

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ BLIDA 1

FACULTÉ DE TECHNOLOGIE



MEMOIRE

Présenté au Département de Mécanique

Pour l'obtention du diplôme de

MASTER ACADEMIQUE

Filière : Génie Mécanique

Option : Conception Mécanique

Présenté par

Mr. BENHADNA Abdallah

Mr. BEKKAR Ahmed

THEME

**Dynamique des systèmes multi-corps appliquée au
découpage des plaques en verre par un robot
redondant à outil à tête en diamant**

Dirigé par:

Prof. OUALI Mohammed

Univ. Blida 1

Mr. OSMANI El-Hadi

Univ. Blida 1

Remerciements

Ce travail entre dans les thèmes proposés au sein du laboratoire de recherche "structures Mécaniques" du département de Génie Mécanique, Université Saad DAHLAB de Blida.

Les travaux exposés dans ce mémoire ont été réalisés sous la direction du professeur Mohammed OUALI et de monsieur El Hadi OSMANI. Nous tenons à les remercier. Grâce à leur aide, à leurs conseils éclairés et ses judicieuses orientations, nous avons pu mener à terme ce modeste travail d'initiation à la recherche.

Nous exprimons notre profonde reconnaissance et nos sincères remerciements à messieurs qui ont accepté d'examiner notre travail et de participer à notre soutenance.

Enfin nous remercions nos camarades d'étude et particulièrement Amine BERRAHAL.

Au terme de ce mémoire, nous tenons à exprimer toute notre gratitude aux personnes qui nous a soutenu durant la réalisation de ce travail et surtout Dr Amina HASNI Enfin nous ne pourrons pas terminer ces remerciements sans avoir une pensée à l'ensemble de nos enseignants, qu'ils trouvent ici, l'expression de notre profonde gratitude.

ملخص

منذ الثورة الصناعية الشيء الذي ميز عالم التكنولوجيا المتغيرة هي الروبوتات. وقد ساعد ظهور الروبوتات في الصناعة في تخفيف صعوبة العمل و تكراره، وهذا على قدر كبير من الكفاءة والدقة.

النمذجة خطوة هامة في مجال الروبوتات. هناك عدة أنواع: نمذجة هندسية، نمذجة حركية و نمذجة ديناميكية. فائدة هذه النماذج تسهيل تصميم وحدة تحكم الروبوت، وتحسين التخطيط للمسار، وتوفير الوقت والمال.

تحقيقا لهذه الغاية، هذا المشروع يقوم على نمذجة روبوت يحمل أداة مصنوعة من الماس لقطع لوحات الزجاج.

استعمال هذا النوع من الروبوتات يعطينا مجموعة من التشكيلات الحركية والديناميكية الممكنة، مما يمكننا من تحديد التشكيل الأمثل الذي يتطلب طاقة أقل، ويسمح للروبوت بالقيام بعمله في أحسن الظروف وفي مدة زمنية أقصر.

كلمات مفتاحية: الزجاج، الروبوت، زائد عن الحاجة، قطع، الماس

Résumé

Depuis la révolution industrielle, une discipline a marqué l'évolution du monde technologique, c'est la robotique. L'avènement des robots dans l'industrie a permis de soulager l'homme des travaux répétitifs et difficiles, et ceci avec plus d'efficacité et de précision.

La compétition incessante dans l'industrie conduit à une nécessaire augmentation de la productivité en préservant la qualité et en diminuant le cout de revient des produits.

La modélisation est une étape primordiale dans le domaine de la robotique. On dispose de plusieurs modèles : géométrique, cinématique, et dynamique. Ces modèles permettent de faciliter la conception la simulation, et la commande du robot, d'optimiser la planification de la trajectoire, et d'économiser le temps et l'argent

À cet effet, ce projet consiste à modéliser un robot redondant de type SCARA portant un outil a tête en diamant pour le découpage des plaques en verre.

L'utilisation d'un robot redondant offre une gamme de configurations cinématiques et dynamiques possibles, ce qui donne la possibilité de faire un travail d'optimisation afin de déterminer la configuration qui nécessite moins d'énergie et qui permet au robot d'effectuer son travail dans des meilleur conditions et dans un temps réduit.

Mots clés : verre, robot, redondant, découpage, diamant

Summary

Since the arrival of the industrial revolution, there is one discipline that marked the evolution of the word of technology. This discipline is Robotics. Thus, the use of robots in the industry let man to relieve from his repetitive and difficult works, and also it gives a perfect efficiency and accuracy.

In the industry, the regular competition leads to a necessary increase in the productivity while at the same time the quality is preserved and the cost of the products decreases.

Modeling is an important step in the field of robotics. We have several models such as geometric, kinematic and dynamic. These models are used in order to facilitate the design and the control of the robot. Also, their use is to optimize the planning of the trajectory and to save the time and the money at the same time.

In this case, our project consists to develop a redundant robot of SCARA type. It has one Diamond Head tool and it is use to cut glass plates.

The use of a redundant robot has offered a range of possible kinematic and dynamic configuration. The use gave us also the possibility of an optimization work in order to determine the configuration that requires less energy and that allows the robot to perform its work in the best conditions and in a reduced time.

Keywords: Glass, robot, redundant, cutting, diamond.

Introduction générale – Etat de l’art

Depuis l’âge du temps, le verre a joué un rôle important dans l’industrie, et grâce à ces caractéristiques remarquables, le verre est toujours considéré comme étant l’un des matériaux de base utilisés dans plusieurs domaines tels que le domaine du bâtiment, l’industrie automobile, l’aéronautique, l’électronique [1][2][3][4], etc.

Vu la fragilité qui caractérise le verre, la procédure de découpe du verre est donc représentée une étape très délicate et qui nécessite des techniques de découpage spécifiques pour chaque type de verre. Pour cela l’industrie du verre a connu des travaux de recherche et de développement pour améliorer la qualité de produit. Parmi ces techniques, on trouve le découpage par jet d’eau qui utilise la pression de l’eau envoyée à grande vitesse pour découper les plaques de verre. On trouve aussi le découpage Laser, etc.[5][6] Mais ces techniques sont relativement coûteuses surtout pour le travail de grande série.

Depuis sa création dans les années 1970, la robotique a beaucoup progressé, cette nouvelle discipline a pu s’adapter à tous les domaines sans exception. Aujourd’hui Les robots jouent un rôle important dans l’amélioration de la productivité et de la compétitivité dans l’industrie. Ils prennent en charge les tâches les plus pénibles et donnent une bonne qualité de produit.

Pour cette raison, on propose dans ce projet une autre technique de découpage du verre basée sur l’utilisation d’un robot industriel pour le découpage des plaques de verre avec beaucoup de précision et moins de risque, et surtout dans un temps réduit par rapport aux autres techniques.

Notre travail s’articule sur cinq chapitres :

Le premier chapitre comporte une présentation générale des différents procédés de fabrication du verre, et les principales techniques de découpage, enfin la nécessité d’utiliser la robotique dans ce domaine.

Dans le deuxième chapitre, nous allons donner les notions de base de la robotique que nous rencontrons souvent dans notre travail.

Dans le troisième chapitre nous allons définir notre robot à travers des modèles cinématiques et dynamique qui permettent au robot de réaliser l’opération de découpage avec précision et en toute sécurité.

Dans le quatrième chapitre on va étudier le contacte entre le robot et son environnement et les différents paramètres qui rentrent en jeu lors de ce contact.

Dans le cinquième chapitre nous allons faire un travail d’optimisation qui nous donne la configuration qui nécessite un minimum d’énergie, et on va proposer des programmes par MATLAB qui calculent les coordonnées, les vitesses et les accélérations, et en fin les couples articulaires optimales.

Tables des matières

RESUMÉ	1
TABLES DES MATIERES	4
TABLES DES FIGURES	7
LISTE DES TABLEAUX	9
INTRODUCTION GENERALE	10
CHAPITRE I : INDUSTRIE DU VERRE	12
I.1. Introduction	13
I.2. Origine de l'industrie du verre	13
I.3. Types des verres et domaines d'application	13
I.4. Procédés de fabrication du verre	15
I.5. Caractéristiques techniques du verre	16
I.6. Techniques de découpage du verre	16
I.7. Comparaison des différentes techniques	19
I.8. Conclusion	20
CHAPITRE II : GENERALITES SUR LES ROBOTS INDUSTRIELS	21
I.1. Définition	22
II.2. Constituants mécaniques des robots manipulateurs	22
II.3. Articulations	23
II.4. Espace articulaire	24
II.5. Espace opérationnel	25
II.6. Redondance	25
II.7. Singularité	25
II.8. Choix de nombre de degrés de liberté d'un robot	25
II.9. Morphologies des robots manipulateurs	26
II.10. Caractéristiques d'un robot manipulateur	28
II.11. Conclusion	30

CHAPITRE III : MODELISATION DES ROBOTS MANIPULATEURS	31
III.1. Introduction	32
III.2. Matrice de transformation homogène	32
III.3. Description d'un solide dans l'espace	36
III.4. Description de la structure géométrique du robot	37
III.5. Modélisation géométrique	39
III.5.1. Modèle géométrique direct (MGD)	40
III.5.2. Modèle géométrique inverse (MGI)	40
III.6. Modélisation cinématique	41
III.6.1. Modèle cinématique directe (MCD)	41
III.6.2. Modèle cinématique inverse (MCI)	43
III.7. Modélisation dynamique	44
III.7.1. Définition	44
III.7.2. Notations	45
III.7.3. Formalisme de Newton-Euler	47
III.8. Conclusion	49
CHAPITRE IV : MODELISATION DE L'ENVIRONNEMENT	50
IV.1. Introduction	51
IV.2. Principe de la découpe par la molette en diamant	51
IV.2.1. Traçage	51
IV.2.2. Paramètres de traçage	53
IV.2.3. Rompage	56
IV.3. Données pratiques pour l'outil de coupe du robot découpeur du verre	57
IV.4. Conclusion	58
CHAPITRE V : APPLICATION DE LA MODELISATION CINEMATIQUE ET DYNAMIQUE SUR LE ROBOT SCARA DECOUPEUR DU VERRE	59
V.1. Introduction	61
V.2. Choix du robot découpeur du verre	61
V.3. Validation des programmes de calcul	62
V.4. Optimisation de l'énergie des actionneurs	67
V.5. Détermination des paramètres de Denavit-Hartenberg du robot découpeur du verre	68

V.6. Modèle géométrique directe du robot SCARA découpeur du verre	70
V.6.1. Présentation	70
V.6.2. Algorithme de calcul du MGD	70
V.6.3. Résultats de calcul du MGD	71
V.7. Modèle géométrique inverse du robot découpeur du verre	73
V.7.1. Présentation	73
V.7.2. Algorithme de calcul du MGI	74
V.7.3. Résultats de calcul du MGI	75
V.8. Modèle cinématique direct du robot SCARA découpeur du verre	77
V.8.1. Présentation	77
V.8.2. Algorithme de calcul du MCD	77
V.8.3. Résultats de calcul du MCD	77
V.9. Modèle cinématique inverse du robot découpeur du verre	78
V.9.1. Présentation	78
V.9.2. Algorithme de calcul du MCI de premier ordre	78
V.9.3. Résultats de calcul du MCI de premier ordre	80
V.9.4. Algorithme de calcul du MCI de second ordre	81
V.9.5. Résultats de calcul du MCI du MCI de second ordre	82
V.10. Modèle dynamique inverse du robot découpeur du verre	84
V.10.1. Présentation	84
V.10.2. Algorithme de calcul du MDI	84
V.10.3. Résultats de calcul du MDI	85
V.10. Conclusion	89
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	91
TABLES DES SYMBOLES	93
ANNEXE A	95
ANNEXE B	101
ANNEXE C	102
ANNEXE D	103
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	104

Table des figures

Figure 1.1 : Schéma du processus de fabrication du verre flotté	16
Figure 2.1 : chaîne ouverte simple	23
Figure 2.2 : Chaîne ouverte arborescente	23
Figure 2.3 : Chaîne fermée	23
Figure 2.4 : Articulation rotoïde	24
Figure 2.5 : Articulation prismatique	24
Figure 2.6 : Structure mécanique du robot	26
Figure 2.7 : Architecture des porteurs (d'après [Milencovic 83])	27
Figure 2.8 : architecture du poignet (d'après [delignieres 87])	28
Figure 2.9 : Influence de la configuration sur l'espace de travail	29
Figure 3.1 : schéma de transformation homogène	34
Figure 3.2 : transformation de rotation pure autour de X	35
Figure 3.3 : transformation de Rotation pure autour de Y	35
Figure 3.4 : transformation de Rotation pure autour de Z	35
Figure 3.5 : transformation de translation pure	36
Figure 3.6 : robot a structure ouverte simple	38
Figure 3.7 : paramètres géométriques d'une structure ouverte	38
Figure 4.1 : Schéma d'une molette	51
Figure 4.2 : Vue de coupe d'un tracé à la molette	52
Figure 4.3 : Fissures provoquées lors de passage de la molette	52
Figure 4.4 : Vue sur un bord de découpe du tracé de la fissure	53
Figure 4.5 : Choix des angles de molette en fonction de l'épaisseur du verre	54
Figure 4.6 : Rompage du verre par flexion	56
Figure 4.7 : Rompage du verre par double torsion	56
Figure 4.8 Profil de la vitesse opérationnelle	58
Figure 5.1 : Robot SCARA découpeur du verre	62
Figure 5.2 : Robot plan à 2 ddl	63
Figure 5.3 : Mouvement du robot plan à 2 ddl	63
Figure 5.4 : Angle de rotation dans l'articulation 1	64
Figure 5.5 : Angle de rotation dans l'articulation 2	64
Figure 5.6 : Vitesse de rotation dans l'articulation 1	65

Figure 5.7 : Vitesse de rotation dans l'articulation 2	65
Figure 5.8 : Accélération dans l'articulation 1	65
Figure 5.9 : Accélération dans l'articulation 2	66
Figure 5.10 : Couple articulaire dans l'articulation 1	66
Figure 5.11 : Couple articulaire dans l'articulation 2	66
Figure 5.11 : Robot SCARA découpeur du verre dans le plan	69
Figure 5.12 : Paramètres de Denavit-Hartenberg	69
Figure 5.13 : Variations de coordonnées articulaires en fonction du temps	76
Figure 5.14 : Vitesse de rotation dans l'articulation 1	80
Figure 5.15 : Vitesse de rotation dans l'articulation 2	80
Figure 5.16 : Vitesse de rotation dans l'articulation 3	81
Figure 5.17 : Vitesse de rotation dans l'articulation 4	81
Figure 5.18 : Accélération dans l'articulation 1	83
Figure 5.19 : Accélération dans l'articulation 2	83
Figure 5.20 : Accélération dans l'articulation 3	83
Figure 5.21 : Accélération dans l'articulation 4	83
Figure 5.22 : Couples articulaires max et min dans l'articulation 1	86
Figure 5.23 : Couples articulaires max et min dans l'articulation 2	87
Figure 5.24 : Couples articulaires max et min dans l'articulation 3	88
Figure 5.25 : Couples articulaires dans l'articulation 4	89

Liste des tableaux

Table 1.1 : Caractéristiques techniques du verre	17
Table 1.2 : Intérêt comparatif des différentes techniques de découpe	19
Table 4.1 : Relations entre l'épaisseur du verre, l'angle et la charge appliquée	55
Table 4.2 : Propriétés mécaniques de quelques matériaux	55
Table 4.3 : Données pratiques pour le découpage de la plaque	57
Table 5.1 : Paramètres géométriques du robot SCARA découpeur du verre	64
Table 5.2 : Valeurs des IP	68
Table 5.3 : Paramètres géométriques du robot SCARA découpeur du verre	70

Liste des symboles

ρ	: Densité	kg/m^3
E	: Module de Young	Pa
μ	: Coefficient de poisson	
Pa	: Pascal	
AFNOR	: Association Française de Normalisation	
R	: Rotoïde	
P	: Prismatique	
SCARA	: Selective Compliance Assembly Robot Arm	
OT	: Organe terminal	
DH	: Denavit-Hartenberg	
MGD	: Modèle Géométrique Direct	
GI	: Géométrie Inverse	
CD	: Cinématique Direct	
J	: Matrice Jacobéenne	
CI	: Cinématique Inverse	
DI	: Dynamique Inverse	
μm	: Micromètre	
N	: Newton	
DDL	: Degré De Liberté	
IP	: Indice de Performance	
q	: Coordonnée articulaire	rad

Liste des symboles

dq	: Vitesse articulaire	rad/s
ddq	: Accélération articulaire	rad/s^2
C	: Couple articulaire	$N.m$
IP	: Indice de performance	

Chapitre I

Industrie du verre

I.1. Introduction	13
I.2. Origine de l'industrie du verre	13
I.3. Types des verres et domaines d'application	13
I.4. Chaîne de production du verre	15
I.5. Caractéristiques techniques du verre	16
I.6. Techniques de découpage du verre	17
I.6.1. Découpe à la molette	17
I.6.2. Découpe laser CO ₂	18
I.6.3. Découpe laser YAG	18
I.6.4. Découpe jet d'eau	18
I.7. Comparaison entre les différentes techniques de découpage.....	19
I.8. Conclusion	20

I 1. Introduction :

De tous les temps, le verre a joué un rôle prépondérant dans l'ensemble de la construction. On l'utilise pour ses nombreuses qualités.

Ses fonctions de transparences, d'isolation phonique et thermique, de protection solaire, d'agencement et de décoration contribuent à l'amélioration du confort de l'habitat.

Dans ce premier chapitre, on va présenter l'évolution de l'industrie du verre à travers l'histoire, et les différents procédés de fabrication du verre de la matière première jusqu'au produit fini, et enfin, les techniques de découpage des plaques en verre et principalement l'utilisation des robots manipulateurs dans ce domaine.

I.2. Origine de l'industrie du verre :

Le verre est considéré comme l'un des plus anciens matériaux façonnés par l'homme. L'origine de la fabrication du verre demeure à nos jours une énigme. D'après les spécialistes, les objets en verre les plus anciens qui ont été découverts, comme les glaçures de céramiques, datent du VII^e siècle avant J-C. On peut parler d'une véritable activité de production à partir de 3500 avant J-C, sous la forme de perles de verre, puis de bagues et de petites figurines fabriquées à l'aide de moules. La technique à base de sable fut développée vers 1500 avant J-C. Cette technique consistait à plonger, dans la masse en fusion, un noyau céramique fixé sur une baguette comme forme négative, puis à le faire tourner autour de son axe jusqu'à ce que la masse du verre visqueuse y adhère fermement. La masse obtenue était alors roulée sur une plaque jusqu'à obtenir la forme souhaitée. Le matériau était ensuite refroidi, le noyau retiré et l'objet en verre brute affiné par polissage et meulage. A cette époque, cette technique permettait de créer de petits vases, récipients et coupes qui étaient certes encore opaques. Cela a donné naissance à une sorte d'industrie du verre préhistorique. [1]

I.3. Types des verres et domaines d'applications: [2] [3]

Selon la composition chimique, on distingue trois grands types de verres :

➤ Verres sodo-calciques :

Destinés principalement aux marchés du bâtiment.

➤ Verres boro-silicates :

À cause de leurs faibles coefficients de dilatation, leurs applications sur les marchés nécessitant de supporter des écarts de températures et le contact du feu.

➤ Verres vitro-céramiques :

Caractérisées eux aussi par leurs faible coefficient de dilatation se retrouvent dans l'électroménager (plaques de cuisson, portes de four, inserts de cheminées, etc.).

Et selon les procédures de fabrication, on peut classer le verre en :

➤ Verre plat :

Utilisé à 70% dans les bâtiments, 20% dans l'automobile, et 10% dans la décoration. On distingue :

- Verre flottée ;
- Verre à vitres ;
- Verre imprimé ;
- Verre armé ;
- Verre spécial pour des applications particulières.

➤ Verre creux :

Utilisé surtout pour fabriquer des bouteilles.

➤ Verre étiré :

Produit semi-fini permettant de réaliser des ampoules, des flacons, ou de la verrerie de laboratoire.

Le verre peut subir des modifications pour le renforcer et le sécuriser :

➤ Verre trempé :

Deux procédés de trempage :

- Trempe thermique ;
- Trempe chimique.

➤ Verre feuilleté :

Composé de couches verre-plastique-verre, destiné à la fabrication des pare-brise des automobiles et les vitres blindées.

Le verre peut aussi subir des traitements de surface, les plus fréquents :

➤ verre antireflet :

Verre de lunette de vue.

➤ verre hydrophobe :

Pour les pare-brise et miroirs.

I.4. Chaîne de production du verre : [4] [5]

Le verre flotté est aujourd'hui le type de verre le plus utilisé, la chaîne de production est la suivante : (figure 1.1)

➤ Enfournement :

Un mélange de sable siliceux, de la soude, de la dolomie, et d'autres matériaux est pesé et enfourné grâce à système entièrement suivant les dimensions de la cuve, jusqu'à 1200 tonnes de matières premières sont ainsi enfournées chaque jour.

➤ Cuve de fusion :

Le mélange est fondu dans la cuve à une température de 1500°C, puis il passe dans la zone d'affinage que le verre quitte à une température de 1100° C. La cuve de fusion contient en permanence jusqu'à 1900 tonnes de verre.

➤ Bain de flottage :

Le verre liquide est dirigé sur un bain d'étain liquide. Le fait de flotter librement sur la surface absolument plane du bain d'étain allié à un chauffage simultané de la supérieure (poli naturel) permet d'obtenir une feuille de verre aux faces parallèles, similaire à un miroir. Des rouleaux, appelés Toprolls, permettent de définir l'épaisseur du verre. L'épaisseur (c'est-à-dire l'épaisseur du verre obtenue sans intervention extérieure) est de 6mm. Pour obtenir une

épaisseur inférieure, le déplacement de la masse de verre visqueuse doit être accéléré. Pour obtenir une épaisseur supérieure, il doit être ralenti.

➤ Zone de refroidissement :

Après le bain, le ruban de verre passe dans le couloir de refroidissement dont la longueur dépasse 100 mètres. Il y est refroidi d'environ 600° à 60° C. Ce refroidissement lent et contrôlé évite toute formation de tensions internes. C'est un élément important dont dépend la qualité du traitement ultérieur.

➤ Découpe:

La dernière section de la ligne de production est appelée « extrémité froid ». Elle comprend le contrôle qualité et la découpe. Le ruban de verre est contrôlé en continu à l'aide de rayons laser afin de déceler la plus petite imperfection. Il est rare de pouvoir déceler à l'œil nu les zones ne répondant pas aux exigences.

Le verre est ensuite débité et empilé, en plaques standards de 6000 x 3210 mm. Le verre peut également être directement préparé aux dimensions souhaitées par le client à l'aide d'un linge de coupe séparée. En 400 mm environ, des matières premières naturelles ont données naissance à du verre flotté, prêt à être traité.

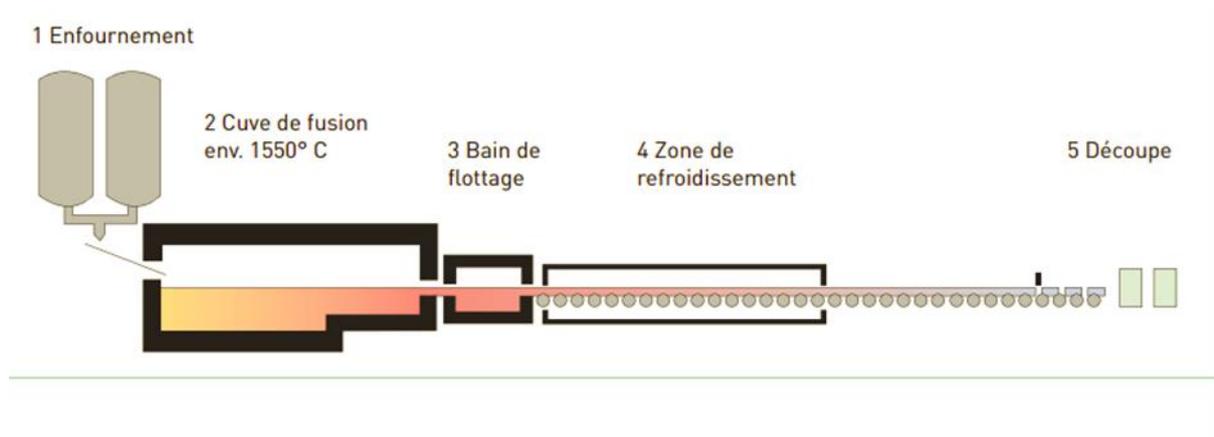


Figure 1.1 Schéma du processus de fabrication du verre flotté

I.5. Caractéristiques techniques du verre :

L'importance considérable du verre dans l'industrie est due aux caractéristiques remarquables qui lui possèdent, telles que celles représentées au tableau suivant :

Propriétés	Valeurs et unités
Poids par mm d'épaisseur du verre	2.5 kg/m ²
Résistance à la compression	800 a 1000 N/mm ²
Résistance à la flexion	env 45 N/mm ²
Résistance à la flexion / valeur caractéristique (facteur de correction de sécurité inclus)	30 N/mm ²
Résistance aux chocs thermiques	40 K
Dureté selon Mohs	5 a 6 HM
Usinage intérieur possible	Oui
Comportement à la rupture	Fissure en étoile depuis le centre de la cassure
Densité (a 18°C) (ρ)	2500 kg/m ³
Module d'élasticité (E)	7×10^{10} Pa
Coefficient de poisson (μ)	0.2

Tableau 1.1 Caractéristiques techniques du verre

Les épaisseurs standards disponibles dans le marché des plaques de verre flotté sont comprises entre les valeurs 4 mm et 19 mm.

I.6. Techniques de découpage du verre : [6]

Les plaques de verre obtenues vont subir des opérations de découpage pour avoir plusieurs formes destinées aux marchés. Ces techniques de découpage du verre sont en train de se développer de jour à l'autre afin de répondre aux critères exigés. Parmi les techniques les plus utilisées on a :

I.6.1. Découpe à la molette :

C'est une opération très simple qui consiste à créer une fissure initiale dans le verre à l'aide d'une molette en carbure de tungstène ou en diamant, ensuite il suffit d'appliquer un simple effort de flexion sur la plaque pour la rompre.

I.6.2. Découpe laser CO₂ : [4]

Un laser CO₂ (100 à 500 W) peut être utilisé pour la découpe du verre. La profondeur de pénétration du rayonnement est de l'ordre du micromètre. Le laser CO₂ est utilisé pour réaliser une découpe fragile du verre ; la propagation d'un défaut de surface est guidée thermiquement à travers l'épaisseur du verre et le long d'un profil donné.

Le laser peut être utilisé uniquement pour le traçage. La fissure ne se propage pas sur toute l'épaisseur mais uniquement jusqu'à une profondeur de quelques centaines de micromètres. Comme pour le traçage mécanique, un rompage est nécessaire. Cette étape peut engendrer un endommagement du verre, surtout s'il est épais. La technique est donc surtout intéressante pour le verre mince, pour lequel la fissure médiane est profonde par rapport à l'épaisseur du verre, voir traverse directement l'épaisseur du verre (pas de rompage nécessaire). Une telle découpe sans rompage, peut être obtenue pour du verre sodocalcique d'épaisseur inférieure ou égale à 1 mm, à vitesse compatible avec l'industrialisation du procédé.

Cette technique est utilisée uniquement pour la découpe du verre de faible épaisseur pour les applications électroniques.

I.6.3. Découpe Laser YAG : [4]

Une méthode de découpe fragile du verre utilisant le laser YAG est en développement. Grâce à un système de multi réflexion, le verre peut être chauffé sur une grande partie de son épaisseur. Le champ de contraintes ainsi engendré permet de guider la propagation d'un défaut préalablement créé à travers toute l'épaisseur du verre de façon stable et selon une trace voulue. Elle permet de réaliser des découpes très précises, des formes complexes, avec des rayons de courbures de l'ordre du millimètre et des intersections. Il n'y a pas de limite d'épaisseur. Il est possible de découper du verre de 6 à 12 mm d'épaisseur à des vitesses de l'ordre de 2 m/min (30 à 100 mm/s).

I.6.4. Découpe jet d'eau : [3] [4]

La découpe au jet d'eau consiste à utiliser l'énergie cinétique des particules d'eau et projetées à des vitesses de l'ordre de plusieurs centaines de m/s sur le verre. La découpe se fait par arrachement de la matière.

La découpe jet d'eau est surtout intéressante pour les verres épais ($> 10\text{mm}$). Les verres feuilletés, difficilement ou non découpables par les méthodes standards. Elle permet également de découper des formes complexes (découpe d'une partie centrale, par exemple). Par contre, une découpe jet d'eau est moins précise qu'une découpe laser ou à la molette. De même, le bord d'une découpe jet d'eau a généralement une résistance mécanique plus faible qu'une découpe laser ou à la molette. Enfin, les particules abrasives peuvent endommager la surface principale du verre.

La découpe jet d'eau est considérée comme plus lente que les techniques précédentes (molette, laser) : la vitesse est de l'ordre de quelques dizaines de mm/s à quelques mm/s, et d'autant plus faible que l'épaisseur du verre est élevée. La découpe jet d'eau est également considérée plus chère. Néanmoins, cette technique a beaucoup évolué ces dernières années et de meilleures performances en termes de vitesse et cout de procédé sont attendues.

I.7. Comparaison entre les différentes techniques de découpage :

Découpe molette	Laser CO₂	Laser YAG	Jet d'eau
Industrielle	Industrielle, mais avec peu d'acteurs	Industrielle	Industrielle
Difficile en faible épaisseur ($< 1\text{mm}$). Difficile en très forte épaisseur ($> 10\text{mm}$)	Surtout intéressante en faible épaisseur ($< 1\text{mm}$), pour des découpes de formes complexes ou des applications où une découpe propre est nécessaire (électronique)	A priori, pas de limite d'épaisseur et de forme, découpe propre	Surtout intéressante en très forte épaisseur ($> 10\text{mm}$) et pour les produits composites (feuilletés) ou de forme complexe.
Vitesse de l'ordre de 10 à 2500 mm/s	Vitesse de l'ordre de 10 à 500 mm/s	Vitesse de l'ordre de 30 à 100 mm/s	Vitesse de l'ordre de 10 mm/s

Tableau 1.2 Intérêt comparatif des différentes techniques de découpe

I.8. Conclusion :

Dans ce premier chapitre on a présenté de manière globale les procédures de fabrication du verre de la matière première au produit fini sous forme de plaques standards de dimension 6000×3210 (mm) ; ensuite on a présenté les techniques les plus utilisées pour la découpe des plaques en verre.

Dans notre projet on va proposer une autre technique pour la découpe des plaques en verre, cette technique est basée sur le principe de la découpe à la molette, mais en utilisant un robot manipulateur redondant à outil en diamant.

Pour ça nous allons d'abord citer certaines notions liées au domaine de la robotique qui vont nous aider à mieux comprendre le robot proposé, ce qui fait l'objet du chapitre suivant.

Chapitre II

Généralités sur les robots industriels

II.1. Définition	22
II.2. Constituants mécaniques des robots manipulateurs	22
II.3. Articulations	23
II.4. Espace articulaire	24
II.5. Espace opérationnel	25
II.6. Redondance	25
II.7. Singularité	25
II.8. Choix de nombre de degrés de liberté d'un robot	25
II.9. Morphologies des robots manipulateurs	26
II.10. Caractéristiques d'un robot manipulateur	28
II.11. Conclusion	30

II.1. Définition :

L'Association Française de Normalisation (AFNOR) définit le robot comme étant un *'' manipulateur commandé en position, reprogrammable, polyvalent, à plusieurs degrés de liberté, capable de manipuler des matériaux, des pièces, des outils est des dispositifs spécialisés, aux cours de mouvements variables et programmés pour l'exécution d'une variété de tâches. Il a souvent l'apparence d'un ou plusieurs bras se terminant par un poignet. Son unité de commande utilise, notamment, un dispositif de mémoire et éventuellement de perception et d'adaptation à l'environnement et aux circonstances. Ces machines polyvalentes sont généralement étudiées pour effectuer la même fonction de façon cyclique et peuvent être adaptées à d'autres fonctions sans modification permanente du matériel ''* [7].

II.2. Constituants mécanique des robots manipulateurs : [8] [9] [10]

Un robot manipulateur est constitué d'une structure mécanique poly articulée ; animée par des actionneurs (moteurs électriques, pneumatiques ou hydrauliques, vérins linéaires ou rotatifs). Ce dernier reçoit des informations sous forme de signaux de la part d'un système de commande sur l'environnement du robot et de types des tâches à réaliser pour ce corriger et éviter des obstacles si nécessaire ; et enfin un effecteur qui peut être un arc de soudage, un outil de coupe, un pistolet de peinture, etc.

➤ Effecteur :

L'effecteur est l'organe terminal qui regroupe tout dispositif destiné à manipuler des objets (dispositifs de serrage, dispositifs magnétiques, etc.) ou à les transformer (outil, torche de soudage, pistolet de peinture, etc.). Il s'agit donc d'une interface permettant au robot d'interagir avec son environnement.

Un organe terminal peut être multifonctionnel c'est-à-dire qu'il est équipé de plusieurs dispositifs ayant des fonctionnalités différentes. Il peut aussi être monofonctionnel mais interchangeable. Un robot, en fin peut être multi bras, chacun des bras portant un organe terminal différent.

➤ Structure mécanique articulée :

Son rôle est d'mener l'organe terminal dans une situation (position et orientation) donnée, selon des caractéristiques de vitesse et d'accélération données. Son architecture est une chaîne

cinématique de corps généralement rigides, ou supposés comme tels, assemblés par des liaisons appelées articulations. Les chaînes peuvent être soit ouvertes simples (Figure 2.1), soit arborescentes (Figure 2.2), soit fermée (Figure 2.3).

Les robots manipulateurs à chaînes ouvertes simples sont les plus nombreux.

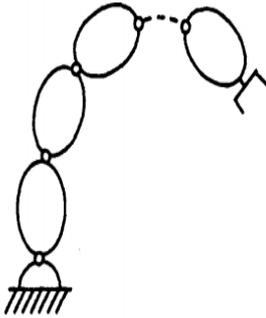


Figure 2.1 :

chaîne ouverte simple

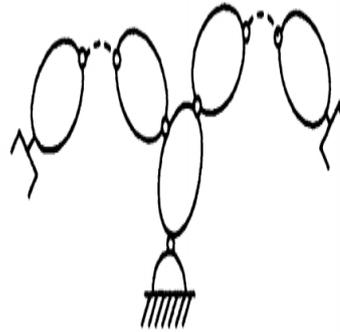


Figure 2.2 :

Chaîne ouverte arborescente

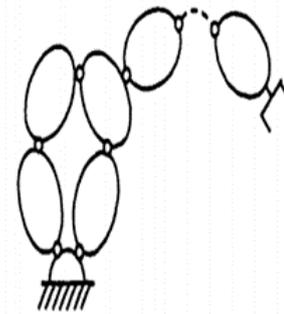


Figure 2.3 :

Chaîne fermée

➤ Actionneur :

Les actionneurs permettent de modifier la configuration du robot, et de lutter contre la gravité, l'inertie, et les forces résistantes. Ils sont également capables de fournir une force ou un couple à des vitesses variables, et par conséquent, modifier à chaque instant la configuration du robot.

Ces actionneurs traitent l'énergie primaire (électrique, hydraulique ou pneumatique), pour la transformer en énergie mécanique.

Et enfin ils peuvent contrôler certaines grandeurs caractérisant le mouvement telles que les couples et efforts, positions, vitesses, accélérations, etc. [8]

Remarque :

Vu le faible couple mécanique qui peut nous fournir les moteurs électriques, en est souvent besoin d'associer à ces moteurs des réducteurs pour améliorer leurs rendements.

II.3. Articulations :

Une articulation lie deux corps successifs en limitant le nombre de degrés de liberté de l'un par rapport à l'autre. Soit m le nombre de degrés de liberté résultant.

Lorsque $m=1$, ce qui est le cas le plus fréquent en robotique. L'articulation est soit rotoïde, soit prismatique.

➤ Articulation rotoïde :

Il s'agit d'articulation de type pivot réduisant le mouvement entre deux corps à une rotation autour d'un axe qui leur est commun. La situation relative entre les deux corps est donnée par l'angle autour de cet axe. L'articulation rotoïde est représentée par le symbole de la figure 2.4 et est notée R.

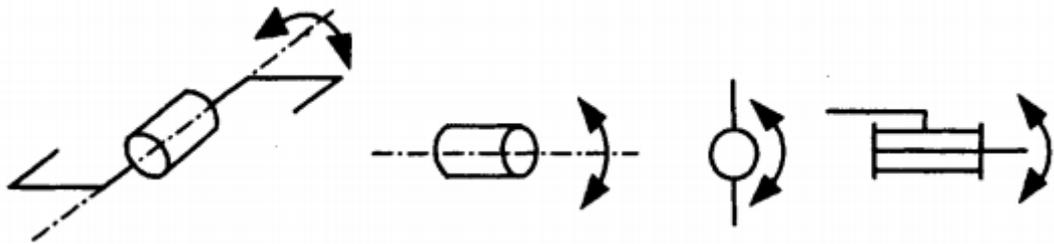


Figure 2.4 : Articulation rotoïde

➤ Articulation prismatique :

Il s'agit d'une articulation de type glissière réduisant le mouvement entre deux corps à une translation le long d'un axe commun. La situation relative entre les deux corps est mesurée par la distance le long de cet axe. L'articulation prismatique est représentée par le symbole de la figure 2.5 et est notée P.

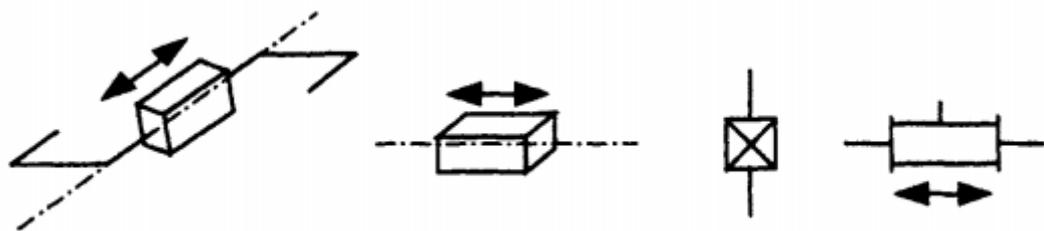


Figure 2.5 : Articulation prismatique

II.4. Espace articulaire :

L'espace articulaire d'un robot est celui dans lequel est représentée la situation de tous ces corps de dimension n . La solution la plus simple consiste à utiliser les variables ou coordonnées articulaires indépendantes et correspond au nombre de degrés de liberté de la structure

mécanique. Dans une structure ouverte (simple ou arborescente), les variables articulaires sont généralement indépendants, tandis qu'une structure fermée impose nécessairement des relations entre ces variables (équation de contraintes).

II.5. Espace opérationnel :

L'espace opérationnel est celui dans lequel est représentée la situation de l'organe terminal (on considère donc autant d'espaces opérationnels qu'il y a d'organes terminaux). Le nombre de degrés de liberté maximal que peut avoir l'organe terminal égal au nombre de paramètres indépendants nécessaires pour décrire la situation de l'organe terminal dans l'espace. Dans l'espace tridimensionnel ce nombre est de six (trois pour placer un point du corps de façon quelconque dans cet espace et trois pour orienter ce corps de façon quelconque).

II.6. Redondance :

Un robot est redondant lorsque le nombre de degrés de liberté de l'organe terminal est inférieur au nombre de degrés de liberté de l'espace articulaire. Cette propriété permet de augmenter le volume de domaine accessible et de préserver les capacités de déplacement de l'organe terminal en présence d'obstacles. [7]

II.7. Singularité :

C'est le cas des configurations où le nombre de degrés de liberté de l'organe terminal soit inférieur à la dimension de l'espace opérationnel.

II.8. Choix de nombre de degrés de liberté d'un robot :

Un robot non redondant doit disposer de six degrés de liberté pour positionner et orienter un solide quelconque dans l'espace. Toutefois, si ce solide présente une symétrie de révolution, cinq degrés de liberté suffisent puisqu'il n'est pas nécessaire de spécifier la rotation autour de l'axe de révolution. De même, pour situer un corps dans un plan, il ne faut que trois degrés de liberté : deux fixent les coordonnées d'un point du corps dans le plan, et le troisième détermine son orientation dans ce plan. A partir de ces constatations, on déduit que :

- Les caractéristiques des solides manipulés par le robot, donc la classe de tâches à réaliser, permettent de déterminer le nombre de degrés de liberté dont il doit disposer ;

- Une condition nécessaire mais non suffisante pour qu'il y ait compatibilité entre le robot et la tâche et que le nombre de degrés de liberté de l'organe terminal soit supérieur ou égale à celui de la tâche : le mécanisme peut alors placer l'organe terminal dans la situation désirée. [7]

II.9. Morphologies des robots manipulateurs : [11] [12] [13]

La structure d'un robot industriel est divisée en deux sous-groupes : (figure 2.6)

- Le porteur pour le positionnement
- Le poignet pour l'orientation

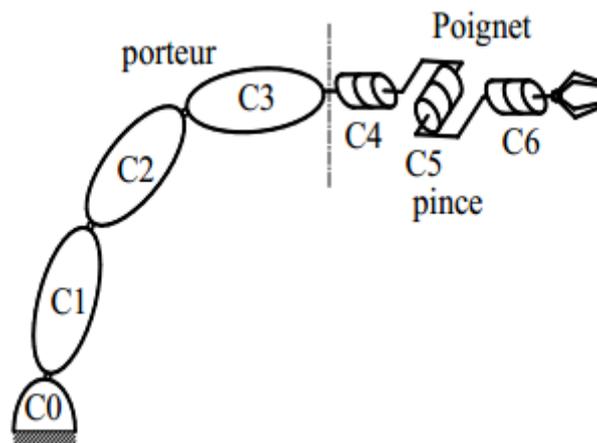


Figure 2.6 : Structure mécanique du robot

➤ Porteur :

Il est formé par les trois premiers degrés de liberté. On dénombre 36 morphologies possibles de porteurs. Parmi ces architectures, 12 seulement sont mathématiquement différentes et non redondantes [Milencovic 83]. Ces structures sont schématisées sur la figure 2.7.

Dans la pratique, on ne retrouve que les cinq structures suivantes :

- Les porteurs anthropomorphes (RRR) et, plus précisément, la première structure de cette classe dans la figure 2.7 comme les PUMA d'Unimation.
- Les porteurs sphériques (RRP) : le Stanford arm et les robots unimation.
- Les porteurs toriques (RPR) : Acma H80. L'association d'un poignet à un degré de liberté de rotation on a un porteur de type torique donne un robot appelé SCARA (Selective Compliance Assembly Robot Arm).

- Les porteurs cylindriques (RPP) : Acma-TH8, AFMA (ROV, ROH).
- Les porteurs cartésiens (PPP) : Acma-P80, IBM-7565, Sormel-Cadratic, etc. [7]

La structure RRR avec trois axes concourants, formant ainsi une rotule, s'utilise plus généralement comme un poignet.

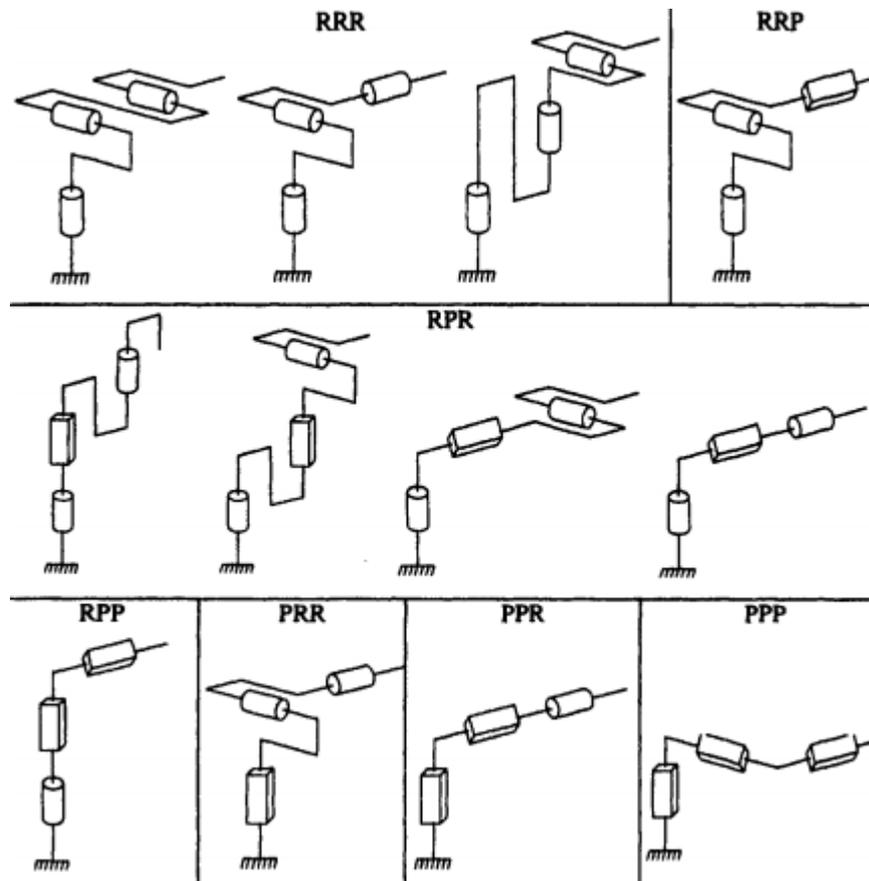


Figure 2.7 : Architecture des porteurs (d'après [Milencovic 83])

➤ Poignet :

Le poignet de robot est à 1, 2,3 axes qui sont dans la quasi-totalité des cas d'axes de rotation.

On distingue donc cinq configurations schématisées sur la figure 2.8 [9]

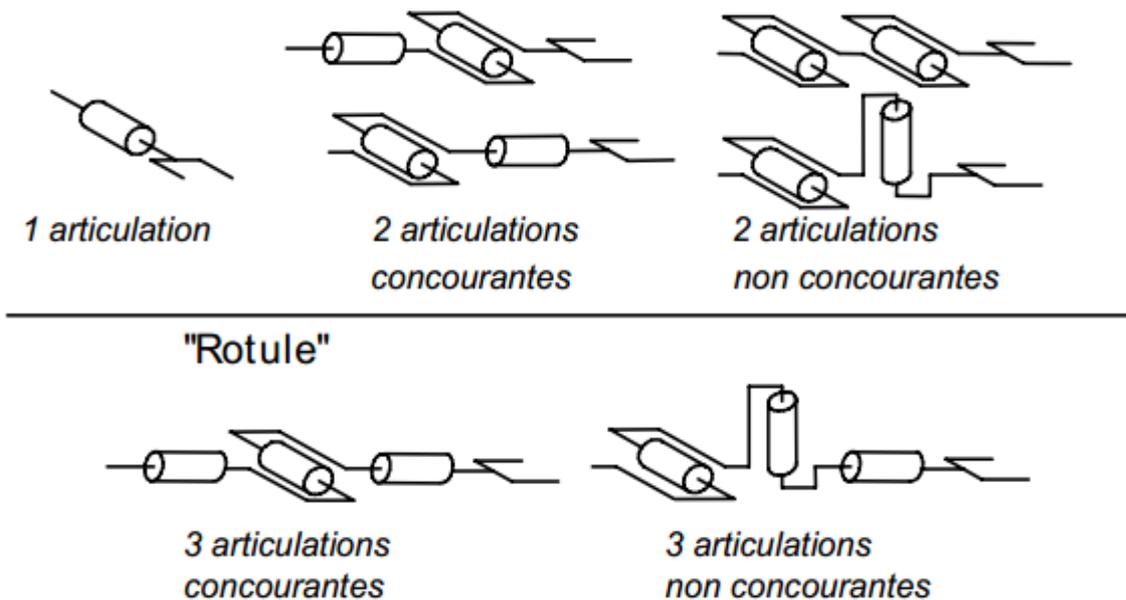


Figure 2.8: architecture du poignet (d'après [delignieres 87])

II.10. Caractéristiques d'un robot manipulateur : [10]

La norme ISO 9946 spécifie les caractéristiques que les fabricants des robots doivent fournir. Parmi ces caractéristiques, on peut en mentionner quelques-unes qui permettent de choisir un robot en fonction de l'application envisagée.

➤ Espace de travail :

Il est défini comme le lieu des points pouvant être atteints par l'extrémité du bras, ou un point du poignet. La forme de l'espace de travail est conditionnée par la configuration de la structure principale, c'est-à-dire le type d'articulations, leurs orientations relatives, et la grandeur des liens. Il est limité par l'interférence géométrique entre les différents composants tels que les moteurs et les transmissions.

Il faut noter que le type de la configuration du robot influe directement sur l'espace de travail, en effet, l'espace de travail d'un robot RRR (figure 2.9a) est en général plus grand que celui d'un robot cartésien PPP (figure 2.9b) de dimensions comparables. Toutefois, l'espace de travail d'une architecture RRR contient des points singuliers où l'agilité ne peut être maintenue dans toutes les directions, et où certains mouvements ne peuvent être exécutés. Ces portions de l'espace de travail doivent être éliminées lors de la programmation des tâches du robot. Les manipulateurs en boucle fermée (figure 2.9c), ont en général un espace de travail plus limité.

Ils présentent par contre une rigidité supérieure, ils permettent de situer les moteurs principaux en des points stationnaires où ils contribuent peu à l'inertie du manipulateur.

Il faut rappeler qu'un robot manipulateur, compte tenu de sa vitesse de déplacement est un engin dangereux autour duquel il y a lieu de définir un espace de protection auquel l'accès est interdit à l'opérateur pendant le fonctionnement.

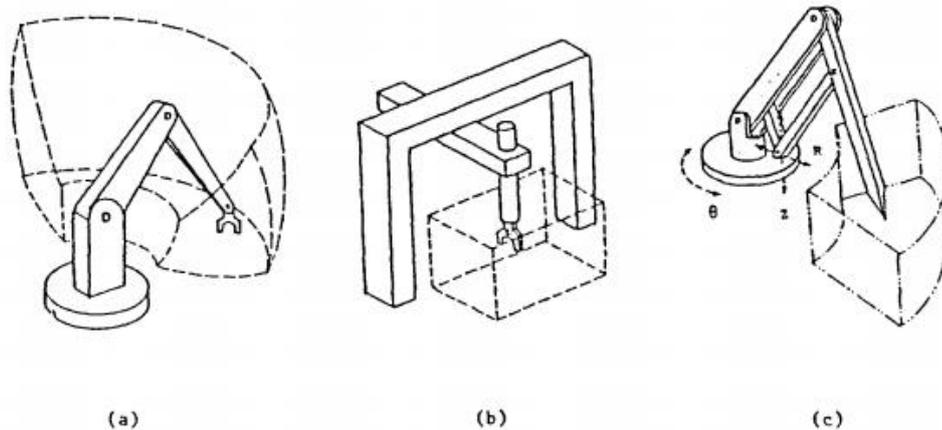


Figure 2.9

Influence de la configuration sur l'espace de travail

(a) RRR (b) PPP (cartésien) (c) structure en boucle fermée

➤ Charge utile :

La charge utile est la charge maximale pouvant être manipulée par le robot, dans n'importe quelle configuration. La charge du manipulateur varie en fait fortement avec la position dans l'espace de travail, de même que l'articulation qui en impose la limite. De faibles restrictions sur l'espace de travail peuvent augmenter considérablement la charge utile.

➤ Mobilité :

La mobilité exprime la possibilité de pouvoir placer l'organe terminal n'importe où dans l'espace de travail, avec une orientation arbitraire. Ceci nécessite un minimum de 6 ddls. Toutefois il y a des tâches, comme la soudure et la peinture, qui ne nécessitent pas 6 ddls. L'opération est en effet insensible à une rotation de la baguette de soudure, ou du pistolet de peinture, autour de son axe. De même, il est parfois souhaitable, quand l'espace de travail présente des obstacles, d'augmenter le degré de mobilité afin de pouvoir les contourner.

➤ Agilité :

L'agilité est la propriété de se déplacer avec rapidité d'une configuration à une autre dans l'espace de travail. Elle est entièrement liée à la réponse dynamique du manipulateur.

Le temps de transfert entre deux points est limité par :

- La vitesse maximale permise par chacun des degrés de liberté (les robots actuels atteignent des vitesses de l'ordre de 2m/s et des vitesses angulaires de 3rad/s),
- L'accélération maximale permise, elle-même limitée par les couples disponibles, [8]

Les performances (dont les critères sont précisés dans la norme ISO 9283) avec les notions d'exactitude (écart entre une situation commandée et la moyenne des situations atteintes) et de répétabilité (dispersion des situations atteintes lorsque l'on commande successivement la même situation) ;

La résolution : c'est la plus petite modification de la configuration du robot à la fois observable et contrôlable par le système de commande.

II.11. Conclusion :

Dans ce chapitre on a présenté les notions de bases utilisées dans le domaine de la robotique, notions que nous utiliserons souvent dans la suite de ce projet.

Dans le chapitre suivant, nous abordons les problèmes de modélisations des robots manipulateurs en générale, et principalement, notre robot SCARA découpeur du verre.

Chapitre III

Modélisation des robots manipulateurs

III.1. Introduction	32
III.2. Matrice de transformation homogène	32
III.3. Description d'un solide dans l'espace	36
III.4. Description de la structure géométrique du robot	37
III.5. Modélisation géométrique	39
III.5.1. Modèle géométrique direct (MGD)	40
III.5.2. Modèle géométrique inverse (MGI)	40
III.6. Modélisation cinématique	41
III.6.1. Modèle cinématique directe (MCD)	41
III.6.2. Modèle cinématique inverse (MCI)	43
III.7. Modélisation dynamique	44
III.7.1. Définition	44
III.7.2. Notation	45
III.7.3. Formalisme de Newton-Euler	47
III.8. Conclusion	49

III.1. Introduction : [11]

La conception et la commande des robots nécessitent le calcul de certains modèles mathématiques, tels que :

Les modèles de transformation entre l'espace opérationnel (dans lequel est définie la situation de l'organe terminal) et l'espace articulaire (dans lequel est définie la configuration du robot). Parmi ces modèles, on distingue :

- Les modèles géométriques direct et inverse qui expriment la situation de l'organe terminal en fonction de la configuration du mécanisme et inversement,
- Les modèles cinématiques direct et inverse qui expriment la vitesse et l'accélération de l'organe terminal en fonction de la vitesse et l'accélération articulaire et inversement,
- Les modèles dynamiques définissant les équations du mouvement du robot, qui permettent d'établir les relations entre les couples ou forces exercés par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations des articulations.

En premier lieu, on va présenter certains outils mathématiques qui nous permettent de modéliser un corps quelconque dans l'espace, et notamment les systèmes multi corps.

III.2. Matrice de transformation homogène : [7] [14]

La représentation d'une matrice de dimension (4x4) notée ${}^i\mathbf{T}_j$ appelée matrice de transformation homogène est basée sur les coordonnées homogènes (figure 3.1) soit :

➤ Représentation d'un point :

La représentation d'un point se fait par une matrice colonne :

$$P = [P_x \ P_y \ P_z \ 1]^T \quad (3.1)$$

➤ Représentation d'un vecteur :

Cette représentation se fait par quatre composantes, quoique la quatrième soit nulle.

$$U = [U_x \ U_y \ U_z \ 0]^T \quad (3.2)$$

➤ Matrice de transformation :

La matrice de transformation complète d'un repère \mathbf{R}_j qui a subi des rotations et des translations par rapport à un repère \mathbf{R}_i , peut s'écrire sous la forme générale :

$${}^i T_j = [{}^i S_j, {}^i n_j, {}^i a_j, {}^i P_j] = \begin{bmatrix} S_x & n_x & a_x & P_x \\ S_y & n_y & a_y & P_y \\ S_z & n_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Cette écriture prend en compte les différents vecteurs (s, n, a) de la matrice de passage.

La matrice de transformation complète ${}^i \mathbf{T}_j$ est la résultante d'un vecteur (3x1) de translation ${}^i \mathbf{P}_j$ et une matrice (3x3) de rotation ${}^i \mathbf{A}_j$.

Telle que :

$${}^i A_j = \begin{bmatrix} S_x & n_x & a_x \\ S_y & n_y & a_y \\ S_z & n_z & a_z \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Et :

$${}^i P_j = [P_x \quad P_y \quad P_z]^T \quad (3.5)$$

Où ${}^i S_j$, ${}^i n_j$ et ${}^i a_j$ de la matrice ${}^i A_j$ désignent respectivement les vecteurs unitaires suivant les axes X_j , Y_j et Z_j du repère \mathbf{R}_j exprimés dans le repère \mathbf{R}_i et ${}^i O_j$ est l'origine du repère \mathbf{R}_j exprimé dans le repère \mathbf{R}_i .

Les éléments de la matrice ${}^i A_j$ sont appelés les **cosinus directeurs**, car ils représentent les coordonnées des trois vecteurs de la base \mathbf{R}_j exprimés dans \mathbf{R}_i . Par définition, les colonnes de \mathbf{R} sont orthogonales entre elles et par conséquent la connaissance de deux colonnes suffit.

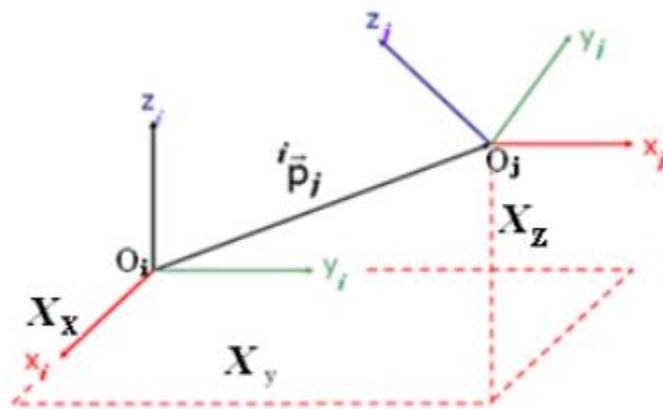


Figure 3.1 : schéma de transformation homogène

- Matrice de transformation à rotation pure autour des axes principaux :

Soient $\text{Rot}(\mathbf{X}, \theta)$, $\text{Rot}(\mathbf{Y}, \theta)$ et $\text{Rot}(\mathbf{Z}, \theta)$ qui sont des rotations (les figures ci-dessous), les composants des vecteurs unitaires ${}^i s_j$, ${}^i n_j$ et ${}^i a_j$ portés respectivement par les axes \mathbf{X}_j , \mathbf{Y}_j et \mathbf{Z}_j du repère \mathbf{R}_j exprimés dans le repère \mathbf{R}_i .

➤ Rotation autour de X :

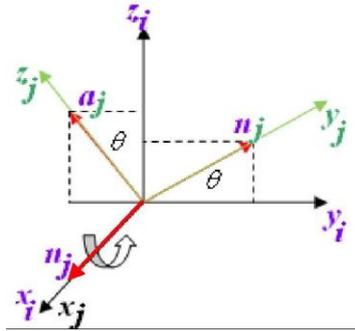


Figure 3.2 : transformation de rotation pure autour de X

$$Rot(\theta, X) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

➤ Rotation autour de Y :

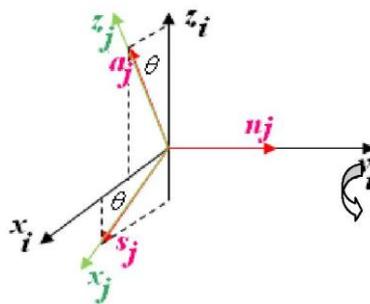


Figure 3.3 : transformation de Rotation pure autour de Y

$$Rot(\theta, Y) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

➤ Rotation autour de Z :

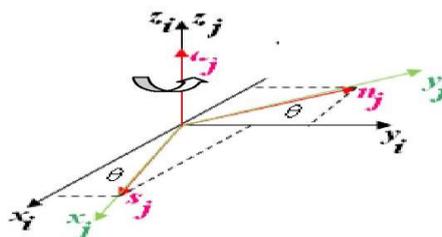


Figure 3.4 : transformation de Rotation pure autour de Z

$$Rot(\theta, Z) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

➤ Matrice de transformation à translation pure :

Soit **Trans** (**a**, **b**, **c**) une transformation **a**, **b**, et **c** qui désigne respectivement une translation le long des axes **X**, **Y**, et **Z**.

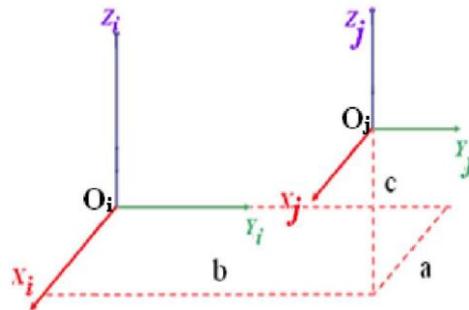


Figure 3.5 : transformation de translation pure

La matrice de translation pure s'écrit :

$$Trans(a, b, c) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

III.3. Description d'un solide dans l'espace : [10]

Un solide **S** est dit **indéformable** si pour toute paire de points de ce solide de coordonnées **m** et **n**, $\|m(t) - n(t)\| = \|m(0) - n(0)\|$ est constante au cours du temps.

La situation d'un solide **S** est donnée par trois coordonnées de **position** + trois coordonnées d'**orientation** d'un repère **R** lié à ce solide par rapport à un autre repère de référence.

➤ Rotation :

La rotation peut s'exprimer soit par **les angles d'Euler**, ou bien par **les angles de Roulis-Tangage-Lacet**, Quelle que soit la représentation utilisée, ces paramètres permettent de définir une matrice de rotation unique.

➤ Position :

La position peut être définie par les coordonnées *cartésiennes*, *sphériques* ou *cylindriques*.

Le choix de ces paramètres se fait en fonction des caractéristiques du manipulateur et de celles de la tâche réalisée.

III.4. Description de la structure géométrique du robot (paramètres de Denavit-Hartenberg): [7]

On suppose que le robot est constitué d'une chaîne de $n+1$ corps solide ($C_{r0}, C_{r1} \dots C_{rn}$). Le corps C_{r0} désigne la base du robot tandis que C_{rn} désigne le corps qui porte l'organe terminal. Ces corps sont liés entre eux par des articulations de type rotoïdes ou prismatiques. A chaque corps j , on associe un repère orthonormé R_j . Les repères sont numérotés de 0 à n . La $j^{\text{ème}}$ articulation notée q_j est le point qui relie le corps C_{rj-1} au corps C_{rj} . (figure 3.6)

Les angles de rotation ou les longueurs de translation des différentes articulations sont appelés coordonnées articulaires de dimension n , leurs paramètres constituent le vecteur de configuration articulaires : $q = (q_1 \dots q_n)^T$

La situation P de l'OT (l'Organe Terminal) du bras manipulateur est alors définie par m coordonnées indépendantes dites coordonnées opérationnelles de dimension $m < 6$, c'est *l'espace opérationnel*. On note [20] : $P = (X_1 X_2 \dots X_m)^T$.

La méthode la plus répandue pour la description des paramètres géométriques d'un robot à chaîne ouverte est celle de la formalisation de *Denavit-Hartenberg* (DH) modifié par Khalil-Kleinfinger cette formalisation basée sur les paramètres suivants [7] :

- La variable d'articulation j est noté q_j .
- Le corps j est noté C_{rj} .
- Les paramètres permettant de définir R_j par rapport au repère antécédent soient j .
- Le repère R_j est lié au corps C_{rj} , est défini de telle sorte que :
- L'axe Z_j du repère R_j est porté par l'axe de l'articulation j .
- L'axe X_j du repère R_j est porté par la perpendiculaire commune aux axes R_j et R_{j+1}
- Le passage R_{j-1} à R_j est exprimé en fonction des quatre paramètres suivants : (figure 3.7)

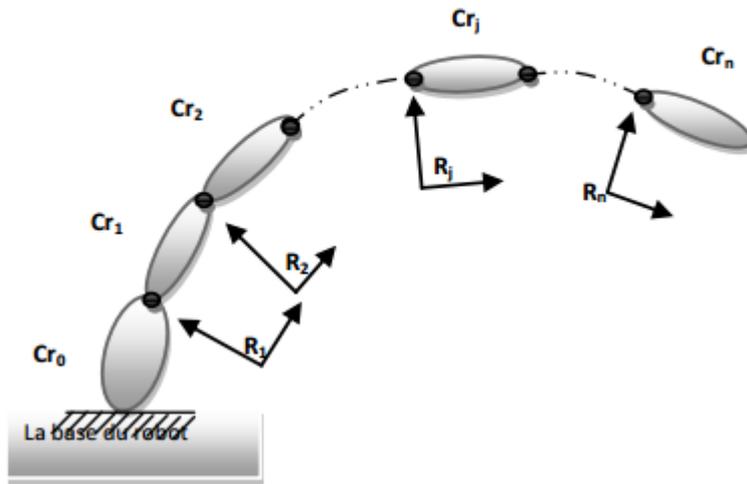


Figure 3.6 : robot à structure ouverte simple

α_j : angle entre les axes Z_{j-1} et Z_j correspondant à une rotation autour de X_{j-1} .

d_j : distance entre Z_{j-1} et Z_j le long de X_{j-1} .

θ_j : angle entre les axes X_{j-1} et X_j correspondant à une rotation autour Z_{j-1} .

r_j : Distance entre X_{j-1} et X_j le long de Z_{j-1} .

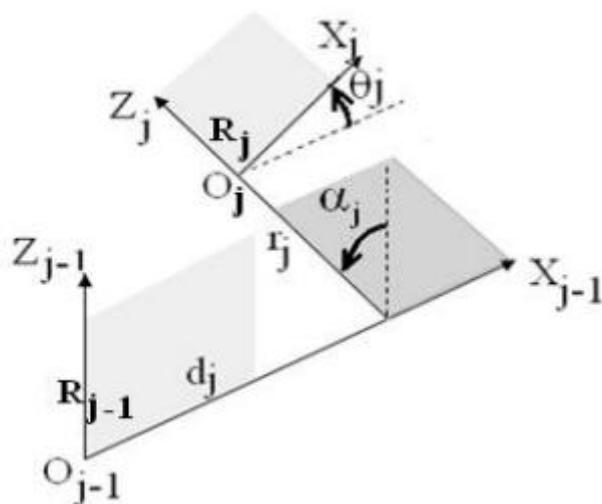


Figure 3.7 : paramètres géométriques d'une structure ouverte

Soit q_j le variable d'articulation associée à la $j^{ème}$ articulation est soit θ_j ou r_j respectivement articulation de type rotoïde ou prismatique :

$\sigma_j = 0$ Si l'articulation est rotoïde.

$\sigma_j = 1$ Si l'articulation est prismatique.

Et enfin la matrice de transformation définissant le repère \mathbf{R}_j dans le repère \mathbf{R}_{j-1} est donnée par :

$${}^{j-1}\mathbf{T}_j = \mathbf{Rot}(\mathbf{X}, \alpha_j) \mathbf{Trans}(\mathbf{X}, d_j) \mathbf{Rot}(\mathbf{Z}, q_j) \mathbf{Trans}(\mathbf{Z}, r_j)$$

$${}^{j-1}\mathbf{T}_j = \begin{bmatrix} C\theta_j & -S\theta_j & 0 & d_j \\ C\alpha_j S\theta_j & C\alpha_j C\theta_j & -S\theta_j & -r_j S\alpha_j \\ S\alpha_j S\theta_j & S\alpha_j C\theta_j & C\alpha_j & r_j C\alpha_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

III.5. Modélisation géométrique : [13] [15]

Le modèle géométrique donne la relation entre les variables opérationnelles \mathbf{X} qui représentant la position/orientation de l'organe terminal et les variables articulaires \mathbf{q} qui représentent les translations et les rotations des liaisons articulaires du robot. Le vecteur des variables opérationnelles défini par la matrice :

$$\mathbf{X} = [P_x, P_y, P_z, S_x, S_y, S_z, n_x, n_y, n_z, a_x, a_y, a_z]$$

Dont le vecteur position de l'origine du repère lié à l'organe terminal par rapport au repère fixe $\mathbf{R}(O_0; X_0, Y_0, Z_0)$ est :

$$\mathbf{P} = [P_x \ P_y \ P_z]^T$$

Et la matrice d'orientation de l'organe terminal exprimée par les cosinus directeurs est :

$$\mathbf{A} = [s \ n \ a] = {}^i\mathbf{A}_j = \begin{bmatrix} S_x & n_x & a_x \\ S_y & n_y & a_y \\ S_z & n_z & a_z \end{bmatrix}$$

Le modèle géométrique direct donne les variables opérationnelles \mathbf{X} en fonction des variables articulaires \mathbf{q} : $\mathbf{X} = \mathbf{f}(\mathbf{q})$.

Le modèle géométrique inverse donne les variables articulaires \mathbf{q} en fonction des variables opérationnelles \mathbf{X} : $\mathbf{q} = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{X})$.

III.5.1. Modèle géométrique direct (MGD) :

Le modèle géométrique direct (MGD) d'un bras manipulateur exprime la situation de son OT (organe terminale) en fonction de sa configuration: [7]

$$\begin{cases} f: N \rightarrow M \\ : q \rightarrow x = f(q) \end{cases} \quad (3.11)$$

Le calcul du MGD consiste donc à exprimer la position du point $n+1$ et l'orientation du repère R_n lié à l'OT, en fonction de sa configuration. Il faut pour cela multiplier entre elles les matrices de passage homogènes successives reliant le repère R_0 lié au bâti au repère R_n lié à l'OT :

$${}^0T_n = {}^0T_1 \times {}^1T_2 \times {}^2T_3 \times \dots \times {}^{n-1}T_n \quad (3.12)$$

Les variables articulaires d'une structure mécanique sont des angles de rotation et des distances de translations des liaisons rotoïdes et prismatiques.

III.5.2. Modèle géométrique inverse (MGI) :

Le (MGI) d'un bras manipulateur permet d'obtenir la configuration de l'espace articulaire correspond à une situation de l'OT donnée. Un MGI est donc tel que :

$$\begin{cases} f: M \rightarrow N \\ : x \rightarrow q = f^{-1}(x) \end{cases} \quad (3.13)$$

La résolution du MGI, c'est-à-dire l'existence d'un nombre fini de solutions, est fondamentale en matière de conception. Supposons que la situation P d'un bras manipulateur à n liaisons soit exprimée par un nombre m minimal de paramètres. Supposons par ailleurs que P soit une situation accessible par le bras manipulateur, c'est-à-dire que la situation appartient à l'espace de travail. Alors (dans la majorité des cas) :

- si $n < m$, il n'existe pas de solution au modèle géométrique inverse (MGI) ;
- si $n = m$, il existe un nombre fini de solutions en dehors de certaines configurations, appelées configurations singulières ;
- si $n > m$, il existe une infinité de solutions.

Et seul le calcul du MGI qui permet de connaître le nombre de solutions.

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le modèle géométrique inverse telles que :

- la méthode de *Paul* [Paul 81] basée sur la multiplication successive des deux membres de l'équation : ${}^0T_n = {}^0T_1 * {}^1T_2 * \dots * {}^{n-1}T_n$ par les matrices ${}^nT_{n-1}$ pour n variant de 1 à $n-1$ ce qui nous permet de isoler les variables articulaires l'une après l'autre et faire l'identification terme à terme pour déterminer ces variables ;
- la méthode de *Peiper* [Peiper 68] qui permet de traiter les robots à six degrés de liberté possédants trois articulations rotoïdes d'axes concourants ou trois articulations prismatiques ;
- la méthode générale de *Raghavan et Roth* [Raghavan 90], donnant la solution générale des robots à six articulations à partir d'un polynôme de degré au plus égale à 16.

Dans le calcul du MGI, trois cas se présentent :

- a/ absence de solution lorsque la situation désirée est en dehors de la zone accessible du robot ;
- b/ infinité de solutions quand le robot est redondant vis-à-vis de la tâche ;
- c/ solution en nombre fini, on dit que le robot est résoluble lorsque on peut calculer toutes les configurations possibles. Ce nombre de solutions dépend de l'architecture du robot. [10]

III.6. Modélisation cinématique : [16]

La modélisation cinématique du robot manipulateur détermine la relation entre la vitesse articulaire \dot{q} est la vitesse linéaire de l'organe terminal \dot{p} et la vitesse angulaire Ω . Le modèle cinématique est basé sur la matrice jacobéenne de base.

III.6.1. Modèle cinématique directe (MCD):

Le modèle cinématique direct d'un robot manipulateur permet d'exprimer les vitesses des coordonnées opérationnelles en fonction des vitesses articulaires.

Il est noté :

$$\dot{x} = J(q) \cdot \dot{q} \quad (3.14)$$

Où $J(q)$ désigne la matrice jacobienne de dimension $(m \times n)$ du mécanisme.

La même matrice jacobienne intervient dans le calcul du modèle différentiel direct qui donne les variations élémentaires dx des coordonnées opérationnelles en fonction des variations élémentaires dq des coordonnées articulaires, soit :

$$dx = J(q).dq \quad (3.15)$$

L'intérêt de la matrice jacobienne est multiple :

- Elle est à la base du modèle différentiel inverse, permettant de calculer une solution locale des variables articulaires q connaissant les coordonnées opérationnelles x ;
- En statique, on utilise le jacobéen pour établir la relation liant les efforts exercés par l'organe terminal sur l'environnement aux forces et couples des actionneurs ;
- Elle facilite le calcul des singularités et de la dimension de l'espace opérationnel accessible du robot. [7]

Pour calculer les composantes de la matrice jacobéenne, on peut utiliser la méthode présentée comme suit :

\dot{p} et Ω sont les vitesses de translation et de rotation de l'organe terminal dans l'espace opérationnel données par la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \Omega \end{pmatrix} = J(q).dq \quad (3.16)$$

\dot{p} : vitesse linéaire absolue de l'organe terminal par rapport à R_0 .

Ω : vitesse de rotation absolue de l'organe terminal par rapport à R_0 .

$J(q)$: matrice jacobéenne en fonction des variables articulaires de taille $(m \times n)$ avec :

m : nombre de degrés de liberté de la structure articulaire.

n : nombre de degrés de liberté de l'organe terminal.

La vitesse linéaire de l'organe terminal est déterminée par la dérivée par rapport au temps du vecteur de positionnement du robot :

$$\dot{p} = \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial q_i} \frac{\partial q_i}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial q_i} \dot{q} \quad (3.17)$$

De (3.16) et (3.17) on a:

Les vitesses linéaires de l'organe terminal :

$$\dot{p} = \begin{bmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \\ \dot{p}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial p_x}{\partial q_i} \dot{q}_i \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial p_y}{\partial q_i} \dot{q}_i \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial p_z}{\partial q_i} \dot{q}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_x}{\partial q_i} & \dots & \frac{\partial p_x}{\partial q_n} \\ \frac{\partial p_y}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_y}{\partial q_i} & \dots & \frac{\partial p_y}{\partial q_n} \\ \frac{\partial p_z}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_z}{\partial q_i} & \dots & \frac{\partial p_z}{\partial q_n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_i \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Et les vitesses de rotation de l'organe terminal :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = [\bar{\sigma}_1 * a_1^0 * a_1 \dots \bar{\sigma}_j * a_j^0 * a_j \dots \bar{\sigma}_n * a_n^0 * a_n] * \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_i \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

a_j^0 : Matrice de rotation exprime le repère R_j dans le repère R_0 .

$a_j = [0 \ 0 \ 1]^T$: vecteur unitaire porté par l'axe z_j de l'articulation q_j .

σ_j : Coefficient binaire de l'articulation q_j .

De (3.18) et (3.19) on aura :

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \Omega \end{pmatrix} = J(q) * \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_i \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

C'est-à-dire :

$$J(q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_x}{\partial q_i} & \dots & \frac{\partial p_x}{\partial q_n} \\ \frac{\partial p_y}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_y}{\partial q_i} & \dots & \frac{\partial p_y}{\partial q_n} \\ \frac{\partial p_z}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_z}{\partial q_i} & \dots & \frac{\partial p_z}{\partial q_n} \\ \bar{\sigma}_1 * a_1^0 * a_1 & \dots & \bar{\sigma}_j * a_j^0 * a_j & \dots & \bar{\sigma}_n * a_n^0 * a_n \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

III.6.2. Modèle cinématique inverse (MCI) :

L'idée du modèle cinématique inverse est de calculer, à partir d'une configuration q donnée, les vitesses articulaires \dot{q} qui assurent à l'organe terminal une vitesse opérationnelle \dot{X} imposée. Pour obtenir le modèle cinématique inverse de notre structure, on inverse le modèle cinématique directe en résolvant un système d'équations linéaire dont la solution est donnée par la relation (3.22).

$$\dot{q} = J^{-1} * \dot{X} \quad (3.22)$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_i \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = J^{-1}(q) \cdot \begin{pmatrix} \dot{p} \\ \Omega \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

III.7. Modélisation dynamique :

III.7.1. Définition :

L'étude géométrique d'un robot réfère à son comportement statique, et l'étude cinématique réfère à un comportement en vitesse constante ou variable. Or, l'accélération et la décélération sont nécessaires pour atteindre la position désirée à une vitesse désirée de l'organe terminal.

Si les corps matériels sont insensibles à la vitesse ou à la position, l'accélération engendre des forces et des couples dépendants de leurs masses et de leurs formes (via l'inertie). Par ailleurs, les corps constituant le robot ne sont pas des solides parfaits. Ils peuvent se déformer sous l'action des forces d'accélération ou des forces d'origine externes. Les articulations peuvent également ne pas être parfaites : l'élasticité des butés, le frottement secs et visqueux sont souvent présents.

Si un comportement vélocé (à accélération et décélération élevées) du robot est souhaité, il est nécessaire de tenir compte de tous ces éléments en procédant à une étude dynamique du robot.

Donc le modèle dynamique du robot est la relation entre les couples (et/ou forces) appliqués aux actionneurs et les positions, vitesse et accélérations articulaires. [7]

Le robot manipulateur est généralement considéré comme un ensemble des corps supposés rigides. Le modèle dynamique d'un tel mécanisme est habituellement décrit par des équations de la forme suivante :

$$\tau = f(q, \dot{q}, \ddot{q}, f_e) \quad (3.24)$$

Avec :

τ : Vecteur des couples/forces des actionneurs, pour des articulations rotoïdes et prismatiques respectivement ;

\mathbf{q} : Vecteur des positions articulaires ;

$\dot{\mathbf{q}}$: Vecteur des vitesses articulaires ;

$\ddot{\mathbf{q}}$: Vecteur des accélérations articulaires ;

\mathbf{f}_e : Vecteur représentant les efforts extérieurs (forces/moment) qu'exerce le robot sur l'environnement.

On appelle modèle dynamique inverse ou tout simplement modèle dynamique, la relation de la forme (3.24).

Le modèle dynamique directe celui qui exprime les accélérations articulaires en fonctions des positions, vitesses et couples des articulations. Il est alors représenté par la relation :

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{g}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}, \mathbf{f}_e) \quad (3.25)$$

Parmi les applications du modèle dynamique, on peut citer :

- La simulation, qui utilise le modèle dynamique direct ;
- Le dimensionnement des actionneurs ;
- L'identification des paramètres inertiels et des paramètres de frottement du robot ;
- La commande qui utilise le modèle dynamique inverse.

Plusieurs formalismes ont été utilisés pour obtenir le modèle dynamique du robot. Les formalismes les plus utilisés sont :

- a) Le formalisme de Lagrange, il est mieux adapté pour le calcul du modèle dynamique directe qui est utile pour la simulation et la commande.
- b) Le formalisme de Newton-Euler, il est mieux adapté pour le calcul du modèle dynamique inverse que l'on utilise en commande et dimensionnement des parties mécaniques du robot.

Naturellement, les méthodes obtenues numériquement à l'aide de l'un ou de l'autre de ces formalismes sont équivalentes. Mais dans notre projet, on utilise le formalisme de Newton-Euler. [11]

III.7.2. Notation :

Les principales notations utilisées sont les suivantes :

\mathbf{a}_j : Vecteur unitaire suivant l'axe \mathbf{Z}_j ;

\mathbf{F}_j : Résultante de forces extérieures sur le corps \mathbf{C}_j ;

\mathbf{f}_j : Résultante du torseur dynamique exercé sur le corps \mathbf{C}_j par le corps \mathbf{C}_{j+1} ;

\mathbf{f}_{ej} : Résultante du torseur dynamique exercé sur le corps \mathbf{C}_j par l'environnement ;

\mathbf{F}_{Sj} : Paramètre de frottement sec de l'articulation \mathbf{j} ;

\mathbf{F}_{Vj} : Paramètre de frottement visqueux de l'articulation \mathbf{j} ;

\mathbf{g} : Accélération de la pesanteur ;

\mathbf{G}_j : Centre de gravité du corps \mathbf{C}_j ;

\mathbf{I}_{Gj} : Matrice d'inertie du corps \mathbf{C}_j par rapport à un repère parallèle \mathbf{R}_j et d'origine \mathbf{G}_j ;

\mathbf{I}_{aj} : Moment d'inertie du rotor de l'actionneur \mathbf{j} et de son réducteur ressenti par l'articulation ;

\mathbf{J}_j^j : Matrice d'inertie du corps \mathbf{C}_j par rapport au repère \mathbf{R}_j , qui s'exprime par :

$$\mathbf{J}_j^j = \begin{bmatrix} \int \int (y^2 + z^2) dm & - \int xy dm & - \int xz dm \\ - \int xy dm & \int (x^2 + z^2) dm & - \int yz dm \\ - \int xz dm & - \int yz dm & \int (x^2 + y^2) dm \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{XX}_j & \mathbf{XY}_j & \mathbf{XZ}_j \\ \mathbf{YX}_j & \mathbf{YY}_j & \mathbf{YZ}_j \\ \mathbf{ZX}_j & \mathbf{ZY}_j & \mathbf{ZZ}_j \end{bmatrix}$$

\mathbf{L}_j : Vecteur liant l'origine du repère \mathbf{R}_{j-1} , antécédent du repère \mathbf{R}_j , et l'origine du repère \mathbf{R}_j , égale $\mathbf{O}_{j-1}\mathbf{O}_j$;

\mathbf{M}_j : Masse du corps \mathbf{C}_j ;

\mathbf{MS}_j : Premier moment d'inertie du corps \mathbf{C}_j autour de l'origine du repère \mathbf{R}_j , égale a $\mathbf{M}_j \mathbf{S}_j$.
soit : $[\mathbf{MX}_j \quad \mathbf{MY}_j \quad \mathbf{MZ}_j]^T$ les composantes de \mathbf{MS}_j^j ;

\mathbf{M}_{Gj} : Moment des efforts extérieurs exercés sur le corps \mathbf{C}_j autour de \mathbf{G}_j ;

\mathbf{M}_j : Moment des efforts extérieurs exercés sur le corps \mathbf{C}_j autour de \mathbf{O}_j ;

\mathbf{m}_j : Moment du torseur dynamique autour de \mathbf{O}_j exercé sur le corps \mathbf{C}_j par le corps \mathbf{C}_{j-1} ;

\mathbf{m}_{ej} : Moment du torseur dynamique exercé par le corps \mathbf{C}_j sur l'environnement autour de \mathbf{O}_j ;

\mathbf{S}_j : Vecteur ayant pour origine \mathbf{O}_j et pour extrémité le centre de masse du corps \mathbf{C}_j . il est égale à $\mathbf{O}_j\mathbf{C}_j$;

\mathbf{V}_j : Vitesse du point \mathbf{O}_j ;

$\dot{\mathbf{V}}_j$: Accélération du point \mathbf{O}_j ;

\mathbf{V}_{Gj} : Vitesse du centre de gravité du corps \mathbf{C}_j ;

$\dot{\mathbf{V}}_{Gj}$: Accélération du centre de gravité du corps \mathbf{C}_j ;

$\boldsymbol{\omega}_j$: vitesse de rotation du corps \mathbf{C}_j ;

$\dot{\boldsymbol{\omega}}_j$: Accélération de rotation du corps \mathbf{C}_j ;

III.7.3. Formalisme de Newton-Euler :

Les équations de Newton-Euler expriment le torseur dynamique en \mathbf{G}_j des efforts extérieurs sur un corps j par les équations :

$$\mathbf{F}_j = M_j \dot{\mathbf{V}}_{Gj}$$

$$\mathbf{M}_{Gj} = I_{Gj} \dot{\boldsymbol{\omega}}_j + \boldsymbol{\omega}_j (I_{Gj} \boldsymbol{\omega}_j)$$

La méthode de Luch, Walker et Paul, considérée comme une avancée importante vers la possibilité de calculer en ligne le modèle dynamique des robots, utilise ces équations et est fondée sur une double récurrence. La récurrence avant, de la base du robot vers l'effecteur, calcule successivement les vitesses et les accélérations des corps, puis leur torseur dynamique. Une récurrence arrière, de l'effecteur vers la base, permet le calcul des couples des actionneurs en exprimant pour chaque corps le bilan des efforts.

Cette méthode permet d'obtenir directement le modèle dynamique inverse.

➤ Récurrance avant : pour $j = 1, \dots, n$

Elle permet de calculer les vitesses et les accélérations en démarrant de la base du robot vers l'organe terminal.

$$\omega_{j-1}^j = A_{j-1}^j \cdot \omega_{j-1}^{j-1}$$

$$\omega_j^j = \omega_{j-1}^j + \bar{\sigma}_j \cdot \dot{q}_j \cdot a_j^j$$

$$\dot{\omega}_j^j = A_{j-1}^j \cdot \dot{\omega}_{j-1}^{j-1} + \bar{\sigma}_j (\ddot{q}_j \cdot a_j^j + \omega_{j-1}^j \cdot \dot{q}_j \cdot a_j^j)$$

$$U_j^j = \hat{\omega}_j^j + \hat{\omega}_j^j \cdot \hat{\omega}_j^j$$

$$\dot{V}_j^j = A_{j-1}^j (\dot{V}_{j-1}^{j-1} + U_{j-1}^{j-1} \cdot P_j^{j-1}) + \sigma_j (\ddot{q}_j \cdot a_j^j + 2\omega_{j-1}^j \cdot \dot{q}_j \cdot a_j^j)$$

$$F_j^j = M_j \cdot \dot{V}_j^j + U_j^j \cdot MS_j^j$$

$$M_j^j = J_j^j \dot{\omega}_j^j + \omega_j^j (J_j^j \cdot \omega_j^j) + MS_j^j \cdot \dot{V}_j^j$$

Avec :

$$\omega_0 = 0$$

$$\dot{\omega}_0 = 0$$

$$\dot{V}_0 = -g$$

➤ Récurrance arrière : pour $j = n, \dots, 1$:

Une fois qu'on a trouvé les vitesses et les accélérations articulaires, on isole chaque corps et on appliquant les lois de Newton-Euler, on calcul les forces et les moments appliqués sur chaque corps en démarrant cette fois de l'organe terminal vers la base du robot.

$$f_j^j = F_j^j + f_{j+1}^j + f_{e_j}^j$$

$$f_j^{j-1} = A_j^{j-1} \cdot f_j^j$$

$$m_j^j = M_j^j + A_{j+1}^j \cdot m_{j+1}^{j+1} + P_{j+1}^j \cdot f_{j+1}^j + m_{e_j}^j$$

$$\tau_j = (\sigma_j \cdot f_j^j + \bar{\sigma}_j \cdot m_j^j)^T \cdot a_j^j + F_{Sj} \text{sign}(\dot{q}_j) + F_{Vj} \cdot \dot{q}_j + I_{aj} \cdot \ddot{q}_j$$

L'algorithme précédent peut être calculé numériquement. Cependant, pour diminuer de façon sensible le nombre d'opérations, il est préférable de mettre en œuvre une technique de calcul symbolique itératif et d'utiliser les paramètres inertiels de base.

III.8. Conclusion :

Dans ce chapitre, on a présenté les modèles nécessaires pour la conception de n'importe quel robot manipulateur, et particulièrement les robots manipulateurs de type sériel.

Mais ça ne suffit pas lorsqu'il y a contact entre le robot et le milieu du travail. Cela nécessite une modélisation de l'espace de travail du robot et les différents paramètres qui rentrent en jeu lors de ce contact, ainsi que l'influence de ce contact sur le comportement du robot. Cette modélisation fait l'objet du chapitre suivant.

Chapitre IV

Modélisation de l'environnement

IV.1. Introduction	51
IV.2. Principe de la découpe par la molette en diamant	51
IV.2.1. Traçage	51
IV.2.2. Paramètres de traçage	53
IV.2.3. Rompage	56
IV.3. Données pratiques pour l'outil de coupe du robot découpeur du verre	57
IV.4. Conclusion	58

IV.1. Introduction: [6]

La découpe est l'opération la plus importante dans la procédure de transformation du verre flottée. Bien qu'elle n'ait longtemps pas considérée comme une étape critique, une découpe propre, de précision et rapide est devenue une condition indispensable soit à cause de l'augmentation des cadences de production, soit à cause de la qualité demandée dans les applications. Il convient de noter que, dans beaucoup d'applications, un façonnage du bord de découpe est souvent requis. C'est le cas où le bord du verre est apparent (ameublement, automobile, etc.).

Dans ce chapitre, on s'intéresse aux différents paramètres qui rentrent en jeu lors d'une opération de découpe d'une plaque en verre par une molette en diamant, et le comportement du verre au cours de l'opération.

IV.2. Principe de la découpe par la molette en diamant :

De façon générale, couper du verre signifie guider la propagation d'une fracture dans le verre. Cela est communément réalisé en créant une fissure initiale (fissure médiane) à l'aide d'une molette, et ensuite en appliquant une contrainte bien orientée. On appelle la première étape le traçage (scribing ou scoring en anglais), et la deuxième étape le Rompage (breakage).

IV.2.1. Traçage :

Il peut être réalisé mécaniquement en déplaçant un inventeur pointu sur la surface de la plaque du verre. La molette utilisée dans notre cas est une roue en diamant comportant une arrête aigüe et possédant une dureté supérieure à celle du verre. Une charge normale P fournie par l'actionneur du robot appliquée sur la molette lors de son déplacement. Le diamètre de la molette D varie généralement entre 4 et 6 mm, et l'angle α entre 95° et 160° (Figure 4.1).

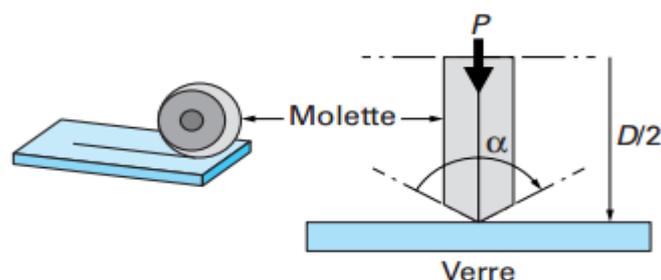


Figure 4.1 Schéma d'une molette

A cause de la géométrie pointue de la molette, la pression exercée sur celle-ci crée un champ de contraintes intenses est localisés dans le verre. Après le passage de la molette, le verre est endommagé en surface et présente des contraintes résiduelles de traction. Des fissures perpendiculaires et parallèles à la surface sont générées. (Figure 4.2) (Figure 4.3) [6]

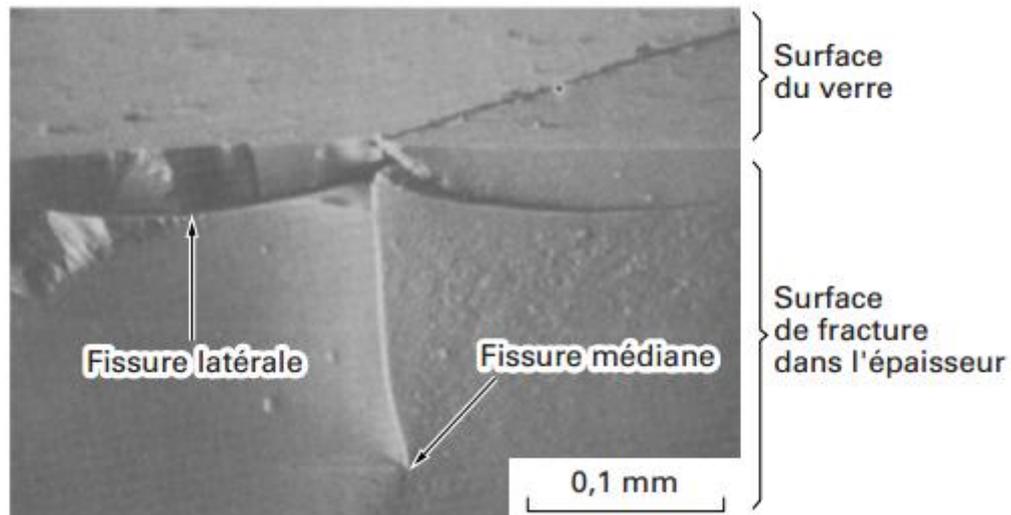


Figure 4.2 Vue de coupe d'un tracé à la molette

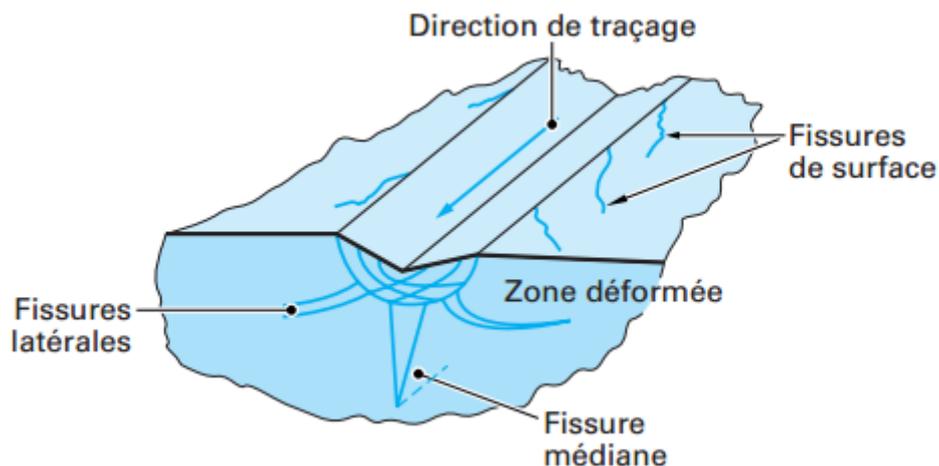


Figure 4.3 Fissures provoquées lors de passage de la molette

La fissure médiane créée lors de traçage est la fissure dont la propagation à travers l'épaisseur du verre va conduire à la rupture (figure 4.4) [6]. Plus la fissure médiane est profonde, plus facile est le Rompage. Lorsque la profondeur de la fissure médiane est faible, une contrainte de flexion élevée est nécessaire pour initier sa propagation. Cela augmente les risques d'obtenir

une surface de fracture rugueuse, ou une bifurcation lors de la propagation. La profondeur de la fissure médiane n'est pas visible à partir de la surface du verre. Cette profondeur peut être mesurée après Rompage par une observation optique de la surface de fracture. La profondeur de la fissure médiane se situe communément entre **200** et **300 μm** pour un chargement de **30N** avec une molette conventionnelle ($\alpha = 145^\circ$). Cela représente jusqu'à **10** à **15%** de l'épaisseur de la plaque du verre. La propagation de la fracturation est d'autant mieux contrôlée que la fissure médiane est profonde.



Figure 4.4 Vue sur un bord de découpe du tracé de la fissure

Au contraire, les fissures latérales (créées lors du traçage) sont indésirables, car elles dégradent la résistance mécanique du bord du verre découpé.

IV.2.2. Paramètres de traçage :

➤ Charge :

Plus la charge sur la molette est élevée :

- Plus profonde est la fissure médiane ;
- Plus facile est le Rompage ;
- Plus intense est le champ des contraintes résiduelles d'indentation ;
- Plus longues sont les fissures latérales ;
- Plus faible est la résistance mécanique de bord ;
- Plus courte est la durée de vie de la molette.

La charge exercée sur la molette devrait donc être contrôlée de façon rigoureuse.

Pour une même charge sur la molette, la profondeur de la fissure médiane peut être augmentée si la surface de contact entre le verre et la molette est réduite. Cela explique l'influence des paramètres géométriques de la molette, détaillés ci-après.

➤ Angle :

Plus faible est l'angle de la molette :

- Plus profonde est la fissure médiane ;
- Plus facile est le Rompage ;
- Plus localisé est le champ des contraintes résiduelles d'indentation ;
- Plus faible est la durée de vie de la molette.

Le graphique suivant (figure 4.5) [6] donne des indications sur le choix de l'angle adapté à l'épaisseur pour le verre flottée.

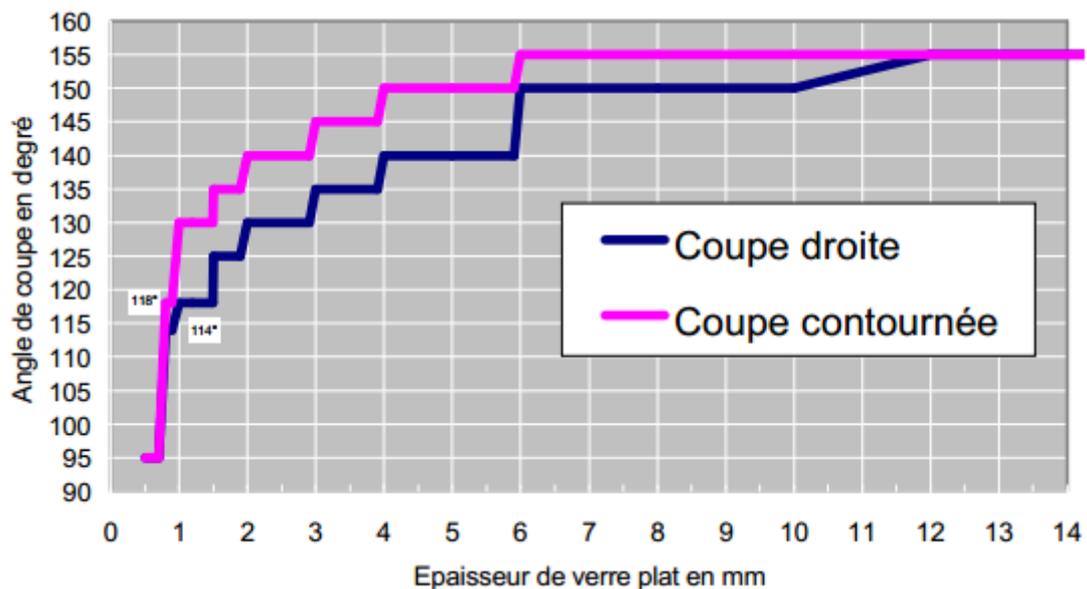


Figure 4.5 Choix des angles de molette en fonction de l'épaisseur du verre

➤ Diamètre :

Plus faible est le diamètre de la molette :

- Plus profonde est la fissure médiane ;
- Plus facile est le Rompage ;
- Plus localisé est le champ des contraintes résiduelles d'indentation ;
- Plus faible est la durée de vie de la molette.

Le tableau suivant montre la relation qui lie entre le diamètre, l'angle, la charge appliquée sur la molette et l'épaisseur du verre : [6]

Epaisseur (mm)	Angle	Charge (N)
> 15	145°	75 – 100
4 – 15	135°	50 – 75
3	125°	25 – 35
< 3	95° – 120°	< 30

Tableau 4.1 Relations entre l'épaisseur du verre, l'angle et la charge appliquée

➤ Matériau :

On a choisi une molette en diamant car elle présente certains avantages par rapport à une molette standard en carbure de tungstène. Ces avantages sont d'autant plus significatifs que l'angle est le diamètre de la molette sont faibles.

Grace à sa dureté plus grande, une molette en diamant a une durée de vie plus longue qu'une molette standard.

On s'attend également à ce qu'une molette en diamant permette de créer une fissure médiane équivalente à celle d'une molette standard avec un chargement plus faible. Il y a plusieurs explications à cela. Tout d'abord, comme une molette en diamant s'use moins, il n'est pas nécessaire d'augmenter la charge exercée au cours du temps afin d'obtenir la même profondeur de fissure médiane. Ensuite, à cause du module de Young élevé du diamant, on s'attend à ce que les contraintes d'indentation résiduelles créées dans le verre soient plus élevées qu'avec une molette en carbure de tungstène (voir tableau 4.2).

Caractéristiques	Verre	Carbure de tungstène	Diamant
Module de Young (GPa)	70	650	1000
Coefficient de poisson	0.23	0.24	0.15
Dureté Mohs	5.5	9-10	10
Dureté Vickers (HV)	540	2400	8000-10000

Tableau 4.2 Propriétés mécaniques de quelques matériaux

➤ Vitesse de traçage :

En raison du comportement viscoélastique du verre, il est plus facile de faire une entaille à vitesse élevée qu'à vitesse faible. On peut donc, en augmentant la vitesse, diminuer la pression, ce qui permet d'améliorer la qualité des bords de coupe et la durée de vie de la molette.

Typiquement, l'ordre de grandeur de la vitesse de traçage est compris entre *0.1* et *1 m/s*.

IV.2.3. Rompage :

Le rompage du verre se fait par deux manières différentes :

- Rompage par flexion (figure 4.6).
- Rompage par double torsion (figure 4.7)

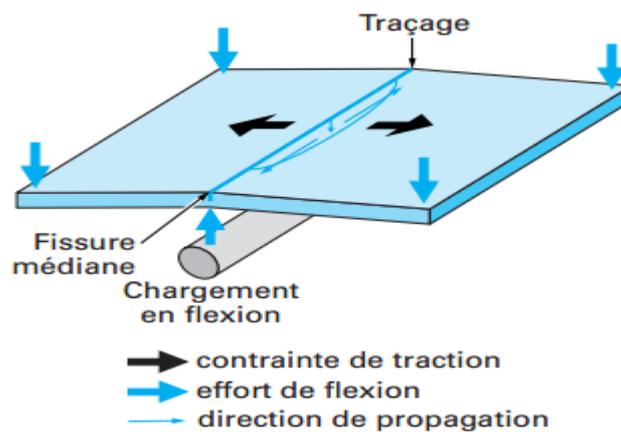


Figure 4.6 Rompage du verre par flexion

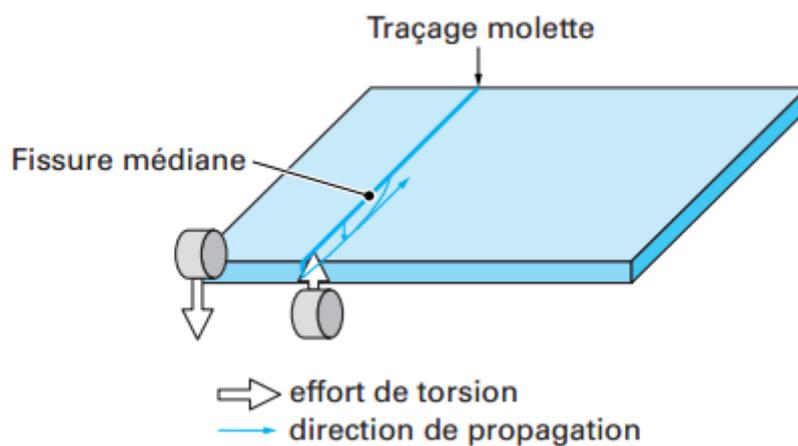


Figure 4.7 Rompage du verre par double torsion

La contrainte de rompage est la contrainte nécessaire à la propagation de la fissure médiane à travers toute l'épaisseur du verre, cette contrainte appelée contrainte résiduelle d'indentation est plus élevée lorsque :

- La charge est augmentée ;
- Le diamètre de la molette est diminué ;
- La molette est neuve ;
- Le temps entre le traçage et le rompage est faible.

IV.3. Données pratiques pour l'outil de coupe du robot découpeur du verre :

Soit à réaliser une coupe dans une plaque de verre d'épaisseur de $8mm$; Le tableau suivant regroupe les données nécessaires pour l'opération :

Données	Caractéristiques
Epaisseur de la plaque du verre	$8mm$
Outil de traçage	Molette
Matériau	Diamant
Angle de molette	135^0
Diamètre de molette	$6mm$
Charge appliquée	$75N$
Vitesse de traçage	$0,45m/s$
Profondeur de traçage	$20\% \text{ de } e \approx 3mm$
Outil de rompage	Rouleau

Tableau 4.3 Données pratiques pour le découpage de la plaque

Remarque :

Pour notre application, l'organe terminal démarre à une vitesse nulle ;

A $t = 1.25$ s la vitesse de l'organe terminal atteint sa valeur maximale qui vaut 0.45 m/s, elle se stabilise à cette valeur ;

Ensuite la vitesse décroît progressivement pour qu'elle s'annule à $t = 5$ s

On adopte pour la vitesse de l'organe terminal le profil ci-dessous :

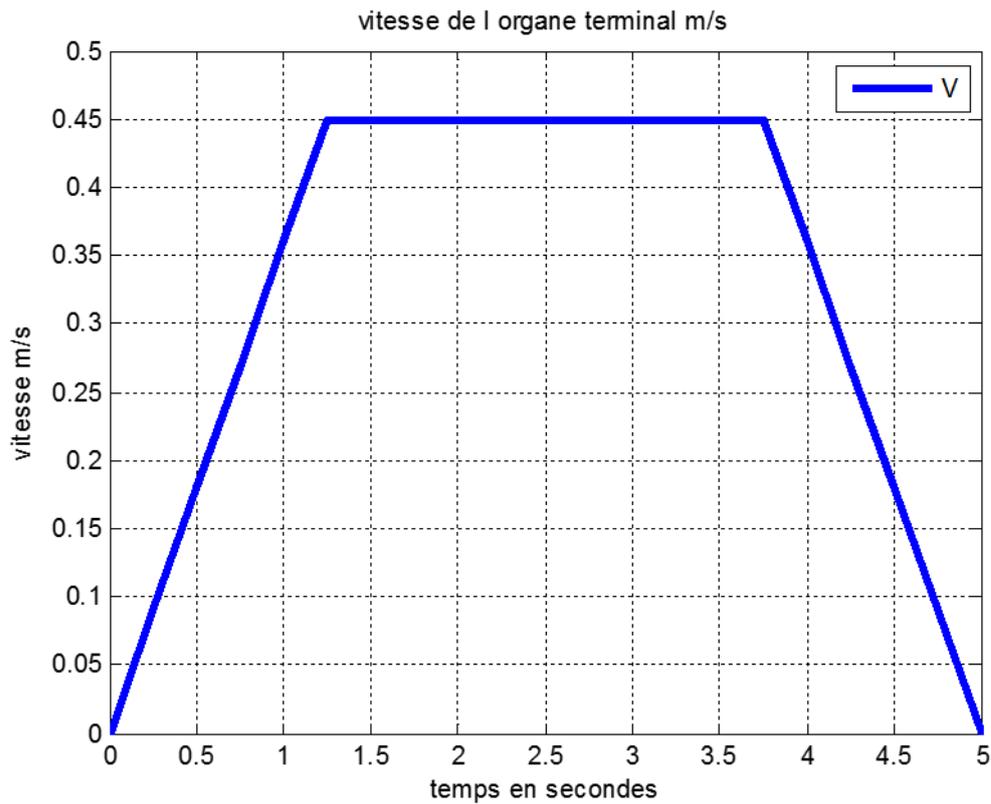


Figure 4.8 Profil de la vitesse opérationnelle

IV.4. Conclusion :

Dans ce chapitre on a déterminé les paramètres géométriques de l'outil de coupe (diamètre, angle), le matériaux utilisé pour le découpage, et d'autres paramètres tels que la charge appliquée sur l'outil de coupe et la vitesses fournie par les actionneurs sont tous des facteurs qui aident à contrôler l'opération de découpage et minimiser les contraintes latérales, donc éviter toute rupture brusque ou endommagement de la structure. Les expériences ont montré que La bonne maitrise de ces paramètres influe sur la qualité de coupe.

Dans le chapitre suivant, on va appliquer tous ce qu'on a vu jusqu'à maintenant à notre robot découpeur du verre.

Chapitre V

Modélisation du robot SCARA découpeur du verre

V.1. Introduction	61
V.2. Choix du robot découpeur du verre	61
V.3. Validation des programmes de calcul	62
V.4. Optimisation de l'énergie des actionneurs	67
V.5. Détermination des paramètres de Denavit-Hartenberg du robot découpeur du verre	68
V.6. Modèle géométrique directe du robot SCARA découpeur du verre	70
V.6.1. Présentation	70
V.6.2. Algorithme de calcul du MGD	70
V.6.3. Résultats de calcul du MGD	71
V.7. Modèle géométrique inverse du robot découpeur du verre	73
V.7.1. Présentation	73
V.7.2. Algorithme de calcul du MGI	74
V.7.3. Résultats de calcul du MGI	75
V.8. Modèle cinématique direct du robot SCARA découpeur du verre	77
V.8.1. Présentation	77
V.8.2. Algorithme de calcul du MCD	77
V.8.3. Résultats de calcul du MCD	77
V.9. Modèle cinématique inverse du robot découpeur du verre	78
V.9.1. Présentation	78
V.9.2. Algorithme de calcul du MCI de premier ordre	78
V.9.3. Résultats de calcul du MCI de premier ordre	80
V.9.4. Algorithme de calcul du MCI de second ordre	81
V.9.5. Résultats de calcul du MCI de second ordre	82
V.10. Modèle dynamique inverse du robot découpeur du verre	84
V.9.1. Présentation	84
V.9.2. Algorithme de calcul du MDI	84

V.9.3. Résultats de calcul du MDI	85
V.10. Conclusion	89

V.1. Introduction :

Après avoir déterminé dans le chapitre précédant les modèles nécessaires pour la conception de notre robot, ce chapitre contient les programmes de calcul des différents modèles et les résultats obtenus par ces programmes.

V.2. Choix du robot découpeur du verre:

Notre objectif est de faire des coupes de formes quelconques sur une plaque de verre standard de dimension 6000×3210 (mm).

Donc le robot est équipé de quatre bras rigides reliés entre eux par cinq articulations, quatre articulations rotoïdes et une articulation prismatique (Figure 5.1)

Les trois premières articulations de type **R** servent à ramener le robot à ces positions désirées en fonction du temps ;

La quatrième articulation de type **R** oriente l'organe terminal en gardant le repère outil coïncidé avec le repère de la trajectoire à chaque instant ;

La cinquième articulation qui est une articulation prismatique **P** déplace l'organe terminal vers le bas pour faire pénétrer l'outil dans la plaque du verre, et vers le haut pour dégager l'outil de coupe à la fin de l'opération.

Remarque :

D'après cette description, on peut subdiviser le robot en deux parties indépendantes, les trois premières articulations constituent la première partie ; et les deux dernières articulations constituent la deuxième partie.

Le modèle de la figure 5.1 est construit par le logiciel SOLIDWORKS.

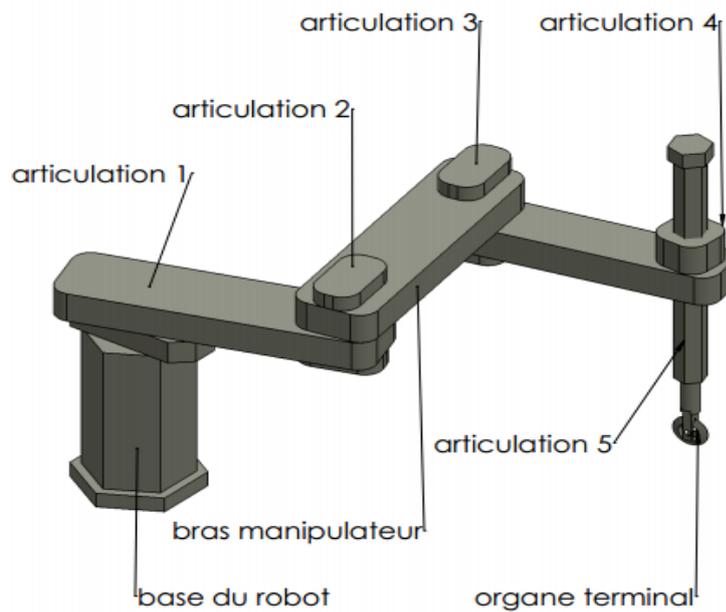


Figure 5.1 : Robot SCARA découpeur du verre

V.3. Validation des programmes de calcul :

Pour modéliser notre robot manipulateur, on a construit des programmes par MATLAB qui calculent les différents modèles du robot et qui nous donnent directement les déplacements, les vitesses, les accélérations, et enfin les couples et les efforts fournis par les actionneurs.

Mais pour prouver l'efficacité de nos programmes, on a utilisé un exemple d'un robot plan à 2 ddls traité dans le référence [17], est on a comparé les résultats obtenus par nos programmes avec celles du référence.

Le robot étudié est un robot plan à 2 ddls (Figure 5.2) [17]

Avec :

$$a_1 = a_2 = 1 \text{ m} \quad l_1 = l_2 = 0.5 \text{ m}$$

$$m_{c1} = m_{c2} = 50 \text{ kg} \quad I_{c1} = I_{c2} = 10 \text{ kgm}^2$$

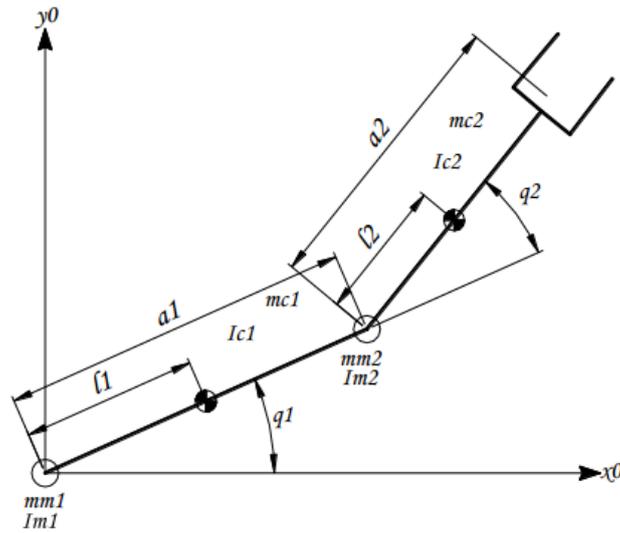


Figure 5.2 : Robot plan à 2 ddl

La position M de l'extrémité libre du corps 2 à l'état initial est $(x = 0.2, y = 0)$. Dans le sens positif, le corps 1 et le corps 2 tournent d'un angle de 90° pour que la position M à l'état final soit $(x = 0.89, y = -0.89)$, ce mouvement est effectué pendant un temps égale à 0.5 seconde (Figure 5.3) [17]

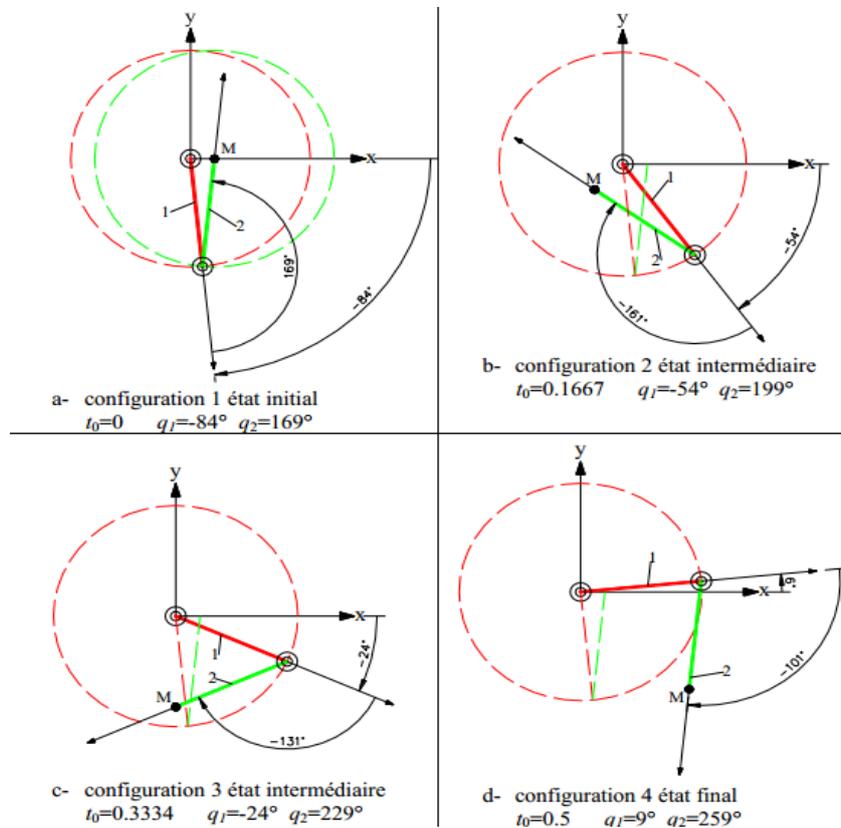


Figure 5.3 : Mouvement du robot plan à 2 ddl

Les paramètres de Denavit-Hartenberg de ce robot sont les suivants :

J	σ_j	α_j (rad)	d_j (m)	θ_j (rad)	r_j (m)
1	0	0	0	θ_1	0
2	0	0	1	θ_2	0
3	0	0	1	θ_3	0

Tableau 5.1 : Paramètres géométriques du robot plan à 2 ddl

L'introduction des paramètres géométriques, d'inertie et les variables articulaires dans les programmes de calcul donne les résultats des figures 5.4 – 5.5 – 5.6 – 5.7 – 5.8 – 5.9 – 5.10 – 5.11 ainsi que les résultats obtenus par la référence [17] :

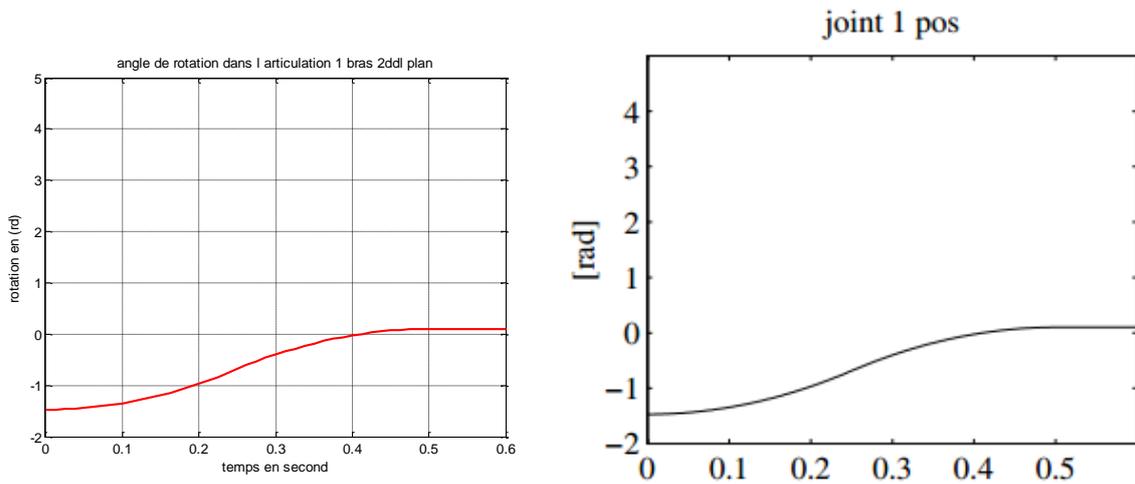


Figure 5.4 : Angle de rotation dans l'articulation 1

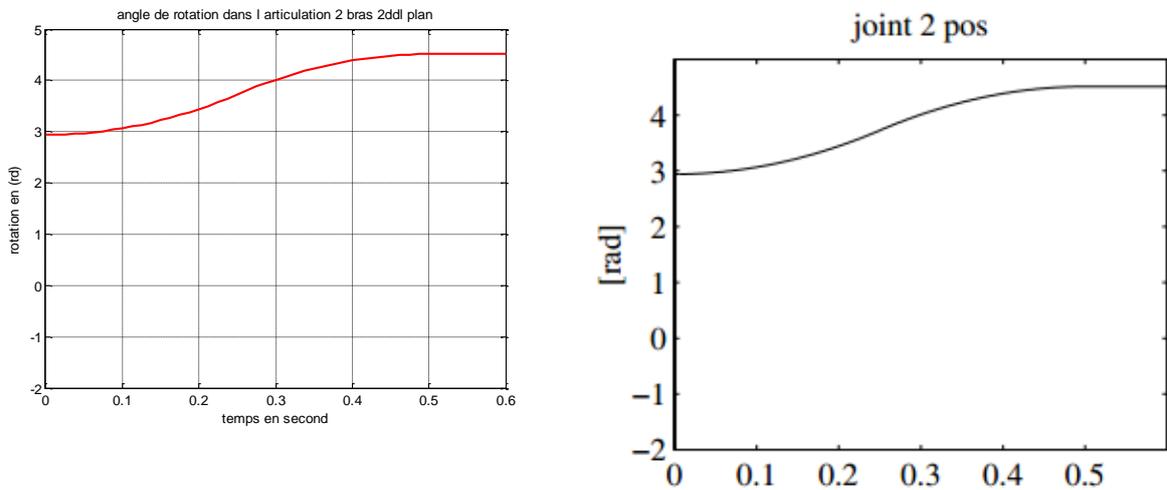


Figure 5.5 : Angle de rotation dans l'articulation 2

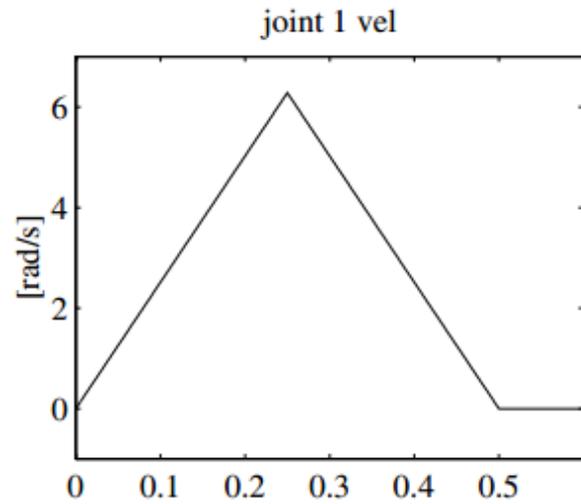
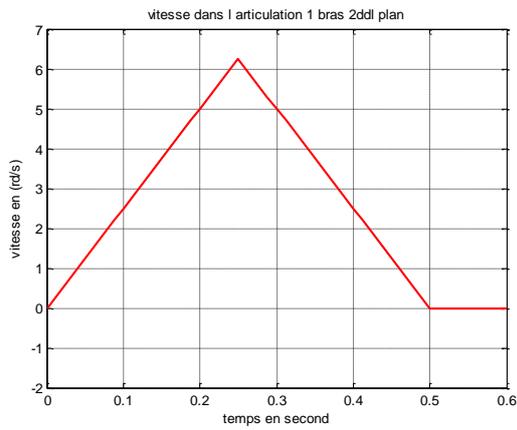


Figure 5.6 : Vitesse de rotation dans l'articulation 1

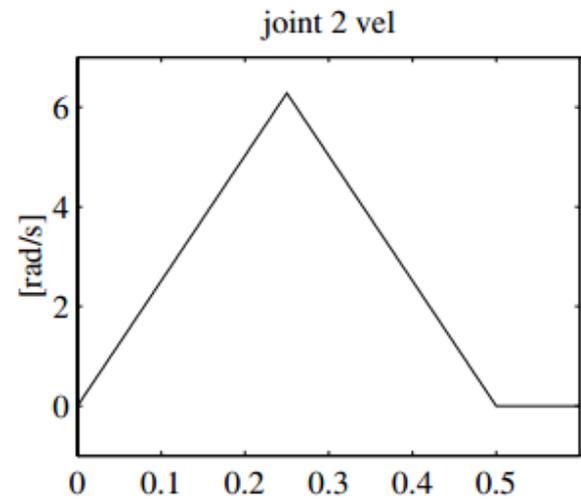
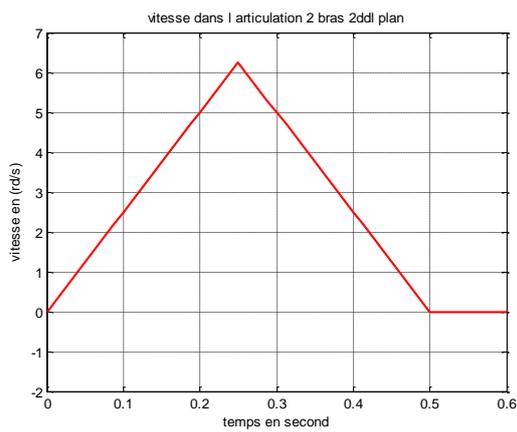


Figure 5.7 : Vitesse de rotation dans l'articulation 2

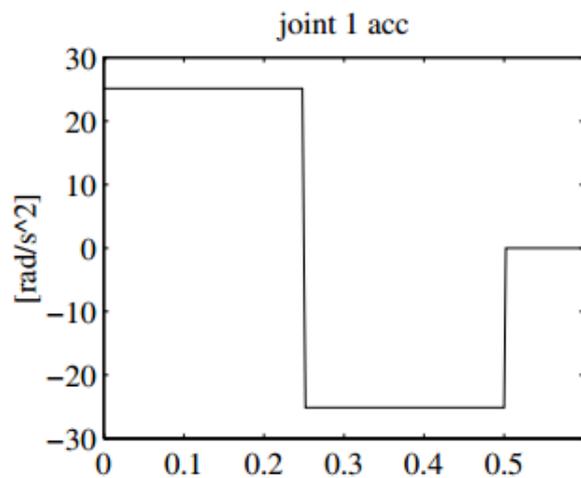
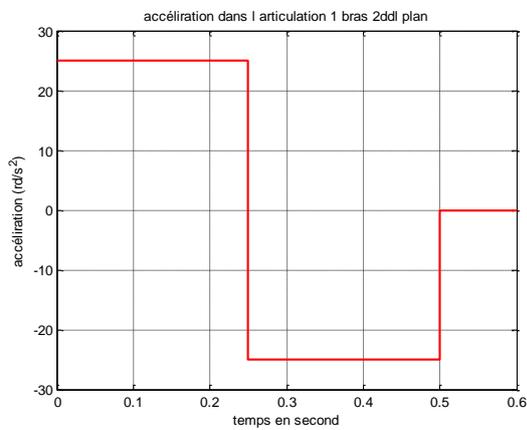


Figure 5.8 : Accélération dans l'articulation 1

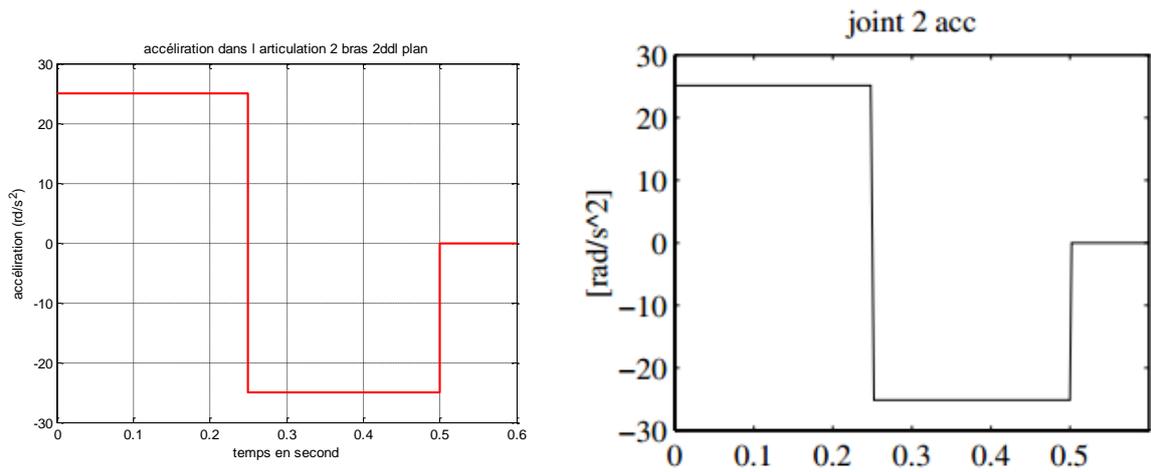


Figure 5.9 : Accélération dans l'articulation 2

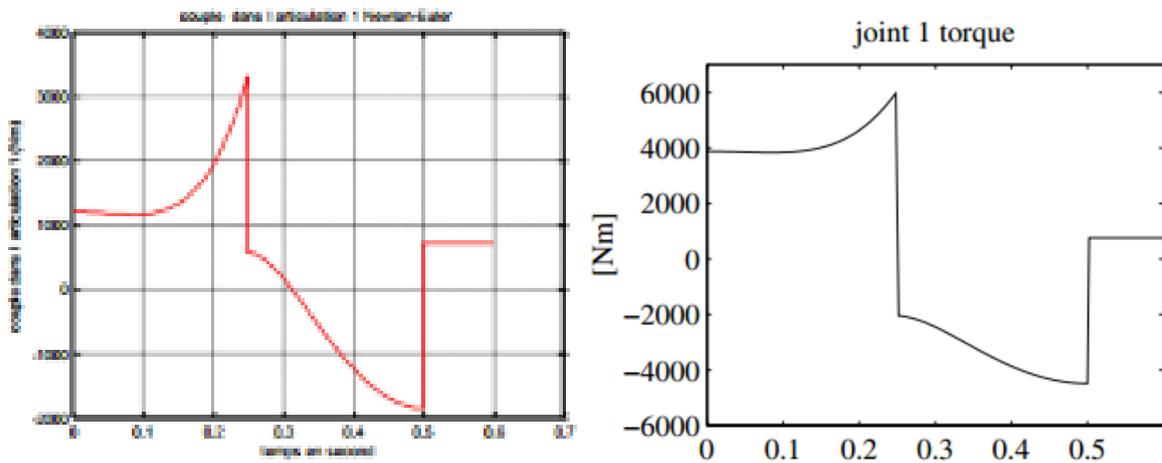


Figure 5.10 : Couple articulaire dans l'articulation 1

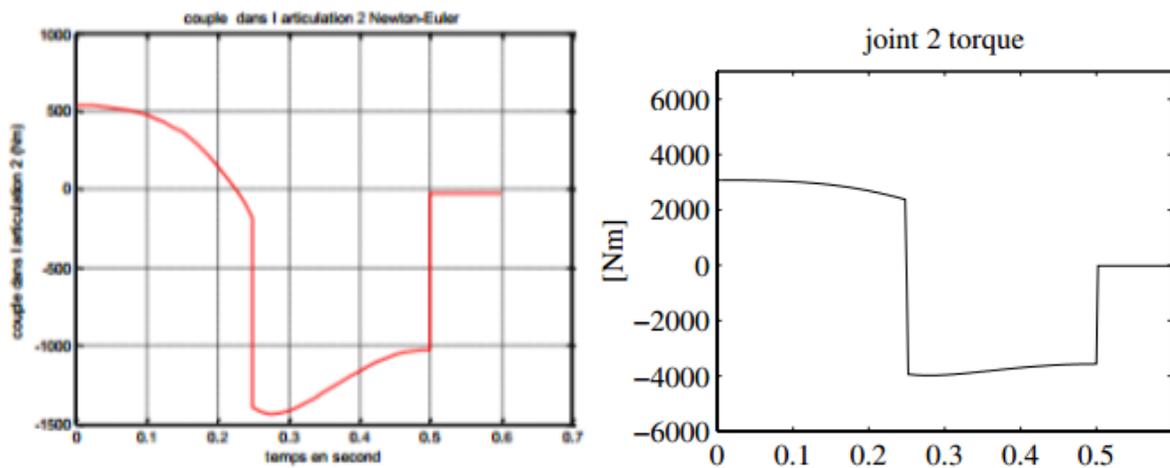


Figure 5.11 : Couple articulaire dans l'articulation 2

Les courbes à gauche en rouge : résultats obtenus par nos programmes

Les courbes à droite en noire : résultats obtenus par la référence [17]

Commentaires :

La similitude entre les courbes du référence [17] et nos résultats remarquable ce qui prouve l'efficacité de nos programmes, et qui nous permet de les appliquer pour notre robot découpeur du verre.

V.4. Optimisation de l'énergie des actionneurs :

La particularité de notre robot redondant est sa capacité de réaliser la tâche désirée (une découpe rectiligne) par plusieurs manières. Ce qui nous laisse la liberté de choisir la configuration idéale.

Ce choix ne se fait pas au hasard, il est basé sur des critères d'optimisation qui nous donnent la configuration qui nécessite un minimum d'énergie pour les actionneurs.

Il existe plusieurs méthodes d'optimisations telles que la méthode de Newton et la méthode de gradient [18] [19] et la méthode de l'algorithme génétique [20].

Pour notre cas, on a utilisé une méthode classique basée sur la minimisation de l'indice de performance IP [21]. Ce dernier est donné par la fonction objective suivante :

$$IP = \sum_{i=1}^n \sqrt{C_1^2 + C_2^2 + C_3^2 + C_4^2} \quad (5.1)$$

Où n : nombre des points prisent l'or de discrétisations de l'intervalle du temps.

L'idée est de discrétiser les intervalles φ_0 et φ_f qui contiennent les positions initiales et finales du robot, ensuite on calcule pour chaque paire de φ_0 et φ_f (respectivement angles initial et final) l'indice de performance correspondant.

Cet ensemble des valeurs des IP est représenté dans le tableau 5.2 ;

avec :

$$\mathbf{IP}_{\min} = 1.5466$$

pour

$$\varphi_0 = 61^\circ$$

et

$$\varphi_f = 66.5^\circ$$

Ce sont ces valeurs de φ_0 et φ_f que nous allons les utiliser dans la suite du projet.

$\varphi_0 \backslash \varphi_f$	13.000	23.700	34.400	45.100	55.800	66.500	77.200	87.900	98.600	109.300	120.00
-37	1.5467	1.5468	1.5468	1.5467	1.5471	1.5479	1.5468	1.5468	1.5468	1.5468	1.5468
-23	1.5469	1.5468	1.5469	1.5468	1.5471	1.5480	1.5471	1.5469	1.5468	1.5470	1.5472
-9	1.5469	1.5468	1.5468	1.5468	1.5468	1.5468	1.5471	1.5468	1.5468	1.5468	1.5468
5	1.5468	1.5467	1.5468	1.5467	1.5467	1.5468	1.5467	1.5467	1.5468	1.5468	1.5467
19	1.5468	1.5474	1.5468	1.5468	1.5473	1.5468	1.5471	1.5469	1.5472	1.5475	1.5484
33	1.5468	1.5468	1.5467	1.5469	1.5468	1.5468	1.5468	1.5470	1.5468	1.5468	1.5467
47	1.5469	1.5469	1.5524	1.5469	1.5468	1.5467	1.5467	1.5467	1.5468	1.5467	1.5467
61	1.5469	1.5468	1.5472	1.5471	1.5471	1.5466	1.5469	1.5469	1.5468	1.5468	1.5468
75	1.5469	1.5468	1.5469	1.5471	1.5471	1.5468	1.5469	1.5468	1.5469	1.5469	1.5468
89	1.5469	1.5468	1.5469	1.5469	1.5469	1.5468	1.5468	1.5469	1.5471	1.5470	1.5469
103	1.5478	1.5473	1.5468	1.5468	1.5469	1.5468	1.5469	1.5470	1.5470	1.5468	1.5467

Tableau 5.2 : Valeurs de IP

Commentaire :

Ce tableau contient les valeurs des IP pour chaque paire de φ_0 et φ_f (après discrétisation de φ_0 et φ_f). Ces résultats sont obtenus par le calcul direct des couples pour chaque paire de φ_0 et φ_f , et ensuite par le calcul de IP par la relation 5.1. D'après ce tableau on peut tirer le IP_{\min} qui vaut 1.5466 pour $\varphi_0 = 61^\circ$ et $\varphi_f = 66.5^\circ$.

V.5. Détermination des paramètres de Denavit-Hartenberg du robot SCARA découpeur du verre :

La détermination des paramètres de DH se fait selon la procédure suivante :

- On positionne le robot dans un repère de base fixe R_0 (Figure 5.12)
- On définit un repère fixe lié à chaque corps de la structure (Figure 5.13)
- On affecte à chaque articulation ces paramètres de DH.

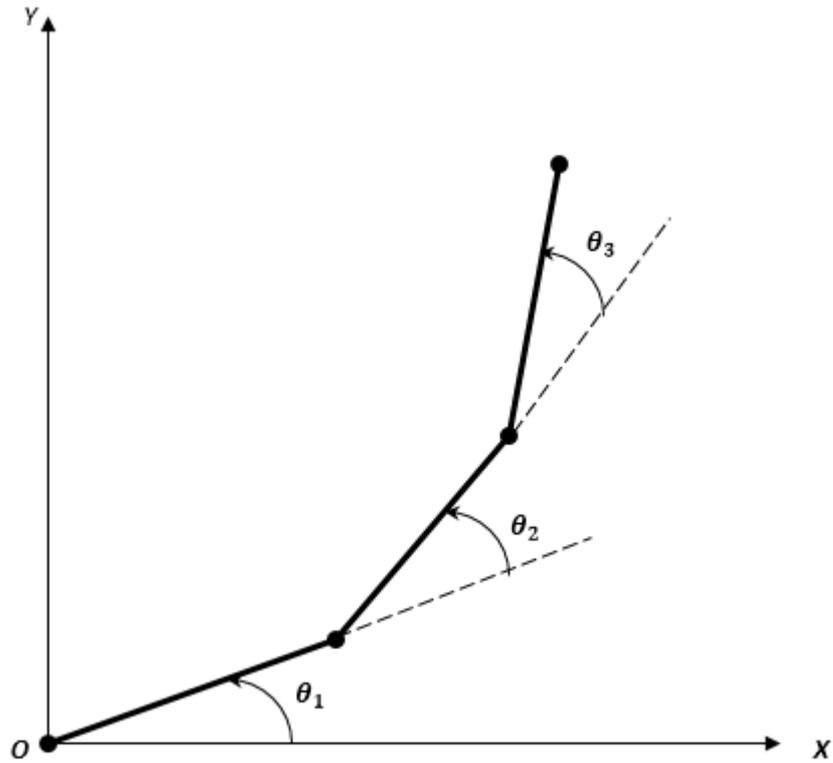


Figure 5.12 : Robot SCARA découpeur du verre dans le plan

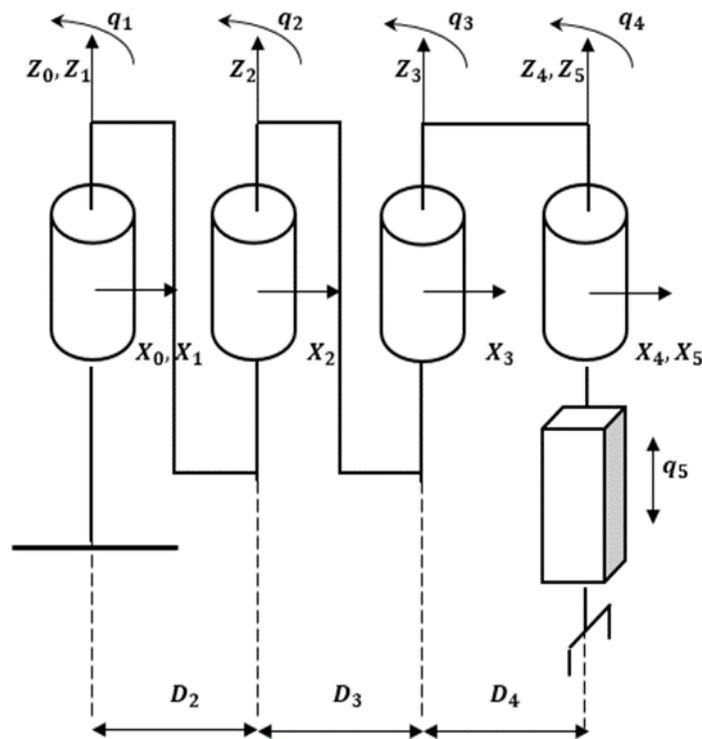


Figure 5.13 : Paramètres de Denavit-Hartenberg

Les résultats sont représentées dans le tableau suivant :

J	σ_j	α_j (rad)	d_j (m)	θ_j (rad)	r_j (m)
1	0	0	0	θ_1	0
2	0	0	1.7	θ_2	0
3	0	0	1.7	θ_3	0
4	0	0	1.6	θ_4	0
5	1	0	0	0	R_5

Tableau 5.3 : Paramètres géométriques du robot SCARA découpeur du verre

V.6. Modèle géométrique direct du robot SCARA découpeur du verre :

V.6.1. Présentation :

On veut exprimer la configuration de l'organe terminal en fonction de la configuration articulaire.

Le vecteur des variables articulaires pour notre structure est donné par :

$$q = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, R_5) \quad (5.2)$$

La relation géométrique entre la base et l'effecteur est représentée par la matrice 0T_5 qui est la résultante du produit des matrices de transformation élémentaires entre les corps Cr_{j-1} et Cr_j pour $j=1, \dots, 5$.

En utilisant les résultats exprimés dans le tableau 5.3, les matrices de transformations élémentaires sont calculées par le programme MATLAB dont son algorithme est le suivant :

V.6.2. Algorithme de calcul du MGD :

Début

Réel $d(1), d(2), d(3), d(4), i \% d(1)$: type d'articulation (R ou P)

$d(2)$: angle α du bras i , $d(3)$: la longueur D du bras i , $d(4)$: déplacement r du

bras i , i : N° d'articulation

Pour $i=1:5$

Si $di(1) = 0$

$$R_{i-1}^i = [\cos(q_i) \quad -\sin(q_i) \quad 0 \quad ; \quad \cos(di(2)) * \sin(q_i) \quad \cos(di(2)) * \sin(q_i) - \sin(di(2)) \quad ; \quad \sin(di(2)) * \sin(q_i) \quad \sin(di(2)) * \cos(q_i) \quad \cos(di(2))]$$

$$P_{i-1}^i = [di(3) \quad -di(4) * \sin(di(2)) \quad di(4) * \sin(di(2))]'$$

$$T_{i-1}^i = [R_{i-1}^i \quad P_{i-1}^i \quad ; \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

Sinon si $di(1) = 1$

$$R_{i-1}^i = [1 \quad 0 \quad 0 \quad ; \quad 0 \quad \cos(di(2)) \quad -\sin(di(2)) \quad ; \quad 0 \quad \sin(di(2)) \quad \cos(di(2))]$$

$$P_{i-1}^i = [di(3) \quad -ri * \sin(di(2)) \quad ri * \cos(di(2))]$$

$$T_{i-1}^i = [R_{i-1}^i \quad P_{i-1}^i \quad ; \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

Sinon erreur d'utilisation du paramètre $di(1)$

$$E0 = [1 \quad 0 \quad 0 \quad d6(2) \quad ; \quad 0 \quad \cos(d6(1)) \quad -\sin(d6(1)) \quad d6(3) \quad ; \quad 0 \quad \sin(d6(1)) \quad \cos(d6(1)) \quad d6(4) \quad ; \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

$$T = T_0^1 * T_1^2 * T_2^3 * T_3^4 * T_4^5 * E0$$

Fin pour

Fin

Afficher T_0^5, R_0^5, P_0^5

V.6.3. Résultats de calcul du MGD :

Les résultats obtenus par le programme sont les suivantes :

- la matrice de transformation 0T_I exprimant le repère R_I dans R_0 :

$${}^0T_I = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

- la matrice de transformation 1T_2 exprimant le repère R_2 dans R_1 :

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & D_2 \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

- la matrice de transformation 2T_3 exprimant le repère R_3 dans R_2 :

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & D_3 \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

- la matrice de transformation 3T_4 exprimant le repère R_4 dans R_3 :

$${}^3T_4 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 & D_4 \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

- la matrice de transformation 4T_5 exprimant le repère R_5 dans R_4 :

$${}^4T_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & R_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Les notations étant généralement lourdes, on adopte un certain nombre de conventions. On note [7], pour i, j compris entre 1 et 5 :

$$C_i = \cos \theta_i$$

$$S_i = \sin \theta_i$$

$$C_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j) \rightarrow C_{ijk} = \cos(\theta_i + \theta_j + \theta_k)$$

$$S_{ij} = \sin(\theta_i + \theta_j) \rightarrow S_{ijk} = \sin(\theta_i + \theta_j + \theta_k)$$

Finalement la matrice de transformation 0T_5 globale qui permet de passer du repère R_5 lié à l'organe terminal au repère R_0 lié à la base du robot est :

$${}^0T_5 = {}^0T_1 * {}^1T_2 * {}^2T_3 * {}^3T_4 * {}^4T_5$$

$${}^0T_5 = \begin{bmatrix} C_{123} & -S_{123} & 0 & D_2C_1 + D_3C_{12} + D_4C_{123} \\ S_{123} & C_{123} & 0 & D_2S_1 + D_3S_{12} + D_4S_{123} \\ 0 & 0 & 1 & R_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

La matrice de rotation est donnée par:

$${}^0A_5 = \begin{bmatrix} C_{123} & -S_{123} & 0 \\ S_{123} & C_{123} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Et le vecteur position est donnée par:

$${}^0P_5 = \begin{bmatrix} D_2C_1 + D_3C_{12} + D_4C_{123} \\ D_2S_1 + D_3S_{12} + D_4S_{123} \\ R_5 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

$$\text{Det}(T_0^5) = C_{1234}^2 + S_{1234}^2 \neq 0$$

Ce qui implique qu'il n'y a pas de singularité géométrique, donc le calcul du modèle géométrique inverse est possible.

V.7. Modèle géométrique inverse du robot SCARA découpeur du verre:

V.7.1. Présentation :

Contrairement au MGD, dans le MGI on veut exprimer la configuration articulaire du robot en fonction des positions de l'organe terminal.

Tous calcul fait (voir annexe A1), on trouve :

$$\cos(\theta_2(t)) = \frac{x_n^2(t) + y_n^2(t) - D_2^2 - D_3^2}{2D_2D_3} \quad (5.11)$$

$$\sin(\theta_2(t)) = \pm \sqrt{1 - \cos^2(\theta_2(t))} \quad (5.12)$$

$$\theta_2(t) = \text{atan}[\sin(\theta_2(t)), \cos(\theta_2(t))] \quad (5.13)$$

Et :

$$\cos(\theta_1(t)) = \frac{x_n(t)(D_2 + D_3 \cos(\theta_2(t))) + y_n(t)(D_3 \sin(\theta_2(t)))}{D_2^2 + 2D_2D_3 \cos(\theta_2(t)) + D_3^2} \quad (5.14)$$

$$\sin(\theta_1(t)) = \frac{-x_n(t)(D_3 \sin(\theta_2(t))) + y_n(t)(D_2 + D_3 \cos(\theta_2(t)))}{D_2^2 + 2D_2D_3 \cos(\theta_2(t)) + D_3^2} \quad (5.15)$$

$$\theta_1(t) = \text{atan}[\sin(\theta_1(t)), \cos(\theta_1(t))] \quad (5.16)$$

Enfin :

$$\theta_3(t) = \varphi(t) - (\theta_1(t) + \theta_2(t)) \quad (5.17)$$

A ce stade, on discrétise l'intervalle du temps en 20 valeurs, les valeurs de θ_1 , θ_2 , θ_3 et θ_4 sont calculées par le programme MATLAB dont son algorithme est le suivant :

V.7.2. Algorithme de calcul du MGI :

Début

Réel $D1$, $D2$, $D3$, $D4$, $\varphi0$, φf , tf % $D1, D2, D3, D4$: longueurs des bras 1,2,3 et 4

respectivement, $\varphi0$: angle d'orientation initiale, φf : angle d'orientation finale,

tf : Temps d'exécution final, N : nombre de points disponibles (discrétisation du

vecteur temps

$t = 0 : tf/20 : tf$

$N = \text{lenght}(t)$

$\alpha = 30.32^\circ$ % angle qui fait la trajectoire avec l'axe des X

$A = [\cos\alpha - \sin\alpha \ 0; \sin\alpha \ \cos\alpha \ 0; 0 \ 0 \ 1]$ % matrice de passage du repère trajectoire au repère R0

Pour $i=1: N$

$$\varphi(i) = \varphi0 + \left(\left(3 * \frac{\varphi f - \varphi0}{tf^2} \right) * (t(i)^2) \right) - \left(\left(2 * \frac{\varphi f - \varphi0}{tf^3} \right) * (t(i)^3) \right)$$

$$Xn(i) = 3 - \left(\frac{t(i)}{6} \right) - (D3 * \cos \varphi(i))$$

$$Yn = 2 + \left(1.71 * \frac{t(i)}{6} \right) - (D3 * \sin \varphi(i))$$

$$\cos(q2(i)) = ((Xn(i)^2) + (Yn(i)^2) - (D2^2) - (D3^2))/(2 * D2 * D3)$$

$$\begin{aligned} \sin(q2(i)) &= \text{sqrt}(1 - (\cos(q2(i)))^2) \\ q2(i) &= \text{atan2}(\sin(q2(i)), \cos(q2(i))) \\ \sin(q1(i)) &= \left(Yn(i) * \left(D2 + (D3 * \cos(q2(i))) \right) \right) - (Xn(i) * D3 * \\ &\sin(q2(i))) \\ \cos(q1(i)) &= \left(Xn(i) * \left(D2 + (D3 * \cos(q2(i))) \right) \right) + (Yn(i) * D3 * \\ &\sin(q2(i))) \\ q1(i) &= \text{atan2}(\sin(q1(i)), \cos(q1(i))) \\ q3(i) &= \varphi(i) - (q1(i) + q2(i)) \\ q4(i) &= \text{solve}(R_0^4(1,1) - A(1,1)) \end{aligned}$$

Fin pour

Fin

Afficher $q1(i)$, $q2(i)$, $q3(i)$, $q4(i)$

V.7.3. Résultats de calcul du MGI :

Les résultats obtenus par le programme sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \theta_1 &= [-0.6217 \quad -0.5893 \quad -0.5546 \quad -0.5176 \quad -0.4788 \quad -0.4384 \quad -0.3965 \quad -0.3534 \quad -0.3091 \\ &\quad -0.2639 \quad -0.2178 \quad -0.1710 \quad -0.1233 \quad -0.0750 \quad -0.0259 \quad 0.0238 \quad 0.0744 \quad 0.1258 \\ &\quad 0.1780 \quad 0.2314 \quad 0.2858]^T \quad (\text{rad}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_2 &= [1.7066 \quad 1.7269 \quad 1.7428 \quad 1.7545 \quad 1.7622 \quad 1.7662 \quad 1.7667 \quad 1.7638 \quad 1.7578 \\ &\quad 1.7487 \quad 1.7367 \quad 1.7218 \quad 1.7043 \quad 1.6840 \quad 1.6612 \quad 1.6357 \quad 1.6076 \quad 1.5769 \\ &\quad 1.5434 \quad 1.5071 \quad 1.4677]^T \quad (\text{rad}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_3 &= [-0.0203 \quad -0.0722 \quad -0.1209 \quad -0.1664 \quad -0.2087 \quad -0.2482 \quad -0.2848 \quad -0.3188 \quad -0.3502 \\ &\quad -0.3793 \quad -0.4062 \quad -0.4311 \quad -0.4541 \quad -0.4754 \quad -0.4953 \quad -0.5139 \quad -0.5314 \quad -0.5479 \\ &\quad -0.5635 \quad -0.5785 \quad -0.5929]^T \quad (\text{rad}) \end{aligned}$$

$$\theta_4 = [-0.5355 \quad -0.5362 \quad -0.5382 \quad -0.5413 \quad -0.5455 \quad -0.5505 \quad -0.5562 \quad -0.5625 \quad -0.5693$$

$$\begin{bmatrix} -0.5763 & -0.5835 & -0.5906 & -0.5977 & -0.6044 & -0.6107 & -0.6165 & -0.6215 & -0.6256 \\ -0.6288 & -0.6308 & -0.6315 \end{bmatrix}^T \text{ (rad)}$$

Et le graphe qui donne la variation des articulations $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ en fonction du temps est le suivant :

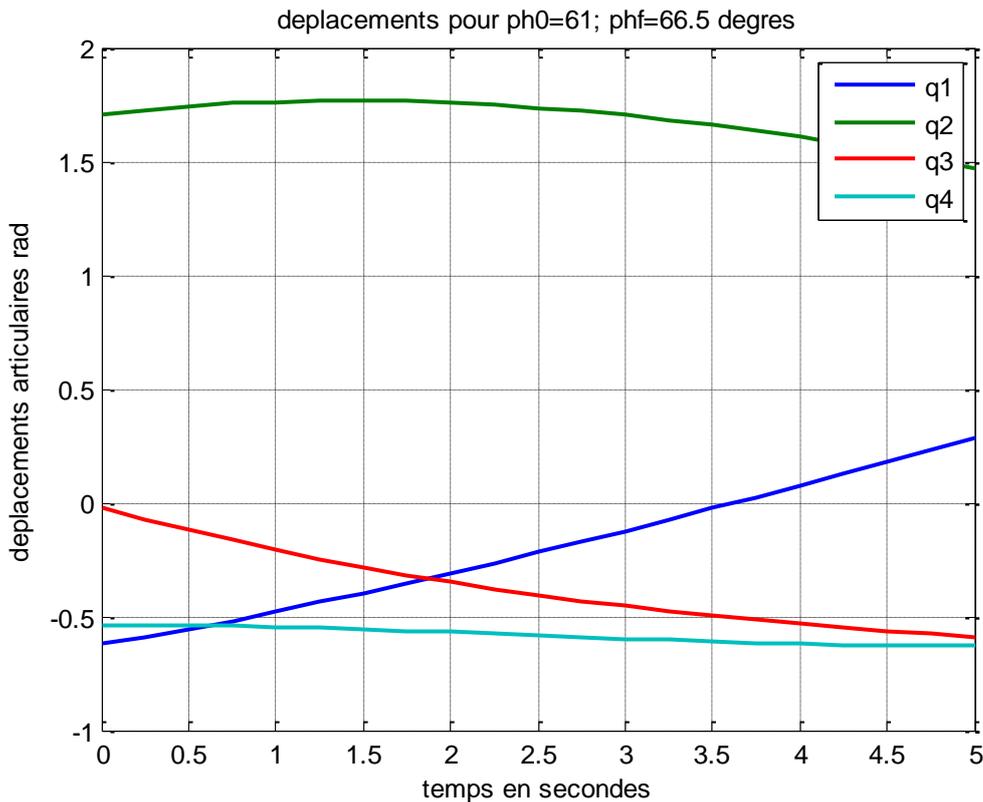


Figure 5.14 : Variations de coordonnées articulaires en fonction du temps

Avec :

$$q_i = \theta_i \quad (\text{Pour } i=1, 2, 3, 4)$$

Commentaire :

La figure 5.14 représente les variations des coordonnées articulaires $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ en fonction du temps. Ces courbes sont lisses (ne contiennent pas de pics), ce qui est facilement réalisable.

V.8. Modèle cinématique directe du robot SCARA découpeur du verre :V.8.1. Présentation :

On a trouvé dans le MGD que le vecteur de position de l'organe terminal exprimée dans le repère R_0 est donnée par les coordonnées P_x , P_y et l'angle θ entre D_3 et l'axe X_0 tel que :

$$\begin{cases} P_x = D_2 \cos(\theta_1) + D_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) + D_4 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ P_y = D_2 \sin(\theta_1) + D_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) + D_4 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ \varphi = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \end{cases} \quad (5.18)$$

Dans notre cas :

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = J(q) \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

La matrice jacobéenne J est obtenue par la dérivation du système d'équations (5.10) par rapport à θ_1 , θ_2 et θ_3 . Le résultat donné par le programme MATLAB est la suivante :

V.8.2. Algorithme de calcul du MCD :

Début

Réel $D1, D2, D3, D4$

$$P = [D2 * \cos(q1) + D3 * \cos(q1 + q2) + D4 * \cos(q1 + q2 + q3) ; D2 * \sin(q1) + D3 * \sin(q1 + q2) + D4 * \sin(q1 + q2 + q3) ; q1 + q2 + q3]$$

$$J = [\text{diff}(P, q1) \quad \text{diff}(P, q2) \quad \text{diff}(P, q3)]$$

$$D = \det(J)$$

Fin

Afficher J, D

V.8.3. Résultats de calcul du MCD :

$$J(q) = \begin{bmatrix} -D_4 S_{123} - D_3 S_{12} - D_2 S_1 & -D_4 S_{123} - D_3 S_{12} & -D_4 S_{123} \\ D_4 C_{123} + D_3 C_{12} + D_2 C_1 & D_4 C_{123} + D_3 C_{12} & D_4 C_{123} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

V.9. Modèle cinématique inverse du robot SCARA découpeur du verre :V.9.1. Présentation :

Dans le MCI, on veut exprimer les vitesses et les accélérations des articulations en fonction de la vitesse et l'accélération de l'organe terminal

Dans notre cas :

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = J^{-1}(q) \cdot \begin{bmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

On remarque que :

$$Det(J) = 2 * D_4 S_{123} * D_3 C_{12} - D_3 C_{12} * D_2 S_1 + D_3 S_{12} * D_2 C_1 \neq 0 \quad (5.22)$$

Donc le calcul de la matrice inverse est possible.

Les résultats de calcul du MCI sont données par le programme MATLAB dont l'organigramme est le suivant :

V.9.2. Algorithme de calcul du MCI du premier ordre :

Début

Réel i , D1, D2, D3, D4

Pour $i = 1:5$

$$V1(i) = 0.36 * t(i)$$

Fin pour

$$V2(i) = ones(1,10) * 0.45$$

Pour $i = 1:5$

$$V3(i) = -0.36 * (t(i + 15)) + 1.8$$

$$V = [V1; V2; V3]$$

$$V0 = [-V * \text{Cosd}(30.31); V * \text{Sind}(30.31); 0]$$

Fin pour

Pour $i = 1:N$

$$J_{11}(i) = -D2 * \sin(q1(i)) - D3 * \sin(q1(i) + q2(i)) - D4 * \sin(q1(i) + q2(i) + q3(i))$$

$$J_{12}(i) = -D3 * \sin(q1(i) + q2(i)) - D4 * \sin(q1(i) + q2(i) + q3(i))$$

$$J_{13}(i) = -D4 * \sin(q1(i) + q2(i) + q3(i))$$

$$J_{21}(i) = D2 * \cos(q1(i)) + D3 * \cos(q1(i) + q2(i)) + D4 * \cos(q1(i) + q2(i) + q3(i))$$

$$J_{22}(i) = D3 * \cos(q1(i) + q2(i)) + D4 * \cos(q1(i) + q2(i) + q3(i))$$

$$J_{23}(i) = D4 * \cos(q1(i) + q2(i) + q3(i))$$

$$J_{31}(i) = 1$$

$$J_{32}(i) = 1$$

$$J_{33}(i) = 1$$

$$J = [J_{11}(i) \ J_{12}(i) \ J_{13}(i) ; J_{21}(i) \ J_{22}(i) \ J_{23}(i) ; J_{31}(i) \ J_{32}(i) \ J_{33}(i)]$$

$$dq = \text{inv}(J) * V(:,1)$$

$$dq1(i) = dq(1)$$

$$dq2(i) = dq(2)$$

$$dq3(i) = dq(3)$$

Fin pour

$$dq4(i) = dq1(i) + dq2(i) + dq3(i)$$

Fin

Afficher $dq1, dq2, dq3, dq4$

V.9.3. Résultats de calcul du MCI du premier ordre :

Les résultats des vitesses obtenus par le programme sont les suivants :

$$\dot{\theta}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.0051 & 0.0157 & 0.0313 & 0.0516 & 0.0761 & 0.0870 & 0.0972 & 0.1066 & 0.1153 \\ 0.1232 & 0.1305 & 0.1371 & 0.1431 & 0.1486 & 0.1536 & 0.1266 & 0.0975 & 0.0666 \\ 0.0340 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \text{ (rad/s)}$$

$$\dot{\theta}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.0484 & 0.0918 & 0.1302 & 0.1638 & 0.1926 & 0.1805 & 0.1684 & 0.1563 & 0.1443 \\ 0.1323 & 0.1203 & 0.1083 & 0.0963 & 0.0842 & 0.0721 & 0.0479 & 0.0285 & 0.0140 \\ 0.0044 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \text{ (rad/s)}$$

$$\dot{\theta}_3 = \begin{bmatrix} 0 & -0.0535 & -0.1074 & -0.1615 & -0.2154 & -0.2687 & -0.2675 & -0.2656 & -0.2629 & -0.2596 \\ -0.2555 & -0.2508 & -0.2454 & -0.2394 & -0.2329 & -0.2257 & -0.1745 & -0.1260 & -0.0805 \\ -0.0384 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \text{ (rad/s)}$$

$$\dot{\theta}_4 = \begin{bmatrix} 0 & -0.1388 & 0.1388 & 0 & 0 & 0 & -0.5551 & 0 & 0.5551 & 0 & 0.5551 \\ 0 & -0.2776 & -0.2776 & 0.5551 & 0.2776 & -0.2776 & 0 & -0.2776 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \text{ (rad/s)}$$

Et les graphes qui donnent les variations des vitesses $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4$ en fonction du temps :

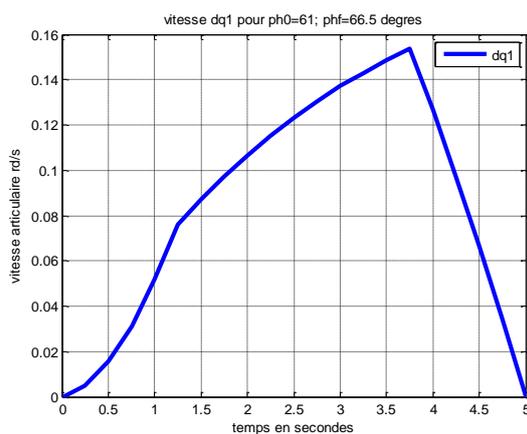


Figure 5.15 : Vitesse de rotation dans l'articulation 1

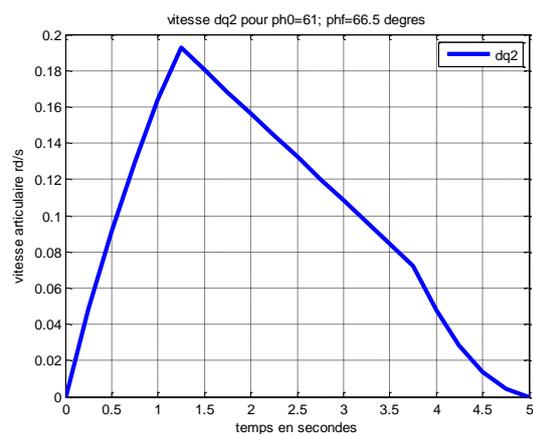


Figure 5.16 : Vitesse de rotation dans l'articulation 2

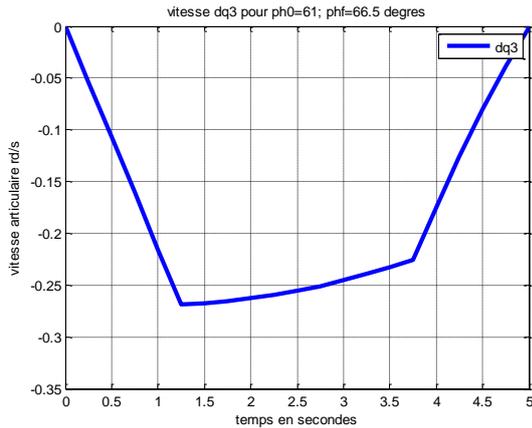


Figure 5.17 : Vitesse de rotation dans l'articulation 3

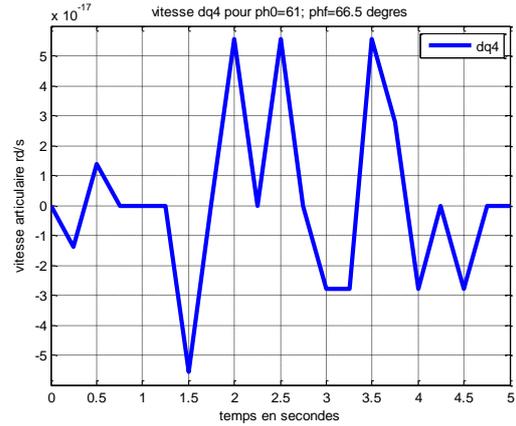


Figure 5.18 : Vitesse de rotation dans l'articulation 4

Avec :

$$dq_i = \dot{\theta}_i \quad (\text{Pour } i=1, 2, 3, 4)$$

Commentaire :

Ces graphes représentent les variations des vitesses articulaires $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4$ en fonction du temps. Dans les graphes des vitesses $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$, On remarque que les actionneurs démarrent par une vitesse nulle et se terminent en fin de l'opération à une vitesse nulle.

Par contre le graphe de l'articulation $\dot{\theta}_4$ contient des piques ce qui est un cas défavorable, ces piques représentent un changement brusque de la vitesse qui engendre par fois des problèmes pour l'actionneur. Mais dans notre cas la valeur de $\dot{\theta}_4$ est négligeable devant les autres vitesses donc pas de risque sur l'actionneur.

V.9.4. Algorithme de calcul du MCI du second ordre :

Début

Réel i, j, N

$$\omega_0^0 = \dot{\omega}_0^0 = \dot{v}_0^0 = [0,0,0]^T$$

$$a_1^1 = a_2^2 = a_3^3 = [0,0,1]^T$$

Pour $j = 1:N$

Pour $i = 1:3$

$$\omega_{i-1}^i = R_{i-1}^i \omega_{i-1}^{i-1}$$

$$\begin{aligned}\bar{\omega}_i^i &= \bar{\omega}_{i-1}^i + \dot{q}_i \bar{a}_i^i \\ \dot{\bar{\omega}}_i^i &= R_{i-1}^i \dot{\bar{\omega}}_{i-1}^{i-1} + (\ddot{q}_i \bar{a}_i^i + \bar{\omega}_{i-1}^i \wedge \dot{q}_i \bar{a}_i^i) \\ \dot{\bar{V}}_i^i &= R_{i-1}^i \left(\dot{\bar{V}}_{i-1}^{i-1} + \dot{\bar{\omega}}_{i-1}^{i-1} \wedge \bar{P}_1^{i-1} + \bar{\omega}_{i-1}^{i-1} \wedge (\bar{\omega}_{i-1}^{i-1} \wedge \bar{P}_1^{i-1}) \right)\end{aligned}$$

Fin pour

$$\begin{aligned}Acc &= [\dot{\bar{V}}_3^3(j)] - [a0(j)] \\ ddq(:, j) &= \text{Solve}(Acc)\end{aligned}$$

Fin pour

$$ddq4(i) = ddq1(i) + ddq2(i) + ddq3(i)$$

Fin

Afficher $ddq1, ddq2, ddq3, ddq4$

V.9.5. Résultats de calcul du MCI du second ordre :

Les résultats des accélérations obtenus par le programme sont les suivants :

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_1 &= [0 \quad 0.0072 \quad 0.0159 \quad 0.0305 \quad 0.0508 \quad 0.0764 \quad 0.0712 \quad 0.0699 \quad 0.0682 \quad 0.0662 \\ &\quad 0.0638 \quad 0.0611 \quad 0.0582 \quad 0.0551 \quad 0.0517 \quad 0.0482 \quad 0.0242 \quad 0.0104 \quad 0.0016 \\ &\quad -0.0030 \quad -0.0043]^T \quad (\text{rad/s}^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_2 &= [0 \quad 0.2055 \quad 0.1977 \quad 0.1844 \quad 0.1652 \quad 0.1399 \quad -0.0691 \quad -0.0698 \quad -0.0702 \quad -0.0704 \\ &\quad -0.0702 \quad -0.0697 \quad -0.0690 \quad -0.0679 \quad -0.0666 \quad -0.0651 \quad -0.2485 \quad -0.2301 \quad -0.2175 \\ &\quad -0.2103 \quad -0.2080]^T \quad (\text{rad/s}^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_3 &= [0 \quad -0.2127 \quad -0.2136 \quad -0.2149 \quad -0.2160 \quad -0.2163 \quad -0.0021 \quad -0.0001 \quad 0.0020 \quad 0.0042 \\ &\quad 0.0064 \quad 0.0086 \quad 0.0107 \quad 0.0128 \quad 0.0149 \quad 0.0169 \quad 0.2243 \quad 0.2197 \quad 0.2159 \\ &\quad 0.2133 \quad 0.2123]^T \quad (\text{rad/s}^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_4 &= [0 \quad 0 \quad 0.2776 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -0.1084 \quad -0.1106 \quad -0.0087 \quad 0.0347 \quad 0.0347 \\ &\quad 0.0694 \quad -0.0347 \quad -0.0173 \quad -0.0520 \quad 0.0694 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (\text{rad/s}^2)\end{aligned}$$

Et les graphes qui donnent les variations des accélérations $\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3, \ddot{\theta}_4$ en fonction du temps sont les suivants :

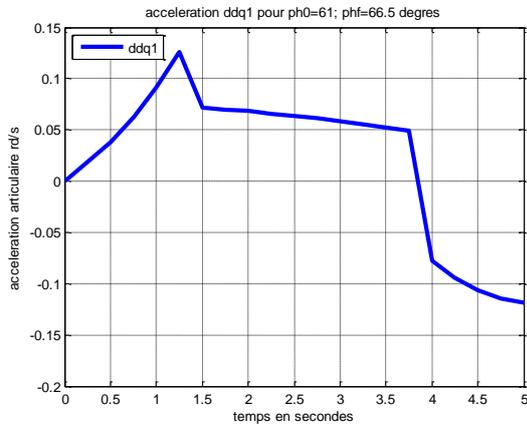


Figure 5.19 : Accélération dans l'articulation 1

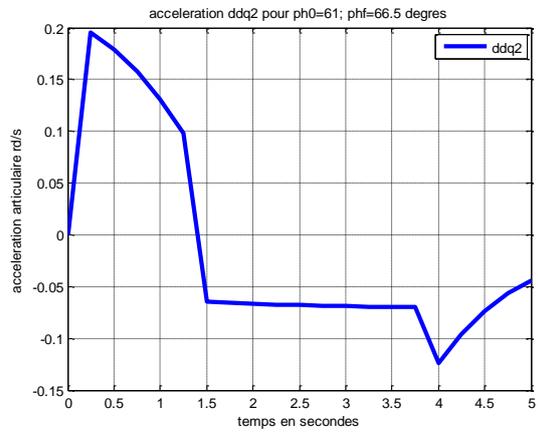


Figure 5.20 : Accélération dans l'articulation 2

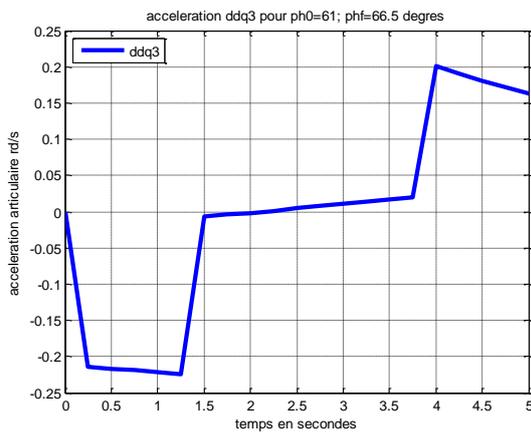


Figure 5.21 : Accélération dans l'articulation 3

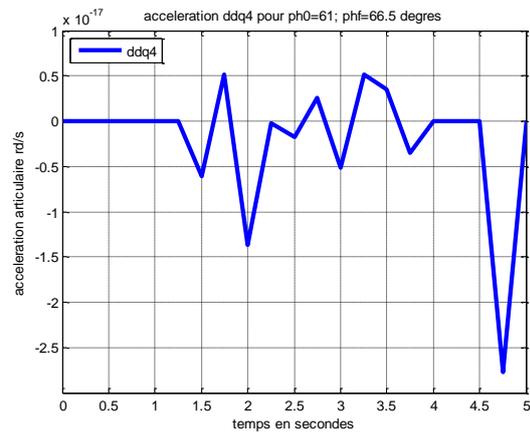


Figure 5.22 : Accélération dans l'articulation 4

Avec :

$$ddq_i = \ddot{\theta}_i \text{ (Pour } i=1, 2, 3, 4)$$

Commentaire :

Ces graphes représentent les variations des accélérations articulaires $\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3, \ddot{\theta}_4$ en fonction du temps.

On remarque que le graphe de l'accélération $\ddot{\theta}_4$ contient des piques. Mais comme on a dit pour $\ddot{\theta}_4$ sa valeur est négligeable. Donc moins de risque sur l'actionneur.

V.10. Modèle dynamique inverse du robot SCARA découpeur du verre :V.10.1. Présentation :

Après avoir déterminé toutes les relations cinématiques qui relient l'organe terminal aux articulations, on va utiliser les résultats des modèles précédemment calculés pour déterminer les couples C_i et les forces F_i que doivent fournir les actionneurs pour réaliser la tâche.

Ces couples sont calculés par un programme MATLAB dont l'algorithme est le suivant :

V.10.2. Algorithme de calcul du MDI :

Début

Réel i, N, σ_j

$$\vec{\omega}_0^0 = [0,0,0]^T$$

$$\dot{\vec{\omega}}_0^0 = [0,0,0]^T$$

$$\vec{V}_0^0 = [0,0,0]^T$$

$$\vec{f}_n^n = [0 \quad 0 \quad 75]^T$$

$$\vec{c}_n^n = [0 \quad 0 \quad 0]^T$$

Pour $i=1: N$

$$\omega_{i-1}^i = R_{i-1}^i \omega_{i-1}^{i-1}$$

$$\vec{\omega}_i^i = \vec{\omega}_{i-1}^i + \sigma_i \dot{q}_i \vec{a}_i^i$$

$$\dot{\vec{\omega}}_i^i = R_{i-1}^i \dot{\vec{\omega}}_{i-1}^{i-1} + \sigma_i (\ddot{q}_i \vec{a}_i^i + \vec{\omega}_{i-1}^i \wedge \dot{q}_i \vec{a}_i^i)$$

$$\vec{V}_i^i = R_{i-1}^i \left(\vec{V}_{i-1}^{i-1} + \dot{\vec{\omega}}_{i-1}^{i-1} \wedge \vec{P}_i^{i-1} + \vec{\omega}_{i-1}^{i-1} \wedge (\vec{\omega}_{i-1}^{i-1} \wedge \vec{P}_i^{i-1}) \right) + \sigma_i (\ddot{q}_i \vec{a}_i^i + 2\vec{\omega}_{i-1}^i \wedge \dot{q}_i \vec{a}_i^i)$$

$$F_i^i = m_i \vec{V}_i^i + m_i \dot{\vec{\omega}}_i^i \wedge \vec{S}_i + \vec{\omega}_i^i \wedge (\vec{\omega}_i^i \wedge \vec{S}_i)$$

$$C_i^i = I_i^i \dot{\vec{\omega}}_i^i + \vec{\omega}_i^i \wedge (I_i^i \vec{\omega}_i^i)$$

$$\vec{f}_i^i = \vec{F}_i^i + R_{i+1}^i \vec{f}_{i+1}^{i+1} + R_0^i \vec{g}$$

$$\vec{f}_i^{i-1} = R_i^{i-1} \vec{f}_i^i$$

$$\vec{c}_i^i = \vec{C}_i^i + R_{i+1}^i \vec{c}_{i+1}^{i+1} + \vec{S}_i \wedge \vec{f}_i^i + (\vec{P}_{i+1}^i - \vec{S}_i) \wedge (\vec{f}_{i+1}^{i+1}) + \vec{c}_{ei}^i$$

$$K_i = (\sigma_i \vec{f}_i^i + \bar{\sigma}_i \vec{c}_i^i)^T \vec{a}_i^i + \vec{F}_{si} \text{Sign}(\dot{q}_i) + \vec{F}_{vi} \dot{q}_i + I_{ai} \ddot{q}_i$$

Fin pour

Fin

Afficher C_1, C_2, C_3, C_4

V.10.3. Résultats de calcul du MDI :

Les résultats des couples articulaires obtenus par le programme sont :

$$C_1 = [0 \quad 16.6585 \quad 17.1570 \quad 17.9986 \quad 19.1847 \quad 20.7075 \quad 4.2041 \quad 4.1760 \quad 4.1277 \\ 4.0592 \quad 3.9713 \quad 3.8651 \quad 3.7423 \quad 3.6048 \quad 3.4544 \quad 3.2934 \quad -14.4959 \quad -15.4340 \\ -16.0524 \quad -16.3917 \quad -16.4950]^T \quad (\text{N.m})$$

$$C_2 = [0 \quad 23.4950 \quad 23.2751 \quad 22.9074 \quad 22.3954 \quad 21.7478 \quad -1.7986 \quad -1.7676 \quad -1.7272 \\ -1.6777 \quad -1.6198 \quad -1.5544 \quad -1.4822 \quad -1.4043 \quad -1.3215 \quad -1.2348 \quad -24.3005 \quad -23.9468 \\ -23.7212 \quad -23.6023 \quad -23.5677]^T \quad (\text{N.m})$$

$$C_3 = [0 \quad 1.9197 \quad 1.9034 \quad 1.8822 \quad 1.8640 \quad 1.8578 \quad -0.0361 \quad -0.0017 \quad 0.0343 \quad 0.0713 \\ 0.1085 \quad 0.1456 \quad 0.1820 \quad 0.2176 \quad 0.2521 \quad 0.2856 \quad -1.7224 \quad -1.8001 \quad -1.8651 \\ -1.9095 \quad -1.9259]^T \quad (\text{N.m})$$

$$C_4 = [0 \quad 0.0072 \quad 0.0074 \quad 0.0076 \quad 0.0078 \quad 0.0080 \quad 0.0001 \quad 0.0001 \quad 0.0001 \quad 0.0001 \\ 0.0001 \quad 0.0000 \quad -0.0000 \quad -0.0000 \quad -0.0001 \quad -0.0001 \quad -0.0078 \quad -0.0077 \quad -0.0075 \\ 0.0073 \quad -0.0072]^T \quad (\text{N.m})$$

Et les graphes qui donnent les variations des couples des actionneurs en fonction du temps sont les suivants :

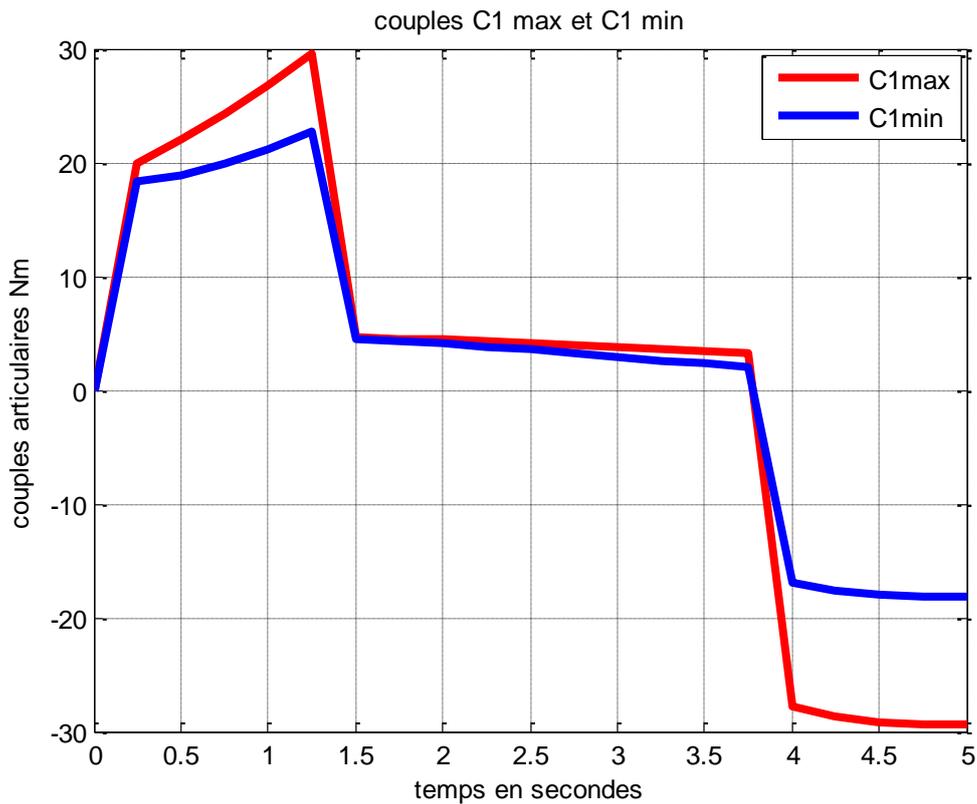


Figure 5.23 : Couples articulaires max et min dans l'articulation 1

Commentaire :

Le graphe de la figure 5.23 représente la variation du couple articulaire C_1 en fonction du temps. Le graphe en rouge représente le couple C_{1max} pour un IP_{max} , par contre le graphe en bleu représente le couple C_{1min} pour un IP_{min} . Ce graphe ne contient pas des pics (changement brusque du couple de l'actionneur) qui facilite la tâche pour l'actionneur en plus de ce que l'on remarque l'influence du choix de IP sur le couple fourni par l'actionneur.

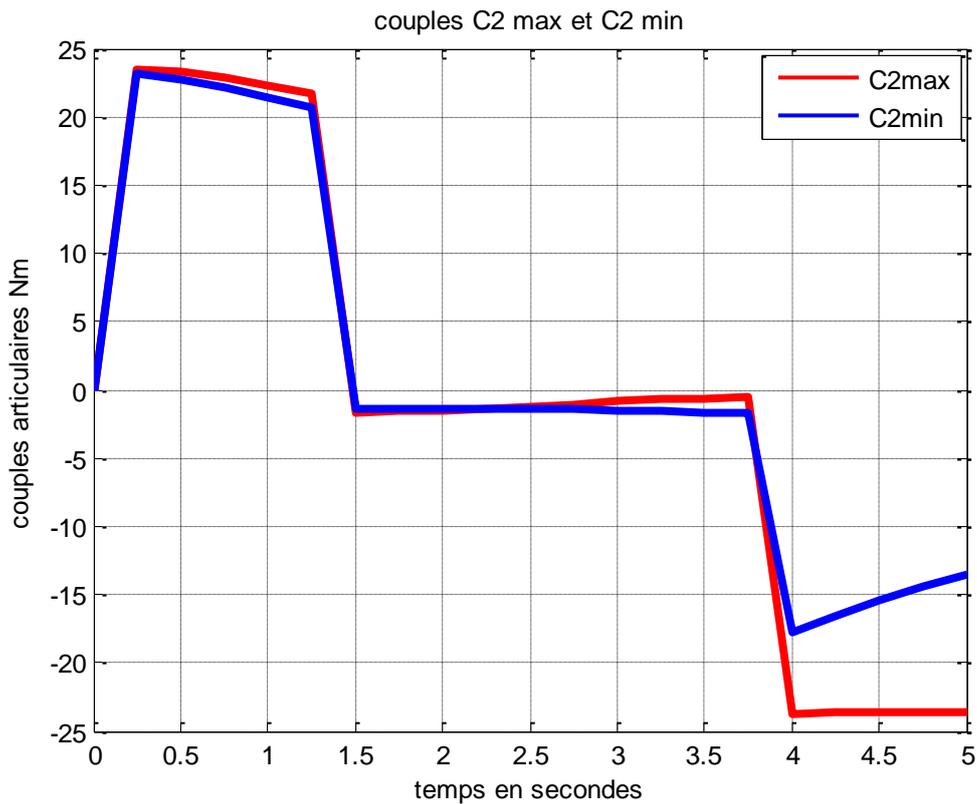


Figure 5.24 : Couples articulaires max et min dans l'articulation 2

Commentaire :

Le graphe de la figure 5.24 représente la variation du couple articulaire C₂ en fonction du temps. Le graphe en rouge représente le couple C_{2max} pour un IP_{max}, par contre le graphe en bleu représente le couple C_{2min} pour un IP_{min}. Ce graphe est lisse (pas de changement brusque du couple de l'actionneur) qui facilite la tâche pour l'actionneur. Et on voit clairement la différence entre les deux graphes qui est due au choix de l'IP.

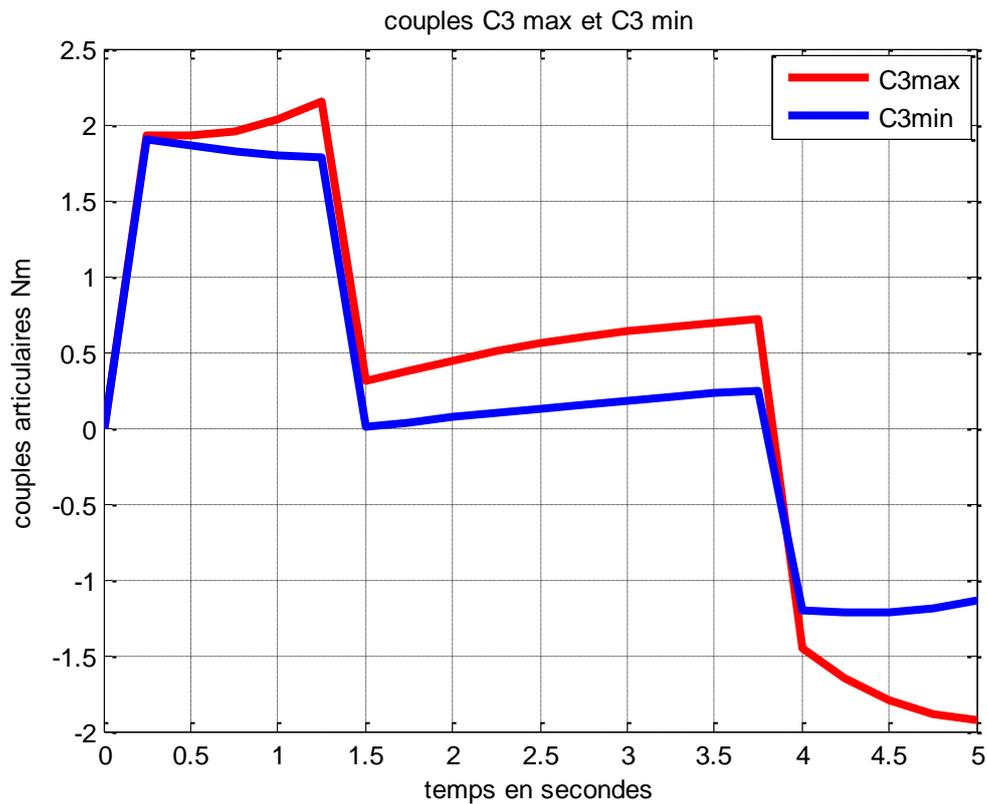


Figure 5.25 : Couples articulaires max et min dans l'articulation 3

Commentaire :

Le graphe de la figure 5.25 représente la variation du couple articulaire C_3 en fonction du temps. Le graphe en rouge représente le couple C_{3max} pour un IP_{max} , par contre le graphe en bleu représente le couple C_{3min} pour un IP_{min} . Ce graphe ne contient pas des pics (changement brusque du couple de l'actionneur) qui facilite la tâche pour l'actionneur. Et on remarque l'influence du choix de IP sur le couple fournit.

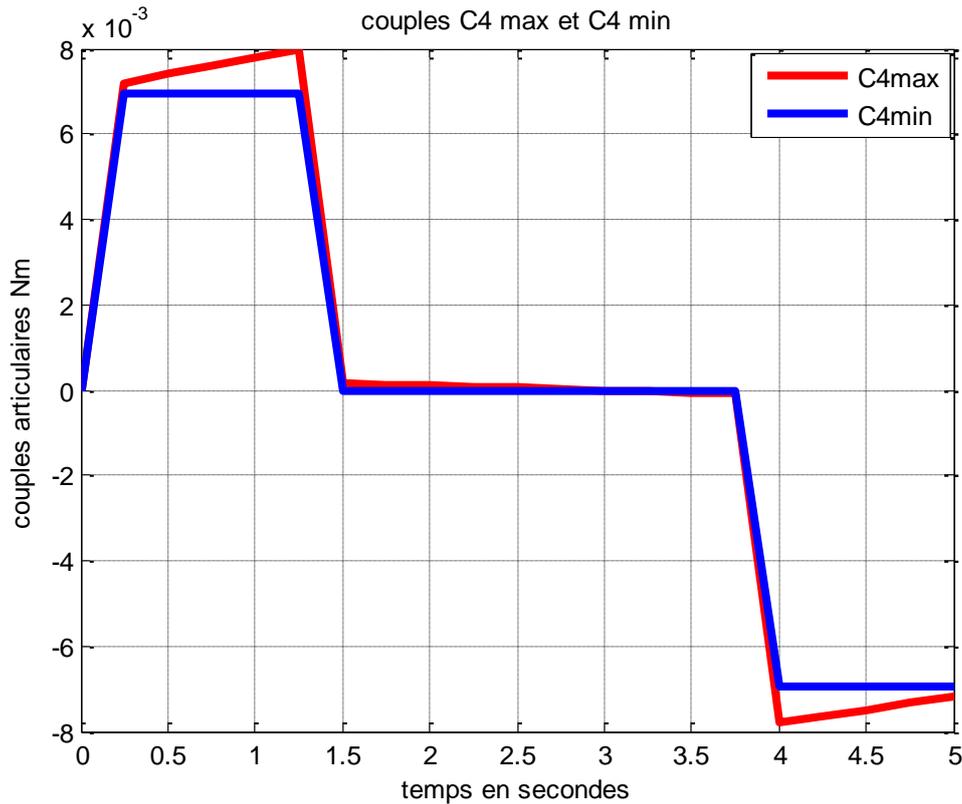


Figure 5.26 : Couples articulaires max et min dans l'articulation 4

Commentaire :

Le graphe de la figure 5.26 représente la variation du couple articulaire C_4 en fonction du temps. Ce graphe est lisse (pas de changement brusque du couple de l'actionneur) qui facilite la tâche pour l'actionneur. La valeur du couple C_4 est négligeable devant les valeurs des couples C_1 , C_2 et C_3 , il sert uniquement à orienter l'outil de coupe suivant la trajectoire, donc son influence sur la valeur de l'indice de performance est faible (voir négligeable).

V.11. Conclusion :

Ce chapitre représente une application directe de tout ce qu'on a vu durant notre projet. On a donné dans ce chapitre les modèles géométriques, cinématiques, et celui de l'environnement, qui sont des étapes nécessaires pour avoir le modèle dynamique qui est l'objectif de notre travail.

En premier lieu, on a fait un travail d'optimisation pour déterminer la configuration optimale (en termes de géométrie, de vitesse et d'accélération).

A base de cette configuration, nous avons déterminé les couples et les forces optimales nécessaires que doivent fournir les actionneurs du robot pour qu'ils puissent accomplir leurs travaux en toute sécurité.

Conclusion générale

Le but de notre travail est de modéliser un robot manipulateur qui porte un outil en diamant pour la découpe des plaques en verre suivant une trajectoire rectiligne. Ce robot doit répondre aux contraintes de cahier de charge exigées par les technologues du verre.

Ces contraintes se résument, comme pour la plupart des robots industriels, à la sûreté de fonctionnement, la rigidité, la rapidité d'exécution, et surtout la facilité en maintenance et avec un coût optimal.

Dans ce cadre, on a choisi un robot manipulateur de type sériel à cinq degrés de liberté. Le robot constitué principalement de deux parties :

- Une structure articulée composée de trois bras rigides reliés par trois articulations rotoïdes qui servent à déplacer le robot dans son espace de travail.
- Un organe terminal guidé par deux articulations, une articulation rotoïde qui sert à garder le repère outil coïncidé avec le repère de la trajectoire, et une articulation prismatique qui met l'outil de coupe en contact avec la plaque.

Notre travail de modélisation s'articule sur :

- a- Une modélisation géométrique, où on a déterminé l'angle de rotation de chaque articulation en fonction du temps qui ramène l'organe terminal à sa position à chaque instant.
- b- Une modélisation cinématique, qui consiste à déterminer les vitesses des articulations à chaque instant, tout en sachant la vitesse qui doit atteindre l'organe terminal (modèle cinématique du premier ordre). Et à déterminer les accélérations des articulations pour une accélération donnée de l'organe terminal (modèle cinématique du second ordre)
- c- Une modélisation de l'environnement, dans laquelle on a étudié le contact entre l'outil de coupe et la plaque du verre et l'influence de ce contact sur les paramètres des robots tels que les vitesses, les accélérations, et les couples articulaires.
- d- Une modélisation dynamique, qui est en fait l'intérêt de notre travail de modélisation, et qui consiste à déterminer les couples que doivent fournir les actionneurs pour faire déplacer les bras du robot

On a terminé par un travail d'optimisation qui consiste à trouver l'indice de performance le plus bas pour déterminer la configuration idéale qui nécessite un minimum d'énergie.

Pour chaque partie de cette modélisation, on a proposé un programme MATLAB qui prend en charge tous les calculs nécessaires, et qui nous donne pour chaque modèle ces résultats finals menés par des graphes qui nous aide à interpréter et commenter ces résultats.

D'après ce travail, on a vu l'intérêt de l'utilisation d'un robot redondant, il nous a donné la possibilité de faire le choix entre plusieurs configurations possibles du robot. Ce choix est fait sur la base de minimisation de l'énergie consommée par les actionneurs.

On a vu aussi l'importance de l'utilisation d'un outil en diamant qui donne non seulement une bonne qualité de coupe, et qui nécessite un effort minimal pour laisser une empreinte dans la plaque du verre, contrairement aux outils standards en carbure de tungstène.

Dans notre travail, on a pris à titre d'exemple un profil de coupe rectiligne, qu'on peut le généralisé pour des profils de coupe plus complexes, c'est une particularité pour les robots industriels qu'on ne trouve pas dans les autres techniques de découpage.

Perspectives

Dans notre travail, il y'a plusieurs perspectives qui sont envisageables :

- e- la possibilité de programmer notre robot pour la réalisation des coupes selon des trajectoires gauches (plus complexes).
- f- Le remplacement de la molette de coupe par une bille, et donc l'élimination de la quatrième articulation.
- g- La prise en compte des flexions des bras qu'on a les supposés parfaitement rigides
- h- L'amélioration de la vitesse d'exécution pour que les actionneurs peuvent s'adapter facilement à celle-ci.
- i- l'étude approfondie sur le contact diamant verre et l'influence de ce contact sur le comportement du robot.

Annexe A1

Soit à réaliser une trajectoire rectiligne de longueur $\overline{P_1P_2}$

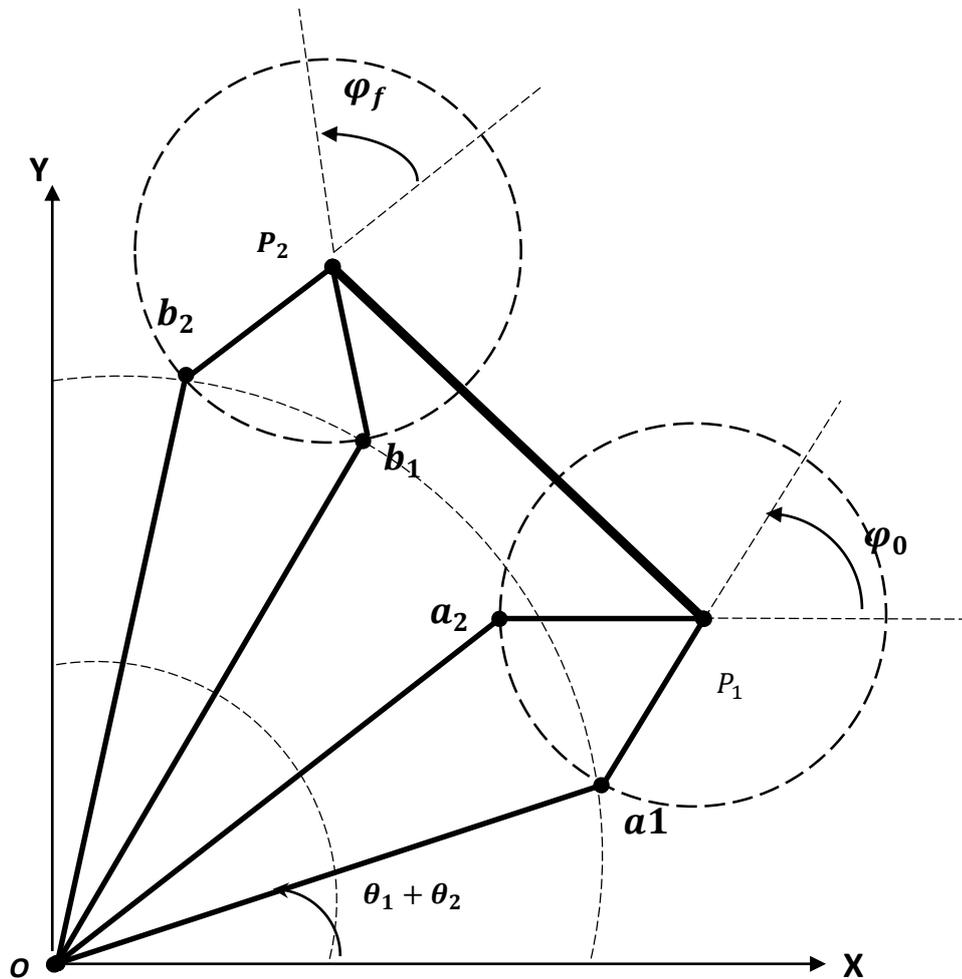


Figure A.1 : positions initiales et finales occupées par le robot

$$P_1 = (3,2) \text{ (m)}$$

$$P_2 = (2,3.71) \text{ (m)}$$

Tout en sachant que la vitesse de coupe du diamant est : $v = 0.45\text{m/s}$

On prend $v = 0.45\text{m/s}$

Donc le temps nécessaire est $T = 5\text{(s)}$

D'où l'intervalle du temps est : $[0 : 5] \text{ (s)}$

On a donc :

$$v = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 - 3 \\ 3.71 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1.71 \end{bmatrix} \quad (a1)$$

$$P_x(t) = x_1 + \alpha \cdot t/T$$

$$P_y(t) = y_1 + \beta \cdot t/T$$

D'où, les équations paramétriques de la trajectoire sont :

$$\begin{cases} P_x(t) = 3 - (t/5) \\ P_y(t) = 2 + (1.71 \cdot t/5) \\ \varphi(t) = \varphi_0 + \frac{3(\varphi_f - \varphi_0)}{t_f^2} t^2 - \frac{2(\varphi_f - \varphi_0)}{t_f^3} t^3 \end{cases} \quad (a2)$$

Calcul de φ_0 et φ_f :

L'équation du quart de cercle formé par $(D_2 + D_3)$ est :

$$x^2 + y^2 = (D_2 + D_3)^2 \quad (a5)$$

L'équation du cercle de centre P_1 est :

$$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = D_4^2 \quad (a6)$$

Et l'équation du cercle de centre P_2 est :

$$(x - 2)^2 + (y - 3.71)^2 = D_4^2 \quad (a7)$$

Les bornes de l'intervalle qui contient φ_0 sont obtenues en résolvant le système d'équations (a5) et (a6).

Les bornes de l'intervalle qui contient φ_f sont obtenues en résolvant le système d'équations (a5) et (a7).

A.N:

La base du robot se trouve à l'origine $O(0,0)$

Les paramètres du robot sont :

$$D_2 = 1.7m$$

$$D_3 = 1.7m$$

$$D_4 = 1.6m$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = (D_2 + D_3)^2 & (a5) \\ (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = D_4^2 & (a6) \end{cases}$$

En développe le système (a5), (a6) :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = (3.4)^2 & (a8) \\ x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13 = (1.6)^2 & (a9) \end{cases}$$

(a8) – (a9) nous donne :

$$6x + 4y - 22 = 0 \quad (a10)$$

D'où :

$$x = \frac{-2y}{3} + 3.6667 \quad (a11)$$

On remplace (a11) dans (a8) :

$$\frac{13y^2}{9} - 4.8889y + 1.8847 = 0 \quad (a12)$$

$$\Delta = 13.01$$

$$y_{(a1)} = 0.44m$$

$$y_{(a2)} = 2.94m$$

On remplace dans (a11) :

$$x_{(a1)} = 3.37m$$

$$x_{(a2)} = 1.70m$$

$$\begin{cases} \tan(\alpha) = \frac{y_{(a2)} - P_{1y}}{P_{1x} - x_{(a2)}} = \frac{2.499 - 2}{3 - 1.70} \Rightarrow \alpha = 104^0 \\ \tan(\beta) = \frac{P_{1y} - y_{(a1)}}{P_{1x} - x_{(a1)}} = \frac{2 - 0.44}{3 - 3.37} \Rightarrow \beta = -37^0 \end{cases} \Rightarrow \varphi_0 \in [-37^0, 104^0]$$

De la même façon, on cherche à résoudre le système d'équations (a5), (a7) :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = (D_2 + D_3)^2 & (a5) \\ (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = D_4^2 & (a7) \end{cases}$$

On développe le système (a5), (a7) :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = (3.4)^2 & (a13) \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = (1.6)^2 & (a14) \end{cases}$$

(a13)-(a14) nous donne :

$$2x + 4y - 14 = 0 \quad (a15)$$

D'où :

$$x = -2y + 7 \quad (a16)$$

On remplace (a16) dans (a13), On trouve :

$$5y^2 - 28 + 37.44 = 0 \quad (a17)$$

$$\Delta = 35.2$$

$$y_{(b1)} = 3.393m$$

$$y_{(b2)} = 2.207$$

On remplace dans (a16) :

$$x_{(b1)} = 0.214m$$

$$x_{(b2)} = 2.586m$$

$$\begin{cases} \tan(\alpha) = \frac{y_{(b2)} - P_{2y}}{P_{2x} - x_{(b2)}} = \frac{2.207 - 3.71}{2 - 2.586} \Rightarrow \alpha = 12.2^\circ \\ \tan(\beta) = \frac{P_{2y} - y_{(b1)}}{P_{2x} - x_{(b1)}} = \frac{3.71 - 3.393}{2 - 0.214} \Rightarrow \beta = 120^\circ \end{cases} \Rightarrow \varphi_f \in [12.2^\circ, 120^\circ]$$

Calcul de $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ et $\theta_3(t)$:

On prend :

$$\begin{cases} x_n(t) = P_x(t) - D_3 \cos(\varphi(t)) \\ y_n(t) = P_y(t) - D_3 \sin(\varphi(t)) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_n(t) = 3 - (t/5) - D_3 \cos\left(\varphi_0 + \frac{3(\varphi_f - \varphi_0)}{t_f^2} t^2 - \frac{2(\varphi_f - \varphi_0)}{t_f^3} t^3\right) \\ y_n(t) = 2 + (1.71 \cdot t/5) - D_3 \sin\left(\varphi_0 + \frac{3(\varphi_f - \varphi_0)}{t_f^2} t^2 - \frac{2(\varphi_f - \varphi_0)}{t_f^3} t^3\right) \end{cases}$$

$$\cos(\theta_2(t)) = \frac{x_n^2(t) + y_n^2(t) - D_2^2 - D_3^2}{2D_2D_3}$$

$$\sin(\theta_2(t)) = \pm \sqrt{1 - \cos^2(\theta_2(t))}$$

$$\theta_2(t) = \text{atan}[\sin(\theta_2(t)), \cos(\theta_2(t))]$$

$$\cos(\theta_1(t)) = \frac{x_n(t)(D_2 + D_3 \cos(\theta_2(t))) + y_n(t)(D_3 \sin(\theta_2(t)))}{D_2^2 + 2D_2D_3 \cos(\theta_2(t)) + D_3^2}$$

$$\sin(\theta_1(t)) = \frac{-x_n(t)(D_3 \sin(\theta_2(t))) + y_n(t)(D_2 + D_3 \cos(\theta_2(t)))}{D_2^2 + 2D_2D_3 \cos(\theta_2(t)) + D_3^2}$$

$$\theta_1(t) = \text{atan2}(y_n(t)(D_2 + D_3 \cos(\theta_2(t))) - x_n(t)(D_3 \sin(\theta_2(t))), x_n(t)(D_2 + D_3 \cos(\theta_2(t))) + y_n(t)(D_3 \sin(\theta_2(t))))$$

$$\theta_3(t) = \varphi(t) - (\theta_1(t) + \theta_2(t))$$

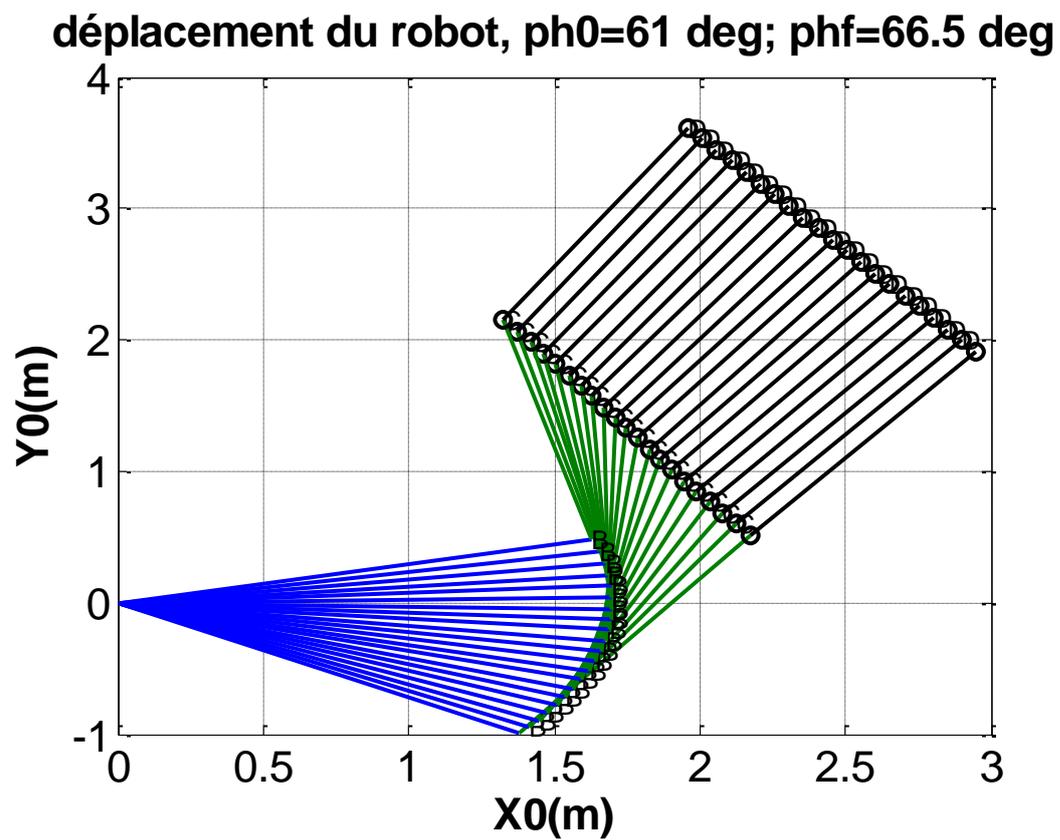
Annexe A2

Figure A.2 : Simulation du mouvement du robot pour une trajectoire rectiligne

Annexe B

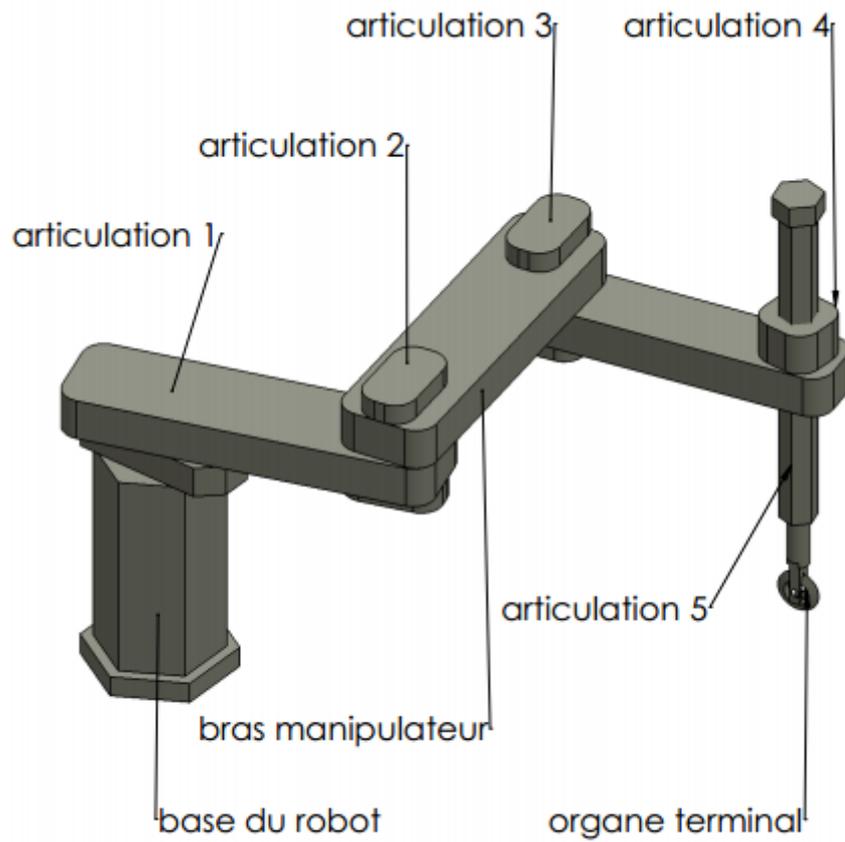


Figure B : Modèle du robot découpeur du verre Réalisé par SOLIDWORKS

Annexe C

Pour la vitesse de l'organe terminal, on a adopté le profil suivant :

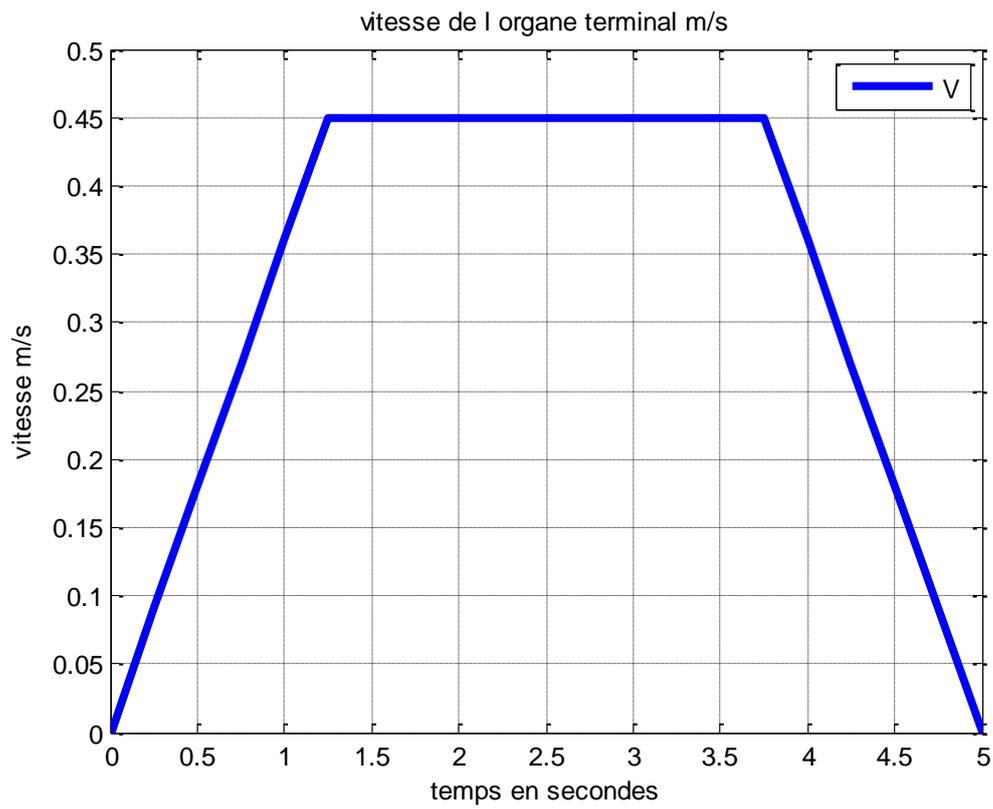
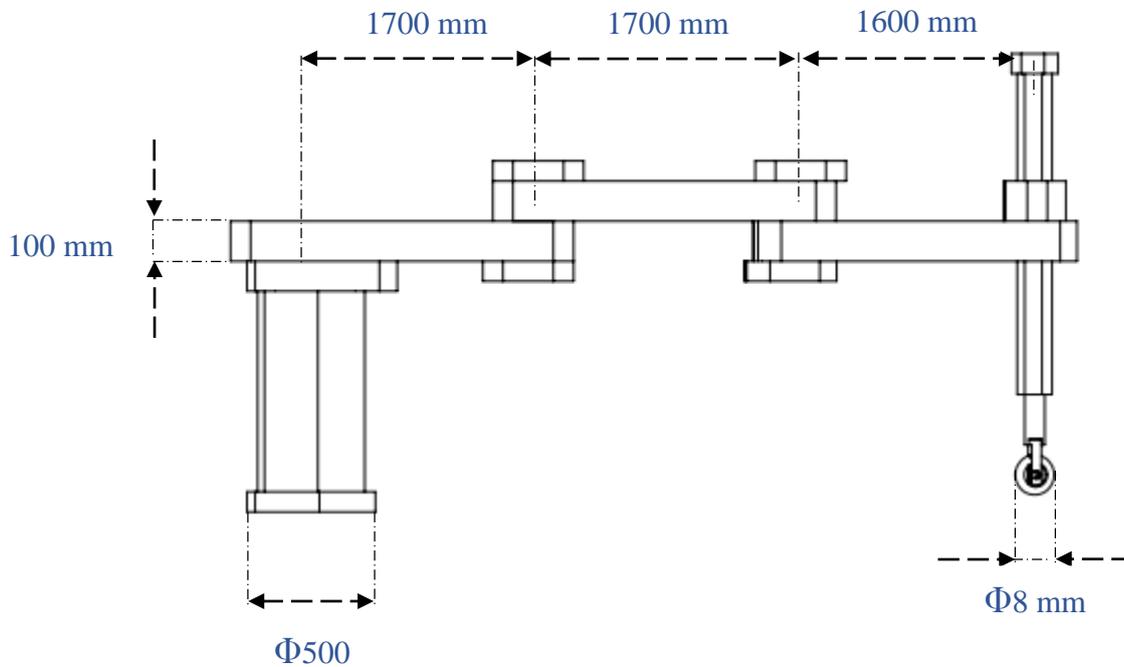


Figure C : Profil de la vitesse opérationnelle

Annexe D

Fiche technique du robot découpeur du verre :



Robot	Spécifications
Degrés de liberté	5
Articulations rotoïdes	4
Articulations prismatiques	1
Vitesse maximale	0.7 m/s
Vitesse minimale	0.4 m/s
Bras	Masse
Bras 1	20.37 kg
Bras 2	20.37 kg
Bras 3	19.17 kg
Bras 4	1.5 kg
Actionneurs	Couple / force
Actionneur 1	Max 40 N.m Min 32 N.m
Actionneur 2	Max 30 N.m Min 25 N.m
Actionneur 3	Max 4 N.m Min 2.5 N.m
Actionneur 4	Max 1 N.m Min 0.1 N.m

Bibliographie

- [1] Glas Trosch Holding AG, Conseil Butzberg : « *Le verre et ses applications* » 4^{ème} édition 2013.
- [2] H Scholze : « *Le verre Nature, Structure, et Propriétés* » 2^{ème} édition Wiley-Interscience Publication 1987
- [3] Jean-Claude LEHMANN « *Verre et produits verriers d'aujourd'hui et de demain* » juillet-aout 2005
- [4] A Ayadi « *Technologie du verre* » OPU 2004
- [5] PHALIPPOU J « *Verres* » *Techniques de l'ingénieur AF 3600* 2001
- [6] Olivier GAUME « *Découpe du verre plat* » *Techniques de l'ingénieur BM 7 428* 2000
- [7] Wissama KHALIL, Etienne DOMBRE : « *Modélisation identification et commande des robots* » 2^{ème} édition 1999 Hermes Science Publications Paris.
- [8] El Hadi OSMANI : « *Dynamique Des Systèmes Multi corps Appliquée Aux Bras Manipulateurs* » 2012 Thèse de Magister Université Saad DAHLAB De Blida.
- [9] Jean-Louis BOIMOND : « *Robotique* » ISTIA, Université Angers. 2003
- [10] André PREUMONT : « *Théorie Générale des Systèmes Articulés Introduction à la Robotique* » 2^{ème} édition 2001 Université Libre De Bruxelles.
- [11] S BORSALI « *Modélisation des Robots* » 2012 Université Abou-Bekr BELKAID de Tlemcen.
- [12] H DEMOUVEAU « *Initiation à la Modélisation et aux Performances des Robots* » 2006 Ecole d'ingénieurs Centre de recherche Mines de Douai Lille Eurorégion.
- [13] Alain LIEGEOIS « *Modélisation et Commande des Robots Manipulateurs* » *Techniques de l'ingénieur S 7 730* 2006
- [14] Bernard BAYLE « *Introduction à la Robotique* » 2004-2005 Université Louis Pasteur de Strasbourg.
- [15] R MERSOUKI « *Robotique Industrielle* » 2010-2011 Université Louis Pasteur de Strasbourg.
- [16] T LATOUR « *Modélisation Cinématique et Dynamique des Robots Industriels* » 2006 ECAM Bruxelles.
- [17] Bruno SICILIANO, Lorenzo SCIAVICCO, Luigi VILLANI, Giuseppe ORIOLO « *Robotics Modelling, Planning and Control* » 2009 Springer

[18] Edwin K.P.CHONG, Stanislaw H.ZAK « *an Introduction to Optimization* » 4^{ème} edition 2013 John Wiley & Sons, Inc. Canada

[19] Singiresu S.RAO « *Engineering Optimization Theory and Practice* » 4^{ème} edition 2009 John Wiley & Sons, Inc. Canada

[20] Gen MITSUAO, Cheng RUNWEI « *Genetic Algorithm & Engineering Optimization* » 2000 John Wiley & Sons, Inc. Canada

[21] A.Ata ATEF, Waleed F.FARIS, Mohammad Y.SA'ADEH « *Optimal Trajectory Selection for a Three DOF Manipulator with Minimum Energy Consumption* » Volume 2-2007 International Islamic University Kuala Lumpur, Malaysia