

LES GRANDS CLASSIQUES GAUTHIER-VILLARS

Joseph-Alfred SERRET

COURS
D'ALGÈBRE SUPÉRIEURE

QUATRIÈME ÉDITION

TOME I



ÉDITIONS
JACQUES GABAY

 blong®

TABLE DES MATIÈRES

DU TOME PREMIER.

INTRODUCTION.....	Pages 1
-------------------	------------

SECTION PREMIÈRE.

LES PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES ET LA RÉOLUTION NUMÉRIQUE DES ÉQUATIONS.

CHAPITRE PREMIER.

THÉORIE DES FRACTIONS CONTINUES.

Définition des fractions continues.....	7
De la formation des réduites.....	9
Propriétés des réduites.....	11
Des fractions convergentes intermédiaires.....	21
Théorème de Lejeune-Dirichlet.....	25
Résolution d'une équation du premier degré à deux inconnues, en nombres entiers, par la méthode des fractions continues.....	27
Théorème relatif à la réduction des fractions rationnelles en fraction continue.....	29
Condition pour que les fractions continues qui représentent deux irrationnelles soient terminées par les mêmes quotients.....	34

CHAPITRE II.

DES FRACTIONS CONTINUES PÉRIODIQUES.

Développement des irrationnelles du deuxième degré en fraction continue.....	38
Comparaison des réduites qui répondent à des quotients complets égaux entre eux, dans une fraction continue périodique.....	60

	Pages
Cas de la racine carrée d'un nombre entier.....	75
Sur l'application de la théorie des fractions continues à l'analyse indéterminée du deuxième degré.....	77

CHAPITRE III.

PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES ÉQUATIONS ALGÈBRIQUES.

Des expressions imaginaires.....	86
Des fonctions entières.....	91
Développement de la fonction entière $f(z+h)$ suivant les puissances de h	96
Principe fondamental de la théorie des équations.....	99
Limites des modules des racines.....	106
Détermination du produit des facteurs linéaires communs à deux polynômes donnés.....	107
Des fonctions entières dans lesquelles plusieurs facteurs linéaires sont égaux.....	111
Propriété des dérivées des fonctions entières.....	114
Théorème de Cauchy.....	118
Transformation des équations.....	132

CHAPITRE IV.

DES ÉQUATIONS SIMULTANÉES ET DE L'ÉLIMINATION.

De l'élimination.....	143
Sur le nombre des termes que peut contenir une fonction entière d'un degré donné.....	144
Du nombre des termes d'une fonction entière qui ne sont pas divisibles par des puissances données des variables.....	156
Réduction d'une fonction entière de plusieurs quantités assujetties à satisfaire à un pareil nombre d'équations données.....	152
Élimination de $n-1$ inconnues entre n équations algébriques. — Théorème de Bezout relatif au degré de l'équation finale.....	155
Sur la résolution des équations algébriques simultanées.....	160
Remarque sur la méthode d'élimination de Bezout. — Méthode d'Euler.....	165
Cas de trois équations du deuxième degré à trois inconnues.....	168
Sur les équations simultanées dans lesquelles les coefficients ont des valeurs particulières déterminées.....	181
Théorème relatif au degré de multiplicité des solutions de deux équations simultanées à deux inconnues.....	189

	Pages
Application de la théorie du plus grand commun diviseur à la recherche des solutions communes à deux équations à deux inconnues.....	196
Théorème de M. Labatie.....	300
Application de l'élimination à la transformation des équations... ..	306
Sur la recherche des diviseurs des fonctions entières d'une variable.....	312
Sur l'abaissement des équations.....	315

CHAPITRE V.

PROPRIÉTÉS DES RACINES DE L'UNITÉ.

Propriétés des racines de l'équation binôme $z^n = 1$. — Des racines primitives et de leur nombre.....	331
Application de la méthode d'abaissement des équations réciproques à l'équation binôme.....	335
Démonstration d'une propriété remarquable de l'équation $\frac{z^p - 1}{z - 1} = 0$, où p désigne un nombre premier.....	342

CHAPITRE VI.

DE LA SÉPARATION DES RACINES DES ÉQUATIONS NUMÉRIQUES.

De la résolution numérique des équations.....	348
Limites des racines réelles d'une équation à coefficients réels....	349
Théorème relatif aux résultats de la substitution de deux nombres quelconques à l'inconnue.....	355
Théorème de Descartes.....	357
Théorème de Budan.....	364
Théorème de Rolle.....	371
Théorème de Sturm.....	376
Des conditions de réalité de toutes les racines d'une équation de degré donné.....	383
Extension de la méthode de Sturm.....	385
Application de la méthode de Sturm à la détermination du nombre qui exprime combien une équation quelconque a de racines réelles ou imaginaires dans l'intérieur d'un contour donné....	392
Premières recherches sur la séparation des racines réelles des équations numériques. — Emploi du théorème de Sturm.....	397
Méthode de Fourier pour la séparation des racines.....	365
Séparation des racines imaginaires.....	318

CHAPITRE VII.

DU CALCUL DES RACINES DES ÉQUATIONS NUMÉRIQUES.

	Pages
Recherche des racines commensurables des équations à coefficients rationnels.....	320
Théorie des différences.....	326
Application à un exemple.....	338
Méthode d'approximation de Newton.....	342
Complément de la méthode de Newton.....	345
Méthode d'approximation de Lagrange.....	351
Du calcul des racines imaginaires.....	369

SECTION II.

LES FONCTIONS SYMÉTRIQUES.

CHAPITRE PREMIER.

THÉORIE DES FONCTIONS SYMÉTRIQUES.

Des fonctions symétriques.....	375
Formules de Newton pour le calcul des sommes de puissances semblables des racines d'une équation.....	377
Usage de la division algébrique pour le même objet.....	380
Détermination des fonctions symétriques doubles, triples, etc., des racines d'une équation.....	382
Méthode de Waring pour calculer une fonction symétrique rationnelle et entière des racines d'une équation.....	385
Méthode de Cauchy.....	395
Application de la méthode de Cauchy à un exemple.....	400
Formation de l'équation de laquelle dépend une fonction rationnelle et non symétrique des racines d'une équation donnée....	402
Équation aux carrés des différences.....	405
Sur la forme des fonctions rationnelles d'une ou de plusieurs racines d'une équation.....	408
Méthode d'élimination fondée sur la théorie des fonctions symétriques.....	412
Théorème de Lagrange sur les conditions nécessaires pour que deux équations aient plusieurs racines communes.....	419

Méthode de Tschirnüs pour faire disparaître autant de termes que l'on veut d'une équation.....	424
Application de la méthode de Tschirnüs à l'équation du cinquième degré.....	439

CHAPITRE II.

FORMULES GÉNÉRALES RELATIVES A LA THÉORIE DES FONCTIONS SYMÉTRIQUES.

Formule de Lagrange.....	435
Expression de la somme des puissances semblables des racines d'une équation en fonction des coefficients.....	445
Application à l'équation du deuxième degré.....	449
Sur l'expression d'une fonction symétrique d'ordre quelconque des racines d'une équation en fonction des sommes de puissances semblables des racines.....	451
Détermination des coefficients d'une équation en fonction des sommes de puissances semblables des racines.....	460
Méthode nouvelle pour former le dernier terme de l'équation aux carrés des différences.....	461
Démonstration nouvelle de la formule de Lagrange.....	466
Applications de la formule de Lagrange.....	481

CHAPITRE III.

DIGRESSION SUR LA DÉCOMPOSITION DES FRACTIONS RATIONNELLES ET SUR LES SÉRIES RÉCURRENTES.

Théorie de la décomposition des fractions rationnelles en fractions simples.....	485
Cas d'une fraction rationnelle dont le dénominateur n'a que des facteurs simples.....	491
Méthodes pour effectuer la décomposition d'une fraction rationnelle dans le cas général.....	492
Forme nouvelle de l'expression d'une fonction rationnelle décomposée en fractions simples.....	497
Mode particulier de décomposition pour les fractions rationnelles et réelles dont le dénominateur a des facteurs linéaires imaginaires.....	502
Condition pour que l'intégrale d'une différentielle rationnelle soit algébrique.....	508
Application à un problème de Géométrie.....	511

	Pages
Détermination d'une fonction rationnelle par le moyen des valeurs qui répondent à des valeurs données de la variable.....	515
Des séries récurrentes.....	521

CHAPITRE IV.

DES FONCTIONS ALTERNÉES ET DES DÉTERMINANTS. APPLICATION A LA THÉORIE DES ÉQUATIONS.

Des fonctions alternées.....	527
Des déterminants.....	532
Des fonctions entières et homogènes de deuxième degré.....	546
De la fonction adjointe.....	553
Remarque sur la réduction à une somme de carrés.....	562
Théorème relatif aux fonctions entières et homogènes du deuxième degré à coefficients réels.....	565
Théorème de M. Sylvester relatif aux fonctions auxquelles conduit l'application du théorème de Sturm.....	570
Application du théorème de Sturm à une classe remarquable d'équations algébriques.....	580
Méthode de M. Hermite pour déterminer le nombre des racines réelles d'une équation qui sont comprises entre deux limites données.....	585

CHAPITRE V.

DÉVELOPPEMENTS RELATIFS A LA THÉORIE DE L'ÉLIMINATION.

Des fonctions symétriques et rationnelles des solutions communes à plusieurs équations.....	599
Extension de la méthode d'élimination par les fonctions symétriques au cas d'un nombre quelconque d'équations.....	605
Théorème de Bezout sur le degré de l'équation finale.....	607
Développement d'une fonction algébrique implicite en série ordonnée suivant les puissances décroissantes de sa variable.....	610
Formation de l'équation finale qui résulte de l'élimination d'une inconnue entre deux équations à deux inconnues. — Nouvelle démonstration du théorème de Bezout. — Somme des racines de l'équation finale.....	615
Développement, en séries ordonnées suivant les puissances décroissantes de la variable, de plusieurs fonctions algébriques définies par autant d'équations.....	621

	Pages
Formation de l'équation finale qui résulte de l'élimination de deux, trois, etc., inconnues entre trois, quatre, etc., équations. — Nouvelle démonstration du théorème de Bezout. — Somme des racines de l'équation finale.....	624
Démonstration d'une formule de Jacobi.....	628
Application de la théorie précédente à une question de Géométrie.....	630
Sur l'élimination d'une inconnue entre deux équations dont les coefficients ont des valeurs particulières quelconques.....	636
Cas particuliers du développement d'une fonction algébrique implicite en série ordonnée suivant les puissances croissantes de sa variable.....	636
Formation de l'équation finale qui résulte de l'élimination d'une inconnue entre deux équations quelconques à deux inconnues. — Détermination du degré de l'équation finale.....	643

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES DU TOME PREMIER.