

Mathématiques

Murray R. Spiegel

**Variables
complexes**

McGraw-Hill

Schaum's

Table des matières

	Page
Chapitre 1. — LES NOMBRES COMPLEXES L'ensemble des nombres réels. Représentation graphique des nombres réels. L'ensemble des nombres complexes. Opérations fondamentales sur les nombres complexes. Valeur absolue. Fondements axiomatiques de la théorie des nombres complexes. Représentation géométrique des nombres complexes. Forme polaire des nombres complexes. Formule de De Moivre. Racines des nombres complexes. Formule d'Euler. Equations algébriques. Les racines $n^{\text{ièmes}}$ de l'unité. Interprétation vectorielle des nombres complexes. Représentation sphérique des nombres complexes. Projection stéréographique. Produit intérieur, produit extérieur. Coordonnées complexes conjuguées. Ensembles ponctuels	1
Chapitre 2. — FONCTIONS, LIMITES, CONTINUITÉ Variables et fonctions. Fonctions uniformes, fonctions multiformes. Fonctions inverses. Transformations. Coordonnées curvilignes. Les fonctions élémentaires. Points de branchement, coupures. Surfaces de Riemann. Limites. Théorèmes sur les limites. Le point à l'infini. Continuité. Continuité dans un domaine. Théorèmes sur la continuité. Continuité uniforme. Suites. Limite d'une suite. Théorèmes sur les limites de suites. Séries.	33
Chapitre 3. — DERIVATION COMPLEXE, EQUATIONS DE CAUCHY-RIEMANN Dérivées. Fonctions analytiques. Equations de Cauchy-Riemann. Fonctions harmoniques. Interprétation géométrique de la dérivée. Différentielles. Règles de différentiation. Dérivées des fonctions élémentaires. Dérivées d'ordre supérieur. Règle de L'Hospital. Points singuliers. Familles orthogonales. Courbes. Application à la géométrie et à la mécanique. Opérateurs différentiels complexes. Gradient, divergence, rotationnel et laplacien. Quelques identités faisant intervenir les gradient, divergence et rotationnel.	63
Chapitre 4. — INTEGRATION COMPLEXE, THEOREME DE CAUCHY Intégrales curvilignes complexes. Intégrales curvilignes réelles. Relation entre les intégrales curvilignes réelles et complexes. Propriétés des intégrales. Changement de variable. Ouverts simplement connexes et multiplément connexes. Courbes de Jordan. Convention concernant l'orientation d'un contour fermé. Formule de Green dans le plan. Forme complexe de la formule de Green. Théorème de Cauchy. Théorème de Cauchy-Goursat. Théorème de Morera. Intégrales indéfinies. Intégrales de fonctions particulières. Quelques conséquences du théorème de Cauchy.	92
Chapitre 5. — FORMULES INTEGRALES DE CAUCHY, APPLICATIONS Formules intégrales de Cauchy. Quelques théorèmes importants. Théorème de Morera. Inégalité de Cauchy. Théorème de Liouville. Théorème fondamental de l'algèbre. Théorème de Gauss sur la valeur moyenne. Théorème du module maximum. Théorème du module minimum. Théorème de l'argument. Théorème de Rouché. Formule intégrale de Poisson pour un cercle. Formule intégrale de Poisson pour un demi-plan.	118

	Page
Chapitre 6. — SERIES INFINIES. SERIES DE TAYLOR, SERIES DE LAURENT	139
Suites de fonctions. Séries de fonctions. Convergence absolue. Convergence uniforme de suites et séries. Séries entières. Quelques théorèmes importants. Théorèmes généraux. Théorèmes sur la convergence absolue. Critères particuliers de convergence. Théorèmes sur la convergence uniforme. Théorèmes sur les séries entières. Théorème de Taylor. Quelques séries particulières. Théorème de Laurent. Classification des singularités. Fonctions entières. Fonctions méromorphes. Développement de Lagrange. Prolongement analytique.	
Chapitre 7. — LE THEOREME DES RESIDUS. CALCULS D'INTEGRALES ET DE SERIES	172
Résidus. Calcul des résidus. Le théorème des résidus. Calcul d'intégrales définies. Théorèmes particuliers utilisés dans le calcul d'intégrales. Valeur principale des intégrales au sens de Cauchy. Dérivation sous le signe d'intégration. Règle de Leibnitz. Sommes de séries. Développement de Mittag-Leffler. Quelques développements particuliers.	
Chapitre 8. — REPRESENTATION CONFORME	200
Transformations. Jacobien d'une transformation. Transformations complexes. Représentation conforme. Théorème de Riemann sur la représentation conforme. Points fixes ou invariants d'une transformation. Quelques transformations générales. Translation. Rotation. Homothétie. Inversion. Transformations successives. La transformation linéaire. La transformation homographique. Représentation d'un demi-plan sur un cercle. La transformation de Schwarz-Christoffel. Transformation des frontières exprimées sous forme paramétrique. Quelques transformations particulières.	
Chapitre 9. — APPLICATIONS PHYSIQUES DE LA REPRESENTATION CONFORME	232
Problèmes aux limites. Fonctions harmoniques et conjuguées. Problèmes de Dirichlet et de Neumann. Le problème de Dirichlet pour le cercle unité. Formule de Poisson. Le problème de Dirichlet pour le demi-plan. Solutions des problèmes de Dirichlet et de Neumann par représentation conforme. Applications à l'écoulement des fluides. Notions fondamentales. Le potentiel complexe. Lignes équipotentielles et lignes de courant. Sources et puits. Quelques écoulements particuliers. Ecoulements autour d'obstacles. Théorème de Bernoulli. Théorème de Blasius. Applications à l'électrostatique. Loi de Coulomb. Champ électrique. Potentiel électrostatique. Théorème de Gauss. Le potentiel électrostatique complexe. Charges linéaires. Conducteurs. Capacité. Application à la diffusion de la chaleur. La température complexe.	
Chapitre 10. — COMPLEMENTS	265
Prolongement analytique. Principe de symétrie de Schwarz. Produits infinis. Convergence absolue, semi-convergence et convergence uniforme des produits infinis. Quelques théorèmes importants sur les produits infinis. Théorème de Weierstrass sur les produits infinis. Quelques produits infinis particuliers. La fonction gamma. Propriétés de la fonction gamma. La fonction bêta. Equations différentielles. Solutions d'équations différentielles sous forme d'intégrales. Fonctions de Bessel. Fonctions de Legendre. La fonction hypergéométrique. La fonction zêta. Séries asymptotiques. Développements asymptotiques particuliers. Fonctions elliptiques.	
INDEX	274