

Denis GERIL & Georges GIRARD

LES OLYMPIADES  
INTERNATIONALES  
DE MATHÉMATIQUES



ÉDITIONS  
JACQUES GABAY

510-688-1

 blong®

TABLE DES MATIÈRES

I Olympiades 1967-1975. — Énoncés et solutions.

IX - 1967	Yougoslavie ( <i>Celthys</i> )	2
X - 1968	U.R.S.S. ( <i>Moscou</i> )	10
XI - 1969	Roumanie ( <i>Bucarest</i> )	21
XII - 1970	Hongrie ( <i>Kertész</i> )	32
XIII - 1971	Slovaquie ( <i>Zilina</i> )	40
XIV - 1972	Pologne ( <i>Cracovie</i> )	50
XV - 1973	U.R.S.S. ( <i>Moscou</i> )	57
XVI - 1974	R.D.A. ( <i>Erfurt</i> )	65
XVII - 1975	Bulgarie ( <i>Burgas</i> )	73

II Olympiades 1959-1966. — Énoncés.

I - 1959	Roumanie	84
II - 1960	Roumanie	85
III - 1961	Hongrie	86
IV - 1962	Tchécoslovaquie	87
V - 1963	Pologne	89
VI - 1964	U.R.S.S.	90
VII - 1965	R.D.A.	91
VIII - 1966	Bulgarie	92

III Problèmes divers.

Raisonnement	96
Arithmétique	105
Algèbre	112
Analyse	123
Géométrie	127



## ÉDITIONS JACQUES GABAY

### Pierre DUGAC

- *Jean Dieudonné, mathématicien complet*

### RÉIMPRESSIONS

#### Niels Henrik ABEL

- *Œuvres complètes (2 tomes) suivies de*  
— *Niels Henrik Abel - Sa vie et son action scientifique,*  
par C.-A. BJERKNES

#### Jean D'ALEMBERT

- *Traité de dynamique*

#### André-Marie AMPÈRE

- *Théorie mathématique des phénomènes électro-dynamiques*  
• *Considérations sur la théorie mathématique du jeu*

#### Paul APPELL

- *Traité de Mécanique rationnelle (3 tomes en 3 vol.)*  
• *Éléments d'Analyse mathématique*

#### Louis BACHELIER

- *Calcul des probabilités*  
• *Les lois des grands nombres du calcul des probabilités*  
— *La spéculation et le calcul des probabilités*  
— *Les nouvelles méthodes du calcul des probabilités*  
• *Le Jeu, la Chance et le Hasard*  
• *Collection de Mémoires*  
titres inclus  
— *Théorie de la spéculation*  
— *Théorie mathématique des jeux*  
— *Théorie des probabilités continues*  
— *Les probabilités à plusieurs variables*  
— *Mouvement d'un point ou d'un système soumis à l'action des forces dépendant du hasard*  
— *Les probabilités cinématiques et dynamiques*

### René BAIRE

- *Théorie des nombres irrationnels, des limites et de la continuité*

### W. W. ROUSE BALL

- *Récréations mathématiques et problèmes des temps anciens et modernes*  
• *Histoire des mathématiques*

### Stefan BANACH

- *Théorie des opérations linéaires*

### Paul BARBARIN

- *La Géométrie non euclidienne*

### Edmond BAUER

- *Introduction à la théorie des groupes et à ses applications à la physique quantique*

### Jacques BERNOULLI

- *L'art de conjecturer*  
Cette première partie de l'Art Conjectandi (la traduction française des parties 2, 3 et 4 n'a jamais paru) contient le célèbre *Traité de la manière de raisonner dans les jeux de hasard*, par Christiaan HUYGENS

### Joseph BERTRAND

- *Calcul des probabilités*

### Niels BOHR

- *La théorie atomique et la description des phénomènes*

### Marcel BOLL

- *La chance et les jeux de hasard*  
• *Le mystère des nombres et des formes*

### Ludwig BOLZMANN

- *Leçons sur la théorie des gaz*

### Émile BOREL

- *Leçons sur les séries divergentes*

### Émile BOREL & André CHÉRON

- *Théorie mathématique du bridge à la portée de tous*  
suivie de  
— *Applications de la théorie des probabilités aux jeux de hasard*, par Émile BOREL & Jean VILLE  
— *Valeur pratique et philorophie des probabilités*,  
par Émile BOREL

### Z.I. BOREVITCH & I.R. CHAFAREVITCH

- *Théorie des nombres*

### Max BORN

- *La Théorie de la Relativité d'Einstein et ses bases physiques*

### Pierre BOUTROUX

- *L'idéal scientifique des mathématiciens dans l'antiquité et dans les temps modernes*

### Ed. BRAHY

- *Exercices méthodiques de calcul différentiel et intégral*

### Léon BRILLOUIN

- *Les tenseurs en mécanique et en élasticité*  
• *La science et la théorie de l'information*

### Marcel BRILLOUIN

- *Leçons sur la viscosité des liquides et des gaz*

### Louis de BROGLIE

- *Ondes et mouvements*

### Georg CANTOR

- *Sur les fondements de la théorie des ensembles transfinitis*

### Sadi CARNOT

- *Réflexions sur la puissance motrice du feu*

### Élie CARTAN

- *Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann*  
• *Leçons sur la géométrie projective complexe*  
suivies de  
— *La théorie des groupes finis et continus et la géométrie différentielle traitées par la méthode du repère mobile*  
— *Leçons sur la théorie des espaces à connexion projective*

### Augustin-Louis CAUCHY

- *Analyse algébrique*

### Michel CHASLES

- *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*  
• *La dualité et l'homographie*  
• *Rapport sur les progrès de la géométrie*  
• *Les postures d'Euclide*

□ = □blong®

(Suite à l'intérieur)

**Diffusion-Distribution : JACQUES GABAY**  
151 bis, rue Saint-Jacques 75005 PARIS  
Tél. (1) 43 54 64 64 — Fax : (1) 43 54 87 00

ISBN 2-87647-154-X

□blong®

**BOUÉ EDOUARD MONTUCLA**  
 • Histoire des mathématiques (4 tomes)

**JULIUS VON NEUMANN**  
 • Les fondements mathématiques de la Mécanique quantique

**ISAC NEWTON**  
 • Principes mathématiques de la philosophie naturelle (2 tomes)

**H. POINCARÉ**  
 • Essai sur la Mécanique de Fermat. Son histoire

**PAUL PAINLEVÉ**  
 • Les axiomes de la Mécanique

**GEORGES PAPELIER**  
 • Exercices de géométrie moderne procédés de l'analyse élémentaire des principales théories (cinq tomes)  
 I. Géométrie dirigée  
 II. Transversales  
 III. Division et faisceau harmonique  
 IV. Pôles, polaires, plans polaires, dans le cercle et la sphère  
 V. Support anharmonique  
 VI. Inversion  
 VII. Homographie  
 VIII. Involution  
 IX. Géométrie projective. Application aux coniques  
 X. Éléments de Trigonométrie sphérique

**JULIUS PETERSEN**  
 • Méthodes et théories pour la résolution des problèmes de constructions géométriques

**EMILE PICARD**  
 • Traité d'Analyse (3 tomes)  
 • Leçons sur quelques problèmes aux limites de la théorie des équations différentielles  
 • Quelques applications analytiques de la théorie des courbes et des surfaces algébriques

**Johann Christian POGGENDORFF**  
 • Histoire de la physique

**Henri POINCARÉ**  
 • Œuvres (11 volumes)  
 • Théorie mathématique de la lumière  
 • Calcul des probabilités  
 • La Mécanique nouvelle (Théorie de la Relativité)  
 • Théorie du potentiel newtonien  
 • Théorie des tourbillons  
 • Figures d'équilibre d'une masse fluide  
 • Électricité et Optique  
 • Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle  
 suivi de  
 — Sur les propriétés des fonctions définies par les équations aux différences partielles (Thèse)  
 — Note sur les propriétés des fonctions définies par les équations différentielles  
 et, par C. BRIOT & J.-C. BOUQUET  
 — Étude des fonctions d'une variable imaginaire  
 — Recherches sur les propriétés des fonctions définies par des équations différentielles  
 — Mémoire sur l'intégration des équations différentielles au moyen des fonctions elliptiques

**Siméon-Denis POISSON**  
 • Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile

**George POLYA**  
 • Comment poser et résoudre un problème

**Jean-Victor PONCELET**  
 • Traité des propriétés projectives des figures (2 tomes)

**Alfred RÉNYI**  
 • Calcul des probabilités  
 avec un appendice sur la théorie de l'information

**Bernhard RIEMANN**  
 • Œuvres mathématiques

**F. RIESZ & B. SZ.-NAGY**  
 • Leçons d'analyse fonctionnelle

**Erwin SCHRÖDINGER**  
 • Mémoires sur la Mécanique ondulatoire

**Joseph-Alfred SERRET**  
 • Cours d'Algèbre supérieure (2 tomes)  
 • Traité de Trigonométrie rectiligne et sphérique

**Wacław SIERPINSKI**  
 • 250 problèmes de théorie élémentaire des nombres  
 • Leçons sur les nombres transfinis

**G. SINGIER**  
 • Les correspondances algébriques (1, 1), (2, 1), (2, 2)  
 Applications aux courbes et aux surfaces du deuxième et du troisième degré

**Jean-Marie SOURIAU**  
 • Calcul linéaire  
 La solution détaillée des exercices termine l'ouvrage

**Peter Guthrie TAIT**  
 • Traité élémentaire des quaternions

**Paul TANNERY**  
 • Pour l'histoire de la science hellène  
 • La géométrie grecque  
 • Mémoires scientifiques (17 volumes)

**P.L. TCHEBYCHEF**  
 • Œuvres

**François-Félix TISSERAND**  
 • Traité de Mécanique céleste (4 tomes)  
 suivi de  
 — Leçons sur la détermination des orbites

**Édouard TOULOUSE**  
 • Henri Poincaré  
 Enquête medico-psychologique sur sa supériorité intellectuelle

**Georges VALIRON**  
 • Équations fonctionnelles - Applications

**Gustave VERRIEST**  
 • Leçons sur la théorie des équations selon Galois précédées d'une introduction à la théorie des groupes

**Henri VILLAT**  
 • Mécanique des fluides  
 • Leçons sur l'hydrodynamique  
 • Leçons sur la théorie des tourbillons  
 • Leçons sur les fluides visqueux

**Vito VOLTERRA**  
 • Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie

**Paul R. HALMOS**

- *Introduction à la théorie des ensembles*

**Georges-Henri HALPHEN**

- *Traité des fonctions elliptiques et de leurs applications*
- *Œuvres (4 tomes)*

**G. H. HARDY**

- *Divergent Series* (en anglais)

**Werner HEISENBERG**

- *Les principes physiques de la théorie des quanta*

**Hermann von HELMHOLTZ**

- *Optique physiologique (2 tomes)*
- *Théorie physiologique de la musique*

**Charles HERMITE**

- *Œuvres (4 tomes)*

**Charles HERMITE & Thomas Jan STELTJES**

- *Correspondance d'Hermite et de Stieltjes*

**David HILBERT**

- *Sur les problèmes futurs des mathématiques (Les 23 Problèmes)*
- *Théorie des corps de nombres algébriques*

**Camille JORDAN**

- *Traité des substitutions et des équations algébriques*
- *Cours d'Analyse de l'École Polytechnique (3 tomes)*

**Émile JOUGUET**

- *Lectures de Mécanique*

**Erich KAMKE**

- *Théorie des ensembles*

**Stephen C. KLEENE**

- *Logique mathématique*

**Félix KLEIN**

- *Le programme d'Erlangen*

**Casimir KURATOWSKI**

- *Topologie I et II*

**Jean LADRIÈRE**

- *Les limitations internes des formalismes*  
Étude sur la signification du théorème de Gödel et des théorèmes apparentés dans la théorie des fondements des mathématiques

**Joseph-Louis LAGRANGE**

- *Mécanique analytique*

**Trajan LALESKO**

- *La géométrie du triangle*

**Pierre-Simon LAPLACE**

- *Théorie analytique des probabilités (2 tomes)*  
Le premier tome contient le célèbre *Essai philosophique sur les probabilités*

**Pierre LAROUSSE**

- *Jardin des racines grecques* (Livre du Maître) suivi de  
— *Jardin des racines latines* (Livre du Maître)

**Max von LAUE**

- *La Théorie de la Relativité*

**Charles-Jean de LA VALLÉE POUSSIN**

- *Intégrales de Lebesgue. Fonctions d'ensemble. Classes de Baire*
- *Cours d'Analyse infinitésimale*

**Antoine-Laurent LAVOISIER**

- *Traité élémentaire de chimie*

**Henri LEBESGUE**

- *Leçons sur l'intégration et la recherche des fonctions primitives*
- *Les coniques*
- *Leçons sur les constructions géométriques*

**C. LEBOSSÉ & C. HÉMERY**

- *Géométrie (classe de Mathématiques)*

**Julien LEMAIRE**

- *Étude élémentaire de l'hyperbole équilatère et de quelques courbes dérivées*
- *Hypocycloïdes et épicycloïdes*

**Tullio LEVI-CIVITA**

- *Caractéristiques des systèmes différentiels et propagation des ondes*

**Paul LÉVY**

- *Calcul des probabilités*
- *Processus stochastiques et mouvement brownien*
- *Théorie de l'addition des variables aléatoires*
- *Problèmes concrets d'analyse fonctionnelle*

**Alexandre LIAPOUNOFF**

- *Problème général de la stabilité du mouvement*

**André LICHNEROWICZ**

- *Éléments de calcul tensoriel*

**Ernst LINDELÖF**

- *Le calcul des résidus et ses applications à la théorie des fonctions*

**Gérard de LONGCHAMPS**

- *Cours de problèmes de géométrie analytique (3 tomes)*

**Hendrik-Antoon LORENTZ**

- *The Theory of Electrons and its Applications to the Phenomena of Light and Radiation: Heat* (en anglais)

**Édouard LUCAS**

- *Théorie des nombres*

**Nicolas LUSIN**

- *Leçons sur les ensembles analytiques et leurs applications*
- *Leçons de Mémoire*  
— *Sur les fonctions représentables analytiquement*, par Henri LEBESGUE

**Ernst MACH**

- *La Mécanique*  
Exposé historique et critique de son développement

**James Clerk MAXWELL**

- *Traité d'Électricité et de Magnétisme (2 tomes)*

**Émile MEYERSON**

- *La déduction relativiste*

**Charles MICHEL**

- *Compléments de géométrie moderne*  
suivi du recueil des solutions des questions proposées  
— *Exercices de géométrie moderne*, par Julien LEMAIRE

**Abraham de MOIVRE**

- *The Doctrine of Chances* (en anglais)

**Gaspard MONGE**

- *Géométrie descriptive*
- *Feuilles d'analyse appliquée à la géométrie*

**Pierre Rémond de MONTMORT**

- *Essai d'analyse sur les jeux de hasard*

**Jean CHAZY**

- *La Théorie de la Relativité et la Mécanique céleste*

**Émile CLAPEYRON**

- *Mémoire sur la puissance motrice de la chaleur*

**Rudolph CLAUDIUS**

- *Théorie mécanique de la chaleur*

**H. COMMISSAIRE & G. CAGNAC**

- *Cours de Mathématiques spéciales (3 tomes)*

**Antoine-Nicolas de CONDORCET**

- *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*

**Gaspard-Gustave CORIOLIS**

- *Théorie mathématique des effets du jeu de billard*  
suivi de deux célèbres Mémoires  
— *Sur le principe des forces vives dans les mouvements relatifs des machines*  
— *Sur les équations du mouvement relatif des systèmes de corps*

**H.S.M. COXETER & S.L. GREITZER**

- *Redécouvrons la géométrie*

**Gaston DARBOUX**

- *Leçons sur la théorie générale des surfaces et les applications géométriques du calcul infinitésimal*  
suivies de  
— *Leçons sur les systèmes orthogonaux et les coordonnées curvilignes*  
— *Principes de géométrie analytique*  
(3 ouvrages en 3 volumes)

**R. DELTHEIL & D. CAIRE**

- *Géométrie*  
suivi de  
— *Compléments de géométrie*

**G. DEMARTRES**

- *Cours de géométrie infinitésimale*

**René DESCARTES**

- *La Géométrie*

**Paul A.M. DIRAC**

- *Les principes de la Mécanique quantique*

**Jacques DEXMIER**

- *Les algèbres d'opérateurs dans l'espace Hilbertien (Algèbres de von Neumann)*  
• *Les C\*-algèbres et leurs représentations*  
• *Algèbres enveloppantes*

**Paul DU BOIS-REYMOND**

- *Théorie générale des fonctions*

**Pierre DUHEM**

- *Traité d'Énergétique ou de Thermodynamique générale*

**Jean-Baptiste DUMAS**

- *Leçons sur la philosophie chimique*

**Ernest DUPORCQ**

- *Premiers principes de géométrie moderne*

**Paul DUPUY**

- *La vie d'Évariste Galois*

**Albert EINSTEIN**

- *Sur l'Électrodynamique des corps en mouvement*  
— *L'Éther et la Théorie de la Relativité*  
— *La Géométrie et l'Expérience*  
— *Quatre conférences sur la Théorie de la Relativité*  
— *Théorie de la Gravitation généralisée*  
— *Sur le Problème cosmologique*  
— *Théorie relativiste du champ non symétrique*  
•  *La Théorie de la Relativité restreinte et généralisée*  
• *Lettres à Maurice Solovine*

**ENCYCLOPÉDIE DES SCIENCES**

**MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES**

Tout ce qui a paru de l'édition française rédigée et publiée d'après l'édition allemande sous la direction de Jules MOLLK.

- *Arithmétique et Algèbre*  
•  *Analyse*  
•  *Géométrie*  
•  *Mécanique*  
•  *Physique*  
•  *Géodésie et Géophysique*  
•  *Astronomie*  
•  *Compléments*

**Federigo ENRIQUES**

- *Leçons de géométrie projective*

**F. G.-M. (Frère GABRIEL-MARIE)**

- *Exercices de géométrie*  
comportant l'exposé des méthodes géométriques et 2.000 questions résolues  
•  *Exercices de géométrie descriptive*

**Pierre FERMAT**

- *Précis des Œuvres mathématiques et de l'Arithmétique de Diophante*, par Émile BRASSINNE

**J. FITZ-PATRICK**

- *Exercices d'arithmétique*

**Joseph FOURIER**

- *Théorie analytique de la chaleur*

**Maurice FRÉCHET**

- *Les espaces abstraits*

**Maurice FRÉCHET & Ky FAN**

- *Introduction à la Topologie combinatoire*

**Augustin FRESNEL**

- *Mémoire sur la diffraction de la lumière*

**Évariste GALOIS**

- *Œuvres mathématiques*  
— *Influence de Galois sur le développement des mathématiques*, par Sophus LIE

**George GAMOW**

- *Trente années qui ébranlèrent la physique (Histoire de la théorie quantique)*

**Félix R. GANTMACHER**

- *Théorie des matrices*

**Carl Friedrich GAUSS**

- *Recherches arithmétiques*

**Denis GERLL & Georges GIRARD**

- *Les Olympiades internationales de mathématiques*

**Francisco GOMES TEIXEIRA**

- *Traité des courbes spéciales planes et gauches (3 tomes)*

**Édouard GOURSAT**

- *Cours d'Analyse mathématique (3 tomes)*

**Alfred George GREENHILL**

- *Les fonctions elliptiques et leurs applications*

**Édouard GRIMAUD**

- *L'ouvrier, 1743-1794*  
d'après sa correspondance, ses manuscrits, ses papiers de famille et d'autres documents inédits.

**Jacques HADAMARD**

- *Leçons de géométrie élémentaire (2 tomes)*  
•  *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*  
— *L'Invention mathématique*, par Henri POINCARÉ