

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE

SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE SAAD DAHLEB BLIDA 1



INSTITUT D'AERONAUTIQUE ET DES ETUDES SPATIALES

Département de Construction Aéronautique

Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme de

Master en Aéronautique

Option : Avionique

THEME

Control du vol en phase d'atterrissage d'un avion de transport

Par la commande mode glissant (smc)

Proposé et dirigé par

Dr. Khelifa Yamina

Réalisé par :

- BOUSSEKINE Aymen Mahdi

-MENIAI Nesrine

Promotion 2023-2024

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Remerciements

Tout d'abord, nous remercions DIEU le Tout-Puissant de nous avoir donné le courage, la santé et la patience durant tout le temps que nous avons consacré à la réalisation de ce travail.

Un grand merci à notre promotrice, Mme KHELIFA Yamina, qui nous a toujours soutenus et qui a travaillé très dur avec nous afin d'achever ce mémoire.

Nos sincères remerciements aux membres du jury, pour avoir accepté d'évaluer notre travail.

Enfin, nous remercions l'ensemble de la famille des enseignants de l'Institut d'aéronautique de Blida, en particulier ceux qui nous ont accompagnés durant notre parcours universitaire, ainsi que nos amis et collègues de la promotion 2019.

Dédicace 1 :

Je dédie ce résultat de longues années d'efforts et de persévérance, à mon père Lazehar, qui a toujours été mon pilier. Son soutien constant, ses encouragements infatigables et ses sages conseils m'ont permis de franchir chaque obstacle sur mon chemin avec force et détermination.

À ma mère, dont la présence indéfectible et l'amour inconditionnel ont été une source inépuisable de réconfort et de motivation.

À mes chères sœurs Fulla, Yousra, Aya, Ghoufrane, Soror, et bien sûr Kawthoura, qui ont illuminé mon parcours de leur affection et de leur soutien inébranlable.

À ma binôme Nesrine, avec qui j'ai partagé le travail, les efforts et les moments de doute, mais aussi les réussites qui nous ont permis de mener à bien cette mission.

Dédicace 2

Je dédie ce travail à :

Ma mère, qui m'a toujours soutenu et encouragé tout au long de mes études. Ses conseils avisés et son soutien maternel m'ont aidé à surmonter de nombreux obstacles.

Mon père, dont la présence et le soutien inébranlables m'ont constamment accompagné.

Mes chères sœurs et mon frère , pour leur affection et leur soutien.

Mon binôme, Boussekine Aymen Mahdi , qui a travaillé à mes côtés tout au long de cette période.

Mes amis, dont l'amitié précieuse restera gravée en moi pour longtemps.

Enfin, mes remerciements vont également à tous les étudiants de notre promotion.

Résumé:

En aviation, les commandes de vol sont le système faisant le lien entre le pilote et les gouvernes aérodynamiques, qui permettent de modifier l'attitude et la trajectoire de l'avion. Ce système est composé d'organes de pilotage (manche par exemple), d'actionneurs de gouvernes (servocommandes, ou vérins hydrauliques ou électriques), et d'un système de transmission plus ou moins sophistiqué qui les relie.

Sur un avion à commandes de vol électriques, les ordres provenant des organes de pilotage sont convertis en signaux électriques, et envoyés vers des calculateurs chargés d'élaborer des commandes pour chaque actionneur de gouverne. Ces calculateurs exploitent également des données provenant de capteurs de l'avion (centrales à inertie, sondes Pitot, etc.).

Plus particulièrement depuis l'apparition des commandes de vol électriques (CDVE), la théorie de la commande modale est appliquée avec succès au réglage des lois de commande de vol. Le pilotage automatique des avions civils reste encore aujourd'hui l'application phare permettant d'illustrer ces techniques. Une application de la commande modale sera présentée ici : le pilotage automatique en phase d'atterrissage. La sensibilité des lois de commande aux perturbations externes

Mots Clés : Modélisation du mvt d'avion- commandes de vol automatiques - commande modale-

Abstract

In aviation, flight controls are the systems that connect the pilot to the aerodynamic control surfaces, allowing for changes in the aircraft's attitude and trajectory. These systems consist of control devices (such as the control stick), control surface actuators (servo systems, hydraulic or electric actuators), and a more or less sophisticated transmission system that links them together.

In aircraft with fly-by-wire controls, commands from the control devices are converted into electrical signals and sent to computers that generate commands for each control surface actuator. These computers also process data from the aircraft's sensors (such as inertial systems, Pitot tubes, etc.).

Since the advent of fly-by-wire controls (FBW), modal control theory has been successfully applied to the tuning of flight control laws. The autopilot in civil aircraft remains a prime example illustrating these techniques. One application of modal control is presented here: autopilot during the landing phase. The sensitivity of control laws to external disturbances, as well as model variations, will also be discussed.

Keywords: Aircraft motion modeling, automatic flight controls, modal control.

الخلاصة

في مجال الطيران، تُعدّ أوامر الطيران النظام الذي يربط بين الطيار والأسطح الديناميكية الهوائية التي تسمح بتعديل وضعية الطائرة و مسارها. يتكون هذا النظام من أجهزة التحكم (مثل عصا القيادة)، ومشغلات الأسطح الهوائية (كأجهزة التحكم الآلي في الطائرات المزودة بأنظمة. أو الأسطوانات الهيدروليكية أو الكهربائية)، ونظام نقل يربط بينها بطرق مختلفة في تعقيدها أوامر الطيران الكهربائية، يتم تحويل الأوامر القادمة من أجهزة التحكم إلى إشارات كهربائية وإرسالها إلى الحواسيب المسؤولة عن إنشاء الأوامر لكل مشغل من مشغلات الأسطح الهوائية. كما تقوم هذه الحواسيب بمعالجة البيانات الواردة من ومنذ ظهور أنظمة أوامر الطيران الكهربائية، (مستشعرات الطائرة (مثل وحدات القصور الذاتي، وأنايب بيتوت، وغيرها تم تطبيق نظرية التحكم بالأنماط بنجاح في ضبط قوانين التحكم في الطيران. ولا يزال الطيار الآلي في الطائرات المدنية اليوم هو التطبيق الأبرز لتوضيح هذه التقنيات. سيتم هنا عرض تطبيق لنظرية التحكم بالأنماط: الطيار الآلي أثناء مرحلة الهبوط. سنتناول المناقشة حساسية قوانين التحكم للاضطرابات الخارجية من جهة وتغيرات النموذج من جهة أخرى

الكلمات المفتاحي: نمذجة حركة الطائرة، أوامر الطيران الآلية، التحكم بالأنماط

Table des matières

INTRODUCTION GENERALE.....	15
I .1. Introduction.....	18
I .2. Conditions d'équilibre pour un avion dans un vol :.....	19
I .2.1- La portance :.....	20
I .2.2-Le poids :.....	20
I .2.3-La force propulsive (ou tractive) :.....	20
I .2.4-La traînée :.....	21
I .2.5-L'empennage horizontal :.....	21
I .3. Définition :.....	22
I .4. MODÈLE DES FORCES AÉRODYNAMIQUES.....	24
I .4.1Force de portance :.....	24
I .4.2Force de traînée :.....	25
I .4.3 Force latérale :.....	25
I .5. Définitions des trièdres de références :.....	25
I .5.1Trièdre terrestre normal :.....	25
I .5.2Trièdre aérodynamique ($G X_a Y_a Z_a$) :.....	26
I .5.3Trièdre avion ($GXYZ$) :.....	26
I .5.4La matrice de passage :.....	29
I .6. ÉQUATIONS DE MOUVEMENT DES AÉRONEFS :.....	29
I .6.1L'équation de force :.....	29
I .6.2Calcul des moments :.....	30
I .7. ORIENTATION ET POSITION DE L'AVION :.....	32
I .7.1La trajectoire de vol de l'avion par rapport à la Terre :.....	33
I .8. FORCES GRAVITATIONNELLES ET DE POUSSÉE :.....	34
I .8.1Force de poussé :.....	35
I .9. La théorie des petites perturbations :.....	36
I .9.1Les termes de control aérodynamique :.....	38

I .9.2Les termes gravitationnels après perturbation :.....	38
I .9.3Les termes de poussé :.....	38
I .10. Mouvement Longitudinal :.....	39
I .10.1Mouvement longitudinal de l'avion	39
Hypothèses :.....	40
I .10.1.1Méthode exacte	40
I .10.1.2Méthode approximée :	41
I .10.2Mouvement Latéral :.....	44
10.2.1Méthode exacte	44
10.2.2-Méthode approximative :.....	45
I .11. Conclusion :.....	47
II .1. Introduction :	49
II .2. Etat de l'art sur les lois de commande :.....	49
II .3. Stratégies de commande :.....	50
II .4. Technique de la commande :.....	50
II .4.1 commande linéaire :	51
II .3.2 commande non linéaire :.....	55
II .3. Conclusion :.....	57
III.1. Introduction :	59
III.2. La théorie de la commande par mode de glissement :.....	59
III.3. Conception de la commande par mode glissant :.....	60
III.3.1 Choix de la surface de glissement :.....	62
III.3.2 Conditions de convergence et d'existence :.....	62
III.3.2.1 La fonction discrète de commutation.....	62
III.3.2.1 La fonction de Lyapunov :	63
III.3.3 Calcul de la commande.....	63
III.3.3.1 Principe de la commande de glissement dans le cas linéaire :.....	65
III.4 Synthèse de la surface de glissement :.....	66

III.5 Phénomène de réticence	68
III.6 conclusion :	71
IV.1. Introduction :	73
IV.2. Description générale d'un B737-800 :	73
IV.3 Etude du mouvement longitudinal :	73
IV.4 COMMANDE PAR RETOUR D'ETAT (SANS OBSERVATEUR)Etant donné un système en boucle ouverte défini par :.....	76
IV.4.1Détermination les gains K et Kr :	77
IV.4. 2 Simulation :	77
IV.5. Application de la commande SMC :	80
IV.5Simulation et perturbation du smc :	81
IV.5.1Commande smc sans perturbation extérieure :.....	81
IV.5.2. Commande smc avec perturbation extérieure :	84
IV.5.3. Solution pour le chattering dans simulation :	89
IV.5.4. simulation après le changement de sign s(1) vers $\tanh(s/\epsilon)$:	90
IV.6 le model simulink du commande smc avec perturbation :	93
IV.6.1Transformation du code MATLAB vers des blocs Simulink :.....	93
IV.6.2 Disposition du diagramme :.....	94
IV.4.7 Schéma de modélisation d'un système d'espace d'état dans Simulink :	95
CONCLUSION GENERALE.....	99
RÉFÉRENCES :	104

Liste des figures

- Figure 1: les différent forces qui agissent sur un avion 19
- Figure 2 : la portance en arrière du poids 22
- Figure 3 : la trainée au-dessus de la poussée 22
- Figure 4 trièdre avion et aérodynamique **Error! Bookmark not defined.**
- Figure 5 la rotation par rapport aux différent axes 33
- Figure 6 rotation par rapport aux différent axes 33
- Figure 7 : composantes de la force gravitationnelle agissant le long de laxe du corps
Error! Bookmark not defined.
- Figure 8 : force et moments dus au système de propulsion **Error! Bookmark not defined.**
- figure II .1: schéma bloc Dun régulateur pid51
- figure II . 2 régulateur LQR 53
- figure II . 3 : régulateur lqg 54

figure II . 4: modèle hfini augmenté **Error! Bookmark not defined.**

figure II . 5 : schéma dun controleur flou **Error! Bookmark not defined.**

figure III . 1 : différents moes poure la trajectoire dans le plan de phase 60

figure III . 2: principe de la commande par mode glissant 61

figure III . 3: représentation de la commande discontinue 65

figure III . 4: phénomène de chattering 69

figure III . 5: représentation de la fonction saturation 70

figure III . 6: fonction sigmoide 71

figure III . 7: fonction tangente hyperbolique71

figure IV . 1: schÉma bloc de la command par retoure dÉtat **Error! Bookmark not defined.**

Figure IV . 2 **Error! Bookmark not defined.**

figure IV . 3: les poles du mode longitudinal 78

figure IV . 4 : la rÉpense indicielle du systÈme longitudinale **Error! Bookmark not defined.**

figure IV . 5:les diffÉrentes paramÈtres du vol dans un systÈme longitudinale 79

figure IV . 6: les diffÉRENTS graphes du variables en cas du nulle perturbation en temps
81

Les graphs de la Figure (IV . 7) ne montrent pas l'effet de glissement produit par la commande.

En zoomant pour agrandir le graphe, on obtient une vue plus claire des résultats, en particulier pour le graphe de la vitesse longitudinale u et du taux de tangage q . 82

figure IV . 8: graphe dÉtaillé de la vitesse longitudinale 82

figure IV . 9: graphe dÉtaillé du teaux de tengage 83

figure IV. 10: la variable du glissement dans le cas d'absence d'une perturbation	83
figure IV. 11: les différents graphes du variable en cas de présence perturbation en temps	84
figure IV. 12: le graphe de la vitesse longitudinale avec perturbation zoomer	85
Figure(IV. 13) le graphe de la vitesse longitudinale avec perturbation zoomer.	85
figure IV. 14: le graphe du taux de tangage avec perturbation zoomer	86
Figure(IV. 15) le graphe du taux de tangage avec perturbation zoomer.	Error! Bookmark not defined.
figure IV. 16: le variable du glissement avec une perturbation	87
figure IV. 17: e variable du glissement avec une perturbation zoomer	88
figure IV. 18: le variable du glissement avec une perturbation avec l'élimination de chattering	91
figure IV. 19: le graphe de la vitesse longitudinale avec perturbation zoomer et adapté	91
figure IV. 20: le graphe du taux de tangage avec perturbation zoomer et adapté	92
figure IV. 21: bloc de $s(1)$	95
figure IV. 22: les valeur de state sont déjà taper dans notre matlab programme	96
figure IV. 23: bloc de $10 \cdot \text{sing}(s(1))$	96
Figure(IV. 24:) bloc $10 \cdot \text{signe}(s(1))$	Error! Bookmark not defined.
figure IV. 25: bloc de le signal de commande u	97

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 : les dérivées dimensionnelles de la stabilité longitudinale	43
Tableau 2 : les dérivées dimensionnelles de la stabilité latérale-directionnelles	47
Tableau 3 : technique de commandes linéaire et non linéaire	51
Tableau 4 : les dérivées dimensionnelles de la stabilité longitudinale	100
Tableau 5 : les caractéristiques aérodynamiques longitudinales	101

Introduction générale

L'automatique, une branche essentielle des sciences de l'ingénieur, traite de la modélisation, de l'analyse et de la régulation des systèmes dynamiques complexes, tels que les systèmes aéronautiques. Cette discipline s'appuie sur des bases théoriques solides en mathématiques, en théorie des systèmes et en informatique. Au fil du temps, l'automatique a évolué pour intégrer des techniques de contrôle plus sophistiquées, adaptées à la gestion de systèmes multidimensionnels complexes, comme ceux que l'on retrouve dans l'aéronautique moderne.

Notre travail s'inscrit dans cette lignée avec pour objectif la conception d'un système de commande avancé pour garantir la stabilité et la performance du vol d'un avion Boeing 737-800. Ce travail repose sur l'application de deux types de commandes : la commande modale et la commande par mode glissant (Sliding Mode Control - SMC).

Dans un premier temps, nous abordons la modélisation mathématique de l'avion sous forme d'équations d'état. Cette étape est cruciale pour obtenir une représentation précise du comportement dynamique du système en vol. Le modèle du Boeing 737-800 permet de simuler différentes conditions de vol et de définir les objectifs de stabilité.

Le deuxième chapitre est consacré à une revue des techniques de commande linéaire et non linéaire, avec un accent particulier sur la commande modale et la commande SMC. Ces deux approches, bien qu'elles reposent sur des principes différents, visent à répondre aux mêmes exigences : robustesse, stabilité et performance dans un environnement incertain et perturbé.

Le troisième chapitre portera sur la commande par mode glissant, une technique non linéaire robuste particulièrement adaptée aux systèmes soumis à des perturbations et incertitudes. Nous montrerons comment cette technique, appliquée au Boeing 737-800, permet d'assurer une stabilité et une précision accrues même en présence de conditions de vol variables. Les résultats des simulations viendront corroborer ces affirmations.

Dans le quatrième chapitre, Nous montrerons comment la commande par mode glissant appliquée au Boeing 737-800, permet d'assurer une stabilité et une précision accrues même en

présence de conditions de vol variables. Les résultats des simulations viendront corroborer ces affirmations.

Nous détaillerons la conception et la mise en œuvre des lois de commande en mode glissant, qui permettent de stabiliser les modes dynamiques critiques de l'avion. Nous y présenterons également les résultats de simulations MATLAB/SIMULINK.

Enfin, ce mémoire se termine par une conclusion générale qui résume les contributions de cette étude, en mettant un accent particulier sur la visualisation des lois de commande développées. La visualisation des commandes permet de comprendre, en temps réel, la manière dont les algorithmes de commande modale et SMC interagissent avec le système de l'avion Boeing 737-800. Grâce à des outils comme MATLAB/SIMULINK, les trajectoires de vol, les réponses du système aux perturbations, ainsi que les ajustements des paramètres de commande sont représentés de manière graphique, facilitant ainsi l'analyse et la compréhension des performances du système. Cette approche ouvre également la voie à des recherches futures visant à améliorer la précision des visualisations et à intégrer des environnements plus immersifs pour tester et optimiser les lois de commande dans des configurations de vol encore plus complexes.

Chapitre 1

Modélisation *mathématique*

I .1. Introduction

Avec la modélisation et l'augmentation des besoins de déplacement, les avions du futur doivent être de plus en plus sûrs et fiables afin de garantir le confort et la sécurité des passagers, tout en restant économiquement viables pour les compagnies aériennes. Ainsi, lors de la conception d'un aéronef, les ingénieurs doivent valider de nombreuses spécifications et normes imposées par des agences de certification comme la FAA, l'EASA, ou encore les normes militaires (MIL), ainsi que celles fixées par le constructeur. Pour cela, des essais en vol sont nécessaires afin de vérifier la stabilité, la manœuvrabilité et l'efficacité de l'aéronef dans des phases critiques, telles que l'approche ou l'atterrissage automatique. Toutefois, ces essais sont coûteux et comportent des risques pour les pilotes et ingénieurs d'essai. C'est ici que la modélisation numérique devient cruciale.

Les ingénieurs développent de plus en plus de **modèles de simulation** pour valider un grand nombre de critères avant de passer aux essais sur un prototype réel. En s'appuyant sur un modèle mathématique de l'avion, il est possible d'analyser la stabilité statique et dynamique pour définir l'**enveloppe de vol**, qui reflète les performances de l'aéronef. Cette enveloppe de vol délimite les plages de vol sécurisées en fonction de l'altitude, de la vitesse, de la masse ou du centrage. Elle indique les régions où l'avion reste stable ou, dans certains cas, instable mais contrôlable par le pilote sans grande difficulté.

D'autres facteurs influençant cette enveloppe incluent la configuration des gouvernes (ex. volets de bord de fuite et d'attaque) ainsi que la réduction des effets aéroélastiques, tels que le battement ou les rafales de vent. [1]

Dans ce chapitre, nous commencerons en premier lieu à établir les équations qui régissent le mouvement d'un avion rigide en vol par application de la seconde loi de Newton. Ensuite, nous modéliserons le comportement dynamique de l'avion soumis à des forces externes. Le résultat obtenu sera représenté par deux systèmes d'équations linéaires et découplés., le premier gouvernant le mouvement longitudinal et le seconde le mouvement latéral.

En fin, on applique pour les deux systèmes d'équation des entrées de type impulsional et échelon afin de simuler le comportement de l'avion en boucle ouverte.

I .2. Conditions d'équilibre pour un avion dans un vol :

Quatre forces s'équilibrant deux à deux vont s'appliquer à l'avion :

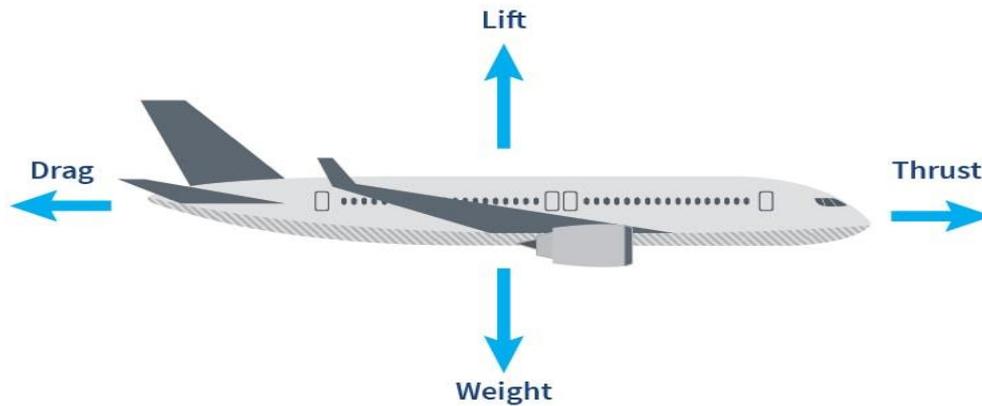


FIGURE I.1: LES DIFFERENT FORCES QUI AGISSENT SUR UN AVION

L'avion vole selon une trajectoire horizontale, donc la **portance** doit équilibrer le **poids** :

- la portance des ailes, R_z , qui agit verticalement vers le haut et dont le point d'application est le centre de poussée.
- Le poids de l'avion, P , qui agit verticalement vers le bas et dont le point d'application est le centre de gravité.

$$R_z = mg$$

Pour voler à vitesse constante, la **traction** de l'hélice (ou la poussée du réacteur) doit équilibrer la **trainée** :

- La force propulsive, T , qui agit horizontalement vers l'avant.
- La trainée, R_x , qui agit horizontalement vers l'arrière.

$$R_x = T$$

En développant ces 2 relations, on obtient :

I. L'équation de sustentation :

$$mg = \frac{1}{2} \rho S V^2 C_z \quad (1.1)$$

2. L'équation de propulsion :

$$T = \frac{1}{2} \rho S V^2 C_x \quad (1.2)$$

En faisant le rapport de ces 2 équations, on obtient une nouvelle relation :

$$\frac{mg}{T} = \frac{C_z}{C_x} = F \text{ Soit : } T = mg / f \quad (1.3)$$

Avec f la finesse de l'avion.

I .2.1- La portance :

Nous venons de voir qu'en vol horizontal la portance équilibre le poids. Dans tous les cas où cette égalité n'est pas satisfaite, l'avion ne peut plus voler horizontalement.

Suite aux égalités précédentes de sustentation, les variables restent le coefficient de portance C_z et la vitesse V . Si l'un d'eux augmente, l'autre doit diminuer et inversement pour que la portance reste constante.

C_z ne variant qu'avec l'angle d'incidence, il s'ensuit qu'à chaque vitesse de vol correspond un angle d'incidence bien déterminé.

Le centre de poussée dépend également de l'emplacement des ailes, le constructeur doit donc impérativement trouver précisément l'endroit où il doit fixer les surfaces portantes sur le fuselage.

I .2.2-Le poids :

La position du centre de gravité dépend de la répartition du poids de la cellule et de la répartition du chargement. Mais il faut y ajouter également le déplacement du centre de gravité en vol dû à la consommation de carburant, du déplacement de passagers et également pour un avion de combat du largage de matériel ou de bombes.

I .2.3-La force propulsive (ou tractive) :

La ligne d'action de la force propulsive est déterminée par la position de l'axe de l'hélice ou du centre du réacteur, qui dépendent à leur tour de la position du ou des moteurs.

I .2.4-La trainée :

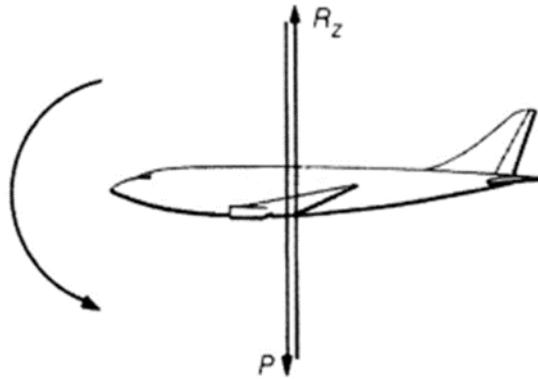
La trainée totale se compose des trainées des différentes parties de la cellule, la trainée du fuselage, la trainée des empennages, la trainée du train d'atterrissage. Au constructeur de prendre en charge ces contraintes et de les réduire au maximum. Le constructeur doit estimer la trainée de chaque partie pour trouver la trainée totale et sa ligne d'action. Même quand on a trouvé la ligne d'action de la trainée, il faut garder à l'esprit qu'elle susceptible de varier en fonction de l'angle d'incidence.

De ce fait, la portance sera située en arrière du poids. De cette façon, ces deux forces tendent à produire un pique qui, en cas de panne moteur, donne automatiquement une assiette de plane. Si la portance était en avant du poids, l'avion aurait tendance à décrocher dans la même situation. Cependant si l'emplacement des ailes est choisi de façon à ce que la portance soit en arrière du poids, il faut aussi compenser cette tendance à piquer quand le moteur fonctionne et que l'avion est en vol horizontal. Une façon évidente d'y parvenir est de faire en sorte que la ligne de trainée soit au-dessus de la ligne de force propulsive pour que le moment de ces deux forces fasse baisser la queue. Ce qui entraîne que la force propulsive doit être basse, ce qui pose quelques problèmes (diamètre de l'hélice, hauteur du train ...). Or, si l'on inverse la situation, on obtient un moment à piquer qui doit être contrebalance en vol normal. On peut inverser la position du poids et de la portance, mais si le moteur s'arrête, la ligne de force propulsive s'annule, le moment cabré produit par la portance et le poids engage l'avion vers le décrochage.

I .2.5-L'empennage horizontal :

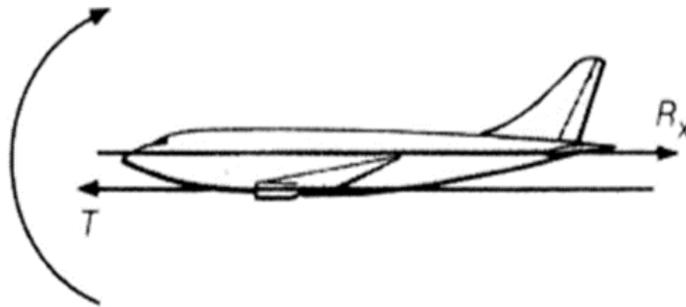
Connaissant maintenant le problème. Quand on ne peut pas compter sur la disposition idéale de ces quatre forces, il faut chercher de l'aide. C'est **l'empennage horizontal**. A une bonne distance en arrière de la voilure, on installe un plan horizontal dont la fonction est de produire des forces aérodynamiques dirigées vers le haut ou vers le bas.

L'empennage n'a pas à être très grand puisque, avec un grand bras de levier, une petite force produit un grand moment de rétablissement.



Portance en arrière du poids : moment piqueur.

FIGURE I.2 : LA PORTANCE EN ARRIERE DU POIDS



Trainée au-dessus de la poussée : moment cabreur.

FIGURE I.3 : LA TRAINEE AU-DESSUS DE LA POUSSEE

1.3. Définition :

L'étude de la dynamique du vol, comme celle de toutes les sciences physiques et technologies, nécessite l'acceptation commune d'un certain nombre de définitions de base, notamment une nomenclature sans ambiguïté et une compréhension des propriétés physiques pertinentes, de la mécanique associée et des mathématiques appropriées. Le but de cette section est d'inclure les outils les plus importants qui seront utilisés ultérieurement.

➤ Masse :

La mesure quantitative de l'inertie d'un corps est une grandeur physique appelée la masse de Ce corps. On supposera une masse constante, c'est-à-dire.

➤ **Corps rigide :**

Un corps rigide est un système idéalisé de particules. De plus, on suppose que le corps ne subit aucun changement de taille ou de forme. Par conséquent, le corps rigide peut être traité comme une particule dont la masse est celle du corps et est concentrée au centre de masse.

➤ **Centre de masse :**

Pour les objets qui ont une masse uniforme par unité de volume, le centre de masse de tout objet symétrique se trouve sur un axe de symétrie et sur n'importe quel plan de symétrie.

L'origine des axes du corps est généralement le centre de masse (cm).

➤ **Centre de Gravité :**

Les forces dues à la gravité sont toujours présentes dans un avion (ou missile) et agissent au centre de gravité (cg). Puisque les centres de masse et de gravité d'un avion coïncident pratiquement, il n'y a pas de moment externe produit par la gravité autour du cg. La force gravitationnelle agissant sur un avion est communément exprimée en fonction des axes terrestres.

Remarque : En supposant un corps rigide, les effets aéro-élastiques ne sont pas inclus dans les équations. Avec cette hypothèse, les forces agissant entre les éléments individuels de la masse sont éliminées. De plus, cela permet de décrire complètement le mouvement de la cellule par une translation du centre de gravité et par une rotation autour de ce point.

➤ **Angle d'attaque (α) :**

L'angle entre le vent relatif et la ligne de corde.

➤ **Centre aérodynamique :**

Point de la corde d'un profil aérodynamique autour duquel le coefficient de moment est pratiquement constant pour tous les angles d'attaque.

➤ **Centre de pression :**

point de la corde d'un profil aérodynamique à travers lequel agissent toutes les forces aérodynamiques. Le centre de pression (cp) en général ne sera pas situé au centre de gravité de la voilure ; ainsi un moment sera produit.

➤ **Pression dynamique :**

La pression aérodynamique apparaît fréquemment dans la dérivation des formules aérodynamiques. La pression dynamique, désignée par le symbole, est donnée par l'expression $P_a = 1/2\rho V^2$, où ρ est la densité de l'air et V est la vitesse du courant libre.

➤ **Vent relatif :**

Fait référence au mouvement de l'air par rapport à un profil aérodynamique et est égal et opposé à la vitesse d'avancement du véhicule aérien.

➤ **Force aérodynamique résultante :**

La somme vectorielle de toutes les forces aérodynamiques agissant sur le profil aérodynamique. Son point d'application est au centre de pression.

I .4. MODÈLE DES FORCES AÉRODYNAMIQUES

Il est classique en aérodynamique de résoudre la somme des forces normales (ou de pression) et des forces tangentielles (ou de cisaillement visqueux) qui agissent sur la surface en raison du mouvement du fluide autour d'un véhicule en trois composantes le long d'axes. Parallèle et perpendiculaire à la direction du courant libre. Ces forces sont la portance, la traînée et la force latérale.

I .4.1 Force de portance :

Composante de la force aérodynamique résultante qui est perpendiculaire (c'est-à-dire vers le haut) au vent relatif (direction du vol) ou à la vitesse du courant libre non perturbé. La portance aérodynamique est produite principalement par les forces de pression agissant sur la surface du véhicule. La force de portance est calculée en multipliant le coefficient de portance par la surface de l'aile S et la pression dynamique P_a comme suit :

$$F_Z = (\alpha)^2 \quad (1.4)$$

Le coefficient de portance sans dimension est modélisé comme une fonction linéaire de l'angle d'attaque α comme :

$$F_Z (\alpha) = C_{z1} + C_{z\alpha}\alpha. \quad (1.5)$$

I .4.2 Force de traînée :

Composante de la force aérodynamique résultante qui est parallèle au vent relatif. En d'autres termes, il s'agit d'une force aérodynamique nette agissant dans la même direction que la vitesse du courant libre non perturbé. La traînée aérodynamique est produite par les forces de pression et par les forces de frottement cutané qui agissent sur la surface. La force de traînée est mesurée le long du vecteur vitesse, mais dans la direction opposée. La traînée est obtenue pour un angle d'attaque α différent de zéro. La force de traînée est obtenue en multipliant le coefficient de traînée par la pression dynamique et la surface de l'aile, ce qui donne $F_X(\alpha, \beta)$ Le coefficient de traînée sans dimension est approximé par une fonction quadratique en α et β (β est l'angle de dérapage) selon

$$F_X(\alpha, \beta) = C_{X1} + C_{X\alpha}\alpha + C_{X\alpha^2}\alpha^2 + C_{X\beta^2}\beta^2. \quad (1.6)$$

I .4.3 Force latérale :

La force latérale (c'est-à-dire la force latérale) est la composante de la force dans une direction perpendiculaire à la fois à la portance et à la traînée et est mesurée dans le plan horizontal. La force latérale agissant sur l'avion est principalement due au fuselage, qui est considéré comme une aile inefficace et à déport nul en raison de la symétrie de l'avion dans le plan (xb, zb) , ce qui donne

$$C_F(\beta) = C_{F1}\beta \text{ et } F_F = P_a S C_F(\beta). \quad (1.7)$$

I .5. Définitions des trièdres de références :

I .5.1 Trièdre terrestre normal :

La position dans l'espace d'un objet mobile est a priori définie dans un repère inertiel lié à la terre, Il est en outre commode de définir un trièdre équivalent au trièdre précédent dont l'origine est liée à l'avion (généralement, son centre de gravité) : ce trièdre est dit trièdre normal terrestre porté par l'avion tel que :

- L'origine G est fixe, généralement est le centre de gravité de l'avion,
- L'axe GZ_0 est orienté suivant la verticale descendante,

- L'axe GX_0 et GY_0 sont deux directions rectangulaires arbitrairement choisies dans le plan.

I .5.2 Trièdre aérodynamique ($GX_a Y_a Z_a$) :

Ce trièdre est lié à la vitesse de l'avion.

- G est un point fixe de l'avion, généralement le centre de gravité de l'avion,
- l'axe GX_a est porté par la vitesse et orienté positivement dans le sens de la vitesse,
- l'axe GY_a est perpendiculaire à l'axe GX_a , situé dans le plan de symétrie de l'avion, et orienté positivement vers le ventre de l'avion,
- l'axe GZ_a complète le trièdre positif.

Ce trièdre est utilisé généralement pour exploiter comparativement des résultats de mesure en soufflerie. Le repère aérodynamique est souvent utilisé pour exprimer les forces aérodynamiques. Les coefficients aérodynamiques sont pratiquement toujours exprimés dans ce repère. L'orientation des axes de ce trièdre aérodynamique n'est pas liée "rigidement" à l'avion mais à la vitesse.

I .5.3 Trièdre avion ($GXYZ$) :

Ce trièdre est rigidement lié à l'appareil (considéré lui-même comme rigide).

- G est l'origine conventionnelle des axes, située dans le plan de symétrie de l'avion et qui peut être le centre de gravité,
- les axes GX et GZ sont deux directions rectangulaires arbitrairement choisies dans le plan de symétrie de l'avion,
- L'axe GX est orienté positivement de l'arrière vers l'avant de l'avion,
- l'axe OZ , normal à OX , est orienté positivement vers le ventre de la terre,
- l'axe OY , complète le trièdre positif, il est orienté positivement vers la droite du pilote.

Ce trièdre se prête également à l'expression des moments

- Les axes GX et GZ sont deux directions rectangulaires arbitrairement choisies dans le plan de symétrie de l'avion,
- L'axe GX est orienté positivement de l'arrière vers l'avant de l'avion,
- L'axe OZ , normal à OX , est orienté positivement vers le ventre de la terre,
- L'axe OY , complète le trièdre positif, il est orienté positivement vers la droite du pilote. Ce trièdre se prête également à l'expression des moments.

Il faut en général trois angles pour définir l'orientation d'un trièdre par rapport à un autre. Mais dans notre cas pour passer du trièdre avion vers le trièdre aérodynamique, il nous faut les deux rotations suivantes :

- La première rotation d'angle de dérapage β autour de l'axe GZ_a
- La deuxième rotation d'angle d'incidence α autour de l'axe GY

La matrice de passage du trièdre aérodynamique au trièdre avion se note :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y \\ z \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Avec :

$$\begin{aligned} [T] &= \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & -\cos \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ \sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Et :

$[T]^{-1}$ est la matrice inverse de la matrice $[T]$ qui représente la matrice de passage du trièdre avion au trièdre aérodynamique.

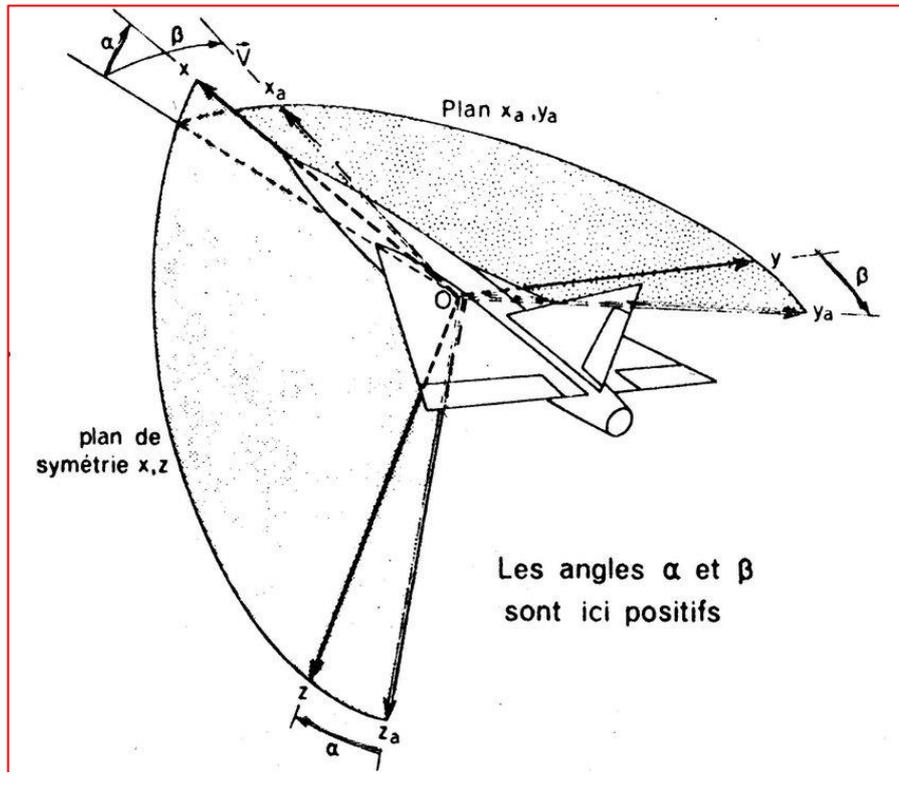


Figure 4. trièdre avion et aerodynamique.

La position du trièdre avion $GXYZ$ peut être repérée par rapport au trièdre terrestre par plusieurs systèmes d'angles d'Euler. Le système suivant est en général le plus utilisé. Soit le trièdre auxiliaire $GX_h Y_h Z_h$ confondu avec le trièdre normal terrestre, amené en coïncidence avec le trièdre avion à l'aide de trois rotations successives :

- Une première rotation ψ autour de l'axe GZ_0 , amène GX_0 en position GX_h dans le plan vertical passant par GX (plan GXZ_0), et GY_0 vient alors en GY_h ,
- Une deuxième rotation θ autour de GY_h , amène l'axe GX_0 de la position GX_h à la position GX ,
- Enfin une dernière rotation ϕ autour de GX , amène l'axe GY_0 de la position GY_h à la position GY .

Les angles ψ, θ et ϕ portent respectivement les noms d'azimut, d'assiette longitudinale et d'angle de gîte.

1.5.4 La matrice de passage :

La matrice de passage du trièdre normal terrestre au trièdre avion se traduit par :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Avec :

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ R_1 & R_3 & \cos \theta \sin \phi \\ R_2 & R_4 & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}$$

Avec :

$$\begin{aligned} R_1 &= -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi \\ R_2 &= \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi \\ R_3 &= \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi \\ R_4 &= -\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi \end{aligned} \quad (1.12)$$

Et :

$[R]^{-1}$ est la matrice inverse de la matrice $[R]$ qui représente la matrice de passage du trièdre au trièdre avion au normal terrestre.

1.6. ÉQUATIONS DE MOUVEMENT DES AÉRONEFS :

L'équation de mouvement de notre modèle d'avion repose sur l'hypothèse que l'avion est un corps rigide, ce qui signifie que les distances entre les différents points de l'avion restent constantes en vol. De plus, nous considérons le référentiel inertiel comme immuable, c'est-à-dire que la Terre est supposée fixe dans l'espace. Lors de la conception du système, on adopte généralement un système de coordonnées centré sur la Terre comme référentiel de base. L'avion est doté de son propre système de coordonnées, appelé "système d'axes du corps", dont l'origine correspond au centre de gravité de l'avion.

1.6.1 L'équation de force :

$$\sum \vec{F} = \frac{d}{dt} (\vec{L}) \quad (1.13)$$

Avec :

$\vec{L} = m\vec{v}$ c'est la quantité de mouvement.

- La vitesse de chaque élément de masse peut être décomposée en une composante liée à la vitesse du centre de masse et une composante relative :

$$\vec{v} = \vec{v}_c + \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_c + \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (1.14)$$

Où $\vec{\omega}$ est la vitesse angulaire du véhicule et \vec{r} est la position de la masse.

-Maintenant, nous devons déterminer les composantes des forces tout en les référençant au repère de référence liée à l'avion.

$$\text{Les forces : } \vec{F} = \left(m \frac{d\vec{v}_c}{dt} \right)_B + m(\vec{\omega} \times \vec{v}_c)_B = m \left(\frac{d\vec{v}_c}{dt} \right)_I \quad (1.15)$$

Où :

$$\vec{v}_c = (u, v, \omega)^T, \quad \vec{\omega} = (p, q, r)^T \quad (1.16)$$

Donc les composantes de la force f sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_x = m(\dot{u} + q\omega - rv) \\ F_y = m(\dot{v} + ru - p\omega) \\ F_z = m(\dot{\omega} + pv - qu) \end{array} \right. \quad (1.17)$$

1.6.2 Calcul des moments :

Les équations de moment en mécanique du vol servent à modéliser les forces et moments qui agissent sur un avion en vol. Elles sont établies en prenant en compte les forces aérodynamiques et les moments correspondants. Ces équations sont cruciales pour analyser le comportement de l'avion en vol et pour concevoir des systèmes de contrôle appropriés. Elles jouent un rôle clé dans la modélisation mathématique du vol de l'avion, permettant d'anticiper son comportement à travers différentes phases du vol.

Le moment angulaire est :

$$\vec{H} = m(\vec{r} \times \vec{v}) \quad (1.18)$$

L'expression du moment :

$$\Sigma \vec{M} = \frac{d}{dt}(\vec{H}) \quad (1.19)$$

Quand on prend un élément de masse et en se basant sur 1.3 il va y avoir :

$$\vec{H} = \Sigma \delta \vec{H} = \Sigma \delta m \vec{r} \times \vec{v}_c + \Sigma [\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] \delta m \quad (1.20)$$

Avec

$$\Sigma \vec{r} \delta m = 0 \quad \text{donc : } \vec{H} = \Sigma [\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] \delta m \quad (1.21)$$

Et on prend en considération :

$$\text{Let: } \vec{\omega} = p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k}, \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \text{ and } \vec{H} = H_x\vec{i} + H_y\vec{j} + H_z\vec{k} \quad (1.22)$$

On remplace dans 2.4 on trouve :

$$\vec{H} = \Sigma [\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] \delta m \Rightarrow \begin{cases} H_x = p \Sigma (y^2 + z^2) \delta m - q \Sigma xy \delta m - r \Sigma xz \delta m \\ H_y = q \Sigma (x^2 + z^2) \delta m - p \Sigma xy \delta m - r \Sigma yz \delta m \\ H_z = r \Sigma (x^2 + y^2) \delta m - p \Sigma xz \delta m - q \Sigma yz \delta m \end{cases} \quad (1.23)$$

$$\vec{H} = (pl_x - ql_{yx} - rl_{xz})\vec{i} + (ql_y - pl_{yx} - rl_{yz})\vec{j} + (rl_z - ql_{yz} - pl_{xz})\vec{k}$$

La somme est remplacée par une triple intégrale on trouve :

$$\vec{H} = \Sigma [\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] \delta m \Rightarrow \begin{cases} H_x = p \Sigma (y^2 + z^2) \delta m - q \Sigma xy \delta m - r \Sigma xz \delta m \\ H_y = q \Sigma (x^2 + z^2) \delta m - p \Sigma xy \delta m - r \Sigma yz \delta m \\ H_z = r \Sigma (x^2 + y^2) \delta m - p \Sigma xz \delta m - q \Sigma yz \delta m \end{cases} \quad (1.24)$$

$$\vec{H} = (pl_x - ql_{yx} - rl_{xz})\vec{i} + (ql_y - pl_{yx} - rl_{yz})\vec{j} + (rl_z - ql_{yz} - pl_{xz})\vec{k}$$

On retient :

$$I^{\text{Terre}} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

Maintenant on peut établir les équations des moments en utilisant :

$$\vec{M} = \left(\frac{d\vec{H}}{dt} \right)_B + (\vec{\omega} \times \vec{H})_B = \left(\frac{d\vec{H}}{dt} \right)_I \quad (1.26)$$

Avec :

$$\vec{v}_c = (u, v, \omega)^T, \vec{\omega} = (p, q, r)^T, \vec{H} = (H_x, H_y, H_z)^T, \vec{F} = (F_x, F_y, F_z)^T,$$

$$\vec{M} = (M_x, M_y, M_z)^T \quad (1.27)$$

-Les composantes scalaires des moments sont :

$$M_x = \dot{H}_x + qH_z - rH_y, \quad M_y = \dot{H}_y + rH_x - pH_z, \quad M_z = \dot{H}_z + pH_y - qH_x \quad (1.28)$$

-Les composantes du vecteur de moment sont composées de contributions aérodynamiques, gravitationnelles et de propulsion. Ces contributions sont essentielles pour modéliser le comportement d'un avion en vol.

-pour un moment angulaire le moment rotationnel est défini comme : $(\vec{H}')^B = I^B \cdot \vec{\omega}$,

$$\begin{aligned} (\vec{H}')^B = I^B \cdot \vec{\omega} &= \begin{pmatrix} I_x & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_y & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} pI_x - rI_{xz} \\ qI_y \\ rI_z - pI_{xz} \end{pmatrix} \\ \left(\frac{d\vec{H}}{dt}\right)_B &= \begin{pmatrix} \dot{p}I_x - \dot{r}I_{xz} \\ \dot{q}I_y \\ \dot{r}I_z - \dot{p}I_{xz} \end{pmatrix}; \quad (\vec{\omega} \times \vec{H})_B = \begin{pmatrix} qr(I_{zz} - I_{yy}) - pqI_{xz} \\ pr(I_{zz} - I_{yy}) + (p^2 - r^2)I_{xz} \\ pq(I_{yy} - I_{xx}) + qrI_{xz} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.29)$$

$$\begin{aligned} \text{Finalement on trouve :} \quad M_x &= \dot{p}I_x - \dot{r}I_{xz} + qr(I_{zz} - I_{yy}) - pqI_{xz} \\ M_y &= \dot{q}I_y + pr(I_{zz} - I_{yy}) + (p^2 - r^2)I_{xz} \\ M_z &= \dot{r}I_z - \dot{p}I_{xz} + pq(I_{yy} - I_{xx}) + qrI_{xz} \end{aligned} \quad (1.30)$$

Dans les systèmes de référence les plus couramment utilisés, trois repères de référence de base sont impliqués :

- 1- Le cadre de référence du corps (fixé au corps).
- 2- Le cadre aérodynamique (fixé à l'avion, mais l'axe est orienté parallèlement au vent relatif).
- 3- Le cadre inertiel (fixé à la Terre).

I .7. ORIENTATION ET POSITION DE L'AVION :

Pour définir l'orientation d'un avion par rapport au système de coordonnées terrestre fixe X'Y'Z', il suffit de spécifier l'orientation de ses axes corporels XYZ. Cela peut être accompli en effectuant trois rotations séquentielles sur les angles d'Euler : Φ , θ et ψ .

- Lorsque nous effectuons une rotation de (lacet) autour de l'axe Z', nous obtenons (l'orientation).
- Lorsque nous effectuons une rotation de (tangage) autour de l'axe Y', nous obtenons (l'orientation).

- Lorsque nous effectuons une rotation de (roulis) autour de l'axe X' , nous obtenons (l'orientation).

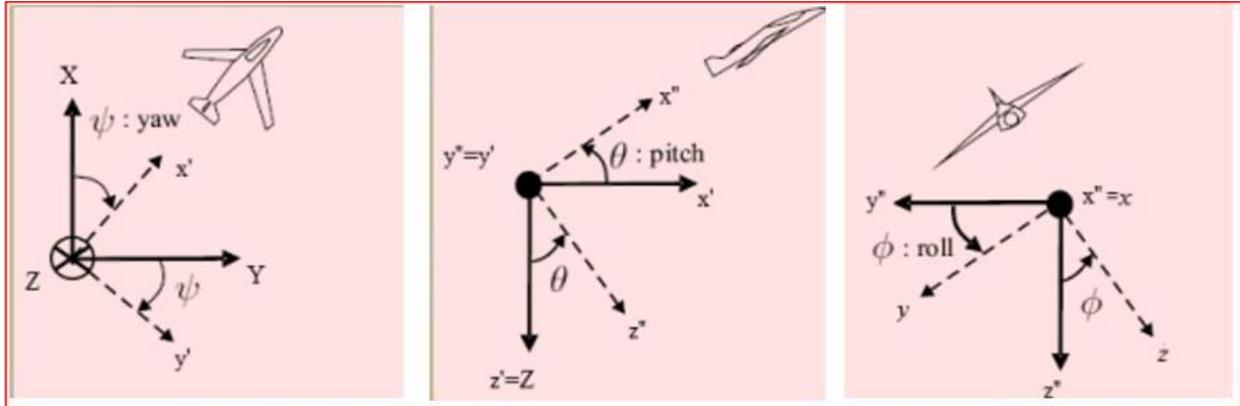


FIGURE I.4 LA ROTATION PAR RAPPORT AUX DIFFERENT AXES

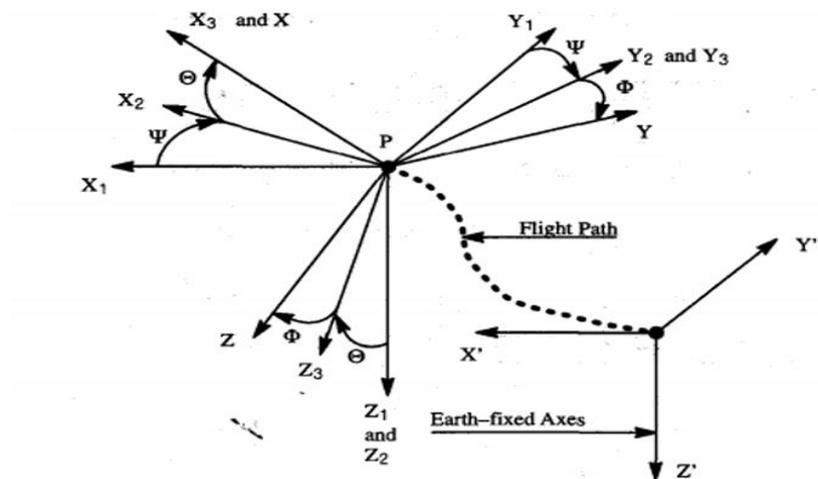


FIGURE I.5 ROTATION PAR RAPPORT AUX DIFFERENT AXES

I .7.1 La trajectoire de vol de l'avion par rapport à la Terre :

La trajectoire de vol de l'avion par rapport à la Terre peut être déterminée en utilisant les composantes de vitesse U , V et W dans le système d'axes fixés au corps de l'avion (XYZ) ainsi que les trois angles d'Euler. Ces composantes de vitesse sont ensuite reliées aux composantes de vitesse x' , y' et z' dans le système d'axes parallèles au corps ($X'Y'Z'$). Cela permet de décrire la trajectoire de l'avion dans l'espace en fonction de ses mouvements dans ces deux cadres de référence.

Les relations peuvent être exprimées par :

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = T_3(\psi) \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = T_2(\theta) \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} = T_1(\phi) \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.31}$$

Les dernières équations peuvent être combinées pour donner la relation de transformation requise :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = T_1(\phi)T_2(\theta)T_3(\psi) \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = R(\theta, \phi, \psi) \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \tag{1.32}$$

Comme on a déjà vu la vitesse angulaire est définie comme :

$$\begin{aligned}
 \vec{\omega} &= p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k} && \text{repère inertiel} \\
 &= \left(\frac{d\psi}{dt}\right)\vec{e}_\psi + \left(\frac{d\theta}{dt}\right)\vec{e}_\theta + \left(\frac{d\phi}{dt}\right)\vec{e}_\phi && \text{avec les angles d'euler}
 \end{aligned} \tag{1.33}$$

Où :

$$\vec{e}_\psi = \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta)\sin(\phi) \\ \cos(\theta)\cos(\phi) \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_\theta = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos(\phi) \\ -\sin(\phi) \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_\phi = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1.34}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{\omega} &= T_1(\phi)T_2(\theta) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + T_1(\phi) \begin{pmatrix} 1 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \\
 &\begin{pmatrix} -\sin(\theta) & 0 & 1 \\ \cos(\theta)\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ \cos(\theta)\cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.35}$$

[2].

I .8. FORCES GRAVITATIONNELLES ET DE POUSSÉE :

La force gravitationnelle agissant sur l'avion agit par l'intermédiaire du centre de gravité de l'avion. Étant donné que le système d'axes du corps est fixé au centre de gravité, la force

gravitationnelle ne produira aucun moment. Cependant, il contribuera à la force externe agissant sur l'avion et aura des composantes le long des axes respectifs du corps. La figure 3.4 montre que les composantes de la force gravitationnelle agissant le long de l'axe du corps sont fonction de l'orientation de l'avion dans l'espace.

Les composantes de la force gravitationnelle le long des axes x, y et z peuvent être facilement démontrées comme étant :

$$\begin{aligned}
 (F_x)_{\text{gravity}} &= -mg \sin \theta \\
 (F_y)_{\text{gravity}} &= mg \cos \theta \sin \Phi \\
 (F_z)_{\text{gravity}} &= mg \cos \theta \cos \Phi
 \end{aligned}
 \tag{1.36}$$

1.8.1 Force de poussé :

La force de poussée due au système de propulsion peut avoir des composantes qui agissent dans chacune des directions de l'axe du corps. De plus, les forces propulsives peuvent également créer des moments si la poussée n'agit pas par le centre de gravité. La **figure 1.7** montre quelques exemples de moments créés par le système propulsif.

Les forces et moments propulsifs agissant le long du système d'axes du corps sont notés comme suit :

$$\begin{aligned}
 (F_x)_{\text{propulsive}} &= X_T & (F_y)_{\text{propulsive}} &= Y_T & (F_z)_{\text{propulsive}} &= Z_T & (1.34) \\
 & & & & & & (1.36)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (L)_{\text{propulsive}} &= L_T & (M)_{\text{propulsive}} &= M_T & (N)_{\text{propulsive}} &= N_T & (1.35) \\
 & & & & & & (1.37)
 \end{aligned}$$

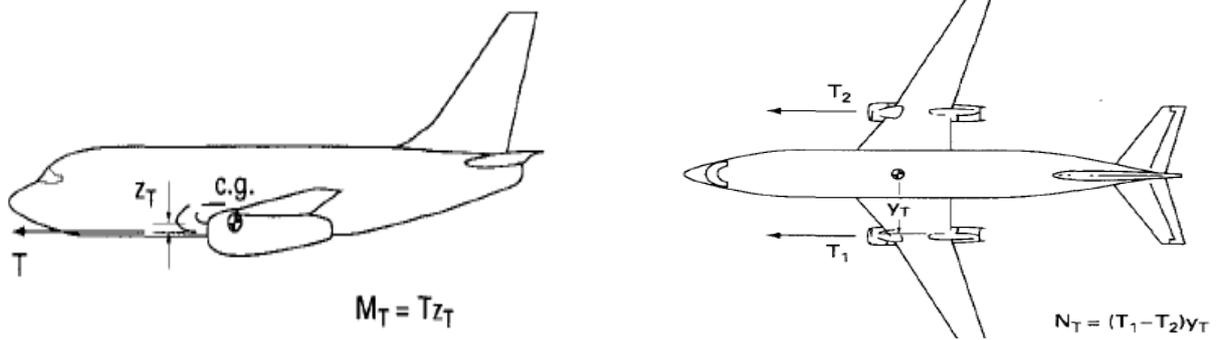


FIGURE 1.7 FORCES ET MOMENTS DUS AU SYSTEME DE PROPULSION

Donc maintenant on peut récrire les équations de mouvement d'un avion sur cette façon :

$$\begin{aligned}
 m(-V_1 R_1 + W_1 Q_1) &= -mg \sin \theta_1 + F_{A_{x_1}} + F_{T_{x_1}} \\
 m(U_1 R_1 - W_1 P_1) &= mg \sin \Phi_1 \cos \Theta_1 + F_{A_{y_1}} + F_{T_{y_1}} \\
 m(-U_1 Q_1 + V_1 P_1) &= mg \cos \Phi_1 \cos \theta_1 + F_{A_{z_1}} + F_{T_{z_1}}
 \end{aligned} \tag{1.38}$$

Et des moments :

$$\begin{aligned}
 -I_{xz} P_1 Q_1 + (I_{zz} - I_{yy}) R_1 Q_1 &= L_{A_1} + L_{T_1} \\
 (I_{xx} - I_{zz}) P_1 R_1 + I_{xz} (P_1^2 - R_1^2) &= M_{A_1} + M_{T_1} \\
 (I_{yy} - I_{xx}) F_1 Q_1 + I_{xz} Q_1 R_1 &= N_{A_1} + N_{T_1}
 \end{aligned} \tag{1.39}$$

1.9. La théorie des petites perturbations :

Les équations développées précédemment peuvent être linéarisés en utilisant la théorie des petites perturbations. En appliquant cette théorie, on assume que le mouvement de l'avion consiste à des petites perturbations concernant les conditions de vol. Toutes les variables dans les équations du mouvement sont remplacées par des termes d'équilibre et de perturbation ; on obtient :

$$\begin{aligned}
 \bar{v}: \quad u &= u_0 + \Delta u & v &= v_0 + \Delta v & \omega &= \omega_0 + \Delta \omega & \text{vitesse lineaire} \\
 \bar{\omega}: \quad p &= p_0 + \Delta p & q &= q_0 + \Delta q & r &= r_0 + \Delta r & \text{vitesse angulaire} \\
 \bar{F}: \quad X &= X_0 + \Delta X & Y &= Y_0 + \Delta Y & Z &= Z_0 + \Delta Z & \text{Forces} \\
 \bar{M}: \quad N &= M_0 + \Delta M & N &= N_0 + \Delta N & L &= L_0 + \Delta L & \text{moments}
 \end{aligned} \tag{1.40}$$

La condition de vol de référence est supposée symétrique et les forces propulsives sont supposées constantes (c'est-à-dire une condition d'équilibre). Cela implique que :

$$v_0 = \omega_0 = p_0 = q_0 = r_0 = \phi_0 = \psi_0 = 0 \tag{1.41}$$

Donc les équations de forces perturbées sont :

$$\begin{aligned} X_0 + \Delta X &= m(\dot{u}_0 + \Delta\dot{u} + (q_0 + \Delta q)(\omega_0 + \Delta\omega) - (r_0 + \Delta r)(v_0 + \Delta v)) \\ Y_0 + \Delta Y &= m(\dot{v}_0 + \Delta\dot{v} + (r_0 + \Delta r)(u_0 + \Delta u) - (p_0 + \Delta p)(\omega_0 + \Delta\omega)) \\ Z_0 + \Delta Z &= m(\dot{\omega}_0 + \Delta\dot{\omega} + (p_0 + \Delta p)(v_0 + \Delta v) - (q_0 + \Delta q)(u_0 + \Delta u)) \end{aligned} \quad (1.42)$$

Quand on néglige les termes inconsidérables on aura :

$$\begin{aligned} \Delta X &= m(\Delta\dot{u} + \Delta q\Delta\omega - \Delta r\Delta v) = m\Delta\dot{u} \\ \Delta Y &= m(\Delta\dot{v} + \Delta r\Delta u - \Delta p\Delta\omega) = m\Delta\dot{v} + m\Delta r\Delta u \\ \Delta Z &= m(\Delta\dot{\omega} + \Delta p\Delta v - \Delta q\Delta u - \Delta q\Delta u) = m\Delta\dot{\omega} - m\Delta q\Delta u \end{aligned} \quad (1.43)$$

Aussi on peut avoir des changements dans l'équation de rotation :

-A l'état d'équilibre :

$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} p_0 \\ q_0 \\ r_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ \omega_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.44)$$

-après la perturbation :

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_{\text{new}} &= \begin{pmatrix} \Delta p \\ \Delta q \\ \Delta r \end{pmatrix}; \quad (\vec{v}_{\text{new}})^B = \begin{pmatrix} \Delta u + u_0 \\ \Delta v \\ \Delta \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \theta_{\text{new}} &= \theta_0 + \Delta\theta, \quad \phi_{\text{new}} = \Delta\phi \text{ and } \psi_{\text{new}} = \Delta\psi \end{aligned} \quad (1.45)$$

Bryan, en 1911, a proposé une théorie des petites perturbations qui postule que les forces et moments perturbateurs proviennent principalement des effets aérodynamiques. Cette théorie suppose que les forces aérodynamiques sont linéaires, ce qui simplifie l'analyse de la stabilité et des performances des avions. Son travail a été crucial pour le développement de l'aviation en fournissant un cadre mathématique permettant d'analyser l'influence des forces aérodynamiques sur la stabilité et le mouvement des aéronefs. Outre les effets aérodynamiques, les perturbations proviennent également de facteurs gravitationnels, des contrôles aérodynamiques, des effets de puissance et des perturbations atmosphériques, influençant ainsi la dynamique de vol et menant à des améliorations constantes dans le domaine de l'aviation.

$$\begin{aligned} \Delta X &= X_a + X_g + X_c + X_p & \Delta L &= L_a + L_g + L_c + L_p \\ \Delta Y &= Y_a + Y_g + Y_c + Y_p & \Delta M &= M_a + M_g + M_c + M_p \\ \Delta Z &= Z_a + Z_g + Z_c + Z_p & \Delta N &= N_a + N_g + N_c + N_p \end{aligned} \quad (1.46)$$

NB : pour le reste on enlève le signe Δ pour la simplicité des choses les nouvelles variables de perturbation sont : $u, v, \omega, p, q, r, \phi, \psi$ and θ .

Les forces et moments aérodynamiques sont considérés comme dépendant uniquement des variations des variables de mouvement et de leurs taux de variation. Lorsque ces variations de perturbation sont petites, nous pouvons linéariser les équations pour simplifier l'analyse :

$$\begin{aligned}
 X_a &= X_{a0} + \frac{\partial X}{\partial u} u + \frac{\partial X}{\partial v} v + \frac{\partial X}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial X}{\partial p} p + \frac{\partial X}{\partial q} q + \frac{\partial X}{\partial r} r + \frac{\partial X}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega} \\
 Y_a &= Y_{a0} + \frac{\partial Y}{\partial u} u + \frac{\partial Y}{\partial v} v + \frac{\partial Y}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial Y}{\partial p} p + \frac{\partial Y}{\partial q} q + \frac{\partial Y}{\partial r} r + \frac{\partial Y}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega} \\
 Z_a &= Z_{a0} + \frac{\partial Z}{\partial u} u + \frac{\partial Z}{\partial v} v + \frac{\partial Z}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial Z}{\partial p} p + \frac{\partial Z}{\partial q} q + \frac{\partial Z}{\partial r} r + \frac{\partial Z}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega} \\
 L_a &= L_{a0} + \frac{\partial L}{\partial u} u + \frac{\partial L}{\partial v} v + \frac{\partial L}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial L}{\partial p} p + \frac{\partial L}{\partial q} q + \frac{\partial L}{\partial r} r + \frac{\partial L}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega} \\
 M_a &= M_{a0} + \frac{\partial M}{\partial u} u + \frac{\partial M}{\partial v} v + \frac{\partial M}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial M}{\partial p} p + \frac{\partial M}{\partial q} q + \frac{\partial M}{\partial r} r + \frac{\partial M}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega} \\
 N_a &= N_{a0} + \frac{\partial N}{\partial u} u + \frac{\partial N}{\partial v} v + \frac{\partial N}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial N}{\partial p} p + \frac{\partial N}{\partial q} q + \frac{\partial N}{\partial r} r + \frac{\partial N}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega}
 \end{aligned} \tag{1.47}$$

Remarque importante : ces équations sont développées en utilisant la série de Taylor et les coefficients $\frac{\partial X}{\partial u}, \frac{\partial X}{\partial v}, \frac{\partial X}{\partial \omega}$ sont appelés les dérivés de stabilité .

1.9.1 Les termes de control aérodynamique :

Les termes de contrôle aérodynamique font référence aux composantes des forces et des moments exercés sur un aéronef en réponse aux actions de ses surfaces de contrôle, telles que les ailerons, les gouvernes de profondeur et les gouvernes de direction. Ces termes sont essentiels pour contrôler l'attitude, la trajectoire et la stabilité de l'aéronef en vol.

$$X_c = \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_a} \delta_a + \frac{\partial X}{\partial \delta_r} \delta_r \tag{1.48}$$

1.9.2 Les termes gravitationnels après perturbation :

$$\begin{aligned}
 \vec{F}_g &= \begin{pmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{pmatrix} = \{T_1(\Delta\phi)T_2(\Delta\theta)T_3(\Delta\psi)\}(\vec{F}_g)^B = \begin{pmatrix} 1 & \Delta\psi & -\Delta\theta \\ -\Delta\psi & 1 & \Delta\phi \\ \Delta\theta & -\Delta\phi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -m g \sin(\theta_0) \\ 0 \\ m g \cos(\theta_0) \end{pmatrix} \\
 \vec{F}_g &= \begin{pmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{pmatrix} = m g \begin{pmatrix} -\sin(\theta_0) - \Delta\theta \cos(\theta_0) \\ \Delta\psi \sin(\theta_0) - \Delta\phi \cos(\theta_0) \\ \cos(\theta_0) - \Delta\theta \sin(\theta_0) \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.49}$$

1.9.3 Les termes de poussé :

Ils sont contrôlés par le changement de la poussée moteur

$$X_p = \frac{\partial X}{\partial \tau} \tau, Y_p = \frac{\partial Y}{\partial \tau} \tau, Z_p = \frac{\partial Z}{\partial \tau} \tau, L_p = \frac{\partial L}{\partial \tau} \tau, M_p = \frac{\partial M}{\partial \tau} \tau, N_p = \frac{\partial N}{\partial \tau} \tau \quad (1.50)$$

Donc on peut réécrire les équations en petites perturbation qui contiennent les termes de gravité, aérodynamique et de poussée avec les termes de contrôle :

$$\begin{aligned} X_a + X_g + X_c + X_p &= m\dot{u} \\ Y_a + Y_g + Y_c + Y_p &= m\dot{v} + mru_0 \\ Z_a + Z_g + Z_c + Z_p &= m\dot{w} - mqu_0 \\ L_a + L_g + L_c + L_p &= \dot{p}I_x - \dot{r}I_{xz} \\ M_a + M_g + M_c + M_p &= \dot{q}I_y \\ N_a + N_g + N_c + N_p &= \dot{r}I_z - \dot{p}I_{xz} \end{aligned} \quad (1.51)$$

Les mouvements longitudinaux et latéraux font référence à des mouvements autour des axes de tangage et de roulis de l'aéronef, respectivement.

I .10. Mouvement Longitudinal :

- - Il concerne le mouvement de l'avion autour de son axe de tangage.
- - Ce mouvement est contrôlé par la gouverne de profondeur, qui influence l'incidence de l'avion et donc son angle d'attaque.
- - L'incidence est l'angle entre la corde de profil de l'aile et l'axe longitudinal de l'aéronef.

I .10.1 Mouvement longitudinal de l'avion

- Le mouvement longitudinal est un mouvement qui s'effectue autour de l'axe (Y_B) dans le plan de symétrie de l'avion (X_B, Z_B)
- Le mouvement longitudinal n'est pas couplé avec les mouvements latéral (autour de X_B) et directionnel (autour de Z_B)
- Les principales variables mesurées dans la dynamique du vol longitudinal sont :
 - L'angle de tangage (θ)
 - La vitesse $V(u, w)$
 - La déflection de la profondeur (δ_e)

Aérodynamique dérivative :

$$\frac{\partial X}{\partial v} = \frac{\partial X}{\partial p} = \frac{\partial X}{\partial r} = \frac{\partial Z}{\partial v} = \frac{\partial Z}{\partial p} = \frac{\partial Z}{\partial r} = \frac{\partial M}{\partial v} = \frac{\partial M}{\partial p} = \frac{\partial M}{\partial r} = 0 \quad (1.52)$$

Control dérivatives :

$$\frac{\partial X}{\partial \delta_a} = \frac{\partial X}{\partial \delta_r} = \frac{\partial Z}{\partial \delta_a} = \frac{\partial Z}{\partial \delta_r} = \frac{\partial M}{\partial \delta_a} = \frac{\partial M}{\partial \delta_r} = 0 \quad (1.53)$$

Dans l'état qu'on a étudié $X_{a0} = mg\sin(\theta_0)$ et $Z_{a0} = -mg\cos(\theta_0)$, donc les équations de mouvement longitudinal seront :

$$\begin{aligned} m\dot{u} - \left[\frac{\partial X}{\partial u} u + \frac{\partial X}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial X}{\partial q} q + \frac{\partial X}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega} \right] + mg\theta\cos(\theta_0) &= \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \tau} \tau \\ m\dot{\omega} - mqu_0 - \left[\frac{\partial Z}{\partial u} u + \frac{\partial Z}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial Z}{\partial q} q + \frac{\partial Z}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega} \right] + mg\theta\sin(\theta_0) &= \frac{\partial Z}{\partial \delta_e} \delta_e + \frac{\partial Z}{\partial \tau} \tau \\ \dot{q}l_y - \left[\frac{\partial M}{\partial u} u + \frac{\partial M}{\partial \omega} \omega + \frac{\partial M}{\partial q} q + \frac{\partial M}{\partial \dot{\omega}} \dot{\omega} \right] &= \frac{\partial M}{\partial \delta_e} \delta_e + \frac{\partial M}{\partial \tau} \tau \end{aligned} \quad (1.54)$$

Hypothèses :

Poussée constante : $\Delta\delta_T = 0$

- L'angle de tangage initial est nul : $\theta_0 = 0$

- $\Delta q = \frac{d}{dt}(\Delta\theta) = \Delta\dot{\theta}$

- $\Delta\ddot{\theta} = \Delta\dot{q}$

- $w = U_1\alpha$

Comment peut-on résoudre les équations du mouvement longitudinal ?

- Comme des équations différentielles du 1^{er} ordre
- Par le transformé de Laplace
- Intégration numérique

I .10.1.1 Méthode exacte

- Les équations du mouvement s'écrivent sous la forme d'espace d'état suivante :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.55)$$

Avec :

$$x = \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta q \\ \Delta\theta \end{bmatrix} \text{ et } u = \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\delta_T \end{bmatrix} \quad (1.56)$$

La matrice A pour l'étude de *mouvement longitudinal de l'avion* est :

$$A = \begin{bmatrix} X_U & X_w & 0 & -g \\ Z_U & Z_w & u_1 & 0 \\ M_U + M_{\dot{w}}Z_u & M_w + M_{\dot{w}}Z_w & M_q + M_{\dot{w}}u_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.57)$$

$$B = \begin{bmatrix} X_\delta & X_{\delta T} \\ Z_\delta & Z_{\delta T} \\ M_\delta + M_{\dot{w}}Z_\delta & M_{\delta T} + M_{\dot{w}}Z_{\delta T} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.58)$$

On trouve les valeurs propres de A avec l'équation suivante :

$$|\lambda I - A| = 0 \quad (1.59)$$

Les solutions de l'équation caractéristique sont :

$$s_{sp} = n_{sp} \pm j\omega_{sp} = \xi_{sp}\omega_{n_{sp}} \pm j\omega_{n_{sp}}\sqrt{1 - \xi_{sp}^2} \quad (1.60)$$

$$s_{ph} = n_{ph} \pm j\omega_{ph} = \xi_{ph}\omega_{n_{ph}} \pm j\omega_{n_{ph}}\sqrt{1 - \xi_{ph}^2} \quad (1.61)$$

Avec :

$$\omega_n = \sqrt{n^2 + w^2} \quad (1.62)$$

$$\xi = -\frac{n}{\sqrt{n^2 + w^2}} \quad (1.63)$$

I .10.1.2 Méthode approximée :

- Approximation du mode période longue :

Dans ce cas, les équations du mouvement longitudinal se réduisent à :

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & -g \\ \frac{-Z_u}{u_0} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (1.64)$$

Les valeurs propres approximées de la période longue sont :

$$\lambda_p = \left[X_u \pm \sqrt{X_u^2 + 4 \frac{Z_{ug}}{u_0}} \right] / 2.0 \quad (1.65)$$

$$\lambda_{1,2p} = -\xi_p \omega_{n_p} \pm i \omega_{n_p} \sqrt{1 - \xi_p^2} \quad (1.66)$$

La pulsation propre et l'amortissement du mode phugoide sont :

$$w_{np} = \sqrt{\frac{-Z_u g}{u_0}} \quad (1.67)$$

$$\xi_p = \frac{-X_u}{2w_{np}} \quad (1.68)$$

- Approximation du mode période courte :

Dans ce cas, les équations du mouvement longitudinal se réduisent à :

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{w} \\ \Delta \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_w & u_0 \\ M_w + M_{\dot{w}} Z_w & M_q + M_{\dot{w}} u_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta w \\ \Delta q \end{bmatrix} \quad (1.69)$$

Les valeurs propres approximées de la période longue sont :

$$\lambda_{sp} = \left(M_q + M_{\dot{\alpha}} + \frac{Z_{\alpha}}{u_0} \right) / 2 \pm \left[\left(M_q + M_{\dot{\alpha}} + \frac{Z_{\alpha}}{u_0} \right)^2 - 4 \left(M_q \frac{Z_{\alpha}}{u_0} - M_{\alpha} \right) \right]^{1/2} / 2 \quad (1.70)$$

$$\lambda_{1,2sp} = -\xi_{sp} w_{n_{sp}} \pm i w_{n_{sp}} \sqrt{1 - \xi_{sp}^2} \quad (1.71)$$

La pulsation propre et l'amortissement du mode phugoide sont :

$$w_{n_{sp}} = \sqrt{\frac{Z_{\alpha} M_q}{u_0} - M_{\alpha}} \quad (1.72)$$

$$\xi_{sp} = \frac{\left(M_q + M_{\dot{\alpha}} + \frac{Z_{\alpha}}{u_0} \right)}{2w_{n_{sp}}}$$

Paramètres dynamiques des modes période courte et période longue :

- Le temps $t_{1/2}$ pour obtenir la moitié de l'amplitude $A/2$ est :

$$t_{1/2} = 0,69 | \operatorname{Re} (\lambda_{1,2}) |$$

- La période T est :

$$T = 2\pi / \text{Im}(\sigma_{1,2})$$

- Le nombre de cycles $N_{1/2}$ pour obtenir la moitié de l'amplitude $A/2$ est :

$$N_{1/2} = t_{1/2} / T$$

$X_u = \frac{-\bar{q}_1 s (C_{D_u} + 2C_{D_1})}{mU_1} (S^{-1})$	$M_u = \frac{\bar{q}_1 s \bar{c} (C_{m_u} + 2C_{m_1})}{I_{yy} U_1} \left(\frac{\text{rad}/S}{ft} \right)$
$X_{T_u} = \frac{\bar{q}_1 s (C_{T_{x_u}} + 2C_{T_{x_1}})}{mU_1} (S^{-1})$	$M_{T_u} = \frac{\bar{q}_1 s \bar{c} (C_{m_{T_u}} + 2C_{m_{T_1}})}{I_{yy} U_1} \left(\frac{\text{rad}/S}{ft} \right)$
$X_\alpha = \frac{-\bar{q}_1 s (C_{D_\alpha} - C_{L_1})}{m} \left(\frac{ft/S^2}{rad} \right)$	$M_\alpha = \frac{\bar{q}_1 s \bar{c} C_{m_\alpha}}{I_{yy}} (S^{-2})$
$X_{\delta_e} = \frac{-\bar{q}_1 s C_{D_{\delta_e}}}{m} \left(\frac{ft/S^2}{rad} \right)$	$M_{T_\alpha} = \frac{\bar{q}_1 s \bar{c} C_{m_{T_\alpha}}}{I_{yy}} (S^{-2})$
$Z_u = \frac{-\bar{q}_1 s (C_{L_u} + 2C_{L_1})}{mU_1} (S^{-1})$	$M_{\dot{\alpha}} = \frac{\bar{q}_1 s \bar{c}^2 C_{m_{\dot{\alpha}}}}{2I_{yy} U_1} (S^{-1})$
$Z_\alpha = \frac{-\bar{q}_1 s (C_{L_\alpha} + C_{D_1})}{m} \left(\frac{ft/S^2}{rad} \right)$	$M_q = \frac{\bar{q}_1 s \bar{c}^2 C_{m_q}}{2I_{yy} U_1} (S^{-1})$
$Z_{\dot{\alpha}} = \frac{-\bar{q}_1 s \bar{c} C_{L_{\dot{\alpha}}}}{2mU_1} \left(\frac{ft/S}{rad} \right)$	$M_{\delta_e} = \frac{\bar{q}_1 s \bar{c} C_{m_{\delta_e}}}{I_{yy}} (S^{-2})$
$Z_q = \frac{-\bar{q}_1 s \bar{c} C_{L_q}}{2mU_1} \left(\frac{ft/S}{rad} \right)$	$X_w = \frac{X_\alpha}{U_1}$
$Z_{\delta_e} = \frac{-\bar{q}_1 s C_{L_{\delta_e}}}{m} \left(\frac{ft/S^2}{rad} \right)$	$Z_w = \frac{Z_\alpha}{U_1} \quad \text{et} \quad Z_{\dot{w}} = \frac{Z_{\dot{\alpha}}}{U_1}$
	$M_w = \frac{M_\alpha}{U_1} \quad \text{et} \quad M_{\dot{w}} = \frac{M_{\dot{\alpha}}}{U_1}$

TABLEAU 1 : LES DERIVEES DIMENSIONNELLES DE LA STABILITE LONGITUDINALE

I .10.2 Mouvement Latéral :

- Il concerne le mouvement de l'avion autour de son axe de roulis plus le rudder autour l'axe de lacet.

- Ce mouvement est contrôlé par les ailerons, qui permettent de contrôler le roulis de l'avion, c'est-à-dire son inclinaison sur l'axe longitudinal.

Les différentes surfaces de contrôle d'un avion sont conçues pour influencer ces mouvements. Par exemple, les ailerons contrôlent le roulis, la gouverne de profondeur contrôle le tangage, et la gouverne de direction contrôle le lacet. Ces surfaces de contrôle permettent aux pilotes de manœuvrer l'avion selon les trois axes (longitudinal, latéral et vertical) pour assurer un vol stable et contrôlé.

Les dérivés de couplage aérodynamique et les dérivés de commande sont tous négligeables et peuvent être pris nuls.

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y}{\partial u} = \frac{\partial Y}{\partial \omega} = \frac{\partial Y}{\partial \dot{\omega}} = \frac{\partial Y}{\partial q} = \frac{\partial L}{\partial u} = \frac{\partial L}{\partial \omega} = \frac{\partial L}{\partial \dot{\omega}} = \frac{\partial L}{\partial q} = \frac{\partial N}{\partial u} = \frac{\partial N}{\partial \omega} = \frac{\partial N}{\partial \dot{\omega}} = \frac{\partial N}{\partial q} = 0 \\ \frac{\partial Y}{\partial \delta_e} = \frac{\partial Y}{\partial \tau} = \frac{\partial L}{\partial \delta_e} = \frac{\partial L}{\partial \tau} = \frac{\partial N}{\partial \delta_e} = \frac{\partial N}{\partial \tau} = 0 \end{aligned} \quad (1.73)$$

$$\begin{aligned} m\dot{v} &= \left[\frac{\partial Y}{\partial v} v + \frac{\partial Y}{\partial p} p + \left(\frac{\partial Y}{\partial r} - mu_0 \right) r \right] + mg\phi\cos(\theta_0) + mg\psi\sin(\theta_0) + \frac{\partial Y}{\partial \delta_a} \delta_a + \frac{\partial Y}{\partial \delta_r} \delta_r \\ \dot{p}I_x - \dot{r}I_{xz} &= \left[\frac{\partial L}{\partial v} v + \frac{\partial L}{\partial p} p + \frac{\partial L}{\partial q} r \right] + \frac{\partial L}{\partial \delta_a} \delta_a + \frac{\partial L}{\partial \delta_r} \delta_r \\ \dot{r}I_z - \dot{p}I_{xz} &= \left[\frac{\partial N}{\partial v} v + \frac{\partial N}{\partial p} p + \frac{\partial N}{\partial q} r \right] + \frac{\partial N}{\partial \delta_a} \delta_a + \frac{\partial N}{\partial \delta_r} \delta_r \end{aligned} \quad (1.74)$$

10.2.1 Méthode exacte

Les vecteurs d'état \mathbf{x} et commande \mathbf{u} sont :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta \phi \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta \delta_a \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix}$$

L'équation de mouvement latéral-directionnelle est mise sous la forme d'espace d'état :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.75)$$

Les matrices A et B :

$$A = \begin{bmatrix} Y_v & Y_p & -(u_0 - Y_r) & g \cos \theta_0 \\ L_v^* + \frac{I_{xz}}{I_x} N_v^* & L_p^* + \frac{I_{xz}}{I_x} N_p^* & L_r^* + \frac{I_{xz}}{I_x} N_r^* & 0 \\ N_v^* + \frac{I_{xz}}{I_z} L_v^* & N_p^* + \frac{I_{xz}}{I_z} L_p^* & N_r^* + \frac{I_{xz}}{I_z} L_r^* & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.76)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & Y_{\delta r}^* \\ L_{\delta a}^* + \frac{I_{xz}}{I_x} N_{\delta a}^* & L_{\delta r}^* + \frac{I_{xz}}{I_x} N_{\delta r}^* \\ N_{\delta a}^* + \frac{I_{xz}}{I_x} L_{\delta a}^* & N_{\delta r}^* + \frac{I_{xz}}{I_x} L_{\delta r}^* \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

L'équation caractéristique est obtenue en développant le déterminant suivant:

$$|\lambda I - A| = 0 \quad (1.77)$$

Avec :

I et A les matrices identité et stabilité latérale-directionnelle.

10.2.2-Méthode approximative :

- Approximation du mode spirale

La racine caractéristique pour l'équation du mode spirale est : (1.78)

$$\lambda_{spirale} = \frac{L_{\beta} N_r - L_r N_{\beta}}{L_{\beta}}$$

La constante du temps du mode spirale est :

$$t_s = -\frac{1}{\lambda_s} \quad (1.79)$$

- Approximation du mode roulis

La racine caractéristique pour l'équation du mode roulis est : (1.80)

$$\lambda_R = L_p$$

La constante du temps du mode roulis est

$$t_R = -\frac{1}{\lambda_R} \quad (1.81)$$

- Approximation du mode de roulis hollandais

L'équation de mouvement latéral se réduit à :

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\beta} \\ \Delta \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{u_0} & -\left(1 - \frac{Y_r}{u_0}\right) \\ N_\beta & N_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \beta \\ \Delta r \end{bmatrix} \quad (1.81)$$

L'équation caractéristique est donnée par :

$$\lambda^2 - \left(\frac{Y_\beta + u_0 N_r}{u_0}\right) \lambda + \frac{Y_\beta N_r - N_\beta Y_r + u_0 N_\beta}{u_0} = 0 \quad \zeta_{DR} = -\frac{1}{2\omega_{nDR}} \left(\frac{Y_\beta + u_0 N_r}{u_0}\right) \quad (1.82)$$

La fréquence naturelle et le rapport d'amortissement comme suit :

$$\omega_{nDR} = \sqrt{\frac{Y_\beta N_r - N_\beta Y_r + u_0 N_\beta}{u_0}} \quad (1.83)$$

Paramètres dynamiques du mode roulis hollandais :

Le temps $t_{1/2}$ pour obtenir la moitié de l'amplitude $A/2$ est:

$$t_{1/2} = 0,69 / | \operatorname{Re} (\lambda_{1,2}) |$$

La période $T_{1/2}$ pour obtenir la moitié de l'amplitude $A/2$ est :

$$T_{1/2} = 2 / \operatorname{Im} (\lambda_{1,2})$$

Le nombre de cycles $N_{1/2}$ pour obtenir la moitié de l'amplitude $A/2$ est :

$$N_{1/2} = t_{1/2} / T_{1/2}$$

$Y_\beta = \frac{\bar{q}_1 s c_{y_\beta}}{m} \quad (ft \quad sec^{-2})$	$Y_v = \frac{Y_\beta}{U_0}$	$L_{\delta_A} = \frac{\bar{q}_1 s b c_{l_{\delta_A}}}{I_{XX}} \quad (sec^{-2})$
$Y_p = \frac{\bar{q}_1 s b c_{y_p}}{2mU_1} \quad (ft \quad sec^{-1})$		$L_{\delta_R} = \frac{\bar{q}_1 s b c_{l_{\delta_R}}}{I_{XX}} \quad (sec^{-2})$
$Y_r = \frac{\bar{q}_1 s b c_{y_r}}{2mU_1} \quad (ft \quad sec^{-1})$	$N_v = \frac{N_\beta}{U_0}$	$N_\beta = \frac{\bar{q}_1 s b c_{n_\beta}}{I_{ZZ}} \quad (sec^{-2})$
$Y_{\delta_A} = \frac{\bar{q}_1 s c_{y_{\delta_A}}}{m} \quad (ft \quad sec^{-2})$		$N_{T_\beta} = \frac{\bar{q}_1 s b c_{n_{T_\beta}}}{I_{ZZ}} \quad (sec^{-2})$
$Y_{\delta_R} = \frac{\bar{q}_1 s c_{y_{\delta_R}}}{m} \quad (ft \quad sec^{-2})$		$N_p = \frac{\bar{q}_1 s b^2 c_{n_p}}{2I_{ZZ}U_1} \quad (sec^{-1})$
$L_\beta = \frac{\bar{q}_1 s b c_{l_\beta}}{I_{XX}} \quad (sec^{-2})$	$L_v = \frac{L_\beta}{U_0}$	$N_r = \frac{\bar{q}_1 s b^2 c_{n_r}}{2I_{ZZ}U_1} \quad (sec^{-1})$

TABLEAU 2 : LES DERIVEES DIMENSIONNELLES DE LA STABILITE LATERALE-DIRECTIONNELLES

[1].

I .11. Conclusion :

Ce chapitre présenter la modélisation dynamique d'un avion rigide. Nous avons commencé ce chapitre par la présentation des équations des Newton et d'Euler respectivement pour la translation et la rotation de l'avion. On a obtenu des équations non linéaires, en utilisant la théorie des petites perturbations qui permet de linéariser le modèle longitudinal et latérale de l'avion, on a obtenu système MIMO variant dans le temps.

Chapitre 2 :

Généralités sur les commandes

II .1. Introduction :

L'automatique est à la fois une science et une technique qui étudie les méthodes scientifiques et les moyens techniques pour la conception et la réalisation des systèmes automatisés. [3]

L'automatisation est l'exécution automatique de tâches domestiques, industrielles, administratives ou scientifiques sans intervention humaine.

Aujourd'hui, l'automatisation permet de remplacer l'homme aussi bien dans les tâches opérationnelles, que dans les tâches informationnelles. Les progrès réalisés sont dus aux développements de l'électronique et de l'informatique. Cependant, certains systèmes ne nécessitent aucun moyen de calcul. Des systèmes automatisés permettent :

- De réaliser des opérations trop complexes ou dangereuses et ne pouvant être confiées à l'homme (alunissage d'un engin spatial, maintenance et contrôle dans les centrales nucléaires)
- De substituer l'homme dans les opérations répétitives ou pénibles (électroménager, boîte de vitesses automatique, embrayage piloté)
- D'accroître la précision (applications militaires, gestion électronique de moteur thermique, ABS, ESP, pilote automatique)
- D'accroître la rentabilité et la productivité par la diminution de la main-d'œuvre (chaîne de montage, atelier automatisé)

II .2. Etat de l'art sur les lois de commande :

• **Première période** : la « préhistoire » de l'automatique : de l'antiquité au milieu du 19^{ème} siècle. Des inventeurs géniaux ont conçu des systèmes automatiques de manière purement intuitive.

Au cours du 17^{ème} siècle, apparaissent les premières calculatrices réalisant les quatre opérations de base.

- **Seconde période** : milieu du 19^{ème} au milieu du 20^{ème} siècle. L'empirisme fait place à une théorie du bouclage et à l'application de l'algèbre de Boole. Des études portent sur la stabilité des systèmes de commande et l'analyse du domaine fréquentiel.

- **Troisième période** : depuis le milieu des années cinquante. L'apparition des calculateurs numériques (à base de transistors) révolutionne le monde de l'automatique.

II .3. Stratégies de commande :

La théorie de la commande optimale permet de déterminer la commande d'un système qui minimise (ou maximise) un critère de performance, éventuellement sous des contraintes. La commande d'un avion nécessite une bonne connaissance de son système. Une bonne modélisation est très importante. Un avion est un système non linéaire, il est possible de la commander de façons linéaire ou bien non linéaire. De nombreuses stratégies de commande existent. Une bonne technique doit éliminer tout risque d'instabilité et améliorer les performances) d'un avion afin d'obtenir la convergence la plus rapide possible. [5]

II .4. Technique de la commande :

Techniques de contrôle linéaire
PID
LQR (Linear Quadratic Regulation)
LQG
La commande H infini
Techniques de contrôle non linéaire
Linéarisation par bouclage entrée-état ou entrée-sortie
Backstepping
La commande adaptative
La commande prédictive
Mode Glissant (Sliding Mode Control)
La commande floue

TABLEAU 3 : TECHNIQUE DE COMMANDES LINÉAIRE ET NON LINEAIRE

II .4.1 commande linéaire :

La commande des systèmes linéaires est une discipline destinée à analyser, synthétiser et concevoir des correcteurs (régulateurs ou encore contrôleurs) pour les systèmes linéaires. Ce support de cours, a pour but de présenter un exposé sur les principales techniques de synthèse des correcteurs basée sur la modélisation fréquentielle d'un système asservi d'écrit par une fonction de transfert, ainsi que la synthèse des correcteurs basée sur la modélisation temporelle d'un système asservi d'écrit par une représentation d'état.

a) la commande PID (proportionnel, Intégral et Dérivé) :

Est une simple implémentation de retour d'information (Feedback), il a la capacité d'éliminer la compensation de l'état d'équilibre grâce à l'action intégrale et il peut anticiper le futur grâce à une action dérivée. Le comportement du PID peut être décrit par l'équation suivante :

$$u(t) = k_p + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (1.84)$$

Où $e(t)$: l'écart résultant de la différence entre la consigne et la grandeur à commander. Les constante d'intégration k_i et la constante de dérivation k_d [6]

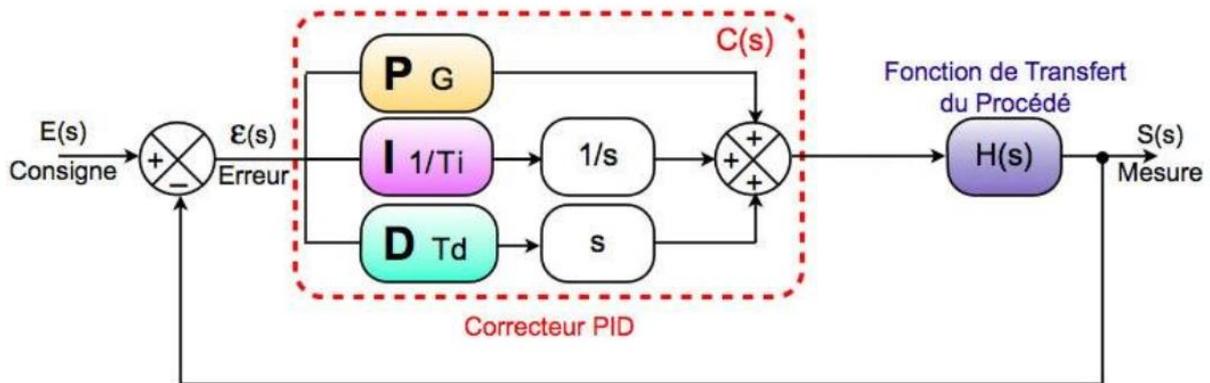


FIGURE II .1: SCHEMA BLOC DUN REGULATEUR PID

Effet des différentes parties de la régulation PID

P – PROPORTION :

La part P est la part proportionnelle, ce qui signifie que l'effet dépend uniquement de la différence momentanée entre la valeur de consigne PID et le retour PID. L'inconvénient est que plus la valeur de consigne et la rétroaction se rapprochent, plus la correction est faible. Le comportement de régulation s'en trouve ralenti. En théorie, la valeur de consigne n'est jamais atteinte.

I – intégrale :

La partie I peut résoudre le problème de la partie P qui n'atteint pas la valeur de consigne. La composante I intègre la différence entre la valeur de consigne et le retour. Même en cas de petites différences, le signal de correction devient, après un certain temps, suffisamment important pour corriger l'erreur entre la valeur de consigne PID et le retour PID.

D – dérivateur :

La composante D résout un autre problème du régulateur P. Comme le signal de correction ne peut jamais être supérieur à la différence entre la valeur de consigne PID et la rétroaction PID, la composante D peut brièvement amplifier cette différence et accélérer ainsi la réaction du régulateur. Mais cela n'est recommandé que si la part P et la part I ne permettent pas d'obtenir un bon comportement de régulation

b) La commande optimale LQR :

On parle de commande linéaire quadratique : LQ ou LQR pour linear Quadratic regulator, le système est linéaire et la commande est quadratique, la commande optimale est un retour d'état sous la forme :

$$u(t) = -kx(t) \quad (1.85)$$

Situation :

On veut amener x à un état désiré :

- A moindre cout.
- Bien réagir aux perturbations.

- Contrôler U linéairement grâce à x de manière optimale.

Le problème est de trouver un retour d'état stabilisant, optimal au sens du compromis rapidité, performance et énergie de commande. Il s'agit donc de trouver la matrice de gain du retour d'état K , Si on travaille en temps fini, R varie avec le Temps. On observe tout de même que R est constant sur une grande portion ; il ne varie qu'au début de l'asservissement, par exemple lors du décollage d'un avion, ou bien à son atterrissage On sépare donc le problème en deux :

- Trouver le R de la partie constante, qui servira pour la plus grande partie du temps d'asservissement.
- Trouver tous les K correspondant à tous les TU de la partie critique, mais cela nécessite des calculs lourds, car il faut effectuer des calculs en récurrence inversée. C'est pour cela que dans les cas d'asservissements non critiques, on choisit souvent de les ignorer. Ce qui est le cas dans notre projet où l'on va rechercher que le R en temps infini.

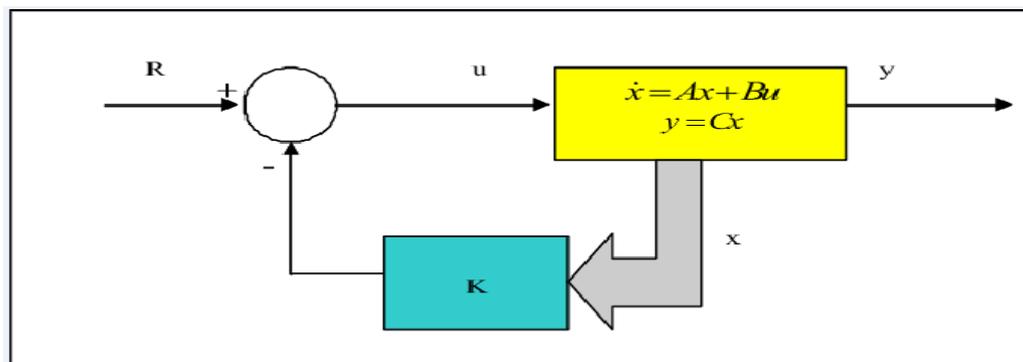


FIGURE II . 2 REGULATEUR LQR

C) La Commande quadratique gaussienne LQG :

La commande LQG est une méthode qui permet de calculer la matrice de gains d'une commande par retour d'état, dans un souci particulier de réduire les bruits blancs, elle s'applique à des systèmes dont l'état n'est pas encore mesuré. Elle réunit un contrôleur LQ et un estimateur de Kalman, cette commande a garantie une certaine robustesse de la boucle fermée

Soit le système dynamique stochastique d'équation d'état :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + w(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + v(t) \end{cases} \quad (1.86)$$

Où le bruit d'état w et le bruit de mesure v sont des bruits blancs centrés de variance.

$$E\{ww^t\} = W \geq 0 \text{ et } E\{vv^t\} = V > 0 \quad (1.87)$$

Le problème LQG consiste en la minimisation du critère :

$$J(x, u) = \lim_{t_f \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{t_f} \int_{t_0}^{t_f} \left((x(t))^T Q_v x(t) + (u(t))^t R_v u(t) \right) dt \right\} \quad (1.88)$$

Où Q_v et R_v deux matrices de covariance.

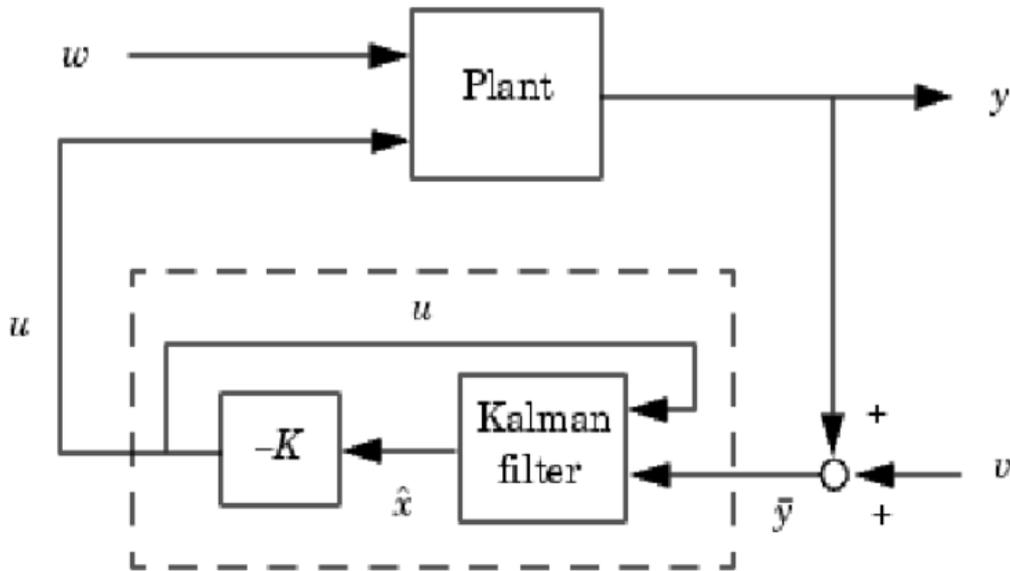


FIGURE II . 3 : REGULATEUR LQG

d) La commande H infini :

La synthèse H_∞ est une méthode qui sert à la conception de commandes optimales. Il s'agit essentiellement d'une méthode d'optimisation, qui prend en compte une définition mathématique des contraintes en ce qui concerne le comportement attendu en boucle fermée.

La commande H_∞ a pour principal avantage la capacité d'inclure dans un même effort de synthétisation les concepts liés à la commande robuste Grilles Duc et Stéphane Font, commande H infini et μ -analyse _ des outils pour la robustesse, Hermès-Science, 1999.

Considérons le système augmenté $P(s)$ composé de 4 fonctions de transfert multi-variables entre les entrées u et w et sorties y et z ; où :

- W représente les entrées extérieures (le vecteur consigne de commande, les perturbations et les bruits) ;
- U représente les sorties à optimiser pour avoir un bon comportement de la commande ;
- Z représente les sorties à optimiser pour avoir un bon comportement de la commande ;
- V représente les mesures disponibles utilisées par le contrôleur pour calculer la commande.

$$\begin{bmatrix} Z(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} W(s) \\ U(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W(s) \\ U(s) \end{bmatrix}$$

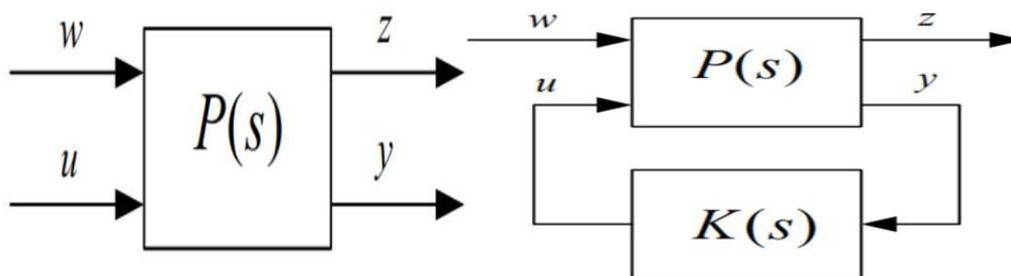


Figure II .4 : Modèle H_∞ augmenté

II .3.2 commande non linéaire :

Un système non linéaire commandé est un ensemble d'équations (différentielles par exemple) non linéaires décrivant l'évolution temporelle des variables constitutives du système sous l'action d'un nombre fini de variables indépendantes appelées entrées ou variables de commande, ou simplement commandes, que l'on peut choisir librement pour réaliser certains objectifs. [7]

a) Linéarisation par bouclage entrée-état ou entrée-sortie :

La linéarisation par bouclage, introduite dans les années 1980 par Isidori grâce à la géométrie différentielle, permet de transformer des systèmes non linéaires en systèmes linéaires

via une loi de commande non linéaire. Si les dynamiques des zéros sont stables, le système peut être réduit à une chaîne d'intégrateurs, facilitant l'application des techniques classiques de commande linéaire. Cette méthode est efficace pour résoudre des problèmes pratiques, mais elle exige la mesure exacte du vecteur d'état et un modèle précis du système. Cependant, sa robustesse face aux incertitudes paramétriques n'est pas garantie, car elle repose sur l'annulation exacte des termes non linéaires, rendant le système sensible aux erreurs de modélisation [8]

b) Backstepping :

Introduit par P. Kokotovic dans les années 1990 et approfondi par Krstic, est une technique de commande non linéaire. Contrairement aux méthodes de linéarisation entrée-états ou entrée-sortie, qui annulent toutes les non-linéarités, le backstepping est plus flexible et ne force pas le système à devenir linéaire. Son principe repose sur une approche récursive où certaines variables d'état sont considérées comme des commandes virtuelles, permettant de construire progressivement des lois de commande intermédiaires. Cette méthode est particulièrement adaptée aux systèmes non linéaires triangulaires, également appelés strict feedback systems [8].

c) La commande adaptative :

L'origine de la commande adaptative remonte aux années 1950 : les automaticiens se sont vite aperçus en effet qu'un contrôleur avec des paramètres fixes n'était pas toujours capable d'assurer les performances voulues, par exemple dans le cas où les paramètres du système variaient avec le temps [8].

Parmi les stratégies de commande adaptative on distingue les méthodes directes comme par exemple la commande adaptative à modèle de référence (MRAC), dont l'objectif est de concevoir un modèle de référence dont les performances coïncident avec ceux du système en boucle fermée, la fonction de la commande est d'éliminer toute divergence entre la réponse du modèle et celle du système quelque soient le signal d'entrée et les conditions de perturbation (internes ou externes).

Les méthodes indirectes sont basées sur l'identification en temps réels du processus puis le placement de pôles. Chaque méthode utilise des techniques différentes mais pour le même but l'annulation de l'erreur entre la consigne et la sortie de modèle

d) La commande prédictive :

La philosophie de la commande prédictive est de prédire le comportement futur en utilisant le modèle du système, à l'aide des mesures ou l'estimation d'état actuel du système et des hypothèses sur les trajectoires futures d'entrées. Dans ce contexte, les entrées futures sont caractérisées par un nombre fini de degrés de liberté, qui sont utilisées pour optimiser certaines fonctions de coût, où seulement la première entrée de la séquence de commande prédite qui est implémentée au système [9].

e) La commande par mode glissant :

La commande par mode glissant est une classe de la commande à structure variable, elle est efficace et robuste pour les systèmes linéaires et non linéaires. Elle s'applique à un système à structure variable, c.à.d. un système dont la structure change pendant le fonctionnement. Elle est caractérisée par un choix d'une fonction de commutation. Dans les systèmes à structure variable avec mode glissant, la trajectoire d'état est amenée vers une surface (hyperplan), puis à l'aide de la loi de commutation, elle est obligée de rester au voisinage de cette surface. Cette dernière est dite surface de glissement dans laquelle se produit le mouvement qu'on appellera mouvement de glissement. [10].

II .3. Conclusion :

Ce chapitre nous a permis de passer en revue diverses méthodes de commande, en soulignant leurs particularités. Cette exploration nous a permis de mieux comprendre les principes de base des systèmes de commande et leur utilité dans différents contextes.

Chapitre 3 :

Commande par mode glissant

III.1. Introduction :

La commande par modes glissants des systèmes non linéaires a été largement étudiée et développée depuis son introduction. Celle-ci appartient à une classe plus large appelée commande à structure variable [11].

L'objectif de la commande par mode glissant est à l'aide d'une commande discontinue, de contraindre le système à évoluer au bout d'un temps fini et de maintenir sur une surface dite surface de glissement, où le comportement résultant correspond aux dynamiques souhaitées [12].

La technique des modes glissants consiste à ramener la trajectoire d'un état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement.

L'un des principaux avantages de cette approche est sa robustesse face aux perturbations extérieures et aux incertitudes liées au modèle

Dans ce chapitre, nous présenterons le concept général de la commande par mode de glissement.

III.2. La théorie de la commande par mode de glissement :

Un système à structure variable modifie sa structure en cours de fonctionnement en fonction d'une logique de commutation. Cette commutation permet au système de passer d'une structure à une autre à tout moment, et cela peut lui conférer des propriétés nouvelles qui n'existent pas dans chaque structure individuellement. Dans la commande par modes glissants, la trajectoire de l'état est dirigée vers une surface spécifique, appelée surface de glissement, et, grâce à la loi de commutation, elle est contrainte de rester à proximité de cette surface. Les mouvements résultants sont appelés mouvements de glissement [13].

La trajectoire dans le plan de phase est constituée de trois parties distinctes :

- **Le mode de convergence (MC):** est le mode durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase (x_1, x_2) , est tend vers

la surface de commutation $S(x_1, x_2) = 0$. Ce mode est caractérisé par une loi de commande discontinue et le critère de convergence.

- **Le mode de glissement (MG):** est le mode durant lequel la variable d'état atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique de ce mode est caractérisée par le choix de la surface de glissement $S(x_1, x_2) = 0$
- **Le mode de régime permanent (MRP):** ce mode est ajouté pour l'étude de la réponse du système autour de son point d'équilibre, il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande.

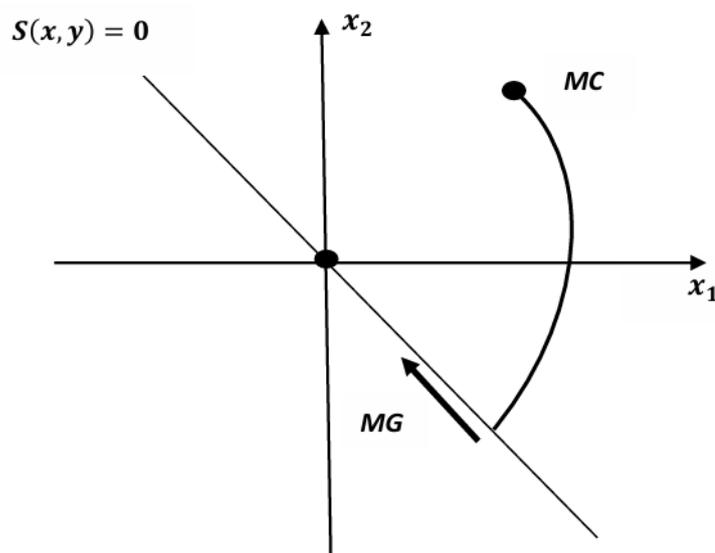


FIGURE III. 1 : DIFFERENTS MOES POUR LA TRAJECTOIRE DANS LE PLAN DE PHASE

III.3. Conception de la commande par mode glissant :

La commande par mode glissant, à des avantages importants et multiples, tels que la haute précision, la bonne stabilité, la simplicité de conception, la robustesse, etc. Ceci lui permet d'être particulièrement adaptée pour les systèmes ayant un modèle imprécis.

La structure d'un contrôleur dans ce contexte comprend deux parties : une partie continue qui décrit la dynamique du système pendant le mode glissant, et une partie discontinue qui représente la dynamique durant le mode de convergence. Ce mode de convergence est

crucial en commande non linéaire, car il permet de réduire ou d'éliminer les effets des imprécisions et des perturbations sur le modèle.

Pour illustrer la méthode de conception de la commande par mode glissant d'ordre un, nous considérons le cas d'un système non linéaire, [14]. Défini par :

$$\dot{x} = f(x) + g(x).u \quad (1.89)$$

Avec

$x \in R^n$: est le vecteur d'état.

$u \in R^n$: est le vecteur de commande

La conception de la commande peut être effectuée en trois étapes dépendantes l'une de l'autre.

- Choix de la surface de glissement.
- L'établissement des conditions d'existence et de convergence.
- Détermination de la loi de commande.

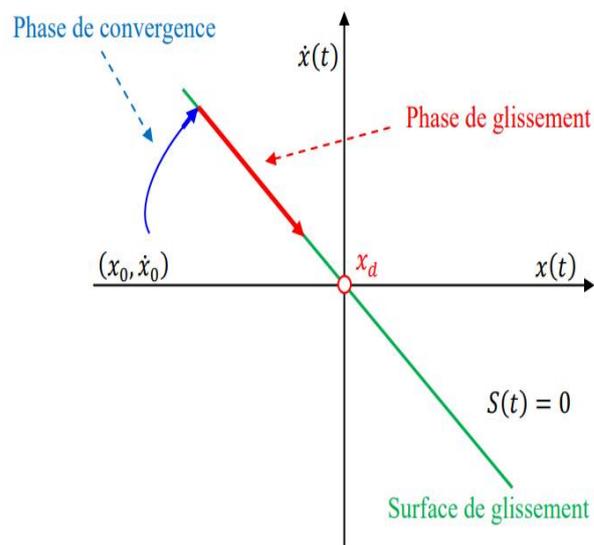


FIGURE III. 2: PRINCIPE DE LA COMMANDE PAR MODE GLISSANT

III.3.1 Choix de la surface de glissement :

La surface de glissement ou la fonction de commutation (switching function) représente le comportement dynamique désiré du système en boucle fermée. Elle peut être choisie linéaire ou non linéaire.

L'une des formes que la surface peut prendre est donnée par

$$S(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda\right)^{r-1} e(x) \quad (1.90) \quad [12].$$

Avec :

λ : Constante positive.

r : est le degré relatif, il représente le nombre de fois qu'il faut dériver la surface pour faire apparaître la commande.

$e(x) = x - x_d$: est l'écart entre la variable à régler et sa référence.

x : variable d'état.

x_d : valeur désirée.

Une autre forme de la surface est la suivante :

$$S(x) = \sum_{i=1}^n c_i (x_i - x_{id}) \quad (1.91)$$

La dynamique de convergence est assurée par les choix des coefficients c_i .

L'objectif de la commande est de maintenir la surface à zéro ($S(x)=0$), dont l'unique solution est ($e(x)=0$) pour un choix convenable des paramètres.

III.3.2 Conditions de convergence et d'existence :

Les conditions d'existence de convergences sont les critères qui permettent en dynamique du système de converger vers la surface de glissement et d'y rester indépendamment à la perturbation. Il y a deux considérations correspondantes au mode convergence de l'état du système [10].

III.3.2.1 La fonction discrète de commutation

C'est la première condition de convergence, elle est proposée par Emilyanov et Utkin. Il s'agit de donner à la surface une dynamique convergente vers zéro. Elle est donnée par :

$$\dot{s}(x) > 0 \quad s(x) > 0 \quad (1.92)$$

$$\dot{s}(x) < 0 \quad s(x) < 0$$

Cette condition peut être formulée comme suit :

$$\dot{s}(x)s(x) < 0 \quad (1.93)$$

III.3.2.1 La fonction de Lyapunov :

L'idée est de choisir une fonction scalaire $v(x)$ pour garantir l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence et de concevoir la commande u . La fonction de Lyapunov est définie comme suit :

$$v(x) = \frac{1}{2} s^2(x) \quad (1.94)$$

La dérivée de cette fonction est :

$$\dot{v}(x) = \dot{s}(x)s(x) \quad (1.95)$$

L'équation (3.95) explique que le carré de la distance entre un point donné du plan de phase et la surface de glissement exprimé par $s^2(x)$ diminue tout le temps, contraignant la trajectoire du système à se diriger vers la surface à partir des deux côtés de cette surface. Cette condition suppose un régime glissant idéal où la fréquence de commutation est infinie.

III.3.3 Calcul de la commande

Il faut déterminer la commande nécessaire pour attirer la trajectoire d'état vers la surface de glissement et ensuite vers son point d'équilibre en maintenant les conditions d'existence du mode de glissement.

L'obtention d'un régime de glissement suppose une commande discontinue. La surface de glissement devrait être attractive des deux côtés. Si cette commande discontinue est indispensable, il n'empêche nullement qu'une partie continue lui soit ajoutée.

La partie continue en effet, amène à réduire autant que nous voulons l'amplitude de la partie discontinue.

En présence d'une perturbation, la partie discontinue a essentiellement pour but de vérifier les conditions d'attractivité. Dans ce cas, la structure d'un contrôleur par mode de glissement est constituée de deux parties, une concernant la linéarisation (u_{eq}) et l'autre stabilisante (u_n).

On écrit :

$$u = u_{eq} + u_n \quad (1.96)$$

Tel que :

u_{eq} : La commande proposée par Utkin, elle sert à maintenir la variable à contrôler sur la surface de glissement $s(x) = 0$, la commande équivalente est déduite en considérant que la dérivée de la surface est nulle $\dot{s}(x) = 0$. Elle peut être interprétée comme étant un retour d'état particulier jouant le rôle d'un signal de commande appliqué sur le système à commander, elle peut être comme une valeur moyenne que prend la commande lors de la commutation rapide entre les valeurs u_{max} et u_{min} .

u_n : est déterminée pour vérifier la condition de convergence.

Pour mettre en évidence le calcul de la commande, nous considérons un système défini dans l'espace d'état par l'équation (3.90). Il s'agit de trouver l'expression de la commande u .

$$\dot{s}(x) = \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \quad (1.97)$$

Il en résulte :

$$\dot{s}(x) = \frac{\partial s}{\partial x} (f(x) + g(x)u_{eq}) + \frac{\partial s}{\partial x} g(x)u_n \quad (1.98)$$

Durant le mode de glissement et le régime permanent, la surface est nulle, et par conséquent, sa dérivée et la partie discontinue sont aussi nulles. D'où nous déduisons l'expression de la commande équivalente :

$$u_{eq} = - \left(\frac{\partial s}{\partial x} g(x) \right)^{-1} + \frac{\partial s}{\partial x} f(x) \quad (1.99)$$

Pour que la commande équivalente puisse prendre une valeur finie, il faut que :

$$\frac{\partial s}{\partial x} g(x) \neq 0 \quad (1.100)$$

Durant le mode de convergence, et en remplaçant la commande équivalente par son expression dans (3.98) nous trouvons la nouvelle expression de la dérivée de la surface

$$\dot{s}(x) = \frac{\partial s}{\partial x} g(x)u_n \quad (1.101)$$

Et la condition d'attractivité exprimée par (3.94) devient :

$$\frac{\partial s}{\partial x} g(x)u_n s(x) < 0 \quad (1.102)$$

Afin de satisfaire cette condition le signe de u_n doit être opposé à celui de

$$s(x) \frac{\partial s}{\partial x} g(x) \quad (1.103)$$

La forme la plus simple que peut prendre la commande discontinue est celle d'un relais (figure3.3).

$$u_n = k \operatorname{sign} s(x) \quad (1.104)$$

Le signe de K doit être différent de celui de $\frac{\partial s}{\partial x} g(x)$.

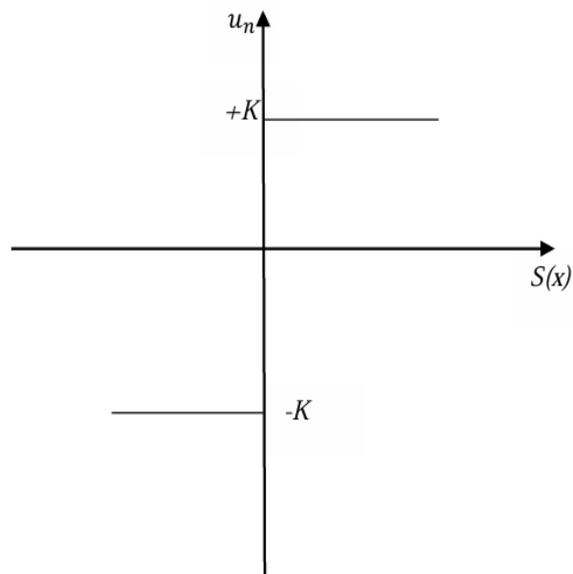


FIGURE III. 3: REPRÉSENTATION DE LA COMMANDE DISCONTINUE

III.3.3.1 Principe de la commande de glissement dans le cas linéaire :

Un cas particulièrement important du fait de sa simplicité est celui où la dynamique du système et celle de la surface de glissement sont supposées linéaires. Le modèle du système est alors :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1.105)$$

Avec :

$$x \in R^n \text{ et } u \in R^m$$

La surface de glissement est :

$$s(x) = C x(t) \quad (1.106)$$

Avec : $C \in R^{m \times n} \quad \forall t \geq t_s$

Avec t_s est le temps durant lequel le mode de glissement est atteint. En dérivant par rapport au temps et en utilisant la même démarche que précédemment on obtient :

$$\dot{s}(x) = CAx(t) + CBu_{eq}(t) = 0$$

$$u_{eq}(t) = -CB^{-1}CAx(t)$$

$$u_{eq}(t) = Mx(t) \quad (1.107)$$

Telle

$$M = -(CB)^{-1}CA \quad (1.108)$$

Avec $M \in R^{m \times n}$ est la matrice de retour alors, le modèle du comportement du système sur la surface de glissement est:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu_{eq}(t)$$

$$\dot{x}(t) = [AI - B(CB)^{-1}C]Ax(t) = A_{eq}x(t) \quad \forall t \geq t_s \quad (1.109)$$

Tel que :

$$A_{eq} = [AI - B(CB)^{-1}C]$$

A : est appelée la matrice dynamique équivalente en glissement.

La matrice A_{eq} à un certain nombre de propriétés, m valeurs propres nulles et n-m valeurs propres non nulles, définissant les dynamiques de glissement.

La loi de commande discontinue est déterminée pour satisfaire les conditions de convergence. Elle est donnée par l'équation (3.103).

III.4 Synthèse de la surface de glissement :

Dans cette partie, nous ne représenterons que le cas entièrement linéaire pour des raisons de simplification. Cependant, les développements présentés peuvent être étendus au modèle non linéaire (3.89).

Considérons le système linéaire (3.104), la dynamique en mode de glissement est donnée par l'équation (3.108). Cette dynamique est indépendante de la loi de commande non linéaire. Elle dépend uniquement du choix de la matrice C , ce qui en retour détermine la matrice M de la commande équivalente (3.105). Afin de simplifier la détermination de la matrice C , il est toujours souhaitable de mettre le système initial sous une forme canonique particulière, on distingue la forme dite forme régulière : **[15]**.

Soit T une matrice de transformation orthogonale de dimension $n \times n$, telle que :

$$TB = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (1.110)$$

Avec :

$B_2 \in R^{m \times n}$ est non singulière. Soit la transformation $Z = Tx$, alors le système original (3.104) est transformé à la forme régulière suivante :

$$\dot{Z}(t) = TAT^{-1}Z(t) + TBu(t) \quad (1.111)$$

Supposons que :

$$Z^T = [Z_1 \quad Z_2]^T \quad Z_1 \in R^{n-m}, Z_2 \in R^m \quad (1.112)$$

Alors :

$$\begin{aligned} \dot{Z}_1(t) &= A_{11}Z_1(t) + A_{12}Z_2(t) \\ \dot{Z}_2(t) &= A_{21}Z_1(t) + A_{22}Z_2(t) + B_2u \end{aligned} \quad (1.113)$$

Où :

$$TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (1.114)$$

La surface de glissement devient alors :

$$C_1Z_1(t) + C_2Z_2(t) = 0 \quad (1.115)$$

où :

$$CT^{-1} = [C_1 \quad C_2] \quad (1.116)$$

D'où :
$$Z_2(t) = -FZ_1(t) \quad (1.117)$$

Avec :

$$F = C_2^{-1}C_1 \quad (1.118)$$

Le mode glissant idéal est régi par :

$$\dot{Z}_1 = (A_{11} + A_{12})Z_1 \quad (1.119)$$

Où l'ordre du système est réduit à n-m.

La synthèse d'un mode glissant stable entraîne donc la détermination d'une matrice de retour d'état stabilisante F sur le système réduit pour lesquelles différentes méthodes sont possibles :

- Placement de pôles.
- Techniques classiques d'optimisation quadratique.

Une fois la matrice F est déterminée, on peut calculer la matrice C et souvent on prend

$$C_1 = F \text{ et } C_2 = I \text{ donc } C = [F \quad I]T \quad (1.120)$$

où T est la matrice de transformation prédéfinie.

III.5 Phénomène de réticence

La partie discontinue dans la commande par mode glissant engendre des oscillations hautes fréquences (commutation d'une valeur à une autre à une fréquence infinie.) de la trajectoire du système autour de la surface de glissement. Ce phénomène est connu sous le nom de réticence ou chattering. Cependant, dans la pratique, ce phénomène est indésirable, car la fréquence de commutation élevée peut endommager les actionneurs et des organes mécaniques et peut provoquer une élévation de température dans les systèmes électriques [16].

Ce phénomène est le principal désavantage de la commande par mode glissant d'ordre un, il peut exciter des dynamiques non modélisées conduisant à l'instabilité

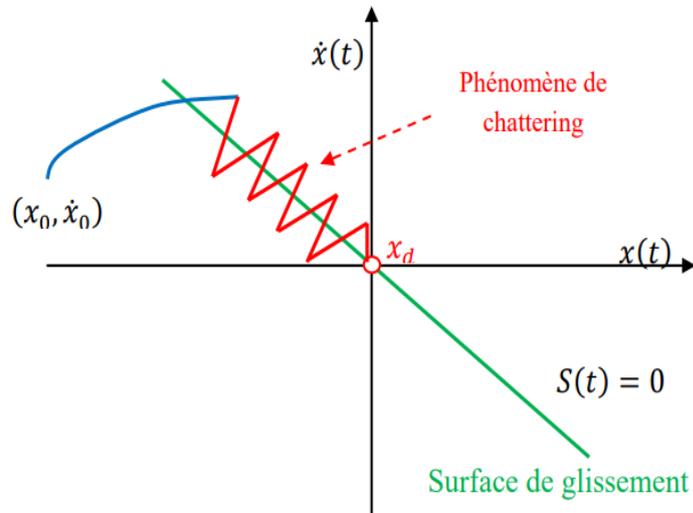


FIGURE III. 4: PHENOMENE DE CHATTERING

- La fonction de saturation

Elle consiste à remplacer la fonction $\text{sign}(s)$ par la droite de pente $\frac{1}{\varepsilon}$; à l'intérieur d'une bande de largeur 2ε située de part et d'autre de la surface de glissement, la discontinuité étant conservée à l'extérieur de cette bande. Son expression est donnée par :

$$\text{Sat}(s, \varepsilon) = \begin{cases} \frac{s}{\varepsilon} \\ \text{sign}(s) \end{cases}$$

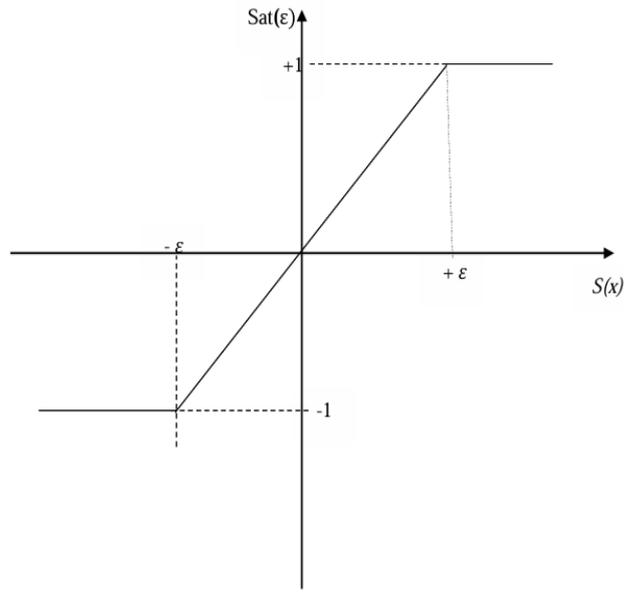


FIGURE III. 5: REPRESENTATION DE LA FONCTION SATURATION

- La fonction pseudo-signe

$$v(s, \varepsilon) = \frac{s}{|s| + \varepsilon}$$

- La fonction avec tangente

$$v(s, \varepsilon) = \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{s}{\varepsilon}\right)$$

- La fonction tangente hyperbolique

$$v(s, \varepsilon) = \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon}\right)$$

- La fonction tangente sigmoïde

$$v(s) = \frac{1}{1 + e^{-2s}}$$

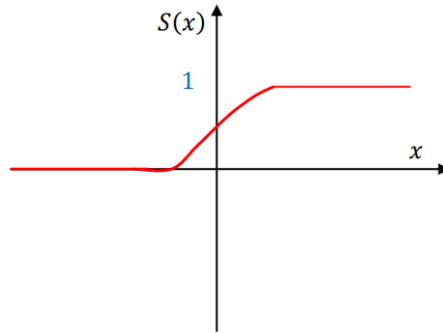


FIGURE III. 6: FONCTION SIGMOIDE

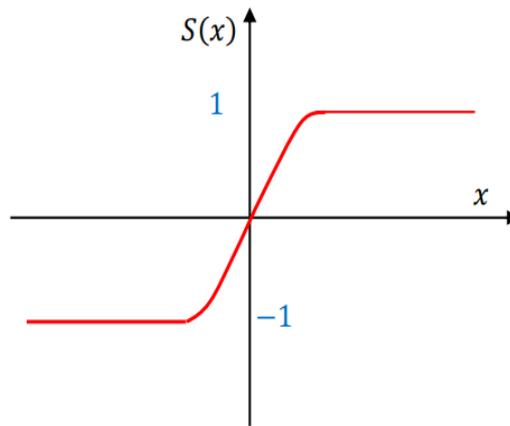


FIGURE III. 7: FONCTION TANGENTE HYPERBOLIQUE

III..6 conclusion :

Ce chapitre a présenté la commande par mode glissant, une méthode de contrôle robuste adaptée aux systèmes dynamiques non linéaires. Nous avons exploré ses avantages, notamment sa capacité à rendre le système insensible aux perturbations externes et aux incertitudes une fois la surface de glissement atteinte. Les étapes essentielles de conception, telles que le choix de la surface de glissement et l'élaboration de la loi de commande, ont été détaillées. Bien que le "chattering" soit un inconvénient potentiel, des solutions existent pour l'atténuer. Cette approche reste efficace pour des applications exigeant stabilité et robustesse.

Chapitre 4 :

Simulation et

Interprétation

IV.1. Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons appliquer la commande par mode glissant pour notre système (avion) et nous allons présenter nos résultats de simulation sous l'environnement : MATLAB/SIMULINK

IV.2. Description générale d'un B737-800 :

Le Boeing 737-800 est un avion de ligne moyen-courrier, appartenant à la famille des Boeing 737 Next Generation (NG). Il est utilisé par de nombreuses compagnies aériennes dans le monde en raison de sa fiabilité, de son efficacité économique et de sa polyvalence.

Voici une description générale du Boeing 737-800 :

Capacité : Il peut transporter entre 162 et 189 passagers, selon la configuration des sièges (classe unique ou plusieurs classes).

Autonomie : Environ 5 400 à 5 700 km, ce qui en fait un avion idéal pour des vols régionaux ou intercontinentaux à courte et moyenne distance.

Motorisation : Équipé de deux moteurs CFM International CFM56-7B, connus pour leur performance, leur efficacité énergétique et leur fiabilité.

Vitesse de croisière : Environ 840 km/h (Mach 0,79), avec une altitude de croisière typique autour de 35 000 pieds (10 700 mètres).

Dimensions : Longueur : 39,5 mètres

Envergure : 35,8 mètres (avec les winglets qui réduisent la traînée)

Hauteur: 12,5 mètres

Poids maximal au décollage (MTOW) : 79 015 kg.

Technologie : Il intègre des systèmes de navigation et de contrôle de vol modernes, dont l'avionique avancée avec des écrans numériques et des systèmes de gestion de vol automatisés.

IV.3 Etude du mouvement longitudinal :

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0175 & 0.0604 & -3.0314 & -32.1740 \\ -0.2035 & -0.5620 & 137.7907 & 0 \\ 0.000 & -0.0020 & -0.4476 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.1821 & -0.0001 \\ -25.0314 & 0.0417 \\ 0.0185 & 0.0125 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_r \\ \delta_t \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_r \\ \delta_t \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.0175 & 0.0604 & -3.0314 & -32.1740 \\ -0.2035 & -0.5620 & 137.7907 & 0 \\ 0.000 & -0.0020 & -0.4476 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1.1821 & -0.0001 \\ -25.0314 & 0.0417 \\ 0.0185 & 0.0125 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

L'équation caractéristique de ce système est :

$$A\lambda^4 + B\lambda^3 + C\lambda^2 + D\lambda + E = 0$$

La détermination des coefficients permet d'écrire cette équation sous la forme suivante :

$$\lambda^4 + 1.0271 \lambda^3 + 0.5571 \lambda^2 + 0.0160 \lambda + 0.0131 = 0$$

Le calcul du discriminant « R » à travers le critère de Routh utilisé pour la détermination de la stabilité est donné par

$$R = (B * C - A * D) - B^2$$

Mode courte période :

Les valeurs propres de l'équation caractéristique sont :

$$\lambda_{1,2} = -0.5216 \pm 0.5273i$$

Il existe deux pôles complexes et conjugués dont la pulsation naturelle est :

$$\omega_n = 0.7417$$

Le coefficient d'amortissement :

$$\varepsilon = 0.7033$$

Le temps de réponse est : $t_s = \frac{4}{0.5216} = 7.66 \text{ s}$

Ce résultat caractérise le mode courte période : faible période et forte amortissement, il affecte les angles de tangage et l'incidence

Mode longue période ou phygoïde :

Les valeurs propres de l'équation caractéristique sont:

$$\lambda_{3,4} = 0.0081 \pm 0.1541i$$

Le temps de réponse : $t_s = \frac{4}{0.0081} = 493.82 \text{ s}$

Il est appelé le mode longue période ou phygoïde qui est caractérisé par une grande période et faible amortissement, il affecte la vitesse linéaire u .

Les valeurs propres sont à parties réelles négatives alors le vol longitudinal est stable.

IV.4 COMMANDE PAR RETOUR D'ETAT (SANS OBSERVATEUR) Etant donné un système en boucle ouverte défini par :

$$\dot{X}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$Y(t) = cx(t) + Du(t)$$

Le système est supposé commandable. Le principe de la méthode consiste à utiliser une loi de commande par retour d'état de la forme :

$$u(t) = -Kx(t)$$

On souhaite placer les pôles du système en boucle fermée à des positions spécifiques pour obtenir un comportement dynamique désiré. En utilisant la fonction **place** de MATLAB, nous calculons un gain K qui détermine la manière dont les actions de contrôle sont appliquées en fonction de l'état de l'avion :

$K = [k_0 \ k_1 \ k_{n-1}]$: est un vecteur ligne de n composantes appelé vecteur des gains de retour d'état

Etant donné un système en boucle ouverte défini par :

$$\dot{X}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = cx(t) + Du(t)$$

La commande par retour d'état à appliquer au système est : $u(t) = rK_r - Kx$

$$\dot{X}(t) = Ax(t) + Bu(t) = Ax + BrK_r - BKxK_r$$

$$\dot{X}(t) = (A - BK)x + BK_r r; \begin{cases} A_{cl} = A - BK \\ B_{cl} = BK_r r \end{cases}$$

IV.4.1 Détermination des gains K et K_r :

➤ Calcul de K :

Dans le langage MATLAB on utilise la fonction 'place' pour l'application de la méthode du placement des pôles dans le but d'avoir la matrice K.

➤ Calcul de K_r :

Pour que $y \rightarrow r$, pour le cas stationnaire (steady state) on a : $\dot{X}(t) = 0$ et $y = r$

$$(A - BK)x + BK_r r = 0 \Rightarrow x = -(A - BK)^{-1} BK_r r$$

$$\text{Puisque } Y = Cx = -(A - BK)^{-1} BK_r r$$

$$\text{Pour que } Y = r, \text{ il faut que : } -(A - BK)^{-1} BK_r = I$$

$$K_r = (-(A - BK)^{-1} B)^{-1}$$

IV.4.2 Simulation :

Après avoir les lois de commande et à l'aide du logiciel MATLAB, on va simuler la réponse du système soumis à un signal de référence (échelon unité) $r_1 = 5^\circ$ pour l'angle de tangage et ensuite on rajoute une perturbation externe pour tester la réponse de la commande.

Elle représente la réponse du système à la commande du placement des pôles.

Après avoir utilisé Matlab les matrices des gains k et K_r sont les suivants :

$$K = \begin{bmatrix} -0.0173 & -0.0245 & -4.8969 & 1.0745 \\ -8.9416 & -1.7863 & 283.5363 & 484.3950 \end{bmatrix}$$

$$Kr = \begin{bmatrix} 0.3669 \\ -0.0155 \end{bmatrix}$$

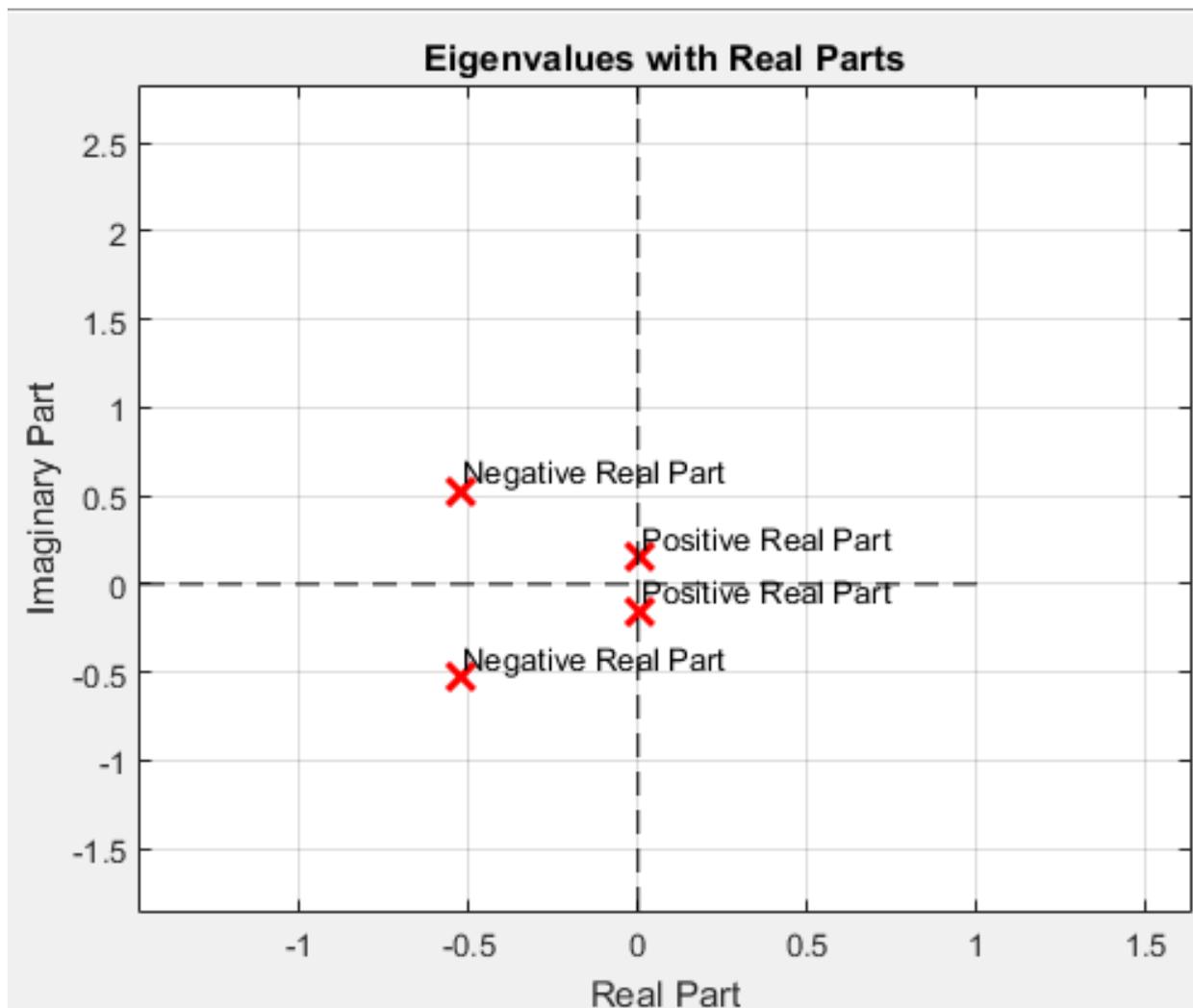


FIGURE IV. 1: LES POLES DU MODE LONGITUDINAL

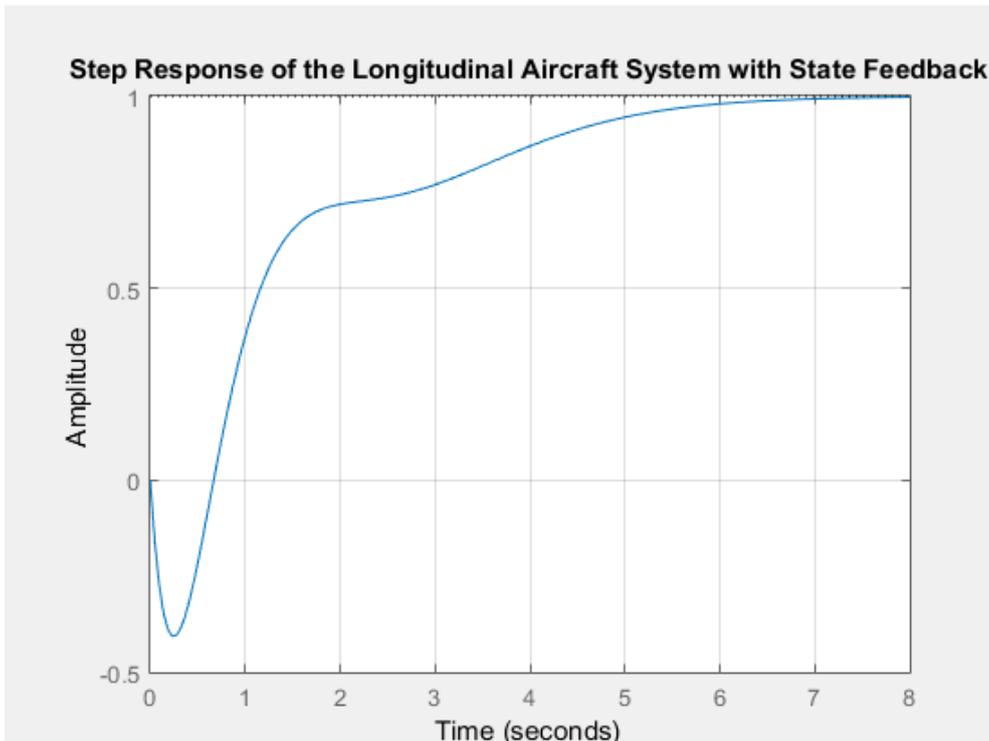


FIGURE IV. 2 : LA REPENSE INDICIELLE DU SYSTEME LONGITUDINALE

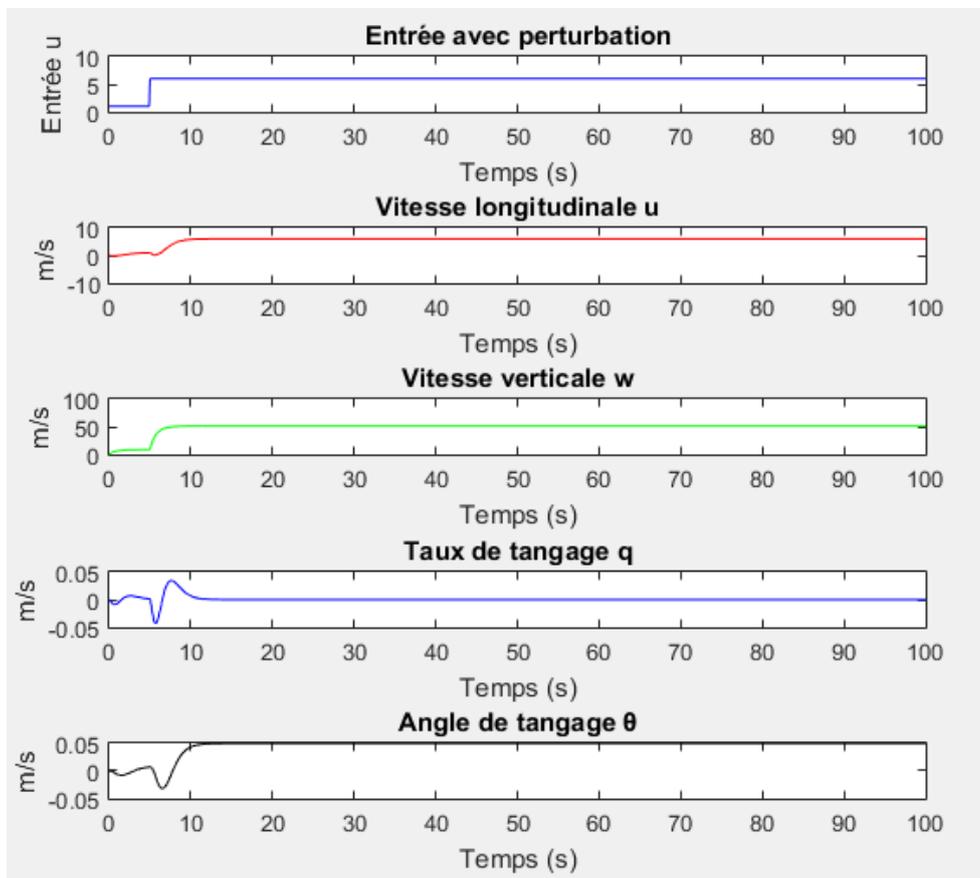


FIGURE IV. 3: LES DIFFERENTES PARAMETRES DU VOL DANS UN SYSTEME LONGITUDINALE

Après la perturbation

- **Vitesse Longitudinale u** : elle se stabilise à une valeur désirée, cela signifie que le contrôleur gère bien la vitesse longitudinale.
- **Vitesse Verticale w** : elle est stable et conforme aux attentes, cela indique que le système gère correctement les perturbations verticales.
- **Taux de Tangage q** : Un taux de tangage stable et sans oscillations indique que le contrôleur est efficace pour maintenir le régime de tangage souhaité.
- **Angle de Tangage θ** : l'angle de tangage atteint une valeur stable, cela montre que le système de contrôle gère correctement la position angulaire du véhicule.

Remarque (1) :

- Une observation importante est que le système est stable, mais il présente un faible amortissement, un temps de réponse élevé et des erreurs statiques significatives. Pour améliorer ces aspects, il est nécessaire d'introduire une boucle de rétroaction. C'est dans ce contexte que nous utilisons notre commande par modes glissants pour résoudre ces problèmes.
- **Le but est d'ajuster dynamiquement les paramètres du système afin d'obtenir une meilleure réponse, en réduisant le temps de réponse, en augmentant l'amortissement et en réduisant les erreurs statiques.**

IV.5. Application de la commande SMC :

a. Loi de contrôle

La loi de contrôle u est conçue pour ramener le système à l'équilibre en utilisant une approche SMC. La commande est calculée comme suit :

$$u = -K * x - 10 * \text{sign}(s(1))$$

Cette équation utilise le premier composant de la surface de glissement pour générer le contrôle nécessaire à stabiliser le système. La commande inclut également un terme de **discontinuité** ($\text{sign}(s(1))$) qui assure la robustesse face aux perturbations.

b. Initialisation et conditions de simulation

La simulation est effectuée sur une durée de 10 secondes, avec un pas de temps de 0.001 seconde. Les conditions initiales des états sont définies comme suit :

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ces conditions correspondent à un état initial où l'avion présente un certain angle de tangage ($\theta = 1$).

IV.5 Simulation et perturbation du smc :

IV.5.1 Commande smc sans perturbation extérieure :

On commençant la simulation sans perturbation extérieure on obtient avec le placement du pôle $K = \text{place}(A, B, [-2, -3, -4, -5])$:

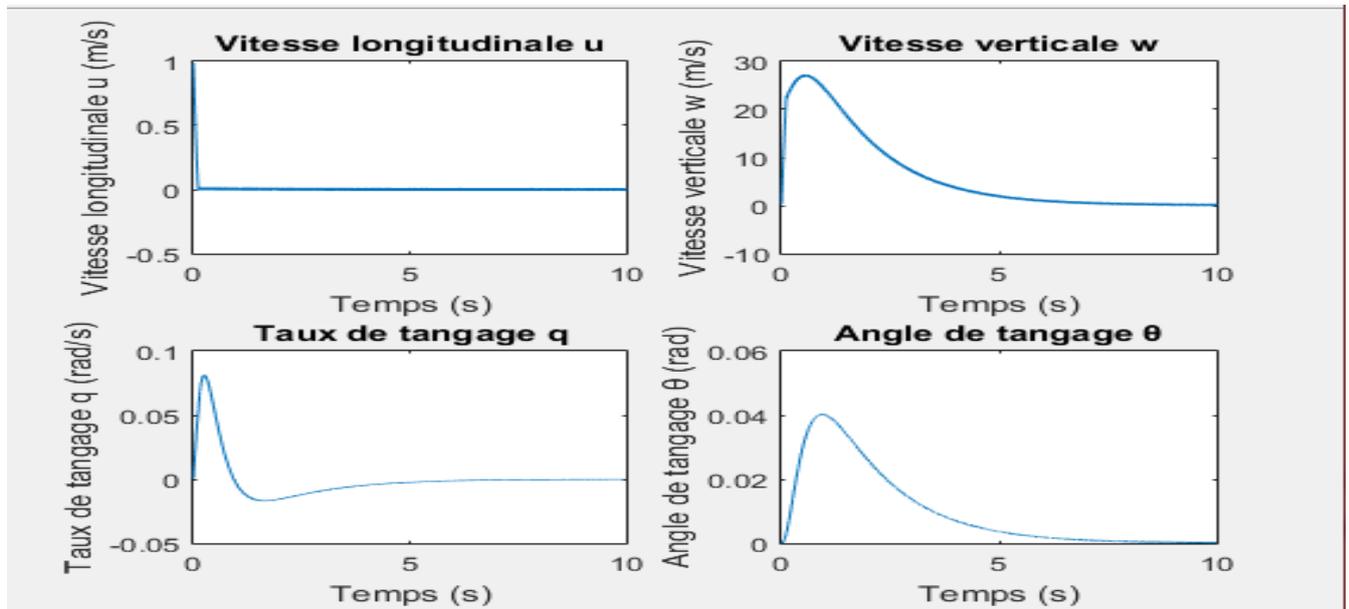


FIGURE IV. 4: LES DIFFERENTS GRAPHES DU VARIABLES EN CAS DU NULLE PERTURBATION EN

TEMPS

Les graphes de la Figure (IV. 5) ne montrent pas l'effet de glissement produit par la commande. En zoomant pour agrandir le graphe, on obtient une vue plus claire des résultats, en particulier pour le graphe de la vitesse longitudinale u et du taux de tangage q .

a) Pour la vitesse longitudinale :

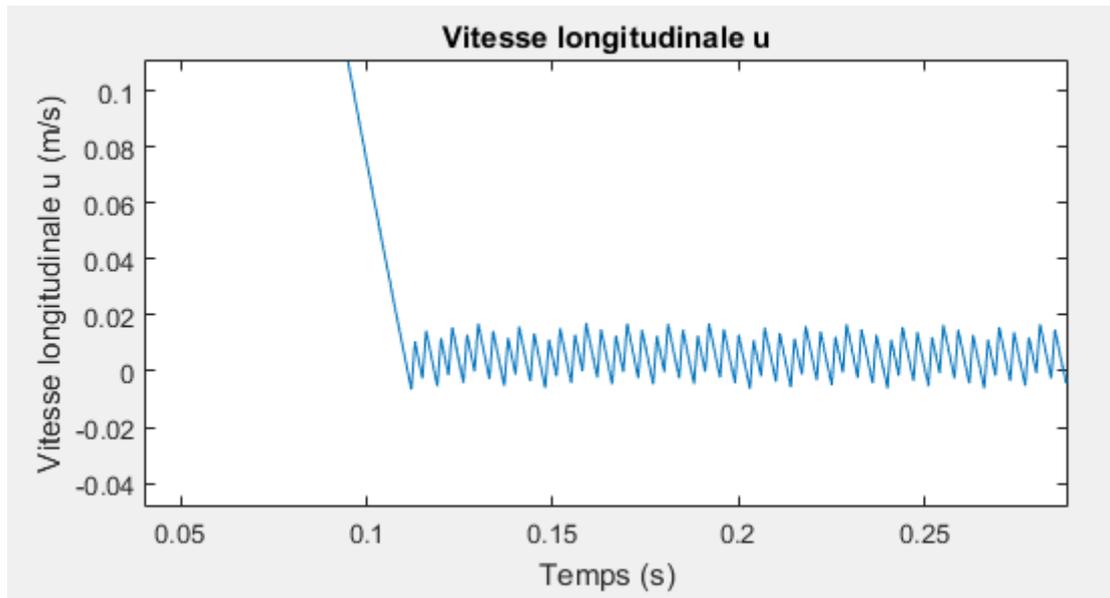


FIGURE IV. 6: GRAPHE DETAILLEE DE LA VITESSE LONGITUDINALE

La remarque : En l'absence de perturbations, le graphe de u affiche une trajectoire stable, sans déviations ni fluctuations notables. Cela montre que le système reste sous contrôle et fonctionne de manière fluide, sans qu'aucune correction majeure ou oscillation indésirable ne soit nécessaire.

b) Pour le taux de tangage q :

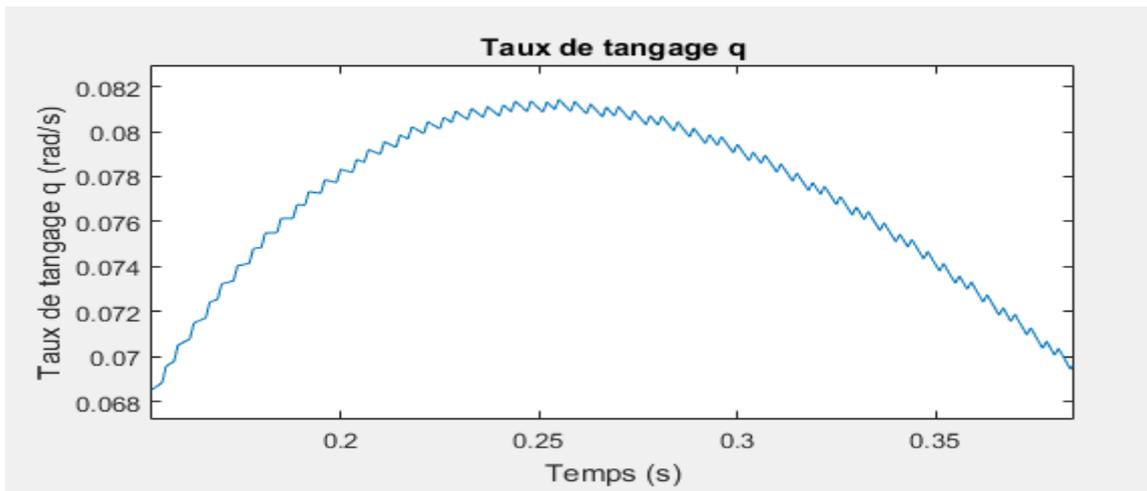


FIGURE IV. 7: GRAPHE DETAILLEE DU TAUX DE TANGAGE

La remarque : l'état q suit une évolution lisse, sans variations brusques ou oscillations. Le système ne subit aucune perturbation externe, ce qui permet au contrôleur de maintenir une stabilité continue du taux de tangage. Le graphe reflète un système stable et bien contrôlé tout au long de la simulation.

c. la variable du glissement :

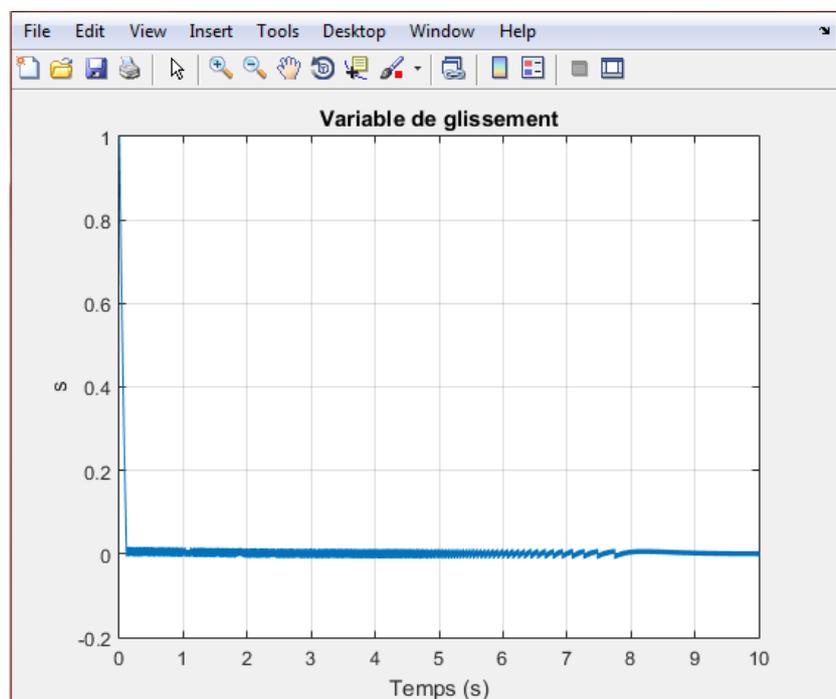


FIGURE IV. 8: LA VARIABLE DU GLISSEMENT DANS LE CAS D'ABSENCE D'UNE PERTURBATION

La variable de glissement S reflète la distance entre l'état actuel du système et l'état désiré. Lorsqu'il n'y a pas de perturbation, S reste relativement faible ou tend vers zéro, indiquant que le contrôleur par surface de glissement (SMC) parvient à maintenir le système sur la trajectoire souhaitée.

IV.5.2. Commande smc avec perturbation extérieure :

Application avec une perturbation :

On appliquant la simulation avec perturbation extérieure p avec une amplitude de 5 se déclenche après 5 secondes :

Perturbation = $(t > 5) * [5 ; 0]$:

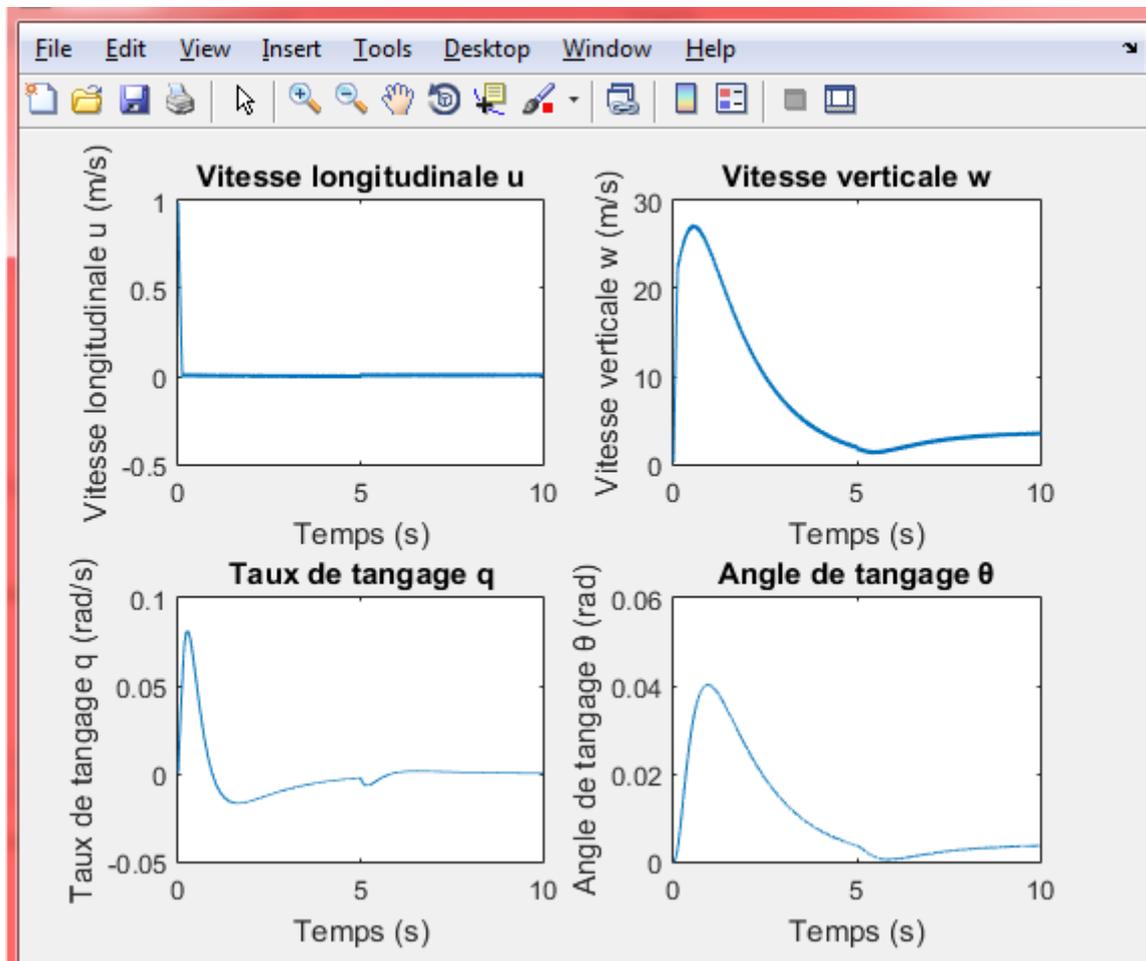


FIGURE IV. 9: LES DIFFERENTS GRAPHES DU VARIABLE EN CAS DE PRESENCE PERTURBATION EN TEMPS

La remarque : Une perturbation constante de cette amplitude affectera immédiatement l'entrée du système, provoquant un décalage visible dans les états u , w , q , et θ . Cela se traduit

par une dérive ou un changement soudain dans l'évolution des états après l'application de la perturbation.

a) Pour la vitesse longitudinale avec perturbation :

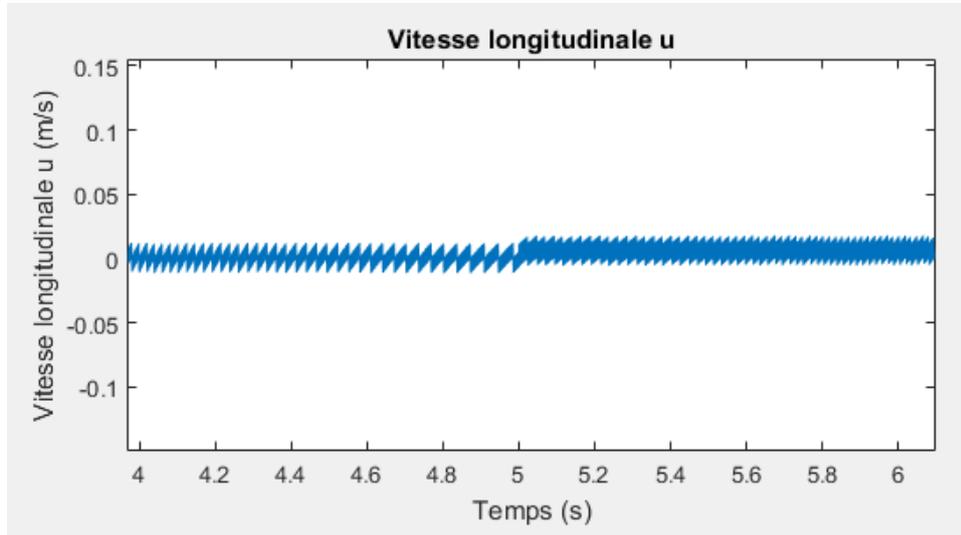


FIGURE IV. 10: LE GRAPHE DE LA VITESSE LONGITUDINALE AVEC PERTURBATION ZOOMER

Figure(IV. 11) le graphe de la vitesse longitudinale avec perturbation zoomer.

La remarque : Sur le graphe de 'u', on peut observer la réponse du système à la perturbation. Avant l'application de la perturbation (après 5 secondes), la courbe de 'u' suit une trajectoire stable. Cependant, après l'introduction de la perturbation, on remarque une déviation significative dans la dynamique de 'u', indiquant l'impact direct de la perturbation sur cet état. Si le contrôleur est efficace, 'u' devrait se stabiliser après une phase transitoire, montrant la robustesse du contrôle face à la perturbation mais le zigzag fait un problème pour le système.

b) Pour le taux de tangage avec perturbation :

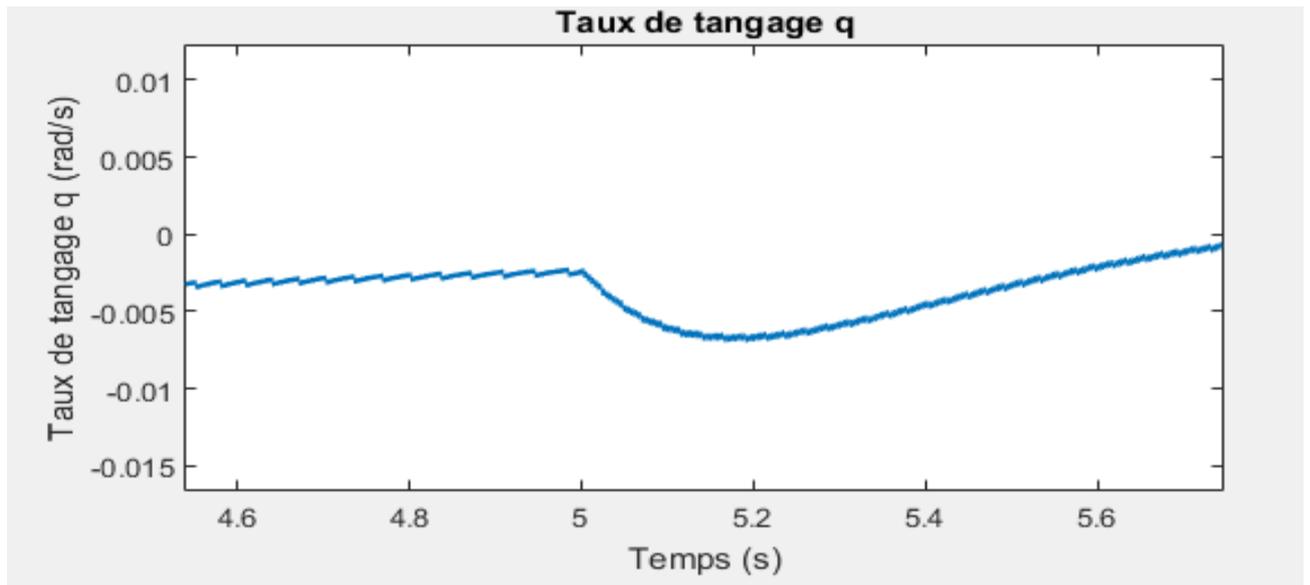


FIGURE IV. 12: LE GRAPHE DU TAUX DE TANGAGE AVEC PERTURBATION ZOOMER

La remarque : Dans le graphe de q , représentant le taux de tangage, on peut observer que le système maintient une certaine stabilité avant l'introduction de la perturbation. Lorsque la perturbation est appliquée après 5 secondes, une déviation notable dans q apparaît, reflétant l'effet de la perturbation sur le taux de tangage. La réponse du contrôleur se manifeste par une phase transitoire où q fluctue avant de revenir progressivement vers un état désiré mais le zigzag fait un problème pour le système.

c) le variable du glissement avec perturbation :

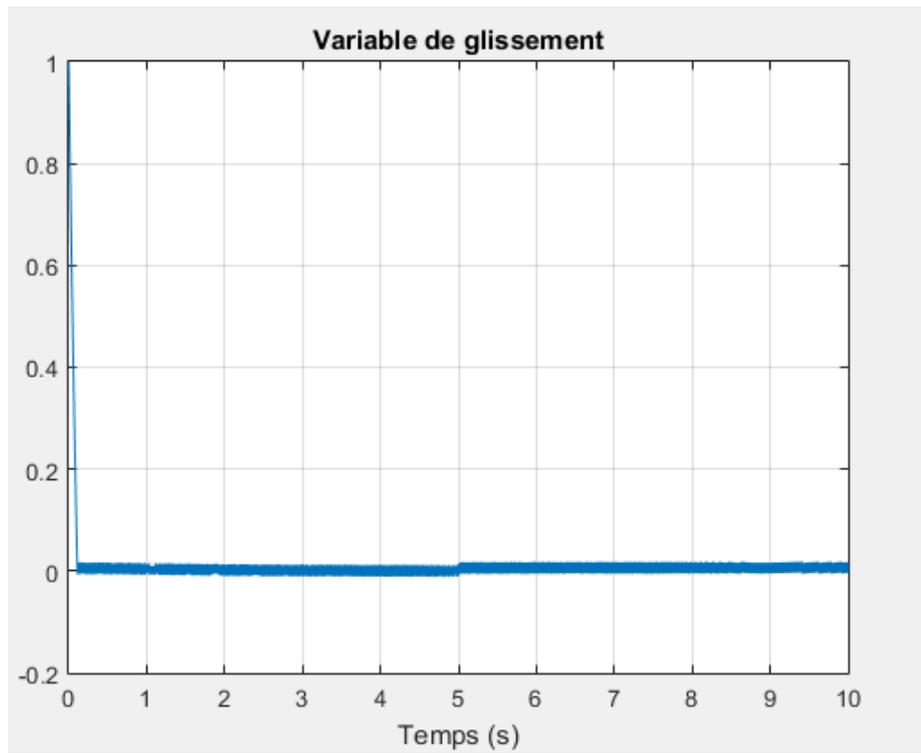


FIGURE IV. 13: LE VARIABLE DU GLISSEMENT AVEC UNE PERTURBATION

On zoom le graphe pour une vision plus claire :

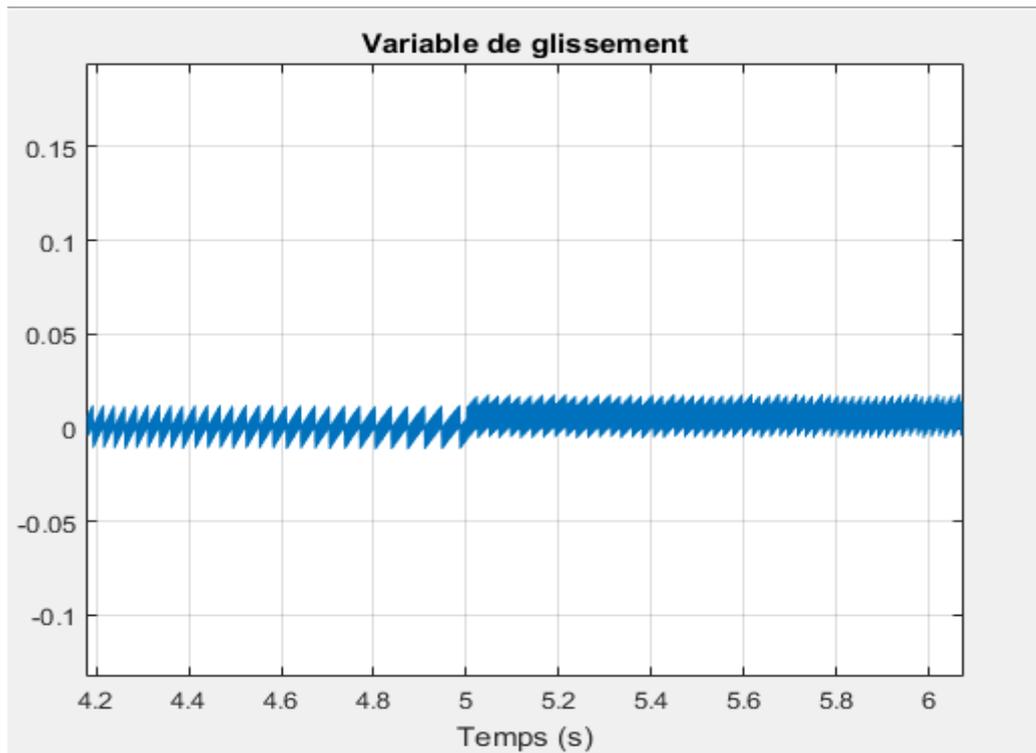


figure IV. 14: le variable du glissement avec une perturbation zoomer

La remarque : En présence de perturbations, s augmente temporairement, montrant que le système s'éloigne de la trajectoire cible. Dans notre cas le contrôleur est efficace, s revient progressivement à zéro après la phase transitoire, ce qui indique que le contrôleur compense bien la perturbation et ramène le système à son état stable. La capacité à ramener rapidement s à zéro est une indication de la robustesse du contrôle.

Remarque Générale:

Dans ce programme, la présence de **chattering** se manifeste par des oscillations rapides et indésirables dans les réponses des états et de la variable de glissement. Ce phénomène est causé par la nature discontinue du contrôle par mode glissant (SMC), particulièrement lorsque la fonction de signe $\text{sign}()$ est utilisée. Ces oscillations peuvent entraîner des comportements non souhaités, notamment des vibrations mécaniques dans les systèmes physiques et des réponses imprécises dans les systèmes de commande.

pour atténuer le chattering tout en maintenant la robustesse du SMC, plusieurs solutions peuvent être envisagées. Parmi celles-ci, on trouve l'utilisation de **contrôles d'ordre supérieur**, l'ajout de **filtres passe-bas**, ou encore l'**ajustement adaptatif des gains**. Chacune de ces méthodes

présente des avantages selon les spécificités du système et les exigences de performance. Cependant, la solution la plus fiable et souvent la plus simple à mettre en œuvre reste l'**approximation continue**, comme l'usage de la fonction tangente hyperbolique $\tanh(s/\epsilon)$ ou de la fonction de saturation $\text{sat}(s/\epsilon)$. Cette approche permet de lisser la commande en réduisant les discontinuités, ce qui diminue les oscillations indésirables autour de la surface de glissement. L'introduction de cette approximation adoucit la transition, éliminant efficacement le chattering tout en préservant les propriétés de robustesse du SMC.

IV.5.3. Solution pour le chattering dans simulation :

Dans ce chapitre, nous allons explorer les différentes approches pour atténuer ou éliminer le chattering tout en maintenant les avantages du contrôle par mode glissant.

1. Utilisation d'une Couche Limite (Boundary Layer)

Une des méthodes les plus simples pour réduire le chattering est l'introduction d'une **couche limite** autour de la surface de glissement. Plutôt que d'utiliser une fonction de signe $\text{sign}(s)$, qui provoque des changements abrupts, on peut utiliser une approximation continue telle que la fonction **tanh** ou **sat** (fonction de saturation).

APPROCHE AVEC LA FONCTION TANH :

La fonction tangente hyperbolique $\tanh(s/\epsilon)$ est une approximation continue de la fonction de signe. Elle permet de réduire les oscillations de haute fréquence en introduisant une transition plus douce entre les différents régimes de contrôle. Le paramètre ϵ détermine l'épaisseur de la couche limite, et doit être ajusté en fonction des caractéristiques du système.

$$u = -Kx - k \cdot \tanh \frac{s}{\epsilon}$$

Cette méthode permet de maintenir la robustesse du SMC tout en adoucissant la transition entre les différentes phases du contrôle, limitant ainsi le chattering.

APPROCHE AVEC LA FONCTION DE SATURATION (SAT)

Une autre possibilité est d'utiliser une fonction de saturation définie comme suit :

$$u = -Kx - k \cdot \text{sat} \frac{s}{\epsilon}$$

La fonction de saturation est définie de telle manière que si s est suffisamment petit $\text{sat}(s/\epsilon)$ se comporte comme s/ϵ . Si s devient grand, la sortie de la fonction devient une constante égale à 1 ou -1, selon le signe de s .

Ces deux approches introduisent une **transition lissée** qui diminue l'impact du chattering sans sacrifier la performance du contrôleur.

IV.5.4. simulation après le changement de sign $s(1)$ vers $\tanh(s/\epsilon)$:

Dans notre Matlab on change la précédente fonction du **sign(s(1))** avec **$\tanh(s/\epsilon)$** :

```
% Calcul de l'entrée de contrôle en utilisant une approximation continue (tanh)
u = -K * x - 10 * tanh(s(1)/epsilon); % Utiliser tanh pour réduire le chattering
```

Et simuler pour avoir les nouveaux états des variables :

a) la variable du glissement avec perturbation et adaptée pour élimine chattering :

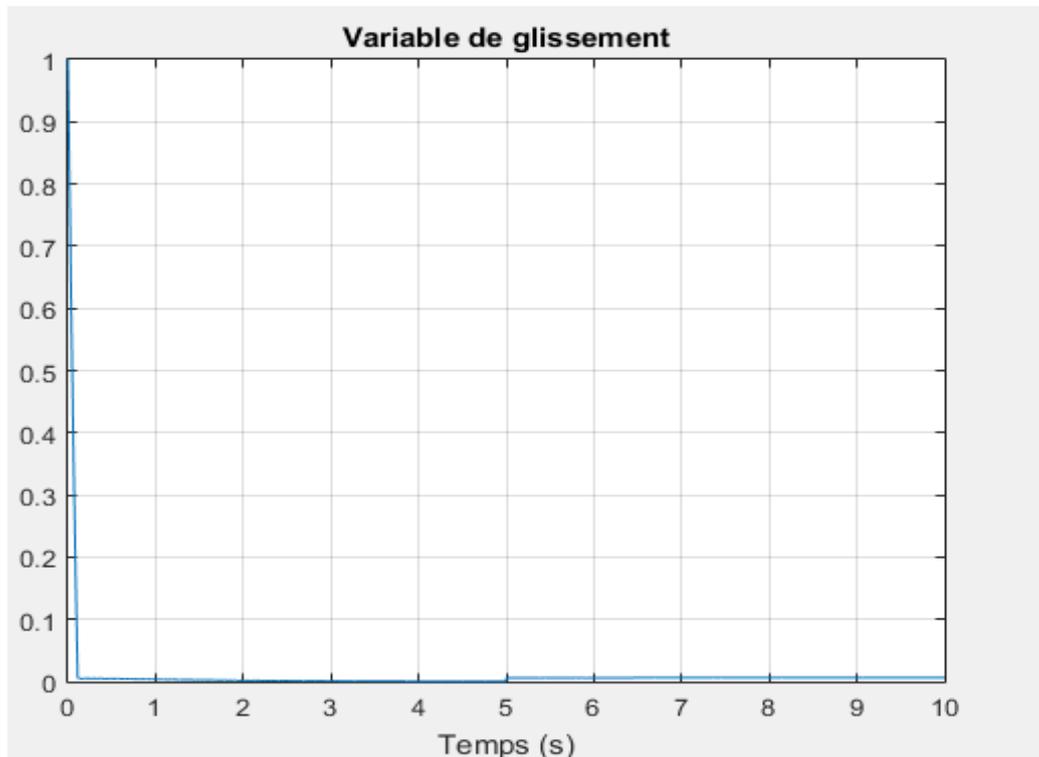


FIGURE IV. 15: LE VARIABLE DU GLISSEMENT AVEC UNE PERTURBATION AVEC L'ELIMINATION DE CHATTERING

Remarque : L'utilisation d'une approximation continue, telle que la fonction tangente hyperbolique (**tanh**), permet de réduire significativement le chattering observé sur la **variable de glissement**. Sur le graphe, cela se traduit par une transition plus fluide autour de la surface de glissement, avec des oscillations de plus faible amplitude comparées à l'usage de la fonction de signe. Cette réduction du chattering assure un contrôle plus stable, tout en maintenant les performances de robustesse du système face aux perturbations.

B) Pour la vitesse longitudinale avec perturbation et adaptée pour élimine chattering :

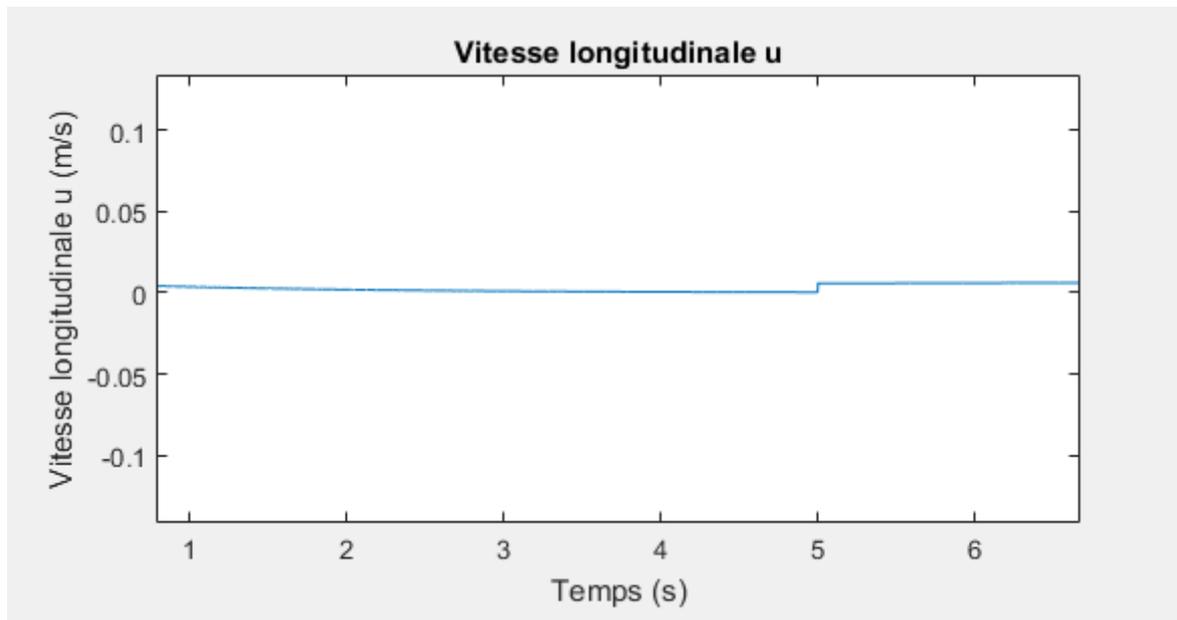


FIGURE IV. 16: LE GRAPHE DE LA VITESSE LONGITUDINALE AVEC PERTURBATION ZOOMER ET

ADAPTEE

Remarque : La vitesse longitudinale présente une réponse plus fluide et moins oscillatoire grâce à l'atténuation du chattering. L'introduction de la fonction tanh dans le contrôle a permis de limiter les oscillations brusques, notamment dans la phase transitoire, ce qui améliore la stabilité du système tout en maintenant un suivi précis de la trajectoire désirée.

Cette amélioration est particulièrement visible dans la réduction des perturbations affectant la dynamique longitudinale de l'avion.

C) Pour le taux de tangage avec perturbation et adaptée pour élimine chattering :

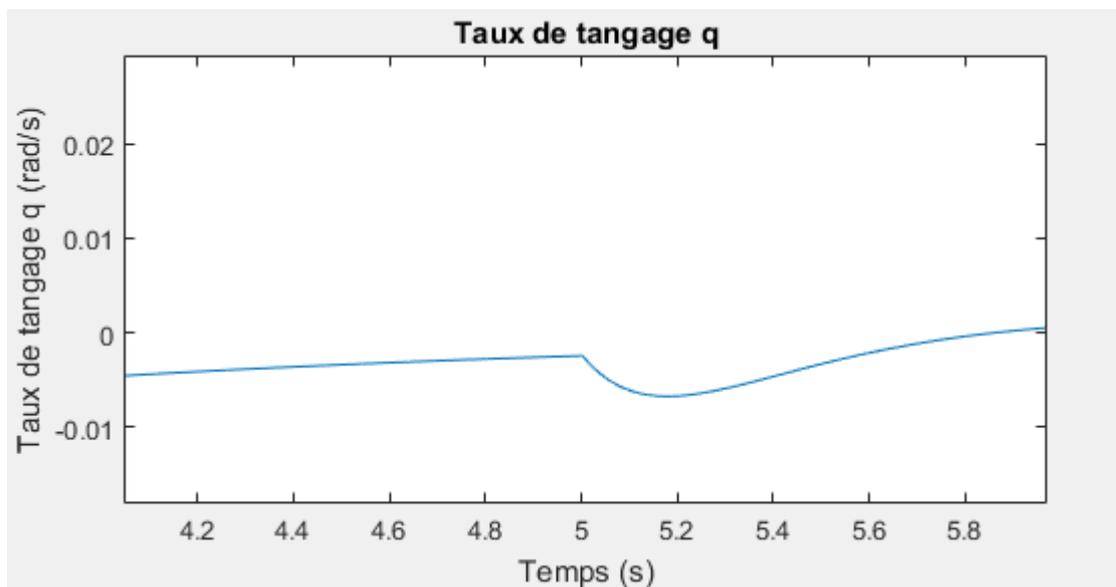


FIGURE IV. 17: LE GRAPHE DU TAUX DE TANGAGE AVEC PERTURBATION ZOOMER ET ADAPTE

Remarque : Le graphe du taux de tangage montre que l'implémentation du contrôle avec l'approximation continue (par exemple, tanh) permet de stabiliser efficacement le taux de tangage, avec des oscillations réduites et une convergence plus rapide vers la consigne. L'atténuation du chattering dans la commande contribue à une dynamique de tangage plus fluide, ce qui est essentiel pour maintenir la stabilité de l'avion, notamment dans les phases critiques telles que l'atterrissage ou lors de perturbations externes.

Conclusion :

Le contrôle par mode glissant (SMC) offre une robustesse nettement supérieure par rapport à la méthode classique de retour d'état, notamment en présence d'incertitudes et de perturbations externes (temps de réponse optimisé). Alors que le retour d'état est efficace dans des systèmes bien modélisés et sans perturbations majeures, il peut devenir moins performant

lorsque les dynamiques du système changent ou en présence de non-linéarités. En revanche, le SMC garantit que le système suit la surface de glissement, même sous l'effet de perturbations, grâce à sa capacité à réagir rapidement et de manière robuste. De plus, avec des techniques telles que l'approximation continue pour réduire le chattering, le SMC devient une solution pratique, offrant à la fois robustesse et stabilité pour des systèmes complexes comme les avions en phase d'atterrissage. Par conséquent, le contrôle par mode glissant représente une avancée importante pour la stabilité et la robustesse dans des environnements incertains, surpassant ainsi le simple retour d'état.

IV.6 le model simulink du commande smc avec perturbation :

IV.6.1 Transformation du code MATLAB vers des blocs Simulink :

Le programme MATLAB donné peut être transformé en blocs Simulink. Voici les étapes pour convertir chaque partie du code en blocs.

Bloc d'espace d'état: Entrée: Entrée de commande u . Sortie: Vecteur d'état x (qui est un vecteur à 4 éléments). Matrices A, B, C, D : Définies dans les paramètres du bloc en fonction des matrices de votre système.

Bloc de gain (K): Entrée: Le vecteur d'état x provenant du bloc d'espace d'état. Sortie : Le produit $K*x$, où K est une matrice de gain. Opération : Multiplication matricielle entre K (1×4) et x (4×1).

Bloc de Somme (Loi de commande): Entrée 1: La sortie du bloc de gain $K*x$. Entrée 2: Le signal de perturbation provenant du bloc de signal en escalier (si une perturbation est utilisée). Opération : Additionne les signaux ensemble. Sortie : Signal de commande u .

Bloc de signal en escalier (Perturbation): Heure de démarrage: Définie à 5 secondes. Sortie : Valeur de perturbation ajoutée au signal de commande.

Bloc de signe (Commande SMC): Entrée: Le premier élément du vecteur d'état $s(1)$ provenant d'un bloc Demux (qui divise le vecteur d'état x). Sortie : Fonction de signe appliquée à $s(1)$.

Bloc de gain (Gain SMC): Entrée: La sortie du bloc de Signe. Sortie : $10 * \text{signe}(s(1))$ (le signal de commande SMC).

Bloc d'intégrateur: Entrée: La dérivée du vecteur d'état \dot{x} , qui est calculée à l'aide de l'équation $\dot{x} = Ax + Bu$. Sortie: Vecteur d'état mis à jour x .

Bloc oscilloscope: Entrée: Connecté au vecteur d'état x pour visualiser la réponse du système au fil du temps.

Bloc vers l'espace de travail: Entrée: Connecter le vecteur d'état x pour enregistrer les données de simulation pour une analyse ultérieure dans MATLAB.

IV.6.2 Disposition du diagramme :

Voici comment les blocs seraient connectés dans Simulink :

Bloc d'espace d'état :

- Entrée : Signal de commande u provenant du bloc de somme.
- Sortie : Vecteur d'état x vers le bloc de gain, le bloc Demux, le bloc oscilloscope et le bloc vers l'espace de travail.

Bloc de gain (K):

- Entrée : Vecteur d'état x provenant du bloc d'espace d'état.
- Sortie : Contribution du signal de commande $K*x$ vers le bloc de somme.

Bloc de somme (Loi de commande) :

- Entrée 1 : Sortie du bloc de gain (contribution de la loi de commande).
- Entrée 2 : Sortie du bloc de gain SMC (signal de commande SMC).
- Entrée 3 : Sortie du bloc de signal en escalier (perturbation).
- Sortie : Signal de commande u vers le bloc d'espace d'état.

Bloc de signal en escalier :

- Sortie : Signal de perturbation vers le bloc de somme.

Bloc de signe (Commande SMC) :

- Entrée : Premier élément du vecteur d'état $s(1)$ provenant du bloc Demux.
- Sortie : Résultat de la fonction signe vers le bloc de gain SMC.

Bloc de gain (Gain SMC) :

- Entrée : Sortie du bloc de signe.
- Sortie : Signal de commande SMC vers le bloc de somme.

Bloc intégrateur :

- Entrée : Dérivée dx calculée à partir de $Ax + Bu$.
- Sortie : Vecteur d'état mis à jour x .

Bloc Demux :

- Entrée : Vecteur d'état x provenant du bloc d'espace d'état.
- Sortie : Composants individuels de l'état, avec le premier composant d'état $s(1)$ connecté au bloc de signe.

Bloc oscilloscope :

- Entrée : Vecteur d'état x provenant du bloc d'espace d'état.

Bloc vers l'espace de travail :

- Entrée : Vecteur d'état x provenant du bloc d'espace d'état.

IV.4.7 Schéma de modélisation d'un système d'espace d'état dans Simulink :

4.7.1 Bloc de signe (Commande SMC) $s(1)$:

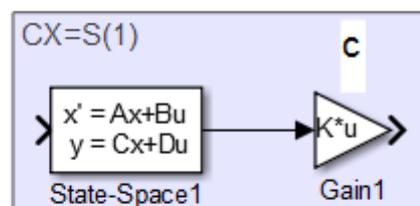


FIGURE IV. 18: BLOC DE S(1)

Avec :

Parameters

A:
A

B:
B

C:
C

D:
D

Initial conditions:
x

FIGURE IV. 19: LES VALEUR DE STATE SONT DEJA TAPER DANS NOTRE MATLAB PROGRAMME

4.7.2 Bloc de gain (Gain SMC) $10 * \text{signe}(s(1))$:

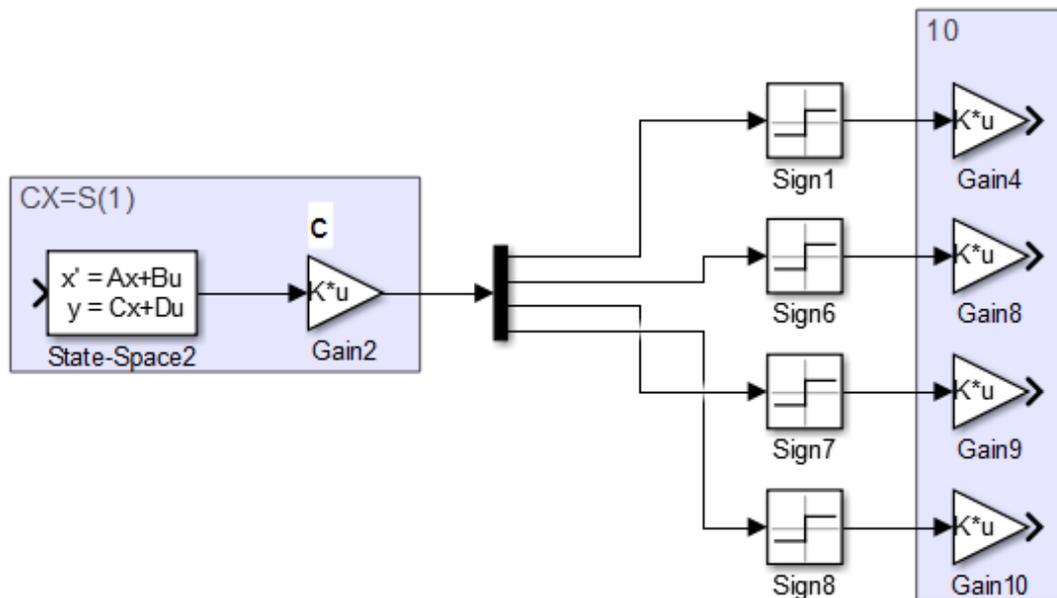


FIGURE IV. 20: BLOC DE $10 * \text{SING}(S(1))$

IV.7.3

Bloc de la signal de

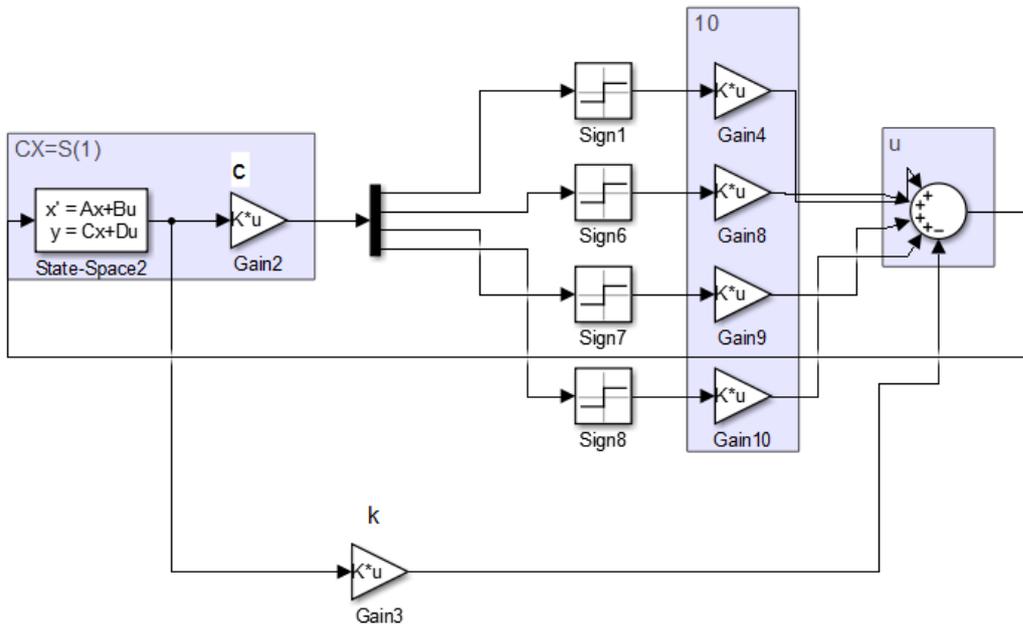


FIGURE IV. 214: BLOC DE LE SIGNAL DE COMMANDE U

commande u :

Ce modèle est pour : $u = -k \cdot x - 10 \cdot \text{signe}(s(1))$.

4.7.4 model final du simulink :

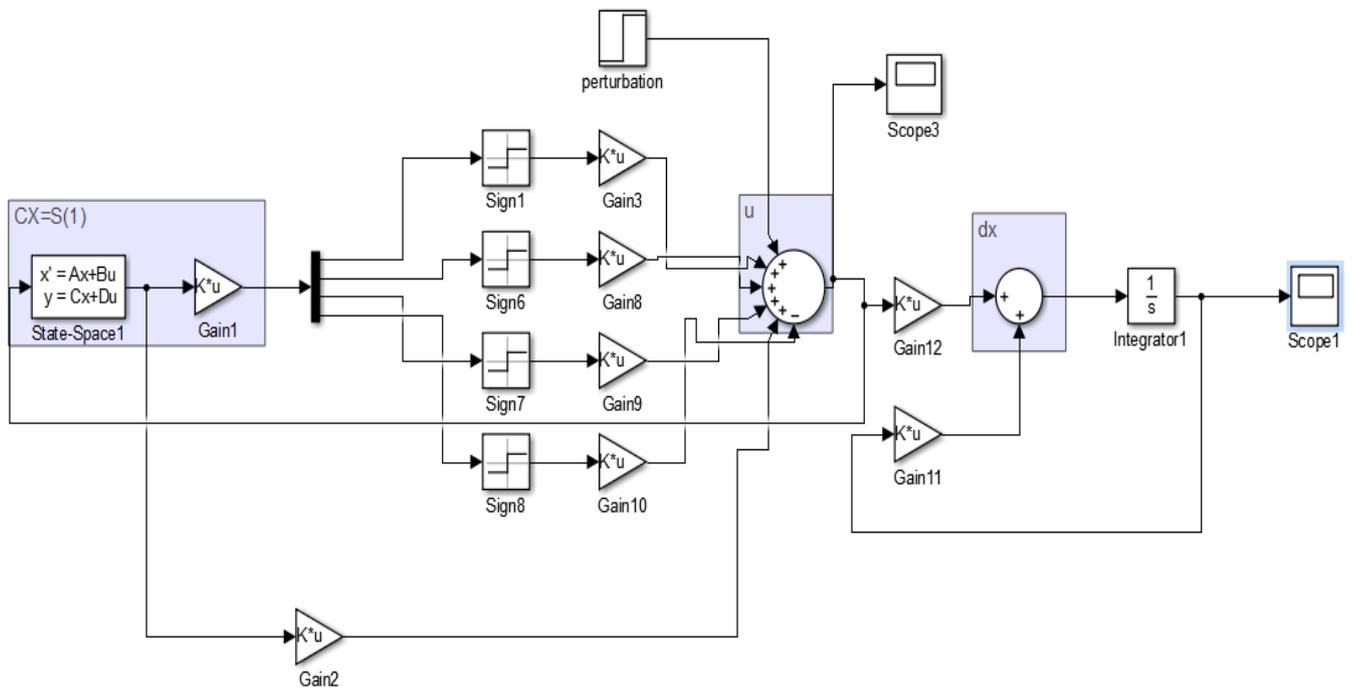


figure IV. 225 Schéma Bloc du Modèle Simulink pour la Commande d'un Système Dynamique.

Conclusion Générale

Dans ce mémoire, nous avons exploré la conception et la mise en œuvre de lois de commande pour stabiliser un avion Boeing 737-800 lors des phases critiques de vol, en particulier l'atterrissage en mode longitudinal. Nous avons commencé par établir un modèle mathématique basé sur des équations d'état linéarisées autour d'un point de fonctionnement stable, correspondant à l'approche finale pour l'atterrissage. Ce modèle longitudinal a permis de simuler les dynamiques de tangage, ainsi que la réponse des commandes de vol, notamment les gouvernes et les volets, qui jouent un rôle essentiel dans la stabilisation de l'avion.

Les lois de commande par mode glissant (SMC) ont ensuite été appliquées afin de garantir la robustesse du système face à des perturbations extérieures, comme des rafales de vent ou des turbulences. Les simulations réalisées avec MATLAB/SIMULINK ont montré que ces deux approches offrent une excellente stabilité, même en présence d'incertitudes dynamiques ou de conditions météorologiques défavorables. La commande modale a permis de contrôler avec précision les modes critiques du système longitudinal, tandis que la commande SMC a démontré sa robustesse face aux variations imprévues des conditions de vol.

En particulier, la commande SMC s'est avérée très efficace pour réduire les oscillations de tangage lors de la phase d'approche finale, assurant ainsi une descente plus douce et une meilleure tenue de l'avion sur sa trajectoire de descente. Cette approche, bien que légèrement sensible au bruit de mesure, a permis de maintenir les performances du système à un niveau élevé, tout en garantissant une sécurité accrue.

En conclusion, l'ensemble des résultats obtenus confirme l'efficacité de ces lois de commande pour garantir un atterrissage en toute sécurité et améliorer la précision du contrôle longitudinal du Boeing 737-800. Toutefois, des ajustements des gains et une optimisation des paramètres restent nécessaires pour affiner la performance en fonction des conditions réelles de vol.

Enfin, nous espérons que notre travail contribuera à l'enrichissement du domaine de la commande et du contrôle de vol, en particulier dans le contexte de l'aéronautique moderne.

Annexe A

Tableau 1 : Les dérivées dimensionnelles de la stabilité longitudinale

$X_u = \frac{-\bar{q}_1 s (C_{D_u} + 2C_{D_1})}{mU_1} (S^{-1})$	$M_u = \frac{\bar{q}_1 s \bar{c} (C_{m_u} + 2C_{m_1})}{I_{yy} U_1} \left(\frac{rad/S}{ft} \right)$
$X_{T_u} = \frac{\bar{q}_1 s (C_{T_{x_u}} + 2C_{T_{x_1}})}{mU_1} (S^{-1})$	$M_{T_u} = \frac{\bar{q}_1 s \bar{c} (C_{m_{T_u}} + 2C_{m_{T_1}})}{I_{yy} U_1} \left(\frac{rad/S}{ft} \right)$
$X_\alpha = \frac{-\bar{q}_1 s (C_{D_\alpha} - C_{L_1})}{m} \left(\frac{ft/S^2}{rad} \right)$	$M_\alpha = \frac{\bar{q}_1 s \bar{c} C_{m_\alpha}}{I_{yy}} (S^{-2})$
$X_{\delta_e} = \frac{-\bar{q}_1 s C_{D_{\delta_e}}}{m} \left(\frac{ft/S^2}{rad} \right)$	$M_{T_\alpha} = \frac{\bar{q}_1 s \bar{c} C_{m_{T_\alpha}}}{I_{yy}} (S^{-2})$
$Z_u = \frac{-\bar{q}_1 s (C_{L_u} + 2C_{L_1})}{mU_1} (S^{-1})$	$M_{\dot{\alpha}} = \frac{\bar{q}_1 s \bar{c}^2 C_{m_{\dot{\alpha}}}}{2I_{yy} U_1} (S^{-1})$
$Z_\alpha = \frac{-\bar{q}_1 s (C_{L_\alpha} + C_{D_1})}{m} \left(\frac{ft/S^2}{rad} \right)$	$M_q = \frac{\bar{q}_1 s \bar{c}^2 C_{m_q}}{2I_{yy} U_1} (S^{-1})$
$Z_{\dot{\alpha}} = \frac{-\bar{q}_1 s \bar{c} C_{L_{\dot{\alpha}}}}{2mU_1} \left(\frac{ft/S}{rad} \right)$	$M_{\delta_e} = \frac{\bar{q}_1 s \bar{c} C_{m_{\delta_e}}}{I_{yy}} (S^{-2})$
$Z_q = \frac{-\bar{q}_1 s \bar{c} C_{L_q}}{2mU_1} \left(\frac{ft/S}{rad} \right)$	$X_w = \frac{X_\alpha}{U_1}$
$Z_{\delta_e} = \frac{-\bar{q}_1 s C_{L_{\delta_e}}}{m} \left(\frac{ft/S^2}{rad} \right)$	$Z_{\dot{w}} = \frac{Z_\alpha}{U_1} \quad \text{et} \quad Z_{\ddot{w}} = \frac{Z_{\dot{\alpha}}}{U_1}$
	$M_w = \frac{M_\alpha}{U_1} \quad \text{et} \quad M_{\dot{w}} = \frac{M_{\dot{\alpha}}}{U_1}$

TABLEAU 4 : LES DERIVEES DIMENSIONNELLE DE LA STABILITE LONGITUDINALE

Paramètre	valeur	Unité	description
V	135	ft/sec	Vitesse de l'avion pendant l'atterrissage
S	1341	ft ²	Surface alaire
m	174200	lb	Masse de l'avion
ρ	0.002377	slug/ft ³	Densité de l'air
\bar{c}	11.52	ft	Corde aérodynamique moyenne
I _y	10.4×10 ⁶	slug.ft ²	Moment d'inertie autour de l'axe de tangage
CL	1.6		Coefficient de portance

TABLEAU 5: LES CARACTERISTIQUE AERODYNAMIQUE LONGITUDINALE DANS LA PHASE D'ATTERRISSAGE

Annexe B

1. la fonction de Lyapunov

- $V(x)$ est positive définie : $V(x) > 0$ pour $x \neq 0$, et $V(0) = 0$.
- La dérivée de $V(x)$ par rapport au temps, notée $\dot{V}(x)$, est négative semi-définie : $\dot{V}(x) \leq 0$ pour tout x .

La satisfaction de ces conditions indique que $V(x)$ agit comme une sorte d'énergie décroissante, permettant d'assurer la stabilité du système.

2. Application au Contrôle par Mode Glissant

Dans le cadre du SMC, le but est de forcer les trajectoires du système à atteindre une surface de glissement $S(x) = 0$ et de maintenir cette condition par la suite.

- Fonction de surface de glissement : $S(x) = 0$, où $S(x)$ est une fonction de l'état du système qui décrit la surface désirée.
- Choix de la fonction de Lyapunov: Une fonction de Lyapunov couramment utilisée dans le SMC est $V(x) = \frac{1}{2}S(x)^2$. Cette fonction est positive définie puisque $S(x)^2 \geq 0$, et elle est nulle uniquement lorsque $S(x) = 0$.

3. Condition de stabilité

La condition clé pour garantir la stabilité est de s'assurer que la dérivée temporelle de la fonction de Lyapunov est négative :

$$\dot{V}(x) = S(x)\dot{S}(x)$$

Pour satisfaire cette condition, le contrôleur est conçu de manière à ce que $\dot{V}(x) \leq 0$. Une approche courante est d'imposer une loi de commande qui force $\dot{S}(x) = -\eta \text{sign}(S(x))$, où η est un gain positif. Cela conduit à :

$$\dot{V}(x) = -\eta|S(x)|$$

Ce qui est toujours négatif, assurant la convergence vers la surface $S(x) = 0$.

4. Convergence

En raison de cette construction, la trajectoire du système atteint inévitablement la surface de glissement en un temps fini. Une fois sur cette surface, le contrôle par mode glissant maintient le système sur $\mathbf{S}(\mathbf{x})=\mathbf{0}$, assurant ainsi la stabilité de l'état du système.

Références :

[1]: FLY DYNAMIC 1 NELSON. 2001

[2]: BEKHITI BOOKS : Aeronautical systems and Control

[3] :Dr. Ing . Sonia Hmami : Asservissement de systèmes Linéaires 2018

[4]: Boeing Commercial Airplanes, « 747-8 Airplane Characteristics for Airport Planning », 2012

[5]: Asservissement par PID : Daniel Ross, Etienne Deguine, Michael Camus 30 mars 2010.

[6] : Généralités sur les systèmes nonlinéaires University Mohamed Boudiaf - M'sila .

[7] : Généralités sur la commande des systèmes non linéaires University Mohamed Khider

[8]: J. M. Maciejowski, Predictive Control: With Constraints. Prentice Hall, 2002..

[9]: RAGOUB Zahra LABIOD Imene : Commande par mode glissant dédiée à un système aéroélastique 2018

[10]: J.J.E. Slotine and W. Li. "Applied non-linear control", Book Prentice-Hall, Inc,1991.

[11] : Amar si Amour, Contribution de la commande par modes glissants d'ordre fractionnaire, Thèse de Doctorat, Université Mouloud Mammeri. Tizi-Ouzou, 2011.:

[12] : Åström K.J., Wittenmark. B, Adaptive control, NewYork: Addison-Wesley publishing company, 1995.

[13] : Aurélien D, "Etude de systèmes différentiels fractionnaires," Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy 1, 2010.

[14]: Axtell M., Bise M.E, Fractional calculus applications in control systems, the IEEE National Aerospace and Electronics Conference, New York, USA, pp. 563-566, 1990.:

[15]: Meraoumia Abdallah Lemita AbdallahDjari Abdelhamid : La commande par mode glissant basée sur la technique de réseau de neurones