

M. Ménétrier

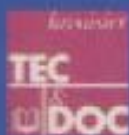
INFORMATIQUE ET SCIENCES PHYSIQUES

MÉTHODES DE CALCUL NUMÉRIQUE ILLUSTRÉES
PAR 90 EXERCICES
PROGRAMMES EN TURBO-PASCAL

COLLECTION

INFORMATIQUE

PRÉPAS - UNIVERSITÉ



langage et informatique

2-005-5-1

2-005-5-1



COLLECTION Informatique Prépas-Université dirigée par Claude Raballand

Informatique et sciences physiques
 Méthodes de calcul numérique illustrées par 90 exercices.
 Programme en TURBO-Pascal

M. Ménétrier
 Agrégé
 de Sciences Physiques
 Professeur au
 Lycée Raspail, Paris

Préface de
 Cl. Raballand

Technique et Documentation
LAVOISIER
 11, rue Lavoisier
 F 75384 PARIS CEDEX 08

Langage et Informatique
 Immeuble Le Dorval
 Place Mendès-France
 31400 TOULOUSE

TABLE DES MATIÈRES

La solution des exercices signalés par * comprend le listing d'un programme en Turbo-Pascal

Préface	V
Introduction	1

CHAPITRE 1

Interpolation polynomiale

1. Approximation d'une fonction	3
1.1. Méthode des moindres carrés	
1.2. Interpolation et extrapolation	
2. Interpolation linéaire	5
3. Interpolation polynomiale	9
4. Extrapolation	12

Procédures

- P.1.1. *interpolineaire, p. 6*
- P.1.2. *interpolagrang, p. 9*

Exercices

- 1.1. *Caractéristique d'une lampe à incandescence *, p. 7*
- 1.2. *Chaleur latente de vaporisation, p. 7*
- 1.3. *Tourniquet *, p. 8*
- 1.4. *Chaleur latente de vaporisation (suite)*, p. 10*
- 1.5. *Equilibre d'un fil lesté *, p. 10*
- 1.6. *Titrage d'un acide faible par une base forte *, p. 11*
- 1.7. *Equation d'état des gaz parfaits, p. 12*

Solutions des exercices	13
--------------------------------------	-----------

Programmes

.....	19
-------	----

CHAPITRE 2

Résolution d'une équation ou d'un système d'équations par itérations

1. Résolution d'une équation par dichotomie	23
2. Méthode de la sécante	27

3.	Méthode de Newton.....
4.	Méthode du point fixe
5.	Résolution d'un système d'équations par la méthode de Jacobi.....
	5.1. Principe général
	5.2. Cas d'un système linéaire
6.	Résolution d'un système d'équations par la méthode de Newton-Raphson
	Conclusion

Procédures

P.2.1.	dichotomie, p. 24
P.2.2.	secante, p. 28
P.2.3.	newton, p. 31
P.2.4.	point fixe, p. 34
P.2.5.	raphson, p. 40

Exercices

2.1.	Tournoquet (suite) *, p. 25
2.2.	Equilibre d'un fil lesté (suite), p. 25
2.3.	Solubilité de AgCl et complexation, p. 25
2.4.	Solubilité de l'hydroxyde de plomb, p. 26
2.5.	pH d'un mélange d'acides et de bases *, p. 26
2.6.	Recherche d'une position d'équilibre *, p. 28
2.7.	Chute dans un fluide visqueux, p. 29
2.8.	Points de Lagrange *, p. 32
2.9.	Redresseur *, p. 34
2.10.	Oscillateur amorti en régime apériodique, *, p. 35
2.11.	Chute de tension dans une ligne électrique *, p. 37
2.12.	Sphères conductrices portées au même potentiel, p. 38
2.13.	Fil élastique tendu *, p. 40
2.14.	Equilibres chimiques en phase gazeuse, p. 41

Solutions des exercices

Programmes

CHAPITRE 3

Calcul numérique des dérivées d'une fonction

1.	Approximation à l'ordre 1
2.	Approximation à l'ordre 2
3.	Influence des erreurs d'arrondi.....
4.	Dérivées partielles d'une fonction de plusieurs variables
	4.1. Cas d'une fonction connue en tout point
	4.2. Cas où la fonction n'est connue qu'en certains points

Procédures

P.3.1.	derivation, p. 66
P.3.2.	calcul.gradient, p. 69
P.3.3.	interpolation, p. 73
P.3.4.	gradient.interpolation, p. 73

Exercices

- 3.1. Coefficient de compressibilité isotherme d'un gaz réel, *p. 64*
- 3.2. Résistance dynamique *, *p. 67*
- 3.3. Coefficient de compressibilité (suite), *p. 68*
- 3.4. Relation de Clapeyron, *p. 68*
- 3.5. Calcul d'un champ électrostatique *, *p. 70*
- 3.6. Action de *n* ressorts identiques, *p. 71*
- 3.7. Coefficient de dilatation isobare *, *p. 74*

Solutions des exercices 75

Programmes

..... 80

CHAPITRE 4**Recherche d'un extrémum - Méthode des moindres carrés**

- 1. Recherche d'un extrémum d'une fonction d'une variable** 83
- 2. Extrémum d'une fonction de plusieurs variables : méthode du gradient** 87
 - 2.1. Recherche d'un minimum
 - 2.2. Recherche d'un maximum
- 3. Méthode des moindres carrés** 92

Procédures

- P.4.1. **extremum**, *p. 83*
- P.4.2. **mini_gradient**, *p. 90*
- P.4.3. **regression**, *p. 94*

Exercices

- 4.1. Circuit-bouchon *, *p. 84*
- 4.2. Pont d'impédances, *p. 85*
- 4.3. Diffusion de la chaleur, *p. 85*
- 4.4. Portée maximale d'un tir dans un fluide *, *p. 87*
- 4.5. Optimisation d'une durée *, *p. 90*
- 4.6. Equilibre d'un fil lesté (fin) *, *p. 91*
- 4.7. Equation du Viriel tronquée *, *p. 94*
- 4.8. Loi d'Arrhenius, *p. 95*
- 4.9. Filtre actif passe-bas d'ordre 4 *, *p. 96*
- 4.10. Equation de Van Der Waals, *p. 97*

Solutions des exercices 98

Programmes

..... 105

CHAPITRE 5

Calcul numérique d'une intégrale

1. Méthode des trapèzes	111
1.1. Cas général	
1.2. Cas d'un pas constant	
1.3. Erreurs d'arrondi	
2. Application à certains problèmes de mécanique	113
3. Cas d'une limite infinie	117
4. Méthode de Simpson	118
5. Séries de Fourier	127
5.1. Rappels théoriques	
5.2. Application à l'étude d'oscillations entretenues	

Procédures

- P.5.1. *trapezes*, p. 113
 P.5.2. *simpson*, p. 120
 P.5.3. *fourier*, p. 128

Exercices

- 5.1. Montagnes russes *, p. 113
 5.2. Montagnes russes (suite), p. 115
 5.3. Champ électrostatique d'un cercle chargé *, p. 116
 5.4. Période du pendule simple, p. 117
 5.5. Equation horaire d'un satellite en orbite elliptique *, p. 120
 5.6. Equation horaire d'une trajectoire hyperbolique, p. 122
 5.7. Couplage rotation-vibration *, p. 123
 5.8. Oscillations isentropiques d'un gaz parfait, p. 125
 5.9. Cinétique de la synthèse de HI, p. 126
 5.10. Harmoniques dans un circuit non-linéaire *, p. 128
 5.11. Résonances d'un système mécanique, p. 129

Solutions des exercices	131
--------------------------------------	-----

Programmes

.....	139
-------	-----

CHAPITRE 6

Equations différentielles et systèmes différentiels

1. Résolution d'une équation différentielle du premier ordre	145
1.1. Discrétisation d'une équation différentielle	
1.2. Convergence et stabilité	
1.3. Méthode d'Euler	
1.4. Méthode de Runge-Kutta d'ordre 2	
1.5. Méthode de Runge-Kutta d'ordre 4	
2. Résolution numérique d'un système d'équations différentielles du premier ordre	152
2.1. Introduction	
2.2. Systèmes de deux équations différentielles avec conditions initiales : Méthode d'Euler	
2.3. Méthode de Runge-Kutta d'ordre 4	

3.	Résolution numérique d'une équation différentielle du second ordre avec conditions initiales	156
4.	Résolution numérique d'une équation différentielle du second ordre avec conditions aux limites	159
4.1.	Discrétisation	
4.2.	Cas d'une équation différentielle linéaire : Méthode de Choleski	
5.	Résolution d'un système de deux équations différentielles du second ordre	163
	Conclusion	169

Procédures

- P.6.1. euler, p. 147
- P.6.2. RK4, p. 150
- P.6.3. RK4_système, p. 154
- P.6.4. RK4_ordre_2, p. 157
- P.6.5. choleski, p. 161
- P.6.6. meca, p. 165

Exercices

- 6.1. Régime transitoire dans une résistance chauffante *, p. 147
- 6.2. Régime transitoire dans un circuit non-linéaire, p. 148
- 6.3. Compression quasistatique d'un gaz parfait avec échange de chaleur *, p. 151
- 6.4. Fusée-sonde *, p. 152
- 6.5. Chute d'une goutte dans un aérosol *, p. 154
- 6.6. Cinétique chimique : réactions parallèles et successives, p. 155
- 6.7. Cinétique chimique : réactions parallèles et équilibre, p. 156
- 6.8. Résonance aux bornes d'une résistance non-linéaire *, p. 157
- 6.9. Pendule simple dans une soufflerie, p. 158
- 6.10. Dissipation de chaleur dans un disque *, p. 161
- 6.11. Échauffement local d'un conducteur sectionné, p. 163
- 6.12. Déviation d'un électron par deux fils parallèles chargés *, p. 165
- 6.13. Tir dans l'atmosphère, p. 166
- 6.14. Système Terre, Lune, satellite artificiel *, p. 167

Solutions des exercices	170
-------------------------------	-----

Programmes	182
------------------	-----

CHAPITRE 7

Résolution numérique de quelques équations aux dérivées partielles

1.	Equation de Laplace à deux dimensions	189
1.1.	Description du problème	
1.2.	Discrétisation	
1.3.	Conseils pour la programmation	
2.	Tracé des équipotentielles et des lignes de champ (à deux dimensions)	194
2.1.	Détermination des points d'une ligne de champ	
2.2.	Tracé de la ligne de champ	
2.3.	Equipotentielles	

3.	Equation de Laplace à 3 dimensions dans le cas d'une système invariant par rotation autour d'un axe	198
	3.1. Description du problème	
	3.2. Discrétisation	
4.	Equation de la chaleur à une dimension	204
	4.1. Equation de la chaleur	
	4.2. Equation de la chaleur à une dimension dans un milieu homogène	
	4.3. Discrétisation	
	4.4. Conseils pour la programmation	
5.	Equation de la chaleur dans un milieu homogène invariant par rotation autour d'un axe	208
	5.1. Description du système	
	5.2. Discrétisation	
6.	Autres équations aux dérivées partielles	210

Procédures

- P.7.1. *ecran*, p. 195
 P.7.2. *ligne_champ*, p. 195
 P.7.3. *equipotentielle*, p. 196

Exercices

7.1.	Champ électrostatique créé par 4 fils parallèles *, p. 192	
7.2.	Cage de Faraday, p. 193	
7.3.	Champ électrostatique créé par un grand nombre de fils parallèles*, p. 196	
7.4.	Carte d'un champ électrostatique, p. 197	
7.5.	Fil de garde, p. 197	
7.6.	Cylindre de Faraday *, p. 200	
7.7.	Paratonnerre, p. 202	
7.8.	Effets de bords, p. 203	
7.9.	Etablissement d'un régime thermique stationnaire dans un mur, p. 207	
7.10.	Diffusion d'un pic de température *, p. 207	
7.11.	Chauffage d'un barreau cylindrique, p. 210	
7.12.	Equation de la chaleur à deux dimensions dans un milieu homogène, p. 210	
7.13.	Ondes stationnaires sur une corde vibrante *, p. 211	
	Solutions des exercices	212

Programmes	224
-------------------------	-----

CHAPITRE 8

Exercices et problèmes

1.	Electromagnétisme	231
2.	Mécanique du solide	237
3.	Mécanique des fluides	241
4.	Optique	244

Exercices

- 8.1. Champ magnétique créé par une spire circulaire, p. 231
 8.2. Champ créé par un solénoïde *, p. 232

8.3.	Force exercée sur une spire dans un solénoïde *, p. 233	
8.4.	Force d'interaction entre deux solénoïdes, p. 234	
8.5.	Mutuelle inductance de deux spires *, p. 234	
8.6.	Mutuelle inductance d'une spire et d'un solénoïde, p. 235	
8.7.	Percussion électromagnétique *, p. 235	
8.8.	Sphère roulant sans glisser dans un cylindre, p. 237	
8.9.	Sphère roulant et glissant dans un cylindre *, p. 238	
8.10.	Chute d'une tige appuyée à un mur *, p. 239	
8.11.	Anneau glissant sur un plan horizontal *, p. 240	
8.12.	Renouvellement de l'eau d'un bassin *, p. 241	
8.13.	Agitateur dans un récipient parallélépipédique, p. 243	
8.14.	Fibre optique, p. 244	
8.15.	Traitement d'une image troncée *, p. 244	
	Solutions des exercices	247
<hr/>		
	Programmes	260
<hr/>		