

études en mécanique des matériaux et des structures

**Mécanique
de la rupture fragile
et de l'endommagement**

approches statistiques et probabilistes

Jacques Lamon

 **hermes**

Lavoisier

TABLE DES MATIÈRES

Introduction générale	11
Chapitre 1. Les défauts dans les matériaux	15
1.1. La résistance théorique et la résistance intrinsèque	16
1.2. La résistance à la rupture des matériaux	17
1.2.1. Effet d'une fissure sur la résistance à la rupture	18
1.2.2. La résistance à l'extension des fissures	19
1.3. Les défauts	21
1.3.1. Les défauts de la microstructure	21
1.3.2. Les défauts d'élaboration	21
1.3.3. Les défauts d'usinage	22
1.3.4. Les défauts de service	23
1.4. La sévérité des défauts	23
1.4.1. La sévérité des fissures et des vides	23
1.4.2. La sévérité des inclusions	25
1.5. Le rôle collectif des défauts	26
1.5.1. Dispersion des contraintes de rupture	27
1.5.2. Les effets d'échelle	27
1.5.3. Les effets du champ de contraintes.	28
1.5.4. Autres modes de sollicitation	28
1.5.5. Effet des populations multiples	29
1.5.6. Les effets de l'environnement.	30

6 Rupture fragile et endommagement

1.6. Conséquences sur la prévision de la rupture	31
1.7. Bibliographie	32
Figures du chapitre 1	35

Chapitre 2. Les approches statistiques – probabilistes de la rupture fragile :

Le modèle de Weibull	53
2.1. Le modèle statistique de Weibull	54
2.1.1. Le concept du maillon le plus faible	54
2.1.2. Probabilité de rupture dans un champ, de contraintes, uniaxial uniforme de traction	54
2.1.3. Signification des paramètres statistiques	56
2.2. Probabilité de rupture dans un champ, de contraintes, uniaxial non uniforme.	58
2.3. Probabilité de rupture dans une analyse de surface	59
2.4. Analyse multiaxiale de Weibull	59
2.5. Approche multiaxiale fondée sur le principe de l'action indépendante des contraintes.	62
2.6. Commentaires sur le modèle statistique de Weibull	63
2.7. Bibliographie	64
Figures du chapitre 2	65

**Chapitre 3. Les théories statistiques – probabilistes de la rupture fragile
fondées sur la fonction de densité de défauts**

3.1 Probabilité de rupture	68
3.2. Expressions de la fonction densité de défauts $f(a)$	69
3.2.1. Description de l'ensemble de la distribution	69
3.2.2. Approximation de l'extrême de la distribution.	70
3.3. Prise en compte du champ de contraintes	71
3.4. Modèles	72
3.4.1. Distribution de Cauchy.	72
3.4.2. Le modèle de De Jayatilaka	73
3.5. Limites de cette approche et des modèles proposés	74
3.6. Bibliographie	75
Figures du chapitre 3	77

Chapitre 4. Les théories statistiques – probabilistes de la rupture fragile fondées sur le concept de la contrainte élémentaire	81
4.1. Probabilité de rupture	81
4.2. Calcul de la probabilité de rupture dans un champ, de contraintes, uniforme et uniaxial [Argon-McClintock]	83
4.3. Le modèle de Batdorf	85
4.3.1. Le modèle	85
4.3.2. Quelques exemples de calcul de la probabilité de rupture : traction uniaxiale, équiuniaxiale et équitriaaxiale	89
4.3.3. Remarques et comparaison avec le modèle de Weibull	91
4.4. Le modèle de la contrainte élémentaire multiaxiale [Lamon – Evans]	92
4.4.1. La contrainte élémentaire multiaxiale	93
4.4.2. La fonction densité de défauts (analyse de volume).	94
4.4.3. Détermination du champ local des contraintes	95
4.4.4. Détermination de la probabilité de rupture dans une analyse de surface	96
4.4.5. Calcul des fonctions $I_s(\dots)$ et $I_v(\dots)$	97
4.4.6. Comparaison avec le modèle de Weibull	101
4.5. Bibliographie	103
Figures du chapitre 4	105
Chapitre 5. Le volume effectif et la surface effective	111
5.1. Le volume effectif dans la statistique de Weibull : champ de contraintes, uniaxial	111
5.2. Le volume effectif dans le modèle de la contrainte élémentaire multiaxiale : champ de contraintes, multiaxial	113
5.3. Quelques expressions remarquables de la probabilité de rupture, du volume effectif et de la surface effective dans la statistique de Weibull	116
5.3.1. Compression	116
5.3.2. Flexion 3-points	117
5.3.3. Flexion 4-points	118
5.4. Quelques expressions remarquables de la probabilité de rupture, du volume effectif et de la surface effective dans le modèle de la contrainte élémentaire multiaxiale	120
5.4.1. La traction uniaxiale uniforme	120
5.4.2. Champ de contraintes, uniaxial non uniforme	120
5.4.3. Champ de contraintes, multiaxial : champ uniforme de contraintes	122
5.4.4. Champ de contraintes, multiaxial : champ non uniforme de contraintes	125
5.5. Conclusion	126
Figures du chapitre 5	127

Chapitre 6. Les effets d'échelle	129
6.1. Champ de contraintes, uniforme, uniaxial	129
6.1.1. Effets de volume ou de surface sur la contrainte de rupture	129
6.1.2. Effets relatifs de la surface et du volume	131
6.2. Champ de contraintes, uniaxial non uniforme	133
6.3. Champ de contraintes, multiaxial : cas général	136
6.4. Conséquences	138
6.4.1. Influence du mode de chargement	138
6.4.2. La rupture des fibres dans les composites soumis à une traction uniaxiale	140
6.4.3. Influence du volume ou de la surface : relations éprouvettes – pièces	144
6.4.4. Les effets de forme et de géométrie : effets relatifs de la surface et du volume	145
6.5. Conclusion	147
6.6. Bibliographie	147
Figures du chapitre 6	149
Chapitre 7. Détermination des paramètres statistiques	155
7.1. Principe de la méthode de détermination des paramètres statistiques	156
7.1.1. Méthode du maximum de vraisemblance	156
7.1.2. Méthode des moments	158
7.1.3. Méthode d'ajustement à une distribution empirique	158
7.1.4. Ajustement par le calcul de la probabilité de rupture	159
7.1.5. Exemples	160
7.2. Génération des distributions de données expérimentales (P_i, σ_{Ri})	161
7.3. Biais des estimateurs	163
7.4. Qualité de l'ajustement	165
7.5. Effet de la présence de populations multimodales de défauts	167
7.5.1. Populations exclusives	167
7.5.2. Populations concurrentes	168
7.5.3. Populations partiellement concurrentes	169
7.5.4. Populations concurrentes de défauts : séparation des données	169
7.5.5. Populations concurrentes de défauts : maximum de vraisemblance	170
7.6. Analyse fractographique et populations de défauts	171
7.7. Exemples	172
7.8. Bibliographie	173
Figures du chapitre 7	175

Chapitre 8. Calculs de la probabilité de rupture. Application à la conception des structures	185
8.1. Les logiciels de prévision de la rupture	186
8.2. Le logiciel CERAM.	188
8.3. Evaluation du logiciel CERAM	190
8.4. Application de CERAM au dimensionnement	191
8.5. Relation éprouvette/pièce – Recherche des propriétés des matériaux <i>ad hoc</i>	193
8.6. Détermination des paramètres statistiques à l'aide de CERAM ou d'un logiciel probabiliste.	196
8.7. Application à des multimatériaux ou des composites	197
8.7.1. Prévision de l'endommagement dans un composite céramique	198
8.8. Conclusion	200
8.9. Bibliographie.	201
Figures du chapitre 8	203
Chapitre 9. Cas d'étude – Comparaison des modèles de Weibull et de la contrainte élémentaire multiaxiale.	211
9.1. Prévisions de la rupture sous des sollicitations de flexion	212
9.1.1. Population unimodale de défauts surfaciques	212
9.1.1.1. Distributions empiriques des contraintes de rupture	213
9.1.1.2. Calcul analytique de la probabilité de rupture [Shetty 1983, 1984]	214
9.1.1.3. Calcul numérique de la probabilité de rupture.	215
9.1.2. Population unimodale de défauts volumiques	217
9.1.2.1. Distributions empiriques des contraintes de rupture	217
9.1.2.2. Calcul analytique de la probabilité de rupture [Ferber et al., 1986]	218
9.1.2.3. Calcul numérique de la probabilité de rupture.	219
9.1.3. Population bimodale de défauts internes et de défauts surfaciques	220
9.1.3.1. Distributions empiriques des contraintes de rupture	221
9.1.3.2. Calcul analytique de la probabilité de rupture	221
9.1.3.3. Calcul numérique de la probabilité de rupture.	223
9.2. Prévision de la rupture par chocs thermiques	224
9.2.1. Rupture par chocs thermiques : refroidissement de disques	225
9.2.1.1. Estimation des paramètres statistiques	225
9.2.1.2. Prévision de la rupture par chocs thermiques.	226
9.2.2. Fatigue thermique.	228
9.2.2.1. Estimation des paramètres statistiques	229
9.2.2.2. Calcul des contraintes thermiques	229

9.2.2.3. Préviation de la rupture	230
9.3. Conclusion	231
9.4. Bibliographie	232
Figures du chapitre 9	235
Chapitre 10. Application des approches statistiques – probabilistes de la rupture fragile à l'endommagement et à la rupture des structures . .	253
10.1. Les processus d'endommagement par ruptures successives : exemples .	255
10.2. Distributions des défauts et fonctions densité $g(S)$ pertinentes	256
10.2.1. Fonction densité des défauts responsables de l'endommagement . .	256
10.2.2. Fonction de densité des défauts responsables de la rupture fragile .	257
10.3. Extension du modèle de la contrainte élémentaire à l'endommagement par ruptures successives (description de l'histoire)	259
10.3.1. Champ uniforme de tension	260
10.3.2. Champ non uniforme	263
10.3.3. Cas général	264
10.4. Processus de Poisson	265
10.4.1. Simulation du processus de fragmentation par une méthode de Monte Carlo	268
10.5. Extension de l'approche des valeurs extrêmes à la rupture des fragments	270
10.5.1. Fragmentation des fibres (champ uniforme)	271
10.5.2. Fragmentation de la matrice dans les composites, à matrice céramique, unidirectionnels	272
10.6. Application à la description de l'endommagement et de la rupture des composites	275
10.6.1. Application au comportement des composites à matrice céramique	276
10.6.1.1. Probabilité de formation des fissures	277
10.6.1.2. Probabilité globale d'endommagement	278
10.7. Conclusion	279
10.8. Bibliographie	280
Figures du chapitre 10	281
Glossaire	287

