

LES GRANDS CLASSIQUES GAUTHIER-VILLARS

---

Elie CARTAN

LEÇONS  
SUR LA  
GÉOMÉTRIE DES ESPACES  
DE RIEMANN

DEUXIÈME ÉDITION  
REVUE ET AUGMENTÉE



ÉDITIONS  
JACQUES GABAY

# TABLE DES MATIÈRES.

	Pages.
PRÉFACE DE LA PREMIÈRE ÉDITION .....	v
PRÉFACE DE LA DEUXIÈME ÉDITION .....	vii
<b>CHAPITRE I.</b>	
<b>COORDONNÉES CARTÉSIENNES; VECTEURS, MULTIVECTEURS, TENSEURS.</b>	
I. Vecteurs; coordonnées cartésiennes .....	1
II. Bivecteurs, systèmes de bivecteurs.....	5
III. Trivecteurs.....	12
IV. Multivecteurs.....	14
V. Multivecteurs supplémentaires.....	15
VI. Multivecteurs glissants ou appliqués.....	18
VII. Application au mouvement d'un corps solide ayant un point fixe.....	19
VIII. Tenseurs. Algèbre tensorielle.....	20
<b>CHAPITRE II.</b>	
<b>LES COORDONNÉES CURVILIGNES EN GÉOMÉTRIE EUCLIDIENNE.</b>	
I. L'élément linéaire de l'espace en coordonnées cartésiennes .....	29
II. Le théorème fondamental de la Géométrie métrique.....	31
III. La reconstruction locale de l'espace d'après son élément linéaire.....	34
IV. La différentiation absolue. Applications cinématiques. Les équations de Lagrange.....	38
V. Analyse tensorielle .....	43
VI. Les conditions nécessaires auxquelles satisfait l'élément linéaire de l'espace euclidien.....	48
VII. Les éléments linéaires euclidiens .....	51
<b>CHAPITRE III.</b>	
<b>LES ESPACES DE RIEMANN LOCALEMENT EUCLIDIENS.</b>	
I. Notion de variété.....	56
II. Les espaces de Riemann localement euclidiens .....	59
III. Les espaces de Riemann normaux localement euclidiens.....	62
IV. Le groupe d'holonomie d'un espace de Riemann normal localement euclidien.	69
V. Le polyèdre fondamental.....	71
VI. Détermination de tous les espaces de Riemann normaux localement euclidiens.	74
VII. Les espaces normaux localement euclidiens à deux dimensions.....	75
VIII. Les espaces de Riemann normaux localement euclidiens et la Géométrie élémentaire .....	84

## CHAPITRE IV.

## ESPACES DE RIEMANN ET ESPACES EUCLIDIENS TANGENTS ET OSCULATEURS.

	Pages.
I. Espace euclidien tangent en un point.....	86
II. Espace euclidien osculateur.....	90
III. Espace euclidien de raccordement le long d'une ligne.....	101
IV. Application à la théorie des surfaces dans l'espace ordinaire.....	107

## CHAPITRE V.

## SURFACES GÉODÉSIQUES; L'AXIOME DU PLAN ET L'AXIOME DE LIBRE MOBILITÉ.

I. Surfaces géodésiques en un point; théorème de Severi.....	113
II. Surfaces totalement géodésiques; plans.....	114
III. L'axiome du plan et l'axiome de libre mobilité de l'espace.....	118

## CHAPITRE VI.

## GÉOMÉTRIES NON EUCLIDIENNES. ESPACE SPHÉRIQUE. ESPACE ELLIPTIQUE.

## ESPACE HYPERBOLIQUE.

I. La Géométrie sphérique à deux dimensions.....	127
II. La Géométrie elliptique à deux dimensions.....	128
III. La Géométrie hyperbolique à deux dimensions.....	135
IV. Représentation conforme des Géométries sphérique et hyperbolique.....	140
V. Le groupe des déplacements des Géométries non euclidiennes.....	150
VI. Les espaces non euclidiens à trois dimensions: représentation projective..	153
VII. Les espaces non euclidiens à trois dimensions: représentation conforme..	162
VIII. Les espaces de Riemann normaux localement sphériques ou hyperboliques..	166
IX. Les espaces de Riemann à trois dimensions satisfaisant à l'axiome du plan..	173

## CHAPITRE VII.

## LA COURBURE RIEMANNIENNE.

I. Le déplacement associé à un cycle.....	177
II. Le tenseur de Riemann-Christoffel.....	182
III. La courbure riemannienne des espaces à deux dimensions.....	184
IV. La courbure riemannienne des espaces à trois dimensions.....	189
V. La courbure riemannienne des espaces à plus de trois dimensions. Les espaces à courbure riemannienne constante.....	195
VI. Le tenseur de courbure contracté. Directions principales.....	200

## CHAPITRE VIII.

## LES IDENTITÉS DE BIANCHI.

I. Les formes différentielles extérieures.....	204
II. Les formes différentielles tensorielles.....	208
III. Les identités de Bianchi.....	210
IV. Le théorème de Poincaré dans les espaces de Riemann.....	212
V. Les courbures vectorielles et leur première représentation.....	213
VI. Les courbures vectorielles et leur seconde représentation.....	216
VII. Le théorème de F. Schur.....	218

## CHAPITRE IX.

## LA MÉTHODE DU REPÈRE MOBILE.

## VARIÉTÉS PLONGÉES DANS UN ESPACE RIEMANNIEN.

	Pages.
I. Généralités .....	221
II. Compléments à la théorie des surfaces plongées dans un espace de Riemann à trois dimensions.....	223
III. Lignes de courbure et lignes asymptotiques d'une variété plongée dans un espace de Riemann.....	228
IV. Les espaces de Riemann qui satisfont à l'axiome du plan.....	232

## CHAPITRE X.

## LES COORDONNÉES NORMALES DE RIEMANN.

I. Les coordonnées normales .....	234
II. Les équations différentielles fondamentales.....	235
III. Le $ds^2$ des espaces à courbure constante exprimé en coordonnées normales.....	239
IV. Propriétés de la forme fondamentale en coordonnées normales.....	241
V. Comparaison des distances dans l'espace de Riemann et dans l'espace euclidien normal osculateur.....	244
VI. Le parallélogramme de Levi-Civita.....	247
VII. Triangles géodésiques.....	248
VIII. Cercles, sphères, hypersphères.....	252

## CHAPITRE XI.

## SYMÉTRIE ET TRANSPORT PARALLÈLE. ESPACES SYMÉTRIQUES.

I. La symétrie et le transport parallèle.....	257
II. Les espaces de Riemann symétriques.....	262
III. Déplacements rigides d'un espace symétrique.....	265
IV. Espaces symétriques irréductibles.....	267

## CHAPITRE XII.

## GROUPES DE DÉPLACEMENTS RIGIDES DANS UN ESPACE DE RIEMANN.

I. Généralités.....	271
II. Groupes transitifs et intransitifs; trajectoires.....	272
III. Repères adaptés à un groupe de déplacements.....	273
IV. Les espaces riemanniens admettant un groupe de déplacements simplement transitif.....	275
V. Les coordonnées canoniques dans un espace admettant un groupe de déplacements simplement transitif.....	280
VI. Coordonnées canoniques et coordonnées normales.....	283
VII. Parallélisme isogonal attaché à un groupe simplement transitif de déplacements.....	287
VIII. Les espaces riemanniens admettant un groupe de déplacements multiplement transitif.....	293
IX. Les espaces à trois dimensions admettant un groupe de déplacements multiplement transitif.....	299
X. Les groupes de déplacements intransitifs généraux.....	306
XI. Les groupes de déplacements dont les trajectoires sont des lignes ou des surfaces.....	309

CHAPITRE XIII.

ESPACES RIEMANNIENS APPLICABLES. DÉPLACEMENTS RIGIDES D'UN ESPACE DONNÉ.

	Pages.
I. Espaces riemanniens applicables.....	312
II. Un problème d'Analyse.....	315
III. Le problème général de l'application des espaces de Riemann.....	319
IV. Le plus grand groupe de déplacements d'un espace riemannien donné.....	326
V. Les équations de Killing.....	328
NOTE I. — Sur l'axiome du plan et les géométries cayleyennes.....	331
NOTE II. — Sur la courbure riemannienne linéaire.....	339
NOTE III. — Sur les espaces normaux à courbure riemannienne négative ou nulle.	342
NOTE IV. — Les géodésiques des espaces de Riemann normaux.....	357
NOTE V. — Les systèmes de Pfaff complètement intégrables.....	367
INDEX BIBLIOGRAPHIQUE.....	372

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.



15658 : رقم المجلد  
E-J. h / 992 : رقم الفانوية  
1012195 : التوزيع  
A. J. Gobay : الاصل