

C. TRUESDELL

**Introduction à la
mécanique
rationnelle
des
milieux continus**

MASSON ET CIE



Clifford TRUESDELL

Professor of Rational Mechanics
The Johns Hopkins University,
Baltimore



INTRODUCTION

A LA

MÉCANIQUE RATIONNELLE DES MILIEUX CONTINUS

TRADUCTION FRANÇAISE

par

Daniel EUVRARD

MASSON ET C^{ie}, ÉDITEURS

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, PARIS VI^e

1974

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

Notions générales

CHAPITRE PREMIER. — *Les corps, les forces, les mouvements et les énergies.*

I.1	La mécanique rationnelle	3
I.2	La théorie abstraite des corps	5
I.3	Quelques exemples d'univers	11
I.4	La masse	13
I.5	Les forces	15
I.6	L'espace-temps. Les référentiels	21
I.7	Les mouvements	25
I.8	Résultante cinétique, moment cinétique, énergie cinétique, puissance, torseurs	27
I.9	Changements de référentiel	33
I.10	Mouvement de solide	39
I.11	Indifférence matérielle	45
I.12	Les axiomes de la mécanique	47
I.13	Les axiomes d'inertie. Les lois d'Euler du mouvement	52
I.14	L'énergie	61

CHAPITRE II. — *La cinématique.*

II.1	Les corps, les configurations, les mouvements	67
II.2	La masse volumique	69
II.3	Configuration de référence et déformation	71
II.4	Les différentes descriptions d'un mouvement	72
II.5	Le gradient de la déformation	75
II.6	Dérivées particulières et gradients dans une description spatiale. Surfaces matérielles. Frontières cinématiques	78
II.7	Changements de configuration de référence	82
II.8	Utilisation de la configuration actuelle comme configuration de référence	83
II.9	Déformation pure et rotation locale	84
II.10	« L'histoire » d'une fonction jusqu'à l'instant t	89
II.11	Taux de déformation et taux de rotation	89
II.12	Déformations homogènes	94
II.13	Dérivées particulières d'intégrales curvilignes, surfaciques ou volumiques	98
II.14	Changements de référentiel. Indifférence matérielle	100

CHAPITRE III. — *Le tenseur des contraintes.*

III.1	Les forces et les moments. Les lois de la dynamique. Les forces à distance et les forces de contact	104
III.2	Le vecteur contrainte. Le postulat de Cauchy et le théorème de Noll	115
III.3	Le théorème fondamental de Cauchy. Existence du tenseur des contraintes	119

III.4	Les lois de conservation	123
III.5	Les lois de Cauchy du mouvement	124
III.6	La conservation de l'énergie	128
CHAPITRE IV. — Les lois de comportement.		
IV.1	Les processus dynamiques	131
IV.2	Les lois de comportement. Les axiomes de Noll	132
IV.3	Les milieux matériellement simples	135
IV.4	Quelques cas particuliers classiques. Exemples d'application de l'axiome d'indifférence matérielle	138
IV.5	Indifférence matérielle. Formes réduites des lois de comportement	142
IV.6	Liaisons internes	146
IV.7	Le principe du déterminisme pour des milieux matériellement simples avec liaisons internes	147
IV.8	Les équations du mouvement des milieux matériellement simples	150
IV.9	Déformations homogènes de corps simples sans liaisons	153
IV.10	Déformations homogènes des corps simples incompressibles	156
IV.11	Les isomorphismes matériels	161
VI.12	Le groupe des parités	163
IV.13	Comparaison des groupes de parités relatifs à des configurations différentes	166
IV.14	Les matériaux isotropes	168
IV.15	Les solides	169
IV.16	Les fluides	174
IV.17	Les sous-fluides	176
IV.18	Mouvements à histoire constante des dilatations principales relatives	177
IV.19	Réduction de la loi de comportement d'un matériau simple dans un mouvement à histoire constante des dilatations principales relatives	183

DEUXIÈME PARTIE

*Questions concernant la mécanique des fluides***CHAPITRE V. — Théorie générale de la viscosité.**

V.1	Le tenseur des contraintes dans un écoulement viscosimétrique de fluide incompressible	189
V.2	Les fonctions viscosimétriques. Les effets de contraintes normales	193
V.3	Position de la théorie classique de la viscosimétrie	194
V.4	Les conditions dynamiques dans les principaux écoulements viscosimétriques	196
V.5	Sur la non-existence de mouvements par droites parallèles, stationnaires, dans des conduites	207

CHAPITRE VI. — Quelques écoulements particuliers de certains fluides spéciaux.

VI.1	Les fluides de Rivlin-Ericksen	213
VI.2	Écoulement secondaire d'un fluide incompressible dans une conduite rectiligne. Préliminaires	221
VI.3	Écoulement secondaire d'un fluide de degré égal ou supérieur à trois, dans une conduite rectiligne	223
VI.4	Écoulement secondaire dans une conduite rectiligne. Discussion	229
VI.5	Écoulement laminaire instationnaire du fluide incompressible de degré deux	232

TROISIÈME PARTIE

*Questions concernant l'élasticité*CHAPITRE VII. — *Matériaux élastiques.*

VII.1	Définition d'un matériau élastique et d'un corps élastique.....	239
VII.2	Equation aux dérivées partielles et conditions aux limites de l'élasticité.....	242
VII.3	Non-unicité de la solution en général. Existence et unicité des solutions pour de faibles chargements ou déplacements	245
VII.4	Matériaux élastiques isotropes	247

CHAPITRE VIII. — *Déformations universelles des corps isotropes.*

VIII.1	Les contraintes normales dans un glissement simple	253
VIII.2	Les déformations universelles. Généralités	257
VIII.3	Les déformations statiques universelles pour les corps simples et les corps élastiques isotropes dénués de liaisons	259
VIII.4	Les déformations statiques universelles pour les corps élastiques incompressibles	260
VIII.5	Exemples de déformations universelles pour des corps élastiques incompressibles	262

CHAPITRE IX. — *Approximations formelles en élasticité.*

IX.1	Déformations infinitésimales	268
IX.2	Loi de comportement pour une déformation infinitésimale d'un matériau élastique	270
IX.3	La théorie classique de l'élasticité linéarisée	273
IX.4	Relation entre l'élasticité linéaire et l'élasticité non linéaire	276
IX.5	Résolution du problème aux limites de contraintes par approximations successives	279
IX.6	Applications de la méthode de perturbations	285

CHAPITRE X. — *Inégalités additionnelles de l'élasticité.*

X.1	Rôle des inégalités additionnelles de l'élasticité, en théorie linéarisée	288
X.2	Nécessité d'inégalités additionnelles, en déformations finies	289
X.3	Quelques inégalités statiques simples	290
X.4	L'inégalité GCN	296
X.5	Expression différentielle de la condition GCN	299

CHAPITRE XI. — *Propagation des ondes.*

XI.1	Le lemme d'Hadarnard	302
XI.2	Surfaces singulières. Théorème de Maxwell	302
XI.3	Surfaces singulières pour un mouvement	304
XI.4	Condition de compatibilité pour des surfaces de singularité faible	304
XI.5	Forme générale des lois de conservation à travers une surface singulière. Conservation de la résultante cinétique	307
XI.6	Ondes faibles dans un corps élastique. Le tenseur acoustique	310
XI.7	Symétrie du tenseur acoustique. Matériaux hyperélastiques	312
XI.8	Conséquences de différentes inégalités additionnelles	314
XI.9	Ondes faibles dans des matériaux isotropes	317

CHAPITRE XII. — *Stabilité, énergie et travail.*

XII.1	L'identité de Kirchhoff. La stabilité	321
XII.2	Stabilité linéaire	325
XII.3	Le théorème fondamental d'Hadarnard	326
XII.4	Configurations homogènes	330
XII.5	Conséquences des rotations infinitésimales	331
XII.6	L'énergie spécifique de déformation d'un matériau hyperélastique	332
XII.7	La puissance des efforts intérieurs de cohésion dans un matériau hyperélastique	333
XII.8	Les deux groupes de parités	335
XII.9	Minimisation de l'énergie spécifique de déformation	336
XII.10	L'inégalité de Coleman et Noll	337
XII.11	Travail virtuel des contraintes sur la frontière.	338
XII.12	Déformations virtuelles homogènes de corps homogènes	339
XII.13	Les théorèmes du travail	340

QUATRIÈME PARTIE

*Mémoire évanescence*CHAPITRE XIII. — *Principes régissant les mémoires évanescences.*

XIII.1	Statique et élasticité. Notion de mémoire évanescence	345
XIII.2	Mémoire lentement évanescence.	347
XIII.3	Mesure d'oubli. Souvenir. Mémoire lentement évanescence	349
XIII.4	Relaxation des contraintes	352
XIII.5	Mémoires évanescences d'ordres plus élevés	357
XIII.6	Viscoélasticité linéaire finie	358
XIII.7	Mouvements lents et matériaux de Rivlin-Ericksen	360
XIII.8	Déformations infinitésimales	363
XIII.9	Positions respectives des différentes théories classiques	365