

PHYSIQUE

Michel LE BELLAC

• Physique quantique •



SAVOIRS ACTUELS

CNRS CNRS EDITIONS

EDP
SCIENCES

530-118-1

2-530-118-1

Michel Le Bellac

Physique Quantique

S A V O I R S A C T U E L S

EDP Sciences / CNRS ÉDITIONS

Table des matières

Préface	xv
Avant-propos	xvii
1 Introduction	1
1.1 Structure de la matière	1
1.1.1 Échelles de longueur : de la cosmologie aux particules élémentaires	1
1.1.2 États de la matière	3
1.1.3 Constituants élémentaires	6
1.1.4 Interactions (ou forces) fondamentales	8
1.2 Physique classique et physique quantique	10
1.3 Un peu d'histoire	14
1.3.1 Le rayonnement du corps noir	14
1.3.2 L'effet photoélectrique	17
1.4 Ondes et particules : interférences	19
1.4.1 Hypothèse de de Broglie	19
1.4.2 Diffraction et interférences avec des neutrons froids	20
1.4.3 Interprétation des expériences	23
1.4.4 Inégalités de Heisenberg I	27
1.5 Niveaux d'énergie	30
1.5.1 Niveaux d'énergie en mécanique classique et modèles classiques de l'atome	30
1.5.2 L'atome de Bohr	33
1.5.3 Ordres de grandeur en physique atomique	34
1.6 Exercices	37
1.6.1 Ordres de grandeur	37
1.6.2 Le corps noir	38
1.6.3 Inégalités de Heisenberg	39
1.6.4 Diffraction de neutrons par un cristal	39
1.6.5 Atomes hydrogénoïdes	42
1.6.6 Interféromètre de Mach-Zehnder	42
1.6.7 Interféromètre à neutrons et gravité	43

1.6.8	Diffusion cohérente et diffusion incohérente de neutrons par un cristal	44
1.7	Bibliographie	45
2	Mathématiques de la mécanique quantique I : dimension finie	47
2.1	Espaces de Hilbert de dimension finie	48
2.2	Opérateurs linéaires sur \mathcal{H}	49
2.2.1	Opérateurs linéaires, hermitiques, unitaires	49
2.2.2	Projecteurs et notation de Dirac	51
2.3	Décomposition spectrale des opérateurs hermitique	53
2.3.1	Diagonalisation d'un opérateur hermitique	53
2.3.2	Diagonalisation d'une matrice 2×2 hermitique	55
2.3.3	Ensemble complet d'opérateurs compatibles	57
2.3.4	Opérateurs unitaires et opérateurs hermitiques	58
2.3.5	Fonctions d'un opérateur	59
2.4	Exercices	60
2.4.1	Produit scalaire et norme	60
2.4.2	Commutateurs et traces	61
2.4.3	Déterminant et trace	61
2.4.4	Projecteur dans \mathbb{R}^3	62
2.4.5	Théorème de la projection	62
2.4.6	Propriétés des projecteurs	62
2.4.7	Intégrale gaussienne	62
2.4.8	Commutateurs et valeur propre dégénérée.	63
2.4.9	Matrices normales	63
2.4.10	Matrices positives	63
2.4.11	Identités opératorielles	64
2.4.12	Diviseur de faisceau	64
2.5	Bibliographie	66
3	Polarisation : photon et spin 1/2	67
3.1	Polarisation de la lumière et polarisation d'un photon	68
3.1.1	Polarisation d'une onde électromagnétique	68
3.1.2	Polarisation d'un photon	74
3.1.3	Cryptographie quantique	80
3.2	Spin 1/2	83
3.2.1	Moment angulaire et moment magnétique en physique classique	83
3.2.2	Expérience de Stern-Gerlach et filtres de Stern-Gerlach	85
3.2.3	États de spin d'orientation arbitraire	88
3.2.4	Rotation d'un spin 1/2	90
3.2.5	Dynamique et évolution temporelle	95
3.3	Exercices	97
3.3.1	Décomposition et recombinaison de polarisations	97
3.3.2	Polarisation elliptique	99

3.3.3	Opérateur de rotation pour le spin du photon	100
3.3.4	Autres solutions de (3.45)	100
3.3.5	Décomposition d'une matrice 2×2	100
3.3.6	Exponentielles de matrices de Pauli	101
3.3.7	Tenseur ε_{ijk}	101
3.3.8	Rotation de 2π d'un spin $1/2$	102
3.3.9	Diffusion de neutrons par un cristal : noyaux de spin $1/2$	103
3.4	Bibliographie	104
4	Postulats de la physique quantique	105
4.1	Vecteurs d'état et grandeurs physiques	106
4.1.1	Principe de superposition	106
4.1.2	Grandeurs physiques et mesure	108
4.1.3	Inégalités de Heisenberg II	114
4.2	Évolution temporelle	115
4.2.1	Équation d'évolution	115
4.2.2	Opérateur d'évolution	117
4.2.3	États stationnaires	119
4.2.4	Inégalité de Heisenberg temporelle	121
4.2.5	Points de vue de Schrödinger et de Heisenberg	124
4.3	Approximations et modélisation	125
4.4	Exercices	127
4.4.1	Dispersion et vecteurs propres	127
4.4.2	Méthode variationnelle	127
4.4.3	Théorème de Feynman-Hellmann	128
4.4.4	Évolution temporelle d'un système à deux niveaux	128
4.4.5	Résonance magnétique nucléaire	129
4.4.6	L'énigme des neutrinos solaires	131
4.4.7	Points de vue de Schrödinger et de Heisenberg	133
4.4.8	Le système des mésons K neutres	133
4.5	Bibliographie	136
5	Systèmes à nombre de niveaux fini	137
5.1	Chimie quantique élémentaire	137
5.1.1	Molécule d'éthylène	137
5.1.2	Molécule de benzène	140
5.2	Système à deux niveaux dans un champ extérieur	145
5.2.1	La molécule d'ammoniac comme système à deux niveaux	145
5.2.2	La molécule dans un champ électrique	147
5.2.3	Transitions à la résonance et maser	151
5.2.4	Transitions hors résonance	153
5.2.5	Atome à deux niveaux	155

5.3	Exercices	158
5.3.1	Base orthonormée de vecteurs propres	158
5.3.2	Moment dipolaire électrique du formaldéhyde	159
5.3.3	Le butadiène	159
5.3.4	Vecteurs propres du hamiltonien (5.22)	161
5.3.5	L'ion moléculaire H_2^+	161
5.4	Bibliographie	163
6	États intriqués	165
6.1	Produit tensoriel de deux espaces vectoriels	165
6.1.1	Définition et propriétés du produit tensoriel	165
6.1.2	Système de deux spins 1/2	168
6.1.3	Opérateur densité	169
6.2	Exemples	175
6.2.1	Inégalités de Bell	175
6.2.2	Interférences et états intriqués	183
6.2.3	États intriqués à trois particules : états GHZ	186
6.3	Applications	190
6.3.1	Mesure et décohérence	190
6.3.2	Information quantique	195
6.4	Exercices	201
6.4.1	Indépendance du produit tensoriel par rapport au choix de la base	201
6.4.2	Produit tensoriel de deux matrices 2×2	201
6.4.3	Propriétés des opérateurs densité	201
6.4.4	Opérateur densité pour le spin 1/2	202
6.4.5	Structure fine et effet Zeeman du positronium	203
6.4.6	Ondes de spin et magnons	205
6.4.7	Calcul de $E(\bar{a}, \bar{b})$	206
6.4.8	Inégalités de Bell avec des photons	206
6.4.9	Interférences avec deux photons	208
6.4.10	Interférences des temps d'émission	210
6.5	Bibliographie	211
7	Mathématiques de la dimension infinie	213
7.1	Espaces de Hilbert	213
7.1.1	Définitions	213
7.1.2	Réalisations d'espaces séparables et de dimension infinie	216
7.2	Opérateurs linéaires sur \mathcal{H}	218
7.2.1	Domaine et norme d'un opérateur	218
7.2.2	Conjugaison hermitique	220
7.3	Décomposition spectrale	221
7.3.1	Opérateurs hermitiques	221
7.3.2	Opérateurs unitaires	224

7.4	Exercices	225
7.4.1	Espaces de dimension infinie	225
7.4.2	Spectre d'un opérateur hermitique	225
7.4.3	Relations de commutation canoniques	225
7.4.4	Opérateurs de dilatation et de transformation conforme	226
7.5	Bibliographie	227
8	Symétries en physique quantique	229
8.1	Transformation d'un état dans une opération de symétrie	230
8.1.1	Invariance des probabilités dans une opération de symétrie	230
8.1.2	Théorème de Wigner	233
8.2	Générateurs infinitésimaux	235
8.2.1	Définitions	235
8.2.2	Lois de conservation	237
8.2.3	Relations de commutation des générateurs infinitésimaux	238
8.3	Relations de commutation canoniques	243
8.3.1	Cas de la dimension $d = 1$	243
8.3.2	Réalisation explicite et commentaires	245
8.3.3	L'opération parité	246
8.4	Invariance galiléenne	249
8.4.1	Hamiltonien en dimension $d = 1$	249
8.4.2	Hamiltonien en dimension $d = 3$	252
8.5	Exercices	254
8.5.1	Rotations	254
8.5.2	Rotations et $SU(2)$	254
8.5.3	Relations de commutation entre l'impulsion et le moment angulaire	255
8.5.4	Algèbre de Lie d'un groupe continu	256
8.5.5	Règle de somme de Thomas-Reiche-Kuhn	257
8.5.6	Centre de masse et masse réduite	257
8.5.7	Transformation de Galilée	258
8.6	Bibliographie	258
9	Mécanique ondulatoire	259
9.1	Diagonalisation de X et de P ; fonctions d'onde	260
9.1.1	Diagonalisation de X	260
9.1.2	Réalisation dans $L^2_{\mathbb{R}}(\mathbb{R})$	262
9.1.3	Réalisation dans $L^2_p(\mathbb{R})$	264
9.1.4	Évolution du paquet d'ondes libre	265
9.2	Équation de Schrödinger	270
9.2.1	Hamiltonien de l'équation de Schrödinger	270
9.2.2	Probabilité de présence et vecteur courant	271

9.3	Résolution de l'équation de Schrödinger indépendante du temps	274
9.3.1	Généralités	274
9.3.2	Réflexion et transmission par une marche de potentiel	276
9.3.3	États liés du puits carré	281
9.4	Diffusion par un potentiel	284
9.4.1	Matrice de passage	284
9.4.2	Effet tunnel	288
9.4.3	Matrice S	293
9.5	Potentiel périodique	295
9.5.1	Théorème de Bloch	295
9.5.2	Bandes d'énergie	296
9.6	Mécanique ondulatoire en dimension $d = 3$	301
9.6.1	Généralités	301
9.6.2	Espace de phase et densité de niveaux	303
9.6.3	Règle d'or de Fermi	306
9.7	Exercices	311
9.7.1	Inégalités de Heisenberg	311
9.7.2	Étalement du paquet d'ondes	311
9.7.3	Paquet d'ondes gaussien	312
9.7.4	Heuristique de l'inégalité de Heisenberg	313
9.7.5	Potentiel de Lennard-Jones pour l'hélium	313
9.7.6	Retard à la réflexion	314
9.7.7	Potentiel en fonction δ	314
9.7.8	Transmission par un puits	316
9.7.9	Niveaux d'énergie du puits cubique infini en dimension $d = 3$	316
9.7.10	Courant de probabilité à trois dimensions	316
9.7.11	Densité de niveaux	316
9.7.12	Règle d'or de Fermi	317
9.7.13	Étude de l'expérience de Stern-Gerlach	317
9.7.14	Modèle de mesure de von Neumann	318
9.7.15	Transformation de Galilée	320
9.8	Bibliographie	320
10	Moment angulaire	323
10.1	Diagonalisation de \vec{J}^2 et de J_z	323
10.2	Matrices de rotation	327
10.3	Moment angulaire orbital	332
10.3.1	Opérateur moment angulaire orbital	332
10.3.2	Propriétés des harmoniques sphériques	336
10.4	Particule dans un potentiel central	339
10.4.1	Équation d'onde radiale	339
10.4.2	Atome d'hydrogène	344

10.5	Distributions angulaires des désintégrations	348
10.5.1	Rotations de π , parité, réflexion par rapport à un plan	348
10.5.2	Transitions dipolaires	350
10.5.3	Désintégrations : cas général	355
10.6	Composition de deux moments angulaires	357
10.6.1	Composition de deux spins $1/2$	357
10.6.2	Cas général : composition de deux moments angulaires \vec{J}_1 et \vec{J}_2	359
10.6.3	Composition des matrices de rotation	362
10.6.4	Théorème de Wigner-Eckart (opérateurs scalaires et vectoriels)	363
10.7	Exercices	366
10.7.1	Propriétés de \vec{J}	366
10.7.2	Rotation d'un moment angulaire	366
10.7.3	Rotations (θ, ϕ)	366
10.7.4	Moments angulaires $j = \frac{1}{2}$ et $j = 1$	366
10.7.5	Moment angulaire orbital	367
10.7.6	Relation entre les matrices de rotation et les harmoniques sphériques	367
10.7.7	Indépendance de l'énergie par rapport à m	368
10.7.8	Puits sphérique	368
10.7.9	Atome d'hydrogène pour $l \neq 0$	369
10.7.10	Éléments de matrice d'un potentiel	369
10.7.11	Équation radiale en dimension $d = 2$	370
10.7.12	Propriété de symétrie des matrices $d^{(j)}$	370
10.7.13	Diffusion de la lumière	371
10.7.14	Mesure du moment magnétique du Λ^0	371
10.7.15	Production et désintégration du méson ρ^+	373
10.7.16	Interaction de deux dipôles	375
10.7.17	Désintégration du Σ^0	375
10.7.18	Opérateurs tensoriels irréductibles	376
10.8	Bibliographie	377
11	Oscillateur harmonique	379
11.1	L'oscillateur harmonique simple	380
11.1.1	Opérateurs de création et d'annihilation	380
11.1.2	Diagonalisation du hamiltonien	381
11.1.3	Fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique	384
11.2	États cohérents	386
11.2.1	Définition et propriétés des états cohérents	386
11.3	Introduction aux champs quantifiés	389
11.3.1	Ondes sonores et phonons	389
11.3.2	Quantification du champ scalaire à une dimension	394

11.3.3	Quantification du champ électromagnétique	398
11.3.4	Fluctuations quantiques du champ électromagnétique	403
11.4	Mouvement dans un champ magnétique	407
11.4.1	Invariance de jauge locale	407
11.4.2	Champ magnétique uniforme : niveaux de Landau	411
11.5	Exercices	414
11.5.1	Éléments de matrice de Q et de P	414
11.5.2	Propriétés mathématiques	414
11.5.3	États cohérents	414
11.5.4	Couplage à une force classique	416
11.5.5	États comprimés	419
11.5.6	Énergie de point zéro du modèle de Debye	420
11.5.7	Potentiels scalaire et vecteur en jauge de Coulomb	420
11.5.8	Relations de commutation et hamiltonien du champ électromagnétique	420
11.5.9	Quantification dans une cavité	421
11.5.10	Conservation du courant en présence d'un champ magnétique	422
11.5.11	Transformations de jauge non abéliennes	422
11.5.12	Effet Casimir	424
11.6	Bibliographie	426
12	Théorie élémentaire de la diffusion	429
12.1	Section efficace et amplitude de diffusion	430
12.1.1	Sections efficaces différentielle et totale	430
12.1.2	Amplitude de diffusion	432
12.2	Ondes partielles et déphasages	435
12.2.1	Développement en ondes partielles	435
12.2.2	Diffusion à basse énergie	439
12.2.3	Potentiel effectif	443
12.2.4	Diffusion neutron-proton à basse énergie	445
12.3	Diffusion inélastique	447
12.3.1	Théorème optique	447
12.3.2	Potentiel optique	449
12.4	Développements formels	451
12.4.1	Équation intégrale de la diffusion	451
12.4.2	Diffusion d'un paquet d'ondes	453
12.5	Exercices	455
12.5.1	Pic de Gamow	455
12.5.2	Diffusion de neutrons de basse énergie par une molécule d'hydrogène	457
12.5.3	Propriétés analytiques de l'amplitude de diffusion neutron-proton	458
12.5.4	Approximation de Born	461

12.5.5	Optique neutronique	461
12.5.6	Section efficace d'absorption de neutrinos	464
12.6	Bibliographie	466
13	Particules identiques	467
13.1	Bosons et fermions	467
13.1.1	Symétrie ou antisymétrie du vecteur d'état	467
13.1.2	Spin et statistique	471
13.2	Diffusion de particules identiques	476
13.3	États collectifs	478
13.4	Exercices	481
13.4.1	Particule Ω^- et couleur	481
13.4.2	Parité du méson π	482
13.4.3	Fermions de spin 1/2 dans un puits infini	482
13.4.4	Désintégration du positronium	482
13.5	Bibliographie	483
14	Physique atomique	485
14.1	Méthodes d'approximation	485
14.1.1	Généralités	485
14.1.2	Cas d'une valeur propre simple de H_0	487
14.1.3	Cas d'un niveau dégénéré	488
14.1.4	Méthode variationnelle	489
14.2	Atomes à un électron	491
14.2.1	Niveaux d'énergie en l'absence de spin	491
14.2.2	Structure fine	491
14.2.3	Effet Zeeman	494
14.2.4	Structure hyperfine	496
14.3	Interaction atome-champ électromagnétique	498
14.3.1	Théorie semi-classique	498
14.3.2	Approximation dipolaire	500
14.3.3	Effet photo-électrique	502
14.3.4	Champ électromagnétique quantifié : émission spontanée	505
14.4	Manipulation d'atomes par laser	510
14.4.1	Équations de Bloch optiques	510
14.4.2	Forces dissipatives et forces réactives	514
14.4.3	Refroidissement Doppler	516
14.4.4	Piège magnéto-optique	522
14.5	Exercices	524
14.5.1	Perturbation au second ordre et forces de van der Waals	524
14.5.2	Corrections d'ordre α^2 aux niveaux d'énergie	525
14.5.3	Atomes muoniques	527
14.5.4	Atomes de Rydberg	528

14.5.5	Terme diamagnétique	529
14.5.6	Oscillations de Rabi du vide	530
14.5.7	Forces réactives	532
14.5.8	Énergie de l'état fondamental de l'atome d'hélium	534
14.6	Bibliographie	535
A	Théorème de Wigner et renversement du temps	537
A.1	Démonstration du théorème	538
A.2	Renversement du sens du temps	540
B	Mesure et décohérence	547
B.1	Modèle élémentaire pour la mesure	547
B.2	Franges de Ramsey	550
B.3	Interaction avec un champ dans la cavité	554
B.4	Décohérence	557
C	Méthode de Wigner et Weisskopf	561
D	Constantes physiques	567
	Références générales	569
	Index	571

PHYSIQUE

Michel LE BELLAC

Physique quantique

Cet ouvrage offre une présentation originale et actualisée des fondements et des applications de la **physique quantique**, qui privilégie le formalisme algébrique et l'utilisation des propriétés de symétrie. Il contient des développements, dont certains sont très récents, et qui ne figurent pas dans la plupart des manuels existants : états intriqués, inégalités de Bell, cryptographie et calcul quantiques, fluctuations quantiques du champ électromagnétique, équations de Bloch optiques, manipulation d'atomes par laser (refroidissement Doppler, pièges magnéto-optiques) ainsi qu'un exposé succinct des idées actuelles sur la décohérence et la mesure en mécanique quantique. Ce livre s'adresse aux étudiants de second cycle des Universités et aux élèves des Ecoles d'Ingénieurs, mais il est aussi susceptible d'intéresser un large public de physiciens : étudiants de DEA ou de thèse, chercheurs, enseignants du second degré ou du supérieur souhaitant rafraîchir leurs connaissances en physique quantique. Les corrigés d'une sélection d'exercices sont disponibles sur <http://www.inln.cnrs.fr/Institut/ouvrageMLB.html>.

Extrait de la préface de *Claude Cohen-Tannoudji* : « Chacun des 14 chapitres de ce livre contient en effet, en plus d'un exposé clair et concis des notions de base, de nombreuses discussions présentant des développements conceptuels ou expérimentaux très récents, qui permettent au lecteur de se faire une idée précise des avancées de la discipline et de ses grandes tendances d'évolution... Je suis vraiment admiratif devant l'effort fait par l'auteur pour donner à son lecteur une vision si moderne et si attrayante de la physique quantique ».

Michel Le Bellac est professeur émérite de physique à l'Université de Nice-Sophia Antipolis. Il a enseigné la mécanique quantique dans les trois cycles universitaires. Ses travaux portent sur la physique théorique des particules élémentaires et la théorie quantique des champs à température finie, sujet sur lequel il a écrit Thermal Field Theory; il est aussi l'auteur de Des phénomènes critiques aux champs de jauge dans la collection « SAVOIRS ACTUELS ».

SAVOIRS ACTUELS

Collection dirigée par Michèle LEDUC

 CNRS EDITIONS

 EDP
SCIENCES



9 782868 836557

ISBN 2-86883-655-0
ISBN 2-271-06147-4

© CNRS EDITIONS - EDP Sciences 2003

Ces ouvrages, écrits par des chercheurs, reflètent des enseignements dispensés dans le cadre de la formation à la recherche. Ils s'adressent donc aux étudiants avancés, aux chercheurs désireux de perfectionner leurs connaissances ainsi qu'à tout lecteur passionné par la science contemporaine.