

Mécanique et Ingénierie des Matériaux

Micromécanique des matériaux granulaires



sous la direction de
Bernard Cambou
Michel Jean

Table des matières

Introduction	15
Chapitre 1. Analyse expérimentale et numérique des variables locales	19
Jack LANIER et Franck RADJAÏ	
1.1. Introduction	19
1.2. Variables de texture	20
1.2.1. Description statistique de données directionnelles : tenseurs de texture	20
1.2.2. Partition de l'espace en cellules « matérielles »	24
1.2.3. Applications de la partition en cellules	26
1.3. Variables cinématiques	29
1.3.1. Analyse du champ de déplacement des centres	29
1.3.2. Champ de rotation	30
1.3.3. Roulement sans glissement	32
1.3.4. Déformation locale et déformation globale	34
1.3.5. Evolution de la structure granulaire	36
1.3.6. Conclusions	39
1.4. Localisation de la déformation	39
1.4.1. Aspect macroscopique de la localisation	39
1.4.2. Approche micromécanique de la localisation dans les milieux granulaires	40
1.5. Variables d'efforts internes : méthodes, résultats expérimentaux et résultats numériques	42
1.5.1. Introduction	42
1.5.2. Techniques d'observation	42
1.5.3. Corrélations spatiales	45
1.5.4. Distributions statistiques	48
1.5.5. Moyennes angulaires	52

1.5.6. Caractère bimodal de la transmission des forces	55
1.5.7. Commentaires	59
1.6. Cas particulier des matériaux cohésifs.	60
1.6.1. Introduction	60
1.6.2. Distributions statistiques	62
1.6.3. Activation des forces d'attraction	63
1.6.4. Réseaux faible et fort.	66
1.6.5. Commentaires	68
1.7. Bibliographie	69

Chapitre 2. Les techniques de changement d'échelle dans les matériaux granulaires 73

Denis CAILLERIE et Bernard CAMBOU

2.1. Introduction	73
2.2. Les éléments de base des techniques de changement d'échelle dans les milieux continus et discrets	74
2.2.1. Introduction	74
2.2.2. Séparation d'échelles, VER et localisation	76
2.2.3. Lemme de Hill.	79
2.2.4. Méthodes énergétiques et bornes de Voigt et Reuss dans le cas de l'élasticité linéaire.	80
2.2.5. Modèles autocohérents	83
2.2.6. Milieux périodiques, méthodes asymptotiques	84
2.2.7. Milieux périodiques discrets : l'exemple du treillis	92
2.3. Le changement d'échelle pour les variables de texture.	96
2.3.1. La description des particules	96
2.3.2. La description de l'arrangement entre particules	100
2.3.3. Description de l'espace des vides	107
2.3.4. Discrétisation géométrique de l'espace occupé par un matériau granulaire	108
2.4. Le changement d'échelle pour les variables statiques dans les matériaux granulaires	108
2.4.1. Introduction	108
2.4.2. Description du milieu granulaire et de ses variables statiques	110
2.4.3. Définition du tenseur des contraintes à l'aide de la résultante sur une facette	117
2.4.4. Définition du tenseur des contraintes par analogie avec les milieux continus	122
2.4.5. Définition du tenseur des contraintes à l'aide des puissances virtuelles	128
2.4.6. Analyse de la séparation d'échelles	131

2.4.7. Comparaison des différentes expressions du tenseur des contraintes	134
2.4.8. Analyse de l'arbitraire de définition du tenseur des contraintes . . .	136
2.4.9. Résumé et conclusion	139
2.5. Le changement d'échelle pour les variables cinématiques	
dans les matériaux granulaires	139
2.5.1. Définition des variables locales décrivant la cinématique	
dans les matériaux granulaires	139
2.5.2. Définition du tenseur des déformations à partir	
du déplacement relatif au contact entre particules	141
2.5.3. Définition du tenseur des déformations à partir	
du déplacement relatif des centres des particules en contact	143
2.5.4. Définition du tenseur des déformations à partir du déplacement	
relatif des centres des particules voisines (avec ou sans contact) . .	150
2.5.5. Analyse et comparaison des différentes expressions permettant	
de relier la cinématique locale à la cinématique globale	155
2.6. L'homogénéisation périodique dans les matériaux granulaires	160
2.6.1. Introduction	160
2.6.2. Description géométrique d'un milieu granulaire périodique	161
2.6.3. Cinématique du milieu granulaire périodique	163
2.6.4. Périodicité des efforts intergranulaires – Statique de la cellule	
élémentaire et contraintes macroscopiques	164
2.6.5. Conditions d'unilatéralité des efforts – Forces admissibles	
et convexes des contraintes	165
2.6.6. Conditions d'unilatéralité des vitesses	166
2.6.7. Problème d'évolution quasi statique et loi de comportement	
incrémentale du milieu continu équivalent	166
2.6.8. Conclusion	169
2.7. L'homogénéisation statistique dans les matériaux granulaires	170
2.7.1. Estimation des paramètres de comportement élastique	
à partir du modèle proposé par Chang et Liao	171
2.7.2. Estimation des paramètres de comportement élastique linéaire	
à partir du modèle proposé par Cambou <i>et al.</i> et Emeriault <i>et al.</i> . .	175
2.7.3. Extension au cas d'une élasticité non linéaire	181
2.7.4. Définition de surfaces de charge à partir d'un critère local	183
2.7.5. Difficultés et limitations de l'homogénéisation statistique	
dans les matériaux granulaires	187
2.8. Milieux continus complexes à partir d'une approche micromécanique . .	188
2.8.1. Introduction	188
2.8.2. Introduction des milieux à microstructure	
par les puissances virtuelles	190
2.8.3. Tenseur des moments de Cosserat dans un milieu granulaire	192
2.9. Bibliographie	195

Chapitre 3. Simulation numérique discrète	199
Michel JEAN	
3.1. Introduction	199
3.2. Notations et conventions	202
3.2.1. Rappels de cinématique	202
3.2.2. Notations et conventions relatives au contact	203
3.2.3. Les variables locales	206
3.2.4. Diverses espèces de grains typiques en simulation numérique	208
3.3. Relations cinématiques	211
3.3.1. La fonction distance	211
3.3.2. Relations entre variables locales et variables généralisées	212
3.4. Lois de contact frottant	214
3.4.1. Unilatéralité	215
3.4.2. Lois de frottement	220
3.4.3. Choix de la loi de contact frottant	225
3.4.4. Comportement cohésif	226
3.5. Equations régissant une collection de grains en contact frottant	230
3.5.1. L'équation de la dynamique	230
3.5.2. Les équations du problème avec contact frottant	233
3.6. Préparation d'un échantillon	235
3.6.1. Conditions aux limites	235
3.6.2. L'état initial	239
3.6.3. Taille de l'échantillon	242
3.7. Résolution numérique : méthodes <i>smooth DEM</i>	243
3.7.1. Méthodes <i>molecular dynamics</i>	244
3.7.2. Méthodes <i>smooth DEM</i>	244
3.7.3. Méthode DEM	246
3.7.4. Remarques	251
3.7.5. Amortissement	251
3.7.6. Choix du pas de temps	252
3.8. Résolution numérique : méthodes <i>non smooth DEM</i>	254
3.8.1. Méthodes <i>event driven</i>	254
3.8.2. Méthode <i>non smooth contact dynamics</i>	257
3.9. Exemples de traitement du frottement par méthode explicite et par méthode implicite	264
3.10. Evolutions quasi statiques et méthodes directes de recherche d'équilibres	267
3.10.1. Une loi d'interaction fortement visqueuse	269
3.10.2. Modèles à flexibilité	269
3.10.3. Grains rigides et loi de Signorini, μ -Coulomb	270
3.10.4. Evolutions quasi statiques ou dynamiques	272
3.11. Critères de qualité du calcul	274

3.11.1. Méthodes implicites	276
3.11.2. Méthodes explicites	277
3.11.3. Quelques estimateurs possibles	277
3.12. Modélisation des milieux granulaires par automate cellulaire	279
3.12.1. Introduction	279
3.12.2. Discrétisation espace-temps	280
3.12.3. Fonctionnement	281
3.12.4. Modèles cinématiques	282
3.12.5. Modèles dynamiques	284
3.12.6. Conclusions	286
3.13. Appendice : θ -méthode et méthode de Newmark	288
3.13.1. La θ -méthode	288
3.13.2. Cohérence de la discrétisation	291
3.13.3. La méthode de Newmark	292
3.13.4. Cas des grains déformables	293
3.13.5. Critiques comparatives	296
3.14. Appendice : autres variantes NSCD	297
3.14.1. Résolution du problème de contact frottant (variante Gauß-Seidel)	297
3.14.2. Résolution du problème de contact frottant (variante Jacobi)	298
3.14.3. Résolution du problème de contact frottant (méthode du bipotentiel)	299
3.14.4. Méthode de Newton généralisée	300
3.14.5. Résolution du problème de contact frottant (méthodes de programmation mathématique)	300
3.15. Appendice : calcul parallèle et autres méthodes distribuées	301
3.15.1. Calcul parallèle	301
3.15.2. Triage	301
3.15.3. Méthodes d'éléments distincts	303
3.15.4. Méthode de Newton généralisée	303
3.15.5. Calcul multigrille	305
3.16. Appendice : lois dérivées des relations « Signorini, μ -Coulomb, standard »	307
3.16.1. Les statuts	309
3.16.2. Changement de variables	310
3.16.3. Algorithme NSCD et lois dérivées	312
3.16.4. Conditions unilatérales de Signorini en interstice et loi de Coulomb (GSC)	313
3.16.5. Quasi-choc inélastique et loi de Coulomb (QISC)	314
3.16.6. Conditions unilatérales de Signorini en vitesse et loi de Coulomb (VSC)	314
3.16.7. Chocs à restitution et loi de Coulomb (RSC)	315

14 Micromécanique des matériaux granulaires

3.16.8. Conditions unilatérales de Signorini en vitesse et loi de Coulomb à coefficients de frottement statique et dynamique (VSCSD) . . .	315
3.16.9. Conditions unilatérales en flexibilité et loi de type Coulomb fortement visqueuse aux faibles vitesses de glissement (NFVC).	316
3.16.10. Loi cohésive de type Mohr-Coulomb	316
3.16.11. Exemple cohésif	317
3.16.12. Milieux fibreux	317
3.17 Appendice : éléments d'analyse convexe	318
3.17.1 Ensembles convexes et cônes	319
3.17.2 Fonctions convexes et conjuguées ; sous-différentiels	319
3.17.3 La relation de Signorini standard	321
3.17.4 La loi de Coulomb standard	321
3.17.5 Bipotentiels	322
3.18 Conclusion	323
3.19 Bibliographie	324
Index	331