

Bien Maîtriser les Mathématiques

Daniel Sondaz

*Avec la participation de
Rémi Morvan*

Introduction à la topologie

*Espaces topologiques,
métriques, normés*

L3, Masters, CAPES, Agrégation

Cepaduès
- éditions -



Table des matières

1	Prérequis	5
1.1	Applications	5
1.2	Familles	6
1.2.1	Union, intersection, complémentaire	6
1.2.2	Image d'une famille de parties	7
1.2.3	Image réciproque d'une famille de parties	7
1.2.4	Produit d'une famille de parties	8
2	Espaces Topologiques	11
2.1	Rappels de cours	11
2.1.1	Notion de topologie	11
2.1.2	Finesse comparée de deux topologies	12
2.1.3	Base d'une topologie	12
2.1.4	Voisinage	13
2.1.5	Partie fermée	14
2.1.6	Intérieur, adhérence, frontière	14
2.1.7	Séparation	15
2.1.8	Densité	16
2.1.9	Topologie induite sur une partie	16
2.1.10	Produit d'espaces topologiques	17
2.1.11	Suites dans un espace topologique	17
2.2	Exercices	18
2.2.1	Espaces topologiques	18
2.2.2	Ouverts, fermés, intérieur, adhérence,	26
2.2.3	Topologie induite	40
2.2.4	Bases de topologie	45
2.2.5	Finesse comparée de topologies	48
2.2.6	Produit d'espaces topologiques	57
3	Espaces Métriques	61
3.1	Rappels de cours	61
3.1.1	Métrique	61
3.1.2	Boules	62

3.1.3	Topologie d'un espace métrique	63
3.1.4	Isométrie	64
3.1.5	Suites dans un espace métrique	64
3.2	Exercices	66
3.2.1	Métriques	66
3.2.2	Ouverts, fermés, boules	95
4	Espaces Vectoriels Normés	129
4.1	Rappels de cours	129
4.1.1	Norme	129
4.1.2	Métrique associée à une norme	131
4.1.3	Normes équivalentes	131
4.2	Exercices	132
4.2.1	Normes	132
4.2.2	Ouverts, fermés, boules	149

Cet ouvrage est une introduction à la topologie. Il s'adresse aux étudiants de L3 de Mathématiques, de Masters de Mathématiques Pures et Appliquées, aux étudiants des Écoles d'Ingénieurs, ainsi qu'aux étudiants qui préparent le C.A.P.E.S. et l'Agrégation de Mathématiques. Il propose à la fois des rappels de cours et des exercices corrigés de façon particulièrement détaillée, classés par ordre de difficulté croissante. Le lecteur peut ainsi progresser à son rythme et de façon autonome dans cette discipline.

Chaque chapitre est agrémenté de pages historiques, qui replacent les résultats énoncés dans leur contexte.

Sont abordées dans ce premier fascicule de topologie, les notions d'espaces topologiques, d'espaces métriques et d'espaces normés, d'ouverts, fermés, adhérence, intérieur, etc.

Les exercices proposés permettent aux lecteurs de maîtriser un large spectre d'exemples. Une fois ces notions assimilées, il pourra sans difficultés s'engager dans des études plus avancées.

Maître de Conférence de Mathématiques à l'Université Claude Bernard Lyon 1, Daniel Sondaz a consacré une large partie de son temps à l'enseignement en Licence et en Master de Mathématiques.

Rémi Morvan se consacre à la diffusion et la vulgarisation de textes scientifiques d'enseignement et de recherche.

Chez le même éditeur

• Bien débiter en mathématiques :

Formules de Taylor,
développements limités

J.-J. Colin, J.-M. et R. Morvan

• Invitation à l'algèbre

A. Jeanneret, D. Lines

• Pratiques mathématiques :

algèbre – structures et
morphismes vus par les
problèmes

R. Groux, P. Soulat

www.cepadues.com

Réf. 866

ISBN : 978.2.85428.866.7



9 782854 288667