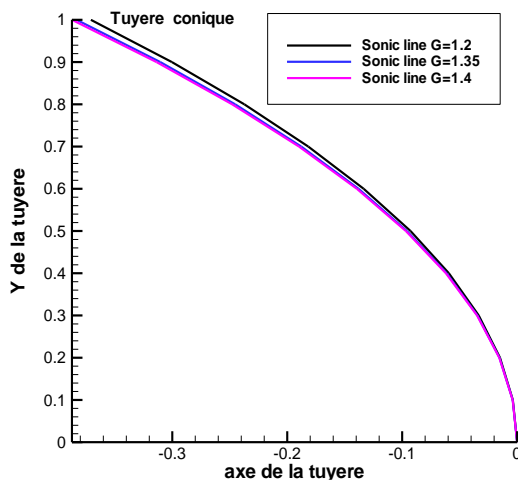


Figure (IV.81) Influence de G sur la ligne sonique pour une tuyère conique selon Hall

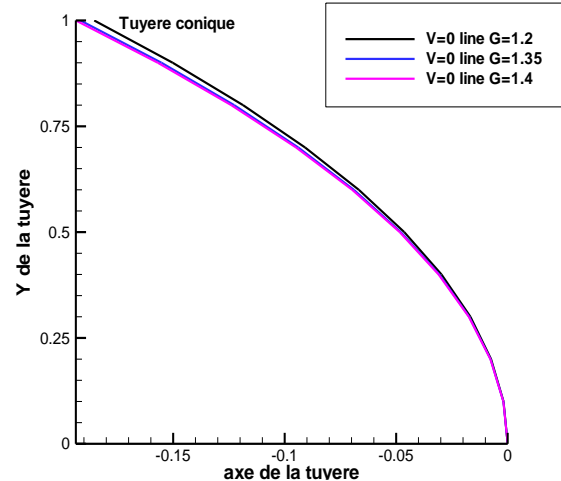


Figure (IV.82) Influence de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère conique Sauer

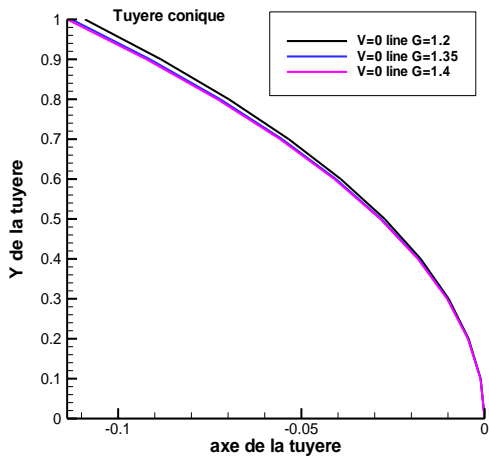


Figure (IV.83) Influence de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère conique Kliegel & Lévine

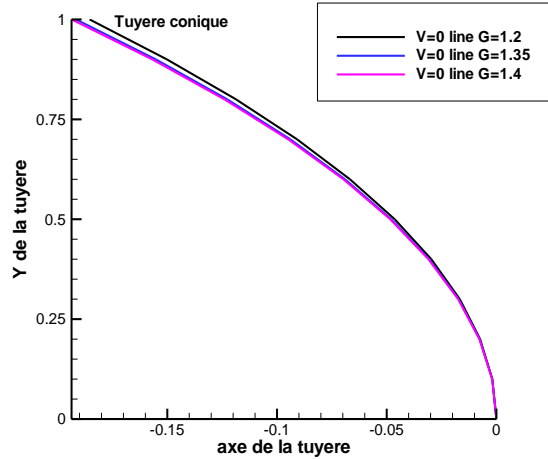


Figure (IV.84) Influence de G sur la ligne $v=0$ pour une tuyère conique Hall

IV.4.5 : Influence de rayon de courbure sur la ligne sonique et $v=0$:

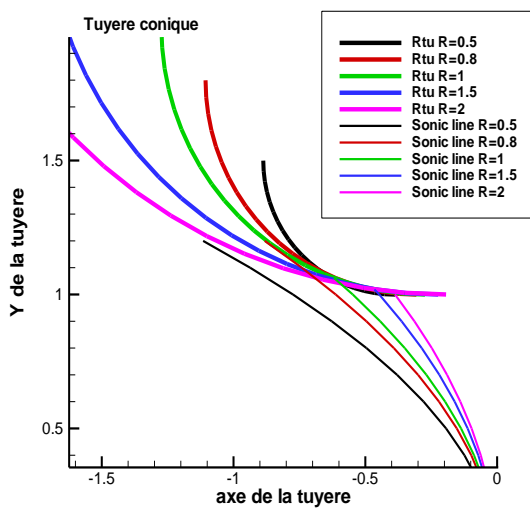


Figure (IV.85) Influence de R sur la ligne sonique pour une tuyère conique selon Sauer

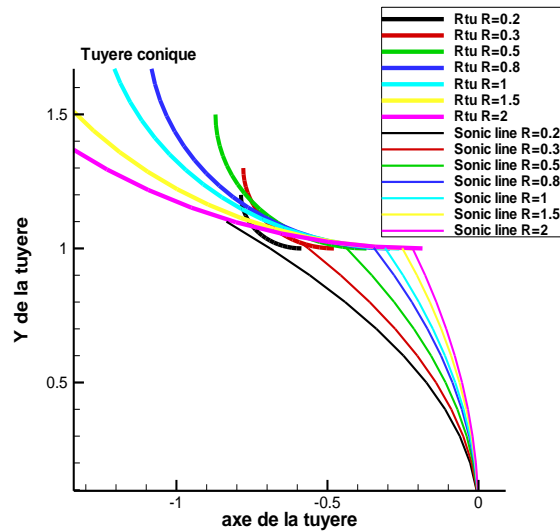


Figure (IV.86) Influence de R sur la ligne sonique pour une tuyère conique selon Kliegel & Lévine

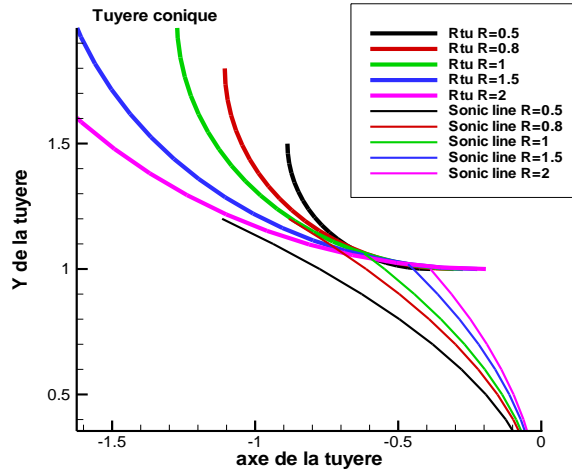


Figure (IV.87) Influence de R sur la ligne sonique pour une tuyère conique selon Hall

Les Fig. (IV.85), (IV.86) et (IV.87) illustrent l'influence du rayon de courbure R sur la ligne sonique, cela en variant le R de 0.2 à 2. Nous avons constaté que la ligne sonique a gardé toujours sa forme parabolique mais qu'elle a changé de position. En a remarqué Aussi que les méthodes de hall et de sauer divergent pour des R inférieurs à 0.5 (les lignes soniques n'ont pas gardé la forme parabolique contrairement à la méthode de Kliegel & et Lévine qui a donné de très bon résultats pour ces même valeur.

Ainsi les courbes obtenues pour les différentes valeurs de R sont plus apparents dans le cas de la méthodes de Sauer et hall que dans le cas de Kliegel et Lévine ce qui veut dire que l'influence de R est moins influente dans cette méthode.

Et pour la ligne v=0 elle reste toujours inclinée par rapport à la ligne sonique, comme définie dans (III.3) d'après Fig. (IV.88), (IV.89) et (IV.90).

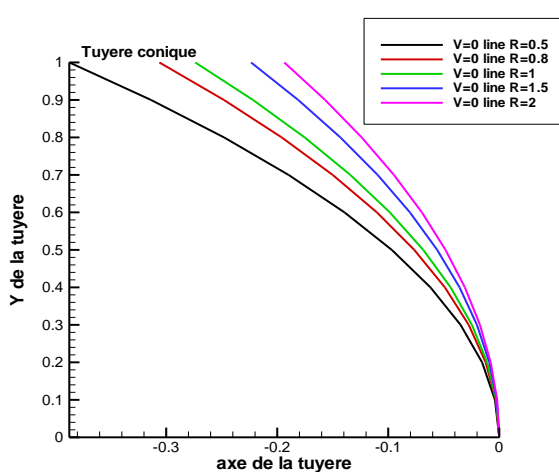


Figure (IV.88) Influence de R sur la ligne v=0 pour une tuyère conique selon Sauer

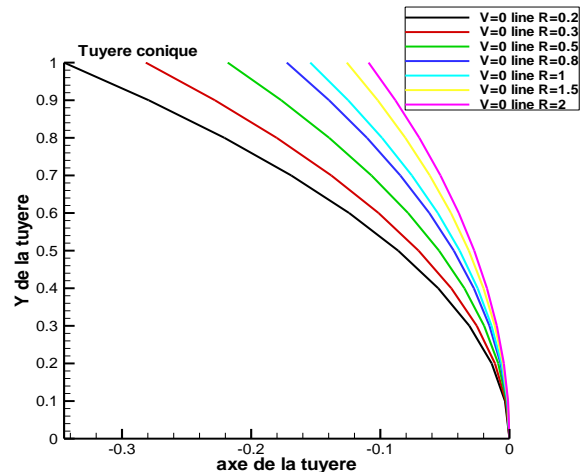


Figure (IV.89) Influence de R sur la ligne v=0 pour une tuyère conique selon Kliegel & Lévine

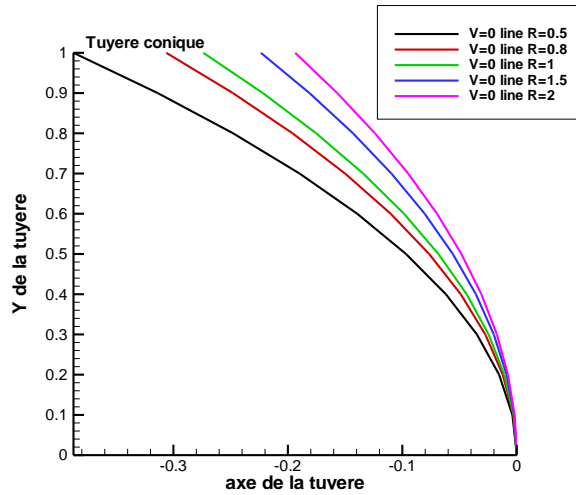


Figure (IV.90) Influence de R sur la ligne $v=0$ pour une tuyère conique selon Hall

IV.4.6 : Coefficient de décharge et de poussée :

Les résultats obtenus pour la variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure R sont données dans les Fig. (IV.91), (IV.92) et (IV.93). on constate que ce coefficient augmente en fonction de R pour se stabiliser à une valeur au voisinage de l'unité.

Hall et sauer ont donné des valeurs du coefficient de décharge inférieures à 0.85 pour des rayons de courbure inférieure à 0.5, Contrairement à la méthode de Kliegel & Levine qui a donné des résultats très satisfaisants pour ces rayons de courbure très petits.

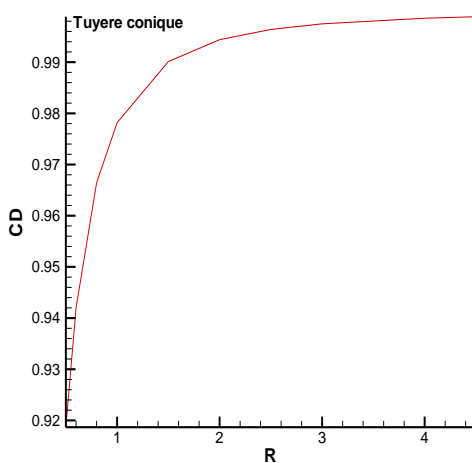


Figure (IV.91) Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure d'une tuyère conique selon Sauer

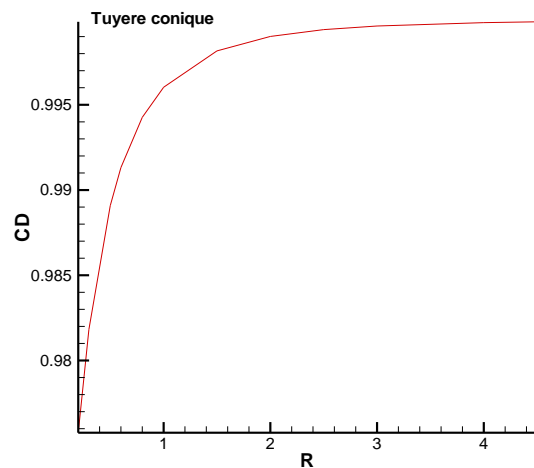


Figure (IV.92) Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure d'une tuyère conique selon Kliegel & Levine

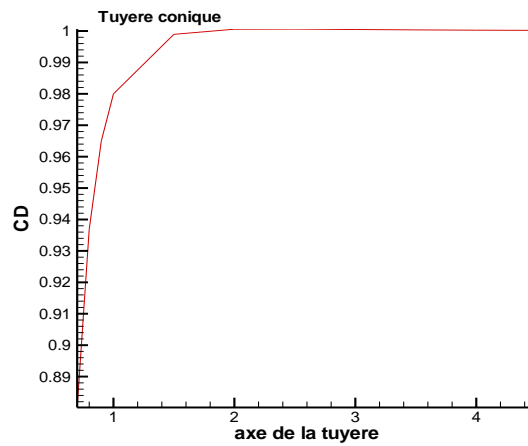


Figure (IV.93) Variation du coefficient de décharge en fonction du rayon de courbure d'une tuyère conique selon Hall

Et c'est les mêmes remarques pour le coefficient de poussée d'après les figures suivantes :

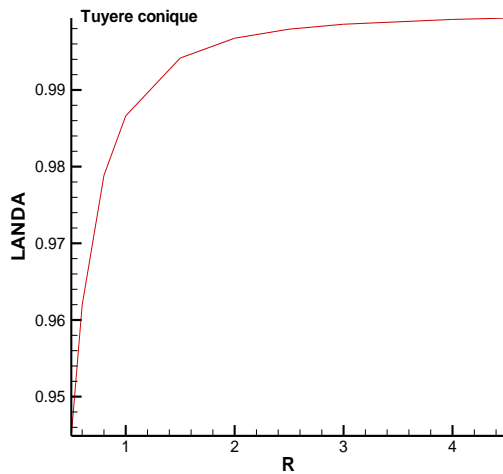


Figure (IV.94) Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure d'une tuyère conique selon Sauer

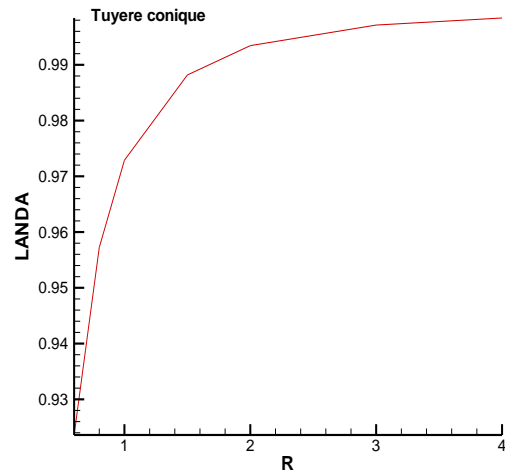


Figure (IV.95) Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure d'une tuyère conique selon Kliegel & Lévine

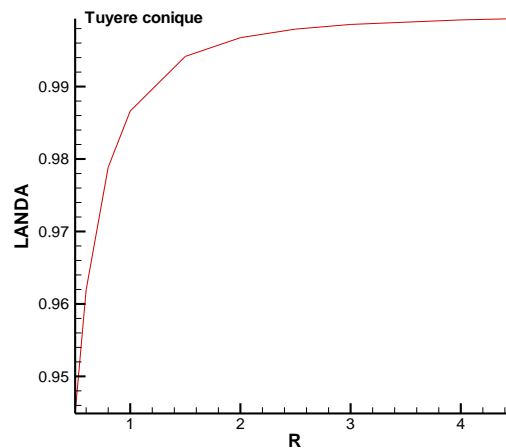


Figure (IV.96) Variation du coefficient de poussée en fonction du rayon de courbure d'une tuyère conique selon Hall

IV.5 : Exemples de comparaison :

En va comparer les résultats obtenus par les trois méthodes selon chaque tuyère.

IV.5.1. Tuyère Bérénice :

L'application des trois méthodes pour ce type de tuyères a donné les résultats du tableau suivants :

Tableau (IV.9) Résultats obtenus pour une tuyère Bérénice par les trois méthodes

	SAUER	SAUER	SAUER	KLIEGEL	KLIEGEL	KLIEGEL	HALL	HALL	HALL
Y	M	T	RO	M	T	RO	M	T	RO
0	1	2 545,45	4,7816	1,00001	2 545,45	4,78162	1,00001	2 545,45	4,78161
0,0069	1,001	2 545,01	4,7774	1,00114	2 544,93	4,7767	1,00097	2 545,01	4,77744
0,0138	1,0038	2 543,67	4,7649	1,00454	2 543,35	4,76194	1,00385	2 543,67	4,76494
0,0207	1,0086	2 541,44	4,7441	1,0102	2 540,72	4,73732	1,00865	2 541,44	4,74409
0,0276	1,0154	2 538,30	4,7149	1,01815	2 537,01	4,70282	1,01538	2 538,30	4,71486
0,0345	1,024	2 534,24	4,6772	1,0284	2 532,20	4,6584	1,02405	2 534,24	4,67724
0,0414	1,0347	2 529,23	4,6312	1,04096	2 526,26	4,60403	1,03468	2 529,23	4,6312
0,0483	1,0473	2 523,25	4,5767	1,05586	2 519,15	4,53966	1,04728	2 523,25	4,57671
0,0552	1,0619	2 516,27	4,5137	1,07314	2 510,84	4,46529	1,06188	2 516,27	4,51375
0,0621	1,0785	2 508,25	4,4423	1,09282	2 501,28	4,3809	1,07849	2 508,25	4,4423
0,069	1,0972	2 499,16	4,3624	1,11496	2 490,41	4,28651	1,09716	2 499,16	4,36236

Le tableau (IV.9) montre les valeurs de la température, nombre de mach et de densité trouvés par l'application des trois méthodes .en remarque que les résultats sont très proches entre eux ainsi avec ceux de la référence [1].

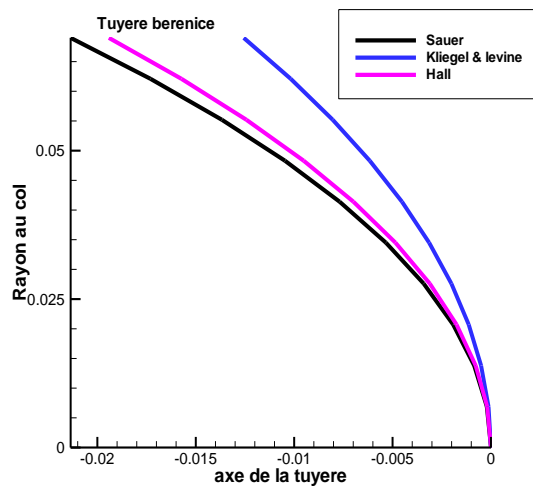


Figure (IV.97) La ligne sonique de la tuyère Bérénice selon les trois méthodes

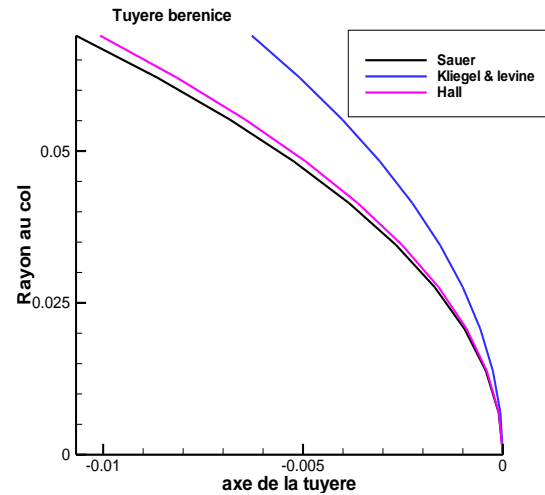


Figure (IV.98) La $v=0$ de la tuyère Bérénice selon les trois méthodes

Les figures (IV.97) et (IV.98) montre la différence d'application des trois méthodes sur la ligne sonique et $v=0$.en remarque que sauer et hall sont très proches par contre kliegel reste éloigné cela est du aux coordonnées toroïdales qu'il a choisi.

Les trois méthodes garde la forme parabolique à la ligne sonique comme celles de la référence [1], juste une légère différence entre elle surtout entre hall et sauer, elles sont presque les mêmes car les deux ont utilisé les coordonnées cylindriques ; par contre Kliegel a utilisé les coordonnées toroïdales.

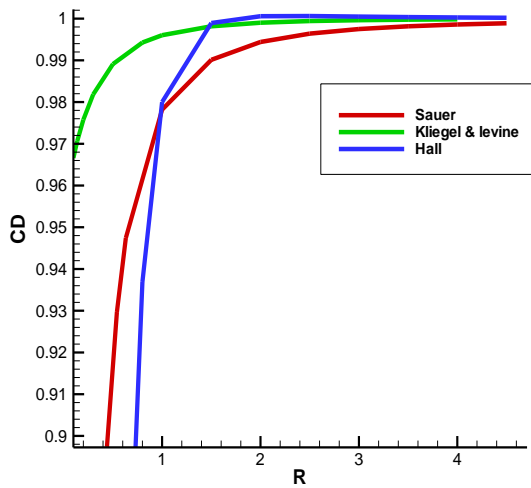


Figure (IV.99) Influence de la variation du coefficient de décharge selon les trois méthodes

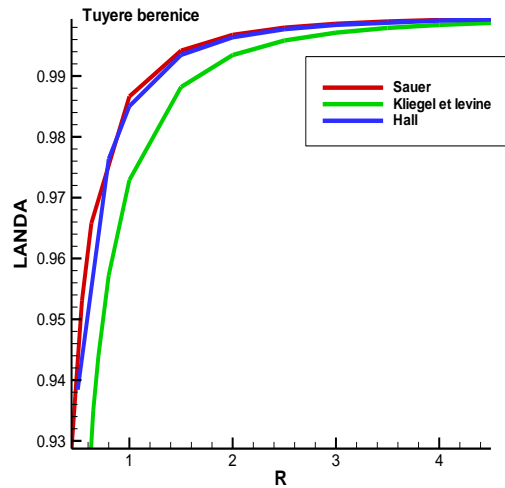


Figure (IV.100) Influence de la variation du coefficient de poussée selon les trois méthodes

Les figures (IV.99) et (IV.100) montrent l'influence de la variation du coefficient de décharge et de poussée pour les trois méthodes. En remarque que les résultats de sauer et hall sont très proches entre eux même pour le calcul de CD et LANDA, par contre en voit une différence avec kliégel cela à cause du system de coordonnés choisi. Mais kliegel a un avantage d'après les deux figures c'est qu'il donne des résultats même aux petits R. ses résultats sont acceptables car ils sont proches aux résultats de la référence [1] et c'est les deux paramètres qui prouvent la divergence et la convergence de la méthode choisie.

IV.5.2. Tuyère Antares :

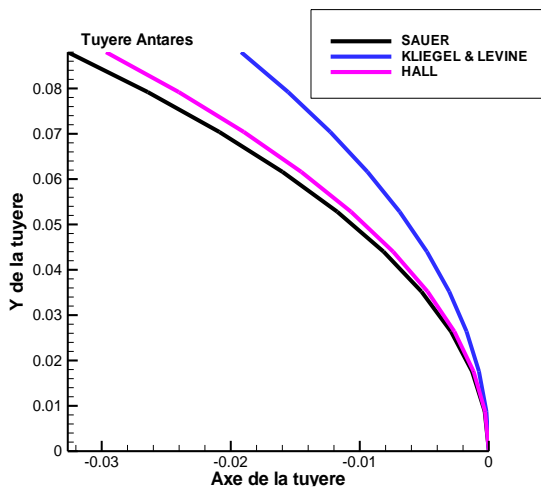


Figure (IV.101) La ligne sonique de la tuyère Antares selon les trois méthodes

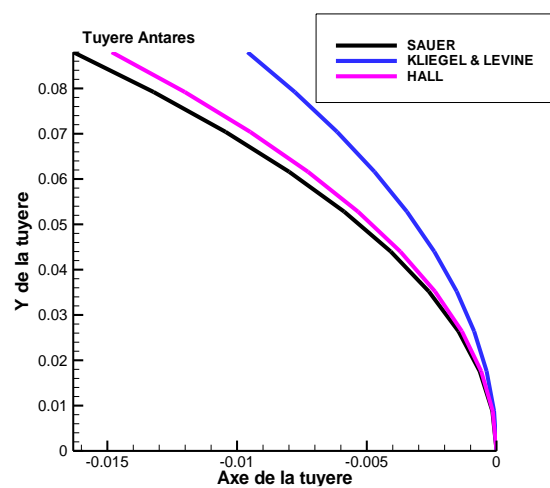


Figure (IV.102) La ligne v=0 de la tuyère Antares selon les trois méthodes

Les figures (IV.101) et (IV.102) montrent la différence des résultats obtenus par l'application des trois méthodes sur la ligne sonique et $v=0$. en remarque que sauer et hall sont très proches par contre kliegel reste éloigné cela à cause du system de coordonnées choisie.

Les trois méthodes garde la forme parabolique à la ligne sonique comme celles de la référence [1], juste une légère différence entre elles surtout entre hall et sauer, elles sont presque les mêmes car les deux ont utilisé le même système de coordonnées.

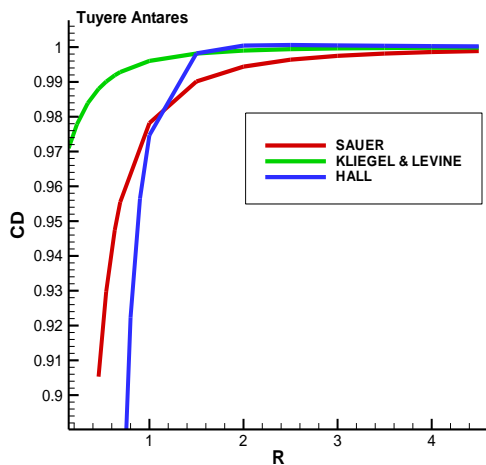


Figure (IV.103) Influence de la variation du coefficient de décharge selon les trois méthodes

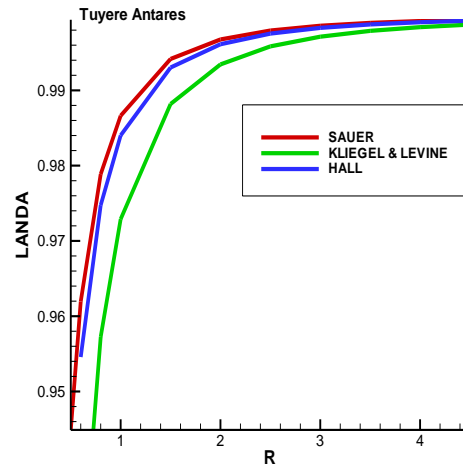


Figure (IV.104) Influence de la variation du coefficient de poussée selon les trois méthodes

Les figures (IV.103) et (IV.104) montrent l'influence de la variation du coefficient de décharge et de poussée par les trois méthodes citées avant. En constate que les résultats de sauer et hall sont très proches entre eux, même pour le calcul de CD et LANDA, par contre en remarque une différence avec kliegel cela est du au system de coordonnés toroïdales. Mais kliegel a un avantage d'après les deux figures c'est qu'il donne des résultats même aux petits R. ses résultats sont acceptables car ils sont proches aux résultats de la référence [1] et c'est les deux paramètres qui prouvent la divergence et la convergence de la méthode choisie.

IV.5.3. Tuyère TIC :

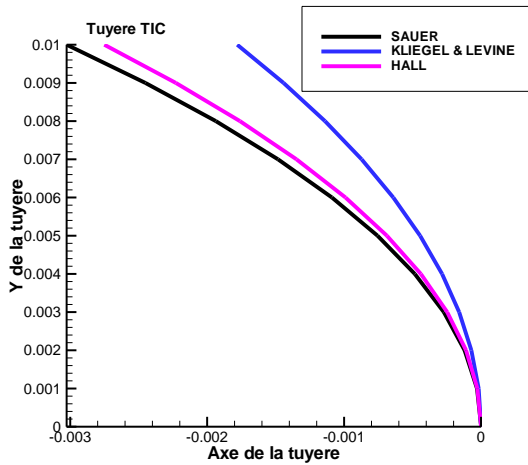


Figure (IV.105) La ligne sonique de la tuyère TIC selon les trois méthodes

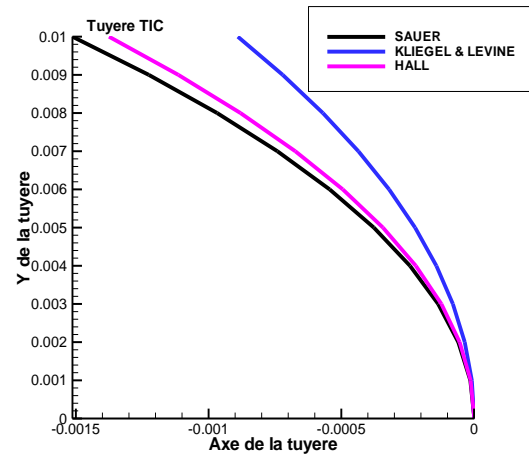


Figure (IV.106) La ligne $v=0$ de la tuyère TIC selon les trois méthodes

Les figures (IV.105) et (IV.106) montrent la différence des résultats obtenus par l'application des trois méthodes sur la ligne sonique et $v=0$. d'après elles en remarque que les résultats de sauer et hall sont très proches par contre kliegel reste éloigné cela à cause du system de coordonnées choisi.

Malgré cela les trois méthodes gardent la forme parabolique à la ligne sonique comme celles de la référence [1], juste une légère différence entre elles surtout entre hall et sauer, elles sont presque les mêmes car les deux ont utilisé le même système de coordonnées.

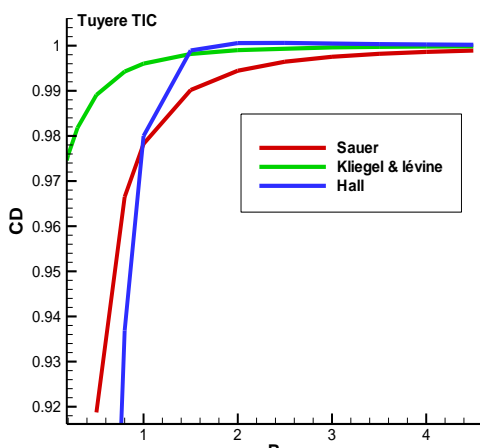


Figure (IV.107) Influence de la variation du coefficient de décharge selon les trois méthodes

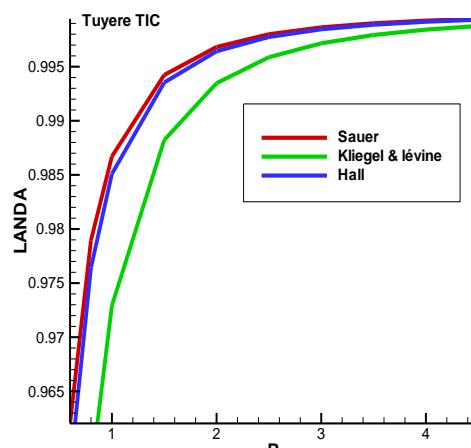


Figure (IV.108) Influence de la variation du coefficient de poussée selon les trois méthodes

Les figures (IV.107) et (IV.108) montrent l'influence de la variation du coefficient de décharge et de poussée par les trois méthodes. En constate que les résultats de sauer et hall sont très proches entre eux, même pour le calcul de CD et LANDA, par contre en remarque une différence avec kliegel cela est du au system de coordonnées toroïdales. Mais kliegel a un avantage d'après les deux figures c'est qu'il donne des résultats même aux petits R jusqu'à $R=0.3$, par contre Hall et Sauer converge à partir de $R=0.5$.

IV.5.4. Tuyère conique :

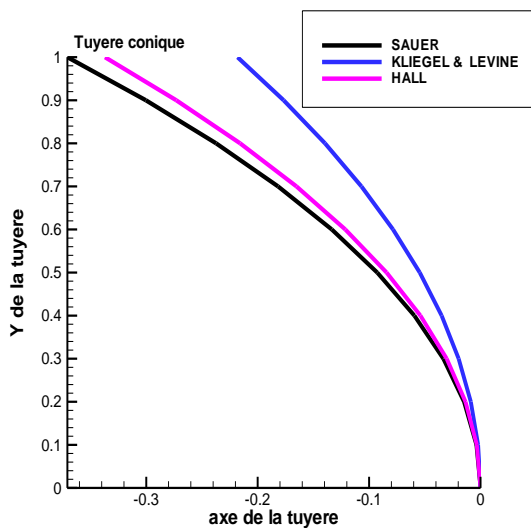


Figure (IV.109) La ligne sonique de la tuyère TIC selon les trois méthodes

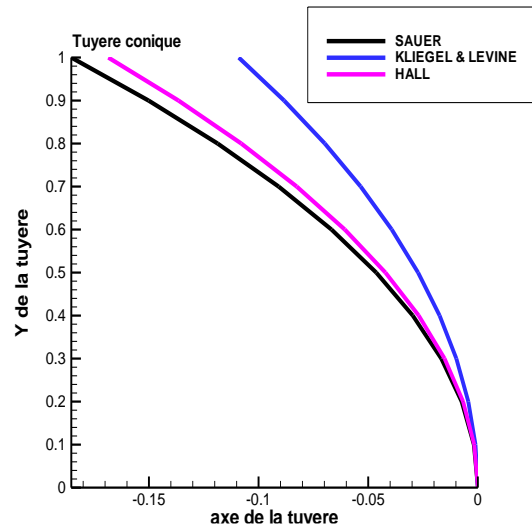


Figure (IV.110) La ligne $v=0$ de la tuyère TIC selon les trois méthodes

Les figures (IV.109) et (IV.110) montrent la différence des résultats obtenus par l'application des trois méthodes sur la ligne sonique ainsi sur $v=0$. en remarque que les résultats de sauer et hall sont très proches par contre kliegel reste un peu décalé et cela à cause du system de coordonnées toroïdales choisi.

Les trois méthodes gardent la forme parabolique à la ligne sonique comme celles de la référence [1], juste une légère différence entre elles surtout entre hall et sauer, elles sont presque les mêmes car les deux ont utilisé le même système de coordonnées cylindriques.

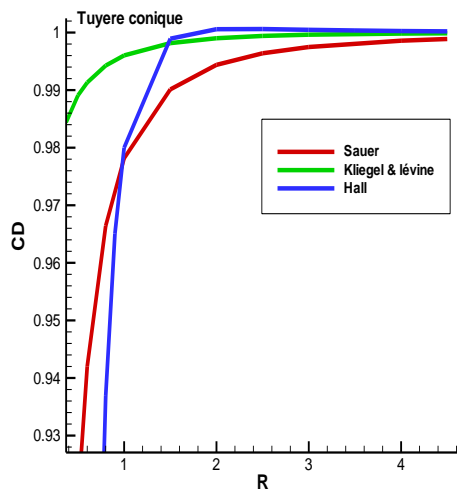


Figure (IV.111) Influence de la variation du coefficient de décharge selon les trois méthodes

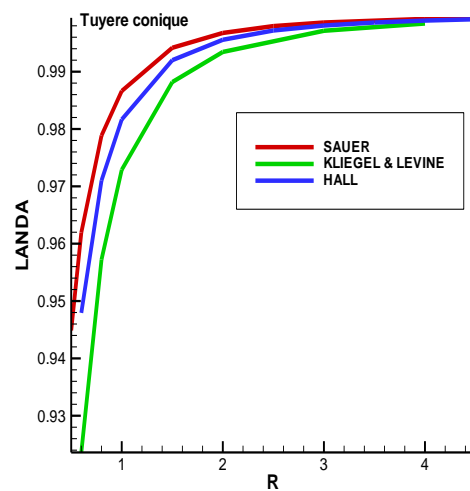


Figure (IV.112) Influence de la variation du coefficient de décharge selon les trois méthodes

Les figures (IV.111) et (IV.112) montrent l'influence de la variation du coefficient de décharge et de poussée par les trois méthodes. D'après ses figures on voit que les résultats de Sauer et Hall sont proches entre eux, même pour le calcul de CD et LANDA, par contre une différence est constatée pour Kliegel cela est dû au système de coordonnées toroidales. Mais Kliegel a un avantage d'après les deux figures c'est qu'il donne des résultats même aux petits R jusqu'à $R=0.3$, par contre Hall et Sauer convergent à partir de $R=0.5$.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES :

[1]: A Haddad (1990)

‘Application de la méthode des caractéristiques à la conception des tuyères
Supersoniques de propulsion’

Chaire de M.D.F, Ecole nationale d’ingénieurs, Alger, 1990.

[2]: Guderley, G., and Hantsch, E. 1955.

"Beste Formen für Achsensymmetrische Überschallschubdüsen," Z. Flugwiss., 3, pp. 305–313.

[3]: Maurice J.Zucrow/ Joe D.Hoffman, (1975)

‘Gas Dynamics’

Vol 1.

John Wiley & Sons, Inc. pp. 581-623, 1976

Vol 2. ‘Multidimensional flow’

John Wiley & Sons, Inc. pp. 68-169, 1977.

[4]: « The Wright Brother’s airplane », par Orville et Wilbur

Wright, the Century magazine, September 1908.

[5]: Meyer (1908).

“NASA Conference on Aerodynamic Analysis”

[6]: Taylor 1931. « Unsteady rheometry »

de Taylor Ecoulements stationnaires axisymétriques bifurque formés de rouleaux ondulés
..... J. Rheol, Taylor, 2:210–222, 1931.

[7]: Mécanique non lineaire - LMEE.

[8]: «Advances in Tactical Rocket Propulsion - FTP Directory Listing - Nato».

[9]: Maurice J.Zucrow/ Joe D.Hoffman, (1975)

"Gas dynamics, three-dimensional acoustic waves and steady two-dimensional transonic flow".

Vol 1, pp. 68-110, 1975

[10]: Hall, I.M., "Transonic Flow in Two-Dimensional and Axially-Symmetric Nozzle,"

Quarterly Journal of Mechanics and

Applied Mechanics, Vol. XV, Pt. 4, 1962, pp. 487-508

[11]: J. R. KLIEGEL* AND J. N. LEVINE, 1969.

"Transonic Flow in Small Throat Radius of Curvature Nozzles"

Dynamic Science, Division of Marshall Industries, Monrovia, Calif. pp. 1375, 1383

[12]: S G Liddle 1979.

"A Study of Fluid on the Supersonic Blunt Body Problem by the Method of Integral Relations".

[13]: Kenneth E. «Finite element methods for transonic flow analysis».

[14] : « Etude numérique des transferts conjugués paroi-fluide »

Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur et Microtechniques.

L.H. Back, P. F. Massier and H. L. Gier. ... 1040-1047, 1966.

[15]: «Calculation of plane steady *transonic* flows (AIAA) »

Toward Applying Algebraic Multigrid to *Transonic* Flow Problem. (1985) and Spectral multigrid methods with applications to *transonic* potential flow.

[16]: G.V.R.Rao. «Contoured rocket nozzles », Proc.9th Int.Astro-Fed.Congress, Amsterdam, (1958).

[17]:A.H, "compressible fluidFlow", V.1, New York, the Ronald Press, (1953).

[18]: G.V.R.Rao."Recent development in rocket nozzle configuration ", ARS journal, (1961),1488-1494.

[19]:Zebbiche T, Youbi Z.E, « Fonction de Prandtl Meyer à haute température ». Conférences internationales de la mécanique avancée, Boumerdes,(2004), 30 XI-2 XII .

[20]: Zebbiche T, Youbi Z.E, « Supersonic Flow Parameters at high temperature application for air in Nozzel», German Aerospace Congress, DGLR – 0256,(2005).

[21]:H.P.G, Peterson C.R,"Mechanicsand Thermodynamics of propulsion", Addition-Wesley Publishing Company Inc, (1965).

[22]: Zebbiche T, Youbi Z.E, « Supersonic Two dimensional Plug Nozzle Conception. Application for Air », AIAA-0592, (2006).

Conclusion :

L'étude nous a permis de nous familiariser avec ces méthodes de calcul des écoulements transsoniques, qui restent ignoré jusqu'à maintenant par la majorité des étudiants.

Elles présentent un grand intérêt puisqu'elles nous permettent :

- D'étudier le comportement du fluide dans la région du col
- De faire démarrer les calculs dans la région du divergent

Sauer :

- Elle se base sur la théorie des petites perturbations
- Elle intervient autour des profils arbitraires
- Elle ne donne aucune information sur la distribution des isobares
- Elle diverge pour les petites valeurs de R

Hall :

- Elle donne la solution sous formes de séries de puissances inverses de R
- Elle diverge pour les petit R
- Elle donne la direction du fluide et la distribution des isobares.

Kliegel & Lévine :

- Elle donne la solution sous forme de puissances inverses de $(1+R)$
- Elle donne des résultats satisfaisants pour les très petits R .
- Elle utilise le système de coordonnées toroïdales.

Les résultats obtenus par les trois méthodes sont proches entre eux et en accord acceptable avec ceux obtenus par d'autres auteurs bien des fois avec l'expérimental.

L'application de ces méthodes sur les quatre types de tuyères de géométries différentes, montrent que l'écoulement n'est pas influencé par ce changement de géométrie et que le seul paramètre qui influe sur l'écoulement est le paramètre R .