

- CLASSES PRÉPARATOIRES
- ÉCOLES DE COMMERCE
- LICENCE

# Statistique

## sans les chiffres

COURS ET EXERCICES CORRIGÉS

Franck **BIEN**

Ilyess **EL KAROUNI**

Sébastien **PLOCINICZAK**

ellipses

# TABLE DES MATIÈRES

## INTRODUCTION GENERALE

13

## PARTIE I : STATISTIQUE DESCRIPTIVE UNIVARIEE

15

### CHAPITRE 1. STATISTIQUE DESCRIPTIVE UNIVARIEE (I).

#### TERMINOLOGIE DE BASE ET PRESENTATION DE DISTRIBUTIONS DE DONNEES (TABLEAUX STATISTIQUES)

16

##### 1). TERMINOLOGIE ET NOTATIONS DE BASE

17

###### 1.1). Population, individu, échantillon

18

###### 1.2). Caractère, modalité et variable statistique

19

###### 1.3). Effectifs et fréquences

22

##### 2). PRESENTATION DES DONNEES : LES TABLEAUX STATISTIQUES

23

###### 2.1). Distribution des effectifs ou des fréquences relatives : des données brutes au tableau statistique

23

###### 2.2). Distribution des effectifs et des fréquences cumulées

25

##### 3). APPLICATIONS

27

###### 3.1). Énoncés

27

###### 3.2). Corrigés

28

### CHAPITRE 2. STATISTIQUE DESCRIPTIVE UNIVARIEE (II).

#### REPRESENTATIONS GRAPHIQUES

31

##### 1). GRAPHIQUES POUR VARIABLES QUALITATIVES

32

###### 1.1). Présentation

32

###### 1.2). Le diagramme circulaire

32

###### 1.3). Le diagramme en tuyaux d'orgue

34

##### 2). GRAPHIQUES POUR VARIABLES QUANTITATIVES

36

###### 2.1). Présentation

36

###### 2.2). Variables quantitatives discrètes

37

##### 2.3). Variable quantitative continue (ou réparties en classes)

39

##### 3). APPLICATIONS

43

###### 3.1). Énoncés

43

###### 3.2). Corrigés

44

### CHAPITRE 3. STATISTIQUE DESCRIPTIVE UNIVARIEE (III).

#### INDICATEURS NUMERIQUES

47

##### 1). INDICATEURS DE POSITION (DE TENDANCE CENTRALE)

48

###### 1.1). Mode et la classe modale : un centre d'activité

48

###### 1.2). Médiane : un centre de rang robuste

49

###### 1.3). Quantiles (fractiles) : distribution groupée

51

###### 1.4). Moyenne arithmétique : un centre de gravité non robuste

52

2).	INDICATEURS DE DISPERSION : RESUMER LA DISPERSION DES DONNEES	53
2.1).	Etendue et écart (intervalle) interquartile	53
2.2).	Ecart absolu moyen, variance l'écart-type	54
2.3).	Coefficient de variation	56
3).	DIAGRAMME EN BOITE (OU BOITE A MOUSTACHES)	56
4).	INDICATEURS DE FORME	57
4.1).	Variable centrée réduite	57
4.2).	Moments d'une distribution	57
4.3).	Asymétrie et aplatissement	58
5).	APPLICATIONS	60
5.1).	Enoncés	60
5.2).	Corrigés	61
<b>PARTIE II : PROBABILITES ET STATISTIQUE</b>		<b>63</b>

<b>CHAPITRE 4. PROBABILITES ET STATISTIQUE (I). DES VARIABLES ALEATOIRES AUX LOIS (DISTRIBUTIONS) DE PROBABILITE DISCRETES</b>			<b>64</b>
1).	PROBABILITE ET VARIABLE ALEATOIRE		65
1.1).	Modéliser une expérience aléatoire		65
1.2).	Des variables aléatoires aux lois de probabilité		66
1.3).	Caractéristiques d'une variable aléatoire discrète : l'espérance et la variance		70
2).	LOIS DE PROBABILITE DISCRETES		71
2.1).	Loi discrète uniforme		72
2.2).	Loi de Bernoulli $\theta(p)$ et loi binomiale $\theta(n,p)$		72
2.3).	Loi de Poisson $P(\lambda)$		76
2.4).	Loi géométrique $G(p)$		79
3).	APPLICATIONS		79
3.1).	Enoncés		79
3.2).	Corrigés		81

<b>CHAPITRE 5. PROBABILITES ET STATISTIQUE (II). VARIABLES ALEATOIRES ET LOIS (DISTRIBUTIONS) DE PROBABILITE CONTINUES</b>			<b>85</b>
1).	PRINCIPES GENERAUX DES LOIS CONTINUES		86
2).	LOI NORMALE		88
2.1).	Propriétés		88
2.2).	Loi normale centrée et réduite		90
2.3).	Règles de calcul et utilisation de la table		92
2.4).	Exemples d'application		96
2.5).	Approximation par la loi normale		97
3).	LOIS DERIVEES DE LA LOI NORMALE		99
3.1).	Loi du $\chi^2(v)$		100
3.2).	Loi de Student $S(v)$		101

4).	LOI EXPONENTIELLE	102
4.1).	Présentation	102
4.2).	Exemple	104
5).	APPLICATIONS	105
5.1).	Enoncés	105
5.2).	Corrigés	106
<b>PARTIE III : THEORIE DE LA DECISION</b>		<b>109</b>
<b>CHAPITRE 6. THEORIE DE LA DECISION (I). PRISE DE DECISION UNIQUE (SUR UNE PERIODE) EN SITUATION D'INCERTITUDE</b>		<b>110</b>
1).	NOTIONS DE BASE DU PROBLEME DE LA DECISION INDIVIDUELLE	111
1.1).	Ensemble des alternatives	112
1.2).	Etats de la nature	112
1.3).	Résultats	113
2).	PRISE DE DECISION ET INFORMATIONS SUR LES ETATS DE NATURE : DE LA CERTITUDE A L'EXTREME INCERTITUDE	113
2.1).	Situation de certitude	113
2.2).	Situation d'extrême incertitude (non mesurable)	114
2.3).	Situation d'incertitude partielle (risque mesurable)	118
2.4).	Valeur de l'information (le coût de l'incertitude)	119
3).	APPLICATIONS	120
3.1).	Enoncés	120
3.2).	Corrigés	122
<b>CHAPITRE 7. THEORIE DE LA DECISION (II). PRISE DE DECISIONS MULTI-PERIODES EN SITUATION D'INCERTITUDE</b>		<b>125</b>
1).	CONSTRUCTION D'UN ARBRE DE DECISION	126
1.1).	Règles de construction à respecter	126
1.2).	Procédure d'exploration	127
1.3).	Construction d'un arbre à partir de l'exemple SER-Numerifibre	128
2).	ANALYSE D'UN ARBRE DE DECISION	130
2.1).	Procédure inverse de résolution	130
2.2).	Résolution d'un arbre à partir de l'exemple SER-Numerifibre	131
3).	RESOLUTION D'UN PROBLEME DE DECISION DE GRANDE DIMENSION	132
3.1).	Problème	132
3.2).	Construction de l'arbre	133
3.3).	Résolution à rebours de l'arbre	135
4).	APPLICATIONS	136
4.1).	Enoncés	136
4.2).	Corrigés	137

<b>PARTIE IV : STATISTIQUE INFERENTIELLE</b>	<b>139</b>
<b>CHAPITRE 8. STATISTIQUE INFERENTIELLE (II). ESTIMATION ET INTERVALLES DE CONFIANCE</b>	<b>140</b>
1). GRANDS PRINCIPES DE L'ECHANTILLONNAGE ET DE L'ESTIMATION	141
1.1). Echantillonnage et échantillon	142
1.2). Estimation ponctuelle et estimateur	143
1.3). Principaux estimateurs	144
1.4). Estimateur et propriétés	144
2). ESTIMATION PAR INTERVALLE DE CONFIANCE	148
2.1). Précision et intervalle de confiance	148
2.2). Intervalle de confiance de la moyenne	149
2.3). Intervalle de confiance d'une proportion	150
2.4). Comparaison d'une moyenne et d'une proportion à une norme	152
3). APPLICATIONS	154
3.1). Enoncés	154
3.2). Corrigés	155
<b>CHAPITRE 9. STATISTIQUE INFERENTIELLE (II). TESTS D'HYPOTHESE : COMPARAISONS DE MOYENNES ET DE PROPORTIONS</b>	<b>157</b>
1). PRINCIPE DES TESTS D'HYPOTHESE	158
1.1). Choix de l'hypothèse à tester	158
1.2). Choix d'un test statistique	160
1.3). Choix de la région critique et règle de décision	161
1.4). Risques d'erreur, puissance et robustesse d'un test	162
2). TESTS DE COMPARAISON PORTANT SUR LES MOYENNES	164
2.1). Mécanique des tests	164
2.2). Echantillons indépendants ou appariés	165
2.3). Comparaison de 2 moyennes avec échantillons indépendants	167
2.4). Comparaison de 2 moyennes avec échantillons dépendants ou appariés	169
3). APPLICATIONS	172
3.1). Enoncés	172
3.2). Corrigés	173
<b>CHAPITRE 10. STATISTIQUE INFERENTIELLE (III). TEST DU KHI-DEUX</b>	<b>176</b>
1). PRINCIPES GENERAUX DU TEST DU KHI-DEUX	178
1.1). Hypothèses et tableaux de contingence	178
1.2). Détermination de la valeur calculée $\chi^2_{cal}$ et de la valeur seuil $\chi^2_{theo}$	180
1.3). Détermination de la région critique	183
1.4). L'interprétation des variantes du test	184
1.5) Conditions de validité du test du Khi-deux	185
2). TEST D'AJUSTEMENT DU KHI-DEUX	185
2.1). L'organisation des données à partir d'un exemple	185
2.2). La pratique du test d'ajustement du Khi-deux en 4 étapes	186

3). TEST D'INDEPENDANCE DU KHI-DEUX	188
3.1). Organisation des données à partir d'un exemple	189
3.2). Pratique du test d'indépendance du Khi-deux en 4 étapes	189
4). APPLICATIONS	192
4.1). Enoncés	192
4.2). Corrigés	192

## PARTIE V : POUR ALLER PLUS LOIN.

### LIER LE FUTUR AU PASSE : PREVISION ET REGRESSION

197

#### CHAPITRE 11. LIER LE FUTUR AU PASSE. PREVISION ET REGRESSION (I)

##### LA PREVISION EXTRAPOLATIVE

198

1). PREVISION ET HORIZON TEMPOREL	200
2). DIFFERENTS TYPES DE SERIES	201
2.1). La série stationnaire	202
2.2). Série tendancielle	203
2.3). Série saisonnière	204
3). LES MODELISATIONS DES SERIES CHRONOLOGIQUES	206
3.1). Série stationnaire	206
3.2). Série tendancielle de type linéaire	210
3.3). Série saisonnière	215
4). CHOIX D'UNE MODELISATION	224
5). APPLICATIONS	225
5.1). Enoncés	225
5.2). Corrigés	226

#### CHAPITRE 12. LIER LE FUTUR AU PASSE. PREVISION ET REGRESSION (II).

##### LA REGRESSION LINEAIRE SIMPLE, UNE INTRODUCTION

230

1). CORRELATION	232
2). PROPRIETES D'UN MODELE DE REGRESSION LINEAIRE	237
3). METHODE DES MOINDRES CARRES ORDINAIRES	238
4). MESURE DE LA QUALITE DU MODELE	239
4.1). Coefficient de détermination	239
4.2). Etude des résidus réduits	241
5). APPLICATION	243
5.1). Enoncé	243
5.2). Corrigé	243

### TABLES STATISTIQUES

247

### LEXIQUE

257

### BIBLIOGRAPHIE

259

De nombreux étudiants se plaignent de ne pas avoir « la bosse des maths ». Même si celle-ci n'existe pas, il n'en demeure pas moins que certains sont plus à l'aise avec les chiffres que d'autres. Or, est-il vraiment plus difficile de comprendre les lois de probabilité que la philosophie de Hegel ? Est-il vraiment plus difficile de comprendre les statistiques inférentielles que le fonctionnement du système bancaire ? Est-il vraiment plus difficile de comprendre le test du Khi2 que d'apprendre

le chinois ? Dans cet ouvrage, nous montrons qu'il n'en est rien. Pour peu que la statistique soit exposée de façon claire, sans jargonage, on peut aisément résoudre de nombreux problèmes et, pourquoi pas, y trouver du plaisir.

L'ouvrage s'adresse donc à toutes celles et tous ceux qui, à l'université, en école de commerce ou en classe préparatoire veulent ou ont besoin de s'y retrouver dans cette branche particulière des mathématiques qu'est la statistique.

### **Franck BIEN**

Maître de conférences à l'université Paris Dauphine, PSL Research University, chercheur au LEDA-LEGOS, membre du pôle santé et de l'école d'assurance Paris-Dauphine, chargé d'enseignement ESSEC et membre du jury du concours d'entrée ENS Cachan.

### **Ilyess EL KAROUNI**

Enseignant à Neoma Business School et Skema Business School. Auparavant enseigné dans plusieurs universités parisiennes. Chercheur associé au Laboratoire d'Économie Dionysien (université Paris 8).

### **Sébastien PLOCINICZAK**

Maître de conférences à l'université de Valenciennes, chercheur à l'IDP, chercheur associé à l'université Paris 13 – Sorbonne Paris Cité, responsable du cours de statistique Bsc1 (french track) à Neoma Business School et directeur des études de la licence professionnelle CPBA de l'université de Valenciennes.

