



## MÉMOIRE

Présenté au

DÉPARTEMENT D'AÉRONAUTIQUE  
DE BLIDA

Par: M'hand HARZOUZ  
Belkacem RABHI

Pour obtenir le grade

d'INGÉNIEUR d'ÉTAT  
en AÉRONAUTIQUE

Option : PROPULSION

## THÈME

---

**Contribution a La Maintenance  
Conditionnel Par L'analyse Vibratoire  
(Contrôle Des Machines Tournante)**

---

Promoteur :

Mr. Abd Elkader KIRAD

Co-promoteur:

Mr. Rabah MAGRAOUI

Proposé par :



Soutenu en Octobre 2011

---



# Résumé

Ce travail représente un cas pratique d'une ligne d'arbre portant une turbine d'aspiration (Ventilateur) dont le but est de faire le diagnostic et l'équilibrage de cette machine.

L'aspect théorique est abordé on cite les causes des vibrations et les différents interventions d'équilibrage et de surveillance afin de pouvoir modéliser le problème avec un modèle linéaire mais plus réaliste et pour cela on a établie un programme avec MATLAB qui nous aide a mieux comprendre le comportement vibratoire de la machine d'une part, et de comparer les résultats avec la pratique d'autre part.

Finalement on termine, avec le suivi d'un cas pratique représenté par l'exploitation des données de surveillance vibratoire et l'historique de la machine qui va être suivi par une opération d'équilibrage selon les normes internationales.

# Abstract

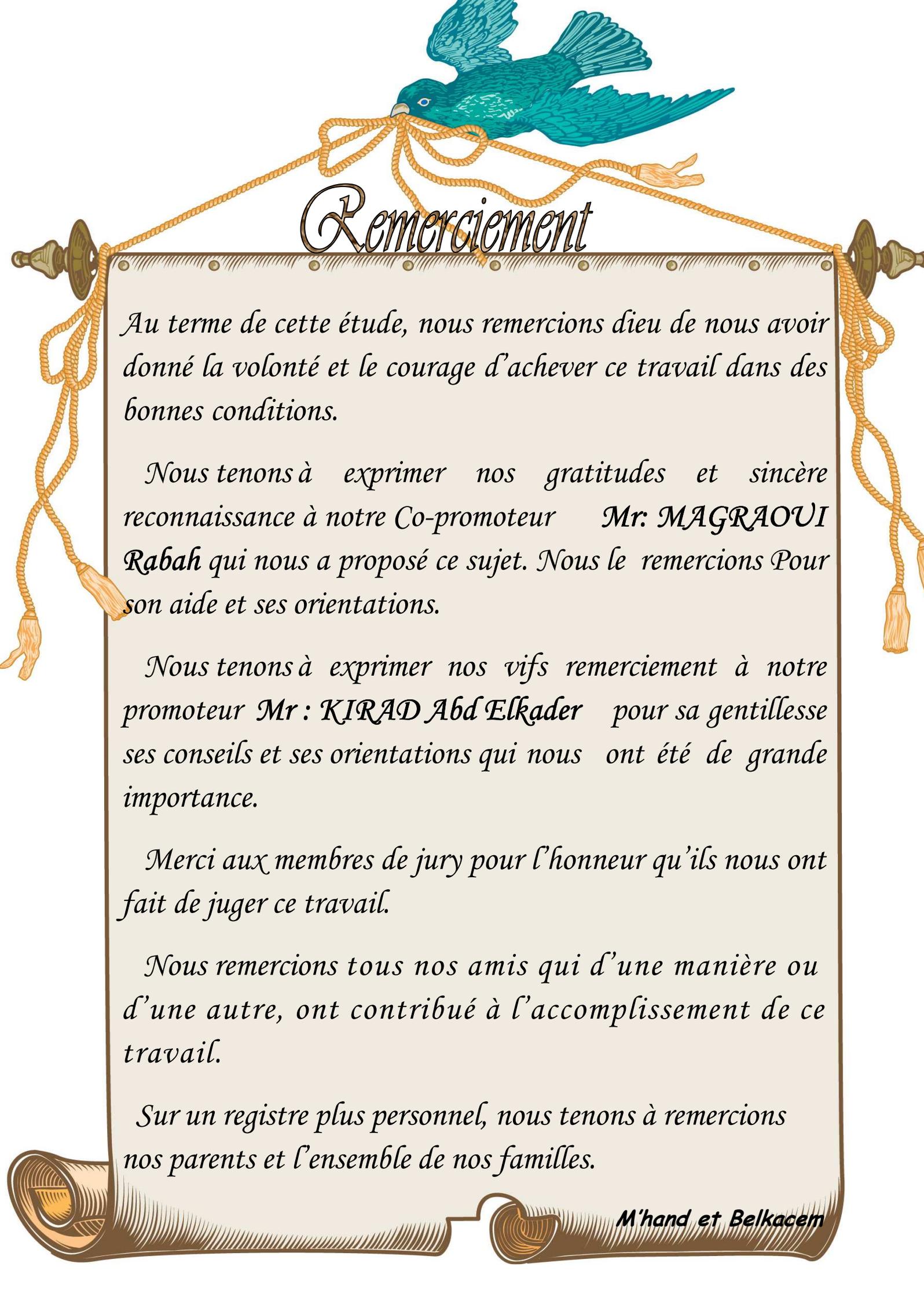
This work represents a practical case of a shaft assembly carrying an aspiration turbine (FAN), in which the goal is to make the diagnosis and the balancing of this machine.

We began with a description of the machine and its role and its different part.

The theoretical aspect is approached by quoting the causes of the vibrations and the different operations of balancing and monitoring, in order to have a linear model but more realistic, for this we established a program with MATLAB which helps us to better understand the vibratory behavior of the machine, and then compare the obtained results with the practical case.

Finally, we finish with the follow-up of practical case by operating the data of vibratory monitoring and the history of the machine, which will be followed by a balancing operation according to international standards.

Key words: turbine, shaft, diagnosis, balancing, monitoring, vibrations.



# Remerciement

*Au terme de cette étude, nous remercions dieu de nous avoir donné la volonté et le courage d'achever ce travail dans des bonnes conditions.*

*Nous tenons à exprimer nos gratitudee et sincère reconnaissance à notre Co-promoteur **Mr: MAGRAOUI Rabah** qui nous a proposé ce sujet. Nous le remercions Pour son aide et ses orientations.*

*Nous tenons à exprimer nos vifs remerciement à notre promoteur **Mr : KIRAD Abd Elkader** pour sa gentillesse ses conseils et ses orientations qui nous ont été de grande importance.*

*Merci aux membres de jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait de juger ce travail.*

*Nous remercions tous nos amis qui d'une manière ou d'une autre, ont contribué à l'accomplissement de ce travail.*

*Sur un registre plus personnel, nous tenons à remercions nos parents et l'ensemble de nos familles.*

*M'hand et Belkacem*



# Dédicaces

*Je tiens à dédier ce modeste travail à  
toute ma famille et à tous mes  
amis ...*

*Maha.*

# *Dedication*

*"A distinguished scientist tells you it can't be done, he is probably wrong. If a techno-nerd says it can be achieved, he is probably right."*

*To my grandma and my grandpa my kingdom of heaven in the life and in the hereafter*

*To my mother and my father my heaven in the life and in the hereafter*

*To Abbass my tower I trust in the life and in the hereafter*

*To my sisters Karima, Maroua, Safaa, Rania my queens in the life and in the hereafter*

*To my brothers Sofiane, Lamine my kings in the life and in the hereafter*

*To Oum Flk heir my eternal smile in the life and in hereafter*

*I thank them for their support, their companion-ship, and their love—they are my soul, my reason  
to live*

*BFFKACFM RABH?*

## Liste des figures

Fig. (I.01) : Régime transitoire (libre) ; régime transitoire ; permanent forcé périodique .....	5
Fig. (I.02) : schéma d'une machine électrique montre un rotor entre paliers. ....	9
Fig. (I.03): Turbine à gaz industrielle, rotor de la turbine libre de puissance .....	10
Fig. (I.05): Ligne de rotation .....	11
Fig. (I.06): Modes propres de corps solide et modes propres élastiques de rotor .....	13
Fig. (II-01) : le schéma de la machine.....	16
Fig. (II-02) : dimension de la machine.....	17
Fig. (II-03) : géométrie de l'arbre.....	19
Fig. (II-04): géométrie de la poulie réceptrice .....	20
Fig. (II-05) : géométrie de la turbine (ventilateur) .....	21
Fig. (II-06) : géométrie de Montage sans roulements .....	22
Fig. (II-07) : géométrie de Montage avec roulements .....	23
Fig. (III-01) : schéma cinématique et points de mesures de vibration .....	25
Fig. (III-02) : schéma représentative de montage .....	25
Fig. (III-03) : modèle du rotor .....	27
Fig. (III-04) : Repère de référence du disque sur l'arbre .....	28
Fig. (III-05) : Section droite de l'arbre.....	29
Fig. (III-06) : amortissement et raideurs des paliers.....	29
Fig. (III-07) : balourd.....	30
Fig. (III-08) : la masse parasite sur le disque rotor .....	31
Fig. (III-09) : repères d'inertie du rotor .....	32
Fig. (III-10) : Les dimensions du rotor .....	33
Fig. (III-11) : Les dimensions de la masse parasite .....	33
Fig. (III-12) : repère d'inertie du cylindre et c-d-g.....	34
Fig. (III-13) : repère d'inertie d'un parallélépipède et c-d-g .....	35
Fig. (III-14) : disque 1 du rotor et la masse parasite .....	36
Fig. (III-15) : le modèle réel et théorique .....	38
Fig. (III-16) : relation entre le taux de l'amortissement et la fréquence .....	41
Fig. (III-17) : système libre conservatif .....	42
Fig. (III-18) : système libre amortie .....	43
Fig. (III-19) : système forcé amortie .....	46
Fig. (IV-01) : Comparaison entre un transfert accélération/force mesuré et le même reconstitué par superposition modale .....	51
Fig. (IV-02) : cas d'une vibration complexe.....	53
Fig. (IV-03) : nature d'une vibration .....	54
Fig. (IV-04) : chaîne de mesure analogique.....	56
Fig. (IV-05) : chaîne de mesure numérique .....	57
Fig. (IV-06) : schéma de principe d'un accéléromètre.....	59
Fig. (IV-07) : Accéléromètres piézoélectriques (Documents Endevco) .....	60
Fig. (IV-08) : courbe de réponse d'un accéléromètre .....	61
Fig. (IV-09) : Schéma d'accéléromètre piézorésistifs.....	61
Fig. (IV-10) : Fixation du capteur sur palier .....	63
Fig. (IV-11) : Choix directionnel pour la prise de mesure.....	64
Fig. (IV-12) : direction favorisée pour transmission par poulies courroies.....	64

Fig. (IV-13) : Choix de l'emplacement du capteur.....	65
Fig. (IV-14) : Les surfaces de contacts avec les capteurs doivent être lisse et planes .....	65
Fig. (IV-15) : réponse d'un accéléromètre en fonction de la fréquence selon le mode de fixation.....	66
Fig. (IV-16) : ensemble rotor-liaisons-structure-capteurs pour l'équilibrage .....	68
Fig. (IV-17) : signaux pour équilibrage $\theta_t$ .....	69
Fig. (V.01) : Schéma cinématique et points de mesure de vibrations .....	75
Fig. (V.02) : Courbe de tendance - Palier Moteur .....	77
Fig. (V.03) : Courbe de tendance - Palier N°03.....	78
Fig. (V.04) : Courbe de tendance - Palier N°04.....	79
Fig. (V.05) : schéma explicatif de la NORMES VDI205 .....	82
Fig. (V.06) : Spectre pris le : 19 Octobre 2010 sur le palier moteur dans le sens horizontal.....	83
Fig. (V.07) : Spectre pris le : 19 Octobre 2010 sur le palier N°03 dans le sens vertical. ....	84
Fig. (V.08) : Spectre pris le : 19 Octobre 2010 sur le palier N°04 dans le sens horizontal .....	85

## Liste des tableaux

Tableau (II.1) : Les caractéristiques de l'arbre.....	19
Tableau (II.2) : Les inerties de l'arbre.....	19
Tableau (II.3) : Les moments principaux de l'arbre.....	19
Tableau (II.4) : Les caractéristiques de la poulie .....	20
Tableau (II.5) : Les inerties de la poulie .....	20
Tableau (II.6) : Les moments principaux de la poulie .....	20
Tableau (II.7) : Les moments principaux de la turbine.....	21
Tableau (II.8) : Les inerties de la turbine.....	21
Tableau (II.9) : Les caractéristiques de la turbine.....	21
Tableau (II.10) : Les moments principaux pour le Montage sans roulements.....	22
Tableau (II.11) : Les inerties pour le Montage sans roulements.....	22
Tableau (II.12) : Les caractéristiques pour le Montage sans roulements.....	22
Tableau (II.13) : Les moments principaux pour le Montage avec roulements .....	23
Tableau (II.14) : Les inerties pour le Montage avec roulements .....	23
Tableau (II.15) : Les caractéristiques pour le Montage avec roulements .....	23
Tableau (II.15) : Les données techniques des roulements.....	24
Tableau (III.1) : Les entrées de 1 <sup>er</sup> essai.....	49
Tableau (III.2) : Les résultats de 1 <sup>er</sup> essai .....	49
Tableau (III.3) : Les entrées de 2 <sup>eme</sup> essai.....	49
Tableau (III.4) : Les résultats de 2 <sup>eme</sup> essai.....	49
Tableau (III.5) : mesures des vibrations de la machine sans aucune masse parasite .....	50
Tableau (IV-01) : Critères de sélection des différents types d'accéléromètres.....	62
Tableau (V.01) : Niveau de vibrations sur les paliers .....	76
Tableau (V.02) : Niveau de balourd avant et après l'équilibrage .....	76
Tableau (V.03) : Seuils du jugement des vibrations.....	81

# NOMENCLATURE

<i>Symbole</i>	<i>Description</i>
F	force
$F_{cent}$	force centrifuge
M	la masse
R	le rayon d'un disque
$\Omega, \omega$	vitesse de rotation
K	constant de rigidité
C	coefficient de l'amortissement
X	déplacement axial
Y	déplacement radial horizontale
Z	déplacement radial verticale
$\rho$	La densité (masse volumique)
S	la section
V	le volume
T	énergie cinétique
U	énergie potentiel
$Q_i$	coordonnées généralisé
N	Nombre de tour, nombre de degré de liberté
$\psi, \theta, \phi$	Les angles de rotation
$I_{/o}$	Tenseur d'inertie
$U^*, W^*$	déplacement du centre géométrique
G	centre de masse
P	centre géométrique
O	centre de rotation
e	excentricité
$m_b$	masse balourd
$m, m_p$	masse parasite
L	lagrangien
$T_{gs}$	tenseur d'inertie exprimé dans le repère du système
$X_G, Y_G, Z_G$	coordonnées du centre de gravité

$a, b, c$	longueur du parallélépipède
$h$	hauteur
$C_{GS}$	vecteur du centre de gravité
$g$	la gravité
$\alpha$	Constant proportionnel de la masse (amortissement de Rayleigh)
$\beta$	Constant proportionnel de la rigidité (amortissement de Rayleigh)
$\zeta$	Taux d'amortissement
$C_{cr}$	coefficient d'amortissement
$\omega_0$	Pulsation propre
$\omega_d$	Pulsation amorti
$f$	Fréquence
$A$	amplitude
$A_c$	amplitude crête
$A_{cc}$	amplitude crête crête
$A_{eff}$	amplitude efficace
$\gamma, a$	accélération
$T_d$	temps entre le max de la composante fondamentale de la vibration et le front montant du train d'impulsion
$A_{k0}$	amplitude d'une vibration k lorsque la machine est dans un état dit initiale
$\varphi_{k0}$	Phase d'une vibration k lorsque la machine est dans un état dit initiale
$A_{kt}$	amplitude d'une vibration k lorsque un balourd test est disposé dans le plan I
$C_{kl}$	coefficient d'influence
$V_k$	vibration
$B_I$	balourd test
$M$	plan d'équilibrage

# SOMMAIRE

NOMENCLATURE.....	i
LISTE DE FIGURE ET TABLEAU .....	iii

INTRODUCTION GENERAL .....	1
----------------------------	---

## CHAPITRE I: GENERALITES.

I.1. DEFINITION DES VIBRATIONS .....	4
I.1.1. Les origines et les caractères des vibrations.....	4
I.2. LES CARACTERES DES MOUVEMENTS .....	4
I.2.1. Forces appliquées pendant un temps limité .....	4
I.2.2. Forces appliquées à partir d'un instant éloigné .....	6
I.3. INCONVENIENTS, AVANTAGES DES VIBRATIONS :.....	7
I.3.1. Les Inconvénients.....	7
I.3.2. Les avantages .....	7
I.4. MESURAGE DES VIBRATIONS .....	7
I.4.1 Descripteurs et capteurs .....	7
I.4.2. Eléments pour le choix d'un système de mesurage et d'analyse .....	8
I.5. ORIGINES DES BALOURDS .....	8
I.5.1. Rotors.....	9
I.5.2. Origine des balourds sur les rotors .....	11
I.6. DYNAMIQUE DE ROTORS .....	12
I.7. EFFETS DES BALOURDS SUR LES VIBRATIONS .....	14
I.7.1. Mouvement de rotor et vibration .....	14
I.7.2. Vibrations synchrones .....	14
I.7.3. Faux-ronds. Excentricité .....	15

## CHAPITRE II : DISCRIPTION DE LA MACHINE

II.1. DESCRIPTION DE LA MACHINE.....	16
II.2. NOMENCLATURE .....	16
II.2.1. Moteur électrique .....	16
II.2.2. poulie motrice .....	16
II.2.3. courroies .....	16
II.2.4. poulie réceptrice .....	17
II.2.5. palier & roulement .....	17
II.2.6. turbine .....	17
II.3. DIMENSION DE LA MACHINE .....	17
II.4. DESCRIPTION DU VENTILATEUR .....	18
II.5. CHOIX DES POINTS DE MESURES DE VIBRATIONS .....	18

II.6. DONNES TECHNIQUES PAR LE LOGICIEL CATIA .....	18
II.6.1. Arbre .....	19
II.6.2. Poulie réceptrice .....	20
II.6.3. Turbine (ventilateur).....	21
II.6.4. Montage sans roulements .....	22
II.6.5. Montage avec roulements .....	23
II.7. DONNES TECHNIQUES DES ROULEMENTS .....	24

### CHAPITRE III : MODELISATION

III.1. PRESENTATION DE LA MACHINE .....	25
III.2. MODELISATION.....	26
III.3. DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DES ELEMENTS DE ROTOR .....	27
III.3.1. le disque .....	27
III.3.2. L'arbre .....	29
III.3.3. Le palier .....	29
III.3.4. Balourd.....	30
III.4. CALCUL DES CARACTERISTIQUES DU ROTOR EQUIVALENT .....	30
III.4.1. Calcule des centres de gravité et des moments d'inertie .....	32
III.4.1.1. Calcule des inerties du systèmes .....	32
III.4.1.2. Détermination des raideurs des paliers .....	36
III.4.1.2.1. Les équations du mouvement du système .....	36
Le modèle réel .....	36
Le modèle théorique .....	38
III.4.1.3. Calcule de l'amortissement .....	40
III.5. RESOLUTION DES EQUATIONS DE MODELE THEORIQUE.....	42
III.5.1. Système libre conservatif $C=0, f(t)=0$ .....	42
III.5.2. Système libre amortie $f(t)=0, C \neq 0$ .....	43
Mouvement sous-amorti : $0 < \zeta < 1$ .....	45
Mouvement sur-amorti : $\zeta > 1$ .....	45
Mouvement avec amortissement : $\zeta = 1$ .....	46
III.5.3. Système forcé amortie $f(t) \neq 0, C \neq 0$ .....	46
III.6. DISCUSSION DES RESULTATS .....	50

### CHAPITRE IV : MESURE ET EQUILIBRAGE

IV.1. GENERALITES SUR LA DYNAMIQUE DES STRUCTURES.....	51
IV.2. CARACTERISTIQUES D'UNE VIBRATION .....	52
IV.2.1. Fréquence .....	52
IV.2.2. Amplitude .....	52
IV.2.2.1. Cas d'une vibration sinusoïdale.....	52
IV.2.2.2. Cas d'une vibration quelconque.....	53
IV.2.3. Nature d'une vibration .....	54
IV.3. LES MESURES EN VIBRATION .....	55
IV.3.1. Chaîne d'acquisition .....	55
IV.3.2. chaîne d'acquisition analogique .....	55

IV.3.3. chaîne de mesure numérique .....	57
IV.3.3.1.l'échantillonneur-bloqueur (E/B) .....	57
IV.3.3.2.le convertisseur analogique-numérique (CAN).....	57
IV.4. CAPTEURS DES VIBRATIONS .....	58
IV.4.1. Capteurs d'accélération.....	58
IV.4.2. Accéléromètres piézoélectriques .....	59
IV.4.3. Réponse d'un accéléromètre .....	60
IV.4.4. Accéléromètres piézorésistifs .....	61
IV.5. CHOIX DE L'EMPLACEMENT DE CAPTEURS .....	63
IV.5.1. Emplacement .....	63
IV.5.2. Efforts tournants .....	63
IV.5.3. Efforts directionnels. ....	63
IV.5.4. Consignes pour la fixation des capteurs .....	65
IV.5.5. Modes de fixation .....	66
IV.6. STRATEGIES DE SURVEILLANCE VIBRATOIRE .....	67
IV.6.1. Mesure vibratoire en niveau global .....	67
IV.6.2. Analyse temporelle.....	67
IV.6.3. Analyse spectrale :.....	67
IV.7. METHODE D'EQUILIBRAGE .....	67
IV.7.1. La méthode des coefficients d'influence .....	68
IV.7.1.1 Principe.....	68
IV.7.1.2.Définition des coefficients d'influence.....	68
IV.7.1.3.Calcul des balourds correcteurs .....	67
IV.7.1.4.Calcul des vibrations résiduelles .....	72
IV.7.1.5. Linéarité – Répétabilité .....	74

## CHAPITRE V : ETUDE DE CAS PRATIQUE

V.1. HISTORIQUE .....	75
V.2. LES COURBES DE TENDANCES.....	77
V.3. ETUDE DU CAS .....	80
Diagnostic de vibrations du: 19 Octobre 2010 .....	80
V.4. CORRECTION DU DESEQUILIBRE .....	80
V.5. LA NORME VDI 2056 .....	82
V.6. LES SPECTRES PRIS LE 19 OCTOBRE 2010.....	83
CONCLUSION.....	86
PERSPECTIVE ET PROBLEMES RENCONTRE.....	87

### ANNEXE

### BIBLIOGRAPHIE

### INTRODUCTION :

La finalité de la surveillance par analyse de vibrations a considérablement évolué ces dernières années. Initialement, cette surveillance était essentiellement destinée à permettre l'arrêt d'une machine avant qu'elle ne subisse des dégradations importantes. Cette protection est assurée par le déclenchement d'une alarme ou par l'arrêt de la machine si l'amplitude de la vibration (le plus souvent le déplacement relatif de l'arbre dans un palier) atteint des valeurs jugées excessives pour le bon fonctionnement ou l'intégrité de cette dernière. Elle est maintenant devenue le pilier d'une stratégie de maintenance : LA MAINTENANCE PREVENTIVE CONDITIONNELLE.

Dans ce concept de la maintenance, la surveillance doit non seulement remplir sa fonction initiale de « sécurité », qui devient alors secondaire, mais surtout permettre la détection précoce de défauts et le suivi de leur évolution dans le temps. La détection des défauts à un stade précoce offre la possibilité de planifier et de préparer les interventions nécessaires en les intégrant, si possible, dans les arrêts techniques de fabrication ou en provoquant des arrêts programmés à des moments opportuns, en fonction notamment des impératifs de production.

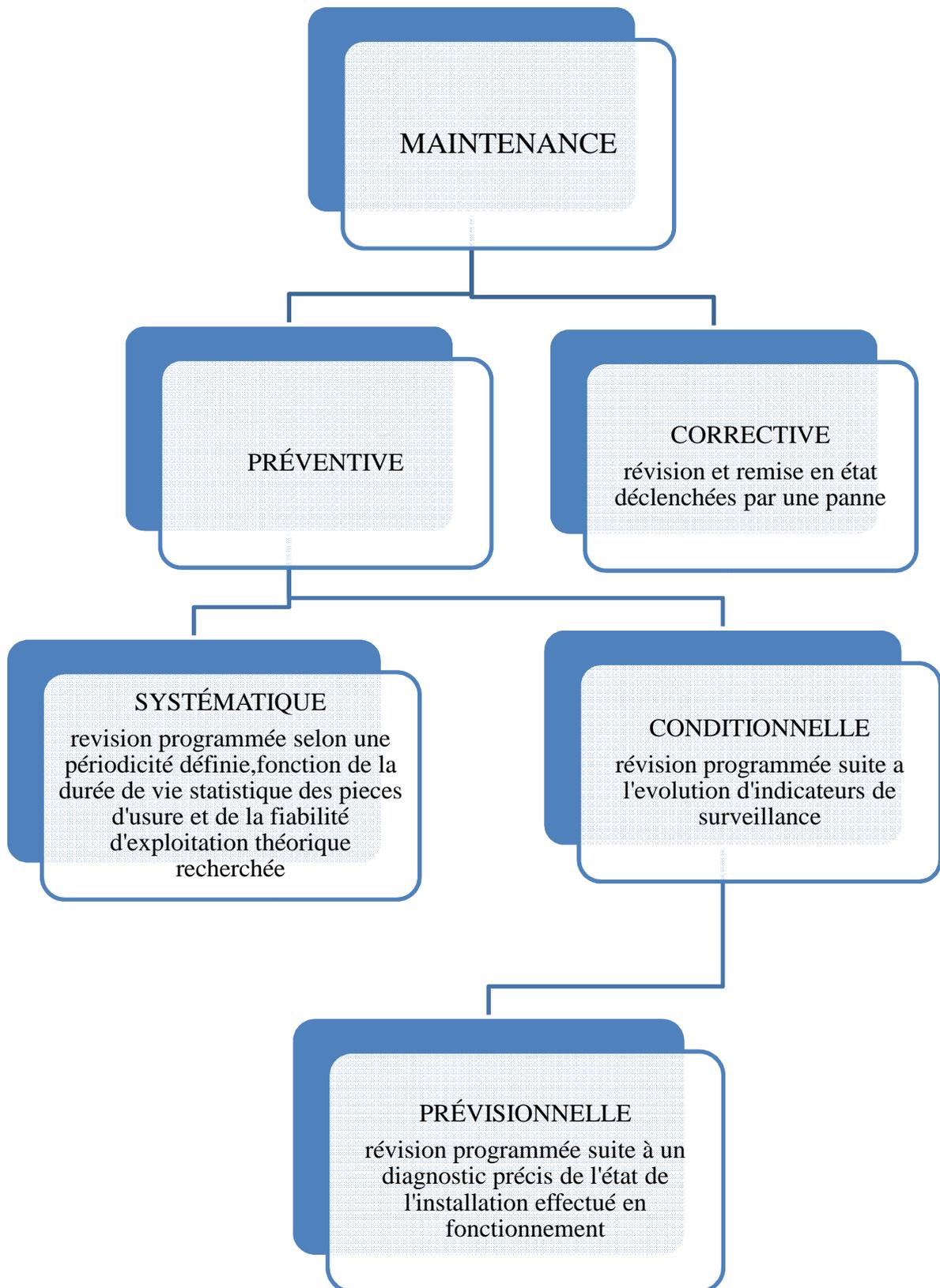
Si détecter l'apparition à un stade précoce d'un défaut et suivre son évolution présentent déjà un grand intérêt, l'exploitant ou l'ingénieur de maintenance désire de plus en plus connaître la nature du défaut et sa gravité pour prendre une décision. Il lui est en effet impératif, dans un contexte industriel difficile où la disponibilité des outils de production, l'absence de stock, et la réduction des coûts sont des objectifs stratégiques, de connaître de manière précise l'état du parc de machines dont il doit gérer la disponibilité et assurer la maintenance. La réponse à ces nouvelles exigences est du ressort du diagnostic.

Il y a en fait évolution du concept de maintenance préventive conditionnelle vers celui de maintenance prévisionnelle. Rappelons ici que l'on peut distinguer trois stratégies de maintenance prévisionnelle:

-De maintenance préventive systématique, les dates de révisions sont déterminées à partir des durées de vie statistiques des différentes pièces d'usure la constituant, indépendamment de l'état réel de la machine ;

-De maintenance préventive conditionnelle, un arrêt pour inspection ou remise en état n'est décidé que si les valeurs des indicateurs de surveillance retenus ont dépassé des valeurs limites ou seuils prédéfinis ;

-De maintenance prévisionnelle, la décision d'intervention et son degré d'urgence reposent sur l'identification préalable de défauts et sur l'estimation de leur gravité.



Il est également important de remarquer que mettre en place une maintenance conditionnelle ou prévisionnelle reposant sur une surveillance d'un niveau de fiabilité insuffisant revient dans les faits à pratiquer une maintenance corrective sans disposer de logistique adapté à cette forme de maintenance (disponibilité permanente d'une équipe d'intervention, des pièces ou équipements de rechange...).

Les fondements et la finalité du diagnostic et les moyens à mettre en œuvre (outils d'investigation, méthodologies, niveaux de qualification...) diffèrent fondamentalement de ceux de la surveillance .cependant, il n'est pas déraisonnable de penser que l'évolution des techniques d'investigation et des outils de surveillance associée à l'amélioration considérable des performances de la micro-informatique tende dans un avenir très proche, à rapprocher ces deux fonctions clés de la maintenance prévisionnelle que sont la surveillance et le diagnostic.ces évolutions techniques ainsi que le développement de l'intelligence artificielle devraient permettre d'associer dans un même système :

✓ - une unité (portable ou à poste fixe) d'acquisition multivoie, de prétraitement et de stockage des signaux délivrés par plusieurs types de capteurs (vibration, température, pression, débit, puissance ou courant électrique...).

✓ - une unité de traitement composé d'un logiciel de gestion des données et d'aide à la décision pilotant automatiquement les traitements des signaux et le calcul des indicateurs nécessaires à la formulation automatique d'un prédiagnostic élaboré.

## I.1) - DEFINITION DES VIBRATIONS :

La vibration est la variation avec le temps de l'intensité d'une grandeur caractéristique du mouvement ou de la position d'un système mécanique, lorsque l'intensité est alternativement plus grande et plus petite qu'une certaine valeur moyenne ou de référence.

### I.1.1) - Les origines et les caractères des vibrations mécaniques :

Le concept de force n'est pas simple ; en effet la force représente une action, une cause susceptible de modifier :

- Soit le mouvement d'un solide, d'un fluide,
- Soit la forme d'un solide.

Les forces ou actions extérieures, imposées au système mécanique  $\mathbf{M}$ , proviennent d'autres ensembles en contact direct avec  $\mathbf{M}$ , ou non (forces à distance dues à la gravité, forces électromagnétiques.....).

Dans les interactions entre solides, les impédances lient les forces aux vitesses de déplacement. De ce fait, les déplacements ou les vitesses de déplacement peuvent être, elles aussi, des causes imposées.

La rotation du rotor d'une machine tournante, engendre des accélérations qui sont appliquées aux masses et provoquent des forces d'inertie. Lorsque l'axe de rotation ne contient pas le barycentre massique, son accélération centripète provoque une force de balourd donc des mouvements périodiques dont la fréquence est égale à la vitesse de rotation  $\Omega$ . La rotation peut donc être une cause de vibrations.

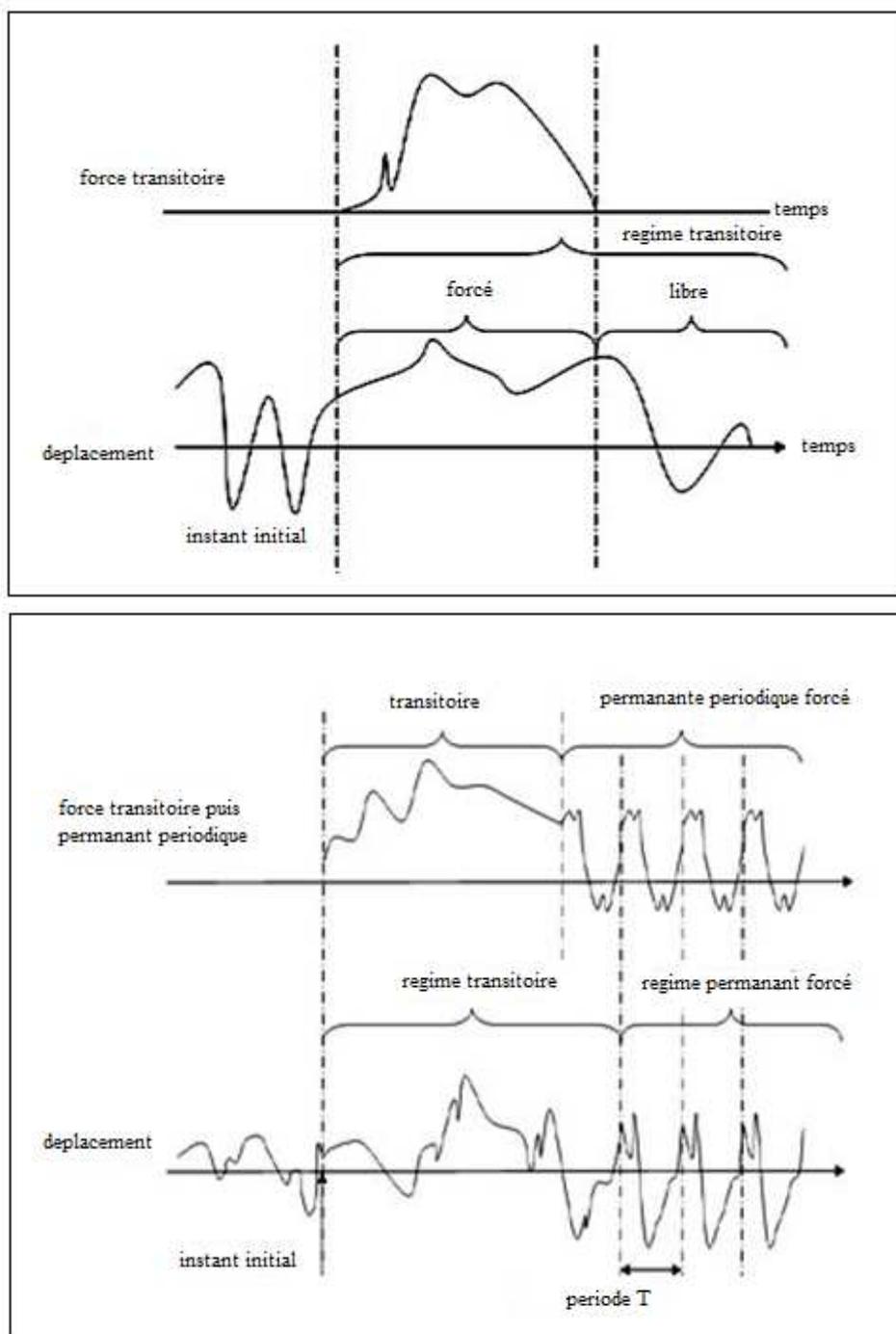
## I.2) - LES CARACTERES DES MOUVEMENTS :

Les caractères des mouvements dépendent des caractères des causes.

### I.2.1) - Forces appliquées pendant un temps limité :

Ces forces transitoires conduisent à des mouvements transitoires dont les caractères dépendent :

- Des forces, des conditions initiales à l'application des forces (état défini par les positions et les vitesses des éléments du système) et des caractéristiques mécaniques du système (masse, élasticités, amortissements) ; le régime est transitoire forcé.
- De l'état à l'instant de l'annulation des forces et des caractéristiques mécaniques du système ; le régime est libre.



**Fig. (I.01): Régime transitoire (libre) ; régime transitoire ; permanent forcé périodique**

**I.2.2) -Forces appliquées à partir d'un instant éloigné :**

Ces forces permanentes, appliquées avant le début du temps d'observation, conduisent à des mouvements permanents dont les caractères dépendent des forces et des caractéristiques mécaniques du système ; le régime est permanent forcé ; son état n'est pas obligatoirement stationnaire.

**Forces peuvent être de nature différente :**

- Périodiques :
  - En régime permanent forcé, les mouvements sont des vibrations permanentes dont les périodes sont égales aux périodes des forces.
  - En régime transitoire forcé, les mouvements sont des vibrations transitoires qui s'expriment par les périodes des forces et par les pulsations propres du système
- Quelconques, en particulier aléatoires

**Remarques sur les mouvements vibratoires :**

Les bruits sont "étrangers" à une situation voulue, ou acceptée ; les bruits peuvent être quelconques, le plus souvent aléatoires.

Une instabilité, essentiellement repérée par des amplitudes importantes évolutives ou non, pouvant provoquer des détériorations évolutives ou non, se place dans la catégorie des régimes libres, forces ou transitoires.

A titre d'exemple :

- Des balourds, des déalignages dans les machines tournantes à vitesse constante conduisent à des régimes permanents forcé ;
- L'écoulement d'un fluide dans une turbomachine peut conduire à un régime aléatoire, permanent ou non
- Le démarrage (montée en vitesse), ou l'arrêt d'une machine tournante conduit à un régime transitoire

### **I.3) - INCONVENIENTS, AVANTAGES DES VIBRATIONS :**

#### **I.3.1) - Les Inconvénients:**

- Les vibrations provoquent la fatigue des matériaux qui peuvent conduire à leur destruction prématurée.
- Les vibrations d'un élément de machine par rapport à un autre élément, peuvent provoquer leur contact.

#### **I.3.2) - Les avantages :**

- réduire les frottements
- dégazer (rupture des bulles dans les métaux liquides).
- Supprimer des contraintes résiduelles en traction et améliorer ainsi la tenue en fatigue des matériaux et des structures.
- Apprécier l'état mécanique d'un système (surveillance, diagnostic).

### **I.4) - MESURAGE DES VIBRATIONS :**

#### **I.4.1) - Descripteurs et capteurs :**

En industrie, les états vibratoires sont rarement repérés par les mesures des forces, mais plus classiquement par des descripteurs associés aux déplacements, aux vitesses ou aux accélérations.

Les vibrations absolues, rapportées à un référentiel fixe, sont mesurées par des systèmes à capteurs spécifiquement des accéléromètres et des velocimétries. Les vibrations relatives sont rapportées à un référentiel lié aux capteurs qui les mesurent ; ces capteurs sont dits « relatifs » ; ils mesurent des déplacements relatifs.

Pour des machines tournantes, la rotation permet les synchronisations utiles aux analyses. La rotation des rotors est repérée par un train d'impulsions générées par un capteur magnétique, photo-électrique... qui détecte le passage d'une marque fixée sur le rotor.

### I.4.2) -Eléments pour le choix d'un système de mesurage et d'analyse :

#### Choix d'un système :

Le choix d'un système de mesurage, de traitement et d'analyse des données doit être fait en considérant un but : surveillance, protection, diagnostic, connaissance des comportements des machines et de leurs éléments constitutifs.

#### Choix des grandeurs qui décrivent les vibrations :

- Mouvement : relatifs ou absolus
- Grandeurs : déplacements, vitesses ou accélérations ; en général pour la surveillance des machines tournantes, les déplacements sont adoptés pour les rotors et les vitesses pour les parties non rotatives
- Points et directions de mesurage : en général pour les machines tournantes deux capteurs dans des directions perpendiculaires, normales à la ligne de rotation, permettent l'évaluation des trajectoires des centres des rotors et des centres des parties non rotatives (paliers...).

Les choix doivent tenir en compte :

- Accessibilité des capteurs pour des testes de comportement
- De l'intérêt des redondances dans l'instrumentation
- De la fiabilité exigée
- De la nature des régimes de fonctionnement
- De la plage des grandeurs, maximum et minimum (dynamique de mesure)
- De la plage de fréquences des composantes spectrales et de la plage de leurs amplitudes
- De la plage des températures lors de l'exploitation de la machine et hors exploitation

### I.5) -ORIGINES DES BALOURDS :

Il est connu qu'une pièce « qui ne tourne pas rond » génère des efforts tournants dus aux balourds installés d'autant plus élevés que la vitesse de rotation augmente, Des vibrations de la machine en résultent

$$\text{Force centrifuge (N)} = \text{Masse (kg)} \cdot \text{Rayon (m)} \cdot \text{Vitesse de rotation}^2 \text{ (rad/s)}$$

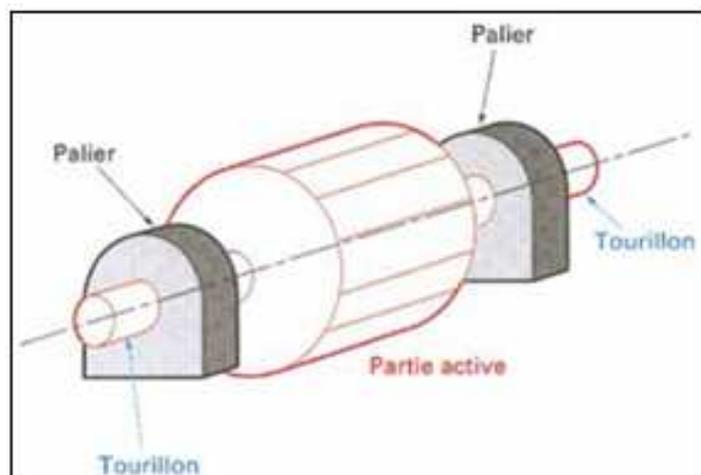
Sous l'effet des forces développées par les paliers pour s'opposer aux forces des balourds. La manifestation la plus connue en est le franchissement d'une « vitesse critique », coïncidence d'une fréquence propre du rotor et de la vitesse de rotation. Dans aucun cas il ne doit y avoir contact entre rotor et stator, et l'intégrité de l'installation en fatigue doit être respectée. La solution est l'équilibrage, action consistant à minimiser le balourd du rotor.

Ponctuellement, le problème est très simple. Il consiste à ramener le centre de masse sur l'axe de rotation. En général, les rotors présentent plusieurs roues, disques, masses, ou accouplements ... montés sur un arbre qui est plus long que le plus grand diamètre extérieur.

La difficulté rencontrée est que la distribution de balourd tout le long du rotor est inconnue et, par conséquent, que le balourd ponctuel ne peut être corrigé individuellement ! Une définition plus rigoureuse est donc que l'équilibrage est l'opération qui consiste à minimiser l'effet des balourds sur les vibrations du rotor et sur les efforts transmis aux paliers.

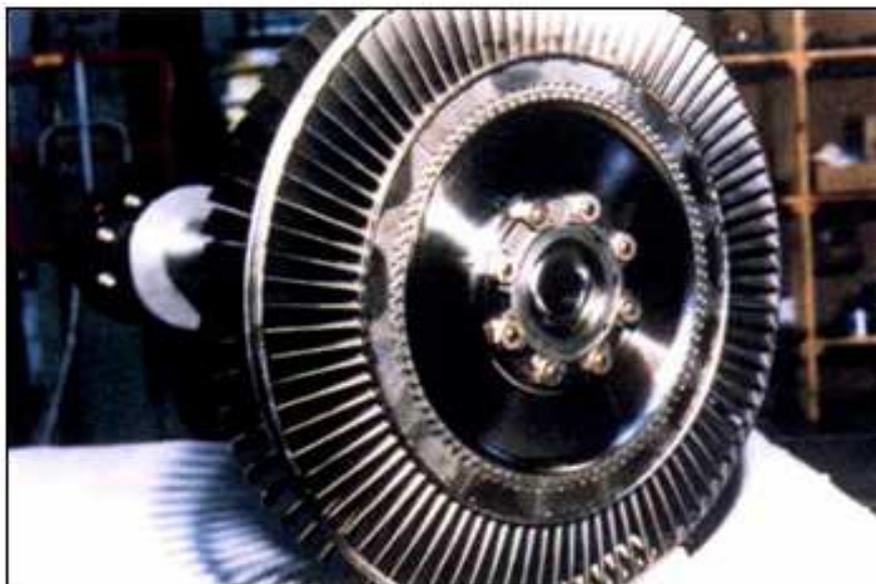
### I.5.1) -Rotors :

Un rotor est composé d'un arbre sur lequel sont montées les parties actives (roues, bobinages, engrenages, etc.). Il est maintenu dans le stator par des liaisons tournantes (des paliers radiaux et une butée axiale) ; les tourillons sont les parties de l'arbre en regard des paliers. Un accouplement en porte-à-faux transmet le couple d'entraînement.



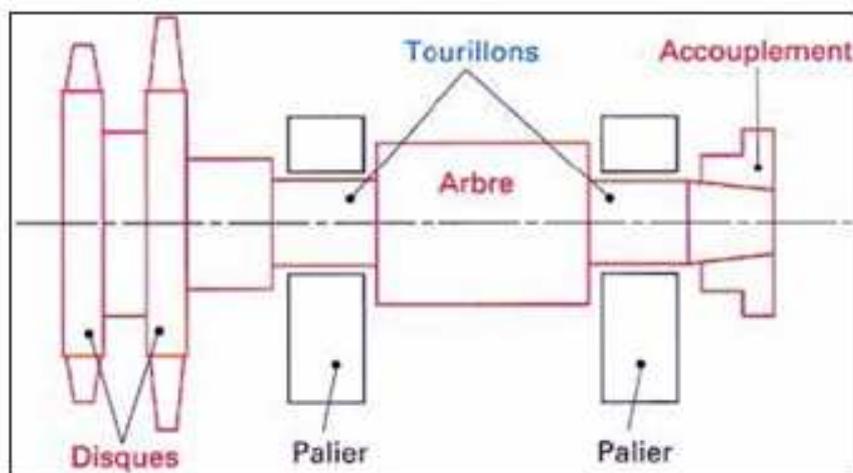
***Fig. (I.02) : schéma d'une machine électrique montre un rotor entre paliers.***

Les figures (I.03) et (I.04) montrent une configuration en porte-à-faux d'un rotor de puissance d'une turbine à gaz industrielle.



**Fig. (I.03):** (Turbine à gaz industrielle, rotor de la turbine libre de puissance)

Il existe d'autres configurations (rotors composites, en plusieurs tronçons, concentriques, sur un nombre plus élevé de paliers, etc.), mais cela ne change pas la nature du problème de l'équilibrage.



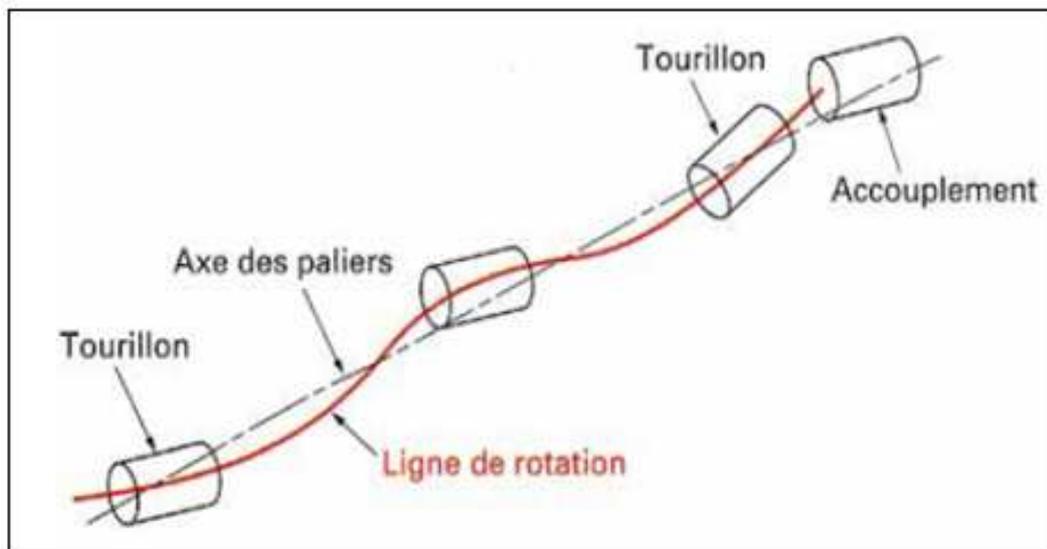
**Fig. (I.04):** (Schéma de rotor en porte-à-faux)

Le rotor est soumis, entre autres, à un ensemble d'efforts stationnaires radiaux de fonctionnement, comme le poids, une réaction de denture pour un engrenage, une attraction magnétique pour une machine électrique, des forces hydrodynamiques ou aérodynamiques pour des turbomachines, la résultante des paliers et de la butée, etc.

L'arbre se déforme sous l'effet de ces forces et chacun de ses tronçons tourne autour d'une position d'équilibre statique constituant la ligne de rotation figure (I.05). Cette ligne change avec les conditions de fonctionnement, mais, en aucun cas, elle ne représente une distribution de balourd par rapport à la droite passant par les centres des tourillons. Cette déformée a des effets induits par ailleurs (fatigue de l'arbre, modification des charges des paliers), mais pas sur la répartition de balourd.

### I.5.2) - Origine des balourds sur les rotors :

La distribution de balourd d'un rotor est liée à la position du centre de masse de chacun des tronçons élémentaires par rapport à la ligne de rotation, elle-même différente de l'axe géométrique passant par les centres des paliers figure (I.05). Les origines des balourds sont multiples. On pense souvent aux inhomogénéités de matériaux, mais d'autres causes, beaucoup plus courantes et plus fondamentales, sont illustrées par quelques exemples typiques.



***Fig. (I.05): Ligne de rotation.***

**I.6) -DYNAMIQUE DE ROTORS :**

Les arbres ont leurs caractéristiques propres de masse et de raideur ; les éléments rapportés ont leurs propriétés inertielles et sont soumis aux effets gyroscopiques ; les paliers ont leurs propriétés dynamiques (que l'on peut désigner par le terme d'impédance), comportant raideurs et amortissements.

Dans une turbomachine, le rotor tourne dans un fluide en mouvement qui interviendra aussi par des effets de masse ajoutée et d'impédance (interactions fluide-structure) au niveau des roues et des étanchéités. Cela conduit à la modélisation matricielle d'équilibre dynamique du rotor en flexion [relation (I.01)], avec une formulation de type aux éléments finis (poutres à 4 degrés de liberté par nœud, 2 déplacements radiaux et 2 pentes de la déformée, le déplacement axial et la rotation n'étant pas considérés ici.

$$[M]\{X\}'' + [C]\{X\}' + [K]\{X\} = \{F(t)\} \quad \dots\dots\dots (I.01)$$

Avec :

[M] (Kg et kg.m<sup>2</sup>) : matrice de masse et d'inertie

[C] (N.s /m et N.m.s/rad) : matrice d'amortissement, incluant les termes gyroscopiques

[K] (N/m et N.m/rad) : matrice de raideur radiale et angulaire

{X} (m et rad) : vecteur des déplacements nodaux, avec 2 translations et 2 pentes par nœud

{F(t)} (N et N.m) : vecteurs des efforts nodaux avec 2 forces radiales et 2 moments transversaux aux nœuds.

On retiendra ci-après deux éléments relatifs à la simulation numérique et particulièrement utiles à l'équilibrage.

**Fréquences propres et modes propres :**

Ce sont les solutions de l'équation d'équilibre dynamique sans second membre [équation aux valeurs propres-vecteurs propres (I.02)] :

$$[M]\{X\}'' + [C]\{X\}' + [K]\{X\} = \{0\} \dots\dots\dots (I.02)$$

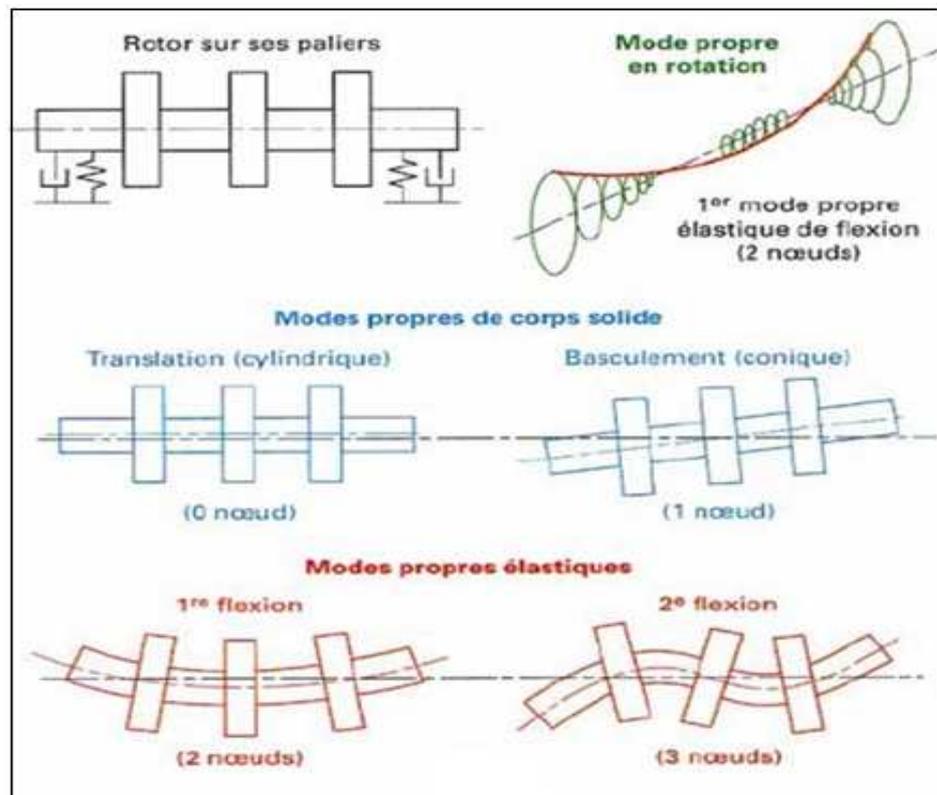
Les valeurs propres sont complexes et conjuguées deux à deux. Chaque partie imaginaire représente une fréquence propre (ou fréquence naturelle) et la partie réelle correspondante est l'amortissement associé.

Les fréquences propres dépendent de la vitesse de rotation par les effets gyroscopiques et les impédances des paliers.

Elles deviennent vitesses critiques s'il y a coïncidence avec une fréquence d'excitation et si leur amortissement est faible.

Les déformées modales tournent autour de la ligne de rotation en raison des effets gyroscopiques. Pour des paliers isotropes, les trajectoires sont circulaires, sinon elles sont elliptiques. La figure (I.06) montre la schématique des modes propres. Si un rotor travaille en dessous de son premier mode propre de flexion élastique (mode à 2 nœuds), on dit qu'il a un fonctionnement rigide, sinon le fonctionnement est supercritique.

En équilibrage, on s'intéresse à la position des fréquences propres par rapport à la vitesse de fonctionnement et aux vitesses d'équilibrage, ainsi qu'à la position des plans de correction par rapport aux nœuds.



**Fig. (I.06):** (Modes propres de corps solide et modes propres élastiques de rotor)

## **I.7) - EFFETS DES BALOURDS SUR LES VIBRATIONS :**

### **I.7.1) - Mouvement de rotor et vibration :**

Considérons tout d'abord un rotor possédant des modes propres de forme circulaire, la réponse à une distribution de balourd est une trajectoire qui tourne à la vitesse de rotation, de façon parfaitement synchrone avec le rotor lui-même.

Cela signifie que le rotor est déformé dans l'espace de façon statique, et qu'il tourne, ainsi fléchi, autour de sa ligne de rotation, aucune fatigue liée au balourd n'est induite dans le rotor.

La vibration n'apparaît que lorsqu'on regarde cette déformée tourner dans l'espace, depuis l'extérieur et suivant une direction fixe.

Si maintenant le rotor possède une dissymétrie ou des paliers anisotropes, il décrit alors une trajectoire elliptique, ce qui lui donne un peu de flexion alternée d'une amplitude égale à la différence des deux axes principaux de l'ellipse et à une fréquence double de celle de rotation.

### **I.7.2) - Vibrations synchrones :**

Les forces de balourd sont liées au rotor et tournent avec lui. Vues du stator, les vibrations générées par ces forces sont synchrones avec la rotation. Les signaux vibratoires issus des capteurs doivent, donc être filtrés sur la raie de rotation observée sur la répartition spectrale du signal.

Les deux modes de surveillance habituels des machines sont utilisables.

Lorsque des capteurs de déplacement de rotor sont installés sur les paliers, on mesure des vibrations relatives. Deux capteurs, à 90 degrés l'un de l'autre, permettent de connaître le grand axe de l'ellipse et la phase de la trajectoire.

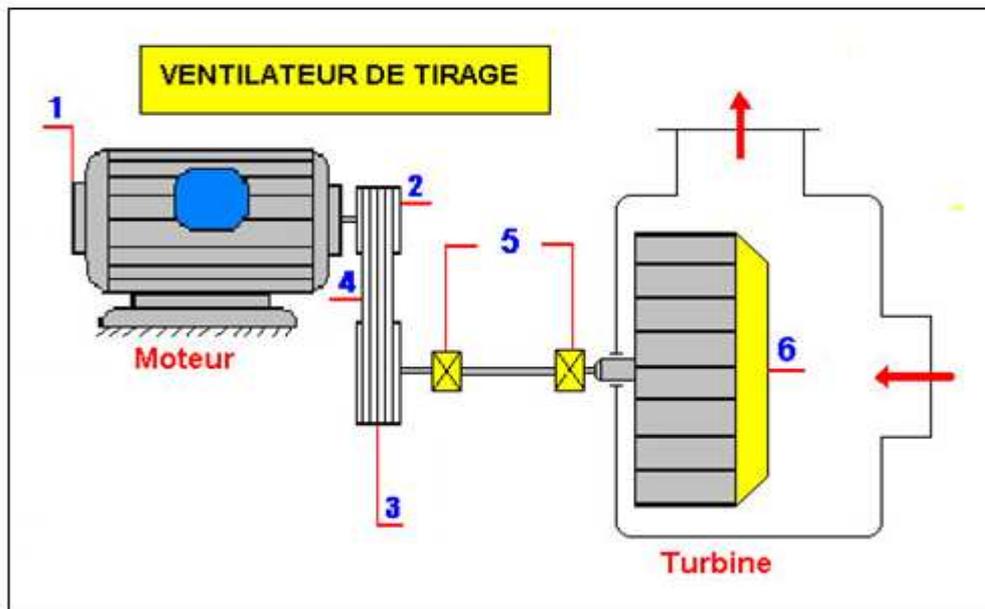
Lorsque des accéléromètres sont implantés, on mesure des vibrations sur parties fixes, conséquences de la transmissibilité des paliers.

**I.7.3) - Faux-ronds. Excentricité :**

Les mesures de vibrations relatives se font par des capteurs de type à courants de Foucault. La piste de détection a une influence dans la mesure, car elle a des défauts à la fois géométriques de circularité et de types métallurgique, magnétique et électrique.

Ce phénomène a généralement peu d'importance en équilibrage, car la décomposition en série de Fourier donne des taux harmoniques (qui sont un bruit du signal de mesure).

Tant que la mesure est effectuée sur le même diamètre que le tourillon, le niveau sera faible pour le fondamental qui est la seule composante qui peut entacher d'erreur une mesure relative au balourd par ce moyen (notamment pour un équilibrage in situ).

**II.1) - DESCRIPTION DE LA MACHINE :***Fig. (II.01) : le schéma de la machine***II.2) – NOMENCLATURE****II.2.1) -Moteur électrique :**

Marque : SIEMENS

Puissance : 15 KW

Vitesse de rotation : 1460 tr/min

Tension : 380 V

Intensité : 16.5 A

**II.2.2)- POULIE MOTRICE :**

Diamètre : 240 mm

Largeur : 50 mm

Nombre de gorges : 03

**II.2.3) COURROIES :**

Référence : SPA 2032

**II.2.4)- POULIE RECEPTRICE :**

Diamètre : 180 mm

Largeur : 50 mm

Nombre de gorges : 03

**II.2.5)- PALIER :**

Type de palier : Monobloc

Référence de palier : ST 100-110

Type de graisse : EP 2

**II.2.6)- TURBINE :**

Diamètre : 640 mm

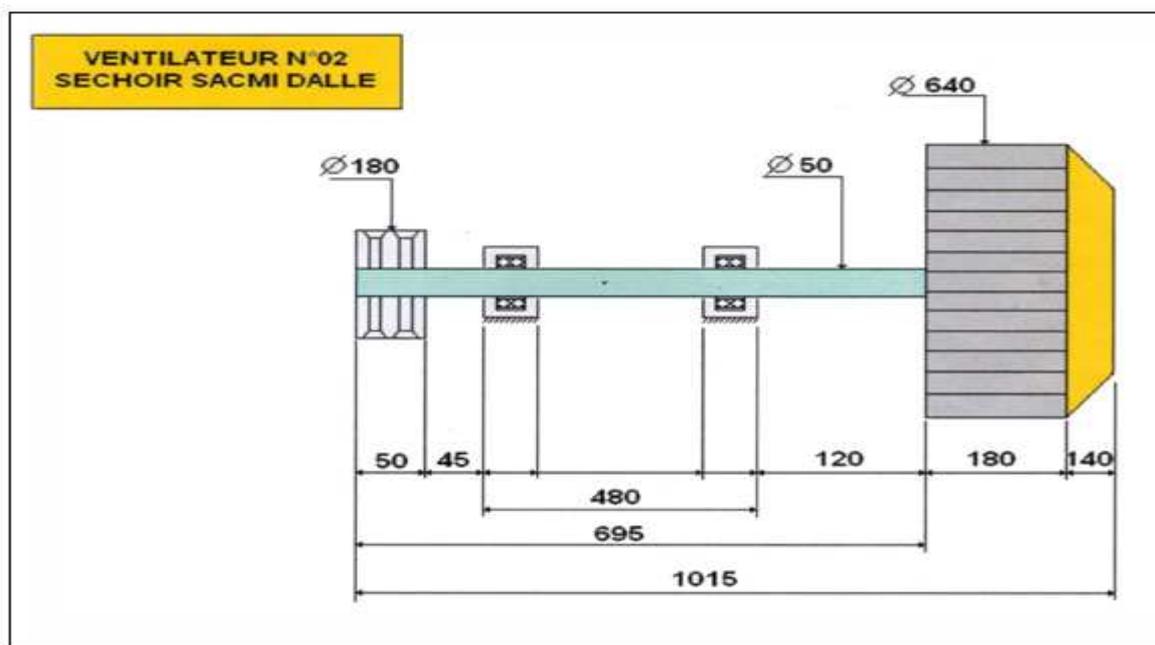
Largeur : 320 mm

Nombre de pales : 14

Vitesse : 32 .10 Hz (1926tr /min)

**II.3) -DIMENSION DE LA MACHINE :**

Le schéma suivant nous donne les dimensions de la machine



***Fig. (II.02) : dimension de la machine***

#### **II.4) - DESCRIPTION DU VENTILATEUR :**

Le ventilateur Séchoir Dalle N°02 est une machine stratégique dans la chaîne de production, positionnée sur un séchoir de préparation pour la production du carreau céramique d'une céramique situé à Bousmail, son rôle est l'admission de l'air chaud dans un séchoir de marque SACMI.

Le ventilateur est composée d'un moteur électrique asynchrone tournant a 1460 tr/min ( voir figure (II.01), et de puissance de 15 KW, transmis le mouvement par l'intermédiaire de deux poulies motrice et réceptrice, vers une ligne d'arbre portant une turbine d'aspiration des gaz brûlés, de diamètre de 640 mm et de largeur de 320 mm, tournant à une vitesse de 1926 tr/min, composé d'un seul rangé à 14 pales supporté par un palier monobloc.

#### **II.5) - CHOIX DES POINTS DE MESURES DE VIBRATIONS :**

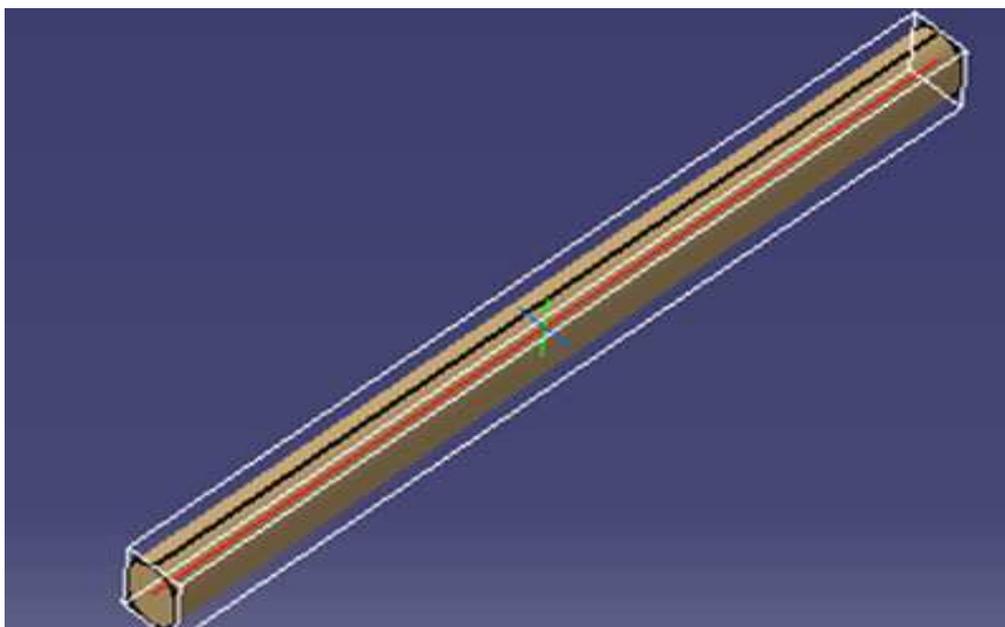
Les points de mesures de vibrations sont choisis de manière à obtenir le maximum d'informations concernant les conditions de fonctionnement de la machine, qui permet de cerner les pannes probables qui pourra avoir lieu sur le ventilateur. La figure (II.01), montre la chaîne cinématique et les points de mesures de vibrations prélevés sur les paliers et programmés dans deux directions, à savoir :

- Radiale horizontale.
- Radiale verticale.

#### **II.6) - Données techniques par le logiciel CATIA :**

Ces données représentent les calculs approximatifs donnés par le logiciel CATIA qui concerne les paramètres de la géométrie la masse et les matériaux

II.6.1) - Arbre



*Fig. (II.03) : géométrie de l'arbre*

**Tableau (II.1) :** Les caractéristiques de l'arbre

caractéristiques		Centre de gravité	
volumes	0.002 m <sup>3</sup>	Gx	390 mm
aire	0.126 m <sup>2</sup>	Gy	0 mm
masse	11.921 kg	Gz	0 mm
densité	7860 kg/m <sup>3</sup>		

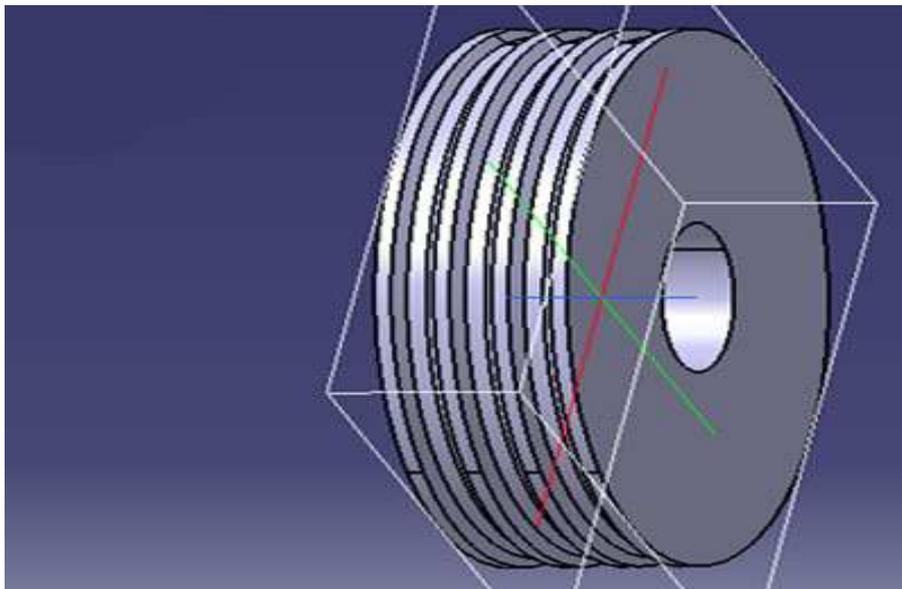
**Tableau (II.2) :** Les inerties de l'arbre

Inertie/G (kg×m <sup>2</sup> )					
I <sub>ox</sub> G	0.004	I <sub>oy</sub> G	0.606	I <sub>oz</sub> G	0.606
I <sub>xy</sub> G	6.605×10 <sup>021</sup>	I <sub>xz</sub> G	0	I <sub>yz</sub> G	-8.879×10 <sup>020</sup>

**Tableau (II.3) :** Les moments principaux de l'arbre

Moments principaux/G (kg /m <sup>2</sup> )					
M1	0.004	M2	0.606	M3	0.606

II.6.2) –La Poulie.



**Fig. (II.04): géométrie de la poulie**

**Tableau (II.4) : Les caractéristiques de la poulie**

caractéristiques		Centre de gravité (mm)	
volumes	0.001 m <sup>3</sup>	Gx	24.999
aire	0.087 m <sup>2</sup>	Gy	0
masse	8.895 kg	Gz	0
densité	7860 kg/m <sup>3</sup>		

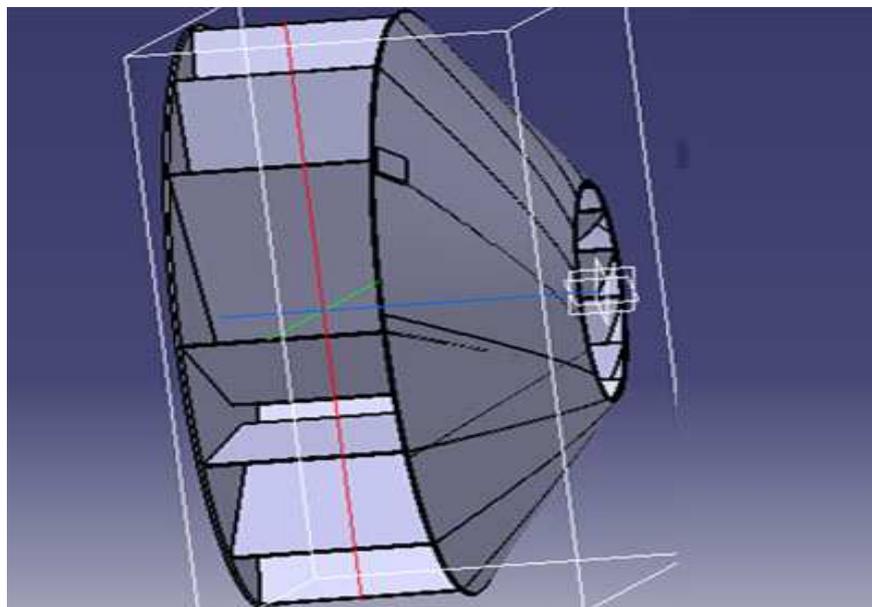
**Tableau (II.5) : Les inerties de la poulie**

Inertie/G (kg×m <sup>2</sup> )					
I <sub>ox</sub> G	0.038	I <sub>oy</sub> G	0.021	I <sub>oz</sub> G	0.021
I <sub>xy</sub> G	1.038×10 <sup>-019</sup>	I <sub>xz</sub> G	0	I <sub>yz</sub> G	2.065×10 <sup>-006</sup>

**Tableau (II.6) : Les moments principaux de la poulie**

Moments principaux/G (kg /m <sup>2</sup> )					
M1	0.021	M2	0.021	M3	0.038

II.6.3) -Turbine (ventilateur).



**Fig. (II.05) : géométrie de la turbine (ventilateur)**

**Tableau (II.7) : Les moments principaux du la turbine**

caractéristiques		Centre de gravité (mm)	
volumes	0.005m <sup>3</sup>	Gx	240.117
aire	3.169 m <sup>2</sup>	Gy	-1.053
masse	38.798 kg	Gz	-1.376
densité	7860 kg/m <sup>3</sup>		

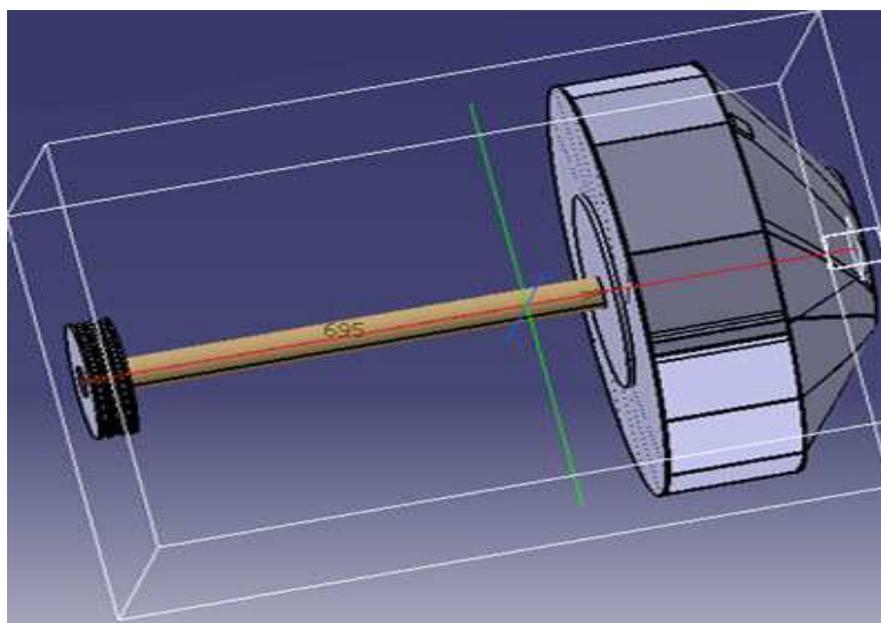
**Tableau (II.8) : Les inerties de la turbine**

Inertie/G (kg×m <sup>2</sup> )					
I <sub>ox</sub> G	1.403	I <sub>oy</sub> G	1.028	I <sub>oz</sub> G	1.033
I <sub>xy</sub> G	-0.002	I <sub>xz</sub> G	-0.001	I <sub>yz</sub> G	0.007

**Tableau (II.9) : Les caractéristiques de la turbine**

Moments principaux/G (kg /m <sup>2</sup> )					
M1	1.023	M2	1.038	M3	1.403

II.6.4) -Montage sans roulements.



**Fig. (II.06) :** géométrie de Montage sans roulements

**Tableau (II.10) :** Les moments principaux pour le Montage sans roulements

caractéristiques		Centre de gravité (mm)	
volumes	0.008 m <sup>3</sup>	Gx	170.028
aire	3.384 m <sup>2</sup>	Gy	-0.687
masse	59.724 kg	Gz	0.897
densité	7860 kg/m <sup>3</sup>		

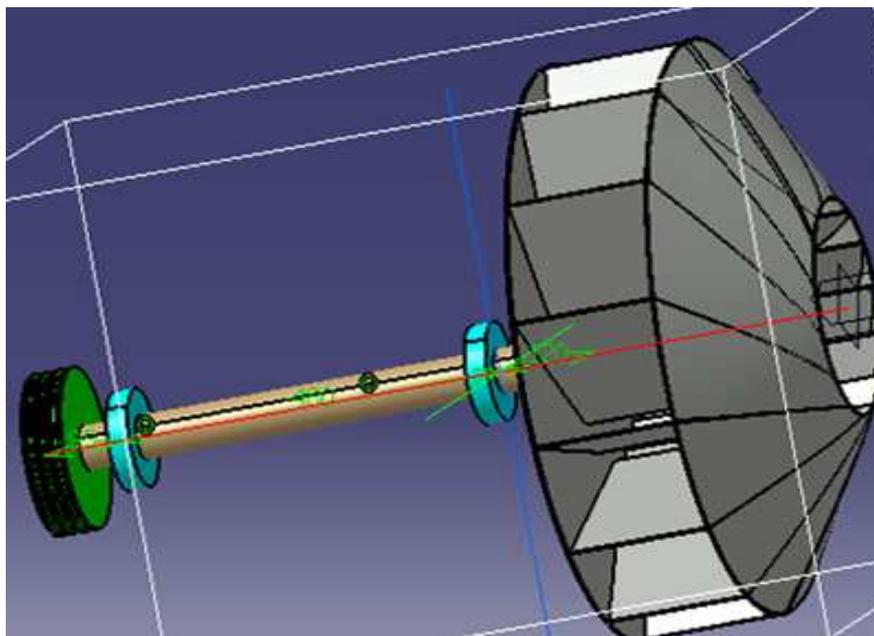
**Tableau (II.11) :** Les inerties pour le Montage sans roulements

Inertie/G (kg×m <sup>2</sup> )					
I <sub>ox</sub> G	1.442	I <sub>oy</sub> G	6.053	I <sub>oz</sub> G	6.058
I <sub>xy</sub> G	-0.01	I <sub>xz</sub> G	-0.011	I <sub>yz</sub> G	0.007

**Tableau (II.12) :** Les caractéristiques pour le Montage sans roulements

Moments principaux/G (kg /m <sup>2</sup> )					
M1	1.442	M2	6.048	M3	6.063

II.6.5) -Montage avec roulements :



**Fig. (II.07) :** géométrie de Montage avec roulements

**Tableau (II.13) :** Les moments principaux pour le Montage avec roulements

caractéristiques		Centre de gravité (mm)	
volumes	0.008 m <sup>3</sup>	Gx	206.725
aire	3.439 m <sup>2</sup>	Gy	0.841
masse	62.805 kg	Gz	0.661
densité	7860 kg/m <sup>3</sup>		

**Tableau (II.14) :** Les inerties pour le Montage avec roulements

Inertie/G (kg×m <sup>2</sup> )					
I <sub>ox</sub> G	1.45	I <sub>oy</sub> G	6.658	I <sub>oz</sub> G	6.656
I <sub>xy</sub> G	0.013	I <sub>xz</sub> G	0.009	I <sub>yz</sub> G	0.007

**Tableau (II.15) :** Les caractéristiques pour le Montage avec roulements

Moments principaux/G (kg /m <sup>2</sup> )					
M1	1.45	M2	6.65	M3	6.664

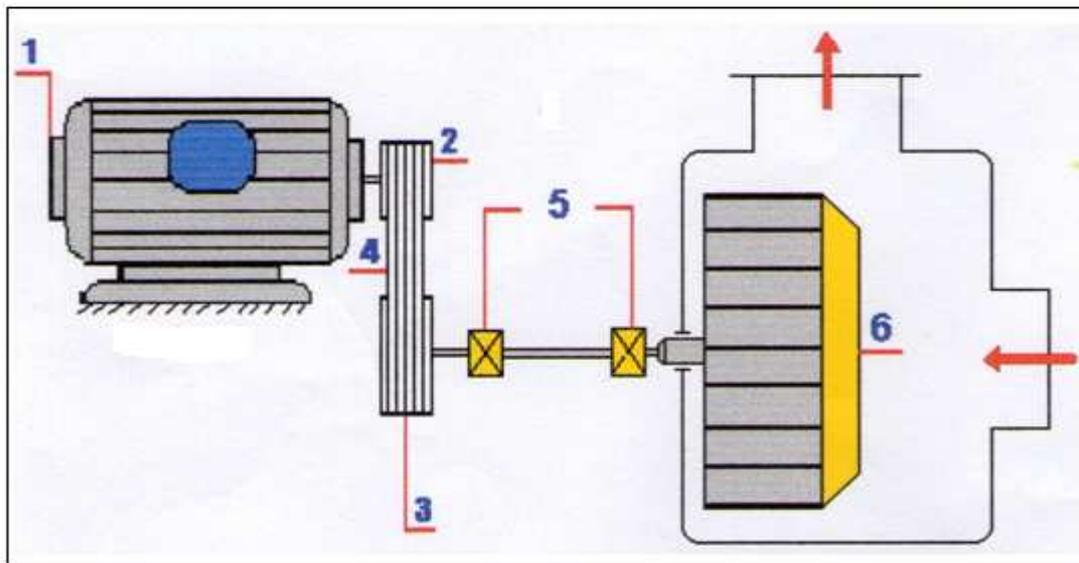
**II.7) -Donnés techniques des roulements :**

Ces donnés techniques sont fourni par SNR CATALOG.

**Tableau (II.15) :** Les donnés techniques des roulements

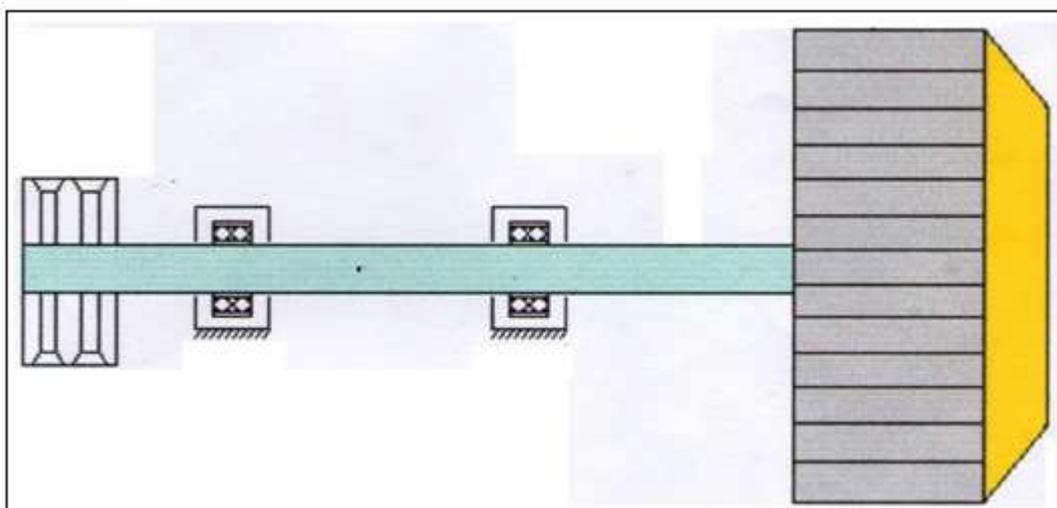
Roulement	6310
Diam alésage (d)	50 mm
Diam extérieur (D)	110 mm
largeur	27 mm
Diam primitif	80.2 mm
Nb corps roulant	8
Diam corps roulant	19.05 mm
Poids	1066 gr
Température min	-40 <sup>0</sup> C
Température de pointe	120 <sup>0</sup> C
Vitesse limite huile	7100 Tr/min
Vitesse limite graisse	5800 Tr/min
Capacité dynamique ISO	6200 dan
Capacité statique ISO	3800 dan

## III.1) -PRESENTATION DE LA MACHINE :



***Fig. (III.01) : schéma cinématique et points de mesures de vibration***

- 1- Moteur électrique
- 2- Poulie motrice
- 3- Poulie réceptrice
- 4- Courroies
- 5- Paliers (roulements)
- 6- turbine



***Fig. (III.02) : schéma préventive de montage***

**III.2) -MODELISATION :**

Les phénomènes de base principaux, caractéristiques de la dynamique des rotors sont présentés en utilisant un exemple simple mais réaliste modélisé par des équations faciles à résoudre à la main, l'influence de l'amortissement est présentée à l'aide d'un modèle théorique représenté par l'amortissement de Rayleigh ou l'amortissement proportionnel.

Les équations générales du mouvement d'un rotor sont obtenues à partir des équations:

L'énergie cinétique **T**

L'énergie de déformation **U**

Les forces centrifuges **F<sub>cent</sub>**

Une méthode numérique choisie qu'est la méthode énergétique

Les équations de Lagrange sont appliquées sous la forme suivante :

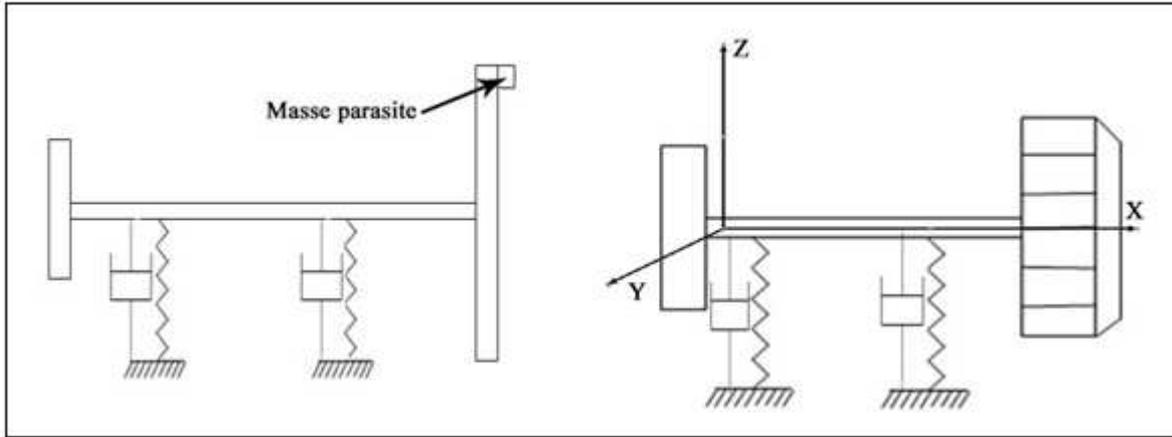
$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left( \frac{\partial T}{\partial q_i} \right) + \left( \frac{\partial U}{\partial q_i} \right) = F q_i \dots\dots\dots \text{(III.1)}$$

Ou ( $1 \leq i \leq N$ ) **N** est le nombre de degrés de liberté, **q<sub>i</sub>** sont les coordonnées généralisées indépendantes, **q<sub>i</sub>** sont les forces généralisées et ou « ' » désigne une dérivé par rapport au temps

Il s'agit du modèle présenté sur la figure (III.3) **R<sub>s</sub>(O,X,Y,Z)** est le repère galiléen, l'axe du rotor est suivant l'axe **X**, et la vitesse de rotation est constante. Un seul degré de liberté est utilisé pour chaque déplacement dans les directions **Y** et **Z**.

Le rotor est supposé rigide repose sur un appui élastique « palier ». Il est constitué :

- D'un arbre de longueur **L** et de section circulaire constante
- D'un disque symétrique comportant un balourd « masse parasite »
- D'un palier



**Fig. (III.03) : modèle du rotor**

**III.3) -DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DES ELEMENTS DE ROTOR :**

Les éléments de base d'un rotor sont : disque, arbre et palier. Le balourd qui ne peut pas être complètement évité doit aussi être pris en compte. Les expressions de l'énergie cinétique sont nécessaires pour caractériser disque, arbre et balourd. L'énergie de déformation est nécessaire pour caractériser les paliers.

**III.3.1) – le disque :**

Le disque est supposé rigide et donc caractérisé par son énergie cinétique,

$R_s(O, X, Y, Z)$  est un repère galiléen et  $R_1(X_1, Y_1, Z_1)$  un repère fixé au disque figure(III.4). Le système de coordonnées  $(X_1, Y_1, Z_1)$  est relié au système de coordonnées  $(X, Y, Z)$  par l'intermédiaire des angles  $\psi, \theta, \phi$ . Pour déterminer la position du disque, on tourne initialement d'un angle  $\psi$  autour de l'axe  $Z$ , puis d'un angle  $\theta$  autour du nouvel axe  $X_1$  noté  $X_0$ ; enfin d'un angle  $\phi$  autour de l'axe de rotation propre du disque  $Y_1$  Le vecteur rotation instantanée traduisant la position du repère  $R_1(X_1, Y_1, Z_1)$  est :

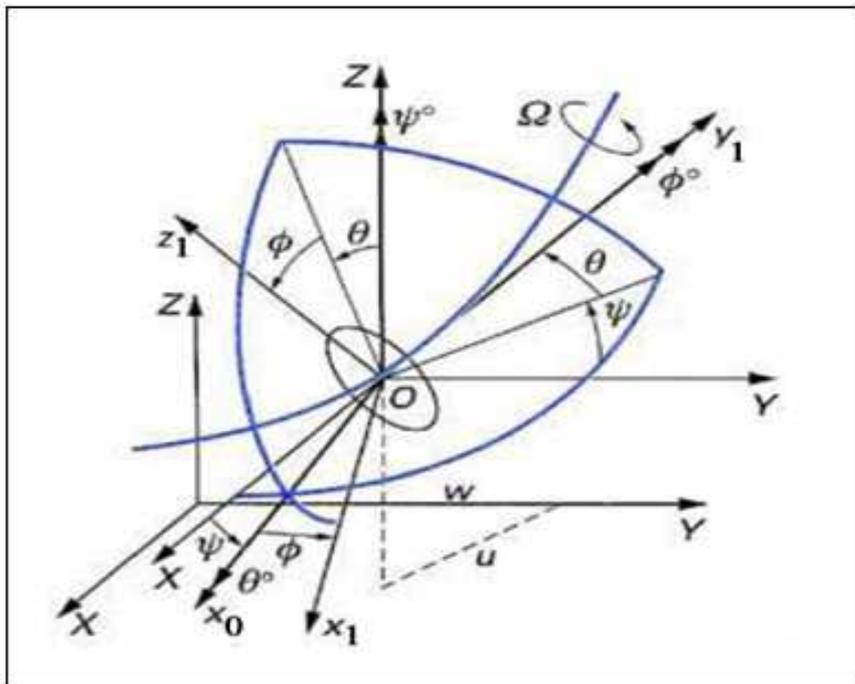
$$\vec{w}_{Rs/R1} = \psi'Z + \theta'X_0 + \phi'Y_1 \dots\dots\dots (III.2) \quad [1]$$

L'énergie cinétique du disque correspondant à son mouvement autour du centre de masse **O** est calculée en utilisant le repère **R<sub>s</sub>**. Dans ce repère, le vecteur rotation instantanée est :

$$\vec{\omega}_{R_s/R_1} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\psi' \cos\theta \sin\phi + \theta' \cos\phi \\ \phi' + \psi' \sin\theta \\ \psi' \cos\theta \cos\phi + \theta' \sin\phi \end{bmatrix} \dots\dots\dots (\text{III.3})$$

Par ailleurs, la masse du disque est **M<sub>d</sub>** et son tenseur d'inertie en **O**, comme **(X<sub>1</sub>, Y<sub>1</sub>, Z<sub>1</sub>)** sont les directions principales d'inertie, a comme expression :

$$I_{/o} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(\text{III.4})$$



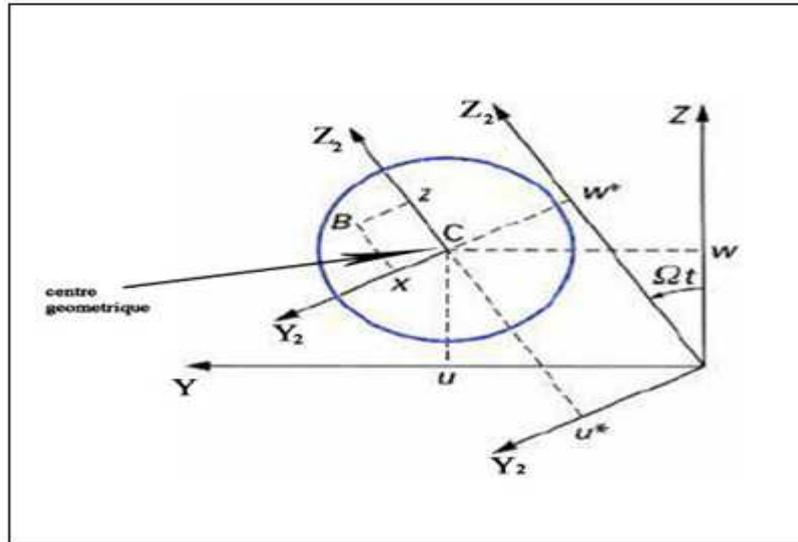
**Fig. (III.04) : Repère de référence du disque sur l'arbre**

**III.3.2) - L'arbre :**

L'arbre est représenté par une poutre de section circulaire et est caractérisé par l'énergie cinétique et supposé rigide, c.-à-d, qu'elle n'a pas une énergie de déformation ( $\mathbf{K}=\mathbf{0}$ ).

C : est le centre géométrique

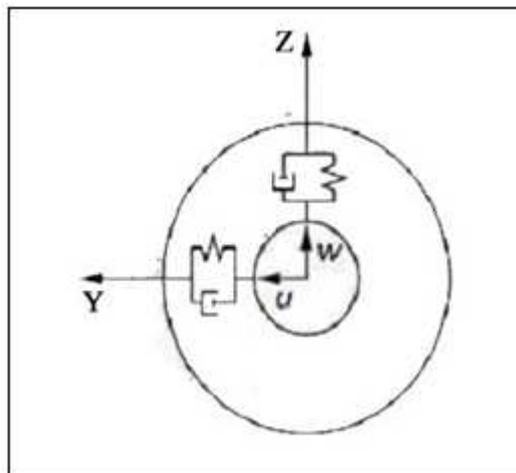
$U^*$  et  $W^*$  sont les déplacements du centre géométrique par rapport aux axes  $Y_2, Z_2$



**Fig. (III.05) : Section droite de l'arbre**

**III.3 .3) –Le palier :**

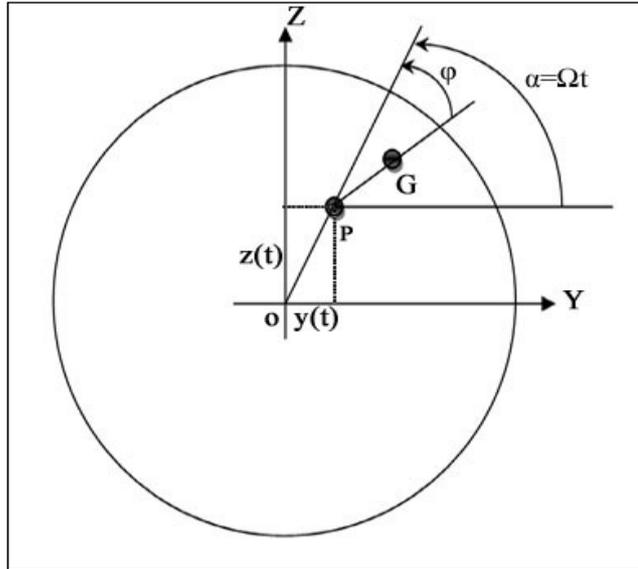
Il est supposé élastique c.-à-d. qu'il a une masse négligeable et une déformation, ces caractéristiques représente les paramètres des raideurs et de l'amortissement.



**Fig. (III.06) : amortissement et raideurs des paliers**

**III.3.4) Balourd :**

Le balourd est dû à une masse  $m_b$  située à la distance  $d$  du centre rotation de l'arbre .La masse reste dans un plan perpendiculaire à l'axe  $X$  et sa coordonnée selon l'axe  $X$  est constante.



**Fig. (III.07) : balourd**

**G** : centre de masse

**P** : centre géométrique du disque

**O** : centre de rotation

D'où :

$$\begin{cases} YG = y(t) + e \cos \Omega t \\ ZG = z(t) + e \sin \Omega t \end{cases} \dots\dots\dots (III.5)$$

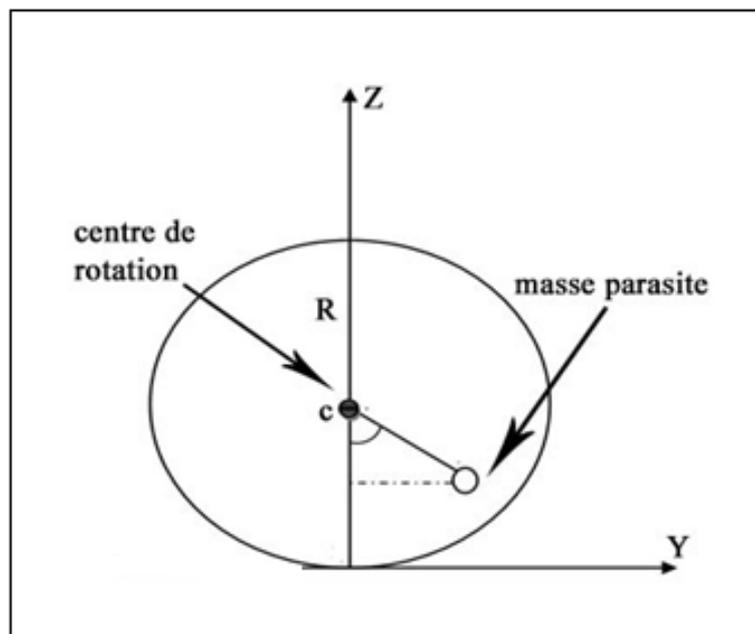
**III.4) -CALCUL DES CARACTERISTIQUES DU ROTOR EQUIVALENT :**

Le model équivalent est établie on suppose que le rotor est constitue des disques, ces disques on les mêmes propriétés de l'inertie que le model réel, c.-à-d. que le model équivalent a presque les mêmes valeurs des moments d'inertie du rotor réel, et pour cela on a conçue un program en MATLAB qui nous aide a calcule les moments d'inertie.

Comme le centre de gravité est confondu avec le centre de rotation cela ne provoque aucun déplacement c'est le cas théorique c.-à-d. on pas des vibrations.

Pour pouvoir formulé cette déplacement nous devons avoir un déplacement du centre de gravité par rapport au centre de rotation cela va provoquer des déplacements et par suite nous avons des vibrations.

Si on ajoute une masse parasite, cette masse qui va contribuer aux déplacements de centre de gravité par rapport au centre de rotation qui va provoquer des vibrations dans le rotor, la masse parasite est disposée sur le disque 1 (ventilateur) et considéré comme un parallélépipède rectangulaire.



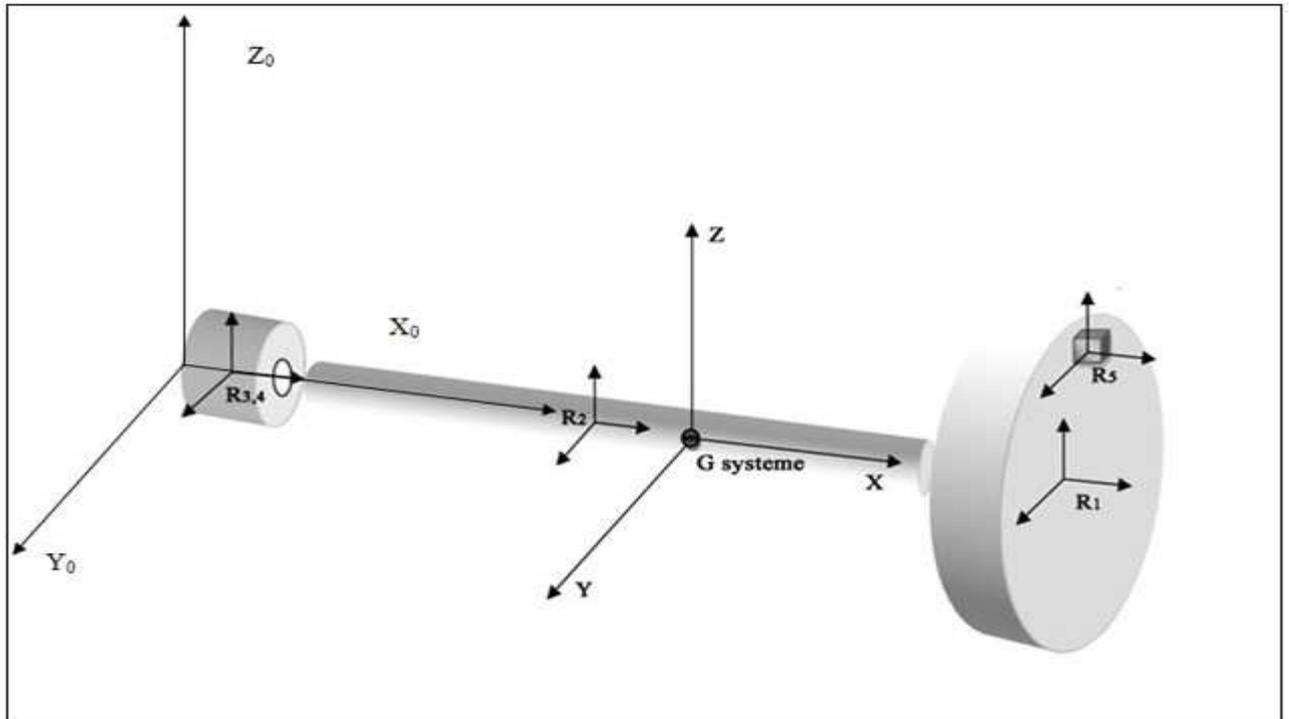
***Fig. (III.08) : la masse parasite sur le disque rotor***

- ❖ Les centres de gravité représentent l'excentricité du rotor.

### III.4.1) -Calcul des centres de gravité et des moments d'inertie :

#### III.4.1.1) -Calcul des inerties du système :

Pour simplifier l'étude et les calculs on a pris ce modèle équivalent au rotor étudié en gardons les mêmes propriétés et grandeur de masse



***Fig. (III.09) : repères d'inertie du rotor***

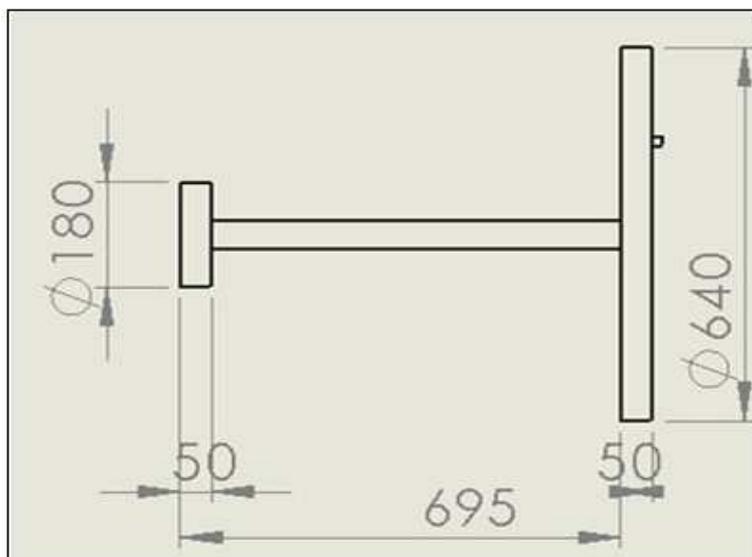
On calcule les moments d'inertie de chaque corps (1,2, 3, 4,5)

**Le corps 1 :** représente le disque du turbine ou ventilateur considéré comme un cylindre (coque ou vide) de masse égale à la masse ventilateur

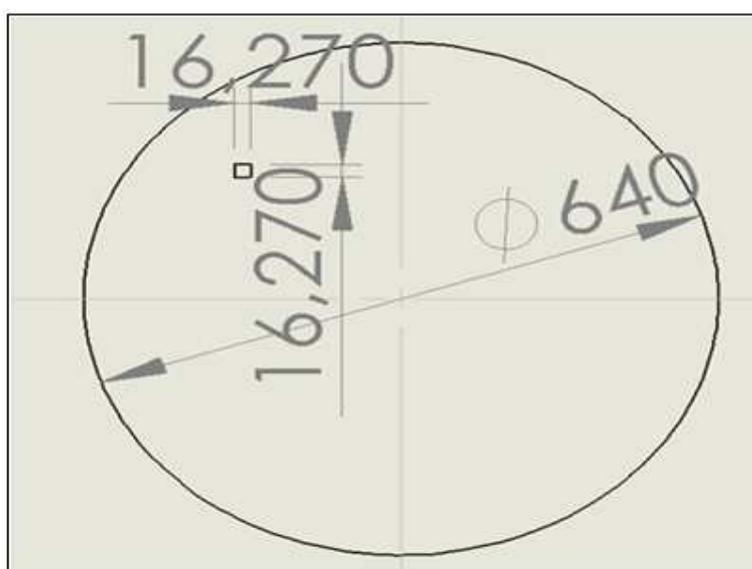
**Le corps 2 :** représente l'arbre

**Le corps 3 et 4 :** représente la poulie

**Le corps 5 :** représente la masse parasite considère comme un parallélépipède rectangulaire



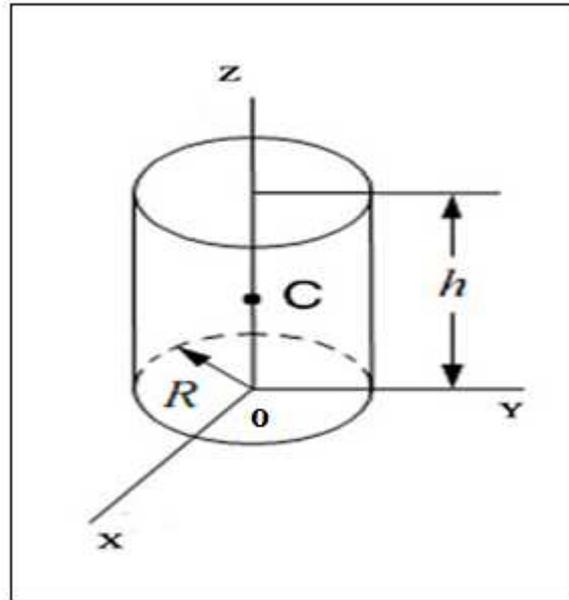
**Fig. (III.10) : Les dimensions du rotor**



**Fig. (III.11) : Les dimensions de la masse parasite**

Pour un cylindre les moments d'inertie par rapport a son centre de gravite sont donnés par :

$$I_g = M \cdot \begin{bmatrix} \frac{R^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \end{bmatrix} / R \text{ solide} \dots\dots\dots \text{(III.6)}$$



**Fig. (III.12) :** repère d’inertie du cylindre et c-d-g

Pour calculer le moment d’inertie par rapport au centre de gravité du système on fait une translation des axes on applique le **théorème de Huygens**

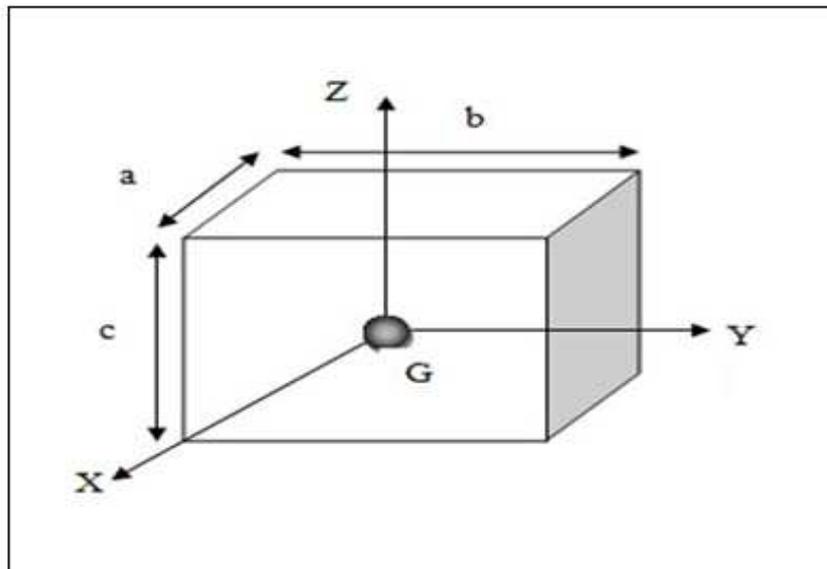
❖ Théorème des axes parallèles (Huygens) s’écrit comme :

$$I_{gs} = M \cdot \begin{bmatrix} \frac{r^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r^2}{4} + \frac{e^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r^2}{4} + \frac{e^2}{12} \end{bmatrix} /R \text{ solide} + M \cdot \begin{bmatrix} (Y_G^2 + Z_G^2) & 0 & 0 \\ 0 & (X_G^2 + Z_G^2) & 0 \\ 0 & 0 & (X_G^2 + Y_G^2) \end{bmatrix} /R \text{ solide} \dots\dots (III.7)$$

$X_G, Y_G, Z_G$  : sont les coordonnées du C-D-G exprime dans le repère  $S$  (repère choisi)

- Pour les moments d’inertie d’un parallélépipède rectangle :

$$I_g = M \cdot \begin{bmatrix} (b^2 + c^2) & 0 & 0 \\ 0 & (c^2 + a^2) & 0 \\ 0 & 0 & (a^2 + b^2) \end{bmatrix} /R \text{ solide} \dots\dots\dots (III.8)$$



**Fig. (III.13) :** repère d'inertie d'un parallélépipède et c-d-g

- Le théorème des axes parallèles (Huygens) pour un parallélépipède peut être exprimé comme suit :

$$I_{gs} = M \cdot \begin{bmatrix} (b^2 + c^2) & 0 & 0 \\ 0 & (c^2 + a^2) & 0 \\ 0 & 0 & (a^2 + b^2) \end{bmatrix}_{/R \text{ solide}} + M \cdot \begin{bmatrix} (Y_G^2 + Z_G^2) & 0 & 0 \\ 0 & (X_G^2 + Z_G^2) & 0 \\ 0 & 0 & (X_G^2 + Y_G^2) \end{bmatrix}_{/R \text{ solide}} \quad \dots(III.9)$$

- Les résultats obtenu après les calculs avec le MATLAB sont :

$$I_G = \begin{bmatrix} 2.0739 & 0 & 0 \\ 0 & 5.7662 & 0 \\ 0 & 0 & 5.7663 \end{bmatrix}_{/R} \text{ Kg. m}^2 \quad \dots\dots\dots (III.10)$$

**R<sub>G</sub> ou R :** est le repère du système exprime dans C-D-G

**Le centre de gravite du système :**

Pour une masse parasite de **0.033854 Kg** avec distance de **71.5 mm** par rapport au centre de rotation

$$C_{Gs} = \begin{bmatrix} 0.5729506209 \\ 0.0000305214 \\ 0.0000276421 \end{bmatrix} m \dots\dots\dots (III.11)$$

Cette valeur peut être variable en fonction de la position de la masse parasite dans le plan **Y, Z** pour la même valeur de la masse et peut varier selon **X** pour une masse différente

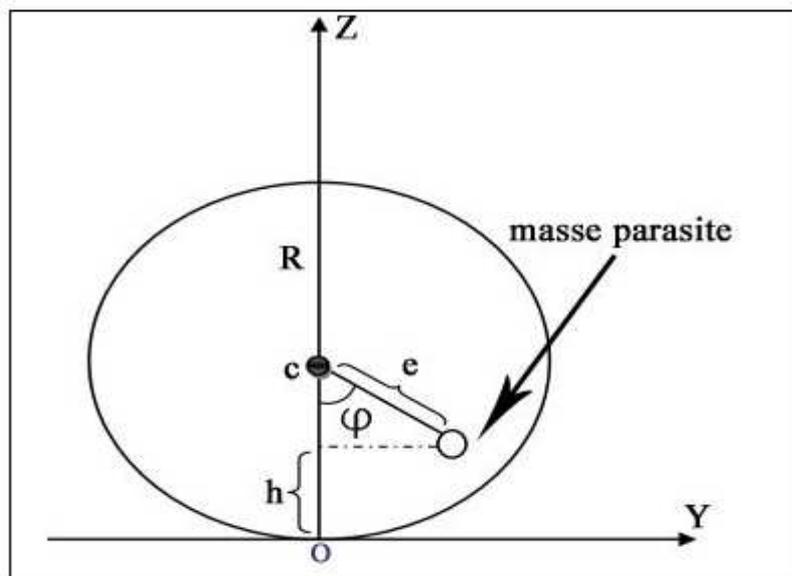
Le centre de gravite du système représente l'excentricité du système du au masse parasite.

**III.4.1.2) -Détermination des raideurs des paliers :**

**III.4.1.2.1) -Les équations du mouvement du système :**

➤ **Le modèle réel :**

On utilise la méthode énergétique pour établir les équations du mouvement :



***Fig. (III.14) : disque 1 du rotor et la masse parasite***

La figure (III.13) représente le disque du rotor le disque est considéré comme un pendule complexe qui pivote autour de sont position d'équilibre par le poids de la masse parasite d'où les équations du mouvement devient :

- L'énergie cinétique du système est :

$$T = \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 \dots\dots\dots (III.12)$$

I: moments d'inertie

- L'énergie potentielle est :

$$U = (M + m). gh = (M + m). g(R - e . \cos \varphi) \dots\dots\dots (III.13)$$

M : masse du rotor

m : masse parasite

- Le lagrangien du système s'écrit

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{\partial U}{\partial \varphi} = 0 \dots\dots\dots (III.14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = I \dot{\varphi} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) = I \ddot{\varphi} \\ \frac{\partial U}{\partial \varphi} = (M + m) g e \sin \varphi \\ \frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0 \end{array} \right. \dots\dots\dots (III.15)$$

- L'équation du mouvement est alors

$$I\ddot{\varphi} + (M + m)g \cdot e \cdot \sin\varphi = 0 \dots\dots\dots(III.16)$$

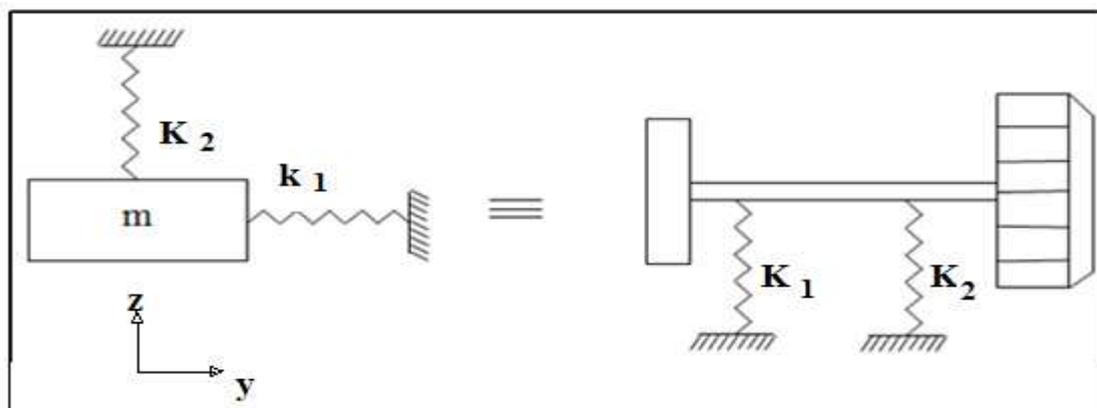
$$\sin\varphi = \varphi \quad \text{Pour des faibles valeurs de } \varphi$$

Donc :

$$\ddot{\varphi} + \frac{(M+m)g e}{I} \varphi = 0 \dots\dots\dots (III.17)$$

➤ **Le modèle théorique :**

Comme nous somme intéressé par les mouvements horizontale et verticale nous avons établie ce modèle théorique simplifier a deux degrés de liberté pour les équations du mouvement :



*Fig. (III.15) : le modèle réel et théorique*

- Les énergies cinétique et potentielle sont :

$$\begin{cases} T = \frac{1}{2}m\dot{y}^2 + \frac{1}{2}m\dot{z}^2 \\ U = \frac{1}{2}k_1y^2 + \frac{1}{2}k_2z^2 \end{cases} \dots\dots\dots (III.18)$$

$$k_1=k_2=K$$

- le lagrangien du système :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial y} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} \right) - \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial U}{\partial z} = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (III.19)$$

$$\begin{cases} m\ddot{y} + ky = 0 \\ m\ddot{z} + kz = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (III.20)$$

- Par identification avec le modèle réel :

$$\ddot{\varphi} + \frac{(M+m)g \cdot e}{I} \varphi = 0 \Leftrightarrow M_{théorique} \ddot{y} + ky = 0$$

$$\frac{k}{M_{théorique}} = \frac{(M+m)g \cdot e}{I}$$

$$k = \frac{(M+m) \cdot M_{théorique} \cdot g \cdot e}{I} \dots\dots\dots (III.21)$$

**e** : excentricité du système

**I** : inertie du système (calculé d'après le model simplifier)

**g** : la gravité

D'où :

$$k = \frac{(M+m)^2 g \cdot e}{I} \dots\dots\dots (III.22)$$

A.N :

- Pour les une excentricité calculé précédemment :

$$K = \frac{(M+m)g.e}{I} = 7143.26011 \text{ N/m} \dots\dots\dots \text{(III.23)}$$

**III.4.1.3) -Calcul de l'amortissement :**

**Hypothèse :**

Dans le modèle établie nous avons utilise l'amortissement de Rayleigh ou l'amortissement proportionnel

La matrice d'amortissement symétrique  $n \times n$   $[C]$  est exprimée comme une combinaison linéaire des matrices de masse  $[M]$  et de raideur  $[K]$  :

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \dots\dots\dots \text{(III.24)} \quad [2]$$

Cette forme de  $[C]$  est orthogonale par rapport aux vecteurs propres du système. On peut définir l'amortissement de Rayleigh pour les études dynamiques linéaires et non linéaires.

- Relation entre les coefficients de Rayleigh et le rapport d'amortissement modal :

La matrice d'amortissement modal  $[c]$  est donnée par :

$$[c] = 2[\zeta\omega] \dots\dots\dots \text{(III.25)} \quad [2]$$

Le coefficient d'amortissement visqueux  $c_i$  pour le  $I^{ème}$  mode est calculé par :

$$c_i = 2\zeta_i\omega_i = \alpha + \beta\omega_i^2 \dots\dots\dots \text{(III.26)} \quad [2]$$

Et le rapport d'amortissement visqueux  $\zeta_i$  s'exprime comme suit :

$$\zeta_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \dots\dots\dots \text{(III.27)} \quad [2]$$

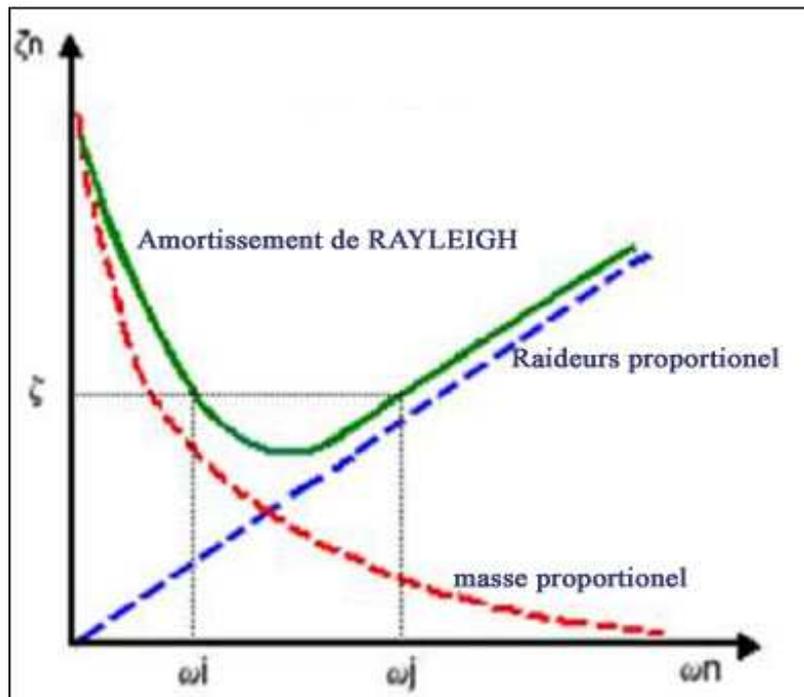
Si les coefficients d'amortissement pour le  $I^{ème}$  et le  $J^{ème}$  mode sont  $\zeta_i$  et  $\zeta_j$  alors, les coefficients de Rayleigh  $\alpha$  et  $\beta$  sont calculé à partir de la solution des deux équations algébriques :

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots \text{(III.28)} \quad [2]$$

Si les deux modes ont le même rapport d'amortissement ( $\zeta_i = \zeta_j = \zeta$ ) alors les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  sont données par :

$$\begin{cases} \alpha = \zeta \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j} \\ \beta = \zeta \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \end{cases} \quad \dots\dots\dots \text{(III.29)} \quad [2]$$

Le rapport d'amortissement visqueux  $\zeta$  pour tout autre mode varie avec la fréquence comme illustré dans la figure (III.15) :

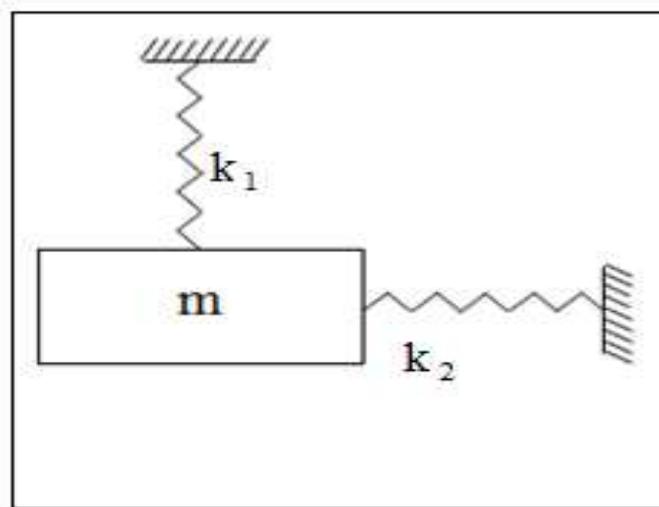


**Fig. (III.16) :** relation entre le taux de l'amortissement et la fréquence

Dans la plupart des structures tournant les valeurs des amortissements sont très faible d'où on a un taux d'amortissement très faible, le taux d'amortissement varie entre 1% jusqu'à 5%, de plus le taux d'amortissement peut être déterminé à partir des résultats pratique

**III.5) -RESOLUTION DES EQUATIONS DE MODELE THEORIQUE :**

**III.5.1) -Système libre conservatif C=0, f(t)=0:**



*Fig. (III.17) : système libre conservatif*

- Les équations de mouvements sont:

$$\begin{cases} my'' + k y = 0 \\ mz'' + k z = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (III.30)$$

Ou bien :

$$\begin{vmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} y'' \\ z'' \end{Bmatrix} + \begin{vmatrix} K & 0 \\ 0 & k \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (III.31)$$

Comme nous avons un système a deux degrés de liberté, les matrices de masse et de raideurs sont des matrices symétrique diagonale d'où le système est découplé, alors la résolution se fait si on a un seul degré de liberté, c.-à-d., chaque équation se résolve d'une manière indépendant.

- La solution de l'équation est de la forme :

$$Y = A \cos \omega t + B \sin \omega t \dots\dots\dots (III.32)$$

D'où  $A$  et  $B$  sont des constants qui peut être déterminé par les conditions initiales, et  $\omega$  et la pulsation du mouvement.

- Substitue dans l'équation du mouvement on obtient :

$$-\omega^2(A \cos \omega t + B \sin \omega t) + \left(\frac{k}{m}\right)(A \cos \omega t + B \sin \omega t) = 0 \dots\dots (III.33)$$

La pulsation propre du système :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ rad/s} \dots\dots\dots (III.34)$$

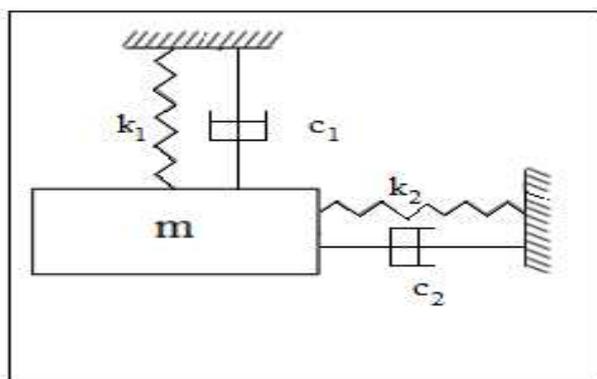
La fréquence propre :

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ (Hz)} \dots\dots (III.35)$$

La période :

$$\tau = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ secondes} \dots\dots\dots (III.36)$$

III.5.2) -Système libre amortie  $f(t)=0, C \neq 0$ :



***Fig. (III.18) : système libre amortie***

- Les équations de mouvements sont:

$$\begin{cases} m y'' + c y' + k y = 0 \\ m z'' + c z' + k z = 0 \end{cases} \dots\dots (III.37)$$

- La solution est sous la forme :

$$Y(t) = A. e^{rt} \dots\dots\dots (III.38)$$

- L'équation devient :

$$m r^2 + c r + k = 0 \dots\dots\dots (III.39)$$

C'est l'équation caractéristique ses solutions sont :

$$r_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \frac{\sqrt{c^2 - 4km}}{2m} \dots\dots\dots (III.40)$$

Plusieurs types de solutions sont envisageables en fonction de la valeur du discriminant  $c^2 - 4km$  : deux racines réelles, une racine double ou deux racines complexes pour faciliter l'analyse, on définit le coefficient d'amortissement critique  $c_{cr}$

$$c_{cr}^2 - 4km = 0 \Rightarrow c_{cr} = 2\sqrt{km} = 2m\omega_0 \dots\dots\dots (III.41)$$

$\omega_0$  : Pulsation propre ou naturelle non amortie

- Le taux de l'amortissement est défini comme suit :

$$\zeta = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2m\omega_0} \dots\dots\dots (III.42)$$

- Les racines de l'équation caractéristiques peuvent donc s'écrire en fonction du taux d'amortissement.

$$r_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1} \dots\dots\dots (III.43)$$

$$X(t) = A_1 e^{r_1 t} + A_2 e^{r_2 t} \dots\dots\dots (III.44)$$

En fonction de la valeur de  $\zeta$ , trois types de mouvement peuvent être observés :

- Le mouvement sous-amorti
- Le mouvement sur-amorti
- Le mouvement avec amortissement critique

**Mouvement sous-amorti :  $0 < \zeta < 1$**

$$\begin{cases} r_1 = -\zeta\omega_0 - j\omega_0\sqrt{1 - \zeta^2} \\ r_2 = -\zeta\omega_0 + j\omega_0\sqrt{1 - \zeta^2} \end{cases} \dots\dots\dots \text{(III.45)}$$

- La solution de l'équation différentielle est de la forme

$$Y(t) = [A_1 e^{j\sqrt{1-\zeta^2} \omega_0 t} + A_2 e^{-j\sqrt{1-\zeta^2} \omega_0 t}] \dots\dots\dots \text{(III.46)}$$

$A_1, A_2$  sont des constants complexes arbitraires

$$Y(t) = A \cdot e^{-\zeta\omega_0 t} \sin(\omega_d t + \phi) \dots\dots\dots \text{(III.47)}$$

$A$  et  $\phi$  sont les constantes d'intégration et  $\omega_d$  est la pulsation propre amortie

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \dots\dots\dots \text{(III.48)}$$

**Mouvement sur-amorti :  $\zeta > 1$**

$$\begin{cases} r_1 = -\zeta\omega_0 + j\omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1} \\ r_2 = -\zeta\omega_0 - j\omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1} \end{cases} \dots\dots\dots \text{(III.49)}$$

- La solution est :

$$Y(t) = [A_1 e^{j\sqrt{1-\zeta^2} \omega_0 t} + A_2 e^{-j\sqrt{1-\zeta^2} \omega_0 t}] e^{-\zeta\omega_0 t} \dots\dots\dots \text{(III.50)}$$

$A_1, A_2$  sont des réels.

**Mouvement avec amortissement critique :  $\zeta = 1$**

C'est la valeur de  $\zeta$  qui sépare le mouvement oscillant d'un mouvement non oscillant. la racine double fournit une solution particulière :

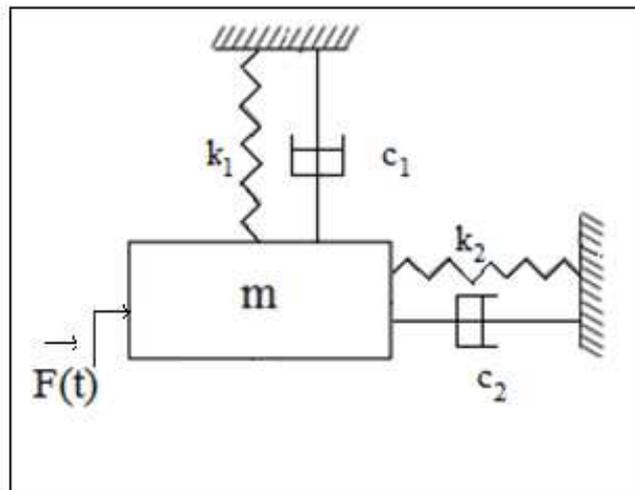
$$r_1 = r_2 = -\zeta\omega_0 = \omega_0 \dots\dots (III.51)$$

- La solution générale est :

$$Y(t) = x_1 + x_2 = (A_1 + A_2 t) \cdot e^{-\omega_0 t} \dots\dots (III.52)$$

Les constantes sont déterminées par les conditions initiales

**III.5.3) -Système forcé amortie  $f(t) \neq 0, C \neq 0$ :**



***Fig. (III.19) : système forcé amortie***

- Pour les mouvements forcés l'équation est :

$$m y'' + c y' + k y = f(t) \dots\dots\dots (III.53)$$

$$f(t) = f_0 \sin \omega t \dots\dots\dots (III.54)$$

$$f_0 = f_{cent} = m \cdot r \cdot \omega^2 \dots\dots\dots (III.55)$$

Dans notre cas  $r$  représente l'excentricité et  $m$  est la masse parasite  $\omega$  est la vitesse de rotation.

- La solution peut s'écrire sous la forme :

$$Y(t) = A \cdot \sin(\omega t - \phi) \dots\dots\dots (III.56)$$

- L'équation du mouvement devient :

$$m \cdot A \cdot \omega^2 \sin(\omega t - \phi + \pi) + c \cdot A \cdot \omega \sin\left(\omega t - \phi + \frac{\pi}{2}\right) + k \cdot A \cdot \sin(\omega t - \phi) = f_0 \sin \omega t \dots\dots (III.57)$$

- Et la solution permanent s'écrit comme suit :

$$Y(t) = \frac{f_0}{\sqrt{(k-m\omega^2)^2+(c\omega)^2}} \sin(\omega t - \phi) \dots\dots\dots (III.58)$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{c\omega}{k-m\omega^2}\right) \dots\dots\dots (III.59)$$

Et la solution qui inclut la solution transitoire du système :

$$Y(t) = A e^{-\zeta\omega t} \sin(\omega\sqrt{1-\zeta^2}t + \phi) \dots\dots\dots (III.60)$$

Les résultats sont obtenus à l'aide du programme du MATLAB :

**Tableau (III.1) :** Les entrés de 1<sup>er</sup> essai

Vitesse de rotation	32.10 Hz (1926 Tr/min)
Masse parasite	33.854 gr
Position sur l'axe Y	53.00 mm
Position sur l'axe Z	50.00 mm
Excentricité sur Y	0.0305214 mm
Excentricité sur Z	0.0287938 mm

**Tableau (III.2) :** Les résultats de 1<sup>er</sup> essai

	Résultats théorique	Résultats pratique
amplitude de mvt horizontale	0.03061mm	0.02646 mm
le valeur crête horizontale	6.1743 mm/s	5.338 mm/s
la valeur efficace horizontale	4.3659 mm/s	3.774 mm/s
amplitude de mvt verticale	0.02888 mm	0.02520 mm
la valeur crête verticale	5.8248 mm/s	5.0834 mm/s
la valeur efficace verticale	4.1188 mm/s	3.594 mm/s

**Tableau (III.1) :** Les entrés de 2<sup>eme</sup> essai

Vitesse de rotation	32.10 Hz (1926 Tr/min)
Masse parasite	43.60 gr
Position sur l'axe Y	133 mm
Position sur l'axe Z	130 mm
Excentricité sur Y	0.09862 mm
Excentricité sur Z	0.09640 mm

**Tableau (III.1) :** Les résultats de 2<sup>eme</sup> essai

	Résultats théorique	Résultats pratique
amplitude de mvt horizontale	0.09892 mm	0.09565mm
la valeur crête horizontale	19.9513 mm/s	19.2927 mm/s
la valeur efficace horizontale	14.108 mm/s	13.640 mm/s
amplitude de mvt verticale	0.09668 mm	0.09377 mm
la valeur crête verticale	19.5012 mm/s	18.9137 mm/s
la valeur efficace verticale	13.789 mm/s	13.372 mm/s

### III.6)- DISCUSSION DES RESULTATS :

On voit bien qu'il y a un écart entre les résultats théorique et pratique cela est du a plusieurs paramètres :

- La difficulté de formulé une excentricité de la machine dans le cas théorique de notre modèle, prendrons les valeurs présenté sur le tableau qui donne des mesures des vibrations de la machine sans aucune masse parasite.

**Tableau (III.1) :** mesures des vibrations de la machine sans aucune masse parasite

	Mesure horizontale	Mesure verticale
Masse= 0 gr	27.896 mm/s	34.519 mm/s

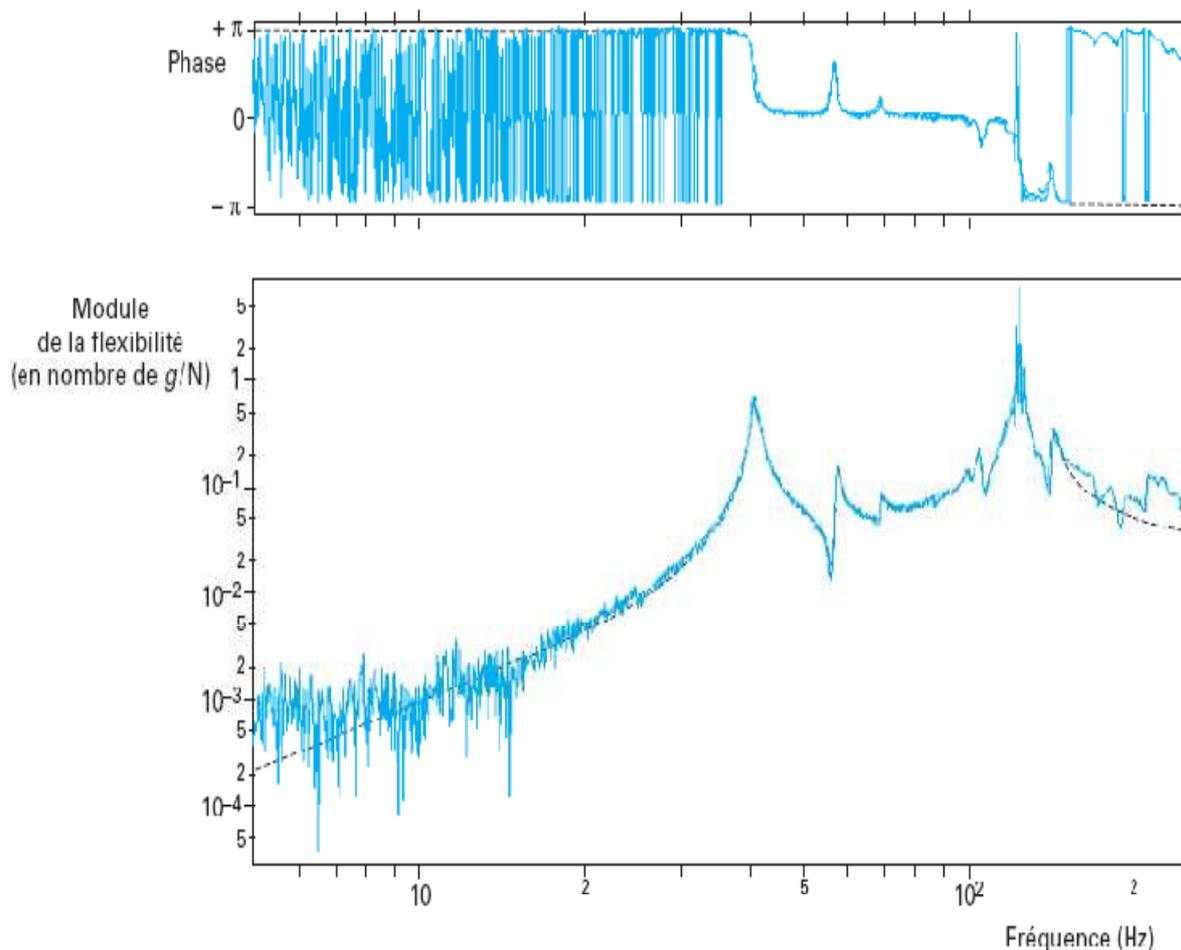
Les deux mesures sont des valeurs efficace qui représente des vibrations important cela veut dire que la machine a une excentricité avant l'équilibrage contrairement par rapport a notre modèle simplifier qui suppose que la machine n'a pas une excentricité.

- la complexité de la géométrie de la machine (partie ventilateur) qui nécessite des calcules plus raffinée (éléments finis).
- Interférence des modes vibratoires présentés par une infinité des modes.
- L'élasticité de l'arbre qu'est négligé dans notre cas.

### IV.1) -GENERALITES SUR LA DYNAMIQUE DES STRUCTURES

Si l'on considère une fonction de transfert accélération sur force représentant typiquement la réponse obtenue au cours d'un essai d'analyse modale, il est facile de constater que cette courbe est une succession de pics et d'antipics ou de minimums plats.

Chaque pic représente une résonance de la structure, pouvant être associée à un système à un degré de liberté. Ainsi, la fonction de transfert considérée est, en fait, la superposition des fonctions de transfert de chacun des systèmes élémentaires la constituant figure (IV.1). C'est le principe de la superposition modale.



***Fig. (IV.01) : Comparaison entre un transfert accélération/force mesuré et le même reconstitué par superposition modale***

## IV.2) -CARACTERISTIQUES D'UNE VIBRATION :

Une vibration se caractérise principalement par sa fréquence, son amplitude et sa nature.

### IV.2.1) -Fréquence :

La fréquence est le nombre de fois qu'un phénomène se répète en un temps donné. Lorsque l'unité de temps choisie est la seconde, la fréquence s'exprime en *hertz* [Hz].  
 $1 \text{ hertz} = 1 \text{ cycle/seconde}$ .

Une vibration qui se produira 20 fois par seconde aura donc une fréquence  $f$  de 20 Hertz.

### IV.2.2) -Amplitude :

On appelle amplitude d'une onde vibratoire la valeur de ses écarts par rapport au point d'équilibre et on peut définir :

- l'amplitude maximale par rapport au point d'équilibre appelée amplitude crête ( $A_c$ )

Niveau crête;

- l'amplitude double, aussi appelée l'amplitude crête à crête ( $A_{cc}$ ) (peak to peak, en anglais)

ou niveau crête-crête ;

- l'amplitude efficace ( $A_{\text{eff}}$ ), aussi appelée **RMS** (Root Mean Square) ou niveau efficace.

#### IV.2.2.1) -Cas d'une vibration sinusoïdale

Dans le cas d'une vibration de type sinusoïdal, l'amplitude efficace s'exprime en fonction de l'amplitude crête de la façon suivante:

$$A_{\text{eff}} = \frac{\sqrt{2}A_c}{2} = 0.707A_c \quad \dots\dots\dots \text{(IV.1)}$$

IV.2.2.2) -Cas d'une vibration quelconque :

Dans le cas d'une vibration complexe quelconque figure (IV.2), il n'existe pas de relation simple entre la valeur crête de l'amplitude ( $A_c$ ) et la valeur efficace de l'amplitude ( $A_{eff}$ ) qui se définit mathématiquement par la relation:

$$A_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad \dots\dots\dots (IV.2)$$

T : durée d'analyse du signal,

x(t) : amplitude instantanée

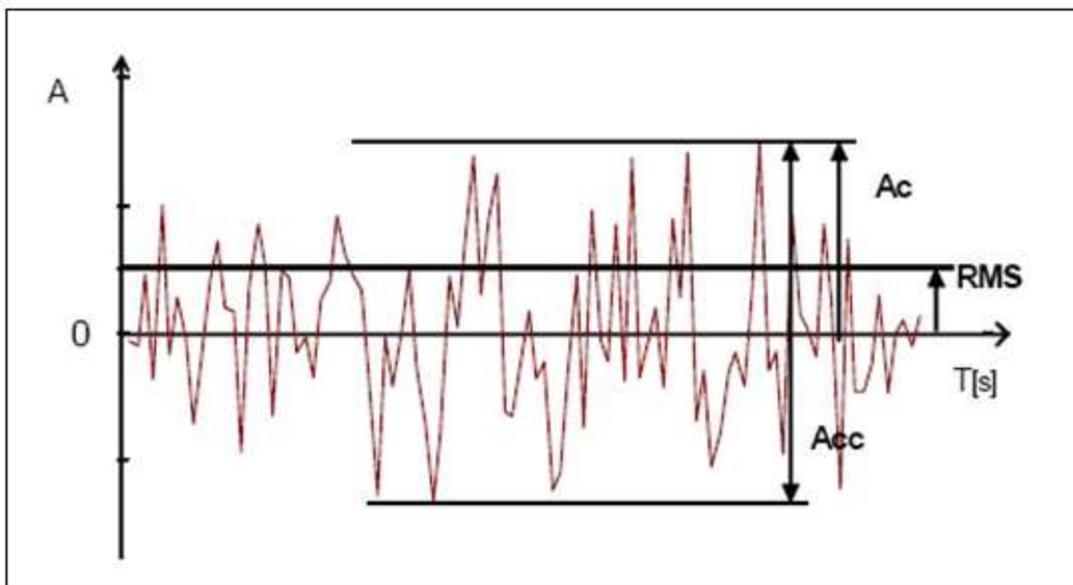


Fig. (IV.02) : cas d'une vibration complexe

La valeur de crête à crête indique la différence entre les amplitudes maximale et minimale du mouvement. C'est une quantité utile pour déterminer le déplacement d'un composant, déplacement qui peut être critique pour des considérations de contrainte maximale ou de jeu mécanique. La valeur de crête donne l'amplitude maximale et s'avère utile dans les mesures concernant les phénomènes de courte durée; les chocs en sont un exemple. Cependant, elle ne tient pas compte de l'évolution de la vibration dans le temps.

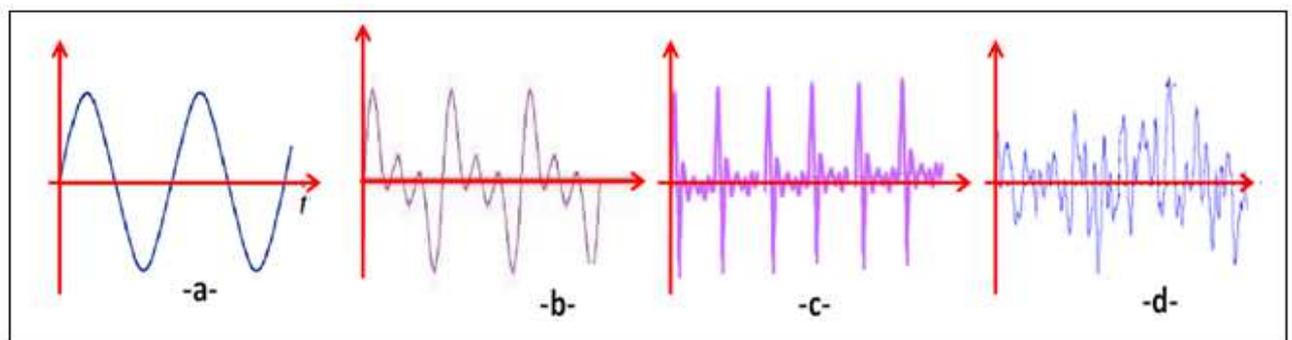
La valeur efficace est la mesure la plus intéressante des amplitudes de vibration. En plus de tenir compte de l'évolution du signal dans le temps, le calcul de la valeur efficace est lié à l'énergie vibratoire et donc au « potentiel de détérioration » de la vibration.

Le facteur de crête définit le rapport de la valeur de crête d'un signal à sa valeur efficace. D'après la définition du niveau efficace, le facteur de crête du mouvement sinusoïdal est environ 1,4. Plus la vibration devient impulsive, plus la valeur de crête augmente.

### IV.2.3) -Nature d'une vibration :

Une machine tournante quelconque en fonctionnement génère des vibrations que l'on peut classer de la façon suivante:

- Les vibrations périodiques de type sinusoïdal simple figure (IV.3-a-) ou sinusoïdal complexe figure (IV.3-b-) représentatives du fonctionnement normal ou anormal d'un certain nombre d'organes mécaniques (rotation de lignes d'arbres, engrènements,...) ou d'un certain nombre d'anomalies (déséquilibre, désalignement, déformations, instabilité de paliers fluides, déversement de bagues sur roulements, ...).
- Les vibrations périodiques de type impulsionnel figure (IV.3-c-) sont appelées ainsi par référence aux forces qui les génèrent et à leur caractère brutal, bref et périodique. Ces chocs peuvent être produits par des événements normaux (presses automatiques, broyeurs à marteaux, compresseurs à pistons, ...) ou par des événements anormaux comme l'écaillage de roulements ou un défaut sur des engrenages, un jeu excessif, ...
- Les vibrations aléatoires de type impulsionnel figure (IV.3-d-) peuvent, par exemple, être générées par un défaut de lubrification sur un roulement, la cavitation d'une pompe, ...



***Fig. (IV.03) : nature d'une vibration***

### IV.3) -LES MESURES EN VIBRATION :

#### IV.3.1)-Chaîne d'acquisition :

Le but de la mesure est de faire correspondre, à une grandeur physique que l'on désire connaître, une grandeur compréhensible par le système d'acquisition. De nos jours, il s'agit presque uniquement de signaux électriques qui ont remplacé les systèmes mécaniques et optiques d'autrefois. Ainsi le capteur délivre un signal qui est amplifié et converti généralement en volts par un conditionneur.

Le système d'acquisition n'a plus alors à traiter qu'un courant électrique dont l'intensité est directement reliée à l'amplitude du phénomène vu par le capteur et cela quel que soit le type de ce capteur.

#### IV.3.2)-chaîne d'acquisition analogique :

Le mot analogique veut dire que la loi liant l'information issue du capteur à la grandeur mesurée est continue. Le signal issu du capteur est transformé par un conditionneur de signaux qui comprend généralement les éléments suivants :

- **le convertisseur de mesure :**

Qui transforme généralement le signal en un courant électrique aisément transportable et qui est en entrée de la plupart des stations d'acquisition modernes.

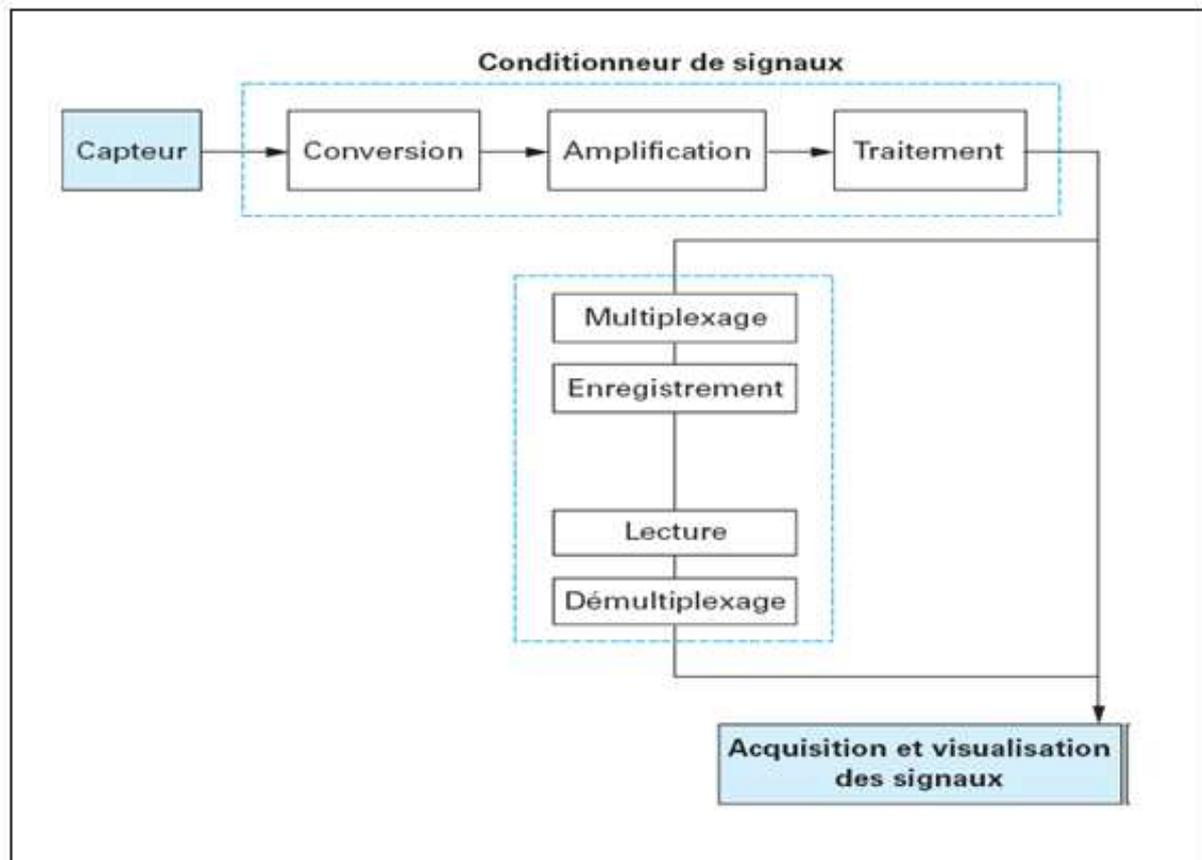
- **l'amplificateur :**

Qui a pour but d'augmenter l'intensité du signal et de le rendre en cela moins sensible au bruit de fond ambiant

- **dispositifs de traitement du signal :**

Qui sont dédiés à la chaîne d'acquisition et varient en fonction des objectifs fixés par l'utilisateur.

Ces dispositifs mettent en œuvre des fonctions très variées allant des filtres aux corrélations entre signaux en passant par la conversion en valeur efficace ou la linéarisation.



***Fig. (IV.04) : chaîne de mesure analogique***

Dans certains cas, il est possible de trouver, dans la chaîne d'acquisition, un multiplexeur : par exemple, si la station d'acquisition est éloignée du lieu de mesure ou si l'opérateur désire enregistrer un certain nombre de voies sur une bande magnétique.

L'opération suivante est alors le démultiplexage qui devient indispensable avant que le signal n'attaque la station d'acquisition, soit à l'arrivée du canal de transmission soit, dans le deuxième cas, au moment de la relecture de la bande magnétique.

### IV.3.3)- chaîne de mesure numérique :

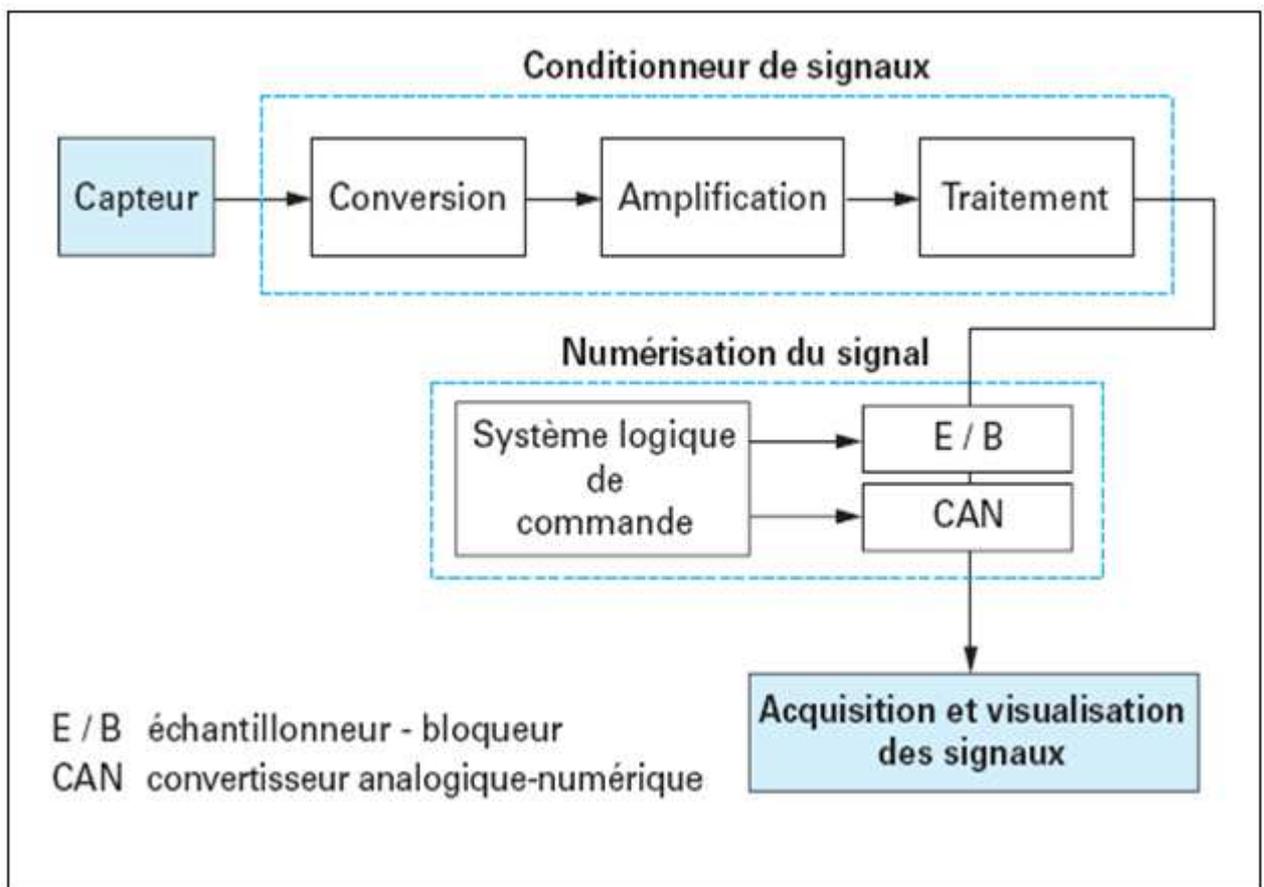
Utilise au départ les mêmes dispositifs que la chaîne de mesure analogique. En sortie du conditionneur de signaux, le signal est échantillonné et numérisé par les éléments suivants :

#### IV.3.3.1)- l'échantillonneur-bloqueur (E/B) :

Au moment indiqué par le système logique de commande, de figer la valeur instantanée du signal au moins le temps que le convertisseur analogique-numérique effectue sa conversion

#### IV.3.3.2)- le convertisseur analogique-numérique (CAN) :

A pour rôle de coder la valeur instantanée du signal en entrée en un nombre.



*Fig. (IV.05) : chaîne de mesure numérique*

#### IV.4) -CAPTEURS DES VIBRATIONS :

Deux types de mesures intéressent principalement les essais de vibrations, ce sont les mesures d'accélération (respectivement vitesses ou déplacements) et d'efforts (forces ou contraintes).

La vitesse et l'accélération sont les dérivées respectivement première et seconde du déplacement. Ainsi il est possible d'obtenir la vitesse en dérivant le signal de déplacement (ce qui correspond dans le diagramme fonction de la fréquence à une amplification du signal de 6 dB/oct). Réciproquement, cette même vitesse s'obtient en intégrant le signal de l'accélération (ce qui correspond dans le diagramme fonction de la fréquence à une atténuation du signal de 6 dB/oct).

##### IV.4.1) -Capteurs d'accélération :

C'est le type de capteur le plus employé lors des essais de vibrations. Il est possible de regrouper ces capteurs en quatre grandes familles :

- les accéléromètres piézoélectriques
- les accéléromètres piézorésistifs
- les accéléromètres asservis
- les accéléromètres utilisant une mesure de déplacement.

Les deux premiers groupes sont basés sur le principe de la quantification de l'effort appliqué par une masse parfaitement connue soumise à l'accélération que l'on désire mesurer.

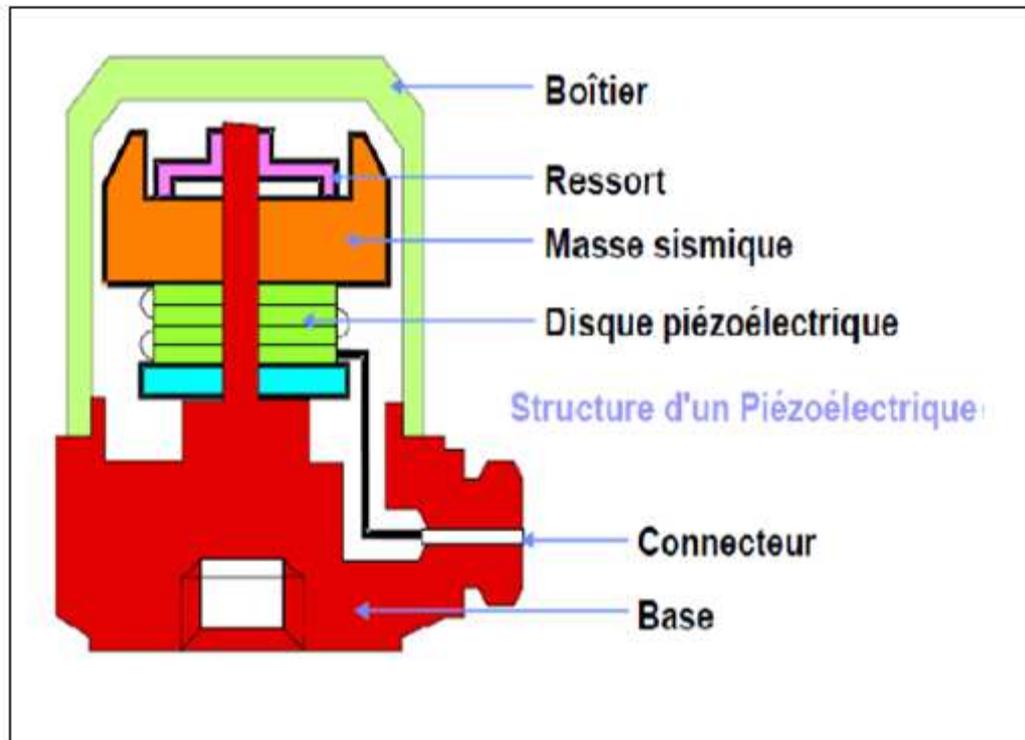
Si  $F$  est cet effort et  $m$  la masse en question, la relation fondamentale de la dynamique est :

$$F = m\gamma \quad \dots\dots\dots (IV.3)$$

Ces capteurs mesurent donc, en fait, des variations de  $F$ , ce qui, connaissant  $m$ , donne l'accélération  $\gamma$  cherchée. Le dernier groupe utilise la mesure du déplacement d'une masse connue pour remonter à l'accélération.

#### IV.4.2) -Accéléromètres piézoélectriques :

Un accéléromètre piézoélectrique figure (IV.6), est composé d'un disque en matériau piézoélectrique (quartz), qui joue le rôle d'un ressort sur lequel repose une masse sismique précontrainte. Quand la masse se déplace sous l'effet d'une accélération, elle exerce sur le disque des contraintes, induisant a la surface de ce dernier une charge électrique proportionnelle a cette

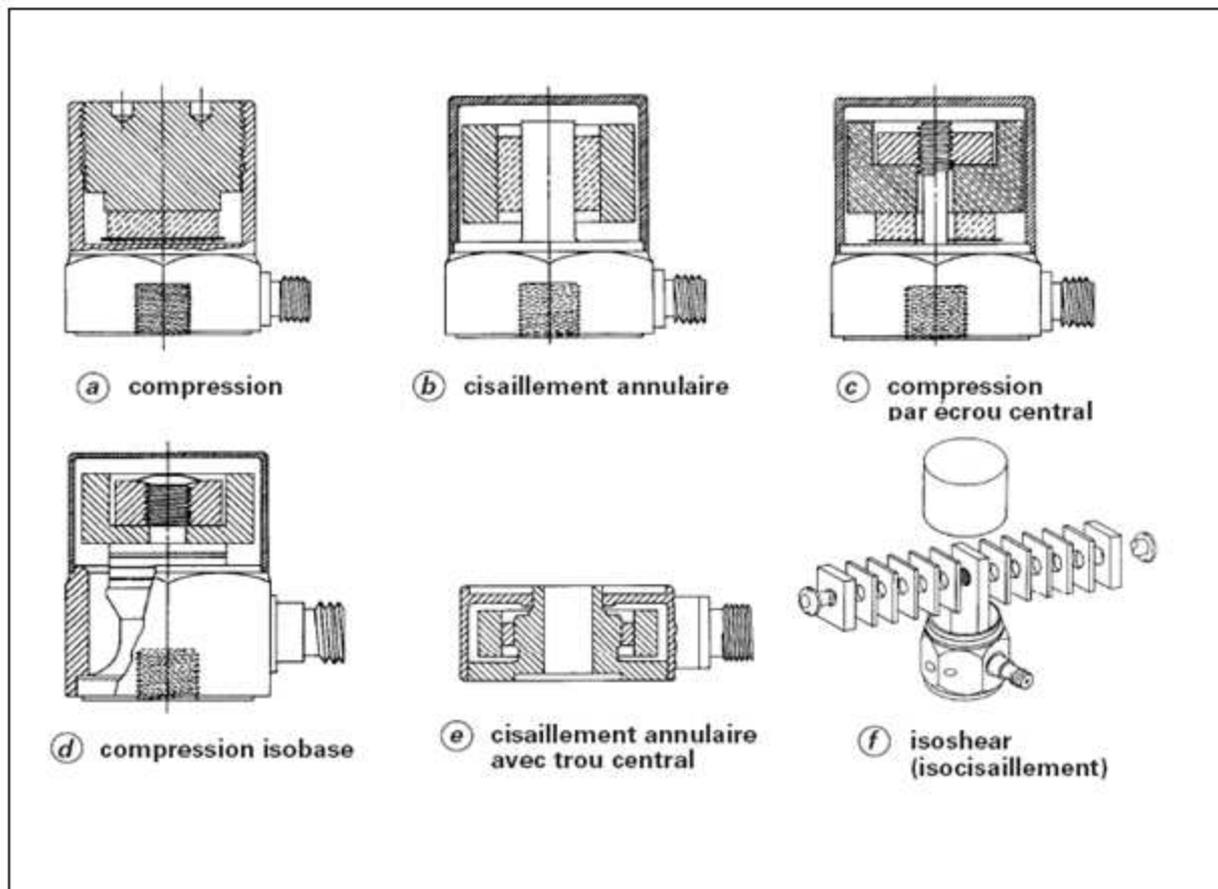


***Fig. (IV.06) : schéma de principe d'un accéléromètre.***

Les accéléromètres piézoélectriques tendent à devenir les capteurs de vibration absolue les plus utilisés pour la surveillance. Ils possèdent les propriétés suivantes :

- Utilisables sur de très grandes gammes fréquentielles.
- Excellente linéarité sur une très grande gamme dynamique (typiquement 140 dB).
- Le signal d'accélération peut être intégré électroniquement pour donner le déplacement et la vitesse
- Aucun élément mobile, donc extrêmement durable.

Les accéléromètres à électronique intégrée sont semblables aux accéléromètres piézoélectriques à la différence qu'ils possèdent de manière intégrée un conditionnement de charge pour délivrer une tension proportionnelle à l'accélération.



**Fig. (IV.07):** Accéléromètres piézoélectriques (Documents Endevco)

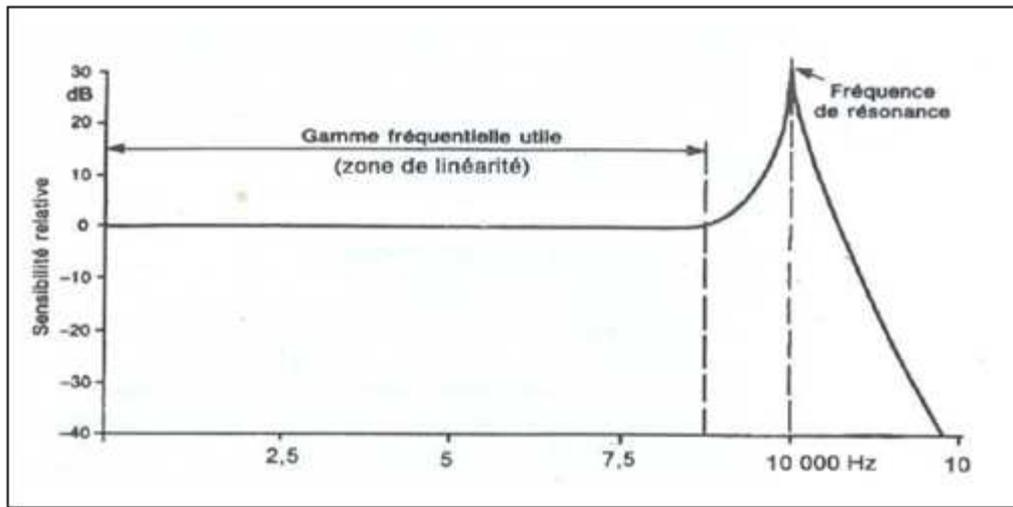
#### IV.4.3)- Réponse d'un accéléromètre :

L'examen de la courbe de réponse d'un accéléromètre piézoélectrique, illustrée sur la figure 2.9, montre l'existence de deux zones :

- une zone de linéarité du capteur :

C'est la plage de fréquences à l'intérieur de laquelle la réponse du capteur correspond à l'amplitude du signal mesurée avec une bonne sensibilité. Cette zone définit la plage de fréquences pour une bonne utilisation du capteur.

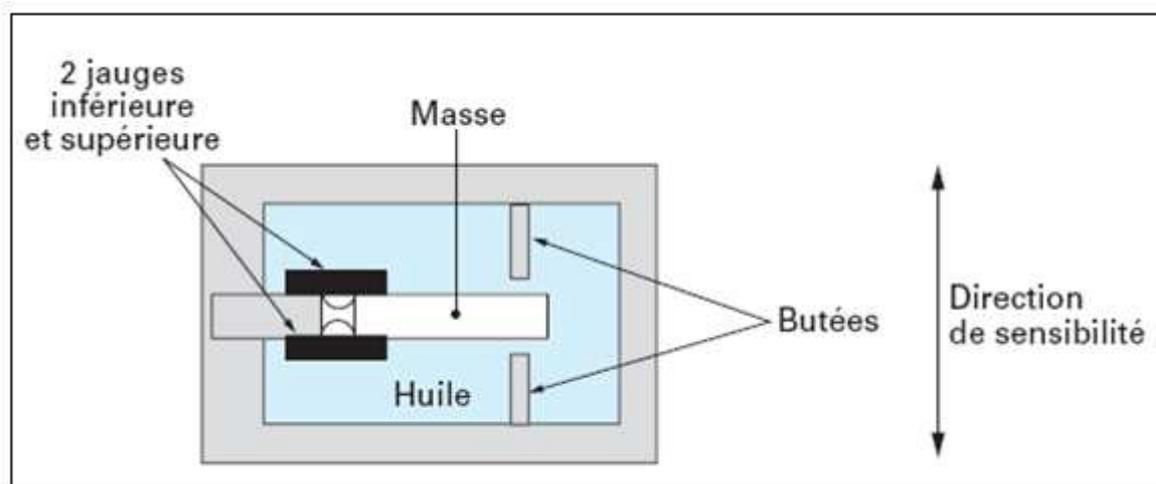
- Une zone englobant la résonance du capteur a l'intérieur de laquelle les mesures d'amplitude sont amplifiées, de façon non contrôlée. Cette zone sera évitée puisque la mesure est faussée.



**Fig. (IV.08) : courbe de réponse d'un accéléromètre**

**IV.4.4) -Accéléromètres piézorésistifs :**

Dans les accéléromètres piézorésistifs, le déplacement de la masse, en porte à faux par rapport à un support, crée un effort mesuré par le biais de jauges d'extensomètre à semi-conducteur en silicium comme indiqué sur le schéma de la figure (IV.9). Les jauges sont classiquement montées en pont de Wheatstone.



**Fig. (IV.09) : Schéma d'accéléromètre piézorésistifs**

L'intérêt de jauges à semi-conducteur, par rapport à des jauges à fil, réside dans le fait que ces jauges sont très sensibles et ne présentent pas d'hystérésis mécanique.

Le porte à faux soutenant la masse est dimensionnée en fonction de la bande de fréquence d'utilisation du capteur. Un montage souple (masse et porte à faux importants) sera optimal dans les basses fréquences alors qu'un montage rigide, à l'inverse, permettra la mesure des chocs.

**Tableau (IV-01) : Critères de sélection des différents types d'accéléromètres**

Type d'accéléromètre	Piézoélectrique	Piézorésistif	Asservi	Potentiométrique
<b>Conditionneur</b>	Amplificateur de charge	Conditionneur de pont de jauges	Alimentation électrique	Alimentation électrique
<b>Encombrement</b>	Faible	Moyen	Important	Important
<b>Masse</b>	0,5 g à 100 g	10 g à 100 g	100 g	100 g
<b>Bande de fréquence</b>	0,7 à 100 kHz	0 à 10 kHz	0 à 500 Hz	0 à 50 Hz
<b>Dynamique</b>	0,1 g à 1 000 g	0,02 g à 50 g	10 <sup>-5</sup> g à 40 g	1 g à 100 g
<b>Fragilité</b>	Faible	Grande	Grande	Grande
<b>Rapport de prix</b>	1	1	5	1
<b>Bilan</b>	Utilisation standard	Mesure BF et choc longue durée	Mesure BF et grande précision	Peu utilisés

## IV.5) -Choix de l'emplacement de capteurs :

### IV.5.1) -Emplacement

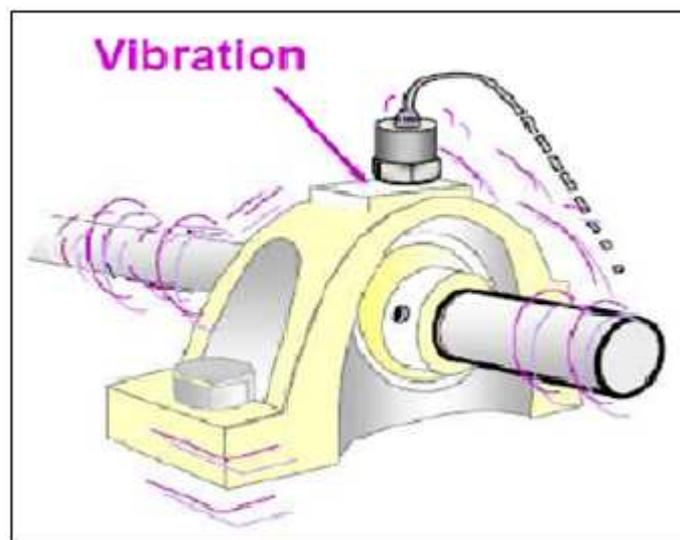
Dans le cas des machines tournantes, les principales mesures seront effectuées le plus souvent au droit des paliers qui sont les parties fixes les plus directement en relation avec les efforts appliqués à la partie mobile figure (IV.10) et (IV.11), Ces efforts sont de deux types :

### IV.5.2)- Efforts tournants :

Ce sont les efforts liés à la rotation de l'arbre, générés par exemple par un balourd ou un désalignement, et dont les amplitudes seront plus grandes dans le cas d'une mesure effectuée dans un plan radial.

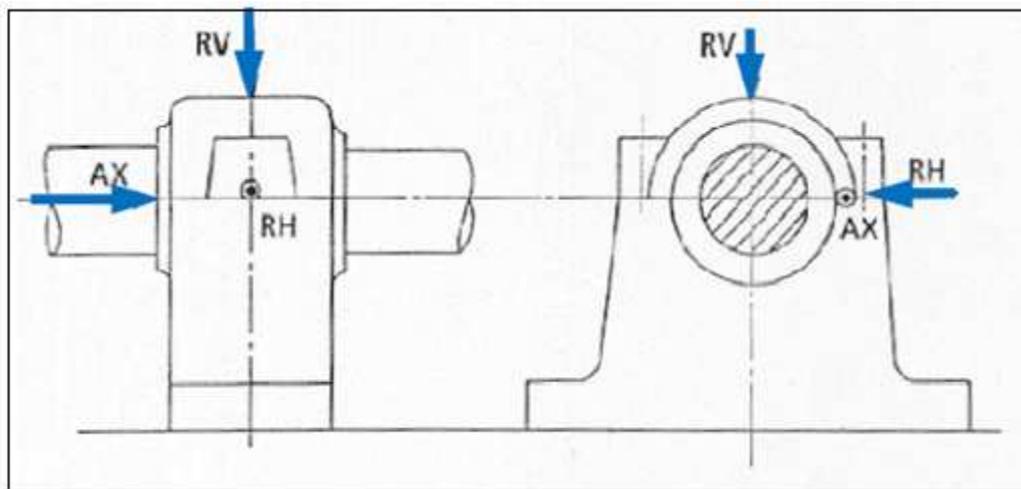
### IV.5.3)-Efforts directionnels :

Ce sont des efforts liés à une contrainte de l'arbre, générés par exemple par la tension d'une courroie (effort directionnel radial figure(IV.12) ou un par le contact d'un engrenage conique (effort directionnel axial).

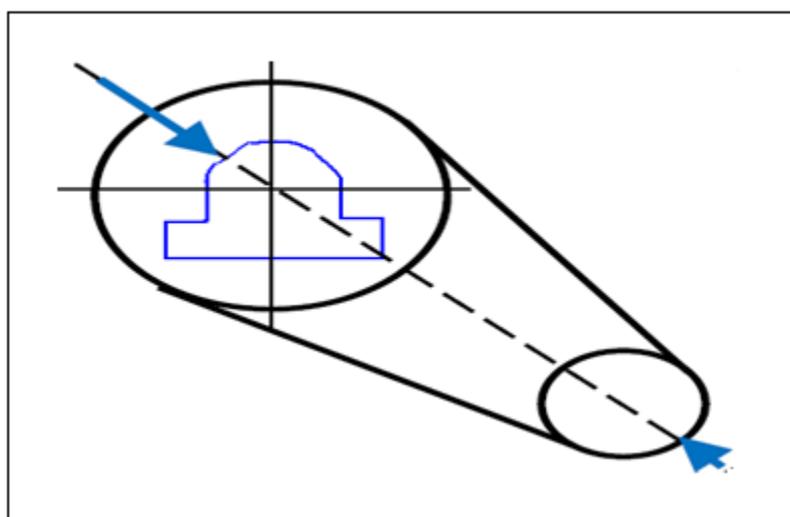


***Fig. (IV.10) : Fixation du capteur sur palier***

- Bien que l'effort soit constant dans toutes les directions du plan radial, une mesure dans la direction radiale horizontale donne une valeur d'amplitude plus forte.
- La lecture des valeurs d'amplitude doit tenir compte du temps nécessaire a la prise d'une mesure correcte et de l'estimation des fluctuations de niveaux éventuelles.
- Toute remarque au cours de cette évaluation peut être importante et significative d'un défaut.



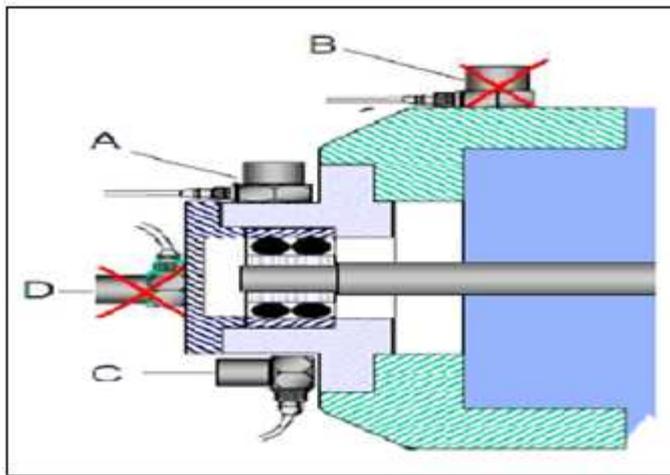
***Fig. (IV.11) : Choix directionnel pour la prise de mesure***



***Fig. (IV.12) : direction favorisée pour transmission par poulies courroies.***

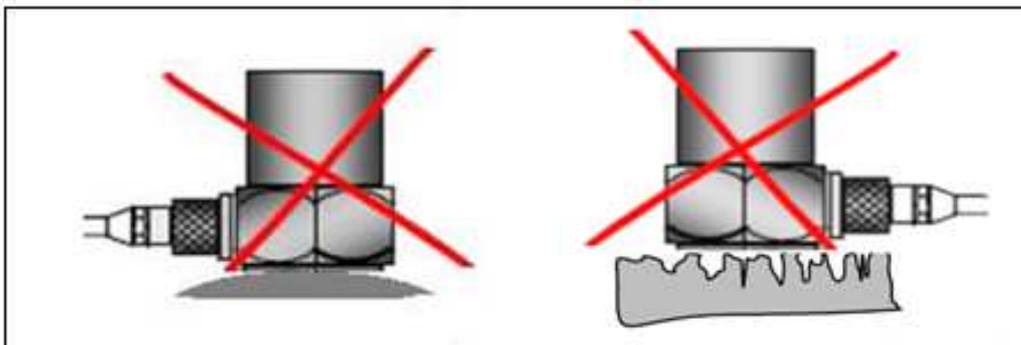
**IV.5.4)-Consignes pour la fixation des capteurs :**

- Les capteurs doivent être placés en liaison aussi directe que possible avec les paliers, en limitant au strict minimum le nombre de pièces assurant l'interface entre l'élément mobile et le capteur figure (IV.13) .
- L'emplacement des points de mesure doit être propre (pas de traces de graisse ou de peinture) et les surfaces de contact avec les capteurs lisses, planes et perpendiculaires à la direction de mesure figure (IV.14).



***Fig. (IV.13) : Choix de l'emplacement du capteur***

- Lorsque le palier est difficilement accessible de façon directe, la prise de la mesure est effectuée par un capteur au point judicieusement choisi en fonction des raideurs **figure (IV-5-6)**.
- Les mesures sont effectuées toujours au même endroit sur la machine. Les points de mesure sont repères, soit par la peinture, soit par la mise en place de goujons.

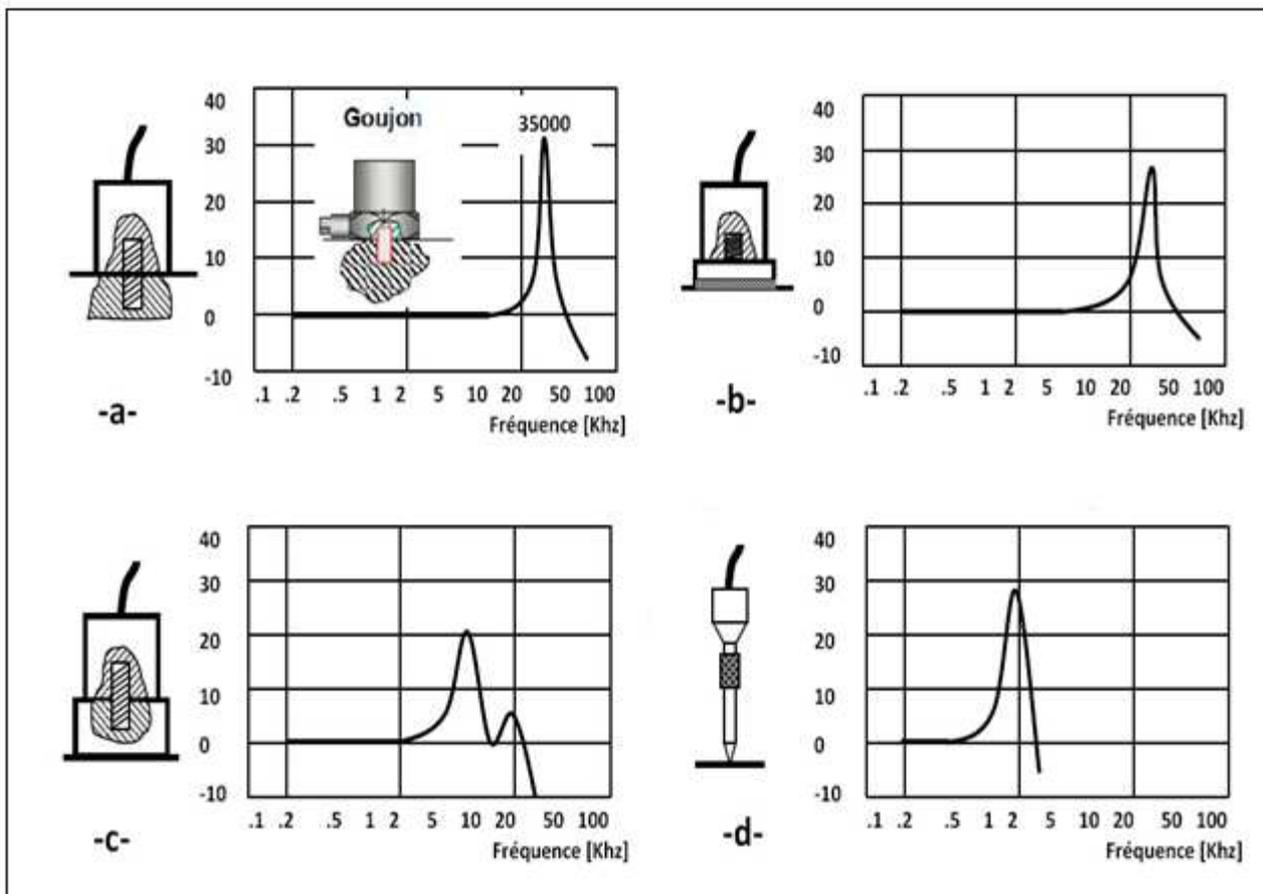


***Fig. (IV.14) : Les surfaces de contacts avec les capteurs doivent être lisses et planes***

**IV.5.5)- Modes de fixation :**

Les accéléromètres possèdent une réponse linéaire sur une large gamme de fréquences, mais cette gamme de fréquences peut être considérablement diminuée selon leur mode de fixation.

Pour que les mesures soient fiables, il faut qu'elles soient faites dans une gamme de fréquences nettement inférieures à la fréquence de résonance du capteur.



**Fig. (IV.15) :** réponse d'un accéléromètre en fonction de la fréquence selon le mode de fixation

- a-** fixation par goujon ; **b-** fixation par embase collée
- b-** fixation par aimant ; **d-** fixation par pointe de touche

## **IV.6) -STRATEGIES DE SURVEILLANCE VIBRATOIRE :**

### **IV.6.1) -Mesure vibratoire en niveau global :**

Cette stratégie de surveillance consiste à mesurer, à l'aide de capteurs, le niveau global d'un ou de plusieurs indicateurs (déplacement, vitesse ou accélération), à suivre son évolution dans le temps et à le comparer à des normes ou des mesures précédentes. Certes, toute évolution est due à une dégradation de la machine. Cela permet de mettre en évidence l'existence d'une anomalie à un stade précoce et de faire une première idée des types de défauts qui affectent la machine, mais ne permet pas d'établir un diagnostic précis.

### **IV.6.2) -Analyse temporelle :**

Cette stratégie consiste à suivre, au cours du temps, le comportement vibratoire d'une machine en fonction de ces paramètres de fonctionnement (étude de la vibration d'une turbine lors de son accélération ou sa décélération). Ce type de suivi est simple à exploiter lorsque le signal est simple mais il devient inexploitable lorsque le signal a pour origine des sollicitations multiples.

### **IV.6.3) -Analyse spectrale :**

L'analyse spectrale consiste à relever le signal vibratoire mesuré sur la machine et de procéder à une analyse systématique pour rechercher la présence d'images vibratoires de l'ensemble des défauts susceptibles d'affecter l'installation considérée. Cela permet d'accéder au diagnostic, c'est à dire, d'identifier avec précision la nature de l'anomalie et si possible en préciser la gravité.

## **IV.7) -METHODE D'EQUILIBRAGE :**

L'équilibrage est une procédure au terme de laquelle des amplitudes de vibrations choisies sont inférieures à des limites fixées grâce à des balourds correcteurs disposés dans des plans choisis dits « plan d'équilibrage ».

La méthode utilisée dans notre travail est dite méthode des « coefficients d'influence » est couramment adoptée, son intérêt réside dans le fait qu'elle utilise des vibrations mesurées, amplitudes et phases.

### IV.7.1) -La méthode des coefficients d'influence :

La méthode des coefficients d'influence est une méthode d'équilibrage dynamique, c.-à-d. que cette méthode nécessite la mise en rotation du rotor. Les équilibrages statiques par gravité ne sont pas traités spécifiquement. Il est couramment admis que la méthode des coefficients d'influence est devenue universelle et qu'elle couvre tous les cas d'application.

#### IV.7.1.1) -Principe :

Dès que l'on fait un équilibrage en mettant le rotor en rotation, la méthode des coefficients d'influence est quasiment universelle. Elle est utilisée pour l'équilibrage des rotors rigides, sur machines à équilibrer en deux plans, comme il est valable pour des rotors flexibles sur installation à vitesse nominale sous vide ou pour les équilibrages in situ (à sa place d'origine)

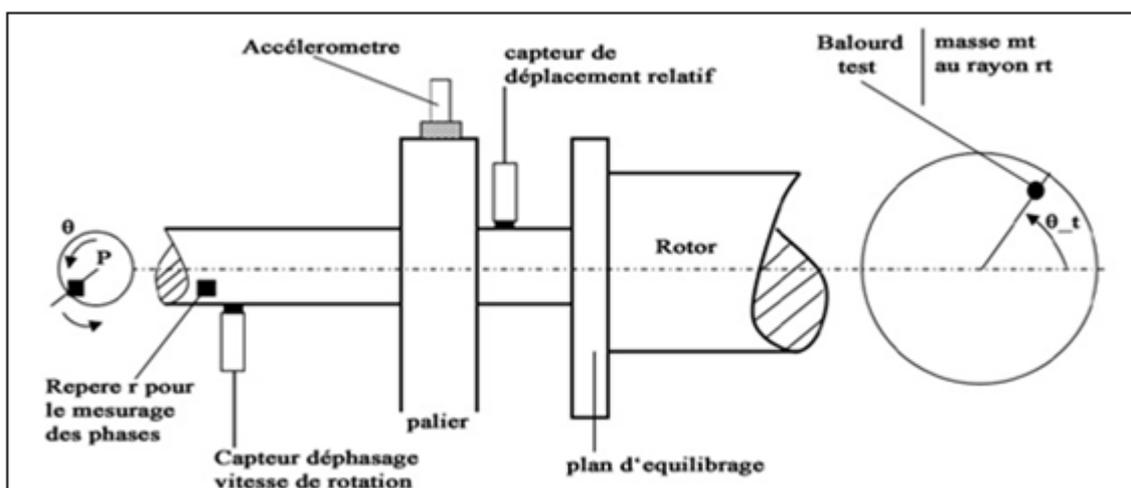
#### Remarque :

Tout équilibrage nécessite :

- la mesure d'un signal vibratoire ;
- l'extraction de la composante synchrone de ce signal ;
- la définition de la phase de cette composante par rapport à une référence angulaire du rotor (nécessité d'un top tour).

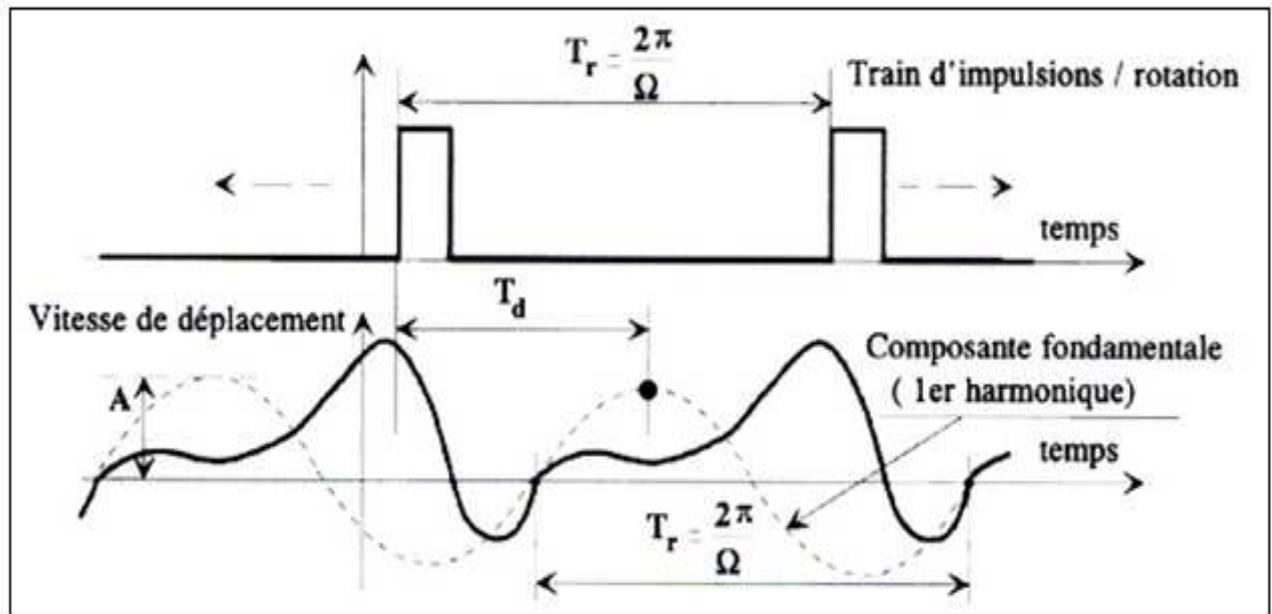
#### IV.7.1.2) Définition des coefficients d'influence.

Soit l'ensemble rotor-liaisons-structure fig. (IV.16)



**Fig. (IV.16) :** ensemble rotor-liaisons-structure-capteurs pour l'équilibrage

Les vibrations sont mesurées par des capteurs de déplacements relatifs (rotor-structure, amplitudes en  $(\mu m)$ ) et des accéléromètres (vibrations absolues : structure-paliers, amplitudes en  $(mm/s)$ ). Ces capteurs délivrent des signaux périodiques.



**Fig. (IV.17) :** signaux pour équilibrage  $\theta_t$

La vitesse de rotation est mesurée par un capteur de déplacement lié au stator, devant lequel passe un repère ( $r$ ) fixé sur le rotor à la distance  $\theta_p$  de l'origine liée au rotor figure (IV.16) le circuit de conditionnement qui lui est associé délivre un signal périodique (train d'impulsion).

**Les vibrations sont caractérisées par :**

- le temps  $T_d$  entre le maximum de la composante fondamentale de la vibration et le « front montant » du train d'impulsions qui représente la vitesse de rotation (d'autres conventions sont possibles) ; au temps  $T_d$  correspond un retard (le maximum se présente après l'impulsion) définie par la phase  $= 2\pi T_d / T_r$ , comprise entre 0 et  $360^\circ$ .
- les amplitudes crête des vibrations relatives rotor-stator en  $\mu m$  ou les amplitudes crête ou les valeurs efficaces des composantes fondamentales des vibrations de la structure (paliers...) en  $mm/s$ .

✓ Le coefficient d'influence d'un balourd (1) sur une vibration (**k**) est défini par :

$$C_{kl} = \frac{A_{kl} \exp j\varphi_{kt} - A_{k0} \exp j\varphi_{k0}}{(m_t r_t) \exp j\vartheta_{tl}} \dots\dots\dots \text{(IV.4)}$$

Avec :

- $j^2 = -1$
- $A_{k0}$  et  $\varphi_{k0}$  : amplitude et phase de la vibration **k**, lorsque la machine est dans un état dit « initial ».
- $A_{kt}$  et  $\varphi_{kt}$  : amplitude et phase de la vibration **k**, lorsque un balourd test  $B_{tl}$  est disposé dans le plan I (module  $(m_t r_t)_I$  et position angulaire  $\vartheta_{tl}$ ).

✓ Le coefficient d'influence varie, en générale, avec la vitesse de rotation.

**IV.7.1.3) Calcul des balourds correcteurs :**

Considérons :

- **N** vibrations : nombre de vitesses de rotation prises en compte pour chaque capteur ; ces vitesses les amplitudes doivent être réduites,
- **M** plans d'équilibrage dans lesquels des balourds correcteurs peuvent être disposés.

Les vibrations et les balourds sont liés par la relation matricielle suivante :

$$\{V_k\} = [C_{kl}]\{B_I\} \dots\dots\dots \text{(IV.5)}$$

Avec :

$$\{B_I\} = \{(mr)_I \exp j\vartheta_I\} = \left\{ \begin{matrix} B_I \\ \vdots \\ B_M \end{matrix} \right\} \dots\dots\dots \text{(IV.6)}$$

La matrice colonne des vibrations  $V_k$  contient les vibrations mesurées par les capteurs  $\alpha(\alpha=1, 2,3,\dots, P)$  aux vitesses de rotation  $\beta(\beta=1,2,3,\dots, Q)$ .

Pour chaque vitesse de rotation l'ensemble (ou un sous-ensemble) des capteurs peut être utilisé.

Soit  $[V_{k0}]$  la matrice colonne des vibrations pour lesquelles les amplitudes doivent être réduites :  $[V_{k0}]$  caractérise un état de vibration dit « initial ».

D'après (IV.5) les balourds correcteurs  $(B_I)_C$  doivent être tels que :

$$[C_{kl}]\{B_I\}_C = \{V_K\}_0 \exp j\pi \quad \dots\dots\dots (IV.7)$$

$$\{V_k\} = \{V_{\alpha\beta}\} = \begin{Bmatrix} V_{11} \\ V_{12} \\ \\ V_{P1} \\ V_{12} \\ V_{22} \\ \\ V_{P2} \\ V_{1Q} \\ V_{2Q} \\ \\ V_{PQ} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_{11} \exp j\phi_{11} \\ A_{12} \exp j\phi_{12} \\ \\ A_{P1} \exp j\phi_{P1} \\ A_{12} \exp j\phi_{12} \\ A_{22} \exp j\phi_{22} \\ \\ A_{P2} \exp j\phi_{P2} \\ A_{1Q} \exp j\phi_{1Q} \\ A_{2Q} \exp j\phi_{2Q} \\ \\ A_{PQ} \exp j\phi_{PQ} \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \text{capteur 1} \\ \text{capteur 2} \\ \\ \text{capteur P} \\ \text{capteur 1} \\ \text{capteur 2} \\ \\ \text{capteur P} \\ \text{capteur 1} \\ \text{capteur 2} \\ \\ \text{capteur P} \end{Bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \text{VITESSE 1} \\ \\ \text{VITESSE 2} \\ \\ \text{VITESSE Q} \end{array} \right. \quad \dots (IV.8)$$

• Si  $M=N$  la matrice  $[C_{k1}]$  carrée est inversible, si le déterminant de  $[C_{k1}]$  est différent de zéro ; d'après (IV.7), les balourds correcteurs s'expriment par :

$$B_c = [C_{k1}]^{-1} \{V_k\}_0 \exp j\pi \quad \dots\dots\dots (IV.9)$$

• Si  $N > M$  la matrice  $[C_{k1}]$  rectangle n'est pas inversible ; les balourds correcteurs s'expriment :

$$\{B_1\}_C = [(\overline{C_{k1}})^t [C_{k1}]]^{-1} \overline{C_{k1}} \{V_k\}_0 \exp j\pi \quad (IV.10)$$

$t$  ⇒ Symbole de transposition

$\overline{\quad}$  ⇒ Symbole de conjugaison

La relation (IV.10) résulte d'une optimisation par les moindres carrés

• Si  $N < M$  il faut réduire  $M$  pour obtenir  $M=N$  et calculer les balourds correcteurs par l'expression (IV.9)

On note que avec  $M=N$ , la relation (IV.10) conduit à :

$$\{B_1\}_C = [C_{k1}]^{-1} ((\overline{C_{k1}})^t)^{-1} \overline{C_{k1}} \{V_k\}_0 \exp j\pi \quad (IV.11)$$

$$\{B_1\}_C = [C_{k1}]^{-1} \{V_k\}_0 \exp j\pi \quad (IV.12)$$

Cette relation est identique à (IV.9)

#### IV.7.1.4)- Calcul des vibrations résiduelles :

##### ➤ Vibrations initiales imposées :

Les vibrations résiduelles après adjonction des balourds des balourds correcteurs sont définies par :

$$\{V_k\}_R = \{V_k\}_0 + [C_{k1}] \{B_1\}_C \quad (IV.13)$$

Avec (IV.11) les vibrations résiduelles s'expriment par :

$$\{\mathbf{V}_k\}_R = \{\mathbf{V}_k\}_0 + [\mathbf{C}_{k1}] [\bar{\mathbf{C}}_{k1}]^t [\mathbf{C}_{k1}]^{-1} [\bar{\mathbf{C}}_{k1}]^t \{\mathbf{V}_k\}_0 \exp j\pi \quad (\text{IV.14})$$

Lorsque  $\mathbf{M}=\mathbf{N}$ , les amplitudes des vibrations résiduelles sont nulles :

$$\{\mathbf{V}_k\}_R = \{\mathbf{V}_k\}_0 + [\mathbf{I}] \{\mathbf{V}_k\}_0 \exp j\pi = \{\mathbf{0}\} \quad (\text{IV.15})$$

$[\mathbf{I}]$  : matrice unité

D'un point de vue strictement théorique, un « équilibrage » idéal est réalisé pour les vibrations prises en compte.

Lorsque  $\mathbf{N}>\mathbf{M}$  les amplitudes des vibrations résiduelles ne sont pas nulles en générale ; d'un point de vue strictement théorique, « l'équilibrage » n'est pas réalisé mais les amplitudes des vibrations prises en compte sont en générale réduites et peuvent être acceptables, inférieures aux limites fixées.

Les balourds correcteurs peuvent être calculés avec la matrice globale des coefficients d'influence ou une partie de cette matrice globale, obtenue par dégénérescence « suppression de certaines vibrations ». Les vibrations résiduelles sont calculées avec la matrice globale, que les vibrations initiales auxquelles elles sont associées, aient été ou non prises en compte pour le calcul des balourds correcteurs.

➤ **Vibrations et balourds imposés :**

Lorsque des balourds définis par la matrice  $[\mathbf{B}_1]_i$ , sont imposés, les vibrations dites résiduelles qui en résultent sont définies par :

$$\{\mathbf{V}_k\}_{Ri} = \{\mathbf{V}_k\}_0 + [\mathbf{C}_{k1}] \{\mathbf{B}_1\}_i \quad (\text{IV.16})$$

**IV.7.1.5) Linéarité – Répétabilité :**

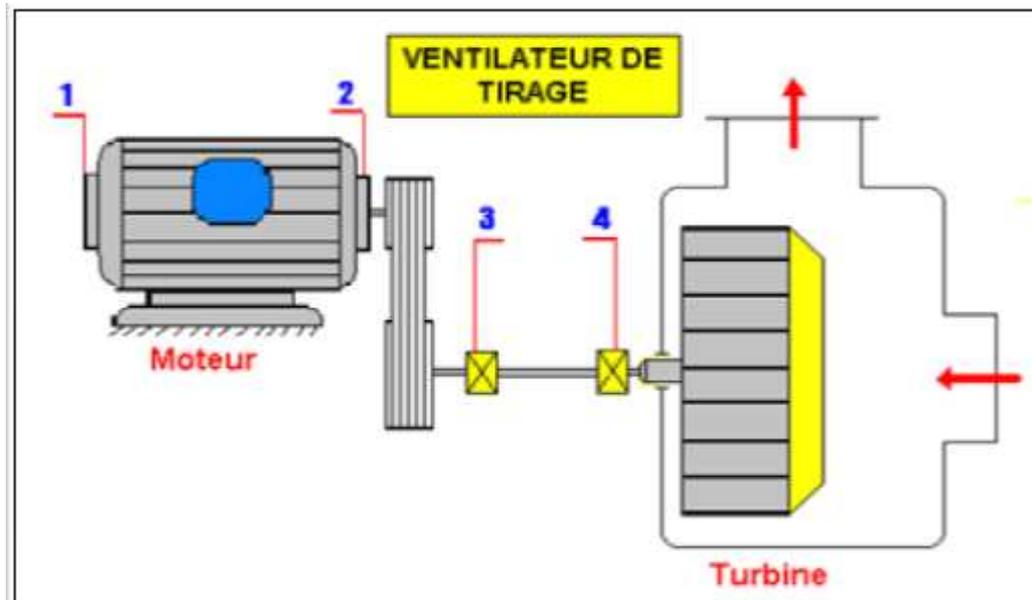
La méthode des coefficients d'influence suppose un comportement linéaire du système machine tournante-structure d'accueil.

Si le comportement est linéaire, les coefficients d'influence sont indépendants des vibrations initiales et des balourds tests utilisés pour leur détermination. Il est donc possible et souhaitable de connaître la nature de ce comportement en utilisant par exemple, des balourds tests différents pour mettre en relation le module et l'argument des coefficients d'influence avec le module et la position angulaire du balourd test. En cas de non linéarité, une procédure itérative peut être appliquée.

**Remarque :**

- Le choix des vibrations et le choix des plans d'équilibrage sont limités par des contraintes liées à l'accessibilité, à la température ...au cout. De ce fait l'influence de balourds dans certains plans d'équilibrage possibles peut être faible et par suite de peu d'intérêt, compte tenu du fait que le module des balourds doit être limité pour éviter des contraintes locales importantes autour de leur zone de fixation sur le rotor.
- La méthode des coefficients d'influence peut être utilisé pour l'équilibrage des machines sur site en ordre d'exploitation et pour l'équilibrage des rotors sur machine spécialisée, quelque soit leur état rigide ou flexible.
- Le système d'acquisition de mesurage et de traitement doit pouvoir opérer en régime transitoire, lors d'une augmentation ou d'une réduction de la vitesse de rotation, pour déterminer les amplitudes et les phases aux vitesses critiques, simultanément en plusieurs points.

## V.1) - HISTORIQUE :



***Fig. (V.01) : Schéma cinématique et points de mesure de vibrations***

Cet équipement est suivi par la méthode de l'analyse vibratoire depuis le 30 Août 2008 (voir courbe de tendances figures (V.02), (V.03) et (V.04), suite d'une campagne de mesures établis sur toutes les machines stratégique de l'usine (voir figures (V.05)). Au départ, l'interprétation spectrale des mesures effectuées dans la date sus indiqué, nous a permet de conclure que les niveaux de vibrations sont jugés admissibles, en se référent aux critères du jugement des vibrations d'après les normes internationales VDI 2056 comme l'indique le tableau 04. Le 19 Octobre 2010, nous avons été sollicités par le service de maintenance suite à des vibrations intolérables sur cette machine, nous avons effectué des prises de mesures de vibrations sur toute la chaîne cinématique, révélant l'apparition d'un balourd sur la turbine, générant des vibrations d'un niveau de 19.70 mm/s sur le palier N°04 côté turbine comme l'indique le spectre représenté sur la figure (V.06). A cet effet, nous avons immédiatement soupçonné le dépôt de matière sur la turbine, car généralement il constitue une source de déséquilibre lié à l'effort rotatif (balourd), dont nous avons inspecté la turbine et nettoyé les pales de cette dernière de la matière colmatée, ensuite l'équilibrage du rotor portant la turbine (voir tableau (V.02)). La dernière campagne de mesures de vibrations a été réalisé le : 22 Octobre 2010, et ce trois jours après l'équilibrage suite à une renaissance de vibrations dû au colmatage de la matière qui persiste toujours.

**Tableau (V.01) :** Niveau de vibrations sur les paliers

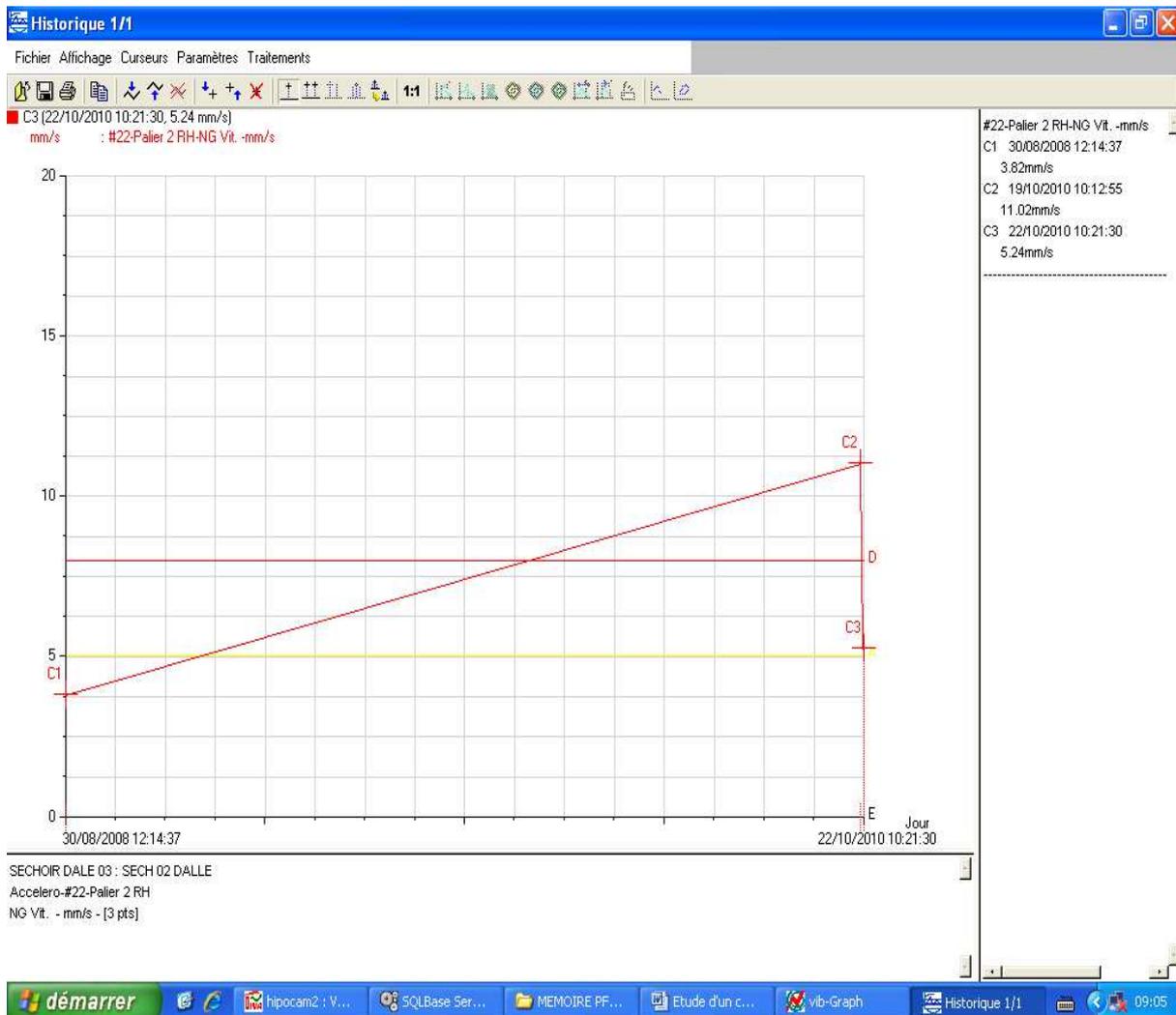
Date du prélèvement de mesures.	Niveau de vibrations sur le palier N°02 en (mm/s)	Niveau de vibrations sur le palier N°03 en (mm/s)	Niveau de vibrations sur le palier N°04 en (mm/s)
Le : 30 Août 2008	03.82	03.20	01.92
Le : 19 Octobre 2010	11.02	13.15	19.70
Le : 22 Octobre 2010	05.24	08.60	07.61

**Tableau (V.02) :** Niveau de balourd avant et après l'équilibrage

Date d'intervention	Niveau de balourd avant l'équilibrage (mm/s)	Niveau de balourd après l'équilibrage (mm/s)
Le : 19 Octobre 2010	34.519	03.594

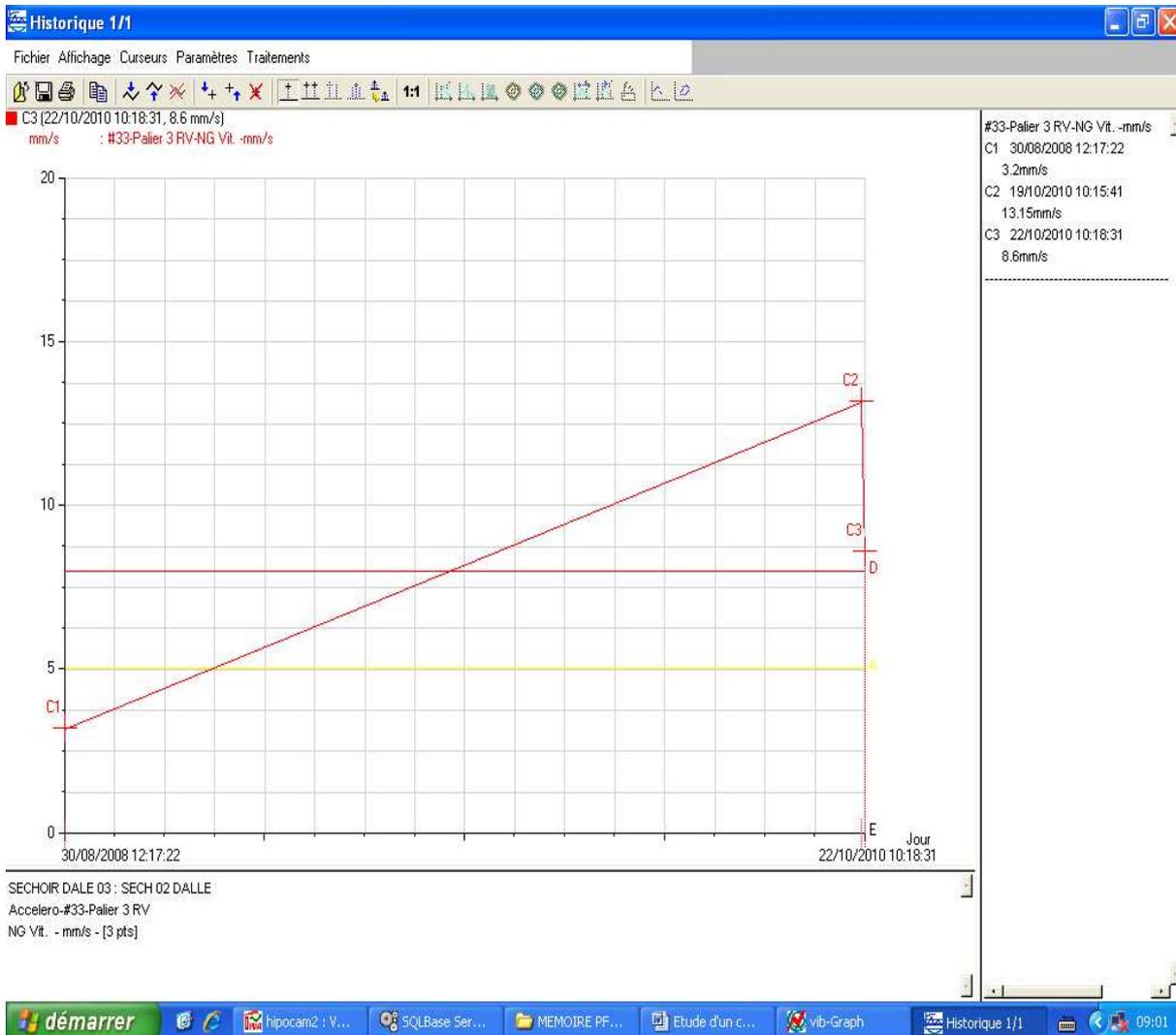
V.2) -LES COURBES DE TENDANCES :

- Pour le Palier Moteur



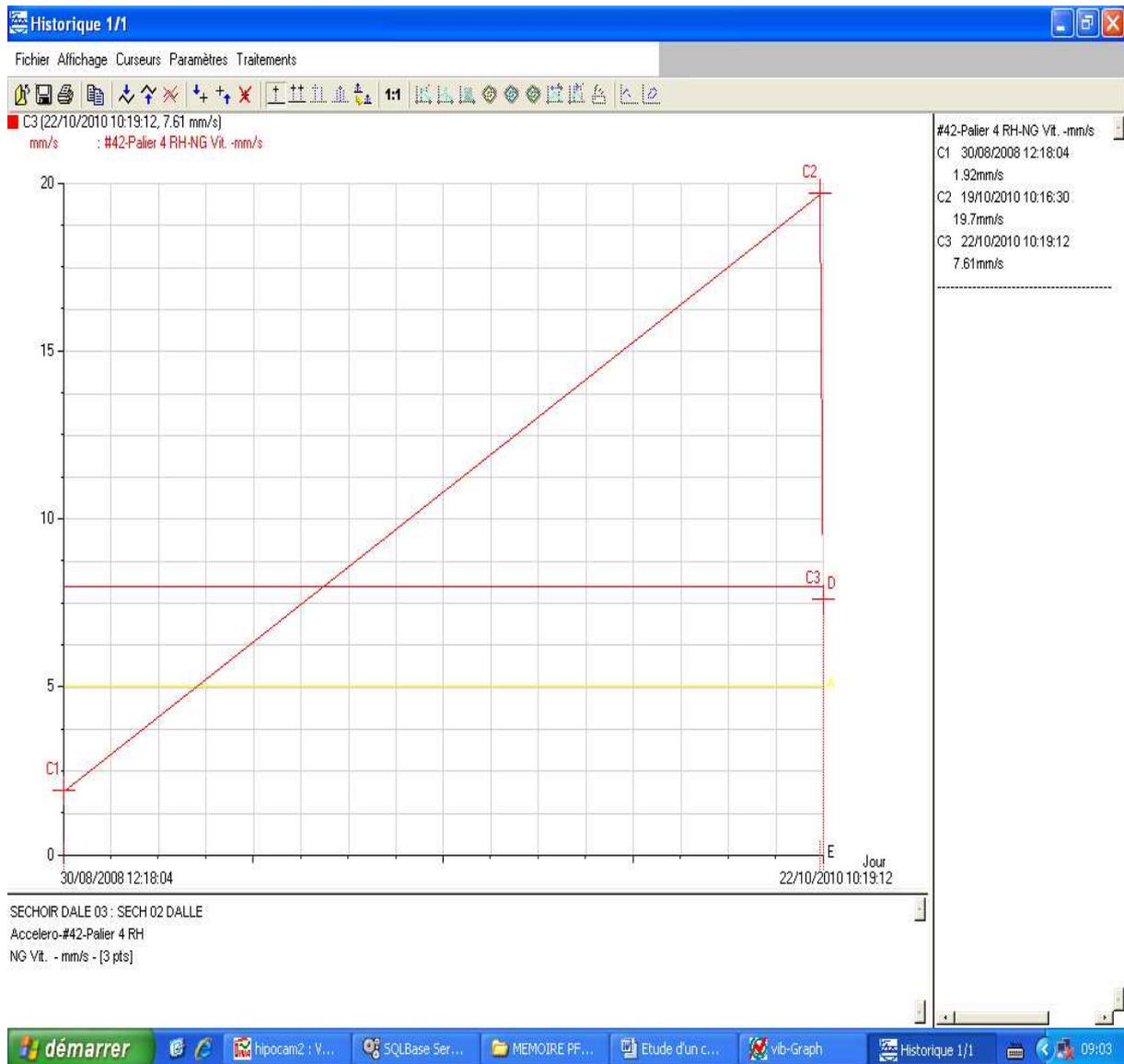
***Fig. (V.02) : Courbe de tendance – Palier Moteur***

- Pour le Palier N°03



**Fig. (V.03) : Courbe de tendance – Palier N°03**

- Pour le Palier N°04



**Fig. (V.04) : Courbe de tendance – Palier N°04**

### V.3) - ETUDE DU CAS :

#### Diagnostic de vibrations du: 19 Octobre 2010 :

L'analyse spectrale des mesures prises sur toute la chaîne cinématique de la machine révèle la présence d'un balourd sur la turbine, générant des vibrations d'un niveau de 19.95 mm/s sur le palier N°04 dans le sens horizontal comme l'indique le spectre de vitesse représenté dans la figure 08 sur une bande de fréquence de 1000 Hz, et qui montre l'apparition de la composante d'amplitude prépondérante à la fréquence de rotation du rotor portant la turbine de 32.5 Hz. Cette défaillance a suscité aussi des vibrations sur les autres paliers de l'installation en enregistrant des niveaux de vibrations de 09.04 mm/s sur le palier moteur dans le sens horizontal, et de 13.80 mm/s sur le palier N°03 dans le sens vertical, ceci est illustré sur les spectres de vitesse respectivement dans les figures (V. 06) et (V.07) sur la même composante d'amplitude liée à la fréquence de rotation de 32.5 Hz. Ces niveaux vibratoires sont jugés **non admissible**, en se référant aux critères du jugement des vibrations d'après les normes internationales VDI 2056 (voir la figure (V.05)), des seuils du jugement).

Cette interprétation spectrale ne révèle pas d'autres défauts mécaniques, ce qui nous permettra de mener l'opération de l'équilibrage aisément et sans difficultés, car la présence d'autres défauts rend les choses plus difficiles et par fois impossible de réussir dans la correction du déséquilibre, donc dans notre cas le seul remède pour éliminer les vibrations de cette machine c'est l'équilibrage de la turbine.

Le déséquilibre est une force de centrifuge tournante qui se manifeste à la fréquence de rotation du rotor (arbre portant la turbine), il provoque des vibrations dans un plan radial, qui se propage automatiquement sur les paliers de la machine, en engendrant des problèmes mécaniques ou électriques à savoir : le défaut de roulement, l'usure sur les paliers, la flexion des arbres, l'usure des plots d'amortissement,.....etc.

### V.4) - CORRECTION DU DESEQUILIBRE :

Pour notre cas, la méthode d'équilibrage rentre dans la partie des rotors rigides, elle est programmée sur plusieurs lances, la première est de procéder aux mesures du niveau vibratoire avec la phase sans masse d'essai, la seconde se réalise avec une masse d'essai calculé suivant la vitesse de rotation du rotor à équilibré, de son rayon et de son poids, et la dernière lancée s'effectuera avec la masse de correction dans la position calculée.

Parfois cette masse de correction avec son positionnement ne donne pas la valeur du niveau de vibrations désirée, donc on sera obligé d'améliorer cette correction par une opération d'affinage. La procédure est résumée dans le tableau (V.03) ci-dessous :

**Tableau (V.03):** Seuils du jugement des vibrations

LANCEE	MASSE (gr)	MESURE HORIZONTALE		MESURE VERTICALE		MESURE AXIALE	
		NIVEAUX (mm/s)	PHASE	NIVEAUX (mm/s)	PHASE	NIVEAUX (mm/s)	PHASE
N°01	-	27.896	10.460	34.519	10.390	07.464	13.180
N°02	43.60 Position : 0	13.640	01.086	13.372	01.591	04.313	05.840
N°03	Correction : 33.854 gr Position : 0.44	03.774	02.070	03.594	02.861	02.522	07.550
Raffinage	03.311 gr Position : 07.01	-	-	-	-	-	-

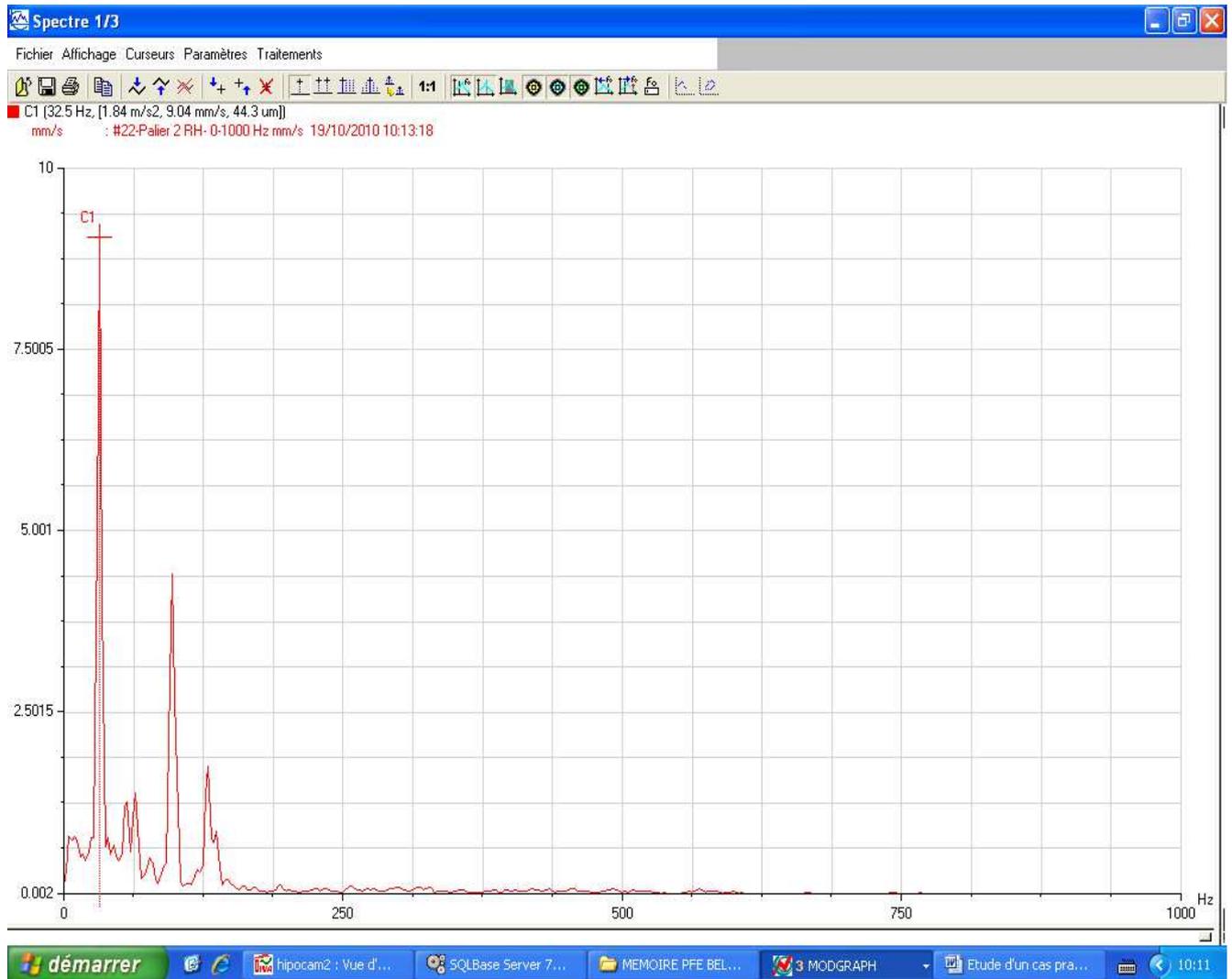
V.5) - LA NORME VDI 2056

NORMES VDI 2056				
45	<b>NON ADMISSIBLE</b>	<b>NON ADMISSIBLE ( DANGER )</b>	<b>NON ADMISSIBLE</b>	<b>NON ADMISSIBLE</b>
28				<b>TOLERABLE</b>
18	<b>TOLERABLE</b>	<b>TOLERABLE</b>	<b>TOLERABLE</b>	<b>TOLERABLE</b>
11.20				<b>ACCEPTABLE</b>
7.10	<b>TOLERABLE</b>	<b>ACCEPTABLE</b>	<b>ACCEPTABLE</b>	<b>ACCEPTABLE</b>
4.50				<b>BON</b>
2.80	<b>ACCEPTABLE</b>	<b>ACCEPTABLE</b>	<b>BON</b>	<b>BON</b>
1.80				
1.12	<b>ACCEPTABLE</b>	<b>BON</b>	<b>BON</b>	<b>BON</b>
0.71	<b>BON</b>			
0.45	<b>BON</b>	<b>BON</b>	<b>BON</b>	<b>BON</b>
0.28				
0.18	<b>BON</b>	<b>BON</b>	<b>BON</b>	<b>BON</b>
	petites machines jusqu'à 15 KW	machines moyennes à grandes 15-25 KW ou jusqu'à 300 KW sur support special	Grandes machines sur fondations rigides et lourdes d'une fréquence naturelle supérieur à le fréquence de fonctionnement de la machine	Grandes machines de fréquence opératoire supérieure à la fréquence naturelle de la fondation ( turbomachines )
	<b>GROUPE K</b>	<b>GROUPE M</b>	<b>GROUPE G</b>	<b>GROUPE T</b>

**Fig. (V.05) : schéma explicatif de la NORME VDI 2056**

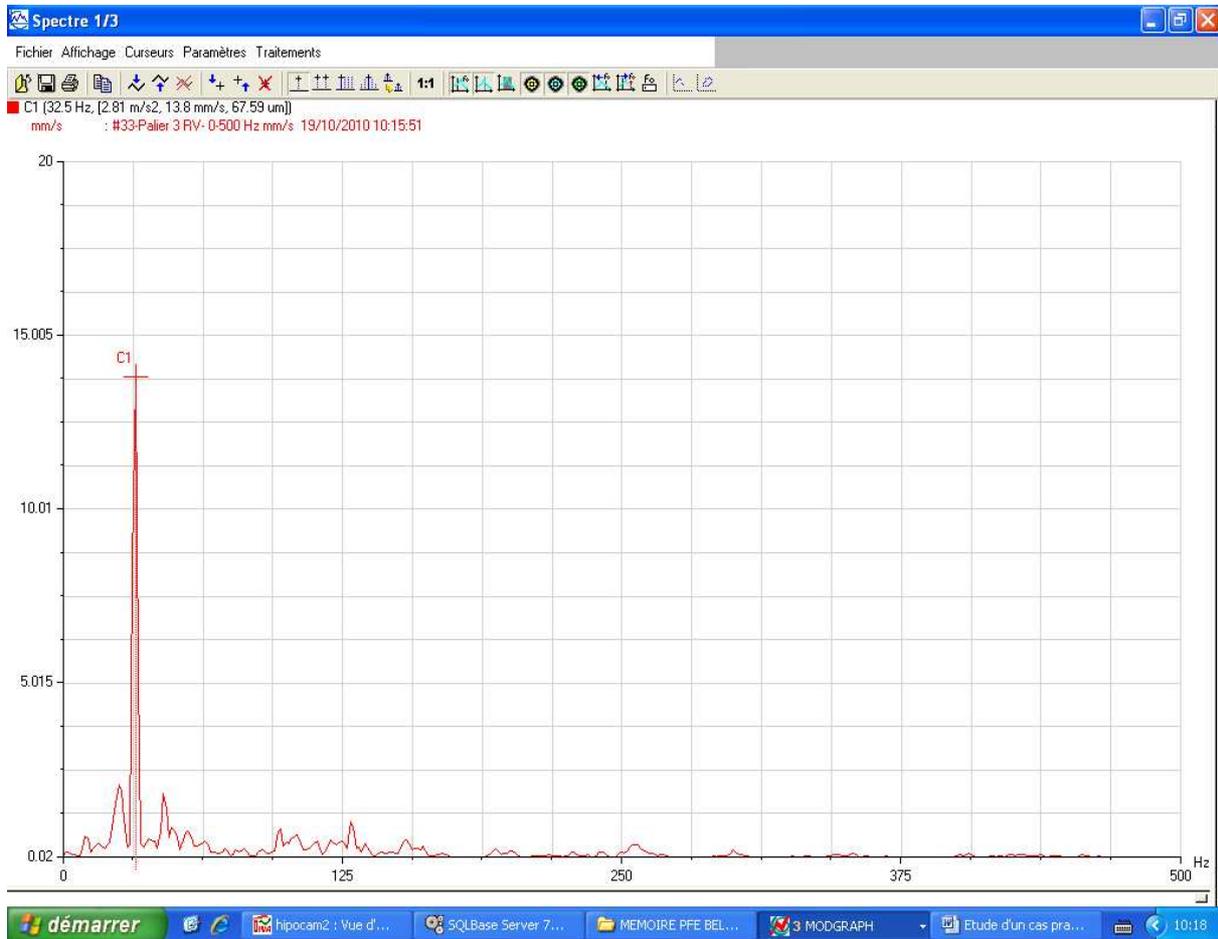
## V.6) - LES SPECTRES PRIS LE 19 OCTOBRE 2010:

- Pour le palier moteur dans le sens horizontal:



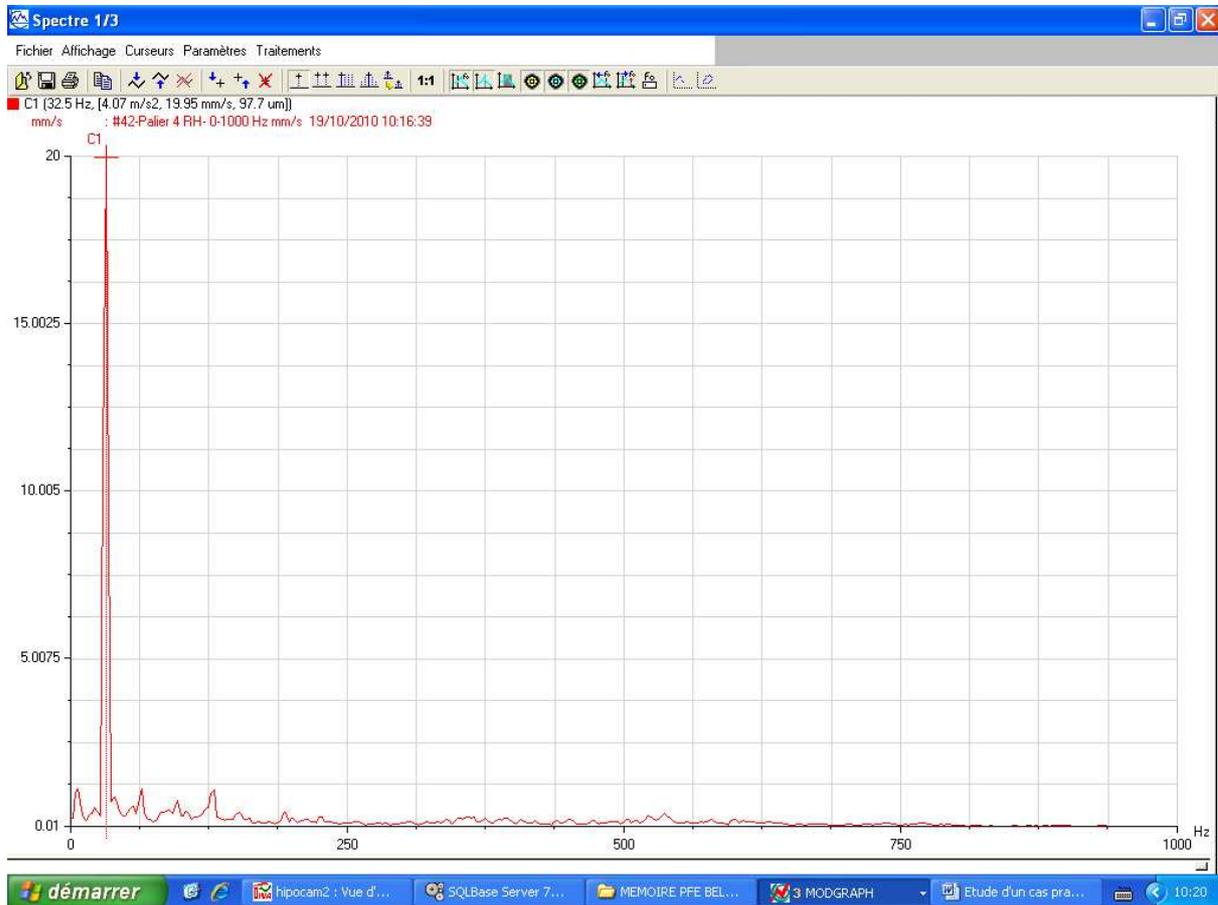
***Fig. (V.06): Spectre pris le : 19 Octobre 2010 sur le palier moteur dans le sens horizontal.***

- Sur le palier N°03 dans le sens vertical:



***Fig. (V.07) : Spectre pris le : 19 Octobre 2010 sur le palier N°03 dans le sens vertical.***

- Pour le palier N°04 dans le sens horizontal:



***Fig. (V.08) : Spectre pris le : 19 Octobre 2010 sur le palier N°04 dans le sens horizontal***

### CONCLUSION

L'opération de l'équilibrage s'est déroulée avec succès, et le niveau de vibrations s'est amélioré et devenu acceptable d'après les normes internationales VDI 2056. Ce type de machines nécessite un suivi périodique par l'analyse vibratoire, afin d'augmenter leurs disponibilités, empêcher leurs arrêts intempestifs et pouvoir programmer des interventions pour réparation dès l'apparition des défauts qui peuvent surgir lors de leurs fonctionnements.

La surveillance vibratoire permet non seulement de détecter ces défauts, mais aussi de suivre leurs évolutions dans le temps, à l'aide des mesures de tendance vibratoire, qui représente un indicateur réel de l'état de ces machines et son comportement dans le futur.

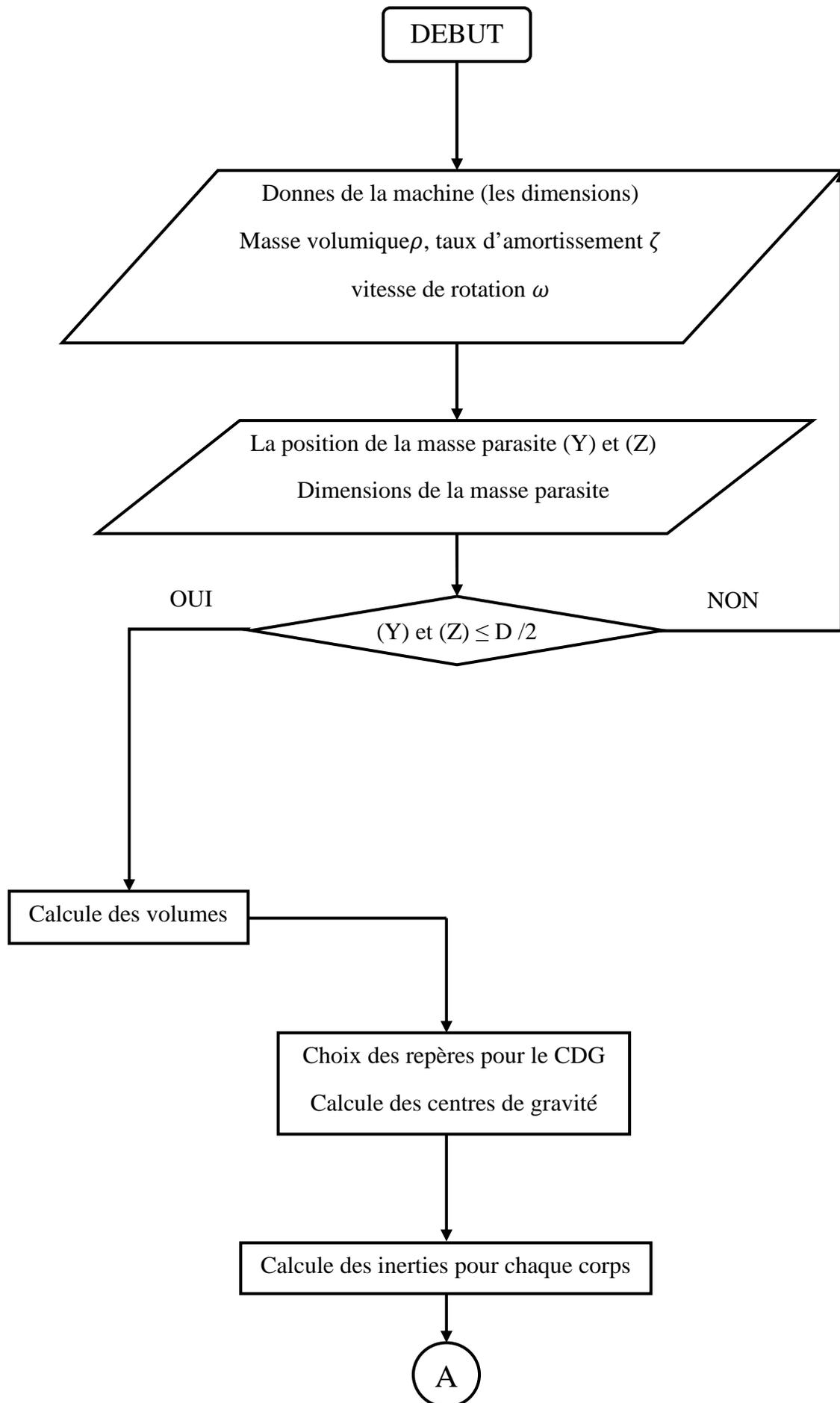
Aussi, l'analyse vibratoire, permet le contrôle de sévérité vibratoire lors de la réception, le montage et l'installation de nouveaux équipements, afin de déceler des éventuelles défaillances mécaniques ou électriques, et proposer des solutions pour les corrigés avant le démarrage de la machine.

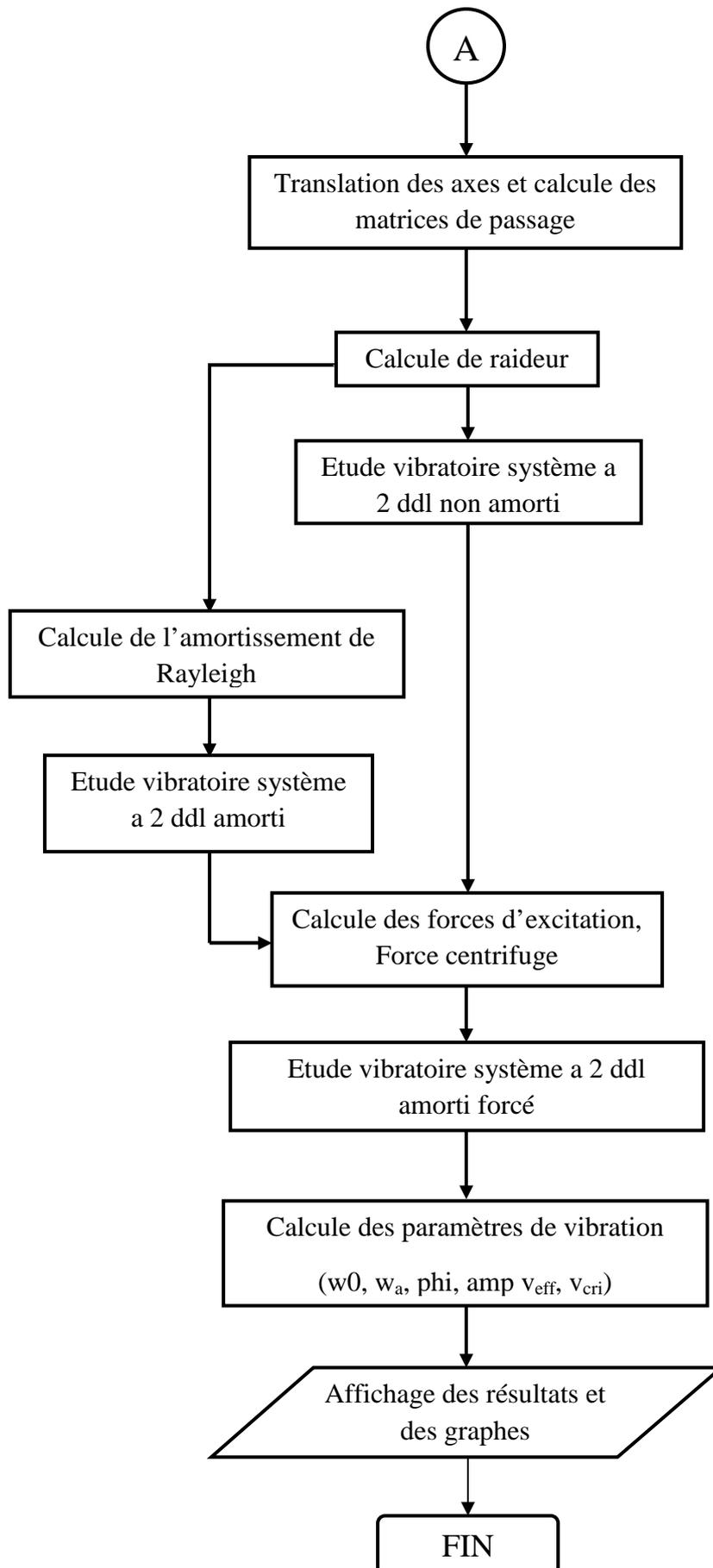
### **Perspective :**

- Possibilité d'améliorer le programme, par l'intégration d'un programme de surveillance vibratoire avec interface graphique (GUI : graphical user interface).
- Avoir une base de données technique des machines exploitées qui facilite la surveillance
- Etablir un modèle plus sophistiqué avec les éléments finis qui peut être plus précis
- Intégration de la surveillance vibratoire dans la maintenance aéronautique pour les compagnies algériennes.

### **Problème rencontré :**

- La maîtrise du programme de MATLAB
- Les données techniques de la machine, la difficulté est représentée par la difficulté d'obtenir les données techniques nécessaires qui nécessitent l'arrêt de la machine qu'elle est dans un état d'exploitation et par fois l'inaccessibilité
- Manque de documentation technique, le manque des catalogues techniques des composants mécaniques
- Difficulté théorique : la partie modélisation nous a pris beaucoup de temps « les raideurs »
- Le manque de l'expérience pratique, absence des stages pratiques dans l'industrie





# Bibliographie

- [1]. Dynamique des rotors en flexion : Techniques de l'ingénieur (doc B5110)
- [2]. DYNAMICS OF STRUCTURES: (Ray W.Clough, JosephPenzien) Computers & Structures, Inc.
- [3]. Dynamique des structures (Techniques d'analyse et d'essai) : Techniques de l'ingénieur (doc B5150)
- [4]. Vibrations et contraintes alternées dans les turbomachines : Techniques de l'ingénieur (doc BM4175)
- [5]. Equilibrage des rotors rigides et flexible : Techniques de l'ingénieur (doc BM5130)
- [6]. Analyse vibratoire des machines tournantes : Techniques de l'ingénieur (doc BM5145)
- [7]. Essais de vibrations (Mesures et exploitation des résultats) : Techniques de l'ingénieur (doc BM5160)
- [8]. Guide De Mécanique: (JEAN-LOUIS FANCHON) édition NATHAN
- [9]. Structural Vibration (Analysis and Damping): (C. E Beards BSc, PhD, C Eng, MRAeS, MIOA) ARNOLD
- [10]. Practical Balancing of Rotating Machinery: (Derek Norfield) ELSEVIER 2006
- [11]. FUNDAMENTALS OF ENGINEERING SUPPLIED-REFERENCE HANDBOOK FIFTH EDITION: (NATIONAL COUNCIL OF EXAMINERS FOR ENGINEERING AND SURVEYING) 2001
- [12]. Mechanical Engineering Handbook: Ed. Frank Kreith Boca Raton: CRC Press LLC, 1999
- [13]. The Engineering Handbook: Ed. Richard C. Dorf Boca Raton: CRC Press LLC, 2000

[14]. Essential MATLAB for Engineers and Scientists: Third edition Brian D.Hahn and Daniel T.Valentine .ELSEVIER 2007

[15]. COURS DE TECHNIQUES DE SURVEILLANCE (PARTIE I : SURVEILLANCE DES MACHINES PAR ANALYSE VIBRATOIRE) : Landolsi Foued

[16]. VIBRATIONS ET ACOUSTIQUE 1 : (Jean-Claude pascal) école nationale supérieure d'ingénieurs du MANS –université du MAINE.

[17]. Diagnostic-maintenance-disponibilité des machines tournantes(modèles-mesurages-analyses des vibrations : (R.BIGRET,J-L.FERON,C ,PACHAUD) EDITION MASSON

[18]. MECANIQUE DES VIBRATIONS LINEAIRE :  
(M .LALANE,P.BERTHIER,J.DER HAGOPIAN) EDITION MASSON

[19]. MAINTENANCE CONDITIONNEL PAR L'ANALYSE VIBRATOIRE :  
(Christian Pachaud, Alain Boulenger) édition DUNOD

[20]. Cours de mécanique générale 3<sup>ème</sup> année ingénieurs : Mr kirad Aek département d'aéronautique université Saad Dahleb Blida

[21]. Cours de mécanique des vibrations 5<sup>ème</sup> année ingénieurs : Mr Badredine département d'aéronautique université Saad Dahleb Blida.

---

---

# INTRODUCTION

---

---

# CHAPITRE

# I

# GENERALITES

---

---

## SOMMAIRE

## PAGE

I.1. DEFINITION DES VIBRATIONS .....	4
I.2. LES CARACTERES DES MOUVEMENTS .....	4
I.3. INCONVENIENTS, AVANTAGES DES VIBRATIONS .....	7
I.4. MESURAGE DES VIBRATIONS .....	7
I.5. ORIGINES DES BALOURDS .....	8
I.6. DYNAMIQUE DE ROTORS.....	12
I.7. EFFETS DES BALOURDS SUR LES VIBRATIONS .....	14

---

---

**CHAPITRE**

**II**

**DESCRIPTION DE  
LA MACHINE**

**SOMMAIRE**

**PAGE**

---

---

II.1. DESCRIPTION DE LA MACHINE .....	16
II.2. NOMENCLATURE .....	16
II.3. DIMENSION DE LA MACHINE.....	17
II.4. DESCRIPTION DU VENTILATEUR.....	18
II.5. CHOIX DES POINTS DE MESURES DE VIBRATIONS .....	18
II.6. DONNES TECHNIQUES PAR LE LOGICIEL CATIA .....	19
II.7. DONNES TECHNIQUES DES ROULEMENTS.....	24

---

---

**CHAPITRE**

**III**

**MODELISATION**

**SOMMAIRE**

**PAGE**

---

---

III.1. PRESENTATION DE LA MACHINE.....	25
III.2. MODELISATION.....	26
III.3. DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DES ELEMENTS DE ROTOR.....	27
III.4. CALCUL DES CARACTERISTIQUES DU ROTOR EQUIVALENT.....	30
III.5. RESOLUTION DES EQUATIONS DE MODELE THEORIQUE .....	42
III.6. DISCUSSION DES RESULTATS .....	50

---

---

**CHAPITRE**

**IV**

**MESURE ET  
EQUILIBRAGE**

**SOMMAIRE**

**PAGE**

---

---

IV.1. GENERALITES SUR LA DYNAMIQUE DES STRUCTURES.....	51
IV.2. CARACTERISTIQUES D'UNE VIBRATION .....	52
IV.3. LES MESURES EN VIBRATION .....	55
IV.4. CAPTEURS DES VIBRATIONS.....	58
IV.5. CHOIX DE L'EMPLACEMENT DE CAPTEURS .....	63
IV.6. STRATEGIES DE SURVEILLANCE VIBRATOIRE.....	67
IV.7. METHODE D'EQUILIBRAG.....	67

---

---

**CHAPITRE**

**V**

**ETUDE DE  
CAS PRATIQUE**

**SOMMAIRE**

**PAGE**

---

---

V.1. HISTORIQUE.....	75
V.2. LES COURBES DE TENDANCES.....	77
V.3. ETUDE DU CAS.....	80
V.4. CORRECTION DU DESEQUILIBRE.....	80
V.5. LA NORME VDI 2056.....	81
V.6. LES SPECTRES PRIS LE 19 OCTOBRE 2010.....	83

---

---

---

---

# CONCLUSION

---

---

---

---

# ANNEXE

---

---