



RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE  
ET POPULAIRE



Ministère de l'Enseignement supérieur  
et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE SAAD DAHLAB BLIDA1.

*Faculté de Technologie.*

*Département de Génie Mécanique.*

*Mémoire de Fin d'Études.*

*En vue de l'obtention du diplôme Master 2.*

*En Génie Mécanique et Matériaux.*

# Thème

Application d'une simulation numérique pour étudier  
le contact de deux dents d'un engrenage

Proposé et dirigé par :

Mr .Mustapha Temmar.

Réalisés par les étudiants:

Boudar Billel.

El fertas Mohamed.

*BLIDA 2015/2016*

## REMERCIEMENTS

Au terme de ce travail, nous adressons nos remerciements à tous ceux qui nous ont aidé de près ou de loin à la réalisation de ce projet et plus particulièrement (dieu) le tout puissant et le miséricordieux qui nous a offert le courage pour aboutir ce travail.

Nous tenons à remercier notre promoteur **Mustapha Temmar** de nous avoir suggéré, conseillé et dirigé pour mener à bout ce travail et à nos parents pour leurs sacrifices et leurs soutiens.

Nos vifs remerciements vont également aux messieurs, Le Président de Jury et les membres du jury un grand merci à tous les enseignants qui ont contribué à notre formation durant le cycle universitaire.

Enfin, que tous nos amis (es) soient assurés de notre profonde gratitude.



## Dédicace

*Je dédie ce mémoire :*

*Particulièrement à ma famille qui m'a toujours laissé la liberté dans le choix de mon cursus scolaire et qui a été toujours auprès de moi dans toutes les circonstances ainsi que son soutien moral qui m'ont permis d'arriver à ce stade et achever le travail de mon magister dans de bonnes conditions. Qu'elle trouve, dans ces travaux et ce manuscrit, le témoignage de toute la reconnaissance et de l'amour que je leur porte.*

*À mes Parents,*

*À mes Frères et mes Sœurs,*

*À ma grande Famille,*

*À mes Amis,*

*À tous ceux qui m'ont apporté leur aide*

# Sommaire

<b>Introduction générale.....</b>	<b>1</b>
<b><u>Chapitre I : notions général sur les engrenages</u></b>	
<b>I.1- Introduction .....</b>	<b>3</b>
<b>I.2- les principaux mécanismes de transmission de mouvement .....</b>	<b>4</b>
I.2.1- système poulie - courroie .....	4
I.2.2 - système pignon - chaîne.....	5
I.2.3- système bielle – manivelle.....	6
I.2.4 - système came – tige.....	7
I.2.5 – système d’engrenages.....	7
<b>I.3 - Définition des engrenages.....</b>	<b>8</b>
<b>I.4 - classification des engrenages.....</b>	<b>9</b>
I.4.1- Engrenages parallèles (ou cylindriques) :.....	9
I.4.1.1- Engrenages droits à denture droite : .....	9
I.4.1.2 - Engrenages droits à denture hélicoïdale : .....	9
I.4.1.3 - Engrenages droits à denture en chevron : .....	11
I.4.2 - Engrenages concourants (ou coniques) : .....	11
I.4.2.1 - Engrenages coniques à denture droite : .....	12
I.4.2.2 - Engrenages coniques à hélicoïdale : .....	12
I.4.2.3 - Engrenages coniques à spirale : .....	13
I.4.3 - Engrenages gauches (à vis sans fin) : .....	13
<b>I.5 - Principes d’engrènement : .....</b>	<b>15</b>
<b>I.6 - Profils conjugués : .....</b>	<b>15</b>
I.6.1 – définition.....	15
I.6.2 - Profil à développante de cercle .....	16
I.6.3 - Principe de la développante de cercle (cas de denture droite) .....	17

I.6.4 - Propriétés de la développante de cercle .....	17
<b>I.7 - Eléments géométriques des roues dentées.....</b>	<b>18</b>
<b>I.8 - Les dimensions géométriques des roues à dentures normales .....</b>	<b>20</b>
<b>I.9 - Avantages et inconvénients des engrenages : .....</b>	<b>22</b>

## **CHAPITRE II: Défauts d'engrenages**

<b>II.1. Introduction.....</b>	<b>23</b>
<b>II.2. DEFAUTS DE FABRICATION.....</b>	<b>24</b>
<b>II.2.1. Défauts de taillage .....</b>	<b>24</b>
II.2.1.1. Erreur d'excentricité .....	24
II.2.1.2. Erreur de pas (p).....	25
II.2.1.3. Erreurs de profil de denture.....	26
II.2.1.4. Erreur d'épaisseur de la dent.....	27
II.2.1.5. Erreur d'hélice.....	29
<b>II.2.2 Défauts de montage .....</b>	<b>29</b>
II.2.2.1 Défaut d'entraxe .....	30
II.2.2.2 Défauts d'inclinaison et de déviation .....	30
<b>II.2.3 Mesure de l'erreur de transmission .....</b>	<b>32</b>
II.2.3.1 Techniques de mesure des écarts composés tangentiels.....	35
II.2.3.2 Mesure de l'erreur de par engrènement avec master .....	35
<b>II.2.4 Les traitements thermiques .....</b>	<b>36</b>
<b>II.2.5 Défauts de rectification .....</b>	<b>38</b>
<b>II.3 Défauts de fonctionnement .....</b>	<b>39</b>
<b>II.3.1 Défauts de lubrification .....</b>	<b>39</b>
II.3.1.1 L'usure .....	40
II.3.1.2 Le grippage .....	42
II.3.1.3 Les piquêtes .....	44

## **Chapitre III : Comportement des engrenages**

<b>III.1. Introduction .....</b>	<b>46</b>
<b>III.2. Problème du contact mécanique .....</b>	<b>46</b>
III.2.1. Problème d'hertz .....	47
III.2.2. Solution analytique d'hertz .....	47
III.2.3. Exemples .....	48
<b>III.3. Etude de contact dans les engrenages .....</b>	<b>51</b>
III.3.1. Calcul des contraintes et déformations dans les engrenages .....	51
III.3.2. La méthode des éléments finis et la modélisation de l'engrenage .....	52

## **Chapitre IV : Choix d'un exemple pratique et application d'une simulation numérique**

<b>IV.1- Introduction .....</b>	<b>57</b>
<b>IV.2- Contact dans les engrenages .....</b>	<b>57</b>
<b>IV.3- Notion de Fatigue .....</b>	<b>58</b>
<b>IV.4- Fatigue de contacte dans une denture droite .....</b>	<b>60</b>
<b>IV.5- Analyse de la contrainte du contact d'engrenage .....</b>	<b>63</b>
IV.5.1-Contrainte dans la zone de contact .....	64
IV.5.2-Rapport de contact .....	67
IV.5.3-Angle de contact .....	67
IV.5.4-Contrainte de flexion .....	67
IV.5.5-Champ de pression de contact et de Contrainte .....	76
IV.5.6-Déformation Local .....	76
<b>IV.6- Contraintes engendrées pour un contact linéique .....</b>	<b>78</b>
IV.6.1-Contraintes de surface (surface stresses) .....	78
IV.6.2-Contraintes en profondeur ( <i>subsurface stresses</i> ).....	78
IV.6.2.1- Contrainte de cisaillement maximale $\tau_{Max}$ .....	78

IV.6.2.2- Simulation Numérique .....	81
IV.6.2.2.1-Création du modèle .....	81
IV.6.2.2.2-Conditions aux Limites .....	84
IV.6.2.2.3-Caractéristiques physiques du matériau .....	85
Conclusion générale .....	87
Bibliographie.....	89

## Liste des figures

<u>Figure I.1</u> : Dessins de Léonard de Vinci.....	3
<u>Figure I.2</u> : système poulie-courroie.....	4
<u>Figure I.3</u> : système pignon – chaîne.....	5
<u>Figure I.4</u> : système bielle – manivelle.....	6
<u>Figure I.5</u> : système came – tige.....	7
<u>Figure I.6</u> : système d’engrenages.....	8
<u>Figure I.7</u> : Engrenages droits à denture droite .....	9
<u>Figure I.8</u> : Engrenages droits à denture hélicoïdale.....	10
<u>Figure I.9</u> : Engrenages droits à denture en chevron .....	11
<u>Figure I.10</u> : Engrenages coniques à denture droite.....	12
<u>Figure I.11</u> : Engrenages coniques à hélicoïdale.....	12
<u>Figure I.12</u> : Engrenages coniques à spirale.....	13
<u>Figure I.13</u> : Engrenages à vis sans fin.....	13
<u>Figure I.14</u> : Transmission par friction.....	14
<u>Figure I.15</u> : Transmission par obstacle.....	15
<u>Figure I.16</u> : Cylindre primitif, plan de génération.....	16
<u>Figure I.17</u> : développante de cercle .....	16
<u>Figure I.18</u> : Schématisation de la développante de cercle.....	17
<u>Figure I.19</u> : Propriétés de la développante de cercle.....	17
<u>Figure I.20</u> : Caractéristiques géométriques principales.....	18
<u>Figure II-1</u> : Erreur de faux-rond.....	24
<u>Figure II-2</u> : Contrôle de faux-rond .....	24
<u>Figure II-3</u> : Définition de l’erreur de pas individuelle et de l’erreur de pas cumulée .....	25

<u>Figure II-4</u> : Méthode de calcul de l'erreur de pas .....	26
<u>Figure II-5</u> : Erreurs de profil .....	27
<u>Figure II-6</u> : Epaisseur de dent de référence .....	28
<u>Figure II-7</u> : Epaisseur d'hélice .....	29
<u>Figure II.8</u> : Définition des défauts d'inclinaison et de déviation .....	31
<u>Figure II.9</u> : Caractérisation des défauts de déviation et d'inclinaison .....	31
<u>Figure II.10</u> : Erreur de transmission pour différents types d'engrenages .....	34
<u>Figure II.11</u> : Effets caractéristiques des principales erreurs de fabrication sur l'erreur de transmission.....	34
<u>Figure II.12</u> : Fabrication des engrenages .....	37
<u>Figure II.13</u> : PV denture de la pièce avant et après un traitement thermique, avec la représentation schématique de la déformation des flancs de la dent .....	37
<u>Figure II-14</u> : Rupture par fatigue .....	38
<u>Figure II-15</u> : Rupture par écaillage .....	39
<u>Figure II.16</u> : Usure des dentures après fonctionnement .....	40
<u>Figure II.17</u> : Phénomène de grippage .....	42
<u>Figure II.18</u> : Phénomène de grippage localisé .....	43
<u>Figure II.19</u> : Phénomène de grippage généralisé .....	44
<u>Figure II.20</u> : Piqûres des dents .....	45
<u>Figure III.1</u> : Deux cylindres en contact .....	47
<u>Figure III.2</u> : Zone de contact d'Hertz .....	48
<u>Figure III.3</u> : Sphère déformable pressée par un plan rigide .....	49
<u>Figure III.4</u> : Sphère sous chargement normal et tangentiel .....	49
<u>Figure III.5</u> : .....	50
(a) modèle sphérique avant le contact	
(b) pendant la déformation élastique	
(c) et pendant la déformation plastique	
<u>Figure III.6</u> : Contraintes agissantes sur les dents d'un engrenage .....	51

<u>Figure III.7</u> : Courbe de contrainte de Von Mises maximale pour les cas de contact sélectionnés pendant la rotation du pignon .....	52
<u>Figure. III.8</u> : Résultats expérimentaux et numériques pour les champs de contraintes sur la roue dentée et le pignon pour une combinaison 15/18 .....	53
<u>Figure III.9</u> : Superposition des graphes analytiques et numériques .....	54
<u>Figure III.10</u> : Deux cylindres en contact avec maillage quadratique .....	55
<u>Figure. III.11</u> : Maillage raffiné au voisinage du contact .....	55
<u>Figure III.12</u> : La contrainte du contact le long de la zone du contact .....	56
<u>Figure IV.1</u> : distribution de contraintes dans la dent engrenage droit .....	57
<u>Figure IV.2</u> : Courbe de Wöhler.....	59
<u>Figure IV .3</u> : Représentation schématique de la durée de vie des éléments mécaniques .....	60
<u>Figure IV.4</u> : Piqures sur denture d'engrenage .....	61
<u>Figure IV.5</u> : Progression du pitting dans une denture d'engrenage .....	61
<u>Figure IV.6</u> : Cinématique du contact entre dents.....	62
<u>Figure IV.7</u> : Zone d'apparition de Pitting.....	62
<u>Figure IV.8</u> : Contact de deux Cylindres.....	64
<u>Figure IV.9</u> : Contact de dents.....	64
<u>Figure IV.10</u> : Action des dents d'engrenage.....	66
<u>Figure IV.11</u> : Modélisation d'une dent en flexion.....	68
<u>Figure IV.12</u> : Abaques pour la détermination du facteur de forme de Lewis... ..	68
<u>Figure IV.13</u> : Evolution de la contrainte en fonction du nombre de dent.....	70
<u>Figure IV.14</u> : Evolution de la contrainte en fonction du nombre de dent Puissance fixée.....	71
<u>Figure IV.15</u> : Construction géométrique d'une dent droite en fonction du module .....	71
<u>Figure IV.16</u> : Evolution de la contrainte en fonction du diamètre primitif différents modules.....	72



<u>Figure IV.17a</u> : Evolution de la contrainte maximal de contact en fonction du diamètre primitif du pignon différent modules.....	73
<u>Figure IV.17b</u> : Evolution de la contrainte maximal de contact en fonction du diamètre primitif du pignon différent modules.....	73
<u>Figure IV.18a</u> : Evolution du rapport de contact en fonction du diamètre primitif du pignon à différents modules.....	74
<u>Figure IV.18b</u> : Evolution du rapport de contact en fonction du diamètre primitif du pignon à différents modules.....	74
<u>Figure IV.19</u> : Evolution de la zone de contact en fonction du diamètre primitif du pignon à différents modules.....	75
<u>Figure IV.20</u> : Evolution du champ de pression de contact a différents modules.....	76
<u>Figure IV.21</u> : Evolution du déplacement relatif pour différents modules.....	77
<u>Figure IV.22</u> : Répartition de la pression linéique et elliptique .....	78
<u>Figure IV.23</u> : Profondeur de $\tau_{Max}$ en fonction de la dimension de la surface de contact.....	79
<u>Figure IV.24</u> : Profondeur de $\tau_{Max}$ en fonction de la dimension de la surface de contact.....	80
<u>Figure IV.25</u> : Profondeur de $\tau_{Max}$ en fonction de la dimension de la surface de contact.....	80
<u>Figure IV.26</u> : Courbes de construction de roue .....	81
<u>Figure IV.27</u> : Profil développante d'engrenage circulaire engrenage droit.....	82
<u>Figure IV.28</u> : Courbes de construction de roue.....	82
<u>Figure IV.29</u> :Profil de développante d'engrenage circulaire engrenage droit..	83
<u>Figure IV.30</u> : Engrenement de la roue/pignon détaille du contact.....	83
<u>Figure IV.31</u> : Conditions aux limites imposées.....	84
<u>Figure IV.32</u> : Maillage d'une dent d'engrenage droit.....	84
<u>Figure IV.33</u> : Sollicitations.....	86

# Liste des tableau

<b>Tableau I.1</b> : Caractéristique géométrique des engrenages Cylindriques à denture droite ...	21
<b>Tableau I.2</b> : Avantages et inconvénients des engrenages.....	22
<b>Tableau IV .1</b> : Hypothèses .....	63
<b>Tableau IV.2</b> : Détails du maillage.....	85
<b>Tableau IV.3</b> : Caractéristiques physiques du matériau.....	85

## Principaux symboles

- O*** : le centre des cercles  
***W*** : la vitesse angulaire  
***T*** : centre instantané de rotation du mouvement de D par rapport à C.  
***C*** : base de ce mouvement (centre de base).  
***D*** : roulante de ce mouvement.  
 **$\theta$**  : définit la position du point M sur le profil en développante de cercle.  
***H*** : définit la position du point T sur le cercle de base.  
 **$\alpha$**  : repère la position angulaire du point T par rapport au point M.  
***b*** : largeur de denture  
***h*** : hauteur de dent  
***h<sub>a</sub>*** : saillie  
***h<sub>f</sub>*** : creux  
***S*** : épaisseur  
***e*** : intervalle  
***P*** : pas primitif  
***r<sub>a</sub>*** : rayon de cercle de tête  
***r<sub>f</sub>*** : rayon de cercle de pied  
***r*** : rayon de cercle primitif  
***r<sub>w</sub>*** : la circonférence primitive de fonctionnement  
***d*** : diamètre primitif  
***d<sub>f</sub>*** : diamètre de pied  
***d<sub>a</sub>*** : diamètre de tête  
***a*** : entraxe entre deux roues  
***m*** : le module  
***Z*** : Nombre de dents  
***P<sub>w</sub>*** : le pas sur la circonférence primitive de fonctionnement  
***S<sub>w</sub>*** : épaisseur de fonctionnement  
***e<sub>w</sub>*** : intervalle de fonctionnement  
***O*** : le centre des cercles  
***W*** : la vitesse angulaire  
***T*** : centre instantané de rotation du mouvement de D par rapport à C.  
***C*** : base de ce mouvement (centre de base).  
***D*** : roulante de ce mouvement.  
 **$\theta$**  : définit la position du point M sur le profil en développante de cercle.  
***H*** : définit la position du point T sur le cercle de base.  
 **$\alpha$**  : repère la position angulaire du point T par rapport au point M.

$b$  : largeur de denture  
 $h$  : hauteur de dent  
 $h_a$  : saillie  
 $h_f$  : creux  
 $S$  : épaisseur  
 $e$  : intervalle  
 $P$  : pas primitif  
 $r_a$  : rayon de cercle de tête  
 $r_f$  : rayon de cercle de pied  
 $r$  : rayon de cercle primitif  
 $r_w$  : la circonférence primitive de fonctionnement  
 $d$  : diamètre primitif  
 $d_f$  : diamètre de pied  
 $d_a$  : diamètre de tête  
 $a$  : entraxe entre deux roues  
 $m$  : le module  
 $Z$  : Nombre de dents  
 $P_w$  : le pas sur la circonférence primitive de fonctionnement  
 $S_w$  : épaisseur de fonctionnement  
 $e_w$  : intervalle de fonctionnement  
 $\nu$  : Coefficients de poisson  
 $E$  : modules d'élasticités  
 $R$  : rayons du point de contact  
 $\phi$  : Angle de pression  
 $\phi_{op}$  : Angle de pression agissant sur la dent  
 $\alpha_c$  : la contrainte dans la zone de contacte  
 $C_R$  : Rapport de contact  
 $P_b$  : pas de la denture  
 $\phi_c$  : Angle de contact  
 $\sigma_t$  : Contrainte de flexion  
 $w_t$  : charge tangentielle  
 $Y$  : facteur de forme (facteur de Lewis)  
 $k_a$  : facteur d'application  
 $k_S$  : facteur de dimension  
 $k_m$  : facteur de distribution de charge  
 $k_B$  : facteur d'épaisseur de la gante  
 $k_V$  : facteur dynamique facteur de vitesse  
 $y_j$  : facteur de forme de Lewis  
 $N$  : nombre de tour  
 $P$  : puissance motrice  
 $T$  : couple  
 $\omega$  : pulsation  
 $\sigma(x)$  : Champ de pression de contact et de Contrainte  
 $\delta$  : déplacement relatifs  
 $E$  : module de Young

## Introduction générale

L'usinage, le fonctionnement et le comportement des engrenages sont des sujets d'intérêt depuis longtemps dans plusieurs domaines de l'industrie.

Ces engrenages sont largement utilisés dans l'industrie et ont pour rôle de transmettre une puissance d'un arbre vers un autre.

Bien que différentes normes existent afin d'aider à leur conception et que leurs procédés de fabrication sont définis, de nombreux modèles numériques sont encore nécessaires pour prévoir leur comportement dans leur environnement de fonctionnement. Grâce aux différents travaux de recherche entamés depuis plusieurs années, leurs résultats permettent de prédire des résultats essentiels à la conception des engrenages comme : le partage des charges, les pressions de contact instantanées sur les flancs de denture, les contraintes en pied de dent, les erreurs de transmission sous charge,....

Lors de leur utilisation, les engrenages représentent un important système mécanique dans lesquels les transmissions entre les différents arbres peuvent être simples ou composées. La précision de la transmission dépend de plusieurs facteurs parmi lesquels on trouve le rapport des vitesses et les méthodes de détermination du nombre des dents des roues composant cette transmission et qui doivent réaliser ce rapport.

Par conséquent, le but de notre étude est de bien comprendre la genèse des différents mécanismes liés aux engrenages et le comportement mécanique lors de leur application.

### **Plan de travail :**

Notre travail se divise en quatre chapitres :

Dans le chapitre I, une recherche bibliographique introduira les notions nécessaires sur les engrenages car leur comportement est un sujet d'intérêt depuis longtemps dans différents domaines d'applications comme l'aéronautique, l'automobile ou encore le ferroviaire.

Bien que différentes normes existent afin d'aider à leur conception et que leurs procédés de fabrication sont définis, de nombreux modèles numériques sont encore nécessaires pour prévoir leur comportement dans leur environnement de fonctionnement. Certains types d'engrenages dont la méthode de taillage est spécifique et les conditions de fonctionnement sévères font appel à des modèles spéciaux pour prédire leur comportement mécanique.

Le chapitre II sera consacré aux éléments et défauts d'usinage des engrenages. Le domaine de la construction mécanique, un des piliers du monde industriel actuel, a connu une profonde mutation depuis l'avènement de l'ère industrielle. Encore de nos jours, la production automatisée s'avère un nouveau pas dans cette mutation. Les principes de fabrication évoluent normalement tandis que le milieu environnant s'automatise, se robotise en faisant appel à l'ordinateur. Cela appelle un renouvellement des équipements, mais aussi la création de nouveaux instruments de formation.

Dans le chapitre III, nous étudierons le comportement des engrenages car les phénomènes liés au problème du contact mécanique sont présents dans de nombreuses applications industrielles. La nature des phénomènes liés à l'interaction purement mécanique entre les solides, exige une attention toute particulière dans ce domaine.

Le chapitre IV sera consacré à une étude numérique d'un problème précis. Notre cas concernera le contact engendré dans les engrenages droits car le besoin incessant d'optimisation des engrenages nécessite de bien comprendre leur comportement dynamique. Ainsi, notre objectif sera de développer un modèle numérique permettant de simuler l'effet de défauts sur une denture. Pour construire notre modèle numérique, on va se baser sur des différents modèles déjà développés.

La dernière partie, à savoir la conclusion générale, concernera les principaux résultats de notre étude.

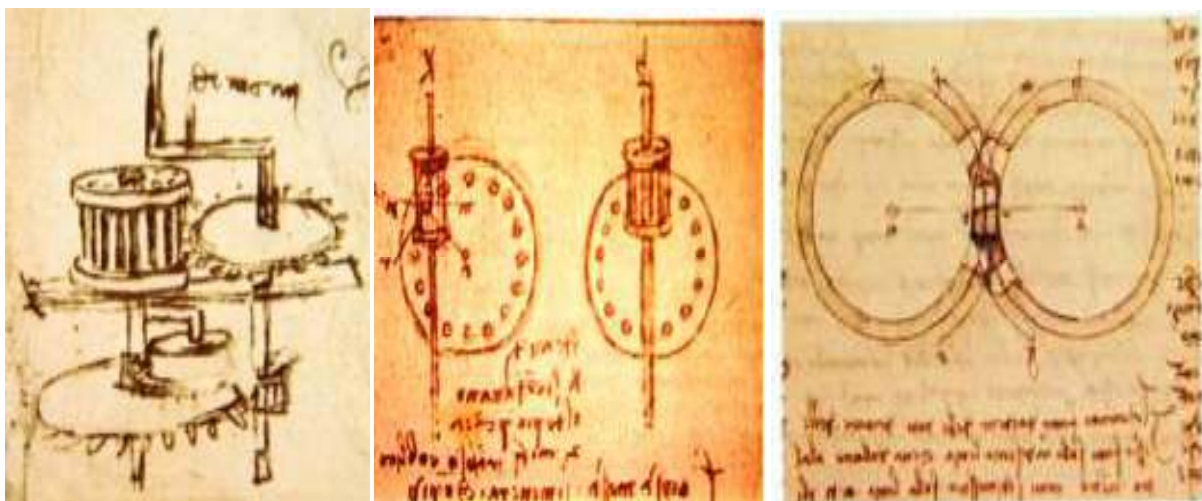
## Chapitre I : notions général sur les engrenages

### I.1- Introduction :

Le comportement des engrenages est un sujet d'intérêt depuis longtemps dans différents domaines d'applications comme l'aéronautique, l'automobile ou encore le ferroviaire.

Bien que différentes normes existent afin d'aider à leur conception et que leurs procédés de fabrication sont définis, de nombreux modèles numériques sont encore nécessaires pour prévoir leur comportement dans leur environnement de fonctionnement. Certains types d'engrenages dont la méthode de taillage est spécifique et les conditions de fonctionnement sévères font appel à des modèles spéciaux pour prédire leur comportement mécanique.

Leur assemblage est constitué de deux axes. L'entraînement positif de ces deux axes a été l'objet de nombreuses évolutions au cours des âges, comme en témoignent les reproductions ci-dessous de dessins de Léonard de Vinci (fin du XVème).



**Figure I.1** : Dessins de Léonard de Vinci

## **I.2- les principaux mécanismes de transmission de mouvement**

Une transmission est un dispositif mécanique permettant de transmettre un mouvement d'une pièce à une autre. Cet élément de la chaîne d'énergie a pour fonction l'adaptation du couple et de la vitesse entre l'organe moteur et l'organe entraîné.

La transmission du mouvement est l'une des fonctions les plus courantes des éléments de la mécanique générale, c'est-à-dire des dispositifs mécaniques destinés à remplacer la main de l'homme. [I.1]

Il existe de nombreux mécanismes de transfert du mouvement, On distingue :

### **I.2.1- système poulie - courroie**

Ce dispositif, qui assure la transmission d'un mouvement de rotation à distance renferme au minimum 2 poulies et une courroie.

Une poulie est une roue portée par un axe et dont la jante est aménagée pour recevoir une courroie. Il s'agit de transmettre un mouvement à distance. L'entraînement est réalisé par l'adhérence de la courroie sur les poulies. Deux poulies reliées par une courroie directe ont le même sens de rotation, deux poulies reliées par une courroie croisée ont des sens de rotation inverses.

Si les deux poulies ont le même diamètre, elles effectuent, en un temps donné, le même nombre de tours. Si elles ont des diamètres différents, la vitesse de rotation est multipliée ou démultipliée. [I.2]

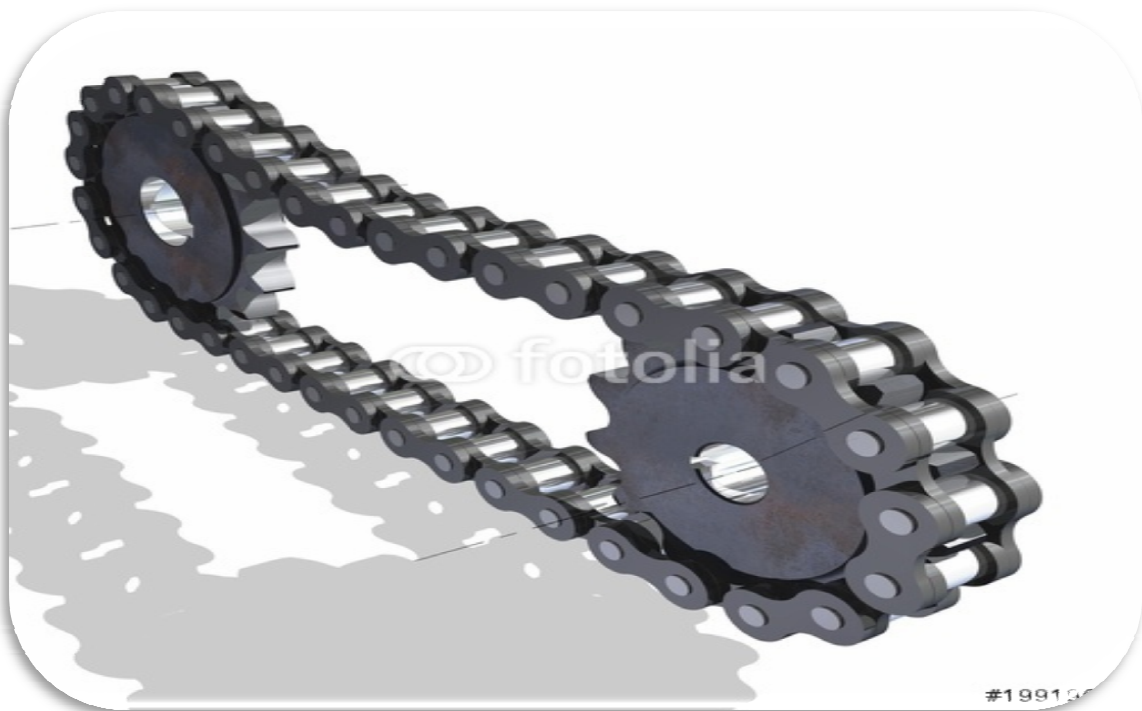




**Figure I.2** : système poulie-courroie

### **I.2.2 - système pignon - chaîne**

Ce système permet la transmission d'un mouvement de rotation entre deux roues dentées qui ne sont pas en contact. L'entraînement se fait par les maillons d'une chaîne qui s'engrènent sur les dents de la roue. On appelle « pignon » la roue dentée qui a le plus petit nombre de dents. La chaîne est l'organe intermédiaire de ce système. Le sens de rotation de la roue d'entrée et de la roue de sortie est identique. Le mouvement des roues est réversible. On peut utiliser les roues dentées et les chaînes pour changer la vitesse de rotation du système. Si le nombre de dents de la roue d'entrée est égal au nombre de dents de la roue de sortie, il n'y aura pas de changement de vitesse. Si le nombre de dents de la roue d'entrée est différent du nombre de dents de la roue de sortie, il y aura alors un changement de vitesse. Si la roue d'entrée comporte deux fois moins de dents, la roue de sortie tourne deux fois moins vite que la roue d'entrée. Si la roue d'entrée comporte deux fois plus de dents, la roue de sortie tourne deux fois plus vite. [I.3]



**Figure I.3** : système pignon – chaîne

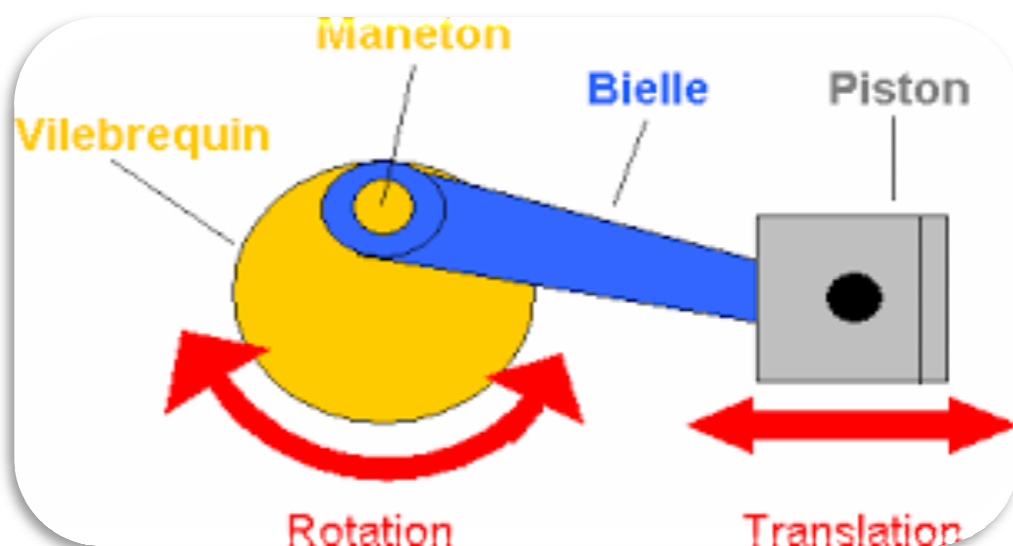
### I.2.3- système bielle – manivelle

Le système bielle-manivelle est un système plan de solides articulés. Il permet de transformer, par l'intermédiaire d'une bielle, le mouvement de rotation continu d'une manivelle (également appelée vilebrequin) en mouvement de translation alternatif du coulisseau (à vitesse non constante).

On qualifie respectivement pour une bielle de "tête" et de "pied" les parties de cette bielle en liaison avec la manivelle d'une part et avec le coulisseau (qui est souvent un piston) d'autre part.

Parmi les nombreux mécanismes utilisant le principe cinématique de l'association bielle-manivelle, on trouve :

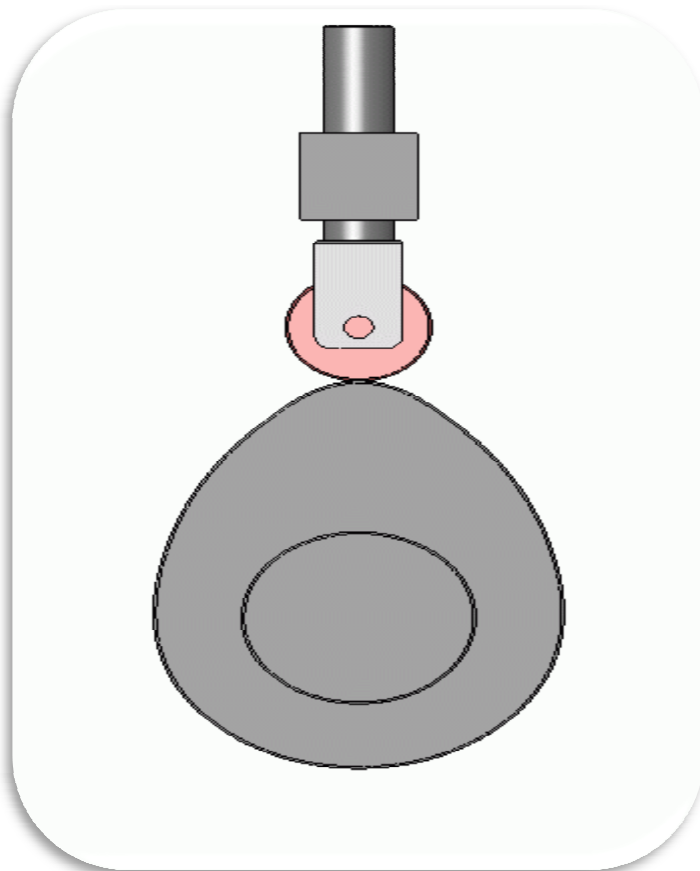
- les moteurs à combustion interne pour lesquels la translation du piston due à la combustion du carburant est transformée en rotation du vilebrequin,
- les compresseurs et les pompes au sein desquels le mouvement de rotation du moteur est transformé en mouvement de translation du ou des pistons qui vont comprimer le fluide. [I.4]



**Figure I.4** : système bielle – manivelle

### **I.2.4 - système came – tige**

Une came est un organe mécanique permettant de piloter le déplacement d'une pièce. Il s'agit d'une pièce roulant (ou glissant) sur une autre pièce ; c'est donc une déclinaison du plan incliné (machine simple). La came permet de générer des mouvements alternatifs. [I.5]



**Figure I.5** : système came – tige

### **I.2.5 – système d’engrenages**

Un engrenage est constitué de roues dentées qui transmettent le mouvement d’un arbre moteur vers un arbre récepteur et déterminent ainsi les vitesses, les couples et le sens de rotation des éléments de machines ; [I.6-I.7]

### **I.3 - Définition des engrenages**

Un engrenage est un mécanisme composé de deux roues dentées mobiles autour d'axes de position fixe et dont l'une entraîne l'autre par l'action de dents successivement en contact et on dit que les deux roues sont conjuguées.

La petite roue se nomme le pignon, la grande roue extérieure s'appelle la roue, la grande roue intérieure s'appelle la couronne. L'une des roues peut avoir un rayon infini, elle s'appelle alors une crémaillère. [I.8]



**Figure I.6** : système d'engrenages

Le but de leur utilisation est de transmettre un mouvement et une puissance entre 2 arbres.

Ces arbres peuvent être :

- parallèles ou non,
- concourants ou non,
- perpendiculaires ou non.

Le rapport de transmission : est un rapport entre le nombre de dents de l'entrée «Roue menante» et le nombre de dents de la sortie de l'engrenage «Roue menée». Si ce rapport est supérieur à «1» on parle de «Multiplicateur», s'il est inférieur à «1» on parle de «Réducteur».

## I.4 - classification des engrenages

Les engrenages sont classés en différentes catégories caractérisées par:

- la position relative des axes des arbres d'entrée et de sortie ;
- la forme extérieure des roues dentées ;
- le type de denture. [I.9]

Selon la position relative des deux arbres, nous distinguons trois classes d'engrenages :

### I.4.1- Engrenages parallèles (ou cylindriques) :

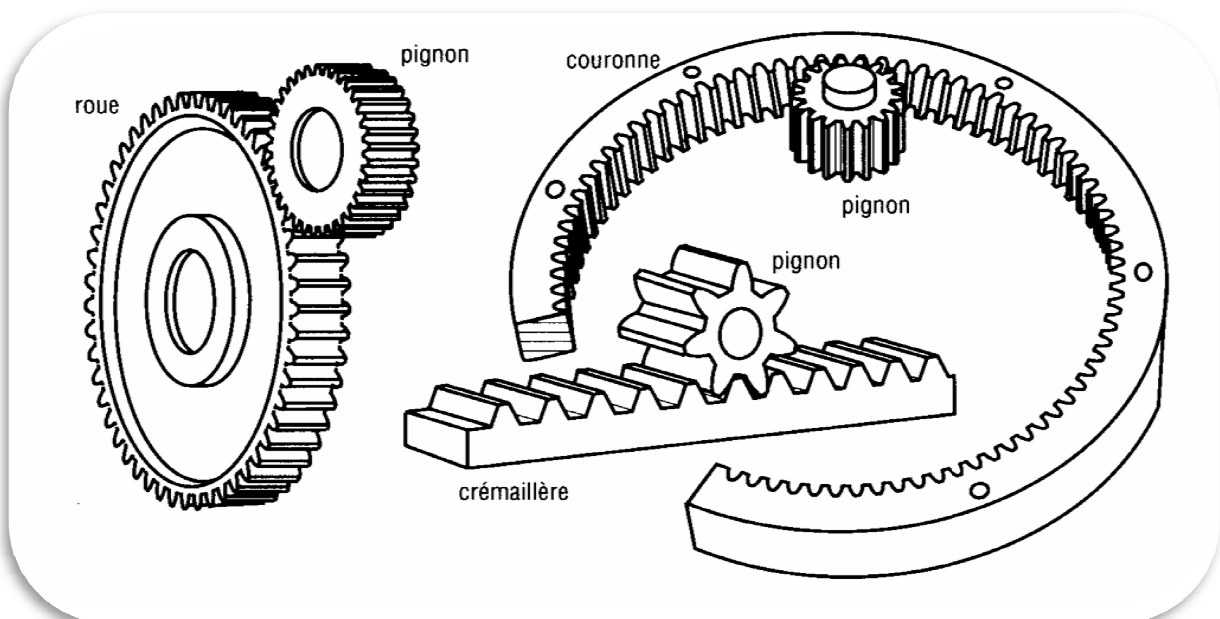
les deux arbres sont parallèles:

#### I.4.1.1- Engrenages droits à denture droite :

Les plus simples et les plus économiques, ils sont utilisés pour transmettre le mouvement et la puissance entre deux arbres parallèles. Les dents des deux roues de l'engrenage sont parallèles à l'axe de rotation des arbres.

Parmi ces engrenages, on distingue 3 familles :

- pignon/roue,
- pignon/couronne intérieure,
- pignon/crémaillère.



**Figure I.7** : Engrenages droits à denture droite

### **I.4.1.2 - Engrenages droits à denture hélicoïdale :**

De même usage que les précédents, ils sont très utilisés en transmission de puissance ; les dents des roues sont inclinées par rapport à l'axe de rotation des deux arbres. L'angle d'inclinaison de la denture, appelé angle d'hélice, est le même pour les deux roues, mais en sens inverse.

A taille égale, ils sont plus performants que les engrenages droits à denture droite pour transmettre puissance et couple. Du fait d'une meilleure progressivité et continuité de l'engrènement, ils sont plus silencieux.

L'inclinaison de la denture engendre des efforts axiaux (suivant l'axe de l'arbre), qui doivent être supportés par les paliers et des couples supplémentaires qui accentuent le fléchissement des arbres. [I.10]



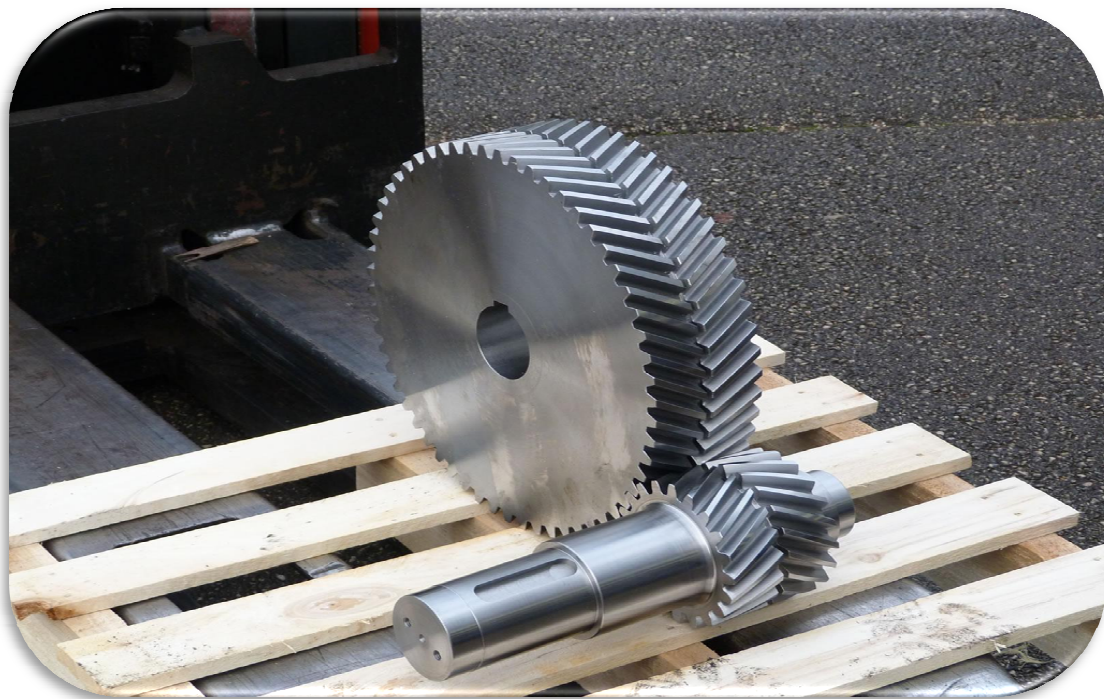
**Figure I.8** : Engrenages droits à denture hélicoïdale



### **I.4.1.3 - Engrenages droits à denture en chevron :**

Une denture en chevrons, ou denture « Citroën », est composée de deux dentures hélicoïdales de dimensions identiques, mais d'hélices en sens contraires de manière à annuler l'effort axial sur l'ensemble.

Bien que séduisant du point de vue théorique, ce type de denture est, en pratique, compliquée à réaliser lorsque le profil n'est pas dégagant à l'intersection des deux hélices ; il est de ce fait cher à réaliser. Certains constructeurs usinent une rainure centrale pour permettre de dégager facilement les outils de taillage à l'intersection des deux hélices. Les dentures en chevrons ne sont utilisées que dans l'industrie lourde. Dans ce cas, il s'agit souvent de deux engrenages à hélices contraires associés et plus rarement de pignons monoblocs. [I.11]



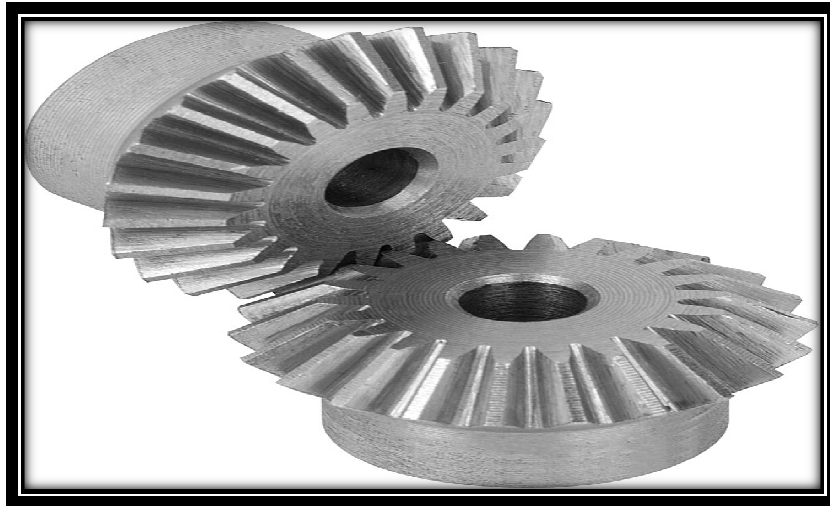
**Figure I.9** : Engrenages droits à denture en chevron

### **I.4.2 - Engrenages concourants (ou coniques) :**

C'est un groupe important utilisé pour transmettre un mouvement entre deux axes non parallèles dont les axes sont concourants. Les axes à  $90^\circ$  sont les plus courants. Les surfaces primitives ne sont plus des cylindres mais des cônes (cônes primitifs).

### **I.4.2.1 - Engrenages coniques à denture droite :**

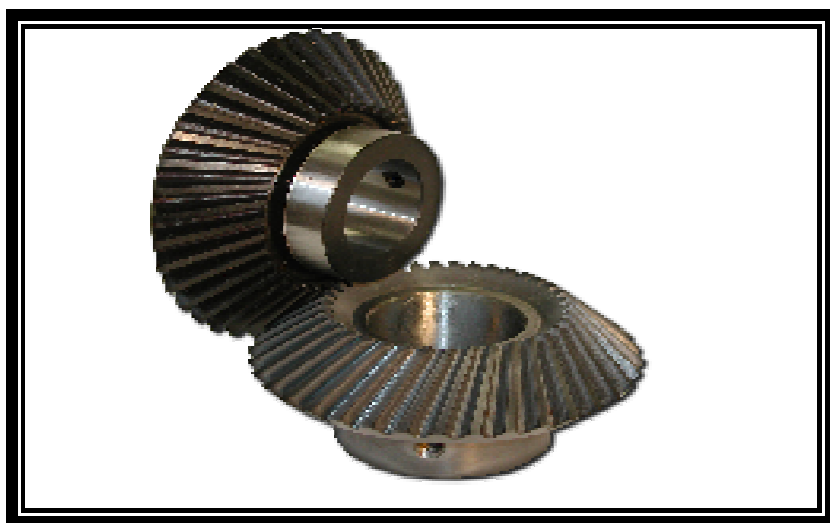
Les plus simples et les plus utilisés. Pour des fréquences de rotation élevées, Leur utilisation est généralement bruyante et génère des vibrations.



**Figure I.10 :** Engrenages coniques à denture droite

### **I.4.2.2 - Engrenages coniques à hélicoïdale :**

Les axes de roues sont orthogonaux mais non concourants. Ils constituent une variante complexe des précédents avec les mêmes qualités générales.





**Figure I.11** : Engrenages coniques à hélicoïdale

**I.4.2.3 - Engrenages coniques à spirale :**

Ils permettent de diminuer les bruits à très grande vitesse et assurent une plus grande progressivité de transmission.



**Figure I.12** : Engrenages coniques à spirale

**I.4.3 - Engrenages gauches (à vis sans fin) :**

La transmission du mouvement se fait entre deux arbres orthogonaux. Ces engrenages permettent de grands rapports de réduction (jusqu'à 1/200) et offrent des possibilités d'irréversibilité. Ils constituent les engrenages à l'engrènement le plus silencieux et sans chocs. En contrepartie le glissement et le frottement important provoquent un rendement médiocre. [I.12]



**Figure I.13** : Engrenages à vis sans fin

**I.5 - Principes d'engrènement :**

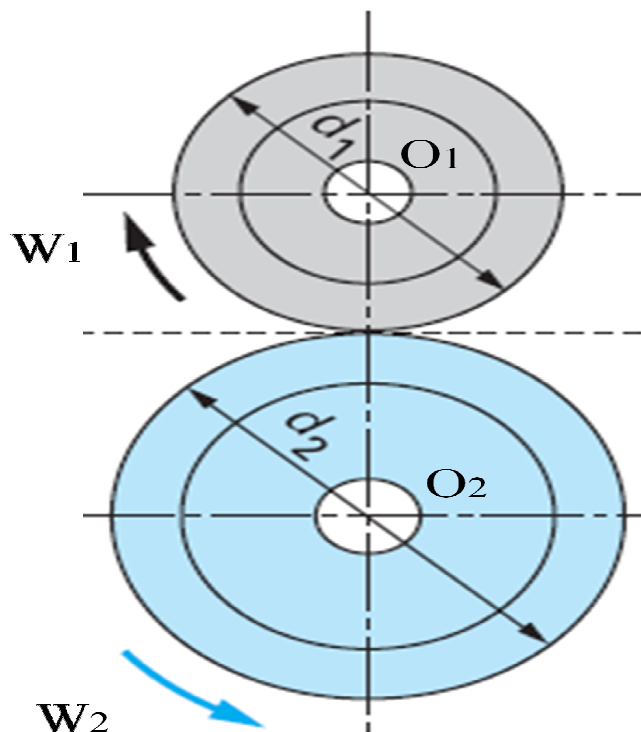
Soit deux arbres parallèles d'axes  $O_1$  et  $O_2$ . L'arbre d'axe  $O_1$  tourne à une vitesse angulaire  $W_1$ .

Pour mouvoir l'arbre d'axe  $O_2$ , nous montons sur chacun des arbres une roue circulaire. Les deux roues de diamètres respectifs  $d_1$  et  $d_2$  sont tangentes l'une à l'autre. Si elles roulent l'une sur l'autre sans glisser, nous avons l'égalité des vitesses tangentielles des points de contact.

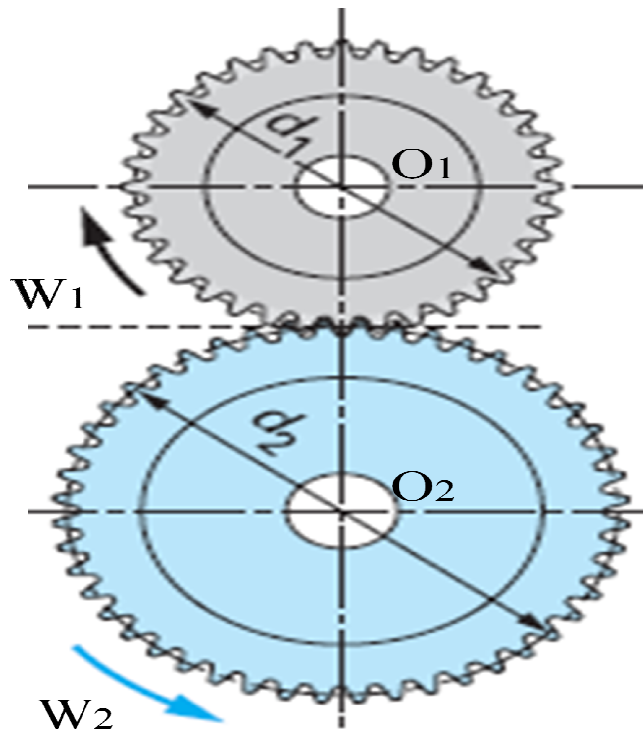
Les figures I.14 et I.15 illustrent ce phénomène de transmission.

Nous pouvons écrire :

$$\omega_1 d_1 = \omega_2 d_2 \tag{1.1}$$



**Figure I.14** : Transmission par friction



**Figure I.15 :** Transmission par obstacle

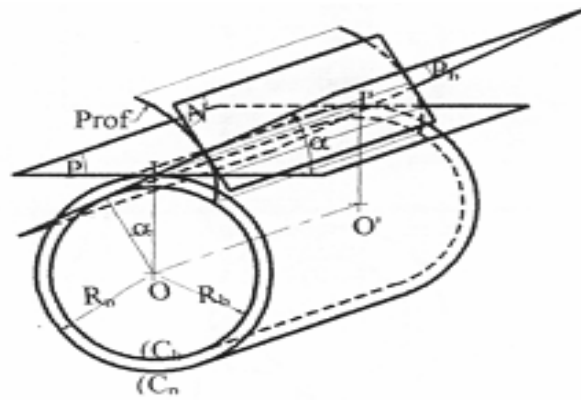
Alors que la friction est loin de représenter le procédé le plus recommandé pour la transmission de puissances, il est possible d'avoir recours à la pression en liant à chaque roue une surface de profil convenable.

Les deux surfaces sont tangentes comme précédemment, mais cette fois-ci l'une poussant l'autre comme le montre la figure 1.15. [I.13]

## **I.6 - Profils conjugués :**

### **I.6.1 – définition**

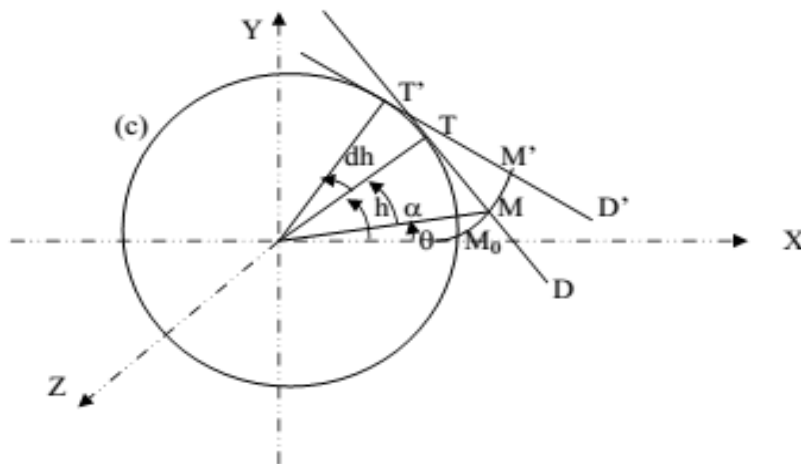
Les intersections des surfaces des dentures d'une roue cylindrique, avec un plan perpendiculaire à l'axe de rotation de la roue, sont appelées profils. On dit que deux profils sont conjugués s'ils restent constamment tangents, pendant le temps où les surfaces de dentures en contact assurent la transmission. Le profil, utilisé pour les engrenages, est en général la développante de cercle. [I.14]



**Figure I.16** : Cylindre primitif, plan de génération

### **I.6.2 - Profil à développante de cercle**

La développante d'un cercle (c), dit de base, de centre O, de diamètre D, est la trajectoire dans le repère R (O, x, y, z) lié à (c) d'un point M appartenant à une droite D et qui roule sans glisser sur C. Une développante est également l'enveloppe de la normale en M à D dans le mouvement de D par rapport à C. [I.15]



**Figure I.17** : développante de cercle

T : centre instantané de rotation du mouvement de D par rapport à C.

C : base de ce mouvement (centre de base).

D : roulante de ce mouvement.

$\theta$  : définit la position du point M sur le profil en développante de cercle.

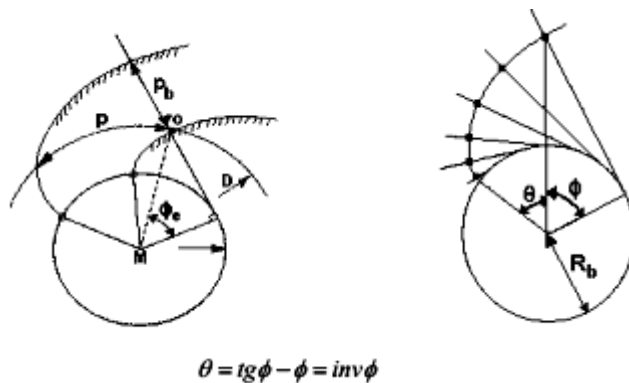
H : définit la position du point T sur le cercle de base.

$\alpha$  : repère la position angulaire du point T par rapport au point M.

### I.6.3 - Principe de la développante de cercle (cas de denture droite)

En faisant rouler sans glisser une droite sur un cercle, chaque point de cette droite décrit, relativement au cercle, une courbe qui s'appelle une développante de cercle (figure I.18).

Cette dernière peut aussi être matérialisée par un fil sous tension que l'on déroule d'un cercle : le bout du fil décrit la développante relativement au cercle duquel il est déroulé.



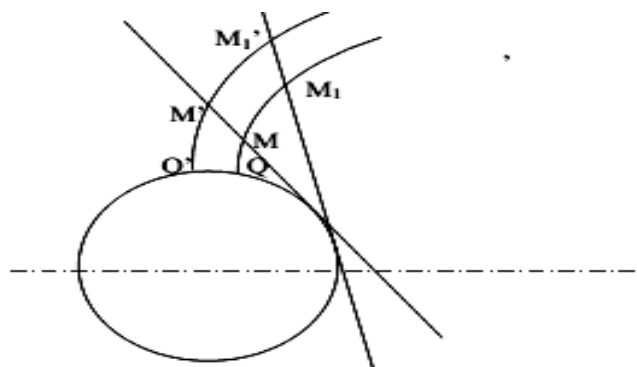
$$\theta = \operatorname{tg} \phi - \phi = \operatorname{inv} \phi$$

**Figure I.18** : Schématisation de la développante de cercle

### I.6.4 - Propriétés de la développante de cercle

- la développante de cercle ne peut avoir de points à l'intérieur du cercle développé.
- Le point Q est un point de rebroussement de la développante.
- Deux développantes d'un même cercle sont des courbes parallèles :  

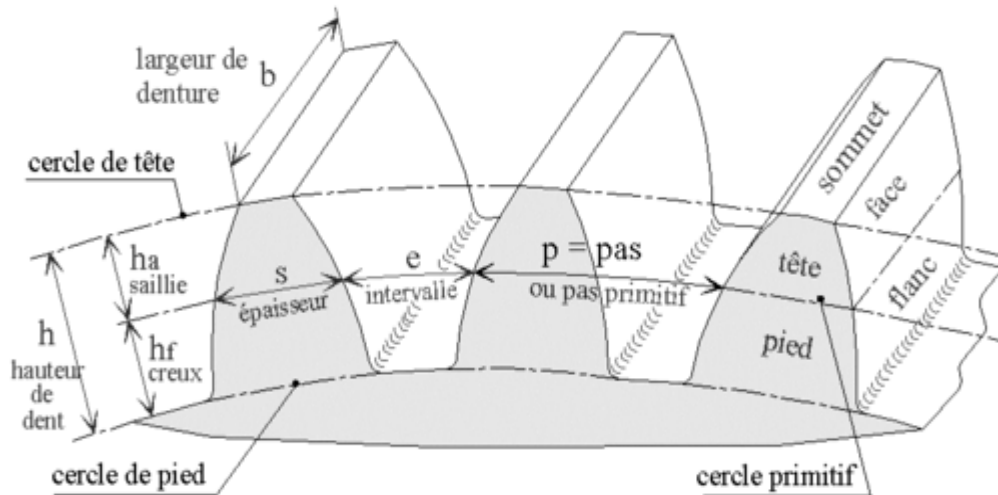
$$MM' = QQ' = M_1M_1'$$
- La normale à la développante est tangente au cercle développé.



**Figure I.19** : Propriétés de la développante de cercle

## I.7 - Éléments géométriques des roues dentées

Une roue dentée comprend essentiellement:



**Figure I.20** : Caractéristiques géométriques principales

L'intersection d'un flanc avec le plan qui est perpendiculaire à l'axe de la roue s'appelle profil de la denture. Le profil droit et le profil gauche d'une dent sont (symétriques).

- La denture est limitée par deux cylindres :
- Le cercle extérieur s'appelle cylindre de tête ;
- Le cylindre intérieur s'appelle cylindre de pied.

L'intersection de ces cylindres avec le plan qui est perpendiculaire à l'axe de la roue donne deux cercles dits cercle de tête et cercle de pied. Les rayons des circonférences de tête et de pied sont désignés respectivement par  $r_a$  et  $r_f$ .

La surface d'une dent reposant sur le cylindre de tête est dite sommet de la dent. L'espace limité par les cylindres de tête, de pied et les flancs des deux dents voisines s'appelle « évidement ».

La distance entre la circonférence de tête et celle de pied est la hauteur de la dent  $h$ . Le cylindre primitif divise toute dent en deux parties « tête et pied » Considérons les éléments géométriques mesurés suivant le cercle primitif de taillage.

Ce sont le pas d'engrènement «  $P$  », l'épaisseur de la dent «  $S$  » et l'intervalle «  $e$  ». La notion du cercle primitif de taillage est nécessaire, quand on exécute la roue.

On appelle cercle primitif de taillage un cercle imaginaire dans lequel le pas est égal à celui de l'outil crémaillère.

On le note par la lettre  $r$ . Le cercle primitif de taillage et la circonférence primitive de fonctionnement ( $r_w$ ) peuvent coïncider (roues à denture normale) ou ne pas coïncider (roues à denture corrigée).

La longueur de l'arc du cercle primitif de taillage comprise entre deux profils homologues du même côté des dents voisines s'appelle « pas d'engrènement ».

L'épaisseur de la dent, c'est la distance mesurée sur le cercle de taillage entre deux profils d'une dent. [I.16]

L'intervalle de la denture, c'est la distance mesurée sur le cercle primitif de taillage entre les profils de deux dents voisines qui limitent un évidement on a :

$$P = S + e$$

Il est clair que le pas sur la circonférence primitive de fonctionnement est égal à :

$$P_w = S_w + e_w$$

Le cercle primitif de taillage partage la dent en deux parties : saillie  $h_a$  (hauteur de tête) et creux  $h_f$  (hauteur de pied). On a :

$$h = h_a + h_f$$

La saillie ou la hauteur de tête est la distance entre le cercle primitif et la circonférence de tête :

$$h_a = r_a - r_w$$

Le creux ou la hauteur de pied est égal à :

$$h_f = r_w - r_f$$

## **I.8 - Les dimensions géométriques des roues à dentures normales :**

La construction mécanique des engrenages demande beaucoup de précision lors de leur dessin selon la (Fig. I.20 ) précédente, on distingue :

1 - **Cylindre primitif de fonctionnement ; diamètre primitif  $d$**  : cylindre décrit par l'axe instantané de rotation du mouvement relatif de la roue conjuguée par rapport à la roue considérée. La section droite du cylindre primitif donne le cercle primitif de diamètre  $d$ .

2 - **Cylindre de tête ; diamètre de tête  $d_a$**  : cylindre enveloppe du sommet des dents. La section droite du cylindre de tête donne le cercle de tête de diamètre  $d_a$

3 - **Cylindre de pied ; diamètre de pied  $d_f$**  : cylindre enveloppe du fond des dents. La section droite du cylindre de pied donne le cercle de pied de diamètre  $d_f$

4 - **Saillie  $h_a$**  : distance radiale entre le cylindre de tête et le cylindre primitif.

5 - **Creux  $h_f$**  : distance radiale entre le cylindre de pied et le cylindre primitif.

6 - **Hauteur de dent  $h$**  : distance radiale entre le cylindre de tête et le cylindre de pied.

7 - **Flanc** : portion de surface d'une dent comprise entre le cylindre de tête et le cylindre de pied.

8 - **Profil** : section d'un flanc par un plan normal à l'axe.

9 - **Pas  $P$**  : longueur d'un arc de cercle primitif compris entre deux profils consécutifs.



10 - **Largeur de denture  $b$**  : largeur de la partie dentée d'une roue mesurée suivant une génératrice du cylindre primitif.

11- **Entraxe entre deux roues  $a$**  : plus courte distance entre les axes des deux roues.

12 – **Module  $m$**  : Le module, désigné généralement par  $m$ , est une caractéristique importante des engrenages qui représente la dimension des dents. Il est égal au nombre de <mm> de diamètre primitif par dent. Pour qu'il y ait engrènement correct entre un pignon et une roue, il est nécessaire que leurs modules soient les mêmes. [I.12]

Le tableau suivant **I.1** résume Les dimensions géométriques des roues à dentures normales :

désignation	symbole	formule
module	$m$	Par un calcul de RDM
Nombre de dents	$z$	Par un rapport de vitesse
Diamètre primitif	$d$	$d = m z$
Diamètre de tête	$d_a$	$d_a = d + 2 m$
Diamètre de pied	$d_f$	$d_f = d - 2.5 m$
Saillie	$h_a$	$h_a = m$
Creux	$h_f$	$h_f = 1.25 m$
Hauteur de dent	$h$	$h = 2.25 m$
Pas	$p$	$p = \pi m$
Largeur de dent	$b$	$b = k m (5 \leq k \leq 16)$
Entraxe	$a$	$a = (d_1 + d_2) / 2$

**Tableau I.1** : Caractéristique géométrique des engrenages Cylindriques à denture droite

## **I.9 - Avantages et inconvénients des engrenages :**

Le tableau suivant I.2 résume les avantages et inconvénients des engrenages [I.9]

<b>Avantages</b>	<b>Inconvénients</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Transmission de puissances élevées sous fréquences de rotation élevées,</li><li>• Transmission à rapport rigoureusement constante (transmission synchrone),</li><li>• Transmission parfaitement homocinétique.</li><li>• Possibilités de transmissions entre plusieurs arbres,</li><li>• Bon rendement général, suivant classe de qualité,</li><li>• Durée de vie importante,</li><li>• Bonne fiabilité.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Nécessité d'un entraxe précis et constant,</li><li>• Niveau sonore variable suivant type d'engrenage,</li><li>• Transmission des à-coups et vibrations,</li><li>• Nécessité d'une lubrification, souvent par fluide,</li><li>• Réversibilité possible suivant type d'engrenage,</li></ul> <p>Coût très variable suivant type d'engrenage et classe de qualité.</p>

**Tableau I.2 :** Avantages et inconvénients des engrenages

## **CHAPITRE II: Défauts d'engrenages**

### **II.1. Introduction:**

Les transmissions par engrenages sont très répandues dans l'industrie. Elles sont d'un grande utilité lorsqu'il s'agit de transmettre des couples importants, de produire de grandes vitesses de rotation, d'effectuer un changement de direction du mouvement de rotation.

Pendant les opérations de mise en forme des surfaces actives taillées ou des matrices servant au formage des engrenages, les déformations de l'outil et de la machine outil, les écarts de trajectoire, anisotropie du matériau, les défauts outils/machine . . . génèrent des défauts de forme qui peuvent être périodiques. Pour les engrenages forgés, le retrait élastique peut induire un écart entre la forme de l'empreinte de la matrice et la géométrie obtenue. Le défaut de forme

peut avoir d'importantes conséquences en dynamique ou en acoustique (phénomène de raies fantômes) et il semble important de l'inclure dans le modèle géométrique, même si sa modélisation est assez rudimentaire. Les surfaces de denture incluant un défaut de forme sont les surfaces de substitution utilisées.

Et ainsi que pendant les opérations de montages, le positionnement relatif des dentures au sein d'une transmission réelle est tributaire de la qualité de réalisation de l'ensemble des composants de la transmission. En particulier, ce positionnement va être perturbé par les défauts d'alignement des arbres et les erreurs résultant de la fabrication.

Le principal effet de ces défauts est associé à l'engrènement de profils non conjugués et se traduit par l'apparition d'une erreur de transmission quasi- statique sans charge. Par ailleurs, ces défauts conduisent à une délocalisation, plus ou moins grande, des zones de contact.

Les engrenages travaillent dans des conditions en général sévères et sont par conséquent soumis à une détérioration progressive de leur état, notamment au niveau des dentures, d'ou la nécessité de les soumettre une surveillance conditionnelle continue afin de détecter à un stade précoce les éventuels défauts naissants.

On classe habituellement les défauts d'engrenages en trois catégories : les défauts de fabrication (erreurs de profil des dents, excentricité des roues,...), les défauts de montage (défauts de parallélisme, d'entraxe,...) et les défauts apparaissant lors du fonctionnement (usure ou fissuration des dents). Ces défauts expriment une erreur de transmission et entraînent une défaillance dans le fonctionnement du mécanisme à engrenages.

## II.2. DEFAUTS DE FABRICATION :

Parmi les défauts des engrenages on a les défauts de fabrication qui résulte :

- Défauts de taillage.
- Défauts de montage
- Défauts de traitement thermique.
- Défauts de rectification.

### II.2.1. Défauts de taillage :

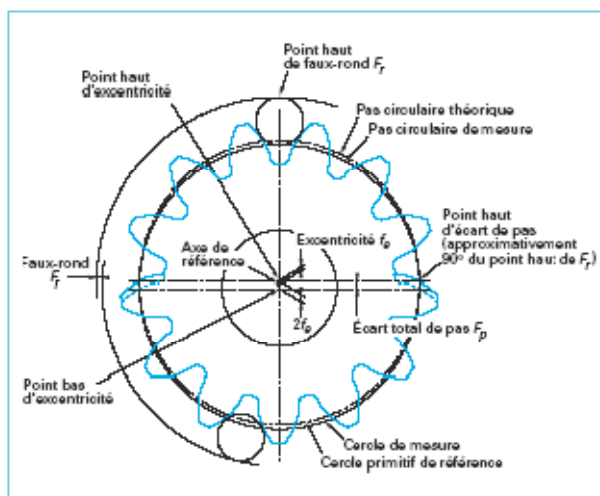
De ces défauts, on peut citer :

- Excentricité,
- Les erreurs de pas,
- Les erreurs de profil,
- Les erreurs d'hélice.

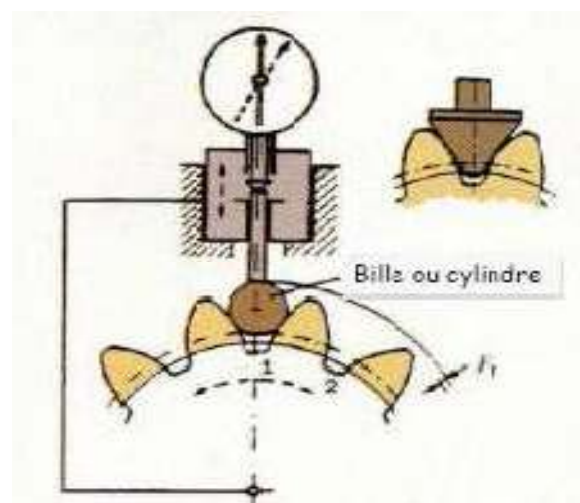
#### II.2.1.1. Erreur d'excentricité du diamètre primitif ou erreur de faux-rond

Ce défaut traduit la non-concentricité entre l'axe du cylindre primitif de denture et l'axe de rotation de l'arbre auquel la denture est liée (*figure II-1*) Pratiquement le faux-rond de denture se mesure par l'amplitude totale, pour un tour complet autour de l'axe de référence, de la variation d'enfoncement d'une pièce de mesure (bille ou cavalier, par exemple), (*figure II-2*).

[II.1]



**Figure II-1 : Erreur de faux-rond.**

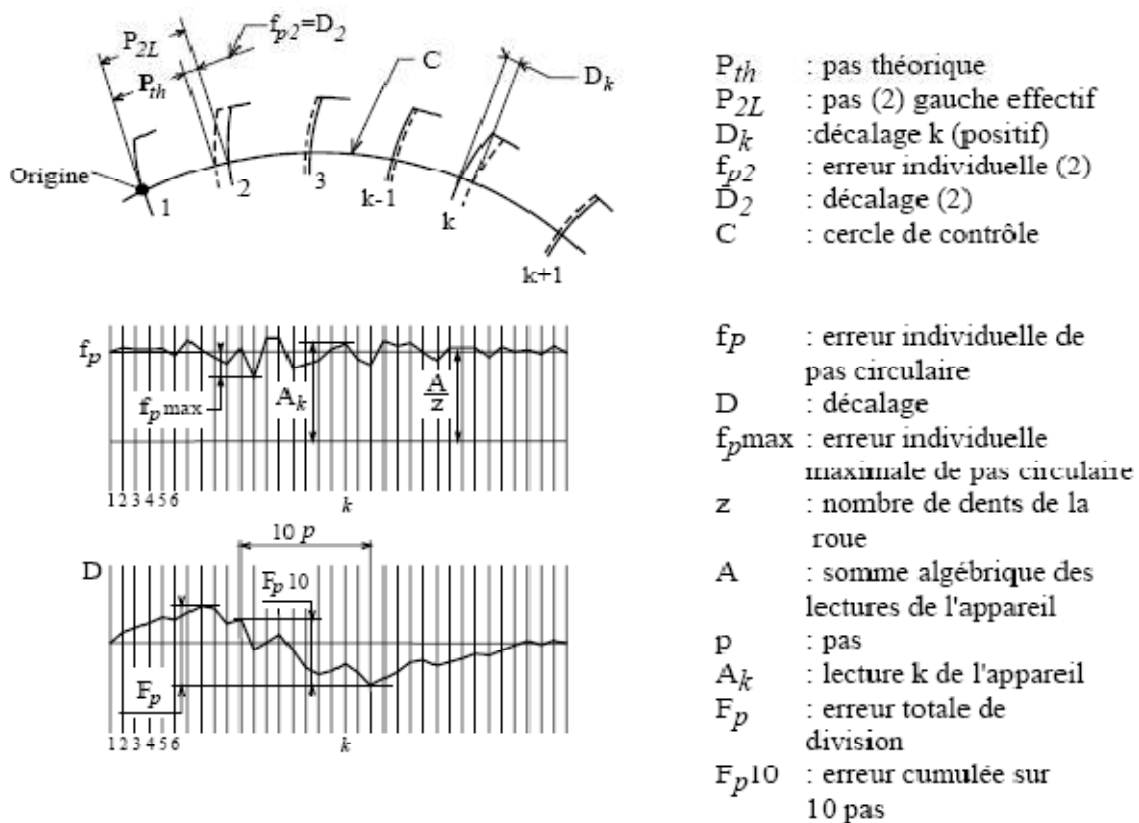


**Figure II-2 : Contrôle de faux-rond**

Il se traduit par l'introduction d'une modulation d'amplitude harmonique à la rotation des arbres sur les signaux d'erreur de transmission et de bruit d'engrènement .

### II.2.1.2. Erreur de pas (p):

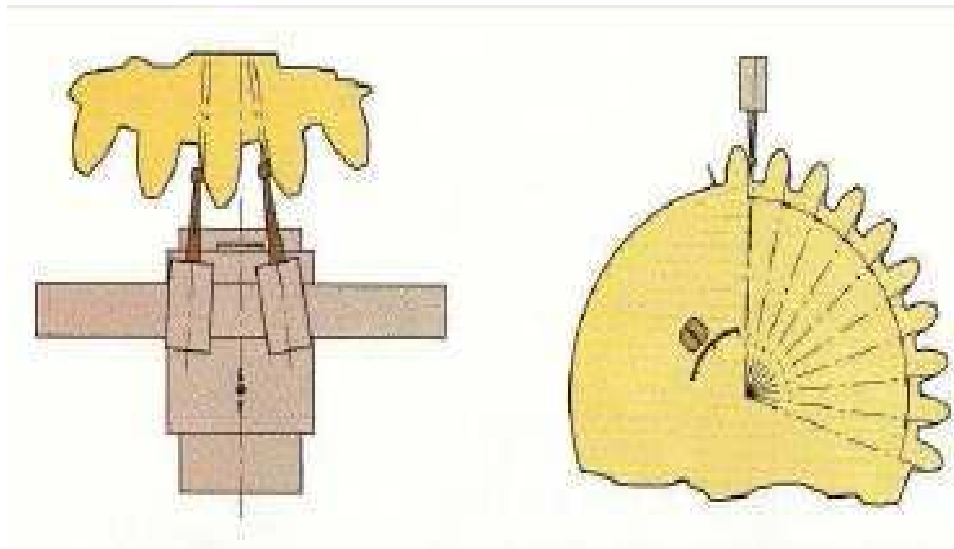
L'erreur de pas caractérise, dans le plan apparent de l'engrenage, le défaut de localisation angulaire d'une dent par rapport à sa position théorique. Deux grandeurs représentatives de la qualité de réalisation d'un engrenage sont associées à cette erreur. Ces grandeurs sont l'erreur de pas individuelle et l'erreur de pas cumulée (*figure II-3*). [II.2] [II.3]



**Figure II-3 :** Définition de l'erreur de pas individuelle et de l'erreur de pas cumulée

L'erreur de pas cumulée (cumul algébrique des erreurs de pas individuelles) conduit à une modulation basse fréquence harmonique à la rotation des arbres. Ces effets sont identiques à ceux associés aux défauts d'excentricité. Les deux erreurs se cumulent et sont généralement prises en compte simultanément. [II.4]

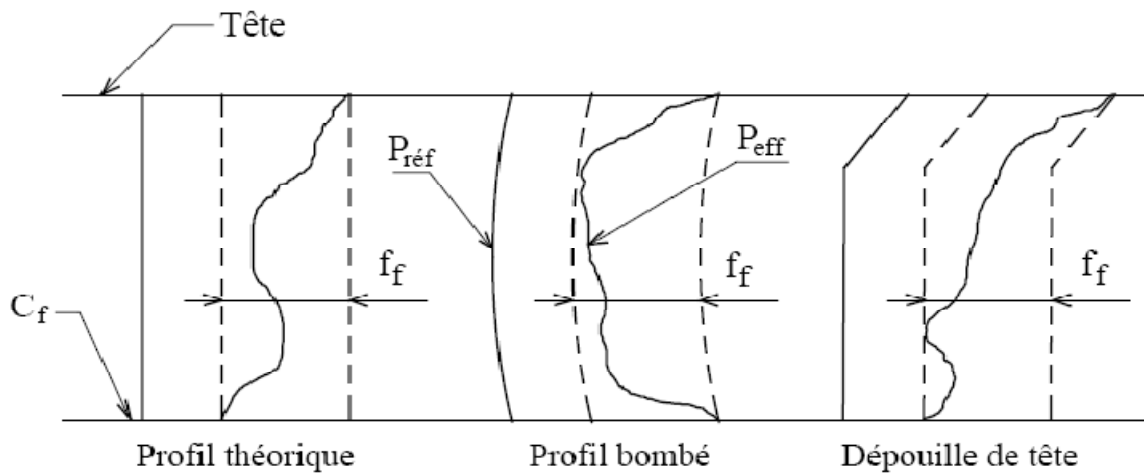
L'erreur de pas circulaire est la différence (algébrique) entre le pas circulaire effectif et le pas circulaire théorique. ( La figure II-4) représente une méthode de calcul de l'erreur de pas.



***Figure II-4 : Méthode de calcul de l'erreur de pas.***

### **II.2.1.3. Erreurs de profil de denture:**

Les erreurs de profil elles sont représentatives des écarts existant entre le profil théorique de la denture et le profil réel. Le profil théorique en développante de cercle, de forme parabolique ou présenter une dépouille s'il a subit une correction volontaire ( La figure II-5) . Ces erreurs peuvent être générées lors de la fabrication ou au cours du fonctionnement par l'usure et la détérioration des profils.



$f_f$  : erreur de profil  
 $C_f$  : cercle actif de pied  
 $P_{réf}$  : profil de référence  
 $P_{eff}$  : profil effectif

***Figure II-5 : Erreurs de profil.***

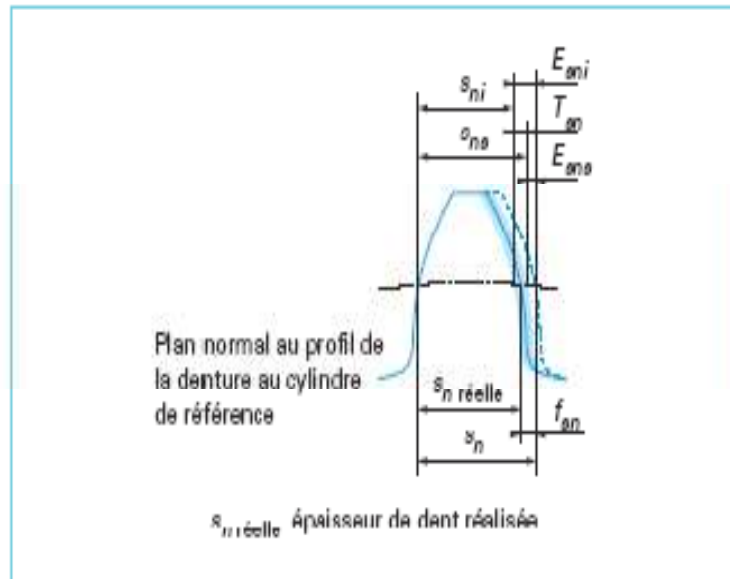
La présence d'un déphasage entre ces défauts introduits des modulations sur les signaux d'erreur de transmission et de bruit. [II.5]

#### **II.2.1.4. Erreur d'épaisseur de la dent:**

Elle est la différence entre l'épaisseur mesurée et l'épaisseur théorique.

On peut citer :

1. Epaisseur de dent de référence : Elle est égale à la valeur théorique d'engrènement sans jeu entre les dents avec une roue conjuguée, qui a également l'épaisseur de dent théorique, sur l'entraxe de référence.



**Figure II-6 : Epaisseur de dent de référence**

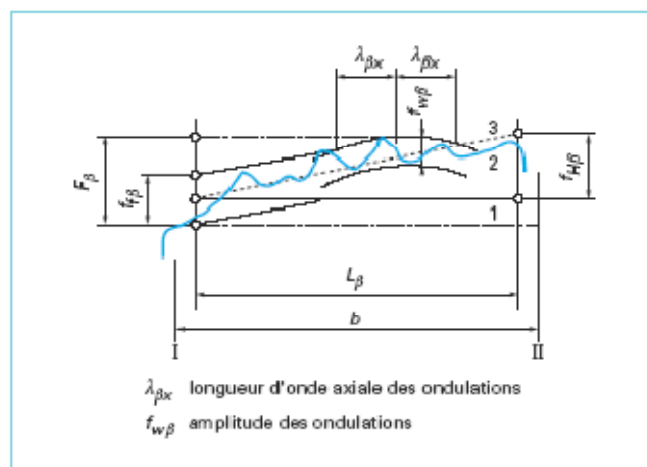
1. Limite minimale et maximale de l'épaisseur de dent : Elles sont les deux dimensions extrêmes admissibles de l'épaisseur de dent entre lesquelles doit se trouver la dimension effective.
2. Tolérance d'épaisseur de dent : Elle est la différence algébrique entre l'écart maximal et l'écart minimal d'épaisseur de dent :  

$$T_{sn} = E_{sns} - E_{sni}$$
3. Epaisseur de dent de conception : Elle est la limite supérieure de l'épaisseur de la et est généralement établie en prenant en compte des considérations d'ingénierie de géométrie de l'engrenage, de résistance de la denture, du montage et du jeu de battement entre dents.
4. Epaisseur de dent effective : Elle est utilisée pour évaluer la dimension d'une dent entière ou des dents d'une roue dentée donnée. Elle peut être basée sur quelques mesures entre deux points ou deux lignes de contacts très courts. La nature et l'emplacement de ces contacts sont déterminés par la méthode de mesure. Il est habituel de supposer que la roue dentée est caractérisée par les données mesurées à partir d'une ou deux mesures. La présence d'erreur de l'épaisseur de la dent entraîne une variation de pas sur le diamètre primitif, et donc produit un choc au cours de fonctionnement.



### **II.2.1.5. Erreur d'hélice:**

Elles sont les quantités dont les hélices effectives s'écartent des hélices de conception. Elles sont mesurées dans la direction des tangentes au cylindre de base, dans le plan apparent. L'hélice de conception est celle qui correspond aux spécifications du dessin. Dans un diagramme, l'hélice non modifiée apparaît comme une ligne droite. La longueur de tracé est proportionnelle à la largeur de denture de la roue à contrôler, à l'exception des chanfreins et des arrondis d'extrémités.



**Figure II-7 : Epaisseur d'hélice**

La longueur d'évaluation des erreurs d'hélice  $L_\beta$  est égale la longueur du tracé, diminuée à chaque extrémité par le plus faible des deux valeurs: 5% de la largeur de denture ou une longueur égale à 1 module.

### **II.2.2 Défauts de montage :**

Ces défauts sont généralement sous-estimés alors qu'ils peuvent expliquer les différences de niveau sonore observées sur des transmissions d'architecture absolument identique (série de boîte de vitesse par exemple). L'ensemble de ces défauts caractérise le positionnement relatif des deux roues dentées résultant du montage ou de la déformation de la structure (arbre, palier et carter) lors de l'application de chargement. Ils sont représentés par le défaut d'entraxe et les défauts de parallélisme entre les axes des roues.

### II.2.2.1 Défaut d'entraxe :

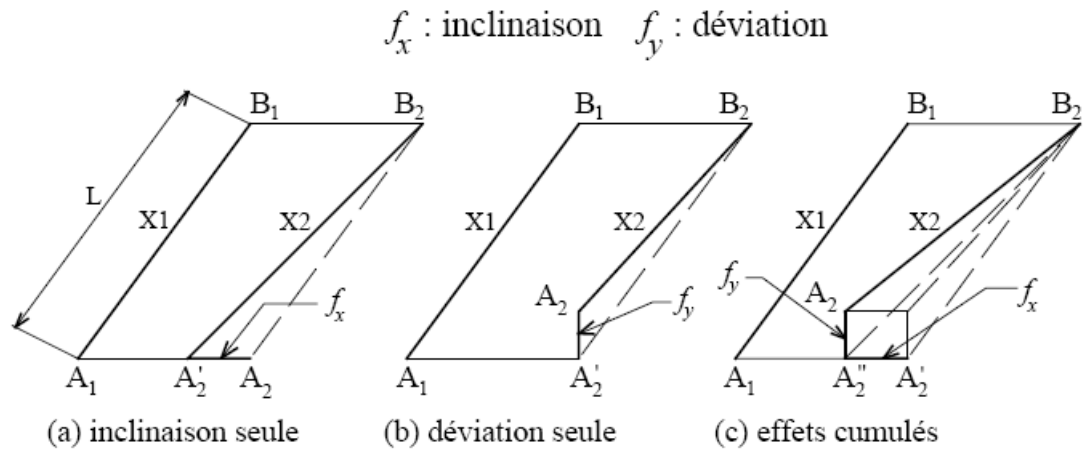
Différence, positive ou négative, entre la distance des deux axes et l'entraxe théorique de fonctionnement, mesuré dans le plan perpendiculaire à l'axe de la plus grande roue, passant par le milieu de la largeur de denture.

L'entraxe est un paramètre particulièrement important. Il agit directement sur le jeu de fonctionnement et modifie la géométrie du contact (localisation des points de contact). Ce paramètre est signalé comme étant particulièrement important mais aucune étude ne conforte ces indications .

Des résultats expérimentaux ont été mentionné sur une boîte de transmission de camion qui est silencieuse avec un jeu minimum ou important et bruyante avec un jeu modéré. Autres résultats expérimentaux ont été observés sur plusieurs couples d'engrenages droits : une réduction du niveau sonore voisine de 10 dB lorsque l'entraxe nominal de fonctionnement est diminué de 0.1mm . [II.6]

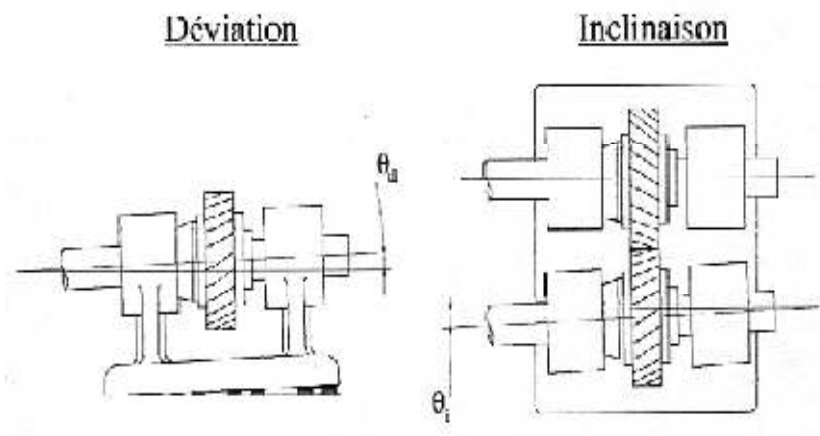
### II.2.2.2 Défauts d'inclinaison et de déviation :

La norme caractérise les défauts d'alignement par deux angles appelés **angle d'inclinaison** et **angle de déviation** (fig II.9). L'angle d'inclinaison est associé à une rotation dans le plan des axes, et l'angle de déviation conduit à une délocalisation latérale des portées de denture (fig II.10).



L : largeur de denture    X1 : direction de l'axe du pignon    X2 : direction de l'axe de la roue

**Figure II.8 :** Définition des défauts d'inclinaison et de déviation



**Figure II.9 :** Caractérisation des défauts de déviation et d'inclinaison.

Des travaux expérimentaux réalisés récemment permettent de caractériser de façon plus précise l'influence des désalignements sur le comportement vibratoire des transmissions par engrenages.

Les résultats obtenus montrent que l'introduction de ces défauts sert à une augmentation très forte du niveau vibratoire et par conséquent du bruit. [II.7]

### **II.2.3 Mesure de l'erreur de transmission : «écarts composés tangentiels »:**

La mesure de l'erreur de transmission a tout d'abord été utilisée pour définir la qualité de finition des engrenages. L'erreur de transmission regroupait aux yeux des engrenagistes les effets dus à l'ensemble des imperfections géométriques issues des réalisations. Cette erreur de transmission est également dénommée écart composé tangentiel dans la norme ISO 1328.

La mesure de cette grandeur permet de prendre en compte de façon globale les écarts de géométrie sur la transmission du mouvement. Depuis quelques années, l'erreur de transmission est reconnue par tous comme étant la meilleure image de l'excitation liée à l'engrènement, mais également comme une estimation de la performance des engrenages en terme de vibration, de bruit ou de positionnement.

L'écart composé tangentiel d'un engrenage peut se définir comme étant la différence entre la position de la roue menée par rapport à la position qu'elle devrait occuper si l'engrènement était géométriquement parfait.

Le « contrôle de la composante tangentielle sous des conditions de fonctionnement » est considéré comme un des moyens convenables pour estimer le fonctionnement et les propriétés du bruit des ensembles d'engrenages.

Le contrôle peut se réaliser de deux façons :

- En faisant engrener la roue à contrôler avec un master.
- En faisant engrener le pignon avec sa roue conjuguée.

Dans le premier cas, on néglige les erreurs du master et on obtient après un tour de la roue à contrôler, le diagramme complet des écarts cumulés tangentiels propres à la roue concernée.

Dans le second cas, il est nécessaire (sauf pour un rapport 1/1) de réaliser tous les engrènements possibles des dents du pignon avec celles de la roue. Cela signifie qu'il faudra faire un nombre de tours de la roue égal au nombre de dents du pignon divisé par le plus grand diviseur commun des nombres de dents de la roue et du pignon. Ce nombre de tours bien définis pour le pignon et la roue correspond à la période complète d'engrènement de l'engrenage.

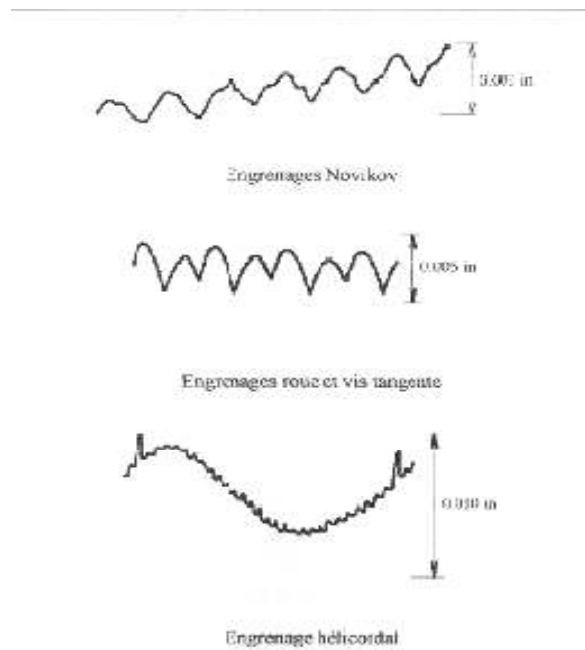
Le test de la composante tangentielle est appliqué donc dans les conditions de fonctionnement de l'ensemble de l'engrenage. Les résultats reflètent le comportement global de l'engrenage et/ou l'efficacité des modifications apportées au flanc pour améliorer les propriétés courantes et l'émission du bruit.

Une considération particulière est exigée sur le positionnement de la roue dentée, l'alignement et le choix des paramètres de mesure tels que la force, la vitesse et l'évaluation du nombre de tours nécessaires. Avec une connaissance profonde du comportement de la roue dentée engrenée, cette méthode d'essai permet d'éliminer la plupart des écarts importants de l'engrenage et leurs origines dans le processus de fabrication directement et quantitativement à partir des résultats de contrôle .

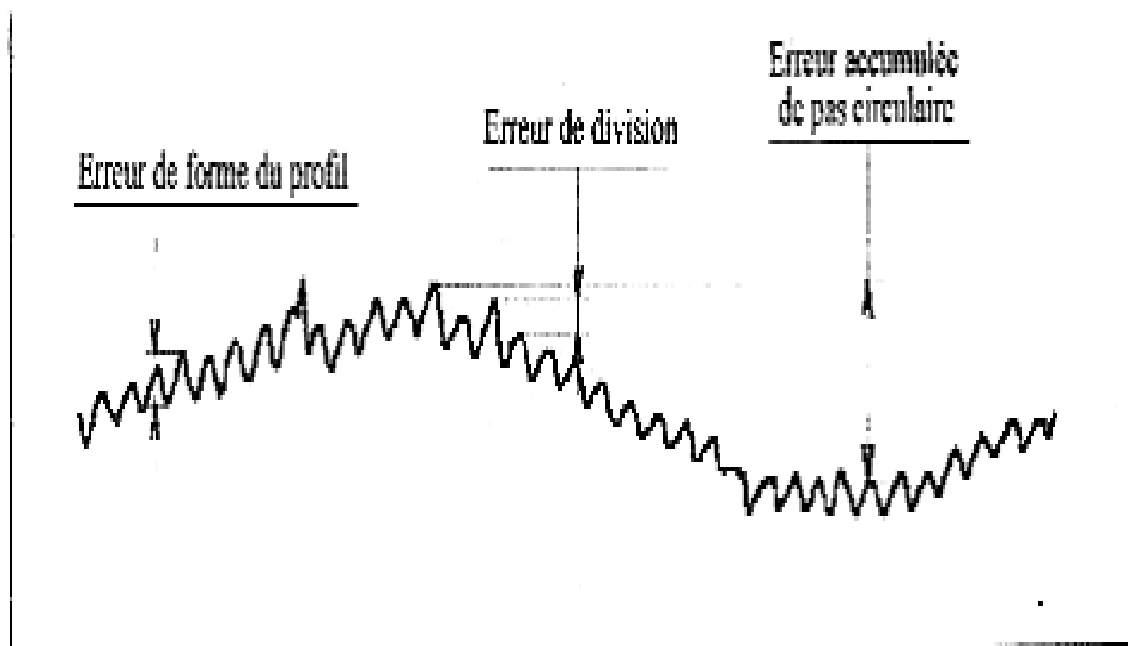
Les écarts composés tangentiels sont la plupart du temps, relevés sans charge transmise et à vitesse réduite. Les diagrammes obtenus sont une combinaison des erreurs élémentaires de l'engrenage (profil, distorsion et division).

Les mêmes mesures peuvent aussi être faites en charge. Dans ce cas les diagrammes obtenus tiennent compte, en plus des erreurs géométriques, des déformations des dents sous charge et des phénomènes de chocs qui risquent de survenir lors de l'engrènement des dents. Les phénomènes dynamiques ne peuvent, en général, pas être pris en compte car les vitesses utilisées sont faibles.

Les figures II.10 et II.11 présentent des exemples de mesure de l'erreur de transmission pour différents types d'engrenages [26, 29]. Les effets des principales erreurs sont très nettement visibles.



**Figure II.10 :** Erreur de transmission pour différents types d'engrenages



**Figure II.11 :** Effets caractéristiques des principales erreurs de fabrication sur l'erreur de transmission.

### **II.2.3.1 Techniques de mesure des écarts composés tangentiels:**

Des techniques de mesure ont été développées, elles permettent aujourd'hui une mesure dans des conditions réelles de fonctionnement des engrenages. Deux méthodes permettent de mesurer les écarts composés tangentiels :

- La comparaison avec des déplacements générés mécaniquement par roulement de cercles sur crémaillères ou de cercles entre eux .
- L'utilisation directe de capteurs.

#### **➤ Méthode comparative:**

Ce procédé qui ne peut être utilisé que pour des engrenages cylindriques a été mis en application pour deux types d'appareils différents : l'un relativement complexe mais universel et l'autre beaucoup plus simple.

#### **➤ Méthode directe:**

La méthode de mesure directe utilise des capteurs de différents types :

- **capteurs à inertie mesurant les irrégularités de rotation.**
- **Capteurs de mesure angulaire ou codeurs**

### **II.2.3.2 Mesure de l'erreur de par engrènement avec master :**

Il s'agit d'interprétation de courbes. Une courbe type d'écart de transmission comporte une série d'ondulations de passage de dents juxtaposées sur une courbe porteuse appelée courbe longue période. Le diagramme étudié donne l'allure de la courbe de l'écart composé tangentiel relevé sur un tour de pignon engrenant avec un master.

Aussi, cette partie est influencée par :

- Ecart de profil,
- Ecart de division,
- Ecart de distorsion

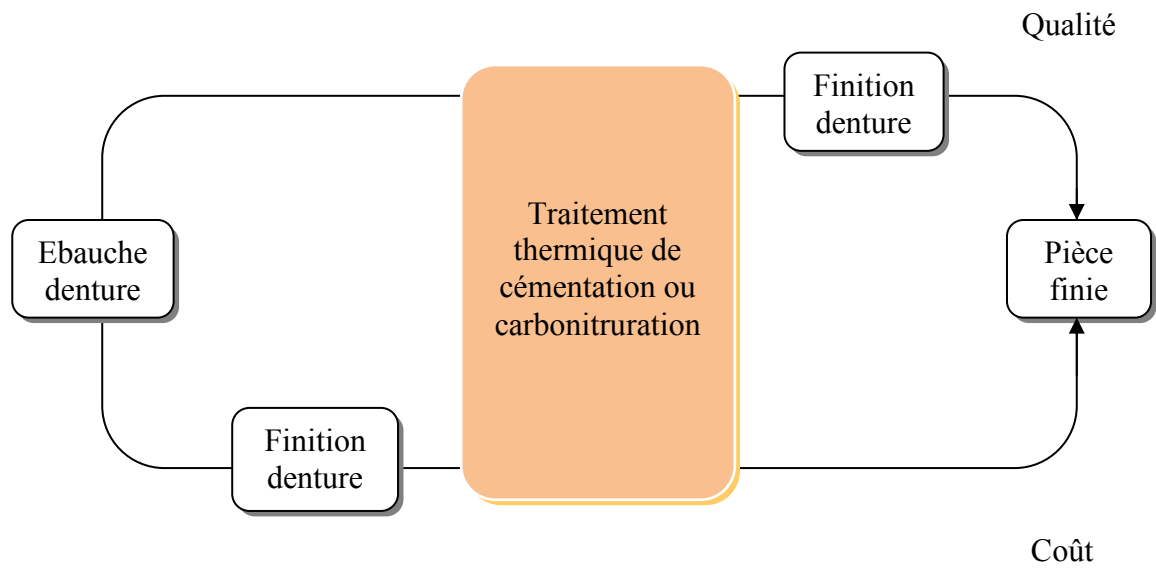
#### **II.2.4 Les traitements thermiques :**

Le traitement thermique a une importance toute spéciale. En effet, dans un engrenage, on peut distinguer les qualités géométriques et les qualités mécaniques. Les premières, grâce aux procédés modernes de taillage et de finition des dentures, peuvent atteindre un très haut degré de perfection. Les secondes sont fonction des caractéristiques physiques du métal constituant l'engrenage. Ces caractéristiques, dont les principales sont : la limite élastique, la résilience et la résistance à l'usure, dépendent du traitement thermique ; si l'on considère que ce traitement influe également sur les qualités géométriques par les déformations plus ou moins grandes qu'il peut entraîner, on aperçoit toute l'importance qu'il convient de lui attribuer dans la fabrication des engrenages. [II.8]

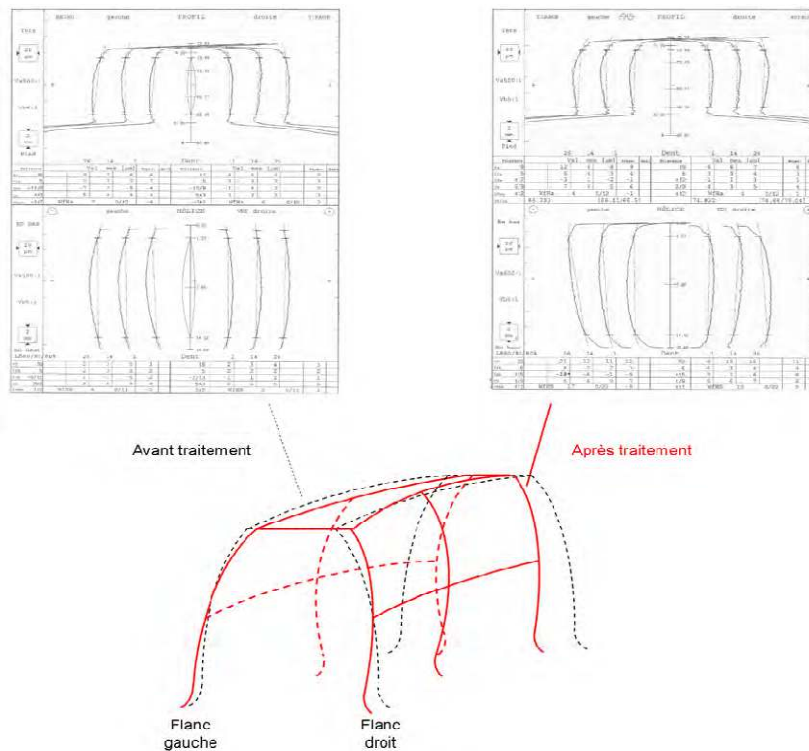
Les différents modes de traitement thermique des engrenages sont les suivants:

- La trempe,
- Le revenu,
- Le recuit,
- La cémentation,
- La nitruration,
- La sulfinisation,
- La carbonitruration.





**Figure II.12 :** Fabrication des engrenages



**Figure II.13:** PV denture de la pièce avant et après un traitement thermique, avec la représentation schématique de la déformation des flancs de la dent.

La figure( II.13 ) représente des résultats des mesures sur des pièces de série. La pièce terminée doit respecter des caractéristiques finales définies par le service du bureau d'étude (dessin de définition). C'est pourquoi la déformation dans le four est anticipée et la pièce avant traitement thermique n'est pas une denture parfaite (elle présente des écarts de direction

et bombés non nuls). La déformation de la dent de la pièce réelle sera donc identifiée en réalisant la différence après et avant traitement thermique.

### **II.2.5 Défauts de rectification :**

Les roues dentées comptent parmi les éléments de la machine les plus importants dans le domaine de la fabrication d'engrenages, de véhicules (boite de vitesse) et de machines outils. Les exigences imposées pour ces produits en matière de transmission, de puissance et de silence de fonctionnement ne cessent de croître. C'est pourquoi la rectification constitue l'un des procédés primordiaux pour l'accomplissement des exigences de qualité supérieures. La figure II-14 indique le décrochement qui se produirait inévitablement au pied des dents si un outil de taillage à protubérance n'est pas utilisé.

L'outil à protubérance a comme avantage complémentaire de permettre l'utilisation du fond des dents brut de cémentation : ce traitement introduit une pré-compression superficielle très bénéfique pour les tenus des dents à la fatigue de flexion. Une rectification du fond des dents serait néfaste, car elle introduirait une contrainte de tension superficielle défavorable sur la tenue des dents à la fatigue de flexion.



**Figure II-14 :** *Rupture par fatigue.*

Une opération de rectification conduite avec une avance ou une profondeur de passe excessive peut entraîner des criques par suite d'échauffement localisé important. Ces criques peuvent constituer des amorces de rupture, surtout si elles sont localisées vers le pied des dents et dans le sens longitudinal. Il convient d'être attentif pour les premières passes, c'est-à-dire jusqu'à

ce que les déformations de traitement thermique aient été absorbées : une prise de matière locale trop forte est à craindre durant cette période.

Une dureté superficielle trop importante est également à rejeter : pour les applications de mécanique générale, il est préférable de limiter cette dureté à 58-60 Rockwell C.

Le choix de la meule de rectification est aussi un facteur prépondérant, de même que le fluide d'arrosage utilisé dans certains cas.

L'écaillage qui peut se produire dans le cas aciers cémentés est souvent à l'origine de cassures (*figure II-15*).



**Figure II-15** : Rupture par écaillage.

## **II.3 Défauts de fonctionnement :**

### **II.3.1 Défauts de lubrification :**

La lubrification est l'un des problèmes le plus important et le plus délicats qui puissent se poser pour le bon fonctionnement des engrenages.

La lubrification à un triple but :

1. Eviter le contact métal sur métal qui pourrait provoquer, au bout d'un temps très court, une sorte de soudage des dentures conjuguées. Nous savons en effet que les conditions de glissement et de pression superficielle sont souvent très sévères dans les engrenages. Il est donc nécessaire d'interposer un film d'huile résistant entre les dentures conjuguées. Il ne faut pas perdre de vue que le soudage peut se produire à des températures bien au dessous du point de fusion du métal si la pression de contact est élevée.

2. la lubrification s'impose également pour la question du rendement de l'engrenage. Un frottement métal sur métal entraînerait un coefficient de frottement beaucoup plus élevé.

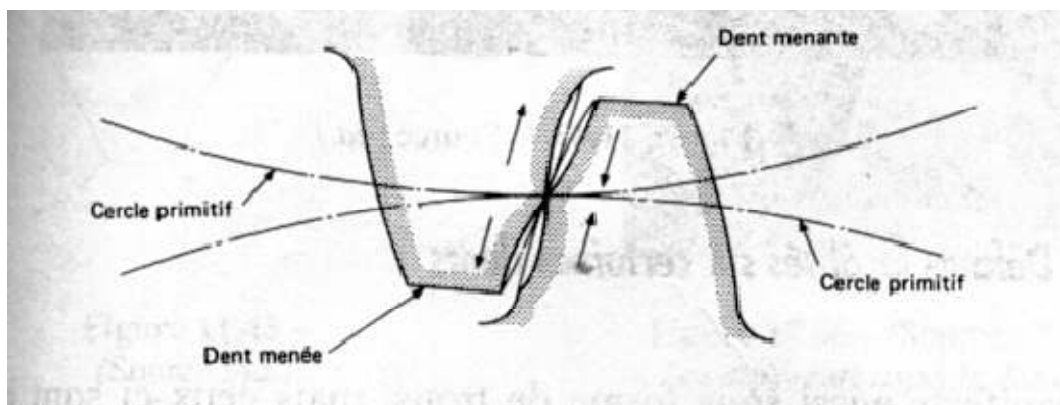
3. Une autre fonction importante du lubrifiant consiste à absorber la chaleur dégagée durant l'engrènement (la perte de rendement est en effet matérialisée par un dégagement de chaleur).

Un volume d'huile souvent important est nécessaire pour éviter un échauffement anormal de l'engrenage.

La lubrification est une source des différentes détériorations superficielles des dentures .

### **II.3.1.1 L'usure :**

L'usure est un ensemble complexe de phénomènes difficiles à interpréter, amenant une émission de débris avec perte de masse, de cote, de forme, et s'accompagnant de transformations physiques et chimiques des surfaces. C'est un phénomène local caractérisé par un enlèvement de matière dû au glissement de deux surfaces l'une sur l'autre (fig II.16).



**Figure II.16 :** Usure des dentures après fonctionnement

Selon la valeur de la charge et de la vitesse de glissement en chaque point de contact des surfaces actives, l'usure se développe plus ou moins rapidement. Dans les transmissions fermées c'est-à-dire abondamment lubrifiées la présence d'abrasif dans le lubrifiant augmente la vitesse d'usure et provoque une usure irrégulière des surfaces conjuguées.

On distingue deux types d'usures : l'usure normale et l'usure anormale.

La première qui est inversement proportionnelle à la dureté superficielle des surfaces actives progresse lentement et généralement elle est négligeable pour les surfaces dures et les dentures de petits modules.

Quant à la deuxième, elle est une conséquence directe de la première, elle se produit lorsque le lubrifiant est souillé de particules abrasives ou lorsque le lubrifiant est corrosif. Ce type d'usure conduit à une usure irrégulière des surfaces actives donc à un mauvais fonctionnement du couple de roues dentées.

L'usure des surfaces actives des dents étant proportionnelle à leur glissement spécifique et à la contrainte de compression au contact de ces surfaces. Le glissement spécifique maximal ayant lieu au début d'approche et à la fin de retrait. L'usure maximale affecte les racines et les sommets des dents. Dans la zone des centres instantané de rotation les profils ne glissent pas, aussi est-ce la zone la plus faible usure.

L'usure des dents perturbe le profil, accroît la charge dynamique, affaiblit la racine de la dent augmentant ainsi la valeur des contraintes dans la zone du congé de raccordement.

Dans la période initiale de fonctionnement de la transmission les rugosités plus ou moins importantes sur les surfaces de contact définies par le mode d'usinage donnent lieu à une usure perceptible des dents qui progresse jusqu'à ce que les surfaces deviennent suffisamment lisses.

Une fois les rugosités aplanies et leur hauteur devenue inférieure à l'épaisseur du film d'huile entre les dents, le rythme d'usure diminue. Ce mode d'usure porte le nom de rodage.

Lorsque l'épaisseur du film d'huile est insuffisante, il n'assure plus le graissage hydrodynamique, ce qui contribue à intensifier l'usure.

En conséquence, pour diminuer l'usure, il faut réduire le glissement spécifique et les contraintes de compression au contact des dents, augmenter la tenue à l'usure des surfaces actives. Les valeurs du glissement spécifique et des contraintes de compression peuvent être ramenées à la normale par correction de denture.

Il va de soi qu'une usure excessive amène à une recherche approfondie de ses causes, avant tout remplacement des organes détruits, sinon on peut être à peu près sûr qu'elle se reproduira sur les nouvelles pièces. On s'intéressera en particulier à la nature du lubrifiant, à

son onctuosité et à sa viscosité, sans oublier son mode d'introduction dans les contacts. On examinera l'efficacité de la filtration et/ou du refroidissement, l'étanchéité du carter.

D'autres causes sont à rechercher sur les dentures elles mêmes : choix des matériaux, de leurs traitements, qualité du taillage, détermination des dépôts....

On n'oubliera pas que parfois une mauvaise portée des dentures provient de déformations excessives des arbres, de leurs appuis (roulement...), voir du carter. Les dilatations différentielles sont aussi à prendre en compte, de même que les surcharges ou encore les vibrations transmises par les organes voisins. Parfois, c'est la conception de l'ensemble qu'il faudra revoir. [II.9]

### **II.3.1.2 Le grippage :**

Il est la conséquence directe de la destruction brutale du film d'huile, sous l'effet de la température résultant d'un frottement sous charge. Le grippage est favorisé essentiellement par des vitesses élevées, de gros modules, un faible nombre de dents en contact. La probabilité de grippage est influencée par l'état physico-chimique du lubrifiant et par les conditions de mise en service.



**Figure II.17 :** Phénomène de grippage

Deux types de grippage peuvent être cités:

### ❖ **Grippage localisé (arrachements)**

Le grippage localisé correspond à des arrachements ou des adhérences qui modifient soudain l'état d'une petite partie de la surface des dents.



***Figure II.18 :*** Phénomène de grippage localisé

Les causes de ce phénomène sont multiples :

- Imperfection d'usinage.
- Défaut d'alignement des dentures.
- Déformation en charge.
- Passage d'une particule étrangère dans la denture.
- Surcharge brutale.
- Défaut temporaire de lubrification.

### ❖ **Grippage généralisé**

C'est une avarie très brutale attribuée à une rupture du film lubrifiant par suite de températures de surface trop élevées. Sa gravité a accéléré le développement des additifs extrême pression. Il est reconnaissable au fait que le cisaillement des microsoudures amène des transferts de métal d'une denture sur l'autre, ou l'émission de débris.

Le grippage généralisé est une usure catastrophique qui détruit typiquement les dentures non traitées, de gros module, fonctionnant à des vitesses faibles. Il produit une modification soudaine de la surface de toutes les dents: sur des engrenages durcis, on note un changement de coloration et de fines rayures, à ne pas confondre avec une usure abrasive, car il y a peu de perte de cote.



***Figure II.19 :*** Phénomène de grippage généralisé

Aussi, il est une usure catastrophique qui détruit typiquement les dentures non traitées, de gros module, fonctionnant à des vitesses faibles.

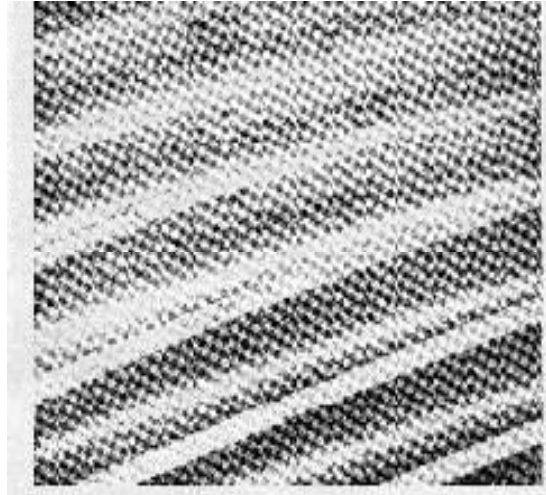
Concernant le cas du grippage, on peut calculer sa tenue au grippage. Dans ce domaine, il n'existe pas encore de méthode de calcul sûre. Les critères susceptibles de déterminer le degré de grippage des dents influant sur leur aptitude à transmettre la charge n'est pas encore établi. Pourtant, le calcul basé sur la comparaison de la température instantanée de l'engrenage avec les valeurs admissibles établies expérimentalement permet d'obtenir des facteurs approximatifs contribuant à l'amélioration de l'engrenage.

### **II.3.1.3 Les piqûres :**

Ce phénomène est caractérisé par l'apparition sur toute la surface active des dents de petits trous peu profonds en forme d'éventail dont la pointe est tournée vers le pied des dents motrices ou vers le sommet des dents menées. La taille de ces trous est de 0.3 à 2 mm tandis que la profondeur est de l'ordre de 0.1 mm. C'est une avarie qui se produit surtout dans les engrenages en acier de construction relativement peu dur. (fig II.20).



On peut y remédier en utilisant un lubrifiant à viscosité élevée. Le profil de la dent se perturbe, la surface active devient irrégulière, les charges dynamiques augmentent, la transmission s'échauffe et le bruit s'amplifie.



**Figure II.20** : Piqûres des dents

On considère généralement que la présence d'huile accélère très nettement la dégradation, car les très hautes pressions dues à l'engrènement sont transmises jusqu'au fond des fissures. Les piqûres naissantes sont généralement d'assez petites dimensions. Elles apparaissent d'abord là où la charge est maximale et en particulier, elles révèlent vite les défauts d'alignement, les déformations anormales des pièces, les distorsions dues aux traitements thermiques. La présence de quelques piqûres ne présente pas un risque immédiat et souvent le phénomène cesse spontanément. Cependant une évolution catastrophique est toujours possible et une fissuration grave peut dégrader très vite la totalité des surfaces, surtout dans le cas des dentures droites. On parle dans ce cas là d'un piquage destructif.

## **Chapitre III : Comportement des engrenages**

### **III.1. Introduction :**

Les phénomènes liés au problème du contact mécanique sont présents dans de nombreuses applications industrielles. La nature des phénomènes liés à l'interaction purement mécanique entre les solides, exige une attention toute particulière dans ce domaine.

Un mode commun de défaillance de plusieurs composants structurels est la fatigue et la rupture provoquée par les contraintes de contact dans les zones de concentration de contraintes.

La préparation adéquate des surfaces, par conséquent, dans les composants de transfert de charge tels que les roulements à billes, les engrenages, les machines-outils et les cames, est une partie très importante dans la conception et les procédés de fabrication. [III.1].

### **III.2. Problème du contact mécanique :**

L'étude et la résolution analytique du problème de contact mécanique datent de 1882 avec les travaux d'Hertz. En utilisant une démarche analytique et en s'appuyant sur l'élasticité linéaire pour les cas de contacts linéiques ou ponctuels, ces travaux permettent d'évaluer les phénomènes d'écrasement, les surfaces de contact ainsi que les pressions du contact. La plupart des solutions analytiques proposées supposent un contact sans frottement, des zones de contact connues a priori et des formes géométriques simples.

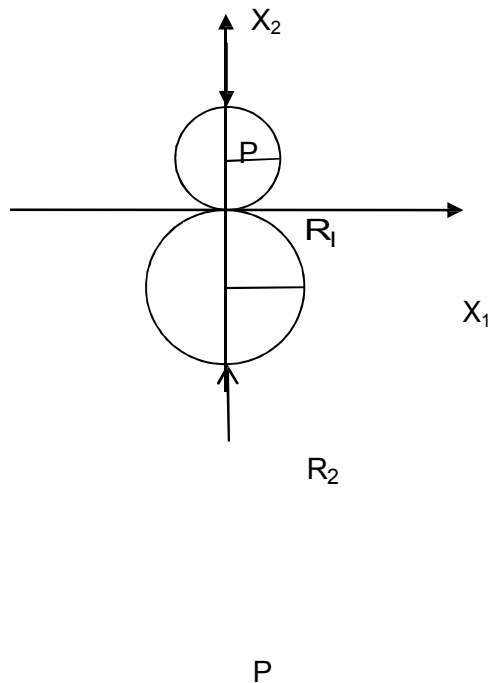
Le développement de techniques de résolution numérique avancées ont permis de traiter des problèmes de contact de plus en plus complexes. A titre d'exemple, la méthode des éléments finis permet la discrétisation de surfaces, de formes quelconques et la prise en compte aisée des diverses conditions aux limites. Elle offre ainsi un outil de calcul puissant pour l'étude des problèmes de contact. Ces techniques s'appuient sur une modélisation simplifiée du contact et s'inspirent bien souvent des méthodes employées en

dynamique des structures. Cependant, d'une façon générale, elles rencontrent des difficultés qui sont, d'une part le traitement des conditions de contact de façons simples, et d'autre part la détermination efficace des zones de contact [III.2].

### **III.2.1. Problème d'hertz :**

Le problème d'Hertz est très souvent utilisé comme référence dans le processus de validation du modèle numérique. Il consiste à calculer l'état mécanique de deux cylindres entrant en contact le long de leur génératrice sous l'effet d'une force linéique  $P$ .

[III.3]



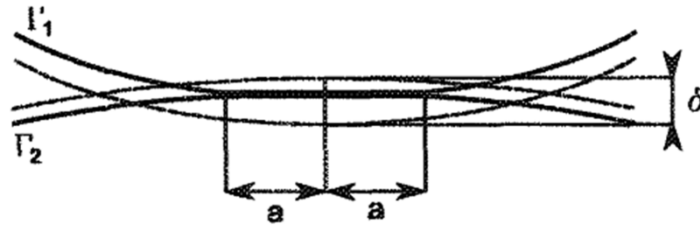
***Figure III.1:*** Deux cylindres en contact.

### **III.2.2. Solution analytique d'hertz :**

Pour le comportement élastique des solides, la solution analytique est connue depuis les travaux d'Hertz publiés en 1882. La solution proposée par Hertz n'est valable que si nous respectons certaines hypothèses sur la zone de contact:

- les surfaces sont continues et non conformes :  $a \ll R_1$  et  $a \ll R_2$

- les déformations sont petites :  $a \ll R_1$  et  $a \ll R_2$
- chaque solide peut être considéré comme un solide semi-infini, c'est-à-dire:  $a \ll R_1$  et  $a \ll R_2$
- il n'y a pas de frottement:  $\eta = 0$



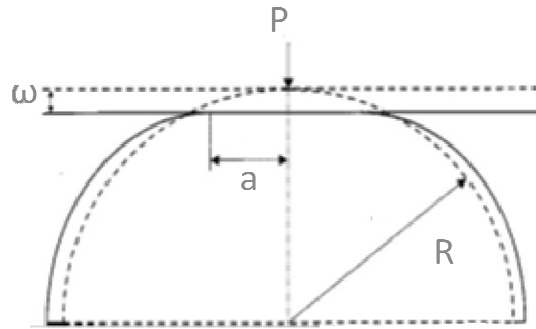
**Figure III.2:** Zone de contact d'Hertz.

### **III.2.3. Exemples :**

L'analyse des contraintes dans les structures mécaniques est d'une importance capitale dans la conception des composantes de machines. Plusieurs travaux ont été réalisés à ce sujet.

L. Kogut a présenté un modèle élastique plastique par éléments finis pour un contact sans frottement d'une sphère déformable, pressée sous chargement normal contre un plan rigide. Le contact élastique plastique d'une sphère sur un plan est d'une importance fondamentale dans la mécanique des contacts. [III.4]

Le modèle donne les expressions de l'aire du contact ainsi que celle des pressions de contact. Kogut a déterminé, en utilisant le critère de Von Mises, la valeur critique de la déformation  $w_c$  de la sphère qui marque la transition de l'état élastique vers l'état élasto-plastique.

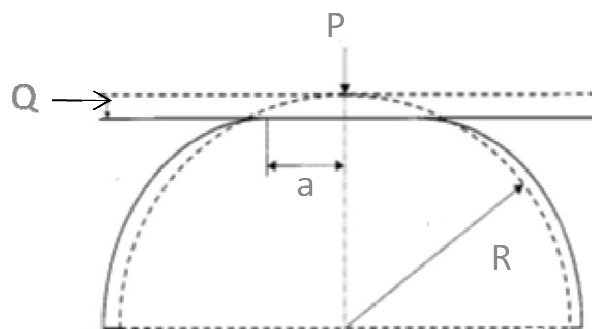


**Figure III.3** : Sphère déformable pressée par un plan rigide.

L'évolution du contact élastique plastique dans cette étude peut être divisée en trois étapes distinctes :

La première pour  $1 \leq w/w_c \leq 6$  où la région plastique se développe au-dessous de la surface de la sphère, et la région du contact entière est élastique. La deuxième pour  $6 \leq w/w_c \leq 68$  où la région du contact est élastique plastique, et la troisième étape pour  $w/w_c > 68$  correspond à une région de contact complètement plastique.

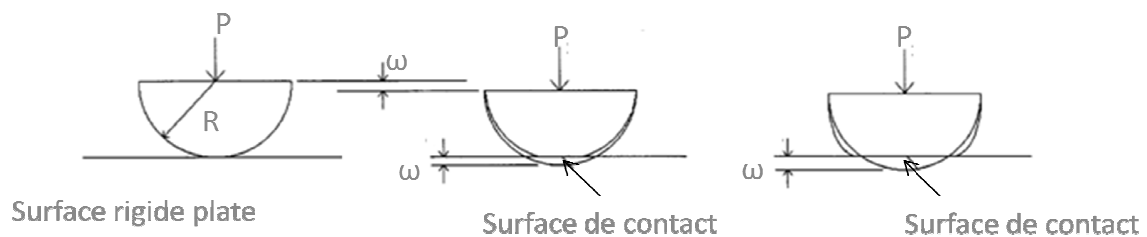
Kogut dans une autre étude, a présenté une analyse par éléments finis d'une sphère élastique parfaitement plastique sollicité par un plan rigide, la charge maximale tangentielle que peut supporter le contact sphérique au commencement de glissement a été calculée, cette analyse a été combinée avec une solution analytique en utilisant une approche basée sur l'utilisation de lois de comportement appropriées à tout mode de déformation, que ce soit élastique ou plastique. [III.5]



**Figure III.4** : Sphère sous chargement normal et tangentiel.

Dans cette étude, deux modes de rupture différents ont été identifiés en fonction de la nature de la charge normale initiale. Lorsque celle-ci est inférieure à la charge critique d’Hertz, la rupture se produit sur l'aire du contact. Si la charge est supérieure à celle critique une défaillance se produit au-dessous de la zone de contact.

Robert L. Jackson, a présenté une étude par éléments finis d'une sphère élastique parfaitement plastique en contact sans frottement avec un plan rigide. [III.6]



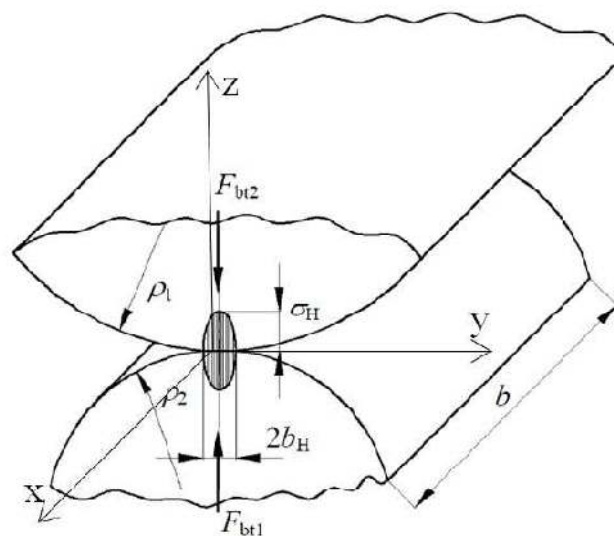
**Figure III.5:** (a) modèle sphérique avant le contact  
 (b) pendant la déformation élastique  
 (c) et pendant la déformation plastique

La pression moyenne d’un contact complètement plastique, varie avec la géométrie déformée du contact, qui à son tour dépend des propriétés du matériau.

Son travail révèle de grandes différences entre les modèles analytiques approchées et d'autres solutions numériques. Plus important encore, la zone du contact et la contrainte sont particulièrement en fonction de la géométrie déformée dans tous les régimes, et dépendent des propriétés du matériau.

### **III.3. Etude de contact dans les engrenages :**

Les avaries mécaniques du fonctionnement des engrenages résultent en général de deux causes principales: soit d'une pression de contact élevée entre les dents, soit d'une fissuration au niveau du pied de la dent par fatigue en flexion. La figure (III.6) qui représente une dent observée en photoélasticité montre clairement les deux types de sollicitations agissant sur une dent. [III.7]. Le contour d'une dent d'engrenage cylindrique à denture droite comporte deux parties, la partie engrenement définie par une développante de cercle pour des raisons cinématiques et la base de la dent de forme trochoïdale.

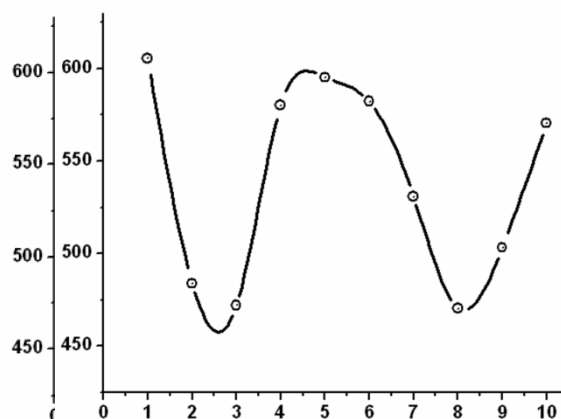


**Figure III.6 :** Contraintes agissantes sur les dents d'un engrenage.

#### **III.3.1. Calcul des contraintes et déformations dans les engrenages :**

La conception d'un engrenage comprend des calculs mathématiques, l'aspect géométrique, la détérioration, les matériaux, la fabrication et la vérification. Parmi tous ces paramètres, il est essentiel de connaître les contraintes se trouvant dans la dent d'engrenage pour prévenir les risques de rupture. Par conséquent, plusieurs méthodes théoriques et expérimentales ont été développées afin de déterminer ces contraintes.

Ali Raad Hassan a fait en 2009 une analyse des contraintes de contact entre deux pignons à denture droite en prenant en compte les différentes positions du contact, représentant une paire d'engrenages pendant la rotation. Un programme a été mis au point pour tracer une paire de dents en contact. Ce programme a été exécuté pour chaque 3° de la rotation du pignon, de la première position de contact à la dernière position pour 10 cas. Chaque cas a été représenté par une position de la séquence de contact entre ces deux dents. Le programme donne des résultats graphiques pour les profils de ces dents dans chaque position et l'emplacement de contact lors de la rotation. Des modèles éléments finis ont été faits pour ces cas, et l'analyse des contraintes a été faite pour 10 positions de contact sélectionnées. [III.8].



**Figure III.7:** Courbe de contrainte de Von Mises maximale pour les cas de contact sélectionnés pendant la rotation du pignon .

Les résultats montrent une forte valeur de pression au début du contact, puis elle commence à diminuer jusqu'à ce que la zone de contact s'effectue sur une seule dent, Là, la pression augmente jusqu'au maximum. Juste après avoir dépassé cette zone de contact d'une seule dent la pression commence à diminuer. A la fin du contact, la contrainte augmente soudainement jusqu'à atteindre la valeur maximal, à ce stade un glissement a eu lieu.



### III.3.2. La méthode des éléments finis et la modélisation de l'engrenage :

Depuis 1980, l'orientation des travaux de recherche a surtout été dirigée vers l'application des méthodes numériques: Eléments Finis, Équations Intégrales, Méthode des Potentiels Complexes, Bandes Finies.

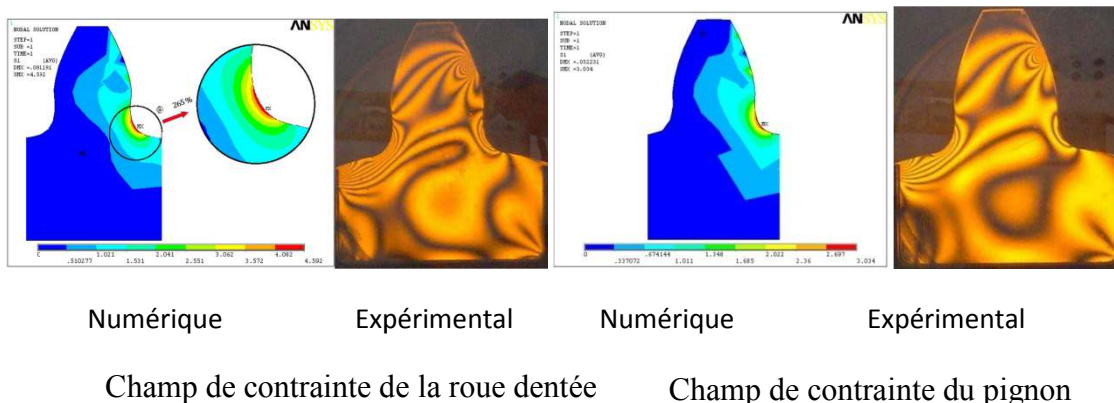
La Méthode des éléments finis est une méthode facile à appliquer, elle permet d'étudier et de modéliser l'engrenage de façon plus globale. En effet avec cette méthode, il est possible de tenir compte de plusieurs paramètres comme le nombre de dents sur l'engrenage, l'épaisseur de la jante, etc,... [III.9].

Parmi les récentes études qui ont été élaborées afin d'améliorer les engrenages en étudiant les champs de contraintes des dents, on peut citer les suivantes :

Konstandinos G. Raptis a utilisé quatre échantillons d'engrenages qui ont un nombre de 15, 18, 22 et 28 dents, respectivement, en faisant des combinaisons pour différents cas d'engrènement, quatre cas ont été étudiés en variant le nombre de dents de la roue et du pignon pour chaque cas.

L'étude a été faite principalement sur l'analyse de la contrainte maximale au pied de la dent lorsque les pignons d'engrenage sont chargés à leur point de contact le plus défavorable en utilisant deux méthodes de calcul, la méthode des éléments finis (FEM), et la photoélasticité pour l'étude expérimentale du champ de contraintes.

La figure (III.8) représente les contraintes pour une combinaison correspondant au nombre de dent 15/18 relevées expérimentalement et celles simulées numériquement à l'aide du logiciel ANSYS. [III.10].

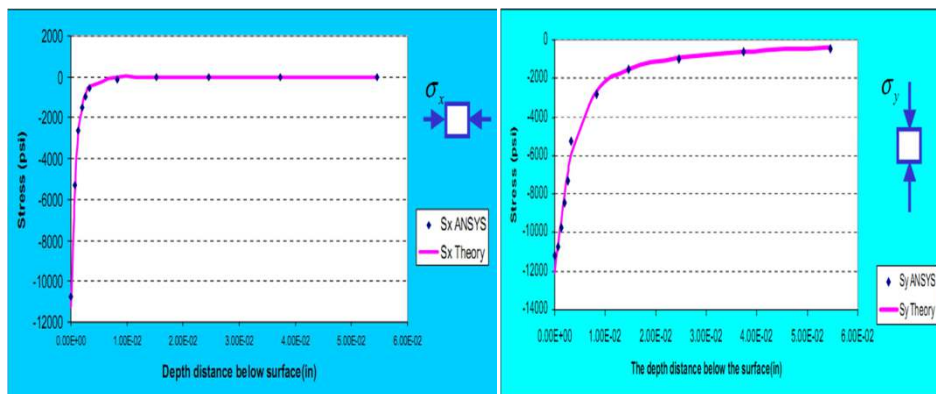


**Figure. III.8 :** Résultats expérimentaux et numériques pour les champs de contraintes sur la roue dentée et le pignon pour une combinaison 15/18.

Dans cette étude, les résultats des expériences sur la photoélasticimétrie, qui est une méthode largement appliquée pour l'analyse des contraintes dans les engrenages, ont été comparés aux résultats de la méthode des éléments finis. Ces résultats ont montré que l'écart entre ces deux méthodes est minimal, mais dès que le nombre de dents dans les engrenages augmente cet écart devient de plus en plus important.

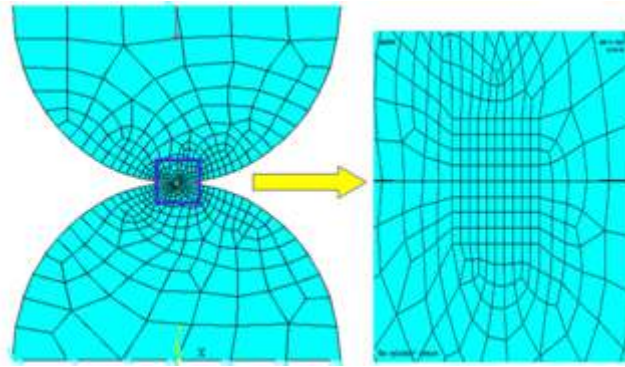
Zeping Wei a développé un modèle numérique où il a analysé la contrainte de contact entre deux cylindres, l'objectif de cette analyse a été de mieux comprendre les difficultés de modélisation, d'examiner les contraintes de contact dans les engrenages. [III..11].

En validant par la théorie de Hertz la méthode des éléments finis, faisant entrer des techniques particulières telle que la technique d'application de la charge progressive, On peut voir que les résultats FEM sont essentiellement identiques à la solution théorique pour les deux contraintes  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$ , et que la superposition de leurs graphes est acceptable.



**Figure III.9:** Superposition des graphes analytiques et numériques.

Afin de réduire le temps de calcul, deux demi-cylindres seulement ont été maillés dans le modèle.



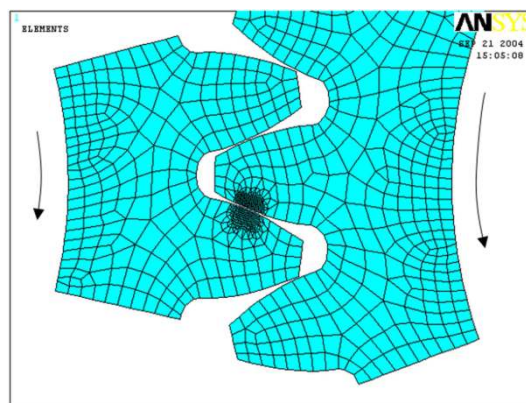
**Figure III.10:** Deux cylindres en contact avec maillage quadratique.

Les conditions de contact sont sensibles à la géométrie des surfaces en contact, ce qui signifie que le maillage éléments finis à proximité de la zone de contact doit être hautement raffiné.

Suite à cette étude, une analyse de la contrainte due au contact dans l'engrenage a été faite en utilisant le logiciel de calcul par élément finis ANSYS en deux dimensions, en utilisant les conditions suivantes:

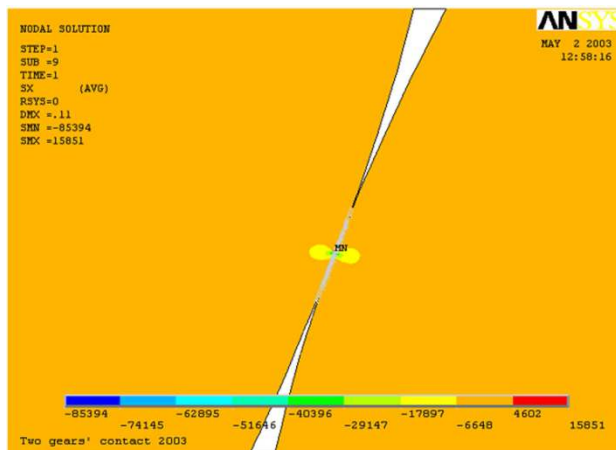
- Il n'existe pas de glissement dans la zone du contact entre les deux corps,
- La surface du contact est continue et lisse.

La définition des paramètres géométriques a été donnée et ensuite plusieurs points du profil en développante de l'engrenage-pignon ont été calculés pour tracer le profil de l'engrenage.



**Figure. III.11:** Maillage raffiné au voisinage du contact.

Avec les conditions utilisées sur le contact des engrenages. La contrainte de contact normale le long de la zone du contact a été représentée dans la figure (III.12).



**Figure III.12:** La contrainte du contact le long de la zone du contact .

# **Chapitre IV : Choix d'un exemple pratique et application d'une simulation numérique**

## **IV.1. Introduction :**

En pratique, un contact est présent dans de nombreuses applications engendrant deux corps mécaniquement liés entre eux.

Généralement la concentration de contrainte dans la zone de contact est source de rupture et fatigue des matériaux constituant les pièces. C'est pourquoi un compromis se pose pour la répartition des charges dans la zone de contact.

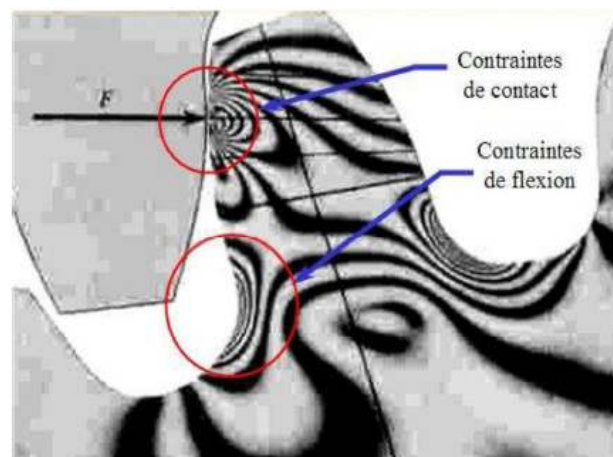
Pour mieux concevoir et réaliser des pièces mécaniques, nous nous sommes intéressés dans notre étude à une étude numérique d'un problème précis. Nous allons utiliser le logiciel Matlab.

Notre cas concerne le contact engendré dans les engrenages droits.

## **IV.2. Contact dans les engrenages :**

Les problèmes mécaniques rencontrés en générale pour les engrenages sont en particulier dus à deux causes principales à savoir une pression de contact élevée entre les dents ou une fissuration au niveau du pied de la dent apparaît. Celle-ci est provoquée par une fatigue résultante d'une flexion.

La figure IV.1 montre une étude expérimentale qui définit les défauts dans un engrenage obtenu par photoélastometrie ; une technique qui utilise la lumière pour montrer le champ de contraintes dans une dent.



**Figure IV.1** : distribution de contraintes dans la dent engrenage droit [IV.1]

On voit clairement sur la figure IV.1, les deux types de sollicitations appliquées dans la zone de contact et au niveau du pied.

En général et pour des raisons de cinématique, la zone d'engrènement est définie par une développante de cercle.

### **IV.3. Notion de Fatigue :**

Le comportement mécanique des engrenages est influencé par les interactions entre le chargement et les propriétés des surfaces. Les contacts roulants ou glissants sont particulièrement exposés à la fatigue de contact et aux dommages structurels qui en résultent.

Plusieurs variables peuvent être utilisées pour décrire le dommage par fatigue :

- Variables liées aux sollicitations,
- Caractéristiques mécaniques et cycliques,
- Paramètres traduisant les conditions de fonctionnement du composant mécanique.

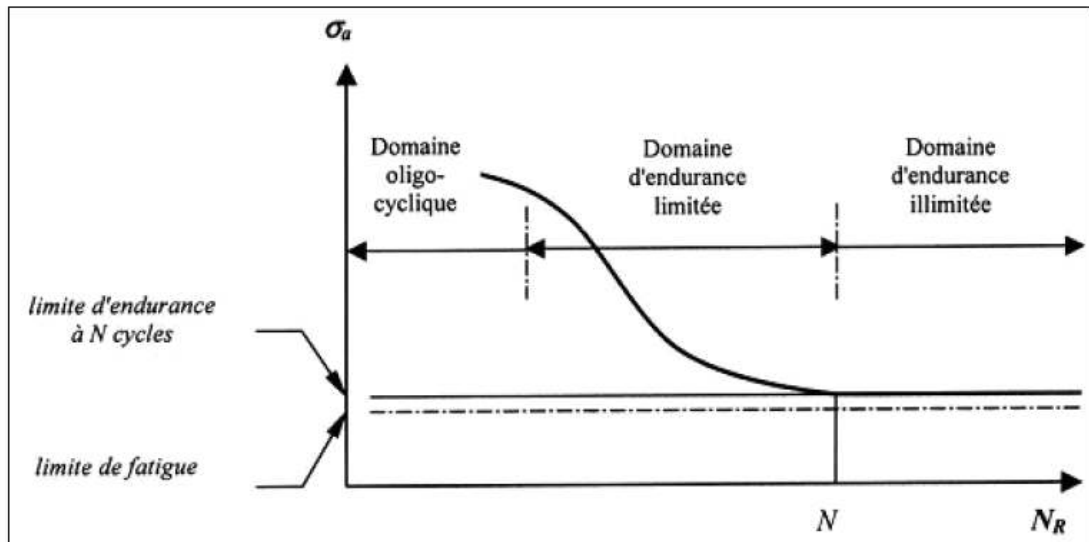
Le processus de fatigue de contact complet peut être divisé en plusieurs étapes.

On distingue alors par ordre.

- Nucléation de microfissure,
- Progression de fissures courtes,
- Progression de fissures longues,
- Rupture finale.

Dans le cas des éléments mécaniques comme les engrenages, les deux premières étapes sont fréquemment regroupées sous le terme d'initiation de fissure tandis que la progression de fissures longues est appelée propagation de fissure.

Les travaux de Wöhler de 1860 ont permis de relier le phénomène de fatigue et la notion de durée de vie aux amplitudes et cycles de contraintes. L'auteur dans ces travaux s'est intéressé au problème de tenue en service des axes sollicités en flexion rotative et fut le premier à relier la durée de vie à la contrainte appliquée.

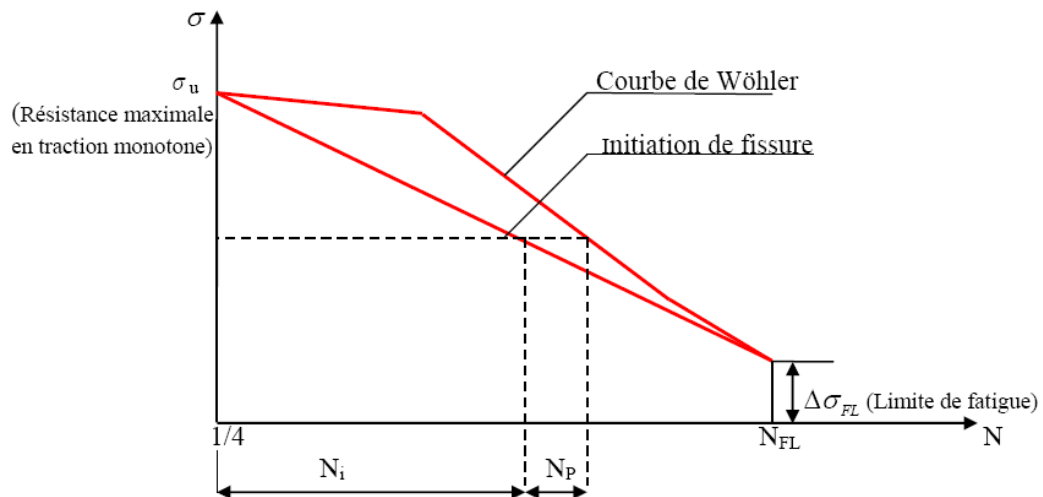


**Figure IV.2 :** Courbe de Wöhler

Sur la courbe de Wöhler classique, on distingue généralement trois domaines:

- Un domaine de fatigue oligocyclique, sous forte contrainte où la rupture survient après un très petit nombre d'alternances et est précédée par une déformation plastique notable.
- Un domaine d'endurance limitée correspondant à un nombre de cycles qui croit quand la contrainte décroît.
- Un domaine d'endurance illimitée (zone de sécurité), sous faible contrainte, pour laquelle la rupture ne se produit pas avant un nombre de cycles donné supérieur à la durée de vie envisagée pour la pièce.

La durée de vie totale d'un élément mécanique liée à la fatigue de chargement peut être divisée approximativement en la période requise pour l'initiation de fissures et la période de sa propagation jusqu'à la surface. Par conséquent, dans le cas particulier de la fatigue de contact, le nombre de cycles nécessaires à l'apparition de pitting peut être déterminé à partir du nombre de cycles nécessaires à l'apparition de la fissure initiale dans le matériau  $N_i$  et le nombre de cycle requis pour qu'une fissure se propage à partir de la longueur initiale à la longueur critique de fissure  $N_p$ . [IV.2].



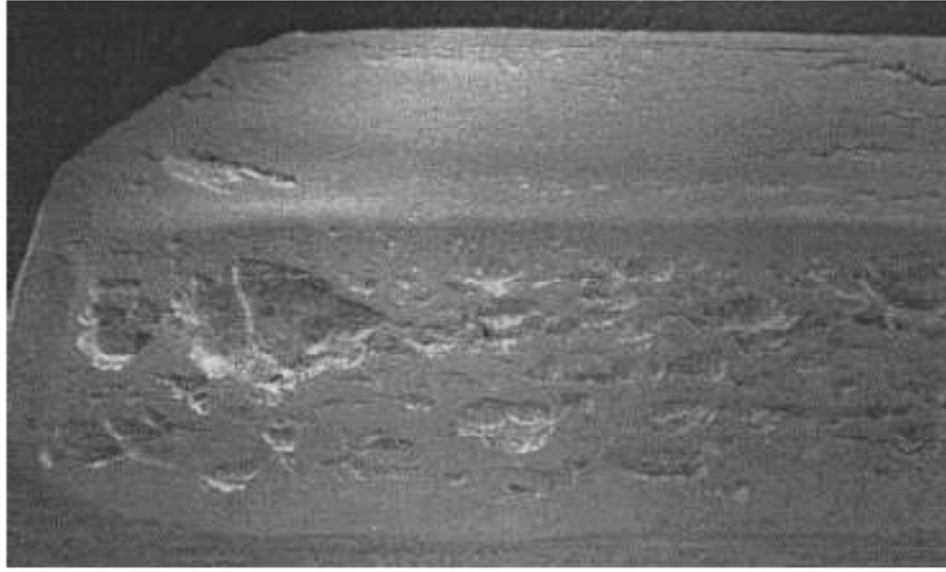
**Figure IV .3 :** Représentation schématique de la durée de vie des éléments mécaniques

Les engrenages portent un intérêt spécifique du moment qu'ils sont sollicités à des efforts engendrant une fatigue à des nombres cycliques élevés. La courbe de la figure IV.3 représente l'évolution de la contrainte en fonction du nombre de cycle sur une pièce mécanique soumise à un effort permanent cyclique. On note bien que la contrainte maximale diminue graduellement et d'une manière monotone dans la phase avant l'initialisation de la fissure puis la pente est plus importante dans un délai court ou il y'a propagation jusqu'à la limite de fatigue.

#### **IV.4. Fatigue de contact dans une denture droite :**

Les composants mécaniques soumis à des sollicitations de contact répétées, comme les engrenages par exemple, sont sensibles à l'endommagement par fatigue de contact avec, en particulier, l'apparition de piqures (pitting) qui est un mode de défaillance classique qui se caractérisant par l'apparition d'écailles (trous) sur les surfaces de contact





**Figure IV.4 :** Piqures sur denture d'engrenage

Au cours de l'engrènement, le pitting se propage et peut finir par occuper une partie importante de la surface de contact :

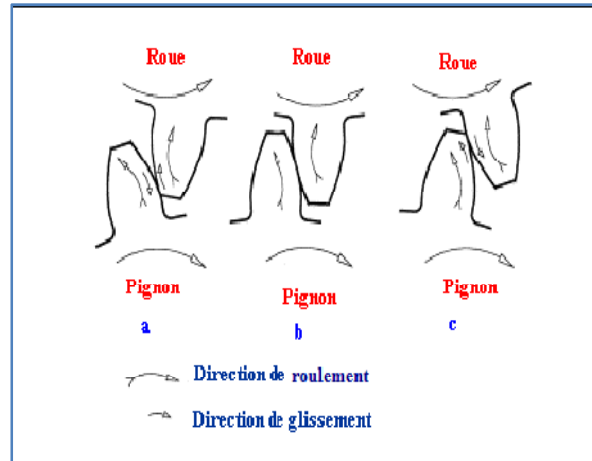


**Figure IV.5 :** Progression du pitting dans une denture d'engrenage [IV.3]

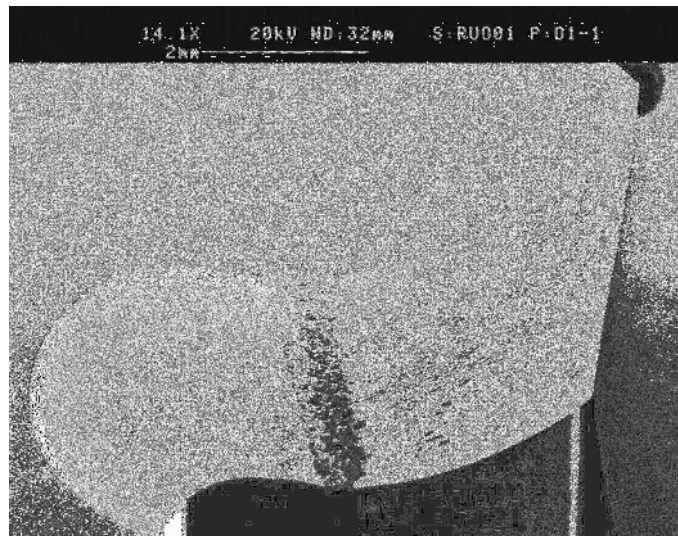
Dans la figure IV.5, nous avons présenté l'évolution de l'écaillage de denture engrenages droit pour un nombre d'heures de fonctionnement. Les photos de gauche à droite montrent la progression de l'écaillage respectivement pour 48.5h, 240.5h et 402.5h de fonctionnement. En effet on a 6.3% de la surface de contact de la dent qui est écaillée à la première période et va jusqu'à 27.8% en deuxième période pour terminer à la fin avec 41.7%.

Les dentures des engrenages sont soumises à des combinaisons complexes de roulement et de glissement qui évoluent au long du profil. Sur la saillie de la denture (partie haute de la figure), les directions du roulement et du glissement sont les mêmes (positifs).

Par contre, au voisinage du creux de la denture, la direction du glissement (négatif) est opposée à celle du roulement. Il a été noté que la fatigue de contact par pitting apparaît de manière privilégiée dans les creux de dents. [IV.4]



**Figure IV.6:** Cinématique du contact entre dents



**Figure IV.7:** Zone d'apparition de Pitting

Les dommages par fatigue de contact se produisent généralement vers le creux de dent des mobiles les plus petits (pignons) suite au nombre plus élevé de cycles de chargement auxquels ils sont soumis.

Afin d'éviter une défaillance prématurée dans de tels cas, le pignon est fréquemment plus dur que les autres engrenages. Le processus de fatigue de contact conduisant au pitting est complexe et dépend de nombreux paramètres comme :

- les conditions de lubrification,
- les propriétés du matériau,
- les rugosités de surface et le degré d'interaction entre aspérités,
- les contraintes résiduelles et le frottement.

La plupart des méthodes prédictives utilisées dans le cas des engrenages sont basées sur des résultats empiriques qui sont regroupés dans les procédures standardisés, ISO 6336, DIN 3990, ANSI/AGMA.

Ces approches demeurent toutefois dépendantes des conditions d'essais, des matériaux, des lubrifiants etc... et ne permettent pas toujours d'extrapoler les résultats obtenus pour un engrenage à d'autres géométries proches. D'un point de vue scientifique, l'estimation de durée de vie totale dans le cas de fatigue de contact doit intégrer les deux phases d'initiation et de propagation de fissure.

#### **IV.5. Analyse de la contrainte du contact d'engrenage :**

Le transfert de la puissance entre les engrenages s'effectue au contact agissant entre les dents. Les contraintes au point de contact sont calculées à l'aide de la théorie d'Hertz.

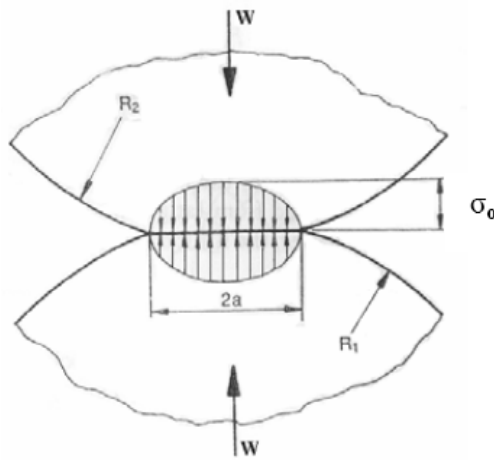
La théorie fournit des formules mathématiques de contraintes et la déformation des corps à profil courbés en contact.

Pour notre étude, et pour être conforme avec notre recherche bibliographique, nous avons opté pour les caractéristiques suivantes :

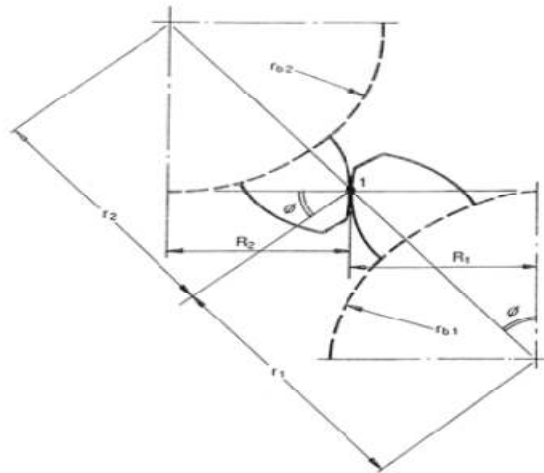
<b>Description</b>	<b>Spécifications</b>
Nombre de dents (Z)	20
Module (m)	10 mm
Diamètre primitif (Dp)	200 mm
Largeur de la Dent (b)	50 mm
Angle de Pression ( $\alpha$ )	20°
Saille (ha)	10 mm
Creux (hf)	1.157 *m
Module d'élasticité	2E+05
Coefficient de poisson	0.3

**Tableau IV .1 :** Hypothèses

La figure IV.8 et IV.9 représentent un modèle appliqué aux engrenages de deux cylindres parallèles en contact.



**Figure IV.8 :** Contact de deux Cylindres



**Figure IV.9 :** Contact de dents

Ainsi, la distance déformée (a) est :

$$a = 2 \sqrt{\frac{w(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2}{F\pi(1/R_1 + 1/R_2)}} \quad (4.1)$$

#### **IV.5.1 Contrainte dans la zone de contact :**

Conformément à la théorie d'Hertz, il assume alors une distribution elliptique de la contrainte dans la zone de contacte.

Cette dernière est considérée comme maximale au centre donné par l'expression suivante :

$$\alpha_0 = \sqrt{\frac{w(1/R_1 + 1/R_2)}{F\pi [(1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2]}} \quad (4.2)$$

Avec :

W = charge appliquée

F = largeur de la dent

$\nu_1$  et  $\nu_2$  = coefficients de poisson respectivement pour le pignon et la roue

E1 et E2 = modules d'élasticités respectives du pignon et de la roue

R1 et R2 = rayons respectives du point de contact du pignon et de la roue

On considère que les dents du pignon et la roue se rencontrent au point de contact conformément à la figure IV.10.

Les rayons équivalents se calculent par les expressions suivantes :

$$R1 = r_{p1} \cdot \sin \phi \quad \text{et} \quad R2 = r_{p2} \cdot \sin \phi$$

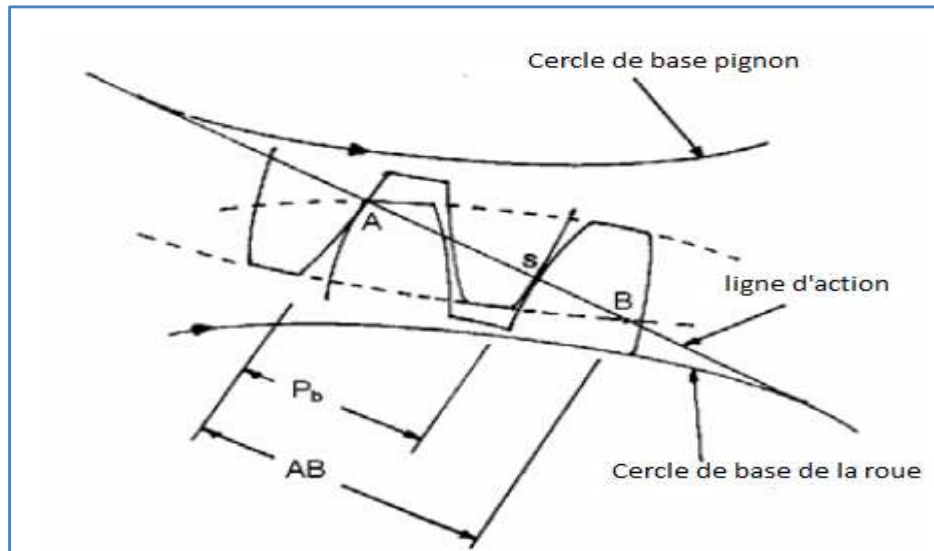
Avec :

$r_{p1}$  et  $r_{p2}$  : rayons préemptifs respectives du pignon et la roue

$\phi$  : angle de pression

L'équation (4-2) s'écrit alors :

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{w(1 + r_{p1}/r_{p2})}{r_{p1}F\pi[1 - \nu_1^2/E_1 + 1 - \nu_2^2/E_2]\sin\phi}} \quad (4.3)$$



**Figure IV.10 :** Action des dents d'engrenage

La figure IV.10 montre que le début du contact se réalise avec le pignon d'entraînement à gauche au point A, alors que les deux dents sont en contact au point S.

Le point A représente le point le plus haut du contact sur le front de la dent quand le diamètre extérieur traverse la ligne d'action et se termine quand le diamètre extérieur traverse la ligne d'action au point de rencontre B qui définit le point le plus bas de contact sur le front.

Le segment  $\overline{AB}$  représente la longueur de la ligne de contact qui est donnée par :

$$s_A = -r_{b1} \tan \phi_{op} + \sqrt{(r_{a1})^2 - (r_{b1})^2}$$

$$s_B = -r_{b2} \tan \phi_{op} + \sqrt{(r_{a2})^2 - (r_{b2})^2}$$

$$AB = S_A - S_B \quad (4.4)$$

Après :

$$\overline{AB} = \sqrt{(r_{a1})^2 + (r_{b1})^2} + \sqrt{(r_{a2})^2 + (r_{b2})^2} - (r_{p1} + r_{p2}) \tan \phi_{op} \quad (4.5)$$

### **IV.5.2 Rapport de contact :**

Un rapport de contact est défini pour caractériser l'entraînement et l'action de la paire de roue l'une contre l'autre. Il représente le nombre moyen de dents en contact au même temps. Le rapport de contact  $C_R$  est donnée par :

$$C_R = \frac{1}{P_b} [\sqrt{(r_{a1})^2 + (r_{b1})^2} + \sqrt{(r_{a2})^2 + (r_{b2})^2} - (r_{b1} + r_{b2}) \tan \phi_{op}] \quad (4.6)$$

$$\cos(\phi_{op}) = \frac{r_{b1} + r_{b2}}{C} \quad (4.7)$$

Avec :

$r_{a1}$  et  $r_{a2}$  : rayon de tête respective du pignon et de la roue

$r_{b1}$  et  $r_{b2}$  : rayon de fond respective du pignon et de la roue

$P_b$  : pas de la denture

$\phi_{op}$  : angle de pression agissant sur la dent

$C$  : entraxe

### **IV.5.3 Angle de contact :**

L'angle correspondant à l'arc d'action ou se trouve la ligne de contact. Celle-ci peut être déterminée par le calcul de l'angle d'approche et l'angle de récréation sous l'expression ci-dessous :

$$\phi_c = \phi_{App} + \phi_{Rec} \quad (4.8)$$

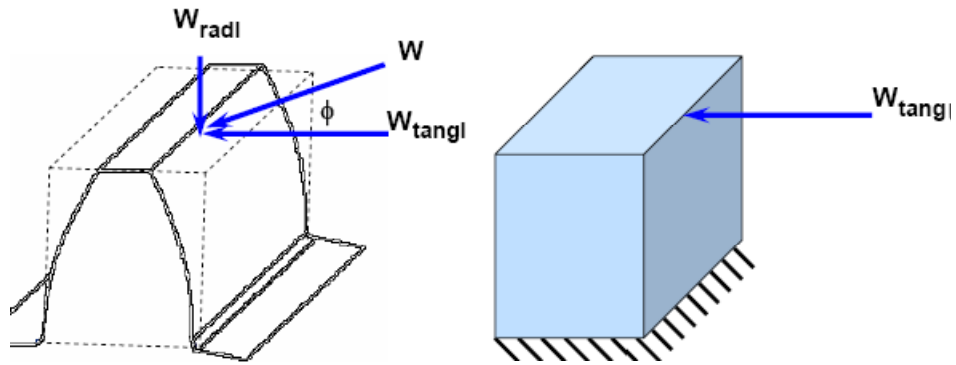
Ou :

$$\phi_{App} = \frac{-S_A}{r_{b1}}$$

$$\phi_{Rec} = \frac{S_B}{r_{b1}}$$

### **IV.5.4 Contrainte de flexion :**

La méthode classique d'estimation des contraintes de flexion dans une dent d'engrenage est l'équation de Lewis. Elle modélise une dent d'engrenage prise à pleine charge de son extrémité comme une simple poutre prise en porte à faux.



**Figure IV.11 :** Modélisation d'une dent en flexion

L'expression de la contrainte s'écrit comme suit :

$$\sigma_t = \frac{W_t P_d}{FY} \quad (4.9)$$

Ou ;

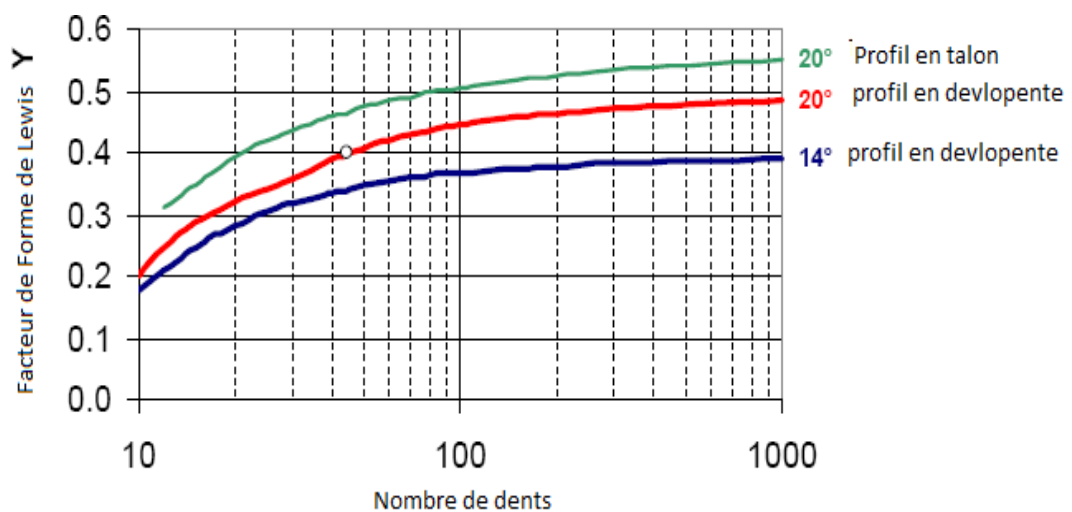
$W_t$ : : charge tangentielle

$P_d$  : pas

F : largeur de dent

Y : facteur de forme (facteur de Lewis)

Le facteur de forme, Y, est une fonction du nombre de dents, de l'angle pression et la profondeur développante de l'engrenage.



**Figure IV.12 :** Abaques pour la détermination du facteur de forme de Lewis



Puisque une augmentation de la contrainte due à l'impact du premier contact a lieu avec l'augmentation de la vitesse d'entraînement, l'expression est réécrite en introduisant un facteur de correction dit de Barth qui augmente la contrainte de flexion de Lewis de la manière suivante :

$$\sigma_t = \frac{w_t P_d (1200 + V)}{F Y \frac{1200}{1200}} \quad (4.10)$$

Avec :

$$V = \pi D_p N$$

$$P_d = \frac{Z}{D_p}$$

$$W_t = \frac{2 \cdot T}{D_p}$$

$$T = \frac{P}{\omega}$$

$N$  : nombre de tour (tr/min)

$Z$  : nombre de dent

$P_d$  : pas de dents

$P$  : puissance motrice en Watt

$T$  : couple N.m

$\omega$  : pulsation rd/s

Toutefois il existe aussi d'autres facteurs d'influence qui peuvent être considérés pour affiner le calcul.

Pour l'expression AGMA, on a :

$$\sigma_t = \frac{w_t P_d}{F Y_j} \frac{K_a K_s K_m K_B}{K_v} \quad (4.11)$$

Avec :

$K_a$  : facteur d'application (inclue la pulsation et le choc d'entraînement)

$K_s$  : facteur de dimension qui pénalise des dents larges ou épaisses

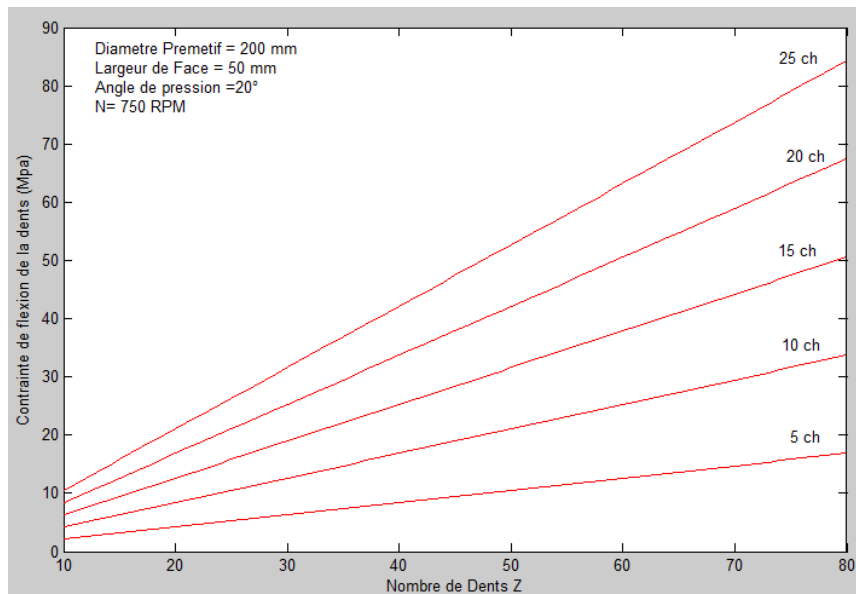
$K_m$  : facteur de distribution de charge (fonction de la surface d'application)

$K_B$  : facteur d'épaisseur de la gante qui pénalise la flexibilité

$K_v$  : facteur dynamique facteur de vitesse qui prend la qualité d'engrènement

$Y_j$  : facteur de forme de Lewis (inclue la concentration de la contrainte)

Après application, on obtient des courbes pour différentes valeurs de la puissance ou, en d'autre terme, en fonction de la force tangentielle d'application.



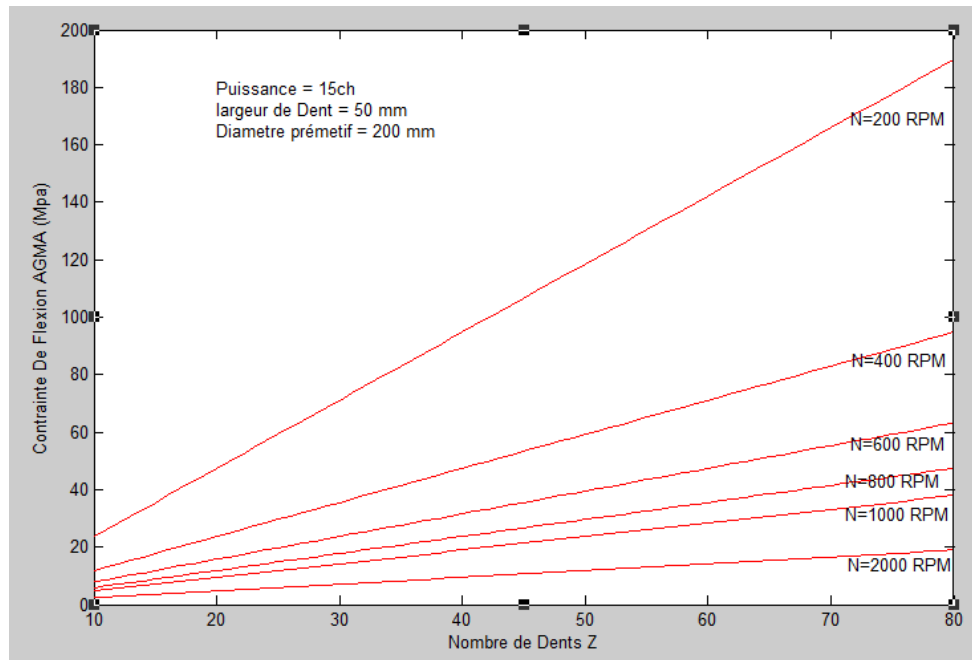
**Figure IV.13 :** Evolution de la contrainte en fonction du nombre de dent

La figure IV.13 illustre l'évolution de la contrainte de flexion en fonction du nombre de dents pour un diamètre fixé et en régime de rotation N donné.

On constate que la contrainte augmente avec l'augmentation du nombre de dent pour une puissance choisie. Cela est attendu du moment que le module est inversement proportionnelle au nombre de dent.

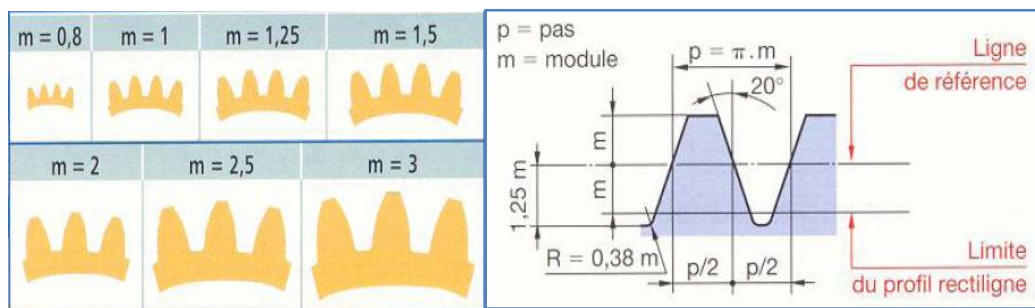
Cependant à Z fixé, la contrainte de flexion à la base de la dent augmente avec l'augmentation de la puissance de transmission car en effet la force tangentielle est proportionnelle au couple appliqué sur la roue.

Similairement au cas précédent, nous avons étudié les même conditions mais en gardant la puissance fixe et en régime variable. On note que la contrainte de flexion diminue avec l'augmentation du régime du fait qu'à puissance donnée, si le régime augmente le couple diminue, ce qui se résulte en une force tangentielle moins importante.



**Figure IV.14 :** Evolution de la contrainte en fonction du nombre de dent  
 Puissance fixée

Pour la prochaine étape nous allons nous intéresser à l'évolution de la contrainte de flexion de la dent d'engrenage droit qui se présente avec les modules normalisés décrit ci-dessous. Une valeur du module importante définit une dent épaisse et plus grande sera prise en considération dans la figure IV.15.

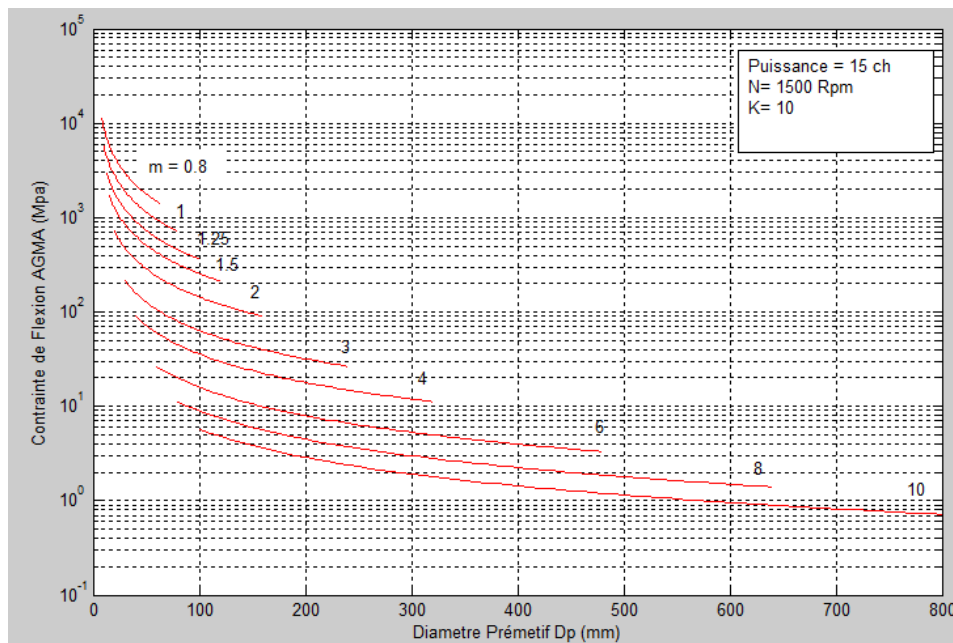


**Figure IV.15 :** Construction géométrique d'une dent droite en fonction du module

Le diamètre primitif est directement proportionnel aux nombres de dents. Il caractérise la valeur théorique sur laquelle les calculs de conception sont établis pour une transmission réalisé entre pignon et roue.

La figure suivante montre l'évolution de la contrainte de flexion pour différents modules normalisés d'engrenage à puissance fixée et régime donné.

On note que nous avons considéré un coefficient de largeur de dent pris au max  $K=10$ .



**Figure IV.16 :** Evolution de la contrainte en fonction du diamètre primitif différents modules

On constate que pour un module choisi, la contrainte diminue en fonction du diamètre primitif de la roue ou en d'autres termes avec l'augmentation du nombre de dent. La force tangentielle dans ce cas est inversement proportionnelle au diamètre.

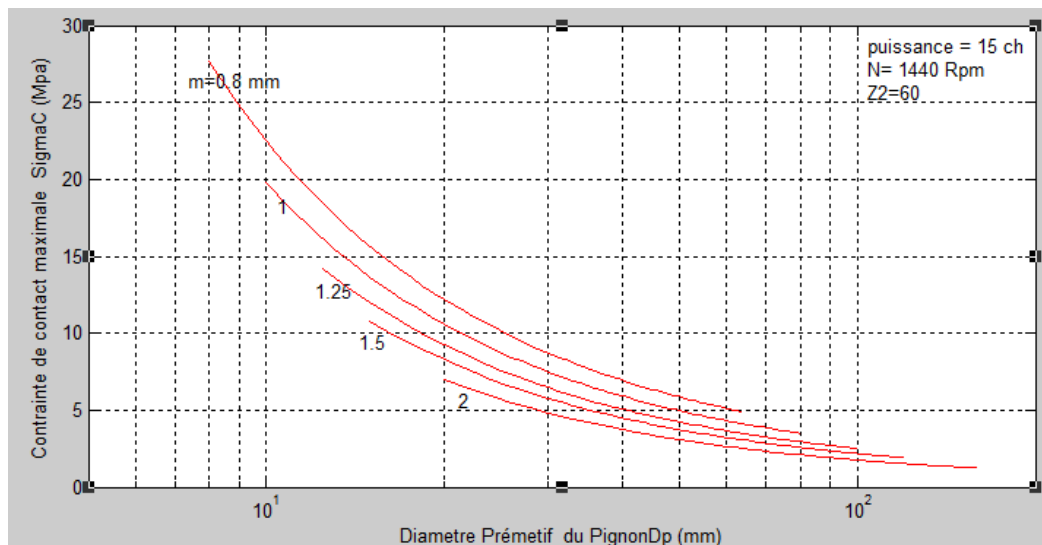
Toutefois l'accroissement de la valeur du module se caractérise par une largeur de dent plus importante, un diamètre plus élevé et un pas relatif plus petit ce qui diminue la valeur de contrainte de flexion à la base de la dent.

D'autre part, on note que les faibles modules seront ceux qui donneront ou réaliseront des engrenages de petites tailles en terme de diamètre de roue. Alors que les grandes roues seront sollicitées pour un choix de modules plus grands indépendamment du régime et de la puissance de transmission.

En effet, le module de l'engrenage est le quotient de pas qui est exprimé en mm, il déterminera les grandeurs de dimensions de la dent relative à l'effort qui sera appliqué sur le flanc et la résistance pratique du matériau constituant l'engrenage en question. Plus la

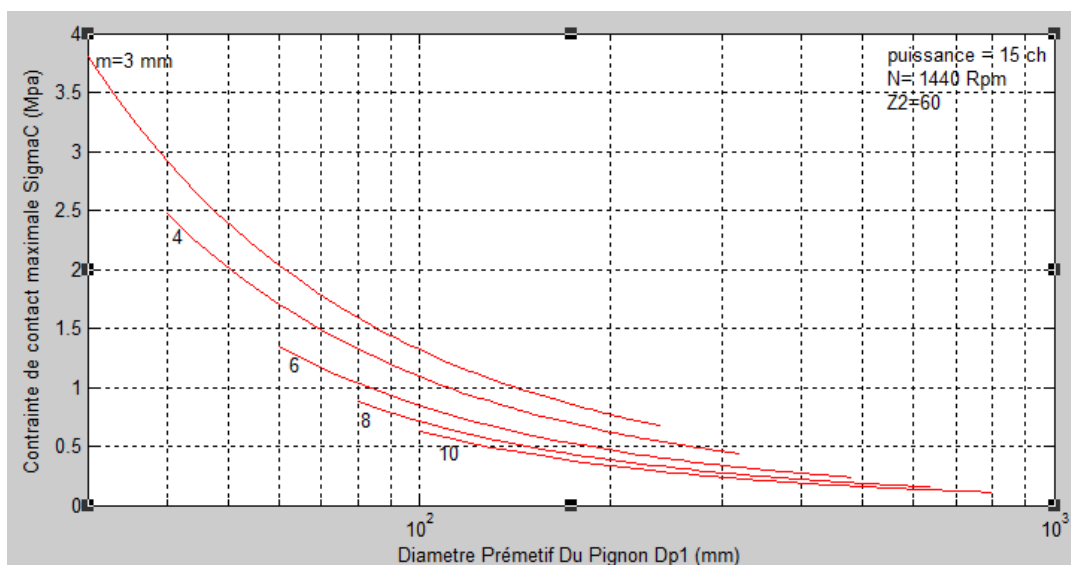
résistance pratique du matériau est grande moins est la valeur du module a utilisé pour un même effort appliqué sur le flanc.

Dans les figures suivantes nous avons représenté l'évolution de la contrainte maximale de contact en fonction du diamètre préemptif du pignon d'un engrenage avec une roue ayant un nombre de dent  $Z_2=60$ .



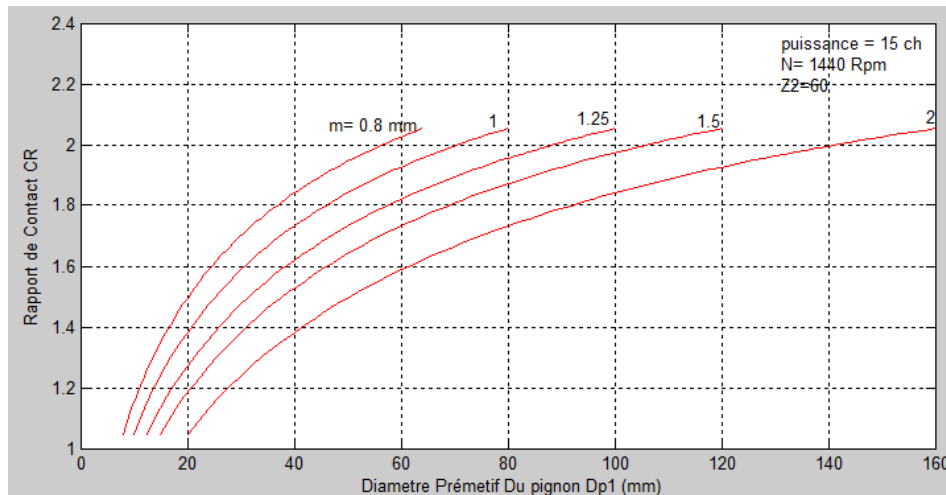
**Figure IV.17a :** Evolution de la contrainte maximal de contact en fonction du diamètre primitif du pignon différent modules

Le calcul a été réalisé pour une puissance donnée et même régime de rotation mais à différents modules. Pour mieux représenter cette évolution, nous avons séparé entre les petits modules  $m = [0.8-2]$  et les grands  $m = [3-10]$ .



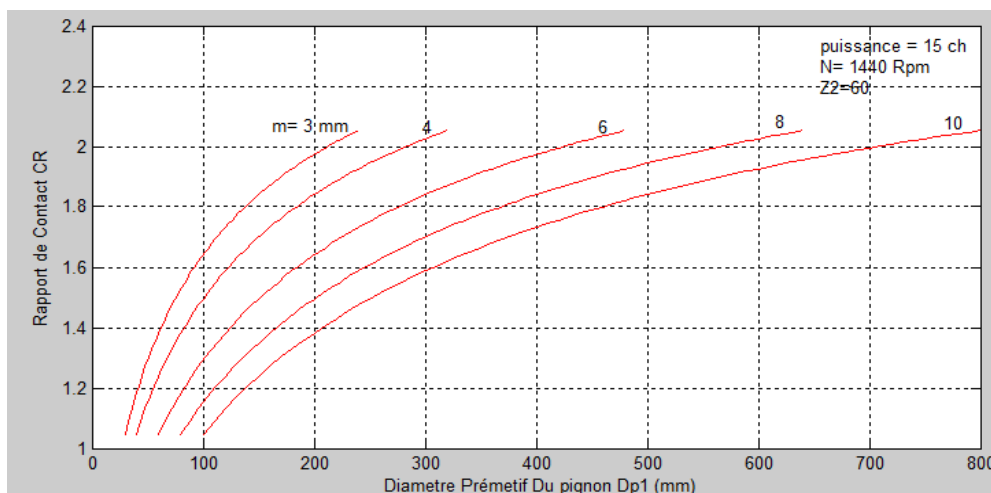
**Figure IV.17b :** Evolution de la contrainte maximal de contact en fonction du diamètre primitif du pignon différent modules

On constate, à un module donné la contrainte de contact maximale diminue avec l'augmentation du diamètre de la roue menée. A diamètre fixée la contrainte maximale et moins importante si le module de la denture d'engrènement augmente. En effet, la force normale au flanc diminue pour un module fixée par contre sa largeur augmente si le module est plus important. Ce qui explique se comportement dans l'évolution précédente. D'autre part si la puissance est plus importante, la force normale au flanc sera plus grande et engendrera une contrainte au contact plus importante.



**Figure IV.18a :** Evolution du rapport de contact en fonction du diamètre primitif du pignon à différents modules

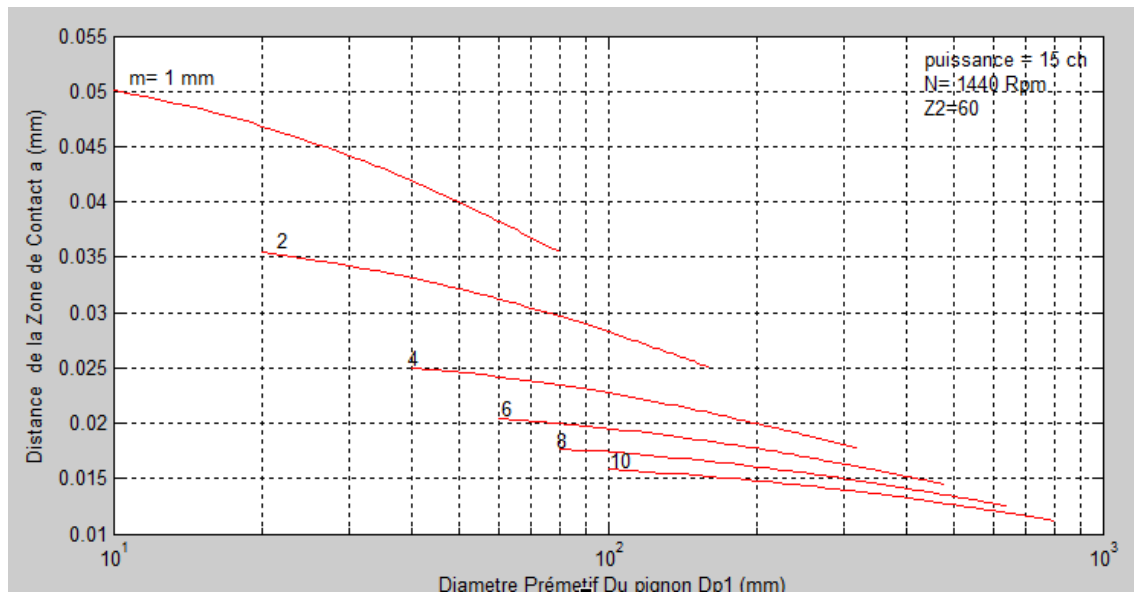
Similairement aux conditions précédentes, nous avons représenté aussi l'évolution du rapport de contact en fonction du diamètre primitif du pignon dans les figures IV.18a et IV.18b pour différents modules d'engrènement.



**Figure IV.18b :** Evolution du rapport de contact en fonction du diamètre primitif du pignon à différents modules

On constate, que le rapport de contact augmente en fonction du diamètre primitif indépendamment du module choisi. Sa valeur est incluse dans l'intervalle  $1 \leq CR \leq 2$ . On note que pour un engrenage droit un bon engrènement est obtenu pour une valeur CR comprise entre [1.4 -1.6]. Un rapport de CR=1 signifie qu'une dent est au contact et quelle prend toute la charge. Alors que pour CR=1.6, il y a deux paires de dents qui se partagent la charge en même temps ; une dent prend les 60% tandis que l'autre reçoit les 40% restants.

De la même manière, nous avons aussi représenté la zone de contact en fonction du diamètre primitif et du module d'engrènement dans la figure ci-dessous.



**Figure IV.19 :** Evolution de la zone de contact en fonction du diamètre primitif du pignon à différents modules

En effet, on note que la valeur de la distance de la zone d'effet du contact d'engrenage sur le flanc au point de pression diminue avec l'augmentation du diamètre primitif et du module de la denture.

En réalité, la zone est plus grande pour des faibles diamètres à un module donné du fait qu'à une puissance constante, la force normale agissant sur le flanc de la denture de part et d'autre de la paire de dent est plus importante.

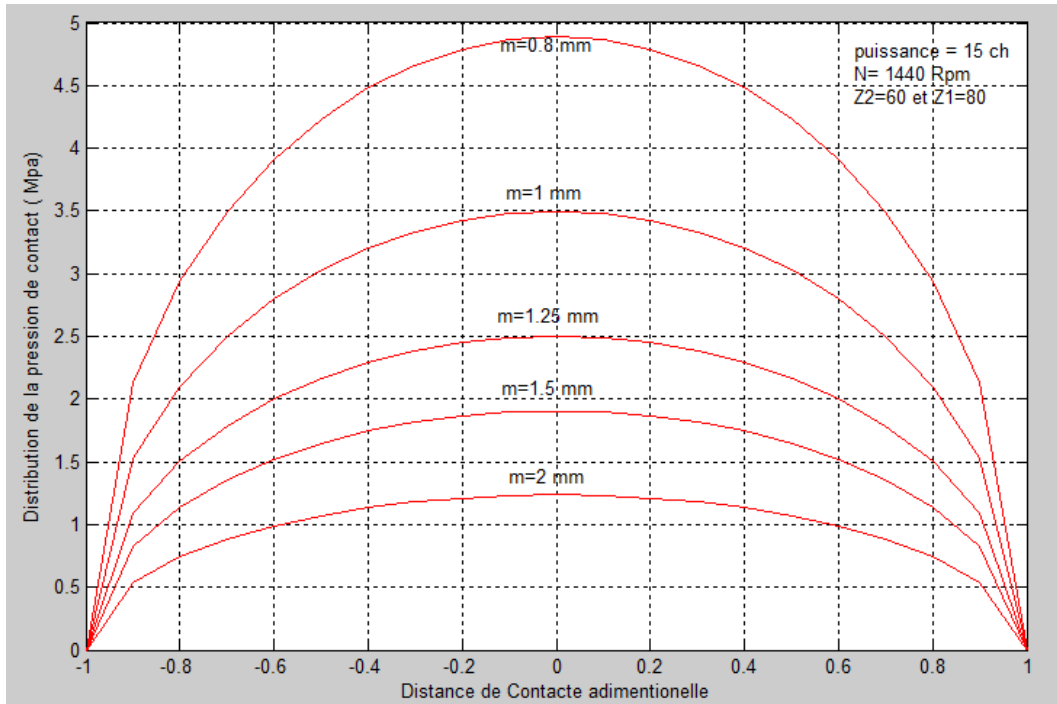
Cependant, si le module est plus grand, la distance de la zone de contacte représentant l'effet de pression sur la surface et diminue au fur et à mesure que le module augmente. Dans cette situation, on rappelle que la largeur et la taille de la dent est grande.

### IV.5.5 Champ de pression de contact et de Contrainte

La répartition de pression superficielle dans la zone de contact est exprimée comme suit selon la théorie d'Hertz :

$$\sigma(x) = \frac{2W}{\pi ab} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a}\right)} \quad (4.12)$$

La figure IV.20 illustre la distribution de pression de contact bidimensionnelle dans la zone de contact défini dans l'intervalle relatif [-1,1] de grandeur 2a.



**Figure IV.20 :** Evolution du champ de pression de contact a différents modules

Nous constatons pour l'engrenage réalisé pour l'exemple de rapport de dents pignon et roue de 60/80, la pression maximale est toujours au centre dans la zone d'application de la force normale. La contrainte est maximale en ce point et va en profondeur sur la normale de la face d'autant que le module est faible.

### IV.5.6 Déformation Local

La déformation locale au niveau du contact peut être évaluée à l'aide de la formule d'Hertz et est établie pour deux cylindres en contact.

$$\delta = \frac{2}{\pi E} (1 - \nu^2) \frac{W}{b} \left[ 1.207 - \text{Ln} \frac{E}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} - \text{Ln} \frac{W}{b} \right] \quad (4.13)$$



Avec:

$\delta$  : déplacement relatifs en mm

$W$  : effort Normal en N

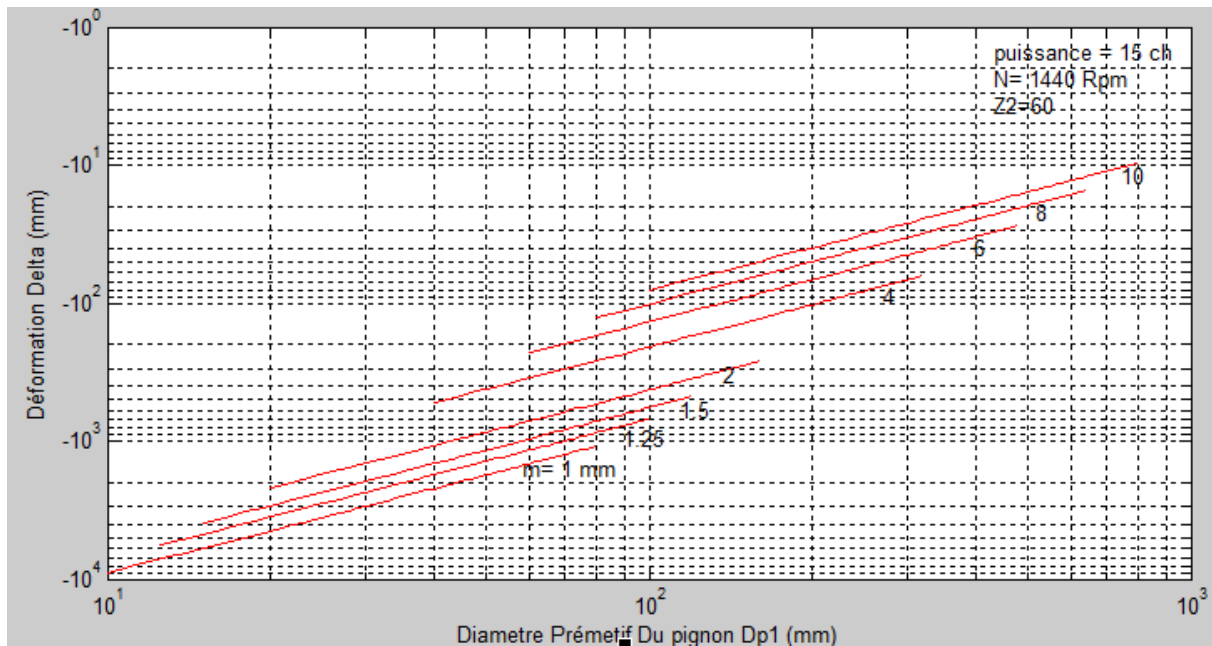
$b$  : longueur du contact en mm

$R1$  et  $R2$  : rayons de courbure en mm

$E$  : module de Young en  $N/mm^2$

$\nu$  : Coefficient de poisson

La figure IV.21 montre l'évolution du déplacement relatif de la déformation local dans la zone de contact en fonction du diamètre primitif du pignon pour différents valeurs du module d'engrènement.



**Figure IV.21 :** Evolution du déplacement relatif pour différents modules

L'analyse des résultats montre que la déformation relative diminue avec l'augmentation du diamètre primitif et augmente pour les faibles valeurs du module. Ceci s'explique bien sur du fait que la force normale diminue à une puissance identique avec l'augmentation du diamètre et donnera une contrainte plus faible. Le contraire se produit avec la diminution du module de l'engrenage.

## **IV.6. Contraintes engendrées pour un contact linéique :**

Pour un contact linéique, il existe deux types de contraintes à considérer : la contrainte de surface, en profondeur et de cisaillement.

### **IV.6.1. Contraintes de surface (surface stresses)**

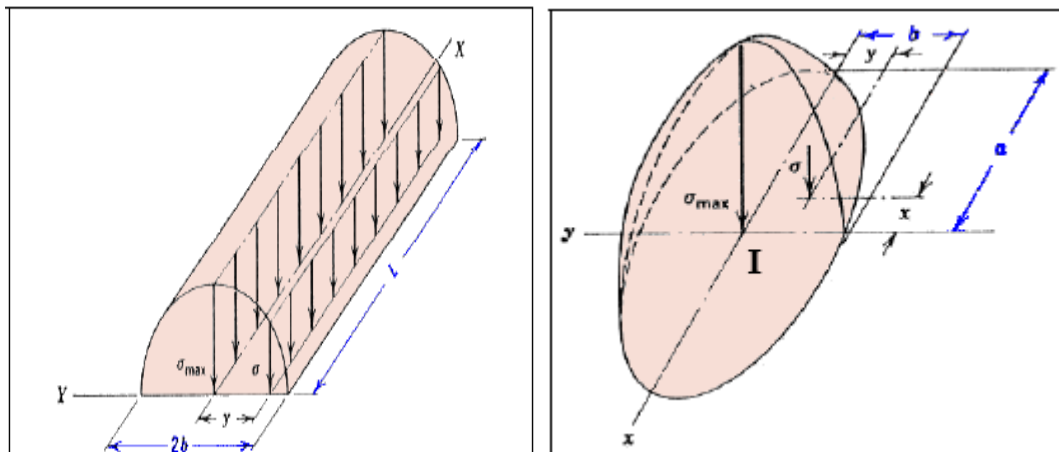
En surface, les contraintes normales sont égales à la pression de contact. Pour dimensionner et choisir les matériaux devant servir à réaliser les surfaces de contact, la première étape consiste à comparer la pression maximale à la pression admissible par le matériau soit :  $P_{Max} \leq P_{ad}$ .

Mais souvent ce type de calcul s'avère insuffisant, parfois même, dangereux, car la ruine des surfaces de contact a pour origine un écaillage provoqué par des contraintes de cisaillement au sein de la matière.

### **IV.6.2. Contraintes en profondeur (subsurface stresses)**

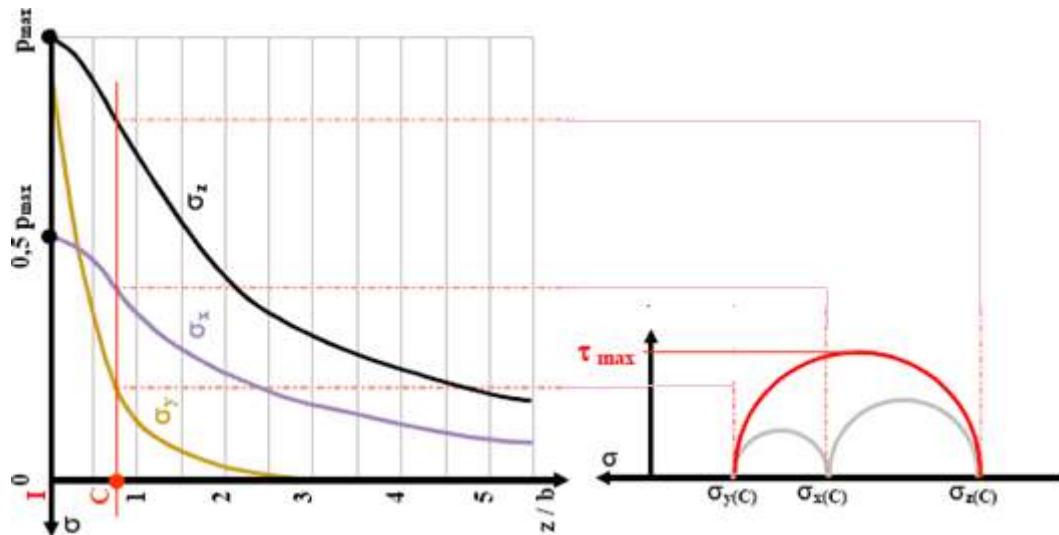
#### **IV.6.2.1. Contrainte de cisaillement maximale $\tau_{Max}$**

La contrainte de cisaillement maximale  $\tau_{Max}$  détermine la résistance pour un contact purement statique. Dans le cas de charges statiques, il est possible d'admettre une pression admissible limite  $1.3 \cdot R_m$  (résistance à la rupture du matériau) à partir du critère de Von Mises.



**Figure IV.22 :** Répartition de la pression linéique (gauche) et elliptique (droite)

Les lois de l'élasticité permettent de définir la variation des contraintes principales le long de la perpendiculaire en I au plan de l'ellipse d'appui.



**Figure IV.23 :** Profondeur de  $\tau_{Max}$  en fonction de la dimension de la surface de contact

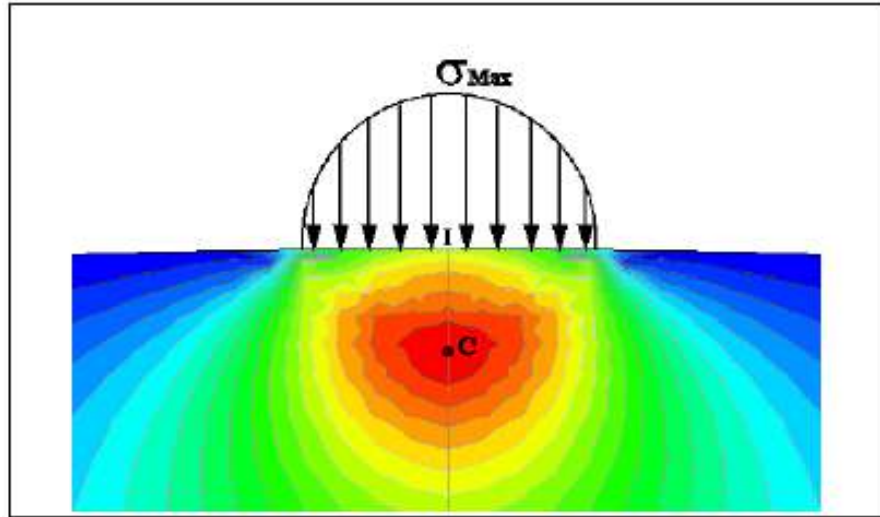
La figure IV.23 représente la valeur de ces contraintes lorsqu'on descend dans la matière. On constate que leur évolution n'est pas parallèle. Leurs différences prises deux à deux donnent la valeur des contraintes tangentielles, qui est différente selon le niveau auquel on se situe. Aussi, les tri-cercles de Mohr s'associent à ces contraintes principales. Le tri-cercle de Mohr permet de définir les contraintes de cisaillement à différentes profondeurs.

$$\tau_{Max} \leq \frac{\sigma_y - \sigma_z}{2} \text{ Et } \tau_{Max} \leq \frac{\sigma_{adm}}{2} \quad (\text{Tresca}) \quad (4.14)$$

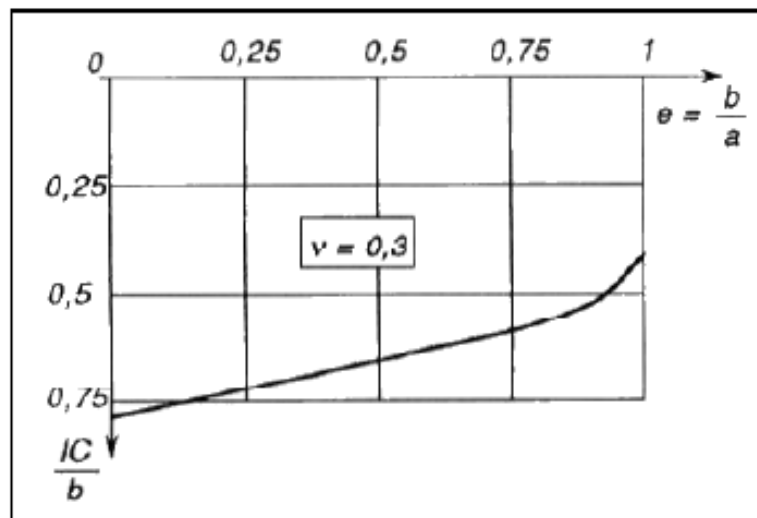
La position (IC) et la valeur de la contrainte de cisaillement maximale ( $\tau_{Max}$ ) est fonction du type de contact :

- contact ponctuel IC = 0,467 a et  $\tau_{Max} = 0,315 \cdot p_{Max}$
- contact linéique IC = 0,78 b et  $\tau_{Max} = 0,3 \cdot p_{Max}$

On peut ainsi choisir le matériau correspondant à ces caractéristiques. La distribution de ces contraintes transversales ainsi que la localisation de la contrainte transversale maximale ( $\tau_{Max}$ ) sont bien représentées dans la figure.



**Figure IV.24 :** Profondeur de  $\tau_{Max}$  en fonction de la dimension de la surface de contact



**Figure IV.25 :** Profondeur de  $\tau_{Max}$  en fonction de la dimension de la surface de contact

Dans le cas de l'acier ( $\nu = 0,3$ ), on peut déduire cette profondeur directement à partir de la courbe de la figure IV.25.

$$e = \frac{b}{a} = 0 \quad \text{Contact linéique} \quad IC = \frac{\pi \cdot b}{4}$$

$$e = \frac{b}{a} = 1 \quad \text{La surface de contact est un Cercle} \quad IC \approx 0.5 a$$

Aussi, on utilisera la courbe de la figure IV.25 pour définir l'épaisseur de la couche traitée. On fera de sorte que le point C se trouve largement en dessus de celle-ci de manière à limiter les risques de détérioration en sous couche.

#### **IV.6.2.2. Simulation Numérique :**

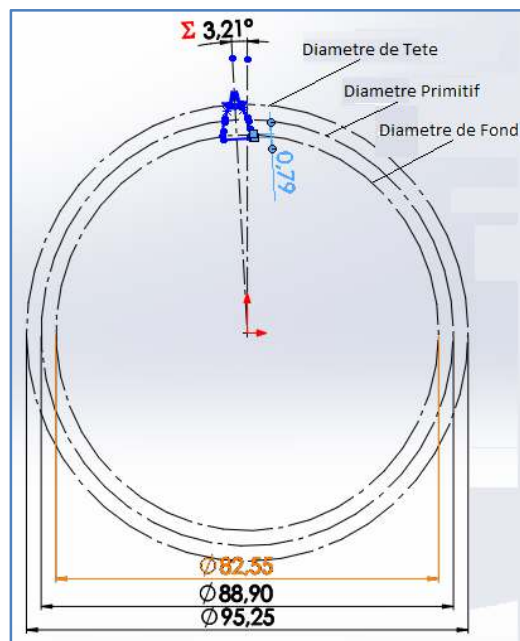
Une simulation numérique est menée sur un engrenage droit en utilisant l'outil intégré de simulation de Solidworks 2014. Ce dernier est basé sur la méthode numérique des éléments finis.

Le travail commence par la création du modèle d'étude : un engrenage à denture ayant une développante de cercle pour profil, une création du maillage et une résolution du système d'équation engendré pour le modèle. Ce dernier est formé d'une manière automatique à partir d'un modèle standard de matrice de rigidité auxquelles les conditions aux limites sont ajoutées.

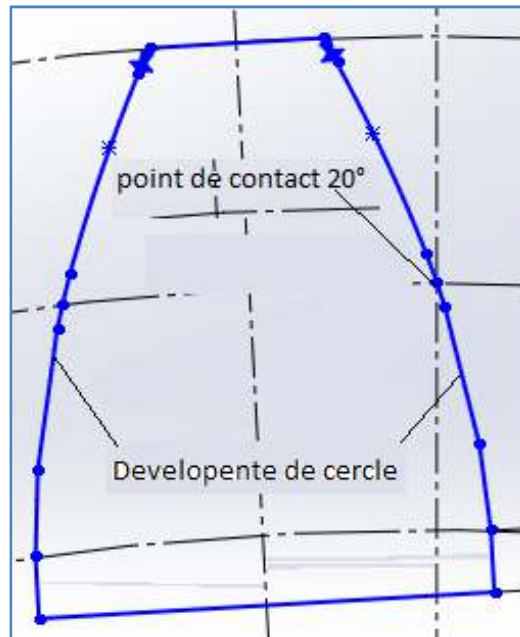
##### **IV.6.2.2.1 Création du modèle**

La conception de la roue d'engrenage est faite à partir des outils de dessins pour former une esquisse de la denture par une construction géométrique délicate. Par la suite, une extrusion est réalisée. La création de l'engrenage à Z dentures est obtenue par une répétition au tour de son axe de révolution.

Les figures IV.26 et IV.27 illustrent quelques étapes de notre travail.



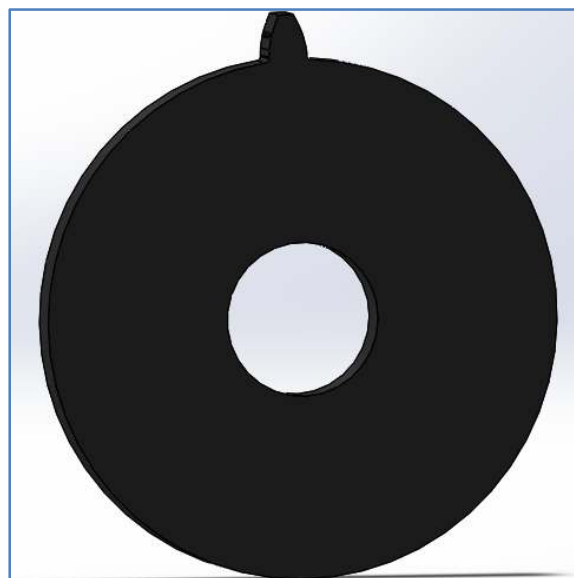
**Figure IV.26:** Courbes de construction de roue



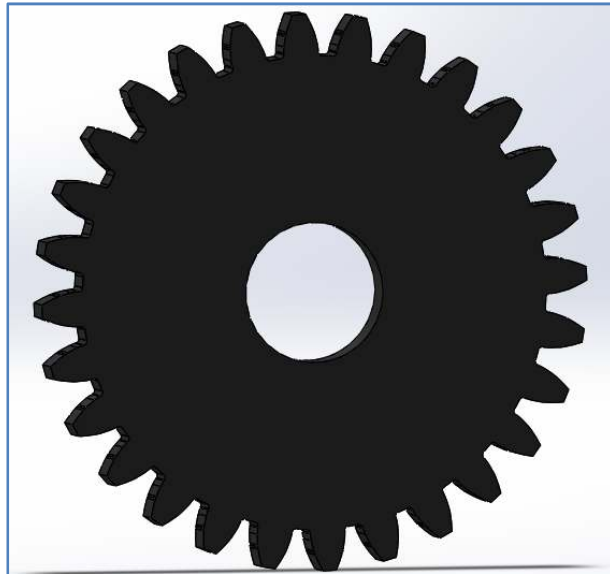
**Figure IV.27 :** Profil développante d'engrenage circulaire engrenage droit

Le profil de la développante circulaire est obtenu par l'interpolation sur les points qui le constitue. On commencera par un coté. Le deuxième est obtenu par une symétrie par rapport à l'axe de référence.

A partir de l'esquisse, une extrusion est à réaliser sur la largeur de la dent et le disque qui la supporte comme le montre la figure IV.28.



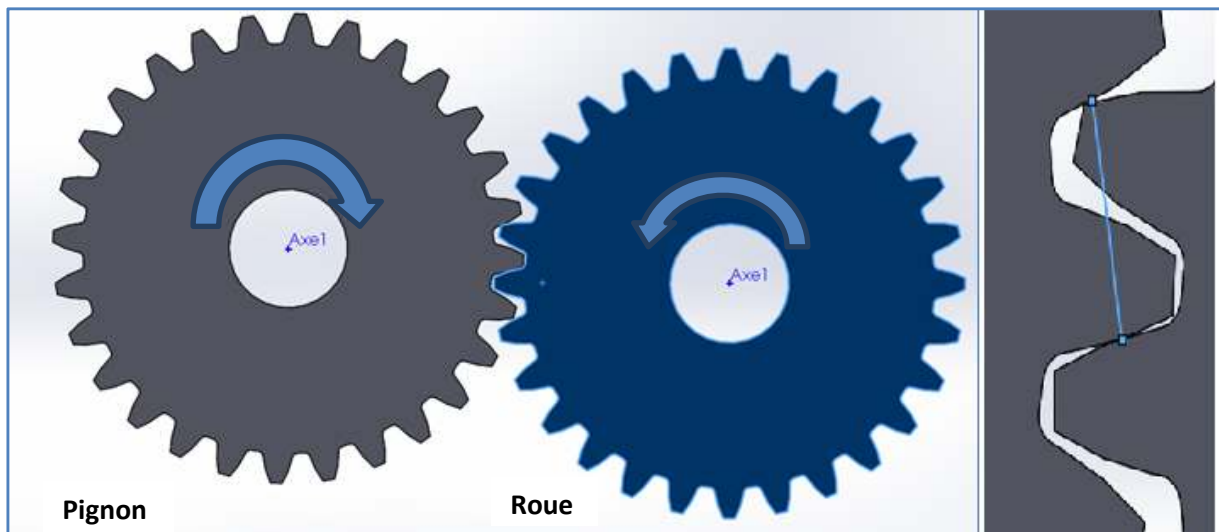
**Figure IV.28 :** Courbes de construction de roue



**Figure IV.29 :** Profil de développante d'engrenage circulaire engrenage droit

La répétition se fait sur toute la périphérie et pour les 28 dents autour de l'axe de rotation avec l'outil de répétition de fonctions.

La figure IV.30 illustre le phénomène de deux roues engrenées :

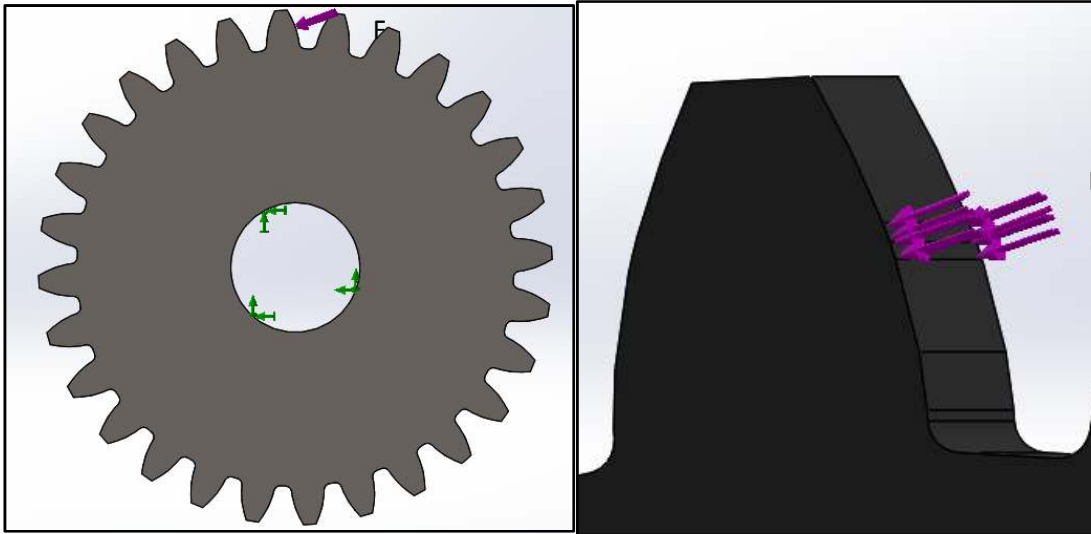


**Figure IV.30 :** Engrenement de la roue/pignon détaille du contact

On voit clairement l'entraînement des roues et les points de contact établis pour une paire de dents dans l'agrandissement à droite. Ceci nous permettra de vérifier aussi l'exactitude de la construction de l'engrenage et que le point de contact se réalise comme prévu préalablement à 20°.

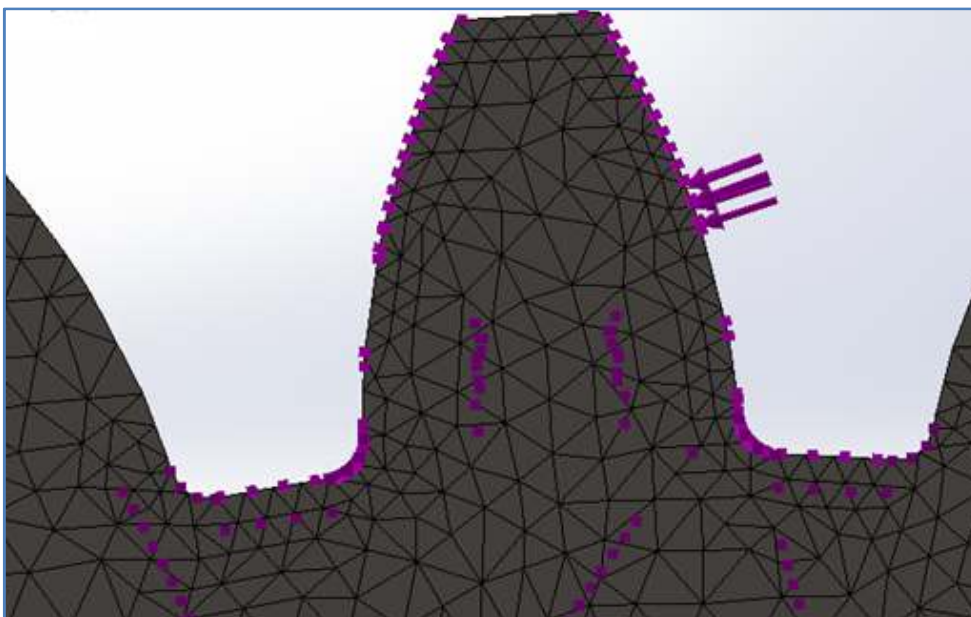
#### IV.6.2.2 Conditions aux Limites

Les conditions aux limites se résument aux conditions de chargement et de déplacements imposés.



**Figure IV.31 :** Conditions aux limites imposées

Une force normale linéique est appliquée sur la surface du flanc de la dent au point de contact désigné à  $20^\circ$  tandis qu'un déplacement fixé est appliqué sur la face intérieure évidée du disque de l'engrenage. Ces conditions aux limites sont suffisantes pour lancer un calcul statique sur la dent de l'engrenage mais en premier lieu il faut générer un maillage de résolutions numérique acceptable.



**Figure IV.32 :** Maillage d'une dent d'engrenage droit



Le maillage est réalisé sur des éléments tétraédriques dans le volume de la pièce à étudier. En général, le matériau appliqué selon la norme DIN est du 42CrMo4 ; une matière très utilisée pour la transmission par engrenage.

Pour mieux capter l'effet de la force sur la dent, le maillage est raffiné près de la bordure et des deux côtés de la base. Le tableau suivant résume les informations concernant la qualité du maillage.

Type de maillage	Volumique
Taille d'éléments Maximum	3 mm
Taille d'éléments Minimum	0.6
Qualité de Maillage	Haute
Nombre total de Nœuds	306465
Nombre total d'éléments	201470
Rapport Maximum	7.1921
Durée de création du maillage	23

**Tableau IV.2** : Détails du maillage

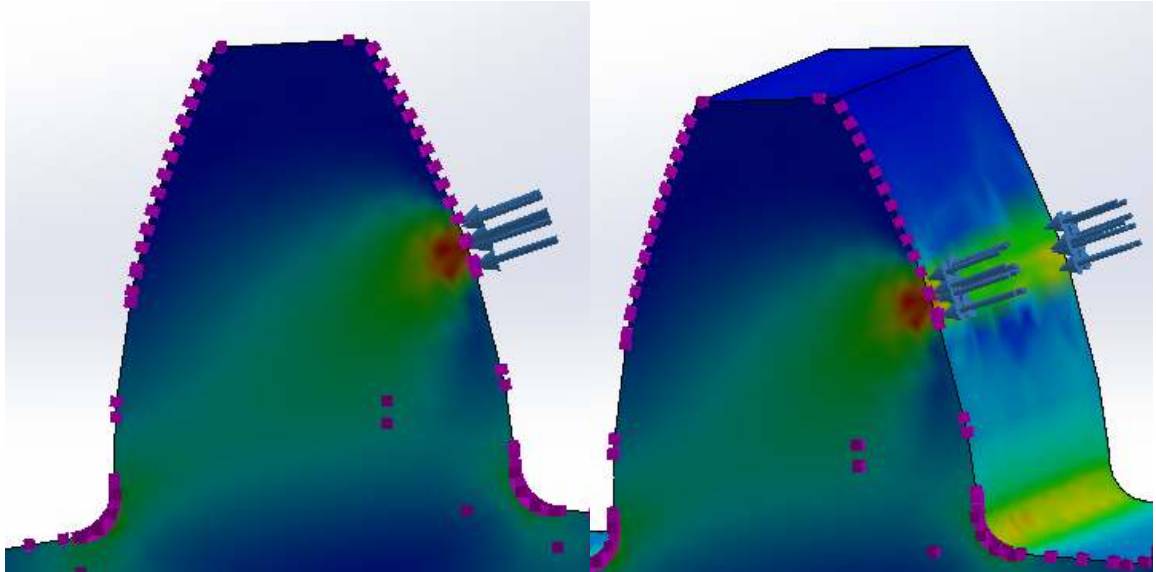
#### **IV.6.2.2.3 Caractéristiques physiques du matériau**

Les caractéristiques physiques du matériau à savoir le 42CrMo4 sont les suivantes :

Propriété	Valeur	Unités
Module d'élasticité	2.100000031e+011	N/m <sup>2</sup>
Coefficient de Poisson	0.28	S.O.
Module de cisaillement	7.9e+010	N/m <sup>2</sup>
Masse volumique	7800	kg/m <sup>3</sup>
Limite de traction	1000000000	N/m <sup>2</sup>
Limite de compression		N/m <sup>2</sup>
Limite d'élasticité	750000000	N/m <sup>2</sup>
Coefficient de dilatation thermique	1.1e-005	/K
Conductivité thermique	14	W/(m·K)
Chaleur spécifique	440	J/(kg·K)
Rapport d'amortissement du matériau		S.O.

**Tableau IV.3** : Caractéristiques physiques du matériau

Pour un engrenage 28/28 dents et de largeur de 6.75 mm, on obtient le résultat suivant :



**Figure IV.33** : Sollicitations

De la figure IV.33, on constate que lors du contact, et surtout au niveau du bas de la dent, un phénomène de compression et de traction apparaît.

En effet, et suite au contact, la force produit une compression qui par la suite se traduit en traction par la suite.

## CONCLUSION GENERALE

Dans le cadre de notre étude, nous nous sommes intéressés à bien comprendre la genèse des différents mécanismes liés aux engrenages et le comportement mécanique lors de leur application.

La première partie de notre recherche bibliographique a montré que différentes normes existent afin d'aider à la conception des engrenages et malgré que leurs procédés de fabrication soient définis, de nombreux modèles numériques sont encore nécessaires pour prévoir leur comportement dans leur environnement de fonctionnement. Certains types d'engrenages dont la méthode de taillage est spécifique et les conditions de fonctionnement sévères font appel à des modèles spéciaux pour prédire leur comportement mécanique.

La deuxième partie de notre recherche bibliographique a montré que les défauts des engrenages sont généralement sous-estimés alors qu'ils peuvent expliquer les différences de niveau sonore observées sur des transmissions d'architecture absolument identique. L'ensemble de ces défauts caractérise le positionnement relatif des deux roues dentées résultant du montage ou de la déformation de la structure lors de l'application de chargement. Ils sont représentés par le défaut d'entraxe et les défauts de parallélisme entre les axes des roues.

La troisième partie a concerné les phénomènes liés au problème du contact mécanique qui sont présents dans de nombreuses applications industrielles. La nature des phénomènes liés à l'interaction purement mécanique entre les solides, exige une attention toute particulière dans ce domaine. Pour cela, la préparation adéquate des surfaces dans les composants de transfert de charge tels que les roulements à billes, les engrenages, les machines-outils et les cames, est une partie très importante dans la conception et les procédés de fabrication.

La dernière partie a mis en évidence un exemple pratique. En pratique, les problèmes mécaniques rencontrés en générale pour les engrenages sont en particulier dus à deux causes

principales à savoir une pression de contact élevée entre les dents ou une fissuration au niveau du pied de la dent apparaîent. Celle-ci est provoquée par une fatigue résultante d'une flexion.

Généralement, la concentration de contrainte dans la zone de contact est source de rupture et fatigue des matériaux constituant les pièces. C'est pourquoi un compromis se pose pour la répartition des charges dans la zone de contact. Pour mieux concevoir et réaliser des pièces mécaniques, nous nous sommes intéressés dans notre étude à une étude numérique d'un problème précis. Notre cas a concerné le contact engendré dans les engrenages droits.

Ainsi, on peut conclure que :

- Une augmentation de la contrainte due à l'impact du premier contact a lieu avec l'augmentation de la vitesse d'entraînement,
- la contrainte augmente avec l'augmentation du nombre de dent pour une puissance choisie. Cela est attendu du moment que le module est inversement proportionnelle au nombre de dent,
- La contrainte de flexion diminue avec l'augmentation du régime,
- L'accroissement de la valeur du module se caractérise par une largeur de dent plus importante, un diamètre plus élevé et un pas relatif plus petit ce qui diminue la valeur de contrainte de flexion à la base de la dent,
- La valeur de la distance de la zone d'effet du contact d'engrenage sur le flanc au point de pression diminue avec l'augmentation du diamètre primitif et du module de la denture,
- On peut à partir du modèle de Lalonde et Guilbault, inclure des défauts du type fissures ou piqûres,
- Ce modèle de Lalonde et Guilbault montre que les dégradations étudiées peuvent avoir une influence significative sur la signature vibratoire de l'engrenage.

# Bibliographie

- [I.1] [Wikipedia. Transmission (mécanique)]
- [I.2] [Patrice Raffarin, professeur sciences physiques à l'IUFM de Poitiers – stage IUFM Niort janvier 2009]
- [I.3] [Michel Mathé, CPC Fontenay le Comte - Transmission et transformation du mouvement cycle 3]
- [I.4] [Lycée Colbert. cours. transformateurs et transmetteurs. bielle-manivelle]
- [I.5] [Allô prof. Les mécanismes de transformation du mouvement]
- [I.6] [G.Henriot, Traité théorique et pratique des engrenages", tome 2, Edition DUNOD]
- [I.7] [Liebheer, Ehingen / DOAU Allemagne, Calcul technique préalable de la réalisation]
- [I.8] [Bechkri Bouchra. analyse des défauts de denture et leurs influences sur les transmissions mécaniques par engrenages. P 4/2007].
- [I.9] [Lycée sud médoc . Bac cours sciences ingénieur SM B engrenage Najib.pdf.engrenage]
- [I.10] [Hedi Feki et Hichem el Borcheni. reducteurs mécaniques a engrenages droits]
- [I.11] [Wikipedia. Engrenage]
- [I.12] [univ-El oued. Cours. CHAPITRE VI: Transmission de mouvement - p 7-8]
- [I.13] [M.S.Mecibah, Modélisation de calcul des roues d'échange dans une transmission mécanique par engrenage, Thèse de doctorat d'état en Génie mécanique, Université Mentouri de Constantine, Constantine, 2010]
- [I.14] [G.HENRIOT, Traité Pratique et Théorique des engrenages, tome 1, Edition Dunod.]
- [I.15] [M. Aublin et co-auteurs, Systèmes mécaniques (Théorie et dimensionnement) Edition Dunod 1998]
- [I.16] [A.Mekhalfa– Modélisation numérique du comportement dynamique non linéaire d'un engrenage induit par la présence de la propagation des fissures de fatigue – Thèse doctorat, Université d'Annaba, 2009. pp 12-18, ]

- [II.1] [GHIGLIONE D., LEROUX C. et TOURNIER C., « **Cémentation et Carbonitruration**», Technique de l'ingénieur, Vol BM 5 627-8, 1994).
- [II.2] W.D.Mark, Gear noise origins, Gears and Power Transmission Systems for Helicopters and Turboprops, Proc. AGARD Conf, Lisbon, 13p, 1984
- [II.3] D.B.Welbourn, Gear errors and their resultant noise spectra, Proc. Of th I.M.E, Volume 184, paper 16, part 30, pp 131-139, 1969-1970
- [II.4] Welbourn D.B., « **Forcihg frequencies due to gears** », Proc. Vibrations in rotating systems conference, I.M.E., Londres, Feb.1972, p. 25-36.
- [II.5] G.Henriot, Traité théorique et pratique des engrenages, tome 2, Dunod, Paris, 1983
- [II.6] G.Henriot, Traité théorique et pratique des engrenages, tome 2, Dunod, Paris, 1983
- [II.7] M.EL Badaui, Contributions au diagnostic vibratoire des réducteurs complexes à engrenages par l'Analyse Cepstrale, Thèse de doctorat, 1999
- [II.8] L.Vanoverberghe, Anticipation des déformations lors du traitement thermique de pignons de boites de vitesses, Thèse d'état de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2008
- [II.9] [Höhn B.R and K. Michaelis, « **Influence of oil temperature on gear fualures Tribology International** », Volume 37, Issue 2, February 2004, Pages 103-109.]
- [III.1] M.A.Guler et F.Erdogan, Contact mechanics of two deformable elastic solids with graded coatings, Mechanics of Materials 38, 2006, 633–647
- [III.2] H.MRAD, simulation probabiliste du problème de contact mécanique, Université de Québec, Janvier 2009
- [III.3] P.Bussetta, Modélisation et résolution du problème de contact mécanique et son application dans un contexte multi-physiques, Université du Québec, février 2009
- [III.4] L.Kogut et I.Etsion, Elastic-Plastic Contact Analysis of a Sphere and a Rigid Flat, Journal of Applied Mechanics, September 2002, Vol. 69, 657-662
- [III.5] L.Kogut et I.Etsion, A Semi-Analytical Solution for the Sliding Inception of a Spherical Contact, Journal of Tribology, July 2003, Vol. 125, 499-506
- [III.6] R.L.Jackson et I.Green, A Finite element study of elasto-plastic hemispherical contact against a rigid flat», Journal of Tribology, April 2005, Vol. 127, 343- 354
- [III.7] K.Mehdi, Optimisation des structures mécaniques : Forme optimale d'un composant, Mémoire de magister Université Mentouri-Constantine, 2009
- [III.8] A.R.Hassan, Contact stress analysis of spur gear teeth pair, World Academy of Science, Engineering and Technology 58, 2009, 611-616
- [III.9] C.OANCEA, Analyse des dents d'engrenages droits par la méthode des potentiels complexes, Université Laval Québec, Canada 1997

- [III.10]** K.G.Raptis, N.Theodore, N.Costopoulos and A.Georgios, A.Papadopoulos, Rating of spur gear strength using photoelasticity and the finite element method, American J. of Engineering and Applied Sciences 3 : 2010, 222-231
- [III.11]** Z.Wei, Stresses and deformations in involute spur gears by finite element method, University of Saskatchewan Saskatoon, October 2004
- [IV.1]** M.Khalfi, Optimisation des structures mécaniques : forme optimale d'un composant, Mémoire de Magister Université Mentouri de Constantine, 2009
- [IV.2]** S.Podrug, D.Jelaska, S.Glodež, Influence of different load models on gear crack path shapes and fatigue lives, Fatigue and fracture of engineering materials and structure, Vol. 31, p. 327-339, 2008
- [IV.3]** C.K.Tan, , P.Irving, D.Mba, A comparative experimental study on the diagnostic and prognostic capabilities of acoustics emission, vibration and spectrometric oil analysis for spur gears. Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 21, p. 208–233, 2007
- [IV.4]** M.Guagliano, E.Riva, M.Guidetti, Contact fatigue failure analysis of shot-peened gears, Engineering failure analysis, Vol. 9, p. 147–158, 2002
- [IV.5]** S.Lalonde, R.Guilbault, Dynamic analysis of spur gears by nonlinear modelization, Proceedings of the 24<sup>th</sup> Seminar on machinery vibration, Canadian Machinery Vibration Association, ISBN 2-921145-61-8, Montréal, Paper A3, p. 15-35, 2006
- [IV.6]** M.N.Bettaieb, M.Maatar, C.Karra, Predictions of spur gear mesh stiffness using finite element method (bidimensionnal mesh model) and a specific fortran program, 2004
- [IV.7]** P.Lavoie, Analyse de l'effet d'une fissure dans un engrenage. Rapport de projet de fin d'études. École de technologie supérieure. Montréal (Qc), Canada