

TECHNOSUP

Les FILIÈRES TECHNOLOGIQUES des ENSEIGNEMENTS SUPÉRIEURS

RÉGULATION

Commande des systèmes. Performance et robustesse

Régulateurs monovariables et multivariables,
applications

Cours et exercices corrigés

Henri BOURLÈS

Hervé GUILLARD



Table des matières

Première partie :	<u>Systèmes monovariabiles</u>	9
I	Systèmes en boucle ouverte	11
1	Systèmes et fonctions de transfert	11
1.1	Formulation générale	11
1.2	Transformation de Laplace et fonction de transfert	11
1.3	Pôles et zéros d'un système	13
1.4	Stabilité d'un système	13
1.5	Gain statique d'un système	16
2	Etude temporelle des systèmes	17
2.1	Systèmes du premier ordre	17
2.2	Systèmes du second ordre	18
2.3	Systèmes à retard	24
2.4	Systèmes d'ordre quelconque	24
3	Etude fréquentielle des systèmes par le diagramme de Bode	25
3.1	Réponse fréquentielle d'un système et représentation	25
3.2	Systèmes du premier ordre	27
3.3	Systèmes du second ordre	28
3.4	Systèmes d'ordre quelconque	31
3.5	Systèmes à retard	35
4	Etude fréquentielle par les lieux de Black et de Nyquist	37
4.1	Description	37
4.2	Tracé des lieux	38
5	Exemple et programmes Matlab	41
5.1	Le système Exemple	41
5.2	Calcul de la réponse indicielle	41
5.3	Calcul des réponses fréquentielles	43
6	Exercices	45
II	<u>Systèmes bouclés</u>	50
1	<u>Algèbre des diagrammes</u>	50
2	<u>Stabilité en boucle fermée</u>	52
2.1	Notion de stabilité en boucle fermée	52
2.2	Critère de Routh-Hurwitz	55
2.3	Critère de Nyquist	59
2.4	Critère du revers	62
3	<u>Robustesse</u>	64
3.1	Notion générale de robustesse	64
3.2	Marges de gain, de phase et de retard	65

3.3	Marge de module	68
3.4	Programme Matlab	69
3.5	Exemple	70
4	Performance	72
4.1	Erreur statique en boucle fermée	72
4.2	Erreur statique et bouclage intégral	73
4.3	Rejet de perturbation	74
4.4	Compromis robustesse/performance	75
5	Exercices	77
III Régulateur PID robuste		82
1	Introduction	82
2	Etude et conception d'un régulateur PDF	84
2.1	Diagrammes de Bode	84
2.2	Utilisation	86
2.3	Programme Matlab associé	86
2.4	Exemple	87
3	Etude et conception d'un régulateur PI	89
3.1	Diagrammes de Bode	89
3.2	Utilisation	90
3.3	Programme Matlab associé	90
3.4	Exemple	91
4	Conception d'un régulateur PID robuste	93
4.1	Calcul du régulateur	93
4.2	Programme Matlab associé	94
4.3	Exemple	95
5	Implantation du régulateur PID	98
6	Conclusion	101
7	Exercice	102
IV Régulateur RST robuste		105
1	Structure du régulateur RST	105
2	La boucle fermée et son comportement	106
2.1	Equations de la boucle fermée et stabilité	106
2.2	Rejet de perturbation	107
2.3	Annulation de l'erreur statique	108
2.4	Filtrage du bruit de mesure	108
3	Détermination du régulateur RST	110
3.1	Polynômes R et S	110
3.2	Polynôme T	113
4	Exemple de calcul et programme Matlab	115
4.1	Calcul d'un régulateur RST	115
4.2	Programme Matlab associé	117
5	Exemple d'un système avec un zéro très rapide	121
6	Conclusion	123
7	Exercices	123

Deuxième partie :	Systèmes multivariables	129
V	Représentation d'état d'un système	131
1	Du formalisme de transfert au formalisme d'état	131
2	Calcul d'une représentation d'état	134
2.1	Les formes canoniques	135
2.2	La méthode directe	138
2.3	La méthode itérative	143
2.4	Représentation d'état et formalisme de transfert	148
3	Analyse d'un système mis sous forme d'état	149
3.1	Commandabilité	149
3.2	Observabilité	150
3.3	Pôles et zéros	151
3.4	Stabilité	152
3.5	Solution de l'équation d'état	152
4	Exemple et programme Matlab	153
4.1	Exemple	153
4.2	Programme Matlab	155
5	Exercices	156
VI	Systèmes bouclés multivariables	163
1	Etude de la stabilité	164
2	Du monovariabile au multivariable	165
2.1	Diagramme de Bode d'un système multivariable	165
2.2	Norme H_∞ d'un système multivariable	167
3	Représentation des incertitudes	167
4	Robustesse en stabilité	169
4.1	Schéma standard d'analyse	169
4.2	Transformations linéaires fractionnaires	170
4.3	Résultat de stabilité robuste	171
4.4	Marges de stabilité	172
5	Exercices	175
VII	Régulateur à retour d'état robuste	178
1	Description du système et objectifs de commande	178
2	Régulateur à retour d'état classique	179
3	Régulateur à retour d'état et bouclage intégral	181
3.1	Définition du système augmenté	181
3.2	Solution du problème posé	182
3.3	Forme du régulateur obtenu	182
3.4	Calcul de K_a	183
3.5	Fonctions de sensibilité	184
4	Régulateur à retour d'état robuste : le cas monovariabile	187
4.1	Procédure générale de calcul	187
4.2	Robustesse du régulateur	188
4.3	Programme Matlab associé	188
4.4	Exemple	189
5	Régulateur à retour d'état robuste : le cas multivariable	192

5.1	Principe du régulateur Linéaire Quadratique (LQ)	193
5.2	Solution du problème	194
5.3	Procédure générale de calcul	194
5.4	Robustesse du régulateur	195
5.5	Programme Matlab associé	196
5.6	Exemple	196
6	Exercices	203
VIII Observateur robuste		208
1	Théorie des observateurs	209
1.1	Synthèse retour d'état/observateur	209
1.2	Régulateur à retour d'état/observateur et bouclage intégral	213
1.3	Matrices de sensibilité	217
1.4	Exemple monovarié	218
2	Observateur robuste multivariable	222
2.1	Observateur optimal	222
2.2	Méthode LTR	224
2.3	Programme Matlab	225
2.4	Exemple	225
3	Exercice	229
IX Commande à temps discret		231
1	Introduction	231
2	Signaux à temps discret	231
2.1	Discrétisation et système discret	231
2.2	Bloqueur d'ordre zéro	232
3	Systèmes discrétisés	232
3.1	Description générale	232
3.2	Discrétisation d'un système sous forme de transfert	233
3.3	Discrétisation d'un système sous forme d'état	234
4	Propriétés structurelles des systèmes à temps discret	235
4.1	Pôles et zéros	235
4.2	Commandabilité et observabilité	236
4.3	Stabilité	236
4.4	Propriétés relatives à un système discrétisé	236
5	Systèmes pseudo-continus	237
5.1	Transformation de Tustin	237
5.2	Représentations pseudo-continues	238
6	Synthèse de régulateurs à temps discret	239
6.1	Approches directes	239
6.2	Discrétisation par approximation	240
6.3	Passage par un système pseudo-continu	240
7	Exercices	244
Troisième partie : Etudes de cas		249
X	Linéarisation autour d'un point d'équilibre	251

1	Notion de point d'équilibre	251
2	Linéarisation et développement limité	252
3	Exemple	253
4	Exercice	255
XI	Commande robuste d'une suspension magnétique/	258
1	Présentation et modèle de fonctionnement	258
1.1	Modélisation	259
1.2	Linéarisation du modèle	260
1.3	Changement d'échelle de temps	262
1.4	Fonction de transfert de la suspension	263
2	Calcul d'un régulateur RST robuste	263
2.1	Choix des pôles en boucle fermée	263
2.2	Calcul des polynômes $R(s)$, $S(s)$ et $T(s)$	264
3	Calcul d'un régulateur PID	265
4	Comparaison des deux approches	265
4.1	Robustesse en stabilité	265
4.2	Performance	266
XII	Commande robuste multivariable d'un hélicoptère	270
1	Présentation et modèle de fonctionnement	270
1.1	Position des différents centres de gravités	272
1.2	Energie cinétique	276
1.3	Energie potentielle	278
1.4	Equations de Lagrange	278
1.5	Linéarisation du modèle	281
1.6	Représentation d'état de l'hélicoptère	284
2	Régulateur à retour d'état robuste de l'hélicoptère	285
2.1	Système augmenté	285
2.2	Cahier des charges	286
2.3	Calcul du régulateur	287
Annexe		293
1	Transformations	293
1.1	Transformations de Laplace et de Fourier (des fonctions)	293
1.2	Transformations en Z et de Fourier (des suites)	294
1.3	Théorème de l'échantillonnage	295
2	Calcul matriciel	295
2.1	Opérations sur les matrices	295
2.2	Valeurs propres, vecteurs propres et exponentielle de matrice	297
2.3	Valeurs singulières	298
3	Table de transformées de Laplace et en Z	298
4	Discrétisation des processus usuels	300