

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA  
FACULTÉ DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR  
DÉPARTEMENT D'AERONAUTIQUE



MÉMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour L'obtention Du Diplôme D'ingénieur  
D'état en Aéronautique

Spécialité : Navigation Aérienne

Option : Installation

Thème



Description de la centrale inertielle LTN-72 et  
positionnement par un système inertielle basé sur le  
filtrage de kalman

Réalisé par :

DJELLOUL Nabila

BERRACHICHE Nesrine

Proposé et dirigé par :

Mm :BENCHEIKH Saliha

Mr :BASAID Djamel

Promotion : 2010

## REMERCIEMENTS

*Nous remercions Allah tout puissant de nous avoir donné la volonté, le courage et la confiance pour pouvoir continuer nos études et arriver à ce stade.*

*Nos sincères remerciements vont :*

*A nos parents pour leur soutien et encouragement, tout au long de ces dures années.*

*A M<sup>me</sup> la promotrice ; la distinguée Mme Saliha BEN CHEIKH pour ces conseils et ces directives.*

*Ainsi qu'au Mr le Co-promoteur ; Mr BASAID*

*Nous voudrions faire un hommage particulier à Mr RAHMOUNI Mohamed pour le soutien et l'aide précieuse, que nous lui en serions toujours reconnaissantes  
Enfin Nous voudrions aussi faire un hommage à Mr MEGULLATI et Mr BENWARD et de le remercier Pour tous ses conseils éclairés et sa large expérience scientifique.*

*A Ilyass qui a été toujours présent au service des étudiants*

*Et à tous les profs d'IAB qui nous ont aidés.*

*Et à tous les Jers d'AIR ALGERIE qui nous ont bien accueillis*

*A tous nous vous disons : MERCI.*

*Merci pour votre précieuse contribution et aide.*

*Merci pour votre patience*

*Merci pour votre soutien*

*Merci pour votre dévouement.*

# DEDICACES

*Avec l'aide de Dieu le Tout Puissant, j'ai pu achever ce modeste travail que je dédie :*

*A mes très chers parents que Dieu les gardes et que grâce à eux j'ai pu réussir le long, de mes études.*

*D'abord à ma chère mère qui m'a donné tout le courage et le soutien, mon chère père pour sa présence et sa patience.*

*A mes sœurs .*

*A mes frères*

*A ma belle et très chère amie BERRACHICHE NESRINE ainsi que mes meilleurs amis MANEL.AMINA et ma nièce RATIBA.*

*A ma grande mère et mon grand père.*

*Je dédie ce mémoire et Je souhaite être à la hauteur de leur espérance de moi.*

***DJELLOUL NABILA***

# *Dedicace*

*Je dédie ce modeste travail à :*

*Ma mère*

*Mon père*

*Ma famille*

*Mes amis*

*Tous ce qui me connait*

***BERRACHICHE NESRINE***

## Résumé:

L'objectif de ce mémoire est de développer un outil de positionnement par un système inertielle. Au début nous avons essayé d'estimer les paramètres de navigation (position, vitesse, attitude) par la mécanisation, ce que nous avons observé est que les erreurs du système inertielle augmentent dans le temps et peuvent engendrer une dérive de la trajectoire elle-même au delà des limites admissibles. Pour cette raison nous avons pensé à un estimateur utile qui n'a pas cessé de donner des résultats bien acceptables pour des différentes applications. Cette estimation est basée sur le filtre de kalman étendu. Ce dernier nous a montré avec fidélité sa compétence qui affecte nos résultats.

## Abstract

The objective of this memory is to develop inertial navigation, At the beginning we tried to estimate the trajectory by mechanization, which we observed is that the errors of the inertial system increases and derive in time and can generate a drift trajectory, for this reason we thought of a useful estimator who did not cease giving results quite acceptable for different applications. For our system which nonlinear we made recall with the filter of extended kalman, this last showed us with fidelity his competence which affects our results.

## **ملخص**

الهدف من هذه الأطروحة هو تطوير الملاحة بالعطالة في البداية حاولنا تخمين المسار بالمكننة حيث لاحظنا أن الأخطاء تزداد بمرور الوقت ويمكن أن تولد مساراً منحرفاً، لهذا فكرنا بمقدر مفيد لطالما أعطى نتائج مقبولة في تطبيقات كثيرة، بالنسبة لمسارنا لغير خطي وجدنا أنسب حل الاعتماد على مرشح كلمان الممدد الذي أثبت أهليته في الأنظمة الغير خطية والحصول على نتائج أفضل.

# Sommaire

DEDICACE	
REMERCEMENTS	
LISTES DES FIGURES	
LISTES DES TABLEAUX	
RESUME	
INTRODUCTION .....	1

## CHAPITRE I :GENERALITES SUR LA NAVIGATION

I.1 HISTORIQUE SUR LA NAVIGATION .....	2
I.2 SYSTEMES DE RADIO NAVIGATION .....	3
I.2.1 SYSTEMES CONVENTIONNELS.....	4
I.2.2 SYSTEMES DE NAVIGATION PAR SATELLITES.....	8
I.3 SYSTEMES DE NAVIGATION INERTIELS.....	12

## CHAPITRE II :LES SYSTEMES INERTIELS

II.1 DEFINITION ET PRINCIPE DE LA NAVIGATION INERTIELLE .....	14
II.2 CONSTITUTION D'UNE CENTRALE INERTIELLE.....	15
II.2.1 GYROSCOPES.....	15
II.2.2 LES ACCELEROMETRES.....	22
II.2.3 CALCULATEUR .....	24
II.3 TYPES DES SYSTEMES INERTIELS .....	24
II.3.1 CENTRALES STABILISEE OU CENTRALE "GIMBALED " .....	25
II.3.2 CENTRALES A COMPOSANTS LIES OU CENTRALE "strap-down" .....	25
II.4 ERREURS ET PERFORMANCES DES SYSTEMES INERTIELS.....	26
II.4.1 ERREURS DES SYSTEMES INERTIELS.....	26
II.4.2 PERFORMANCES DES SYSTEMES INERTIELS .....	27
II.5 LES AVANTAGES ET LES INCONVENIENTS DU SYSTEME INERTIEL .....	28

## CHAPITRE III ETUDE DESCRIPTIVE DE LA CENTRALE INERTIELLE 'LTN\_72'

III.1 INTRODUCTION.....	30
III.2 SYSTEME DE LA NAVIGATION INERTIELLE LTN_72.....	30
III.3 COMPOSANTS ET EMBLEMES DU SYSTEME LTN-72.....	31
III.4 PUISSANCES REQUISES.....	31
III.5 CONCEPTS DE MAINTENANCE .....	32
III.6 FONCTIONNEMENT DE LTN_72.....	33
III.6.1 EFFETS DE GRAVITE SUR UN ACCELEROMETRE .....	33
III.6.2 EXECUTION DE COMPAS GYROSCOPIQUE .....	33
III.6.3 EXECUTION D'ACCELEROMETRE .....	34
III.6.4 LA MECANISATION DE LA PLATE-FORME .....	34
III.6.5 CARDANS CONTROLES DE LA PLATE-FORME DE COMPAS GYROSCOPIQUE.....	35
III.6.6 COMPENSATION DE CADENCE DE LA TERRE.....	35

III.6.7 COMPENSATION DE CADENCE D'AERONEF .....	35
III.6.8 SERRAGE AU COUPLE DE COMPAS GYROSCOPIQUE .....	36
III.6.9 LE PENDULE DE SCHULER .....	37
III.6.10 LA PLATE-FORME A INERTIE ACCORDEE PAR SCHULER.....	37
III.6.11 CADRAGE DE PLATE-FORME (MISE A NIVEAU).....	38
III.6.12 CADRAGE DU NORD DE LA PLATE- FORME.....	38
III.6.13 BOUCLES DE SERVOCOMMANDE.....	39
III.6.14 MODE DE CAMP .....	40
III.6.15 MODE ANALOGUE DE NIVEAU RAPIDE .....	40
III.6.16 CADRAGE DIGITAL .....	41
III.6.17 MODE DE NAV .....	43
III.6.18 MODE DE REFERENCE D'ATTITUDE ATT .....	43
III.6.19 SCHEMA FONCTIONNEL D'INU.....	44

## CHAPITRE IV :MODELISATION D'UNE CENTRALE INERTIELLE

IV.1 EQUATIONS DE NAVIGATION: .....	45
IV.1.1 EQUATIONS DE L'ORIENTATION : .....	45
IV.1.2 EQUATION DYNAMIQUE de la position.....	47
IV.1.3 Equation dynamique de la vitesse .....	47
IV.1.4 EQUATION DE MODELE DE LA GRAVITE.....	48
IV.2 EQUATIONS DE MECANISATION: .....	49
IV.2.1 COMPENSATION D'ERREURS: .....	50
IV.2.2 INTEGRATION DE L'ORIENTATION: .....	51
IV.2.3 Intégration de la vitesse et de la position : .....	51
IV.3 EQUATIONS D'ERREURS DE LA CI:.....	52
IV.3.1 MODELE DYNAMIQUE DE L'ERREUR EN POSITION:.....	52
IV.3.2 MODELE DYNAMIQUE DE L'ERREUR EN VITESSE.....	53
IV.3.3 MODELE DYNAMIQUE DE L'ERREUR SUR L'ORIENTATION:.....	53
IV.3.4 IMPLEMENTATION DU FILTRE DE KALMAN:.....	54
IV.4 INITIALISATION, ALIGNEMENT ET CALIBRATION DE LA CI.....	69

## CHAPITRE V : RESULTATS ET INTERPRETATIONS

V.1-INTRODUCTION.....	71
V.2- DESCRIPTION DES DONNEES.....	71
V.3 RESULTATS DE POSITIONNEMENT OBTENUS PAR LES EQUATIONS DE MECANISATION.....	73
V.3.1-TRAJECTOIRES ESTIMEES .....	73
V.3.2-COMPARAISON AVEC LA TRAJECTOIRE DE REFERENCE.....	74
V.3.3 ERREURS DE POSITION.....	76
V.3.4 ERREURS D'ATTITUDE.....	77
V.4 RESULTATS DE POSITIONNEMENT PAR LE MODELE D'ERREUR.....	79
V.4.1 INFLUENCE DES PARAMETRES DE FILTRE DE KALMAN.....	79
V.4.2 DESCRIPTION DE LA TRAJECTOIRE.....	80
V.4.3 PRECISION DU POSITIONNEMENT .....	83
CONCLUSION .....	86
ANNEXE .....	87

---





## INTRODUCTION

La navigation consiste pour un mobile à estimer par ses propres moyens ses coordonnées de position, vitesse et attitude. Le système de navigation de base repose sur l'inertie combinée d'abord avec des capteurs de façon à délivrer des estimations de l'état du mobile.

Malgré les systèmes inertiels sont avérées utiles et favorables pour le positionnement d'un mobile, nous avons constaté qu'elle est moins utile au long terme, les capteurs inertiels se fatiguent au cours du temps par des différents facteurs que se soit le biais accélérométrique, le facteur d'échelle et le non-alignement,....ect

La technique de navigation que nous avons suivie consiste à comparer les résultats obtenus par la mécanisation ou bien par filtrage de kalman, estimés avec les mesures fournies à partir des capteurs inertiels.

Dans le cadre de notre projet PFE, les objectifs visés sont

■ L'intégration de données issues des capteurs inertiels dans les algorithmes de filtrage non-linéaire, par exemple le filtrage étendu de kalman.

■ Et dans une moindre mesure, le développement d'outils, et de méthodes pour la préparation d'une mission, c'est-à-dire l'optimisation de la trajectoire du mobile.

Pour ce faire nous avons organisé notre travail selon un échéancier développé comme suit :

- Chapitre I : Généralités sur les systèmes de navigation, qui a le but de définir tous les systèmes de navigation de façon simple pour qu'elles soient acquises.
- Chapitre II : Les systèmes inertiels, pour se pencher carrément au terme inertie et l'avantage de ce dernier pour la navigation.
- Chapitre III : Etude descriptive de la CI''LTN-72'', dont le but est d'être plus proche de ces systèmes pour une compréhension approfondie d'un part, et pour reconnaître des services rendus par AIR ALGERIE au niveau de documentation.
- Chapitre IV : Modélisation d'une centrale inertielle, consacré pour développer tous les équations de navigation et les algorithmes pour un bon positionnement.
- Chapitre V : Résultats et interprétations.

# CHAPITRE I

## GENERALITES SUR LES SYSTEMES DE NAVIGATION

### I.1-HISTORIQUE SUR LA NAVIGATION :

La navigation est un art de conduire un véhicule à une destination donnée par la détermination de la position, le calcul de la trajectoire optimale et le guidage par référence à celle-ci.

De tous temps, les hommes ont navigués et ont eu besoin de se repérer dans l'espace. D'où nécessité des outils fiables utilisés pour permettre de dire où ils sont, pour aider à les guider à où ils vont.

Depuis des périodes pré-historiques, les hommes des cavernes ont probablement utilisé des pierres et des brindilles pour marquer une traînée quand ils ont visé la chasse pour la nourriture. Les marins plus tôt ont suivi la côte de près à la subsistance d'obtenir perdus. Quand les navigateurs ont navigué la première fois dans l'océan ouverte, ils ont découvert qu'ils pouvaient dresser une carte en suivant les étoiles. Malheureusement, les étoiles sont seulement évidentes la nuit et seulement des nuits claires.

Les prochains développements principaux à la recherche pour la méthode parfaite de navigation étaient la boussole magnétique et le sextant. L'aiguille d'une boussole se dirige toujours au nord, ainsi il est toujours possible de savoir dans quelle direction vous allez. Le sextant utilise les miroirs réglables pour mesurer l'angle exact des étoiles, de la lune et du soleil au-dessus de l'horizon. Cependant, il était seulement possible de déterminer la latitude des observations de sextant. Les marins ne pouvaient pas encore déterminer leur longitude. C'était un problème si sérieux qu'au 17<sup>ième</sup> siècle, les Anglais ont formé un conseil spécial des scientifiques bien connu de se composer de longitude. Ce groupe cherchait la possibilité de trouver une manière de déterminer la longitude d'un bateau au-dessus de 30 SM. En 1761, John Harrison a développé une montre à bord du navire, appelée chronomètre, qui est incroyablement précis pendant le temps. Pour les deux siècles suivants, des sextants et des chronomètres ont été employés en association pour fournir des informations de latitude et de longitude.

Au même siècle, d'autres appareils, tels que les accéléromètres et les gyroscopes, ont été développés pour avoir des accélérations et des directions inchangeables dans l'espace.

L'association de ces deux appareils constitue le système de navigation inertiel qui donne un positionnement en 3D en tous temps et d'une façon autonome. Bien que le système de navigation inertiel présente des erreurs pouvant dégrader ses performances à long terme, mais il est beaucoup utilisable à bord des avions, des bateaux, des missiles, des automobiles .....etc. et il restera toujours le système le plus efficace pour la navigation.

Au début du 20<sup>ème</sup> siècle, plusieurs systèmes de navigation radio basés au sol ont été aussi développés et employés largement pendant la deuxième guerre mondiale. Quelques uns de ces systèmes radio sont toujours en service à ce jour. Un inconvénient d'employer les ondes radio produites sur la terre est que nous devons choisir entre un système qui est très précis mais ne couvre pas un domaine large, ou un qui couvre un domaine large mais n'est pas très précis. Les ondes radio à haute fréquences peuvent fournir l'endroit précis de position mais peuvent seulement être précis dans un secteur petit localisé. Les ondes de basse fréquence peuvent ouvrir un plus grand domaine, mais ne sont pas une bonne mesure pour dire exactement où on est. Les scientifiques ont décidé donc que la seule manière de fournir l'assurance pour le monde entière était de placer les émetteurs radio à haute fréquence dans l'espace. Ces derniers peuvent ouvrir un grand domaine et surmonter une grande partie du bruit produit sur le chemin terrestre. C'est le principe des systèmes de navigation par satellites tel que le système GPS.

## **I .2- SYSTEMES DE RADIO NAVIGATION :**

Les systèmes de radionavigation sont définis comme étant un ensemble de techniques permettant de définir la position d'un aéronef par des moyens radioélectriques. Ils sont divisés en deux groupes:

- Ø Systèmes à base terrestre ou conventionnels (stations ou balises implantées sur des points connus situés à terre)
- Ø Systèmes à base spatiale ou systèmes de navigation par satellites

Ces systèmes sont caractérisés par:

- Û Leurs fréquences et leurs puissances d'émission ;
- Û Le type d'émission (émission continue ou en temps discret);
- Û La synchronisation (par horloges atomique, par station maitresse pilotant des stations esclaves, par le biais d'une station de référence,.....);
- Û Le type de mesure effectuée (comparaison de phases, à impulsion, à effet Doppler...)

### I.2.1-SYSTEMES CONVENTIONNELS

Les systèmes à base terrestre peuvent être classés en fonction de la portée et des lieux de position.

En fonction de la portée, les systèmes dont la portée est courte fonctionnent en bande S ou C (UHF, VHF) et utilisent les propriétés de l'onde directe .tandis que le système à longue portée utilisent les ondes de surface et de ciel ; ils émettent leurs signaux avec de fortes puissances sur des porteuses à basses fréquences.

Pour le classement en fonction du lieu de position, les lieux de position sont :

Circulaires, hyperboliques, et azimutaux (ou angulaires).

#### I.2.1.1- SYSTEMES CIRCULAIRES

Les systèmes circulaires ont pour principe de mesurer le temps aller-retour entre la station et le mobile. Les lignes de positions sont des cercles centrés sur le point où s'effectue la mesure .Parmi ces systèmes, le DME (Distance Measuring Equipment) qui est destiné à donner au pilote la distance oblique entre un avion équipé d'un interrogateur et une station au sol équipée d'un transpondeur. Il utilise la bande de fréquences (960-1215MHZ).

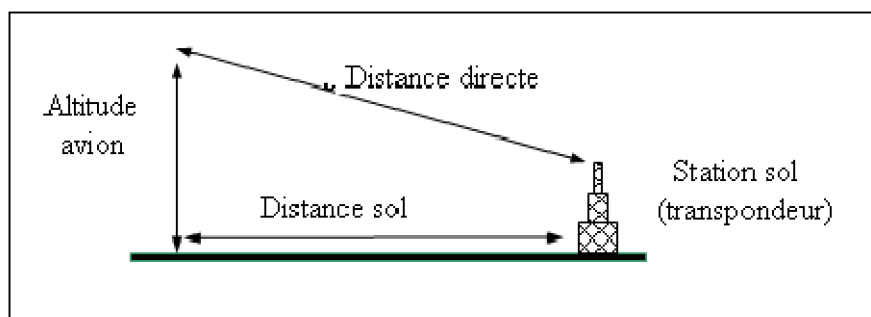


Figure I.1 : Système DME

Le principe de DME est celui des interrogations-réponses : l'émetteur de bord interroge la station sol en lui envoyant des impulsions UHF répétées irrégulièrement que la station renvoie sur une autre fréquence avec un retard systématique de 50  $\mu$ s.

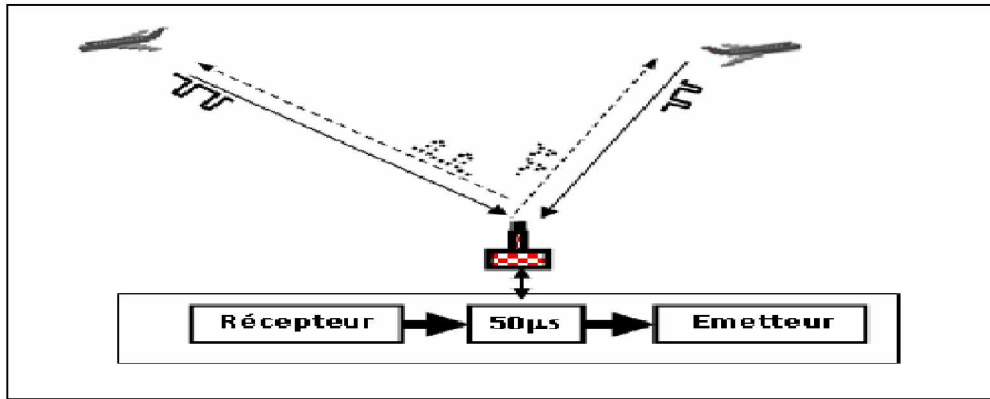


Figure I.2 : Principe de DME

Le récepteur de bord mesure le temps aller-retour  $\Delta t$  des signaux et en déduit la distance oblique  $D$  entre l'avion et la station à partir de la relation :

$$D = \frac{c \cdot \Delta t}{2}$$
Eq.I-1

Avec  $c=3.108m/s$

**1.2.1.2- SYSTEMES ANGULAIRES :**

Les systèmes angulaires sont destinés à définir les directions dont les lignes de position sont des radiales passant par la station et définis par leur azimuth. Prenons des exemples de ces systèmes : le VOR et l'ILS.

Le but du radiophare omnidirectionnel VOR (VHF Omni Range) est de fournir une information de relèvement magnétique (QDM) d'une station d'émission omnidirectionnelle au sol qui pourra être lue par le pilote sur un indicateur. Il utilise la bande de fréquence (108-118MHZ).

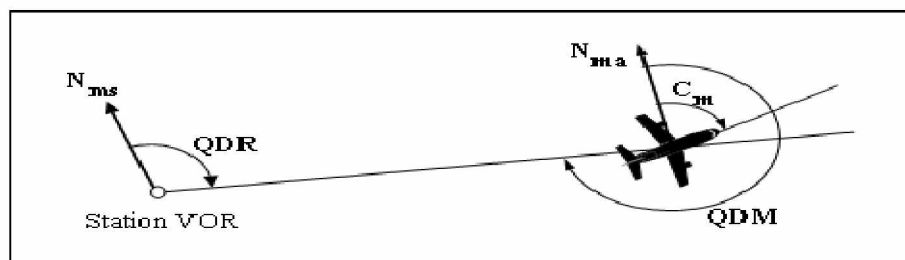


Figure I.3 : Définition du VOR

Son principe est basé sur la mesure du déphasage entre un signal de référence de 30 Hz, et un signal variable de 30 Hz. Ces signaux sont transmis par modulation d'une porteuse VHF.

Le récepteur de bord reçoit les signaux 30Ref et 30Var et mesure leur différence de phase qui est égale au QDR sur lequel se trouve l'avion.

Le QDM (Figure (I.3)) est le cap magnétique permettant de rejoindre la station avec un vent nul il est calculé par :  $QDM=QDR\pm 180$  Eq.I-2

L'ILS (INSTRUMENT LANDING SYSTEM) est un système d'aide à l'atterrissage permettant le guidage de l'avion en azimuth (localizer) pour matérialiser l'axe de piste et un guidage en site (Glide-Path) pour matérialiser l'axe de descente. Il fonctionne dans les bandes de fréquences (108-112MHZ) pour le LOC et (329-335MHZ) pour le Glide.

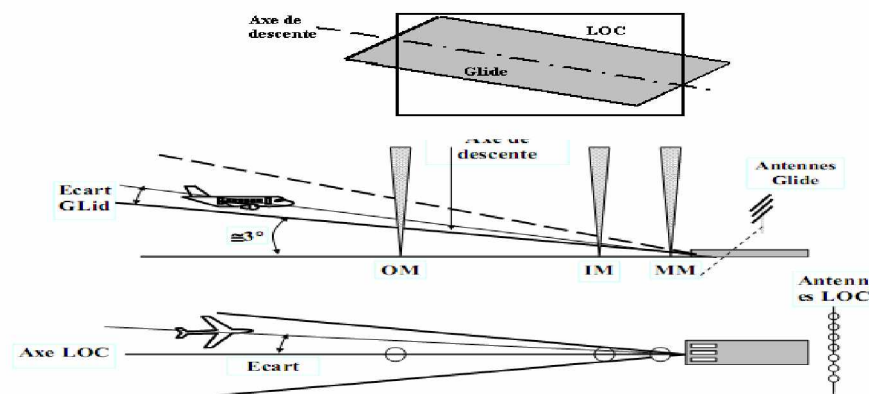


Figure I.4 : Principe de l'ILS

Les inconvénients de l'ILS sont : saturation de la bande VHF, grande sensibilité aux réflexions parasites et aux brouillages.....

### I.2.1.3- SYSTEMES HYPERBOLIQUES

Les systèmes hyperboliques sont généralement passifs où le mobile est muni d'un récepteur qui mesure la différence de temps de parcours entre les signaux émis par deux systèmes fixes. Exemples de ces systèmes : LORAN-C, OMEGA.

Le LORAN-C est un système de type "hyperbolique". Il détermine la position en mesurant la différence de temps de propagation entre deux émetteurs (au minimum). Le lieu des points à différence égale est une hyperbole sur la carte. Trois émetteurs sont nécessaires pour un point (intersection d'hyperboles). Pour éviter des géométries imprécises ou ambiguës, quatre émetteurs ou plus sont nécessaires, synchronisés dans une "chaîne". Le LORAN-C fonctionne à 100 kHz. Les stations LORAN d'un groupe ("chaîne") émettent des impulsions de quelques millisecondes à phase et début précisément synchronisés. La mesure de différence de leur temps d'arrivée au récepteur depuis deux stations d'une chaîne définit une

hyperbole de position, une autre mesure avec une autre paire d'émetteurs donne un point d'intersection. La mesure s'effectuait initialement avec un oscilloscope à bord des avions, puis les progrès de l'électronique ont permis l'affichage direct des différences de temps ("TD").

Le OMEGA est un système de type hyperbolique, où la position d'un récepteur est calculée par mesure des différences de temps de propagation d'un signal reçu depuis au moins trois stations. La particularité de OMEGA est de fonctionner dans la gamme des très basses fréquences (VLF), entre 10 et 14 kHz. Ces ondes ont la propriété d'être guidées entre la surface terrestre et l'ionosphère, et donc de pouvoir être reçues presque aux antipodes d'un émetteur. Une autre propriété de ces fréquences est de traverser quelques dizaines de mètres d'eau, et donc de pouvoir également être reçues par un sous-marin en plongée. Ces deux caractéristiques ont permis d'imaginer un système global n'utilisant que peu de stations, apte à permettre la navigation militaire et civile. Dans sa version initiale, chaque station transmettait des impulsions d'une seconde environ sur les trois fréquences de 10,2 kHz, 11,33 kHz et 13,6 kHz. Une séquence OMEGA était constituée de huit impulsions, une par station, séparées de 0,2 seconde pour éviter les interférences entre stations, et répétées toutes les dix secondes. La position précise de l'utilisateur pouvait être déterminée par la mesure de phase de chaque émission. Les trois fréquences permettaient de lever le doute sur les hyperboles jusqu'à un canal de neuf hyperboles. Une fréquence supplémentaire fut ajoutée pour élargir encore ce levé de doute.

La précision du système OMEGA dépendait de la stabilité du guide d'onde ionosphérique, compensée par des calculs et des tables de prédiction. Certaines variations, comme celle due à l'altitude de l'ionosphère entre jour et nuit pouvaient être compensées, d'autres comme les perturbations soudaines (sudden ionospheric disturbance: SID) pouvaient créer une erreur allant jusqu'au "saut d'hyperbole". Compte tenu de ces imprécisions, la qualité moyenne d'un point OMEGA était de quelques milles. Le OMEGA était donc un système de navigation au large pour les navires, et de traversées océaniques pour les avions. Actuellement, il est remplacé par les systèmes de navigation par satellites.

### **1.2.2- SYSTEMES DE NAVIGATION PAR SATELLITES**

Les systèmes de navigation par satellites se composent essentiellement de satellites à défilement dont l'installation englobe le sphéroïde terrestre. Leur ouverture est mondiale, continue et permanente.

Chacun de ces systèmes est poursuivi par un réseau de stations de poursuite à terre dont le rôle est de définir et d'élaborer les éléments des orbites observées et aussi de contrôler la trajectoire suivie par chaque satellite de la constellation.

### 1.2.2 .1-NAVSTAR/ GPS

Le système de radiolocalisation NAVSTAR / GPS (Global Positioning System) a été développé par les Etats -Unis (Département de la Défense) à partir de 1973 pour offrir aux utilisateurs (prioritairement l'armée américaine) la possibilité de déterminer de façon précise leurs coordonnées en tout point de la surface de la Terre. Les satellites ont été mis sur orbite à partir de 1978 et le système NAVSTAR/GPS a été déclaré totalement opérationnel en 1994.

Le système NAVSTAR / GPS comprend :

- Un secteur "spatial", constitué d'une constellation de satellites
- Un secteur "commande et contrôle"
- Un secteur "utilisateur"

∅ Le secteur "spatial" :

La constellation GPS est constituée de 24 satellites répartis sur 6 plans orbitaux inclinés de  $55^\circ$  par rapport au plan équatorial. Il peut y avoir temporairement plus de 24 satellites en état de fonctionnement pour pallier les défaillances éventuelles et maintenir le caractère opérationnel du système.

Les orbites décrites à l'altitude de 20200 km sont circulaires et la période de révolution est égale à 11 h 58 min.

Cette configuration permet, avec 24 satellites opérationnels, de recevoir simultanément en tout lieu de la surface terrestre et à tout instant, les signaux émis par un minimum de 4 satellites.

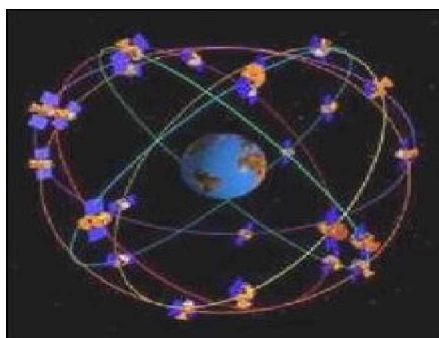


Figure I.5: Constellation GPS



∅ Le secteur "commande et contrôle"

Ce secteur qui dépend de l'armée américaine comporte 5 stations chargées de maintenir le système opérationnel de façon permanente.

La station maîtresse est située à Colorado Springs et c'est elle qui fournit le temps de référence, contrôle et programme le repositionnement éventuel des satellites. Les autres stations assurent le contrôle du système et la mise à jour des informations à bord des satellites.

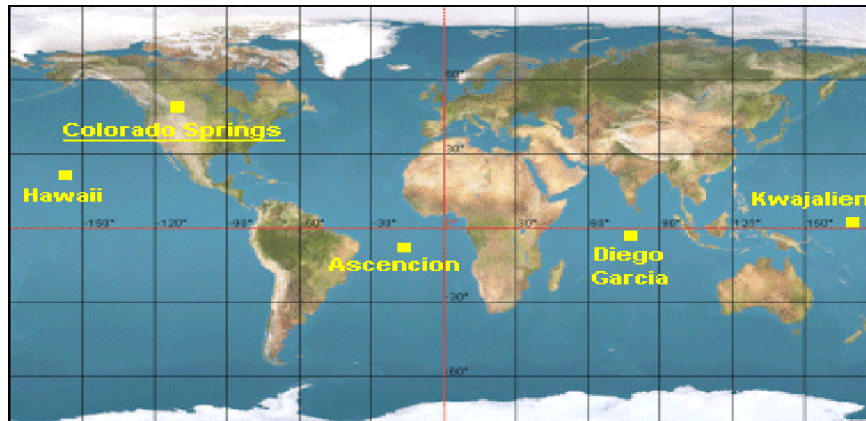


Figure I.6: Stations de "commande et contrôle" du système GPS

∅ Le secteur utilisateur :

Le secteur utilisateur est tout utilisateur muni d'un récepteur GPS.

Un récepteur GPS permet

- d'acquérir les signaux émis par les satellites de la constellation GPS
- d'identifier les satellites en vue
- de décoder et d'exploiter les données reçues
- de calculer la position de l'antenne de réception en coordonnées géographiques dans le système géodésique WGS 84 (World Geodesic System).

Un récepteur GPS comprend

- une antenne de réception
- un calculateur
- un afficheur
- une alimentation électrique

Le principe général de système NAVSTAR/GPS repose sur des concepts qui semblent

simples, mais dont la maîtrise technologique se situe à un niveau très élevé. En effet, pour qu'un utilisateur muni d'un récepteur GPS puisse se localiser avec une précision de quelques mètres, il faut qu'il soit vu simultanément par au moins 4 satellites et que l'horloge de son récepteur ainsi que celles des satellites soient synchronisées avec une extrême précision.

#### *1.2.2.2- GLONASS (Global Orbiting Navigation Satellite System):*

GLONASS signifie (Global Orbiting Navigation Satellite System) .C'est le concurrent russe du système GPS américain. Il a pour mission d'aider l'armée russe à mieux coordonner les déplacements de ses moyens militaires en particulier sur les théâtres d'opérations.

GLONASS est né durant la guerre froide. Il était destiné uniquement à l'armée rouge. Le premier satellite GLONASS (aussi nommé ouragan) est lancé en 1982. En 1995 GLONASS est officiellement opérationnel avec 24 satellites. Toutefois avec la fin de l'URSS, la Russie est confrontée à une crise économique qui l'empêche de disposer des moyens nécessaires pour assurer la continuité de GLONASS. Certains satellites sont tombés en panne sans être remplacé. On estime actuellement que GLONASS ne fonctionne qu'avec une dizaine de satellites couvrant au mieux 50% du globe. Toutefois depuis 2004, la Russie relance le projet en annonçant le lancement de 3 satellites par an. Les premiers viennent d'être lancés et sont de catégorie GLONASS -M disposant d'une durée de vie de 7 ans et plus précis. Les prochains devraient être de catégorie GLONASS -K avec une durée de vie de 10 à 12 ans. La faible durée de vie des premiers GLONASS a eu un impact négatif sur le projet. La Russie compte disposer de 18 satellites en 2008 et 24 en 2010.

Malgré la remise sur rails du projet GLONASS, son avenir reste incertain dans la mesure où il faudra non seulement remplacer les satellites manquants mais aussi ceux qui ne seront plus fonctionnels dans les années à venir. En même temps le projet européen Galiléo sera devenu totalement opérationnel malgré ses retards successifs. Des accords de partenariat sont à l'étude entre la Russie et l'Europe. Comme tous les systèmes de positionnement par satellites, GLONASS est composé de trois parties. La partie spatiale est constituée de 24 satellites, répartis sur trois plans orbitaux à une altitude de 19 100 km parcourue en 11 heures 15 minutes 44 secondes. A la différence du système GPS, les satellites de la constellation, vus du sol, se retrouvent à la même place dans le ciel après huit jours sidéraux. Huit satellites sont prévus pour chaque plan orbital. La partie au sol est composée de cinq stations de contrôle, la principale se trouve à Krasnoznamenask dans la région de Moscou. La partie utilisateur réunit l'ensemble des récepteurs utilisant les signaux des satellites.

Début 2008, 16 satellites actifs sont en orbite, ce qui permet la couverture de tout le territoire russe. Les premiers appareils de positionnement étaient prévus pour être commercialisés fin décembre 2007. Cependant, les premiers appareils en service souffrent des défauts fonctionnels (manque de précision, interruption de service, etc.) ou de couverture territoriale insuffisante, ce qui a amené, le 23 janvier 2008, le premier vice-premier ministre russe Ivanov à critiqué sévèrement les concepteurs du système pour les manquements de qualité.

L'Agence spatiale fédérale russe (Roskosmos) prévoit la fin de déploiement des 24 satellites couvrant le monde entier vers la fin 2009.

### *1.2.2.3- GNSS (Global Navigation Satellite System)*

Les systèmes GPS et GLONASS ont présentes beaucoup d'insuffisances ( manque d'intégrité , manque de disponibilité , manque de contrôle international, .....).D' où ,des nombreux problèmes institutionnels freinent la mise en œuvre de la navigation par ces systèmes pour l'aviation civile internationale .Les systèmes de navigation par satellite GNSS ( Global Navigation Satellite System) sont alors considérés comme la solution la plus efficace pour faire face à l'accroissement du trafic et pour apporter plus de sécurité pour les usagers .

Le GNSS-1 est la première génération, combinant l'utilisation des systèmes GPS et GLONASS, avec des systèmes d'augmentation satellitaires (SBAS) ou terrestres (GBAS). Aux États-Unis, le complément satellitaire est le WAAS, en Europe, c'est le EGNOS, et au Japon, le MSAS. Les systèmes complémentaires terrestres (GBAS) sont généralement locaux, comme le "Local Area Augmentation System" (LAAS). Les systèmes d'augmentation terrestres continentaux (GBAS) par exemple l'australien GRAS et le service DGPS du ministère des transports américain.

Les GBAS régionaux comme le réseau CORS.

Les GBAS locaux utilisant une seule station de référence fonctionnant en corrections cinématiques. (Real Time Kinematic). Les performances du GNSS1 sont compatibles avec la navigation « en route » (suivi des couloirs aériens et des espacements) et éventuellement d'approche si un système LAAS est disponible.

Le GNSS-2 est la seconde génération de systèmes, capable de fournir tous les services civils, dont l'exemple le plus avancé est le Galileo européen. Ces systèmes procureront simultanément la précision et l'intégrité nécessaire à la navigation civile dans toutes les

phases de vol. Le système GPS en développement doit inclure également la porteuse L5 d'intégrité, le mettant ainsi au niveau GNSS2.

### **I.3-SYSTEMES DE NAVIGATION INERTIELS**

L'objectif des systèmes de navigation inertiels est d'estimer de façon autonome la position et la vitesse d'un véhicule par rapport à la terre à partir d'une unité de mesure inertielle (UMI) qui comprend des capteurs inertiels (accéléromètres, gyroscopes) et d'un calculateur de bord qui élabore la solution de navigation. Ceci repose sur l'intégration des forces spécifiques mesurées par les accéléromètres, et projetées dans le repère de navigation à partir des informations fournies par les gyroscopes.

Nous pouvons définir deux types de systèmes inertiels : l'INS (Inertial Navigation System) et l'IRS (Inertial Référence System)

Le système INS est équipé d'une plateforme restant parfaitement horizontale pendant toute la durée de vol

Le système IRS est une centrale solidaire de la structure de l'avion. Il génère une plateforme fictive maintenue à l'horizontale par calcul.

Le tableau ci-dessous donne la composition des deux systèmes INS et IRS

Compositions	INS	IRS
<b>Composant inertiel</b>	<p><b>Inertiel navigation unit-INU</b></p> <p><b>Plate forme inertielle</b></p> <p>Suspendue à la cardan et stabilisée à l'horizontale par des boucles d'asservissement.</p> <p>Deux accéléromètres A1 et A2 perpendiculaires entre eux</p> <p>Trois gyroscopes dont 2 à axes verticaux (G1&amp;G2) et le3éme à axe horizontal(G3)</p> <p>Cette plate forme est orientée par rapport à des références terrestres</p> <p><b>Calculateur</b></p> <p>Calcule toutes les valeurs nécessaires à la navigation orthodromique et génères des signaux pour le pilote automatique (AP)</p>	<p><b>Inertiel Référence Unit-IRU</b></p> <p><b>Plate forme inertielle</b></p> <p>Trois accéléromètres asservis liés à la structure de l'avion et dont les axes sensibles sont orientés suivant les trois axes de l'avion.</p> <p>Trois gyro laser liés à la structure de l'avion mesurent la vitesse angulaire de rotation des trois axes de l'avion.</p> <p><b>Calculateur</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ø Calculs trigonométriques convertissant les mesures accéléromètres.</li> <li>Ø Tous les calculs de navigation orthodromique</li> <li>Ø Signaux pour l'AP.</li> </ul>
<b>Control Display Unit-CDU</b>	Boitier de commande et d'affichage. (Interface homme / machine).	Boitier de commande et d'affichage (Interface homme /machine)
<b>Mode Selector Unit -MSU</b>	Permet de sélectionner le mode de fonctionnement	Permet de sélectionner le mode de fonctionnement.
<b>Battery Unit-BU</b>	Alimente l'INS pendant 15 à 30 minutes en cas de défaillance du système d'alimentation de bord	

Tableau I .1 : Comparaison entre les deux systèmes INS et IRS

Le détail des systèmes de navigation inertiels se trouve dans le chapitre II

## CHAPITRE II LES SYSTEMES INERTILLES

### II.1-DEFINITION DE LA NAVIGATION INERTIELLE

La navigation inertielle est un moyen de navigation autonome qui fournit en permanence la position, la vitesse et l'attitude d'un mobile en 3\_D par référence à sa position et son alignement initiaux.

Le principe repose sur la mesure précise de l'accélération du mobile à l'aide des accéléromètres, et le calculateur effectue un premier intégral pour déterminer le vecteur vitesse par rapport au sol

$$\vec{v} = \int \vec{a} dt + v_0 \tag{Eq.II -1}$$

Une deuxième intégration de la vitesse donne le vecteur position  $r$  du mobile :

$$\vec{r} = \int \vec{v} dt + r_0 \tag{Eq.II -2}$$

Où  $v_0$  et  $r_0$  sont la vitesse et la position initiale du mobile

Les accéléromètres sont contenus dans une plateforme qui porte le trièdre de mesure des accélérations. Ce trièdre est matérialisé par des gyroscopes qui mesurent des vitesses angulaires  $\omega$ . L'intégration de ces mesures gyroscopiques fournit l'information d'attitude  $\rho$  (orientation du repère mobile par rapport à un repère terrestre).

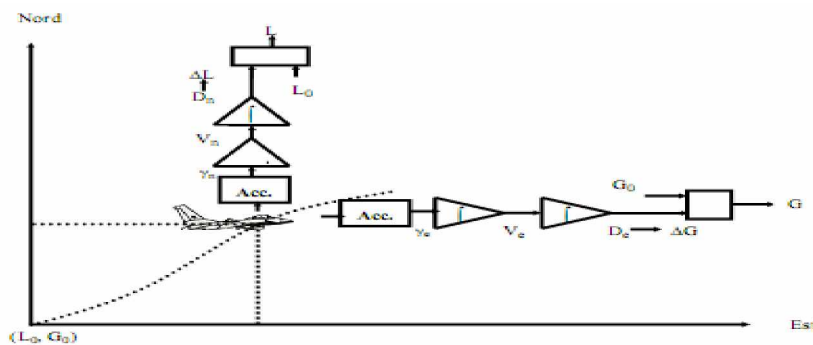


Figure II.1 : Principe des systèmes inertiels

## II.2- CONSTITUTION D'UNE CENTRALE INERTIELLE

Une centrale inertielle CI est constituée de trois gyroscopes et de trois accéléromètres qui fournissent des mesures brutes de vitesses angulaires et d'accélération respectivement.

En ajoutant un calculateur, qui permet à un véhicule de connaître sa position et sa vitesse dans l'espace, la CI devient appelé « système de navigation inertielle » .

### II.2.1- GYROSCOPES

#### II.2.1.1- DEFINITION ET PROPRIETES D'UN GYROSCOPE

On appelle gyroscope tout appareil permettant d'effectuer une mesure de la rotation de son boîtier vis-à-vis de l'espace inertielle.

Le gyroscope est constitué d'une roue tournante sur elle-même avec une très grande vitesse. Il est caractérisé par les propriétés suivantes :

La Rigidité : (inertie gyroscopique) est sa propriété qui lui cause de continuer tourner dans le même plan .En absence des forces extérieures, l'axe des rotations va continuer à pointer dans la même position en espace à laquelle était initialement fixé. Pour améliorer la rigidité, il est nécessaire d'augmenter la vitesse de rotation, d'augmenter la masse de la roue, et de concentrer la masse de la roue autour de la circonférence.

La précession: Soit un gyroscope en mouvement, exerçons sur son axe un couple de forces extérieures dont le moment par rapport à son centre de suspension O (confondu avec son centre de gravité) vaut M. Nous constatons que l'axe se dérobe perpendiculairement à la direction de cette force (figure II.2). On dit que le gyroscope précessionne.

En notant la précession gyroscopique par  $\Omega$  (vitesse angulaire du gyroscope, autour de l'axe Z'Z)

Alors :

$$\vec{\omega} = \vec{\Omega} \wedge \vec{\omega} \quad \text{Eq.II-3}$$



Figure II.2 : La précession

Nous voyons que la vitesse de précession sera d'autant plus élevée que le couple sera important et si nous voulons que le gyroscope ne soit pas perturbé par des couples très faibles, nous avons intérêt à avoir une grande vitesse de rotation.

Le sens de  $\Omega$  sur  $Z'Z$  est donné par la règle du tire bouchon lorsqu'on amène  $H$  sur le couple perturbateur  $M$  par le plus court chemin.

### II.2.1.2-ALIGNEMENT GYROSCOPIQUE

Du à la rigidité d'un gyroscope, son axe de rotation continue à pointer dans une direction fixe .N'importe quel mouvement de l'axe de rotation à partir de sa direction fixe est connu comme gyro wander. Dépendamment de la direction dans laquelle l'axe de rotation tourne, le gyroscope va exécuter une dérive ou un renversement.

La dérive apparaît lorsque l'axe de rotation tourne dans le plan horizontal. Le renversement apparaît lorsque l'axe de rotation tourne dans le plan vertical (voir Figure (II.3))

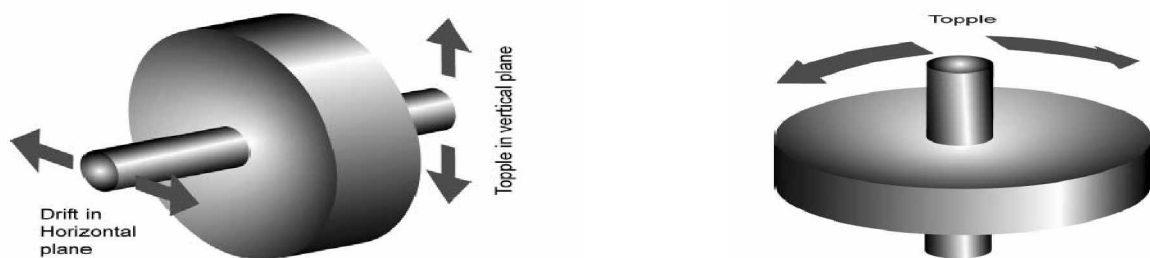


Figure II.3 : Alignement réel (Real Wander)

Lorsque l'axe de rotation se déplace par rapport à un point fixe dans l'espace, alors le gyroscope subit un alignement réel (dérive, renversement ou une combinaison des deux) .Un tel alignement peut être induit par la latitude ou peut être dû par des imperfections d'un



gyroscope comme par exemple par le : balancement imparfait de la roue de gyroscope, balancement des anneaux et par les chargements des roulements à friction.

Quand l'axe de rotation d'un gyroscope parfait a un observateur sur la terre – comme s'il changeait de direction- on dit que le gyroscope souffre d'un alignement apparent .La figure ci-dessus montre la dérive apparente .L'axe de rotation apparaisse à un observateur sur la terre comme si elle se déplaçait à partir de NV. On sait que le gyroscope est stationnaire sur la terre et que c'est la terre qui tourne autour de son propre axe de rotation.

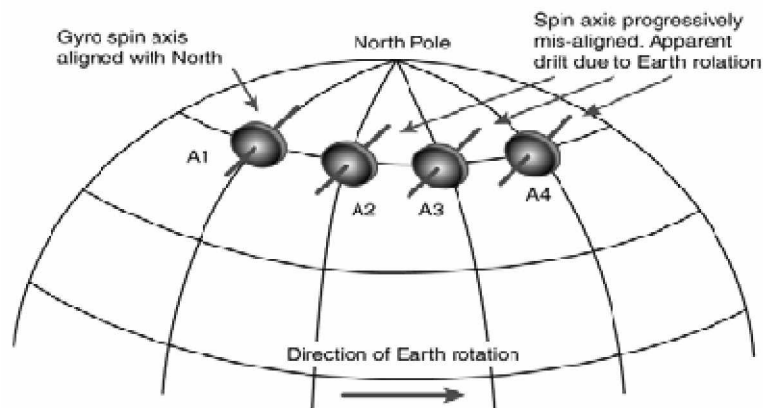


Figure II.4 : Alignement apparent d'un gyroscope

La dérive apparente n'apparaît pas à l'équateur, car les méridiens sont parallèles .Aux pôles, le taux de La dérive apparente est égal au taux de rotation de la terre (15°par heure). La formule pour La dérive apparente (dû à la rotation de la terre) est:

$$\text{Taux de la dérive apparente} = 15 * \sin(\text{lat}) \quad \text{Eq.II-4}$$

### II.2.1.3-TYPES DES GYROSCOPES

Les gyroscopes sont de plusieurs types: gyroscopes mécaniques, gyroscopes optiques, gyroscopes vibrants ...etc

Les Gyroscopes de types mécaniques : sont principalement constitués d'une toupie tournante à très grande vitesse, et sont capables de fournir une information de vitesse angulaire, vis-à-vis d'un référentiel absolu (c'est-à-dire fixe par rapport aux étoiles).

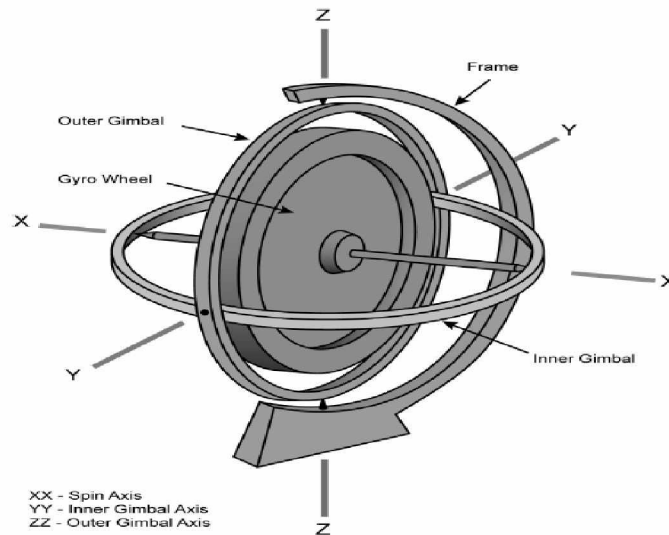


Figure II.5 : Gyroscopie mécanique

Les toupies des gyroscopes sont généralement montées dans des systèmes d'anneaux de cardan qui les isolent des mouvements de la structure porteuse. Deux configurations sont utilisées :

#### → Suspension à 1 degré de liberté

La toupie est supportée par un seul anneau de cardan : possibilité de rotation autour d'un seul axe (axe Y) d'où un degré de liberté. Un tel montage ne matérialise pas une direction de référence.

Un Gyroscopie à un degré de liberté (ou gyromètre) est représenté schématiquement dans la figure ci-dessous avec l'axe X fixe et l'axe Z libre (degré de liberté).

Le montage a la propriété suivante : si l'on soumet le gyromètre à une perturbation (rotation) il apparaît un moment d'inertie tel que le vecteur moment cinétique  $H$  tourne vers la perturbation par le chemin le plus court. Ainsi, en mesurant la vitesse de rotation induite du gyromètre selon X grâce à des détecteurs d'angles, on mesure la vitesse de rotation imposée autour de l'axe Z. L'axe Z est appelé axe sensible du gyromètre, l'axe X est l'axe de sortie.

Un gyromètre permet donc de mesurer des vitesses de rotation.

#### → Suspension à 2 degrés de liberté

La toupie est supportée par deux anneaux de cardan : possibilité de rotation autour de deux axes (Y et Z), d'où 2 degrés de liberté. Dans cette configuration, l'axe de la toupie peut prendre n'importe quelle direction.

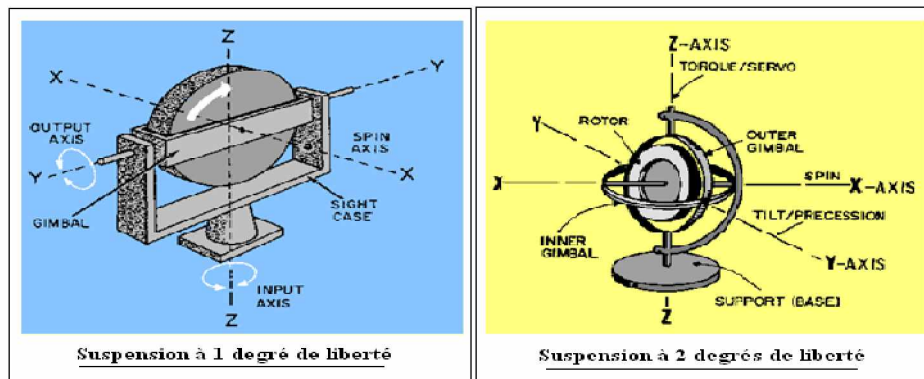


Figure II.6 : Modes de suspension du gyroscope

Un gyroscope à deux axes (figure) est un gyroscope qui peut pivoter selon les deux axes X et Z . On peut le considérer comme étant équivalent à deux gyroscopes superposés, un dont l'entrée est X , l'autre dont l'entrée est Z .

Le Gyroscope à deux degrés de liberté a les propriétés suivantes :

Si on lui applique un couple extérieur par inertie, il va induire la vitesse de précession nécessaire pour engendrer un couple gyroscopique opposé au couple extérieur. Réciproquement, si un gyroscope à deux degrés de liberté n'est soumis à aucun couple extérieur, il n'y a aucune précession induite et il indique une direction fixe dans l'espace absolu.

Remarque:

Lorsque la rotation d'un gyroscope est due à un phénomène aléatoire ou non maîtrisé, on l'appelle "dérive gyroscopique"(voir plus loin).La dérive mesurée en degré \heure caractérise la qualité d'un gyroscope .Elle est donnée par :

$$\text{Dérive } D = \frac{\text{couple parasites}}{\text{moment cinétique}} \quad \text{Eq.II-5}$$

Cette dérive est d'autant plus faible que H est grand .On peut augmenter H simplement en augmentant la vitesse de rotation de la toupie. Cette dérive peut être due à un grand nombre de phénomènes.

Pour les gyromètres optiques, il s'agit de capteurs qui mettent en jeu le phénomène de la propagation de la lumière. Sous certaines conditions, le déphasage à la sortie d'un interféromètre (appareil de mesure fondé sur l'interférence d'ondes) peut être sensible à la rotation du repère lié à l'appareil. Cet effet est connu sous le nom d'effet Sagnac (1913). En

utilisant des ondes lumineuses dans l'interféromètre, l'effet Sagnac optique conduit à la réalisation de gyroscopes optiques qui constituent des capteurs de haute sensibilité.

Actuellement pour les gyroscopes optiques, nous trouvons les Gyrolasers (RLG) et les gyroscopes à fibre optique (FOG).

D'après la Figure (II.7) du RLG ci-dessous, le trajet optique triangulaire est constitué par un tube rempli d'un mélange gazeux (hélium et néon). L'ionisation est produite par une cathode et deux anodes (pour les deux circuits ioniques). La longueur d'onde est de l'ordre de  $0,6 \mu m$ . La réflexion des rayons lumineux est effectuée par des miroirs.

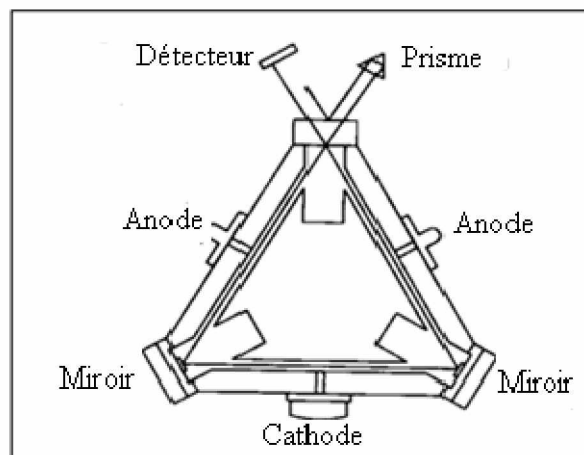


Figure II.7: Le Gyrolaser RLG

Le principe de fonctionnement des gyrolaser est fondé sur l'exploitation de la condition nécessaire de résonance de la cavité optique utilisée. Cette condition se traduit par :

$$P = 2\pi p \lambda \tag{Eq.II-6}$$

Où  $p$  est le trajet optique du circuit, un nombre entier.

A une variation  $\Delta p$  de  $p$ , correspond une variation  $\Delta f$  de la fréquence  $f$  tel que

$$\Delta f = \frac{c}{\lambda^2} \Delta p \tag{Eq.II-7}$$

Comme les fréquences des lasers sont très élevées, la différence de fréquence est très grande par rapport à la différence de trajet donnée par l'effet Sagnac.

$$|\Delta f| = \frac{2\Omega}{\lambda} \tag{Eq.II-8}$$

Les gyromètres à fibre optique sont fondés exactement sur l'effet SAGNAC. La solution choisie pour améliorer la sensibilité du gyromètre est d'augmenter son aire géométrique.

Ceci est réalisé grâce à une fibre optique que l'on enroule en N (1000 à 10000) spires. L'aire totale d'un tel gyromètre est alors  $S=N \pi r^2$  :

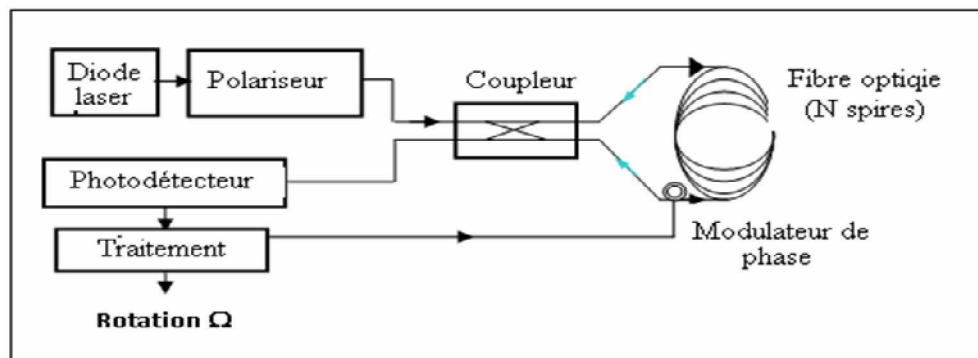


Figure (II.8) : Le gyroscope à fibre optique

Le déphasage résultant entre les deux ondes est donné par :

$$\Delta \phi = -\Delta \phi_{\text{Sagnac}} = -\frac{2\Omega S}{c} = -\frac{2\Omega N \pi r^2}{c} \quad \text{Eq.II-9}$$

(L : longueur totale du trajet)

Par rapport aux gyroscopes mécaniques, les gyroscopes laser ont :

- Une meilleure stabilité du facteur d'échelle,
- Une meilleure dynamique (rapport de la plus grande à la plus petite vitesse angulaire mesurée),
- Les accélérations du boîtier n'ont aucune influence sur le phénomène optique,
- Très grande fiabilité (absence de pièces en mouvement)
- Performances limitées à  $10^{-3} \text{ } ^\circ / \text{h}$

## II.2.2 -LES ACCELEROMETRS

### II.2.2.1 -DEFINITION D'UN ACCELEROMETRE

L'accéléromètre est un appareil permettant de mesurer une ou plusieurs composantes de la force spécifique. La force spécifique  $f$  est la différence entre l'accélération absolue "a" et le champ de gravitation local  $\Phi$  :  $f = a - \Phi$  Eq.II-10

### II.2.2.2 -TYPES DES ACCELEROMETRS

Différents types d'accéléromètres sont utilisés :

- À ressort

- Pendulaire
- À quartz
- À ondes acoustiques de surface (SAW)
- À fibres optiques...

L'accéléromètre à ressort [Figure (II.9)] est monté directement sur la structure du véhicule dont on veut mesurer l'accélération (montage strapdown) ou sur la plate-forme stabilisée d'une centrale inertielle. Il fonctionne selon le principe suivant :

- Un ressort de raideur  $K$  crée un rappel élastique. Un dash pot de constante  $f$  amortit les oscillations.

- Un détecteur  $D$  mesure  $X$  et délivre une tension  $V=DX$ , qui est amplifiée avec un gain  $G$ .

Le courant  $I$  commande un servo-moteur générant une force  $F$  qui agit sur la masse  $m$  de telle manière que le système travaille autour de zéro ( $X=0$  à chaque instant)

On peut montrer que :

$$f = -$$

Eq.II-11

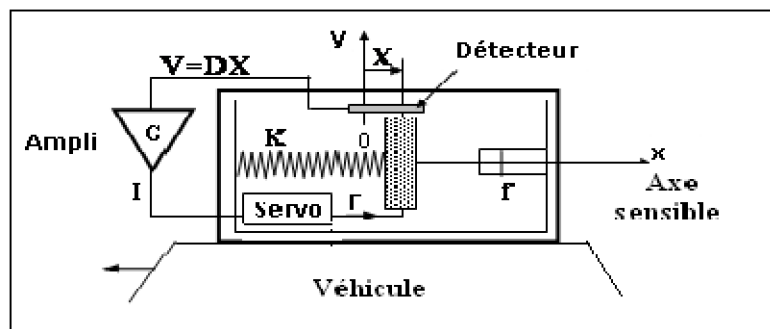


Figure (II.9) : Accéléromètre à ressort

L'accéléromètre pendulaire à rappel électromagnétique est un appareil qui est constitué par une masse fixée à l'extrémité d'une tige articulée par rapport au boîtier. On détecte les rotations angulaires de cette tige et le signal ainsi obtenu après amplification est utilisé pour commander un moteur-couple. Le pendule est donc asservi à rester immobile.

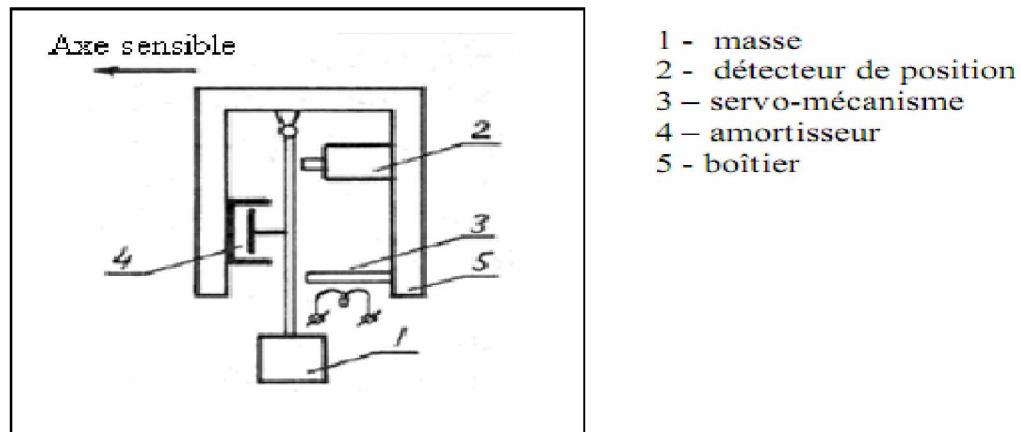


Figure II.10 : Accéléromètre pendulaire

Pour l'accéléromètre à quartz [Figure (II.11)], une accélération suivant l'axe sensible va comprimer un des cristaux et dilater l'autre, ce qui modifie leurs propriétés électriques et mécaniques (fréquence, résistivité, etc...). Ces modifications sont exploitées pour mesurer la force spécifique de manière différentielle.

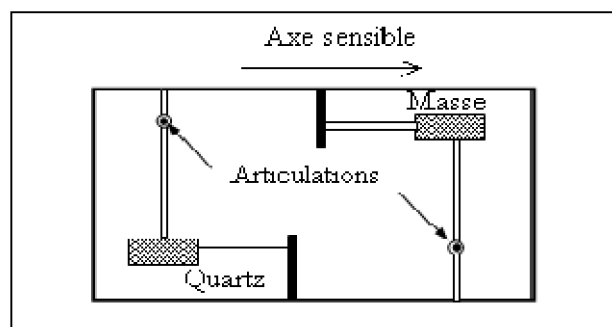


Figure II.11 : Accéléromètre à quartz

### II.2.3-CALCULATEUR

Il fournit tous les calculs de navigation orthodromique et génère les signaux de couplage nécessaires au système PA/DV (Pilote Automatique / Directeur de Vol). Sa charge de calcul est assez faible (100 000 opérations par seconde).

### II.3-TYPES DES SYSTEMES INERTIELS

Afin de mesurer la force spécifique  $f$  et la rotation  $\omega$ , on fixe sur un même bâti 3 accéléromètres et 3 gyroscopes. Cet ensemble s'appelle plate-forme inertielle (le cœur). Les gyroscopes pointent dans 3 directions choisies formant ainsi un repère.

Voilà un schéma qui représente une centrale inertielle (l'avion A330)

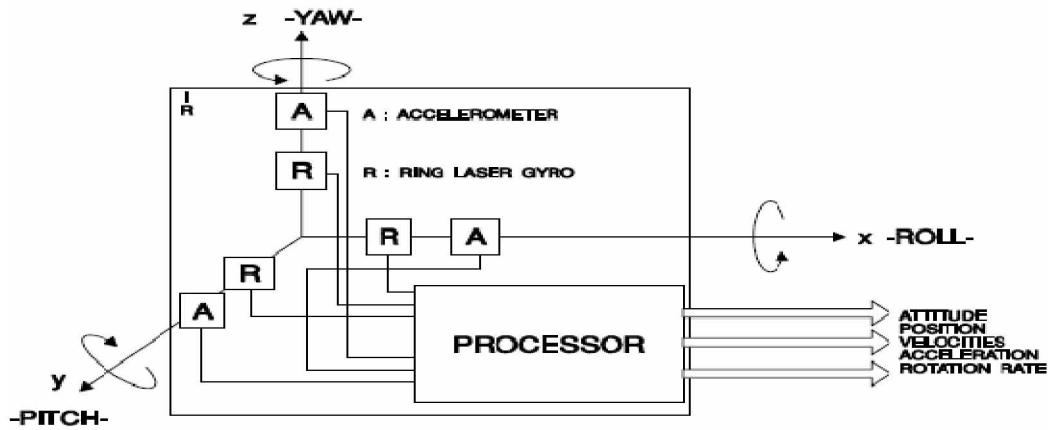


Figure (II.12) : Plate forme inertielle de l'avion(A330)

Il y a deux façons d'utiliser une telle plate-forme :

- ü plate forme stabilisée (Gimbaled)
- ü plate forme à composants liés (strap-down)

**II.3.1-CENTRALE STABILISEE OU CENTRALE "GIMBALED"**

Les centrales dites "gimbaled" utilisent une plate-forme stabilisée qui permet d'obtenir l'ensemble des données accélérométriques dans un système de référence. Les données acquises lors d'une campagne de mesures sont donc directement utilisables. Le défaut de tels systèmes est la difficulté de maintenir la centrale stable. Pour ce faire, on utilise de nombreux équipements mécaniques (cardan, moteur,...). Ces systèmes sont donc fragiles, encombrants, lourds et très coûteux en raison des composants mécaniques embarqués. La qualité des données fournies dépend donc de la réactivité des systèmes de stabilisation et d'orientation.

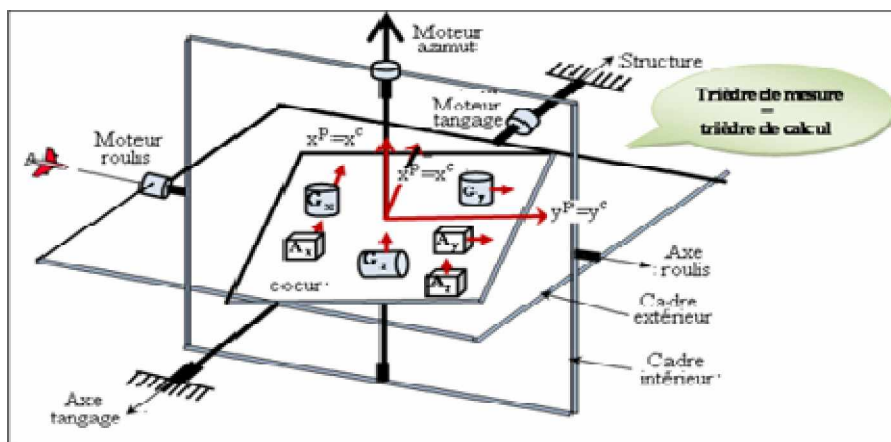


Figure II.13 : Plateforme stabilisée



### II.3.2-CENTRALE A COMPOSANTE LIES OU CENTRALE "STAP-DOWN"

Contrairement aux centrales stabilisées, les centrales à composants liés ont l'ensemble de leurs capteurs fixes sur un même support. Le problème de ce type de centrales réside dans le fait que l'ensemble des informations est enregistré dans le trièdre relatif à la plateforme, et que, pour les utiliser, il faut les convertir dans un trièdre absolu. Il faut alors réaliser un post-traitement, à partir des données d'orientation fournies par les gyromètres, dans le but d'effectuer un changement de repère pour utiliser les données enregistrées.

L'ensemble des valeurs enregistrées doit être exprimé dans un système orienté, stable dans le temps.

Par ailleurs ces centrales sont moins fragiles car elles comportent très peu de pièces mécaniques.

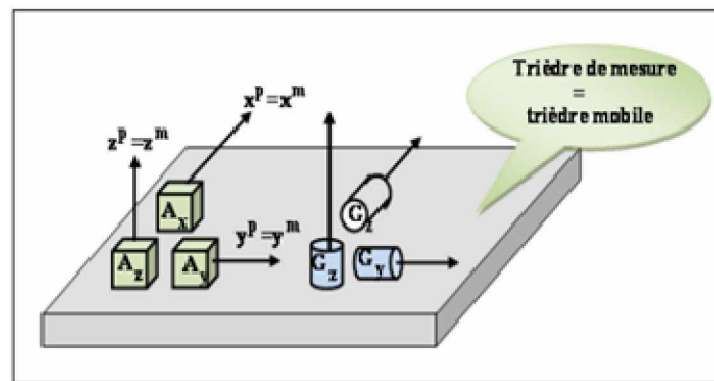


Figure II.14 : Plateforme strapdown

## II.4-ERREURS ET PERFORMANCE DES SYSTEMES UNERTIELS

### II.4.1-ERREURS DES SYSTEMES INERTIELS

Il existe dans une centrale inertielle plusieurs sources d'erreurs qui ont des conséquences significatives sur la précision des paramètres de navigation

Les erreurs de mesures des capteurs sont :

– bruit de mesure: c'est une erreur aléatoire qui s'ajoute à la mesure véritable. Toutes les mesures seront certainement bruitées. Il s'agit du bruit dans les composants électroniques, le bruit de quantification, etc. On le modélise comme bruit additif :

$$= \epsilon +$$

Eq.II-12

$$= \epsilon + \quad \text{Eq.II-13}$$

Où  $a$  et  $w$  sont l'accélération et la vitesse de rotation respectivement

Il restera à déterminer si le bruit peut être considéré blanc ou non. Egalement, on va s'intéresser à sa puissance.

– **Biais**: Cette erreur est composée d'une partie déterministe appelée offset et d'une partie aléatoire appelée dérive. La dérive est due à la variation de température. Par conséquent la dérive est particulièrement forte pendant les premières minutes après la mise sous tension quand les composants électroniques s'échauffent (Crossbow indique 10 minutes de temps de préchauffage).

– **Facteur d'échelle**: c'est une erreur déterministe qui est due aux erreurs de fabrications et n'évolue pas considérablement. En conséquence, il peut être calibré une fois pour toutes dans la plupart des cas.

– **Alignement** : erreur d'alignement des axes sensibles des accéléromètres, des axes sensibles des gyroscopes et des axes de la plate-forme.

– **Non-linéarités des accéléromètres**: c'est la déviation par rapport à la caractéristique linéaire idéale d'entrée/sortie.

En tenant compte des sources d'erreurs prédominantes (Biais), on peut écrire :

$$f_{\epsilon} = \omega + \omega + \quad \text{Eq;II.14}$$

$$= + + \quad \text{Eq:II.15}$$

Où  $f$  et  $w$  sont les forces spécifiques et la vitesse de rotation,  $b$  est le biais et  $\epsilon$  est le bruit de mesure

#### II.4.2-PERFORMANCES DES SYSTEMES INERTIELS

Le tableau II.2 ci-dessous indique les performances fournies par les systèmes inertiels

Classification et performances des gyros				Classification et performances des accéléromètres	
Classe	Technologie gyros	Biais gyros	Performance position	Technologie accéléros	Biais accéléros
Militaire	RLG, FOG	<0,005°/h	1nm/24h	Servo ,Vibrant	<30μg
Navigation	RLG, FOG	<0,01°/h	1nm/h	Servo ,Vibrant	50μg
Tactique		1°/h	>10nm/h	Servo,Vibrant ,ME MS	1mg
Système de Contrôlé	Coriolis	10°- 1000°/h		MEMS	10mg

Tableau II .1- Les performances fournies par les systèmes inertiels

## II.5-LES AVANTAGES ET LES INCONVENIENTS DU SYSTEME INERTIEL

Les systèmes de navigation inertiels présentent les avantages suivants:

- ∅ Solution complète: En sortie, on obtient la position, la vitesse, l'orientation, l'accélération et la rotation.
- ∅ Haute précision à court terme: La précision du système est très bonne sur une courte durée, donc avant que les effets de dérive ne commencent à devenir trop forts. Il est évident qu'on suppose le système bien initialisé.
- ∅ Haute disponibilité: Le système est entièrement autonome, c'est à dire qu'il ne dépend pas de dispositifs extérieurs. En outre, les centrales inertiels sont techniquement très fiables.

- ∅ Haut débit de données: Des centrales inertiels ont typiquement une fréquence d'échantillonnage de 100-150 Hz. Compte tenu qu'une voiture roulant à 70 Km/h parcourt une distance de 20 m par seconde, une telle fréquence est particulièrement intéressante pour les systèmes de conduite automatisée.
- ∅ Pas d'encombrement : Les CI ont une taille raisonnablement réduite pour envisager tout type d'application, leur taille est de plus en plus petite et ne nécessite pas de contrainte de placement spéciale.

Malgré ces avantages, les systèmes inertiels présentent aussi quelques inconvénients qui sont :

- ∅ Forte dérive: Les effets du biais et de la marche aléatoire, bien que relativement faible dans les accéléromètres et les gyroscopes, mènent à une très forte dérive après la double intégration, comme on va le voir dans les chapitres suivants.
- ∅ Pas d'information absolue: Etant un système de navigation à l'estime, la position et la vitesse sont toujours calculées à partir des conditions initiales, qui doivent être fournies par un dispositif extérieur. Un INS ne peut pas s'initialiser seul. Un INS peut s'initialiser seul en ce qui concerne l'angle de cap absolu, quand ses gyroscopes sont suffisamment précis pour trouver le nord à partir de la rotation de la terre.
- ∅ Sensibilité à la gravité: Bien qu'on ait pris des mesures pour compenser les effets de la gravité, il en résulte toutefois encore des erreurs, notamment en conséquence des erreurs d'orientation.

## **CHAPITRE III**

### **ETUDE DESCRIPTIVE DE LA CENTRALE INERTIELLE 'LTN-72'**

#### **III.1-INTRODUCTION**

Comme nous avons vu dans le chapitre précédent, Les améliorations du gyroscope et de la technologie d'accéléromètre effectuent la conception du matériel complètement d'un seul bloc, passif, aéroporté possible. Ces systèmes de navigation inertielle n'exigent pas des bielles avec la terre pour déterminer exactement la position et la direction.

Il existe deux systèmes de navigation, l'ancien qui est l'INS, et l'autre l'IRS qui est plus utilisé actuellement. Dans ce qui suit nous voulons faire apparaître un exemplaire de centrale inertielle, le Litton LTN-72(INS) de l'hercule en Comptant sur des documents fournis par le laboratoire des Instruments de bord de la direction technique au niveau de l'aéroport d'Alger dont nous avons effectué notre stage.

#### **III .2- SYSTEME DE LA NAVIGATION INERTIELLE LTN\_72**

Le Litton LTN\_72 est un système de navigation inertielle conçu pour fournir une localisation précise et permanente pour la navigation. Le système fonctionne en sentant les accélérations d'avion à partir d'un gyroscope stabilisé, quatre \_gimbal, et une plate-forme à inertie d'assiette. L'alignement de la plate-forme est accompli automatiquement dans un délai de 15 minutes d'initialisation de système.

Le système fournit des coordonnées de position actuelles continues, commande de direction, dirige l'information, élabore l'information de déviation, l'information d'ambiguïté, et l'information d'attitude.

Le LTN-72 utilise les gyroscopes commandés par un ordinateur de précision pour fournir une plate-forme stable de référence pour les compteurs sensibles d'accéléromètres d'INS se sert des lois de mouvement fondamentales décrites par monsieur Isaac Newton. Des changements de l'accélération sont sentis par les accéléromètres de précision, et sont appliqués à un ordinateur qui calcule la vitesse, la direction, et d'autres données.

#### **III. 3– COMPOSANTS ET EMBLEMES DU SYSTEME LTN-72**

Le système LTN-72 se compose d'une unité de navigation inertielle (INU), de l'unité de contrôle et de visualisation (CDU), de l'unité de sélecteur de mode (MSU), de l'unité de batterie (BU), d'un inverseur de ventilateur, d'un ventilateur de refroidissement, du relais de contrôle, et des relais de commutation.

L'INU, qui contient la plate-forme à inertie, des plates-formes électroniques et un calculateur numérique d'usage universel, est situé sur le pupitre de commande de vol.

La batterie de nickel\_cadmium de 6.5amper /heure, qui sert de bloc d'alimentation emergency, est située sur l'armoire électrique de contrôle et d'approvisionnement. Des annonceurs d'interface sont situés sur les tableaux de bord du pilote et de copilote. Les annonceurs de panne de ventilateur sont en circuits localisés aux tableaux de bord du pilote et de copilote. Le ventilateur de refroidissement d'INU, l'inverseur de ventilateur et les relais de contrôle sont situés sur l'armoire électrique d'approvisionnement de conrole, La commutation de relais d'Institut central des statistiques fait partie du changement d'instruments de navigation.

#### **III.4- PUISSANCES REQUISES**

Des puissances requises d'INS sont fournies à partir des bus essentiels AC/DC des aéronefs et de la batterie +24 BDC NI\_CAD. La tension d'excitation de système est fournie du bus d'instrument de 26 VCA. L'alimentation AC (7.5 A.C. /B pour la puissance primaire, 10AC/B pour la stabilisation de la température) est fournie dans tous les disjoncteurs (C/B) directement à l'INU. L'alimentation CC est fournie à partir des 28 volts continu d'INS C/B ou +24 volts NI\_CAD dans toutes des diodes d'isolement sur le radiateur à l'INU. Les deux systèmes 115VAC et la batterie sont nécessaires pour allumer le système. Une fois en circuit, le système peut traiter le DC seul, fournissant l'exécution de navigation sans réchauffeurs ou sorties synchro pour 15 à 30 minutes employant la batterie. La vitesse anémométrique vraie TAS à partir de l'ordinateur est employée par l'INS pour calculer la vitesse du vent et la direction du vent. Ceux-ci sont pour l'affichage seulement et ne sont pas employés par l'INS en résolvant le calcul de navigation

#### **III .5- CONCEPTS DE MAINTENANCE**

Le LTN\_72 inclut une surveillance et une capacité d'avertissement qui fournit un contrôle de mode continu des performances du système.

Des pannes détectées par le système de surveillance et le dispositif d'alerte sont annoncées sur le CDU, le MSU, l'INU et les instruments de vol. En plus du contrôle des indications visuelles d'affichage et d'instrument, l'INU est équipé des indicateurs de verrouillage principaux simples d'une MORSURE (établie dans l'équipement de test) situés du côté de l'unité et sont également donnés pour l'analyse de panne. Ces indicateurs d'OCTET fournissent une maintenance personnelle par une indication visuelle directe d'un défaut.

Lors du fonctionnement, le système fournit un contrôle en mode continu qui peut être surveillé sur le CDU. Deux autres systèmes de contrôle continus sont fournis.

\_ Un sous-programme de gestion de hardware vérifie continuellement le bloc d'alimentation d'énergie, un circuit critique et des états d'alimentation par batterie.

Un sous-programme de gestion de logiciel de la puissance de batterie. Un programme software informatique réalise continuellement un essai d'intégrité du calculateur numérique.

Le LTN\_72 est mis à jour à trois niveaux séparés. Des instructions du service et de maintenance sont fournies dans les publications des constructeurs. Le constructeur définit les niveaux de maintenance en tant que de niveau I, de niveau II, et de niveau III, ces désignations correspondent à la maintenance de niveau d'organisation, de niveau intermédiaire, et de dépôt.

La maintenance du niveau I se compose du remplacement des différentes lumières d'unités d'INS, la lumière d'annonce de CDU et de MSU, et la lumière de CDU d'affichage. Le test au niveau I est un contrôle opérationnel exigeant aucun âge spécial.

La maintenance du niveau II est faite au magasin de champ. Des réparations de câblage et les remplacements de soin sont accomplis à ce niveau. Une station d'essai est exigée pour l'isolement de carte.

Le niveau III permet le remplacement des composants discrets aussi bien que le service sur la plate-forme stable. Ce niveau de maintenance exige des positionnements d'essai en plus de la station d'essai.

### **III .6- FONCTIONNEMENT DE LTN\_72**

#### **III.6.1- EFFETS DE GRAVITE SUR UN ACCELEROMETRE**

Puisque le signal de sortie d'accéléromètre doit être représenté de l'accélération dans un plan horizontal seulement, l'effet de l'assiette d'aéronefs doit être considéré.

Si l'accéléromètre dur a été monté au fuselage et l'avion a assumé un lancement vers le haut d'attitude pendant le décollage et la montée, le pendule balancerait outre de la nulle dans une direction vis-à-vis le chemin de vol de l'avion,, due à la pesanteur. Ce mouvement serait en plus de n'importe quel mouvement provoqué par l'accélération, et aurait comme conséquence un résultat incorrect. Pour empêcher l'effet non désiré de la pesanteur, les accéléromètres sont montés sur un cardan réglé qui agit de garder le niveau d'accéléromètre, indépendamment de l'attitude d'avion.

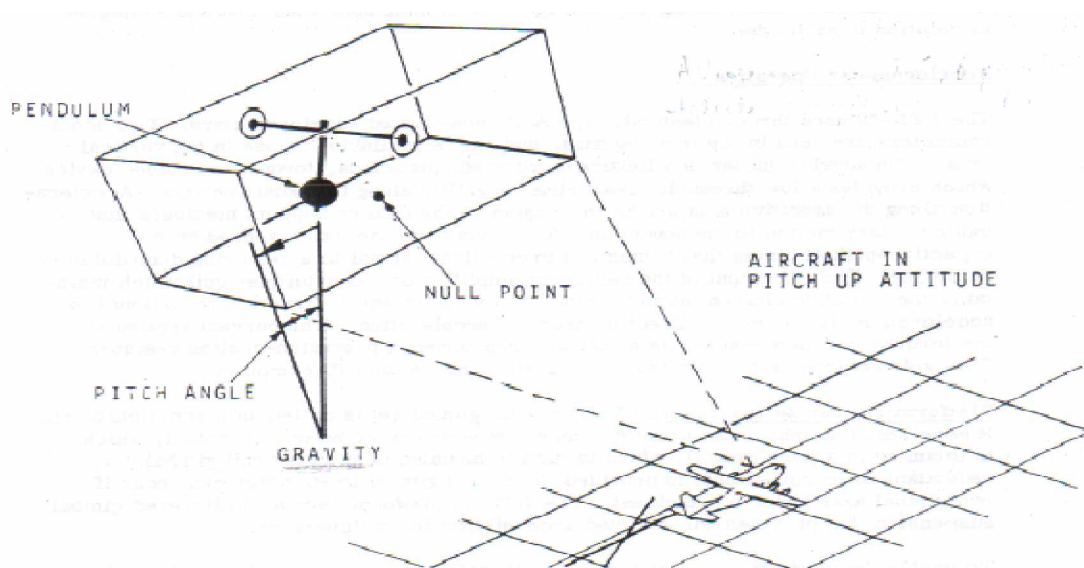


Figure III.1 : Effet de la Gravité sur un accéléromètre

### III.6.2- EXECUTION DE COMPAS GYROSCOPIQUE

Le LTN-72 INU utilise deux compas gyroscopiques non flottés, de type identique G-2, à deux degrés de liberté. L'utilisation des compas gyroscopiques de deux-degré-de-liberté permet la stabilisation de la plate-forme dans chacune des trois axes, à l'aide de deux compas gyroscopiques seulement avec leurs axes de rotation montés 90 degrés l'un par rapport à l'autre.

### III.6.3- EXECUTION D'ACCELEROMETRE

Le LTN-72 utilise trois accéléromètres identiques, de type A-2, non-flottés. Deux accéléromètres sont utilisés à l'axe de mise à niveau, et sont disponibles pour l'usage à l'axe vertical. L'accéléromètre est un dispositif flexure-supporté, pendulant, couple-retenu qui fournit une capacité de mesure de bas seuil le long de son axe sensible. L'accélération le



long de l'axe sensible produit des couples sur les supports de flexure qui induisent le mouvement rotatoire au pendule. Ce mouvement de rotation est senti par deux plats de capacitive-récupération qui transmettent un signal proportionnel à un amplificateur de restauration de démodulateur. Le rendement de C.C de l'amplificateur de reconstitution conduit un enroulement de torque qui met à jour l'élément sensible à la nulle. Puisque le courant de torque est directement proportionnel à l'accélération, il devient une mesure directe d'accélération. Le courant appliqué à la bobine de torque est mesuré comme une chute de tension à travers une résistance de précision-graduation. Cette chute de tension est alors appliquée comme signal d'entrée à l'ordinateur d'INU.

#### III.6.4- LA MECANISATION DE LA PLATE-FORME

La plate forme à inertie se compose d'un cardan d'azimut, monté dans un cardan de tangage qui alternativement est monté dans un cardan externe de roulis. Le cardan externe redondant de roulis est fourni pour empêcher la serrure de cardan qui peut se produire si deux axes de cardan deviennent coïncidents. La plate-forme LTN-72 utilise une suspension en porte-à-faux de cardan qui fournit l'accessibilité sans restriction pour la maintenance.

Pour permettre à la plate-forme de mettre à jour un niveau, des compas gyroscopiques sont montés sur la plate-forme stable qui fait partie du cardan d'azimut. Ces compas gyroscopiques sont conventionnels, et ont les propriétés d'un compas gyroscopique vertical ou directionnel typique.

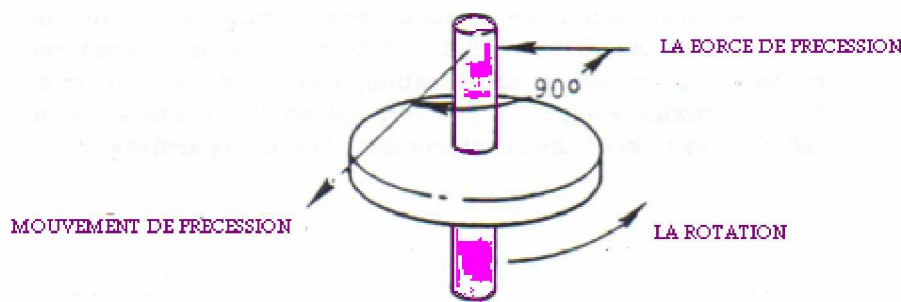


Figure III.2 : Précession gyroscopique

#### III.6.5- CARDANS DE COMPAS GYROSCOPIQUE CONTROLES DE LA PLATE-FORME

Les compas gyroscopiques X, Y, Z sont montés sur la plateforme stable qui fait partie du cardan d'azimut, avec les compas gyroscopique de X et de Y situé sur le dessus et le compas gyroscopique de Z situé sur le bas. Dans Le cas échéant des cardans quand ils

sont inclinés outre du niveau, la caisse de compas gyroscopique tournent par rapport au l'axe de rotor.

La quantité d'inclinaison de la caisse est détectée par les bobines de récupération de compas gyroscopique. Le signal de bobine de récupération est amplifié et envoyé à un moteur de torque de cardan qui pilote le cardan à la nulle ou au niveau. Puisque la plate-forme stable est toujours mise à jour de niveau, les accéléromètres ont monté sur les accélérations horizontales de sens de plateforme seulement et ne sont pas affectés par gravitation.

### **III.6.6 – COMPENSATION DE CADENCE DE LA TERRE**

Une des propriétés d'un gyroscope est que l'axe de rotation tend à demeurer fixe. Cette propriété entraînerait une précession apparente de la plate-forme à inertie puisque l'aéronef fonctionne sur une terre ronde et tournante. Sans compenser l'espace d'orientation de l'axe de rotation comme la terre tourne, la plate-forme et les accéléromètres sembleraient incliner plus d'une fois toutes les 24 heures. Pour compenser cet emboutage apparent, la plate-forme est changée de l'orientation spatiale en orientation de la terre. Cela se fait en forçant la plate-forme pour être inclinée en proportion directe avec la cadence de la rotation de la terre. Cette inclinaison forcée fera demeurer le niveau de la plate-forme fixe sur la surface terrestre, ce qui permet aux accéléromètres de détecter la composante horizontale seulement de l'accélération d'aéronefs.

### **III.6.7- COMPONSATION DE CADENCE D'AERONEF**

Puisque la plate-forme est compensée par la cadence de la terre, elle demeurera fixe et de niveau comme la terre elle-même tourne. Ceci reste vrai seulement si l'aéronef reste dans une position fixe sur terre. Quand l'aéronef part d'un point de décollage et vole à un point d'atterrissage, il voyage réellement dans un arc au-dessus de la surface incurvée de la terre plutôt que sur une surface plane. Puisque la compensation de cadence de la terre met à jour le niveau de plate-forme à n'importe quel emplacement donné sur la surface terrestre, la plate-forme semblera incliner en ce qui concerne les aéronefs du décollage au point d'atterrissage. Pour empêcher cet emboutage apparent de cadence, la plate-forme est forcée pour être inclinée de sorte que la plate-forme et les accéléromètres détectent de nouveau seulement la composante horizontale de l'accélération de l'aéronef.

### III.6.8- SERRAGE AU COUPLE DE COMPAS GYROSCOPIQUE

La compensation de la cadence de la terre et la cadence de l'aéronef est obtenue en appliquant les forces de serrage à la plate-forme de compas gyroscopique. Les forces de serrage au couple correctes sont dérivées de l'ordinateur d'ENS et de l'accéléromètre de la plate-forme. La sortie de l'accéléromètre, qui est en pied par second, est appliquée au premier circuit d'intégration où elle est multipliée par le temps pour obtenir un résultat de vitesse. Cette sortie de vitesse est appliquée à un deuxième intégrateur où elle est multipliée par le temps. La sortie du deuxième intégrateur est égale à la distance en nanomètre. La distance et la position actuelle d'aéronefs sont alors additionnées pour développer la latitude actuelle des aéronefs. La cadence correcte de la terre, est alors développée. La cadence de la terre est approximativement 15.04 degrés par heure à l'équateur, et elle se réduit avec le vol dans une direction du nord ou du sud jusqu'à ce qu'elle devienne zéro aux pôles.

La sortie du premier intégrateur est également appliquée directement à un deuxième réseau d'IC qui développe une cadence de transport serrant à la clé dynamométrique la force. Les forces de cadence de la terre et de cadence de transport sont alors additionnées et appliquées au compas gyroscopique serrant à la clé dynamométrique la bobine. Toute la force fait incliner l'axe de rotation de compas gyroscopique en ce qui concerne la caisse de compas gyroscopique, qui entraîne alternativement un signal pour être développé dans la bobine de récupération de compas gyroscopique. Ce signal est amplifié et appliqué au moteur de couple de cardan de plate-forme, faisant incliner le cardan proportionnellement aux forces de compensation de cadences de la terre et de transporte.

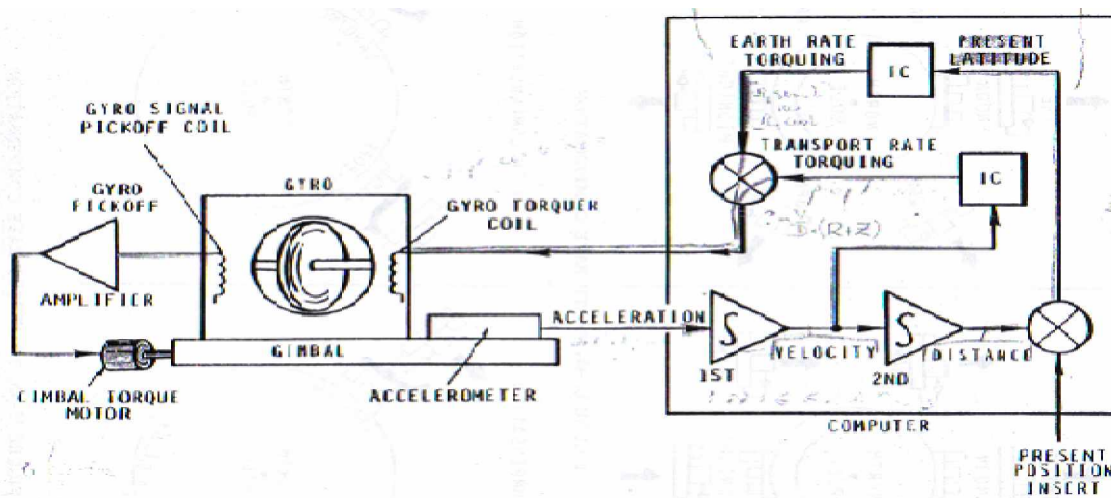


Figure III.3 : Serrage au couple de compas gyroscopique

### III.6.9- LE PENDULE DE SCHULER

Par définition, un pendule est n'importe quelle masse, suspendue ou articulée, qui n'est pas dans l'équilibre ou l'équilibre parfait. Un pendule se compose d'un point de pivot, d'un bras de moment, et d'un poids de plomb. Sinon corrigé, il balancera en arrière comme l'aéronef accélère et tend alors à osciller à une certaine fréquence normale. D'une part, un pendule de Schuler est défini comme un pendule du poids de plomb dont est coïncidé avec le centre de la terre. Ainsi, si le point de pivot est accéléré, le poids de plomb demeure fixe, et le bras de moment aligne avec le vecteur de la pesanteur de la terre. La période normale d'une oscillation de pendule de Schuler sera de 84.4 minutes.

### III.6.10-LA PLATE-FORME A INERTIE ACCORDEE PAR SCHULER

Pour empêcher des accélérations d'aéronefs d'entraîner une oscillation de la plate-forme stable, la plate-forme est mécanisée à une configuration Schuler-accordée. Cette configuration causera toutes les erreurs d'oscillation de plate-forme d'être ramenées à une moyenne non désirée pendant 84. 4 minutes.

La mécanisation est accomplie en utilisant la première sortie intégrée d'accéléromètre (vitesse) et en assurant cette sortie au même réseau d'IC précédemment employé pour déterminer la cadence de transport. Le signal de vitesse est multiplié par  $1/R$  ( $R$  est le rayon de la terre) dérivant une vitesse angulaire au niveau de la surface terrestre. La cadence de transport serrant à la clé dynamométrique le compas gyroscopique est alors, en réalité, la vitesse des aéronefs divisée par le rayon de la terre. Ce type de mécanisation effectue la fonction du système d'ENS comme si l'accéléromètre est le poids de plomb de pendule, dont l'ordinateur est le bras de moment, et le compas gyroscopique est le point de pivot.

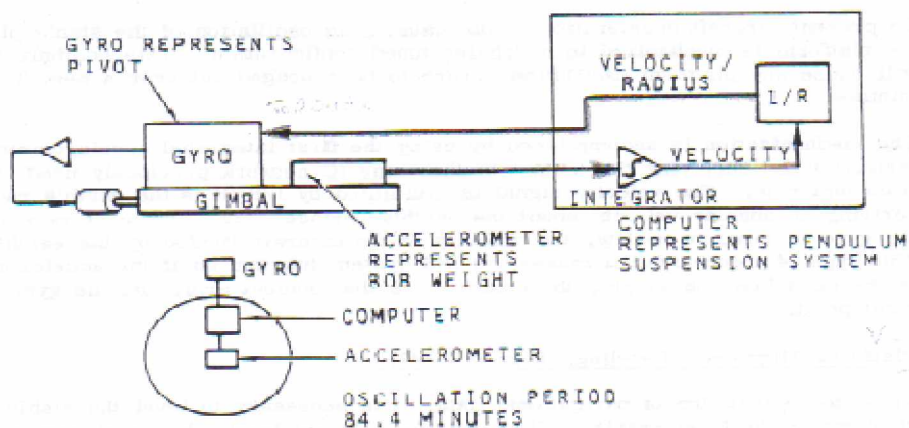


Figure III.4 : Plate-forme à inertie accordée par Schuler

### **III.6.11- CADRAGE DE PLATE-FORME (MISE A NIVEAU)**

Avant le calcul des données de navigation, il est nécessaire de niveler la plate-forme stable à la pesanteur locale. Si la plate-forme n'est pas de niveau, les accéléromètres sentent la pesanteur. La sortie de l'accéléromètre est amplifiée et appliquée à la bobine de torque de compas gyroscopique, causant l'axe de rotation d'être incliné en ce qui concerne la caisse de compas gyroscopique. La bobine de récupération de compas gyroscopique détecte alors un signal qui, une fois amplifié, est appliqué pour amortir le moteur de torque de cardan, en pilotant le cardan vers un état de niveau. Une fois niveler, le pendule d'accéléromètre est aligné avec la pesanteur de la terre, et les baisses sorties d'accéléromètre, quand la plate-forme demeure à niveau, les accéléromètres détecteront seulement la composant horizontale de l'accélération d'aéronefs.

### **III.5.12- CADRAGE DU NORD DE LA PLATE- FORME**

Le cadrage initial à l'axe d'azimut oriente la plate-forme au nord vrai. Supposant que la plate-forme au niveau et orientée au nord vrai, le compas gyroscopique de Y serait alors sensible à tout effet de cadence de la terre. Si une erreur ou une déviation d'alignement avec le nord vrai existe, le compas gyroscopique de X sentira non seulement une partie de cadence de la terre, mais également la compensation fausse est envoyée au compas gyroscopique de Y. Par conséquent, car la terre tourne, la plate-forme commencera à incliner hors circuit du niveau. Les accéléromètres détecteront cet état de niveau hors circuit et produisent un signal de serrage au couple qui est appliqué au compas gyroscopique et contrôle la plate forme à l'axe d'azimut. Cette boucle d'avertissement de compas gyroscopique pilotera alors la plate forme vers le nord vrai. Quand un cap vrai est réalisé, le compas gyroscopique de Y sentira la cadence totale de la terre, au contraire pour celle de X.

Les compas gyroscopiques sont maintenant correctement compensés, et la plate forme demeurera alignée sur le nord vrai et au niveau comme la terre tourne. Pendant que l'aéronef est piloté en mode de navigation, le cadrage de véritable nord est mis à jour en serrant à la clé dynamométrique le compas gyroscopique d'azimut, en utilisant une combinaison de cadence de la terre et de cadence d'aéronef.

### **III.5. 1 3- BOUCLES DE SERVOCOMMANDE**

Les boucles analogues de servocommande de cardan se composent des circuits numériques des opérations normales d'alignement, les sombodes sont électroniquement chronométrées pour fonctionner dans un ordre séquentiel prédéterminé .Des nombres

d'alignement sont assignés pour représenter chaque sous-modèle pendant l'alignement. Ces nombres de statut commencent par 90 et décrémentent dans les unités de 10 jusqu'à ce que le statut 40 soit atteint après 2 minutes. Les décroissances de nombre de statut, (comptées vers le bas) de 10 est après un temps écoulé de 6minutes dans le status 10, Une indication du statut 02 indique que le système est aligné

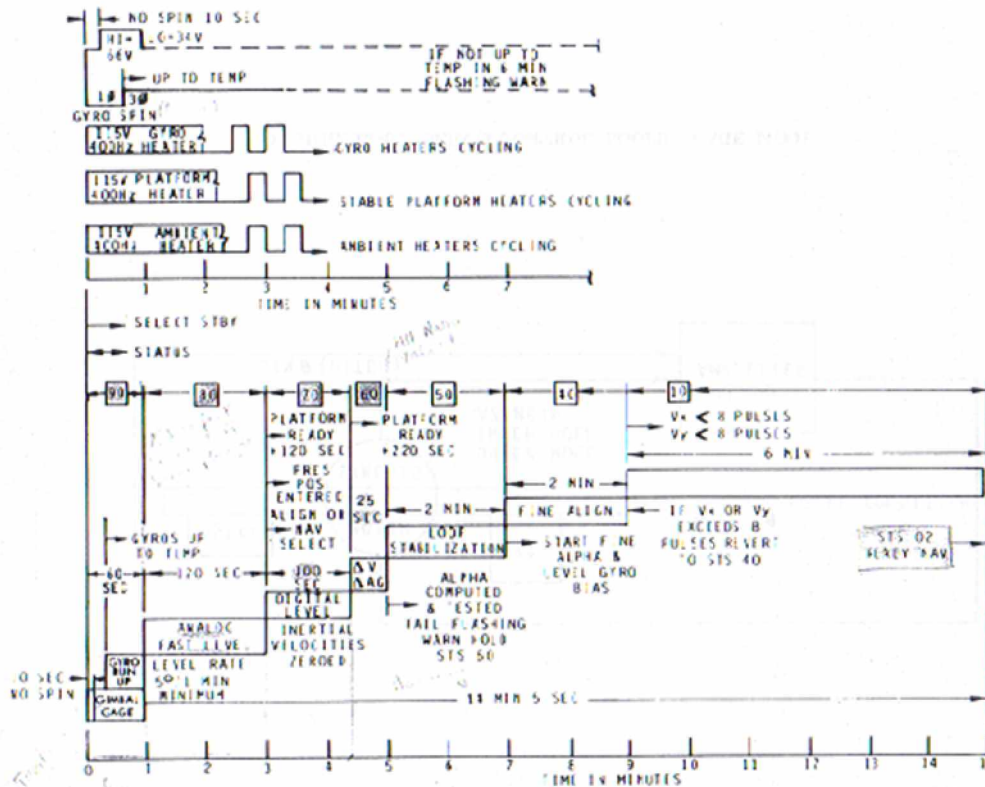


Figure III.5 : Ordre détaillé d'alignement

III.6.14- MODE DE CAMP

Quand le MSU est placé dans le mode 'attente', le système entre en mode de camp du statut 90 pendant les 10 secondes initiales du statut 90 que les moteurs de rotation de compas gyroscopique sont empêchés pour faciliter a mettre en cage de plateforme .Le heaterpower est appliqué au compas gyroscopique avec, plateforme stable, et les réchauffeurs ambiants augmentent et stabilisent la température de compas gyroscopique à 170F,Le temps total de stabiliser ces températures dépend de la température d'INU ambiant à la mise en fonction de système.

Après une période de 10 secondes, le moteur de la rotation empêche les moteurs de compas gyroscopique de s' activer jusqu'à ce que la verticale normale est accomplie en employant les sorties des transolvers de cardan et des séparateurs à l'axe de lancement de

l'accéléromètre de X pendant que les entrées du signal d'erreur aux amplificateurs servo conduisent les moteurs de torque de C.C qui placent les cardan à la verticale locale d'avion .Le cardan d'azimut est placé au commencement à la ligne centrale d'avion. L'excitation de boucle servo pendant le mode de camp est de 13.5 kilohertz après 60 secondes en mode de camp, les ordres de système sont automatiquement au statut 80.

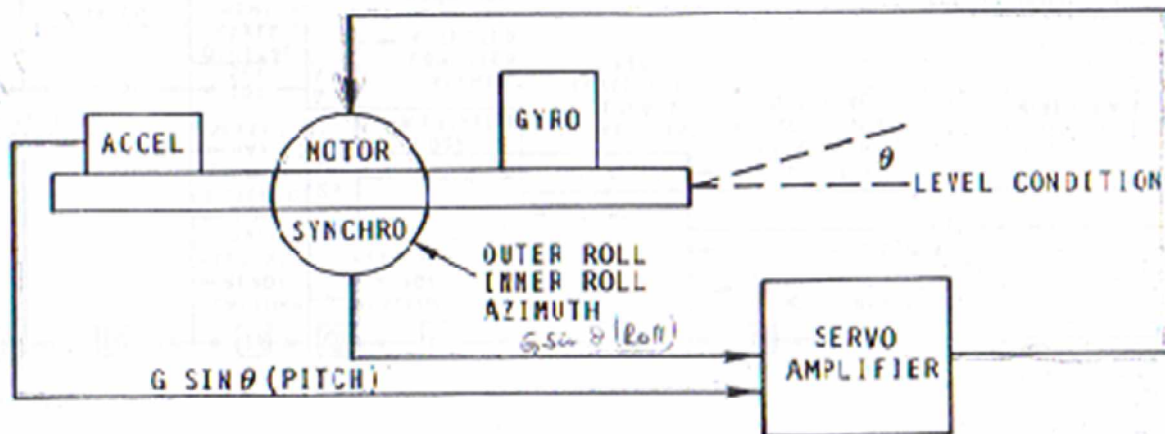


Figure III.6 : Mode de camp de boucles de servo command

### III.6.15- MODE ANALOGUE DE NIVEAU RAPIDE

Au début du mode analogue (status80) de mise à niveau rapide, les circuits logiques font empêcher le commutateur de mode servo d'amplificateur des entrées de camp et permettent le compas gyroscopique de sélectionner des signaux pour conduire le moteur de couple de cardan par l'amplificateur servo .L'excitation de resolver/transolver est swiched à 400HZ et des sorties d'émetteur de position de cardan sont maintenant fournies aux systèmes d'interface d'avion.

Les sorties couple-à-nulles d'accéléromètre sont employées pour déterminer l'état à niveau de la plate-forme par rapport au vecteur de la pesanteur de la terre. Des sorties des accéléromètres de X et de Y sont envoyées aux circuits de quantificateur où le signal est amplifié, et utilisé comme compas gyroscopique serrant à la clé dynamométrique des signaux. Ces signaux font précéder le compas gyroscopique et avoir un résultat de la bobine de récupération qui pilote les moteurs de torquer de cardan jusqu'au cardan d'azimut et aux accéléromètres niveau.

La sortie de l'accéléromètre de X fournit des signaux de couple à l'axe d'entrée de Y du compas gyroscopique de X/Y et au servo de lancement. La sortie des approvisionnements

d'accéléromètre de Y serre à la clé dynamométrique des signaux à l'axe d'entrée de X du compas gyroscopique DE X/Y et ,à l'intérieur troubler le servo, les deux boucles de mise à niveau sont en fonction identique.

La phase de mise à niveau analogique dure pendant 2 minutes. Pendant ce temps, la position actuelle de l'aéronef doit être insérée dans l'ordinateur. Le MSU est alors placé POUR ALIGNER.

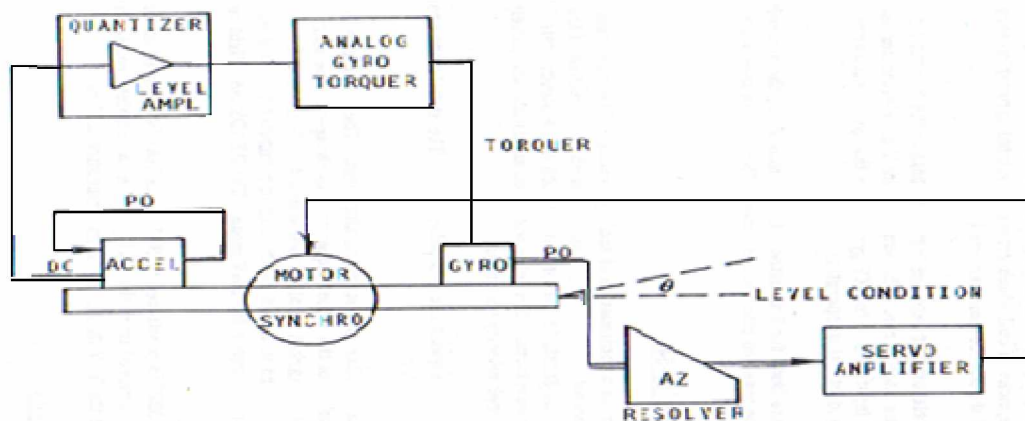


Figure III.7: Boucle analogique de base de mise à niveau

### III .6.16- CADRAGE DIGITAL

Le cadrage Digital est une suite de la mise à niveau analogique. La différence importante est que l'ordinateur ajoute des corrections pour la cadence de la terre, le rayon de la terre, et la polarisation de compas gyroscopique. Le signal aux torques, qui était un signal équilibré de C.C, est maintenant une forme d'onde impulsée. La durée et l'amplitude d'impulsion sont étroitement contrôlées par un quantificateur à deux voies de vitesse.

Le signal résultant du quantificateur est un train d'impulsions. Les signaux sont traités et utilisés comme moyen pour piloter le torque.

Le cadrage digital fin est semblable au cadrage digital rapide. La différence est que le gain des commutateurs dans le quantificateur de vitesse est changé. Le début du cadrage digital fin est marqué par le mode 40 de cadrage. Pendant les 2 minutes suivantes, les diminutions de mode au mode 10 et puis en 6 minutes au mode 02. Au mode 02, la plateforme est prête pour le mode de NAV. La lumière PRÊTE de NAV sur le MSU illumine.



Quand le commutateur sur le MSU est placé à NAV, il est fortement détendu en cette position. Si le commutateur est déplacé de la position de NAV, un réalignement complet est nécessaire. Tandis qu'en mode de NAV, l'indication de mode sera 01.

à l'opposé du de mémorisation par ordinateur toutes les 50 millisecondes ou 20 fois par seconde.

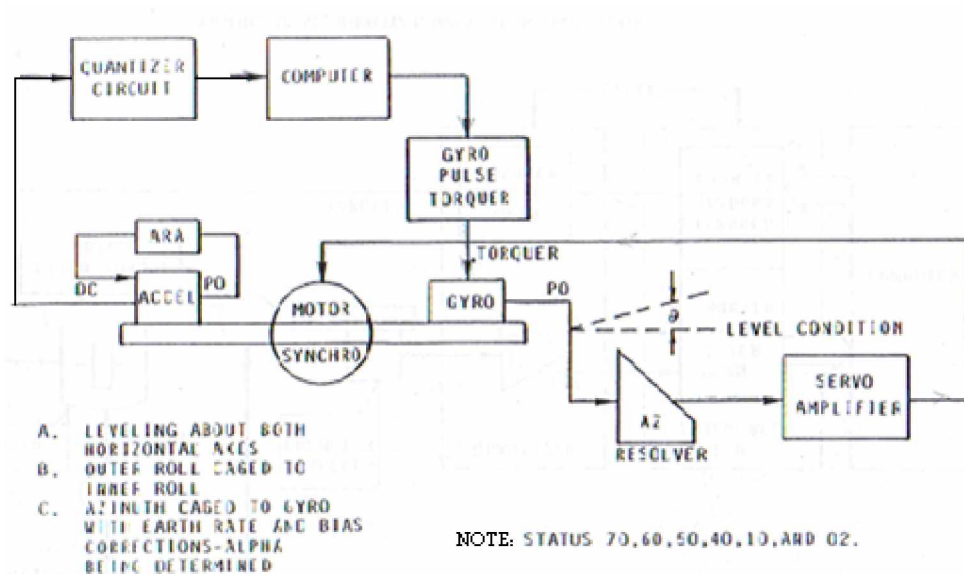


Figure III.8 : Mise à niveau digital

### III.6.17-MODE DE NAV

Les impulsions de vitesse sont envoyées de l'intégrateur de vitesse de quantificateur à un compteur haut-bas qui enregistre la somme algébrique jusqu'à 256 impulsions de vitesse. L'ordinateur transfère alors les impulsions de données à partir de haut-bas et une mémorisation est effectuée par un ordinateur toutes les 50 millisecondes ou 20 fois par seconde.

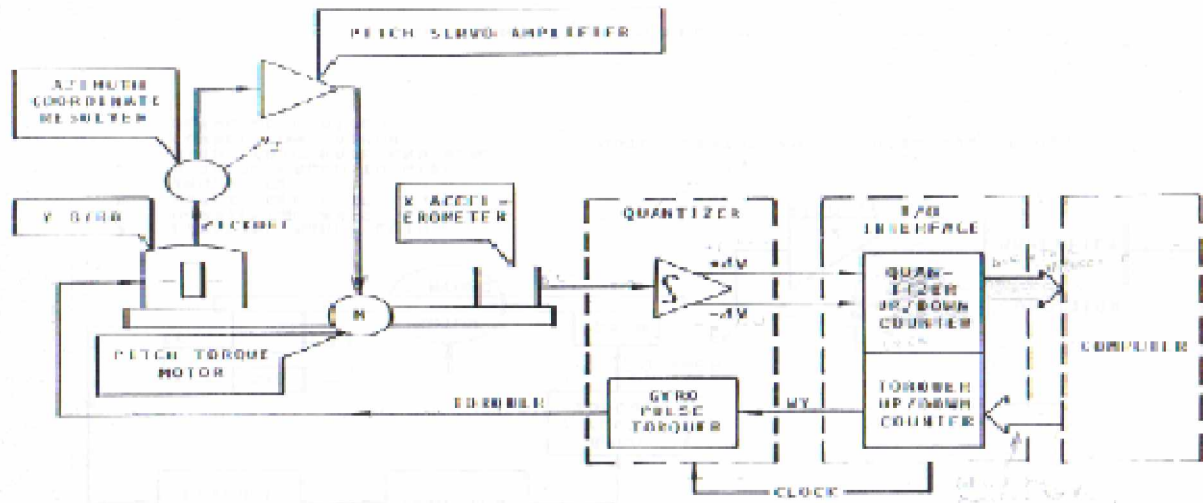


Figure III.9 : système inertielle en mode NAV

L'ordinateur charge alors le compas gyroscopique serrant à la clé dynamométrique des données dans un compteur haut-bas de 16 comptes qui, une fois chargé, se décrémente à zéro. La contre- sortie est envoyée aux circuits de torque d'impulsion de compas gyroscopique qui contiennent une paire de commutateurs semi-conducteurs de précision. Ces commutateurs fournissent un courant de précision au compas gyroscopique serrant à la clé dynamométrique des bobines, mettant à jour le niveau de plate-forme pour garder les accéléromètres de détecter des effets de la gravité.

La sortie de bobine de récupération de compas gyroscopique est directement proportionnelle au signal de torquer de compas gyroscopique qui, alternativement, est directement proportionnel aux données de l'ordinateur. La cadence maximum de couple est approximativement 75 degrés par heure.

### III.6.18- MODE DE REFERENCE D'ATTITUDE ATT

Pour choisir le mode de fonctionnement d'assiette, le sélecteur de mode de MSU est retiré de la position de détente et tourné jusqu'à ATT réf. Les fonctions de boucle d'avertissement de la plate-forme sont les mêmes que dans la phase analogique initiale de cadrage à niveau rapide, et la plate-forme fournit le lancement, des signaux non référencés du cap de plate-forme en tant que ses sorties. Quand la référence d'ATT est choisie, la plate-forme va à un premier mode de mise à niveau à gain élevé pendant 3 minutes, et l'assiette d'aéronefs devrait être droite et de niveau au cours de cette période. Le mode de référence d'assiette est un mode de sauvegarde de l'Institut central des statistiques et peut être choisi dans l'arrivée d'une panne d'ordinateur de navigation puisque, en mode de référence d'assiette, l'exécution de plate-forme est indépendante d'une opération machine. La sélection

aéroportée du mode de référence d'assiette devrait être accomplie avec le pilote automatique désengagé pour les 3 premières minutes après sélection de référence d'ATT sur le MSU.

### **III.6.19- SCHEMA FONCTIONNEL D'INU**

L'ordinateur C-4000, son interface et mémoire, et la plate-forme à inertie composent les composants principaux de l'INU. D'autres composants d'INU telles que le contrôle de mode de bloc d'alimentation, et convertisseurs assortis (analogique-numériques et numériques-analogique) terminent l'INU.

L'ordinateur, des 24 dispositifs de mot de bit, se compose de quatre cartes et fonctionne avec cinq cartes mémoire. Deux sont des mémoires à accès sélectif (RAM), deux sont des mémoires fixes (ROM), et on a de mémoire à tores (mémoire polarisée de compas gyroscopique).

L'interface d'ordinateur (trois cartes) fournit la capacité d'entrée-sortie. Tous les signaux dans ou hors de l'ordinateur passent par l'interface.

Le contrôle de l'INU fait par l'exécution des cartes de mode et de moniteur. Le bloc d'alimentation est allumé, contrôlant la plate-forme. La carte de moniteur contrôle l'indicateur principal de défaut d'INU et a six indicateurs de verrouillage de défaut pour localiser un défaut de fonctionnement dans une région particulière de l'INU. Le mode c surveille la carte d'interface d'assiette et fournit la sortie d'avertissement d'assiette primaire.

Les signaux discrets 28 volt de la carte de moniteur sont : CDU AVERTISSEMENT, CDU RATT, BATTE DE MSU.

Après cette étude descriptive nous allons se pencher aux lois qui s'effectuent dans un système inertiel et la mécanisation interne.

## CHAPITRE IV

### MODELISATION D'UNE CENTRALE INERTIELLE

Les accéléromètres délivrent la force spécifique dans les directions de leurs axes d'entrée, qui matérialisent un repère de mesure attaché au véhicule. La vitesse angulaire de ce repère par rapport au repère inertielle est mesurée par les gyroscopes.

Ce chapitre est consacré au développement des équations de navigation et de l'algorithme d'évolution et d'intégration des données inertielles en forme discret. Cependant comme déjà dit, les données inertielles sont entachées d'erreurs (biais, facteur d'échelle.....) .Pour ce but, un modèle d'erreurs basé sur le filtre de kalman est développé pour déterminer les erreurs des capteurs inertiels et donc de corriger les mesures bruitées utilisées dans les équations de mécanisation de la CI.

On notera que le repère utilisé comme système de référence pour la navigation locale est le système local 'n'(le repère de navigation ou le repère north, east, down) choisi notamment dans la dérivation des équations inertielles

#### IV.1-EQUATIONS DE NAVIGATION

Les équations de navigation discrétisent mathématiquement le mouvement du véhicule à être positionné en se basant sur les lois fondamentales de newton. La transformation de ces équations, écrites dans le repère local décrit un système d'équations différentielles du premier ordre.

##### IV.1.1-EQUATION DE L'ORIENTATION

Dans le développement des équations inertielles, on commence d'abord par la détermination de la matrice d'orientation qui transforme le repère véhicule  $b$  dans le plan local de navigation  $n$ . Celle-ci est effectivement une fonction des trois angles d'orientation "Les angles d'Euler", (roulis  $\phi$ , tangage  $\theta$  et lacet  $\psi$ ) qu'on a groupés en un vecteur  $\rho$ .

On cherche maintenant la règle de calcul qui permet d'intégrer les mesures fournies par les gyroscopes de façon à obtenir l'orientation à chaque instant  $t$ . La première étape est la transformation du vecteur rotation du véhicule de telle sorte qu'il exprimée la rotation par

rapport à la route (plus précisément le système n) et non plus par rapport au système inertielle, comme fourni par les gyroscopes.

Les gyroscopes mesurent la vitesse angulaire entre le système b (véhicule) et i (inertielle) exprimée dans le système b qui comporte plus la rotation du plan local n par rapport à l'espace inertielle. Ce dernier est égal à la vitesse de rotation du plan local par rapport à la terre plus la vitesse de rotation de la terre par rapport à l'espace inertielle, les deux exprimées dans le repère mobile.

$$\dot{\theta}_b = \dot{\theta}_n + \dot{\theta}_t \tag{Eq:IV.1}$$

$$\dot{\theta}_b = -(\dot{\alpha} + \dot{\beta}) = -(\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \tag{Eq:IV.2}$$

Où est la matrice de transformation du repère n au repère b.

Dans le cas où la qualité du gyroscope est si brute que nous puissions négliger le taux de rotation de la terre, peut être approximé par. Pour trouver les angles d'Euler, il est nécessaire de calculer la relation entre  $\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$  et  $\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix}$ , avec :

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + R(\alpha, \beta) \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \dots \tag{Eq:IV.3}$$

Où

est la rotation mesurée par les gyroscopes.

est la rotation de la terre par rapport au repère inertielle exprimée dans le repère n.

est la rotation du repère n par rapport à la terre exprimée dans le repère n.

p, q, r sont les vitesses angulaires (en radian/sec.) autour des axes x, y, z de la CI et fournies directement par les gyroscopes après l'enlèvement de et, donc :

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \dots \tag{Eq:IV.4}$$

Il est évident dans cette équation que la mise à jour des angles de roulis et de lacet présente des singularités quand l'angle de tangage du véhicule est égale à  $\pi / 2$ , mais cela ne pose pas de problème pour la localisation d'un véhicule terrestre. Avec ceci, il est facile d'obtenir l'orientation  $\rho$  par simple intégration et en introduisant l'équation précédente :

$$= \int \dots / - ( + ) \tag{Eq:IV.5}$$

**VI.1.2-EQUATION DYNAMIQUE DE LA POSITION**

La position peut être exprimée par des coordonnées géographiques (latitude, longitude, hauteur):

$$= [ \quad h ] \tag{Eq:IV.6}$$

Et la vitesse dans le plan local n est définie par :

$$= \begin{pmatrix} ( + h) & 0 & 0 \\ 0 & ( + h) \cos & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\quad} \\ \dot{\quad} \\ \dot{h} \end{pmatrix} \tag{Eq:IV.7}$$

Par conséquent, la dérivée temporelle des coordonnées géodésiques donne :

$$\dot{\quad} = \begin{pmatrix} 1/( + h) & 0 & 0 \\ 0 & 1/( + h) \cos & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\quad} \\ \dot{\quad} \\ \dot{h} \end{pmatrix} = \tag{Eq:IV.8}$$

Où, D est une matrice de transformation du repère local n au repère géographique LLa.

**IV.1.3-EQUATION DYNAMIQUE DE LA VITESSE**

La dérivée de la vitesse relative de la terre dans des coordonnées inertielles est donnée par :

$$\dot{\quad} = \dot{\quad} - \dot{\quad} - \dot{\quad} \tag{Eq:IV.9}$$

Cette équation représente le vecteur de la force spécifique (l'accélération inertielle) compensé par le vecteur de gravité local et l'accélération de Coriolis.

, est la vitesse de rotation de la Terre.

Soit :

$$= \mathcal{R} \tag{Eq:IV.10}$$

Par l'application du théorème de Coriolis :

$$\dot{\quad} = \mathcal{R} ( + \dot{\quad} ) \tag{Eq:IV.11}$$

$$= \mathcal{R} ( + - - ) \tag{Eq:IV.12}$$

$$= - + ( - ) \tag{Eq:IV.13}$$

$$= - + ( - 2 ) \tag{Eq:IV.14}$$

Donc, l'équation dynamique de la vitesse est exprimée par

$$\dot{v} = \mathcal{R} - (2 \quad + \quad ) \times \quad - g^n \tag{Eq:IV.15}$$

#### IV.1.4-EQUATION DE MODELE DE LA GRAVITE

L'équation précédente affirme simplement que l'accélération sur la surface de la terre du véhicule est égale à l'accélération mesurée par les accéléromètres (la force spécifique ) après avoir soustrait l'accélération de Coriolis causée par la vitesse du véhicule et la rotation de la terre(2 + ) × , et aussi la soustraction (la compensation) de l'accélération de gravité locale g<sup>n</sup>, qui comporte la gravité de la terre G , et l'accélération centrifuge due à la rotation de la Terre.

L'accélération Centrifuge =- × × R (une valeur très petite, qui peut être négligée).  
Où R est le rayon de la terre.

L'accélération gravitationnelle =G : elle est dirigée vers le centre de la terre.

Donc, la gravité = gravitation + accélération centrifuge :

$$g^n = [0 \ 0 \ g^d]^T = G - \times \times R \tag{Eq:IV.16}$$

Où g<sup>d</sup>, est la composante D (Down) du vecteur gravité dans le repère local n. Elle ne se dirige pas vers le centre de la terre, mais est plutôt déplacée légèrement vers l'équateur. On voit dans la Figure (IV.1) que la gravité est une fonction de la position sur la terre (g<sup>n</sup>(r<sup>n</sup>)).

La CI mesurera l'accélération de la gravité et on ne peut pas connaître la différence entre cette accélération et la véritable accélération du véhicule. Pour trouver l'accélération du véhicule, nous devons soustraire (compenser) les composantes de la gravité des accélérations mesurées.

Comme l'accélération fournie par la centrale est exprimée dans son repère local b, il faut alors commencer par exprimer l'accélération de la gravité dans ce repère. Ceci nous donne l'équation suivante Eq:IV.17, Où [g<sub>x</sub> g<sub>y</sub> g<sub>z</sub>]<sup>T</sup>, sont les composantes mesurées de la gravité exprimées dans le repère véhicule b. On remarque que le vecteur de la gravité dans le repère véhicule n'est pas dépendant de l'angle de lacet du véhicule

$$= \mathcal{R} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \end{bmatrix} = \begin{matrix} - \sin \\ \cos \sin \\ \cos \sin \end{matrix} \tag{Eq:IV.17}$$

D'après la référence de FORELL, la composante peut être modélisée comme suit :

$$= (1 + \sin^2 \varphi + \sin^2 \varphi) + (\dots + \sin^2 \varphi) \times h + h \tag{Eq:IV.18}$$

Où  $\dots$  à  $\dots$  sont des valeurs constantes données dans le tableau IV.1 ci-dessus,  $\varphi$  la latitude et  $h$  l'altitude.

	9.780326715		0.0000030876910891
	0.0052790414		0.0000000043977311
	0.0000232718		0.00000000000007211

Tableau IV.1- Coefficients de la gravité normale

**IV.2-EQUATIONS DE MECANISATION:**

L'objectif pour un système de navigation inertielle est de résoudre, ou de "mécaniser" les équations ci-dessus afin de déterminer les variables de position représentant le mouvement du véhicule au-dessus de la surface de la terre. Pour ce faire, tous les termes dans les équations doivent d'abord être exprimés dans un système de coordonnées commun.

Les équations de mécanisation alors sont des équations utilisées pour résoudre informatiquement le système d'équations : Eq :IV.8, Eq :IV.15 et Eq :IV.4, et qui sera réécrit

comme suit:

$$\dot{\Delta} = \dots - (2\Omega + \Omega) \times \dots + \dots \Delta \tag{Eq:IV.19}$$

Ou  $\Omega$  et  $\Omega$  sont la forme antisymétrique des vecteurs  $\dots$  et  $\dots$

La figure IV.1 récapitule les différentes étapes suivies pour résoudre ce système d'équation.



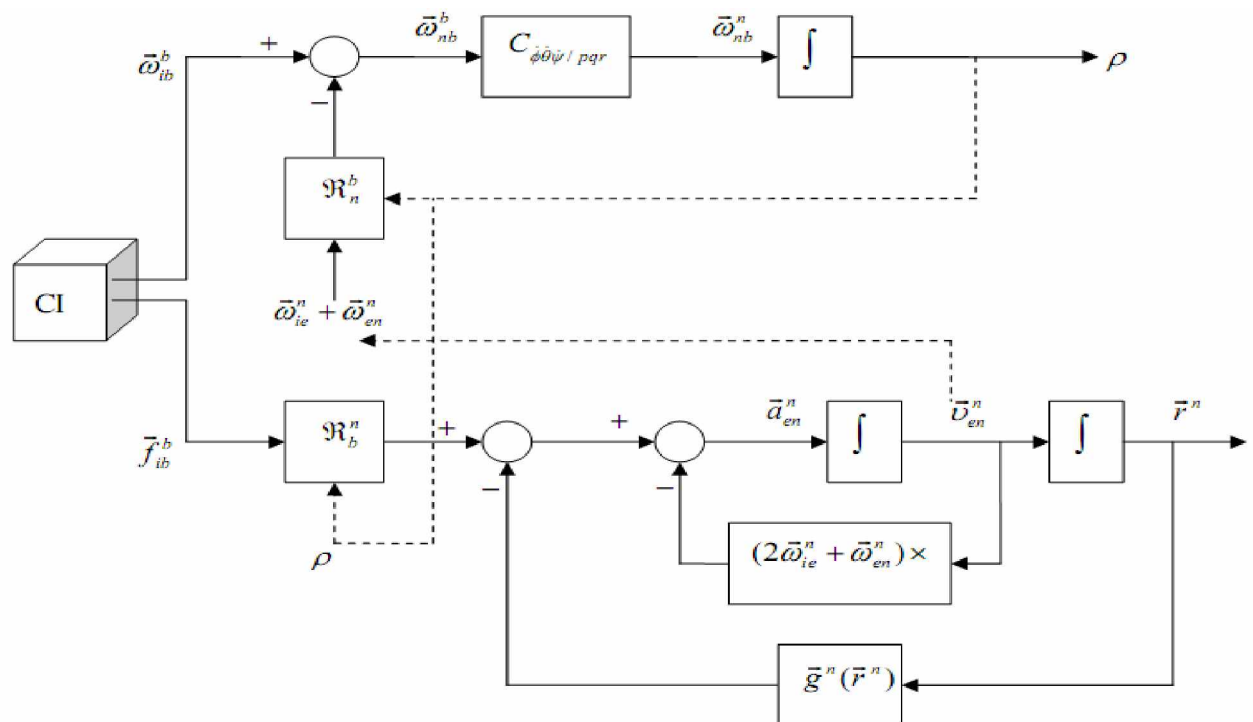


Figure IV.1 : Evaluation des données inertielles (mécanisation globale de l'INS)

D'après cette figure, la combinaison des conditions initiales  $r_0$  et  $v_0$  est nécessaire pour démarrer l'estimation des paramètres de navigation. De même, avant l'intégration, les mesures bruitées des capteurs doivent être corrigées des erreurs.

Nous pouvons résumer les étapes de mécanisation par:

1. Calcul de l'orientation en tenant compte de la vitesse de rotation de la terre.
2. En tenant compte de l'orientation, transformation de la force spécifique dans le repère n.
3. La soustraction (la compensation) de la gravitation de la force spécifique mesurée.
4. Compensation de la force centrifuge due à la position excentrée du véhicule par rapport au centre de la terre, (les points 3 et 4 sont inclus dans  $\vec{r}^n(\vec{r}^n)$ )
5. Compensation de la force de Coriolis due au mouvement du véhicule sur la surface de la terre (peut être négligé).
6. Réalisation de deux intégrations -incorporant des conditions initiales - pour obtenir la position et la vitesse.

### IV.2.1-COMPENSATION D'ERREURS

Les sorties des gyroscopes seront corrigées en utilisant le modèle de biais, alors que les accéléromètres utilisent pour leur part le modèle de biais et le facteur d'échelle. Le biais et le facteur d'échelle ont été estimés par les essais expérimentaux.

$$\Delta \dot{\theta} = \Delta \dot{\theta} - b_{\omega} \Delta t \quad \text{Eq:IV.20}$$

$$\Delta \begin{bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \\ \dot{\theta}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \epsilon_z \end{bmatrix} (\Delta \dot{\theta} - \Delta \dot{\theta}) \quad \text{Eq:IV.21}$$

Là où  $\Delta \dot{\theta}$  et  $\Delta \dot{\theta}$  sont les sorties corrigées des gyroscopes et des accéléromètres, respectivement.  $b_{\omega}$ , et  $b_g$  sont les vecteurs des biais de gyroscope et d'accéléromètre, respectivement.  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  et  $\epsilon_z$  sont les facteurs d'échelle des accéléromètres.

$\Delta t = t_{k+1} - t_k$ , est l'incrément de temps pour l'intervalle de temps  $(t_k, t_{k+1})$ .

### IV.2.2- INTEGRATION DE L'ORIENTATION

L'équation d'intégration pour l'attitude s'effectue dans le repère b parce que c'est dans ce repère qu'on exploite les angles d'attitude. L'intégration de la vitesse angulaire conformément à l'équation [Eq:IV.4] aboutit à :

$$\Delta \theta = \int_{t_k}^{t_{k+1}} (\Delta \dot{\theta} - \Delta \dot{\theta}) dt \quad \text{Eq:IV.22}$$

### IV.2.3-INTEGRATION DE LA VITESSE ET DE LE POSITION

L'incrément de vitesse dans le repère b est dû à la force spécifique et peut être exprimé dans le repère de navigation 'n'(le repère dans lequel on exploite les résultats) par :

$$\Delta \dot{v}_n = \Delta \dot{v}_n \quad \text{Eq:IV.23}$$

Puis, l'incrément de vitesse est obtenu en appliquant la correction de l'accélération de Coriolis et de la pesanteur :

$$\Delta \dot{v}_n = \Delta \dot{v}_n - (2 \omega_n + \gamma) \times \Delta t - \Delta \dot{v}_n \quad \text{Eq:IV.24}$$

L'intégration de la vitesse peut être effectuée comme :

$$= + \Delta \tag{Eq:IV.25}$$

Or, l'intégrale de l'accélération à la vitesse devient ainsi :

$$= + \Delta \tag{Eq:IV.26}$$

Et les positions sont intégrées en utilisant la méthode de Runge - Kutta d'ordre 2 :

$$= + \begin{pmatrix} 1/(+h) & 0 & 0 \\ 0 & 1/(+h) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Delta \tag{Eq:IV.27}$$

### IV.3-EQUATIONS D'ERREURS DE LA CI:

Les équations de mécanisation, discrétisées ci-dessus, ne fournissent aucune information sur les erreurs du système. En pratique, il est souvent exigé d'estimer les erreurs du système dans l'ordre d'améliorer les performances. Cela est fait en utilisant un filtre de kalman .Les erreurs que nous avons besoin de les estimer incluent les erreurs de la position de la vitesse , de l'attitude et des capteurs inertiels .Leur fonctionnement peut être modélisé en appliquant les techniques de perturbation au système d'équation Eq:IV.19.

Les perturbations de la position, de la vitesse et de l'attitude sont données comme suit:

$$\dot{p} = + \tag{Eq:IV.28}$$

$$\dot{v} = + \tag{Eq:IV.29}$$

$$\dot{\theta} = ( - ) \tag{Eq:IV.30}$$

$$= + \tag{Eq:IV.31}$$

Les résultats de ces perturbations sont données dans les paragraphes suivants .Le détail de ces résultats est présenté dans l'annexe (F).

#### IV.3.1-MODELE DYNAMIQUE DE L'ERREUR EN POSITION

L'équation dynamique de la position Eq:IV.8 est une fonction de la position et de la vitesse. Par différentiation, l'équation dynamique d'erreurs en position peut être obtenue comme suit:

$$= + \tag{Eq:IV.32}$$

Où

$$= \begin{pmatrix} \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} \\ \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} \\ \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} \\ \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} \end{pmatrix} \tag{Eq:IV.33}$$

Et

$$= \begin{pmatrix} \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} \\ \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} \\ \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} \\ \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} \end{pmatrix} \tag{Eq:IV.34}$$

Les expressions de sont données dans l'annexe (F)

**IV.3.2-MODELE DYNAMIQUE DE L'ERREUR EN VITESSE**

De l'équation Eq:IV.12 le résultat de perturbation est donné par :

$$\dot{\phantom{x}} = \phantom{x} + \phantom{x} + (\phantom{x} \times) + \mathcal{R} \tag{Eq:IV.35}$$

Et

$$= \begin{bmatrix} \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} \\ \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} \\ \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} \\ \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} \end{bmatrix} \tag{Eq:IV.36}$$

$$= \begin{bmatrix} \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} \\ \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} \\ \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} \\ \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} & \dot{\phantom{x}} \end{bmatrix} \tag{Eq:IV.37}$$

**IV.3.3-MODELE DYNAMIQUE DE L'ERREUR SUR L'ORIENTATION**

Par combinaison des équations Eq :IV.4 , Eq:IV.30 et Eq: IV.21, nous avons :

$$\dot{\phantom{x}} = \phantom{x} + \phantom{x} - (\phantom{x} \phantom{x}) - \phantom{x} \tag{Eq:IV.38}$$

$$= \begin{bmatrix} - & 0 & \frac{0}{(\phantom{x})} \\ 0 & 0 & \frac{0}{(\phantom{x})} \\ - & -\frac{0}{(\phantom{x})} & \frac{0}{(\phantom{x})} \end{bmatrix} \tag{Eq:IV.39}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \text{---} & 0 \\ \text{---} & 0 & 0 \\ 0 & \text{---} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Eq:IV.40}$$

#### IV.3.4-IMPLEMENTATION DU FILTRE DE KALMAN:

Comme déjà dit, le modèle d'erreurs d'une centrale inertielle CI peut être résolu en utilisant le filtre de kalman comme estimateur adaptatif .Alors, dans cette partie, nous allons donner une idée globale sur le filtrage de kalman et voir aussi comment nous implémentons ce filtre dans les équations du modèle d'erreurs de la CI.

##### IV.3.4.1-RAPPEL SUR LE FILTRAGE DE KALMAN

Une idée centrale dans le filtre de Kalman, est de modéliser le système étudié comme un système dynamique linéaire affecté par des bruits, Les capteurs du système sont également soumis à des bruits. En disposant d'une information statistique sur la nature du bruit (ses premiers ordres statistiques), il est possible de construire une estimation optimale de l'état du système bien que les capteurs soient inexacts. C'est l'idée fondamentale de la théorie de l'estimation. Sans connaître les erreurs elles-mêmes, la connaissance de leurs statistiques permet la construction des estimateurs utiles en se basant seulement sur cette information. La méthode de Kalman est une procédure d'estimation dynamique des paramètres qui sont fonctions du temps. Soit  $t$  l'instant pour lequel on veut estimer les paramètres et  $t_0$  l'instant à laquelle les mesures sont effectuées, la méthode de Kalman permet :

La prédiction si  $t < t_0$

Le filtrage si  $t = t_0$

Le lissage si  $t > t_0$

Le système d'équations utilisé dans le filtre de Kalman repose sur la définition de deux modèles qui sont le processus et la mesure (les modèles sont la représentation d'états d'un système dynamique). Il est utilisé pour estimer l'état  $\chi \in \mathcal{R}$  d'un système dynamique observé. Le modèle du processus qui décrit la révolution de ce système dynamique est défini par l'équation d'état linéaire récursive suivante :

$$\dot{\chi} = A\chi + B\omega \quad \text{Eq:IV.41}$$

Ou bien la forme discrète:

$$= \quad + \quad + \quad \text{Eq:IV.42}$$

Où :

$\chi_k$  : Sont des paramètres du système (le vecteur d'état) à l'instant k et k+1.

$\Phi \in (\mathbb{R}^{n \times n})$ , est la matrice dynamique du système (la matrice de transition de k à k+1), c'est une matrice qui fait le lien entre les paramètres du système à deux étapes successives.

$u_k \in \mathcal{R}$  est le vecteur de commande, (vecteur d'entrée).

$G \in (\mathbb{R}^{n \times m})$ , est la matrice de commande (matrice d'entrée) qui représente la distribution de la perturbation (l'entrée) dans le vecteur d'état. Elle fait le lien entre les valeurs optionnelles de contrôles et l'état du système.

$w_k \in \mathcal{R}$ , est le bruit d'état.

Le modèle de mesure décrit l'information fournie par le ou les capteurs en une équation liant les paramètres de l'état de la mesure et du bruit. L'équation de mesure ou d'observation est donnée par :

$$= \quad + \quad \text{Eq:IV.43}$$

Avec  $z_k \in \mathcal{R}$ , est la mesure à l'instant k,

$H \in (\mathbb{R}^{m \times n})$ , est la matrice d'observation, c'est la matrice qui fait le lien entre les paramètres du système et les mesures,

$v_k \in \mathcal{R}$ , est le bruit de mesure.

Lors de l'utilisation de ce filtre, l'hypothèse est faite que les bruits d'état et de mesure  $w_k$  sont des variables aléatoires dont les distributions gaussiennes sont connues à priori (doivent être estimées à l'avance), indépendantes, blanches et indépendantes de l'état initial du système. Cette indépendance des bruits permet de simplifier le formalisme des équations d'évolution et d'observation, donc :

$$w_k \sim (0, \Sigma)$$

$$v_k \sim (0, \mathcal{R})$$

$$v_k = 0, \forall k$$

Où  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{R}$  sont les matrices de covariances de processus et des mesures respectivement. La détermination de la covariance du bruit du système est généralement plus difficile que celle de la mesure, parce que l'observation directe de l'état du système est impossible.

La figure ci-dessous montre les différentes étapes d'estimation des paramètres du système.

IL ya deux étapes principales pour l'estimation des ces paramètres : L'estimation à priori (la prédiction) et l'estimation à posteriori (la correction). Les paramètres du système sont estimés premièrement à partir des valeurs de l'étape précédente et ensuite ils sont corrigés par des mesures dans l'étape de correction. Les deux étapes tournent d'une façon récursive après une étape d'initialisation.

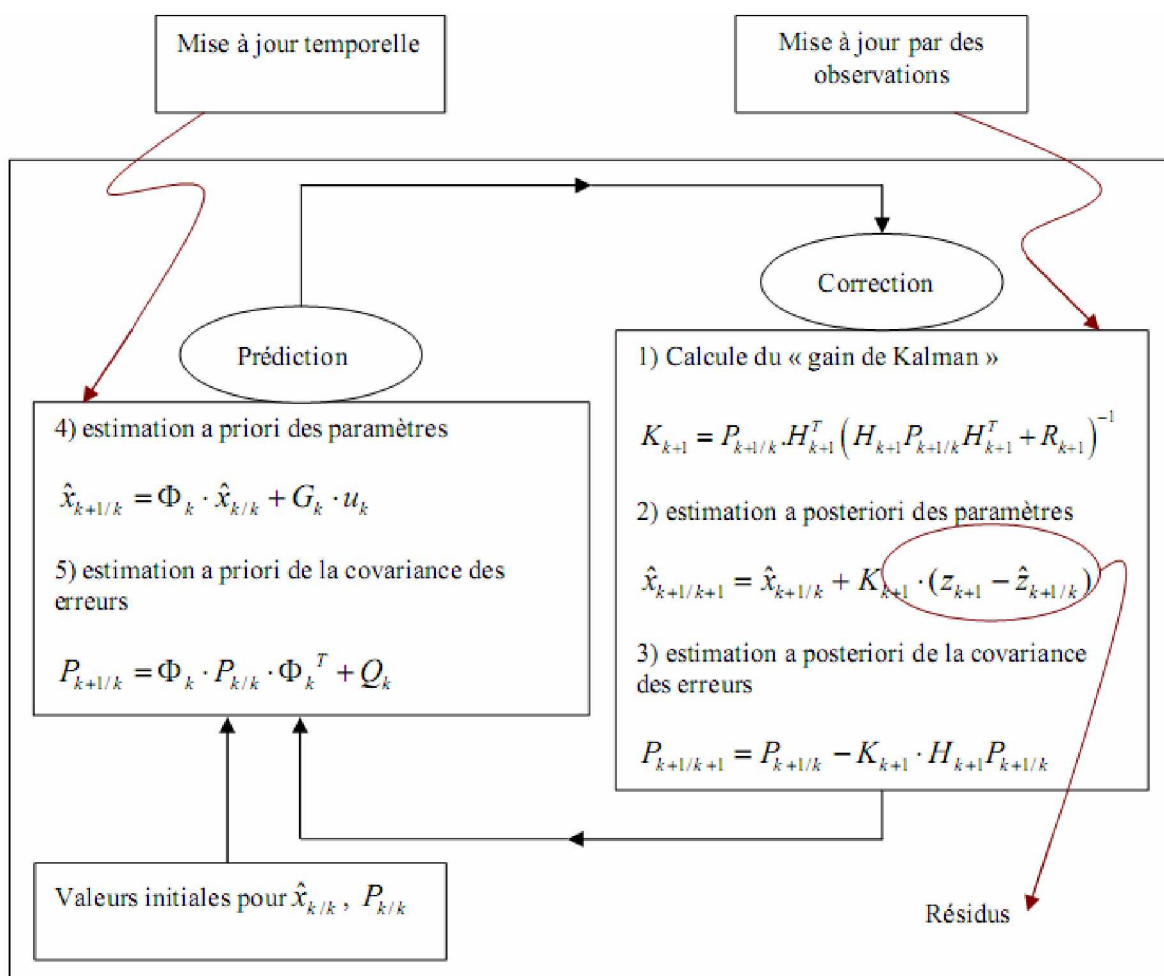


Figure IV.2 : Le filtre de kalman

#### IV.3.4.1.1- FILTRE DE KALMAN LINEAIRE

Dans le schéma qui se trouve en dessous, les étapes du filtre de kalman linéaire ont été décrites en détail et plus important en ordre :

-Après observations on peut énumérer comme suit :

1-une étape de correction :

ØCalcul du Gain.

ØCalcul du vecteur d'état.

ØCalcul de la matrice de covariance P .....

2-une étape de prédiction :

ØCalcul du vecteur d'état.

ØCalcul de la matrice de covariance P.....

Les étapes constituant le filtrage de Kalman dans un cadre linéaire sont :

Ø Initialisation :

L'état initial est une variable gaussienne, indépendante des bruits du système, de moyenne et de matrice de covariances connues.

$$\hat{x}_0 = ( \quad ) \quad \text{Eq:IV.44}$$

$$P_0 = ( \quad - \quad - \quad ) = [ \quad ] \quad \text{Eq:IV.45}$$

Ø Prédiction temporelle (Time Update):

Cette étape permet la prédiction de l'état et de sa précision à l' instant (k+1) à partir de l'état à l'instant(k) et du modèle d'évolution du système. On obtient donc l'état  $X_{k+1/k}$  avec sa matrice de covariances associée  $P_{k+1/k}$

$$\hat{x}_{k+1/k} = \Phi \cdot \hat{x}_k + \quad \quad \text{Eq:IV.46}$$

$$P_{k+1/k} = \Phi \cdot P_k \cdot \Phi^T + \quad \quad \text{Eq:IV.47}$$

$$\hat{x}_{k+1/k} = \quad \cdot \quad \quad \text{Eq:IV.48}$$

Ø Correction et mise à jour des mesures (Innovation):

Une fois la mesure  $Z_{k+1}$  est disponible, l'état prédit peut alors être corrigé par l'innovation  $S_{k+1/k}$  Pondérée par le gain du filtre  $K_{k+1}$ . On en déduit l'estimation de l'état  $X_{k+1/k+1}$  avec sa matrice de covariances associée  $P_{k+1/k+1}$

$$\hat{x}_{k+1/k+1} = \hat{x}_{k+1/k} - \hat{x}_{k+1/k} \cdot K_{k+1} \cdot (Z_{k+1} - H \cdot \hat{x}_{k+1/k}) \quad \text{Eq:IV.49}$$

$$P_{k+1/k+1} = (I - K_{k+1} \cdot H) \cdot P_{k+1/k} + \mathcal{R} \quad \text{Eq:IV.50}$$



$$\hat{x}_{k+1} = A_k \hat{x}_k + B_k u_k + K_k (z_k - H_k \hat{x}_k) \quad \text{Eq:IV.51}$$

$$K_k = P_k H_k^T (H_k P_k H_k^T + R_k)^{-1} \quad \text{Eq:IV.52}$$

$$P_{k+1} = (I - K_k H_k) P_k \quad \text{Eq:IV.53}$$

Où :

$K_{k+1}$ , le gain de Kalman entre 0 et 1.

$x_k$ , le vecteur d'état et  $P_k$  la matrice de covariances.

$A_k$  est la matrice de transition entre les instants k et k+1.

$R_k$ , est la matrice de covariances de processus. (Le bruit du système)

$z_{k+1}$ , est le vecteur de mesures.

$H_{k+1}$  est la matrice d'observation.

$R_k$ , est la matrice de covariances des mesures.

On peut résumer les équations de mécanisation par les équations suivantes :

#### IV.3.4.1.2- Linéarisation des problèmes non linéaires

La formulation du filtre présentée plus tôt est basée sur un modèle linéaire des systèmes et elle n'est donc pas applicable dans les situations où le modèle du système ou le modèle de la mesure ou bien les deux sont non-linéaires. Ainsi, le problème principal dans ces cas est de linéariser d'abord le modèle, et puis d'appliquer le filtre standard de Kalman pour obtenir l'état du système. Un certain nombre de méthodes ont été développées dans cette direction; ici nous discuterons trois de telles approches.

Quand la linéarisation se fait autour d'une certaine trajectoire nominale dans l'espace d'état qui ne dépend pas des données de mesure, le filtre résultant s'appelle le Filtre linéarisé de Kalman. La linéarisation autour d'une trajectoire (estimée) qui est continuellement mise à jour avec les estimations d'état résultant des mesures s'appelle le Filtre de Kalman Étendu. Dans les deux cas, la linéarisation est faite en utilisant la série de Taylor.

Une autre méthode est de linéariser en utilisant un ensemble de points-échantillons choisis

##### IV.3.4.1.2.1- Le Filtre de Kalman Linéarisé

Dans le filtre linéarisé de Kalman, la linéarisation est faite autour d'une certaine trajectoire nominale qui ne dépend pas des données de mesure, c.-à-d que l'expansion en série de Taylor

utilisée pour la linéarisation est évaluée à un certain point nominal connu. Considérez un modèle non-linéaire d'un système défini comme suit :

$$\text{Modèle du processus : } \dot{x} = f(x, u) + w_k \tag{Eq:IV.54}$$

$$\text{Modèle de mesure: } z = h(x) + v_k \tag{Eq:IV.55}$$

La où,  $f$  et  $h$  sont des fonctions non-linéaires connues,  $u$  est la fonction (le vecteur) de commande et  $w_k$  et  $v_k$  sont des processus de type bruit blanc non corrélés. La non-linéarité peut résider soit dans le modèle du processus soit dans le modèle de mesure soit dans les deux fonctions.

Supposons qu'une trajectoire approximative puisse être déterminée par un quelconque moyen; celle-ci est référée en tant que trajectoire nominale (la trajectoire de référence). La trajectoire réelle (actuelle) peut être écrite en termes de  $x_k$  et d'erreur  $\delta$  comme suit :

$$x_k = x_k^{nom} + \delta \tag{Eq:IV.56}$$

Les équations (IV-54) (IV-55) deviennent alors :

$$\dot{x}_k + \delta = f(x_k + \delta, u) + w_k \tag{Eq:IV.57}$$

$$z = h(x_k + \delta) + v_k \tag{Eq:IV.58}$$

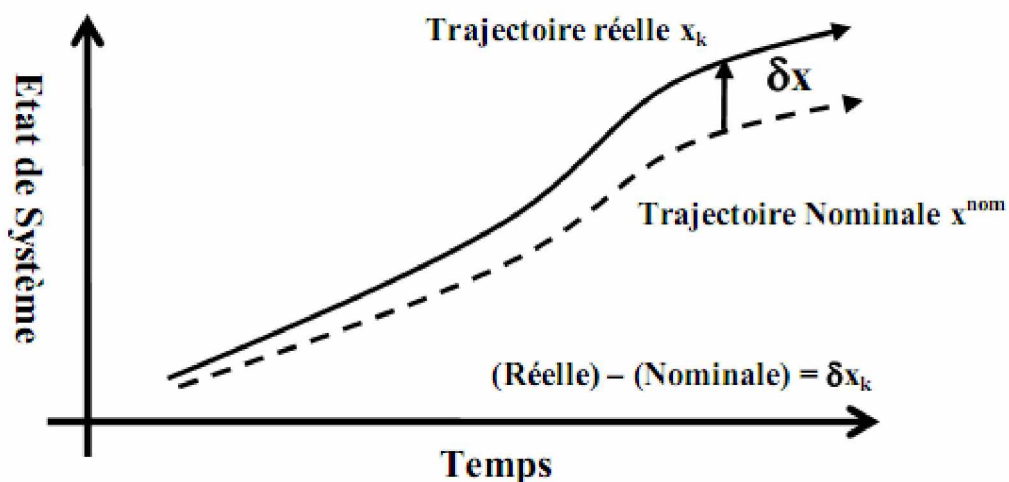


Figure (IV.3) : Trajectoire nominale et réelle pour un filtre linéarisé de Kalman

Par l'application de l'expansion de série de Taylor dans l'équation Eq:IV.57 et en supposant que  $\delta$  est petit, nous allons réaliser une expansion de  $f$  autour de  $x$  en ne gardant que le terme de premier ordre :

$$= \dots + \delta \tag{Eq:IV.59}$$

$$= (\dots) + \dots \cdot \delta \chi + \text{termes d'ordres élevés} + \dots \tag{Eq:IV.60}$$

$$(\dots) = \dots \tag{Eq:IV.61}$$

$$\Rightarrow \delta_k \approx \Phi_{k-1} \delta_{k-1} + \dots_{k-1} \text{ (La dynamique linéarisée)} \tag{Eq:IV.62}$$

Où

$$\Phi = \dots = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \tag{Eq:IV.63}$$

Et

$$\sim N(0, \dots)$$

En négligeant le second terme et les termes d'ordres supérieurs, la prédiction de l'état est propagée par les équations non-linéaires tandis que les erreurs d'état le sont par un système linéaire séparé.

Maintenant, la mesure peut être également linéarisée en utilisant l'expansion de la série de Taylor, en linéarisant  $h$  a et négligeant les termes d'ordres supérieurs

$$= h(\dots) + \dots = \dots + \dots \tag{Eq:IV.64}$$

$$\approx -h(\dots) \tag{Eq:IV.65}$$

$$\Rightarrow \approx \dots + (\dots \text{ é é } ) \tag{Eq:IV.66}$$

Où

$$= \dots = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \tag{Eq:IV.67}$$

Et

$$\sim (0, \mathcal{R})$$

Les équations Eq:IV.62 et Eq:IV.66 constituent un modèle linéarisé pour le cas discret. Il est clair que ce modèle de système linéarisé peut être utilisé pour mettre en application un filtre linéarisé de Kalman parce que la relation de la dynamique d'erreur et la relation associée de mesure des erreurs sont devenues

linéaires. Ici, nous estimons seulement la valeur d'incrément (l'erreur), ainsi les valeurs réelles de l'état seront l'incrément estimé plus la valeur nominale à l'instant même. Aussi  $\Phi$  et  $H$  sont obtenus en évaluant les matrices de dérivées partielles (les Jacobéennes de,  $f$  et  $h$ ) le long de la trajectoire nominale. La position nominale (ou le vecteur d'état) peut changer avec chaque étape du processus récursif, ainsi les termes de  $H$  et de  $\Phi$  peuvent être variables avec le temps et doivent être recalculés avec chaque étape récursive. Le problème dans la linéarisation autour de la trajectoire nominale est que la déviation de la trajectoire réelle de la trajectoire nominale tend à augmenter avec le temps. A mesure que la déviation augmente, les poids des termes d'ordres supérieurs dans l'expansion de la série de Taylor de la trajectoire augmentent.

La déviation de la trajectoire de référence est le vecteur d'état et les mesures dans le modèle linéaire sont les vraies mesures moins celles qui ont été prédites par la trajectoire nominale en absence du bruit.

L'INS seul est pris comme le modèle du système et ses sorties sont considérées comme la trajectoire de référence (nominale). Cette trajectoire de référence ne sera pas toute parfaite car c'est une combinaison de la trajectoire vraie avec les erreurs d'INS. Notre but est d'estimer les erreurs du système inertiel en utilisant un système de mesures externes. Ces erreurs sont appliquées à la référence (et à la sortie brute du système inertiel) pour produire une sortie correcte et améliorée du système inertiel.

Le point à noter est que le filtre de Kalman agit seulement sur les erreurs du système. Ainsi, nous avons besoin d'un modèle de l'espace d'état décrivant ces erreurs-la et il doit être linéaire avec le bruit blanc. Par ailleurs, les mesures d'INS ne sont pas utilisées en tant que "mesures" dans le filtre de Kalman mais plutôt pour fournir la trajectoire de référence.

Ce type de filtre est difficile d'utilisation pour des missions prolongées pures qu'après une certaine durée, la trajectoire de référence peut diverger en un point où l'hypothèse linéaire n'est plus valide à travers la variation du vecteur d'état. Enfin, le filtrage linéarisé a l'avantage de permettre généralement une exécution en temps réel ; cependant, il est moins robuste vis-à-vis des approximations non-linéaires des erreurs que le filtrage étendu. Un remède simple et efficace pour le problème de la déviation réside dans le remplacement de la trajectoire nominale par la trajectoire estimée, ce qui ramène au filtre de Kalman étendu.

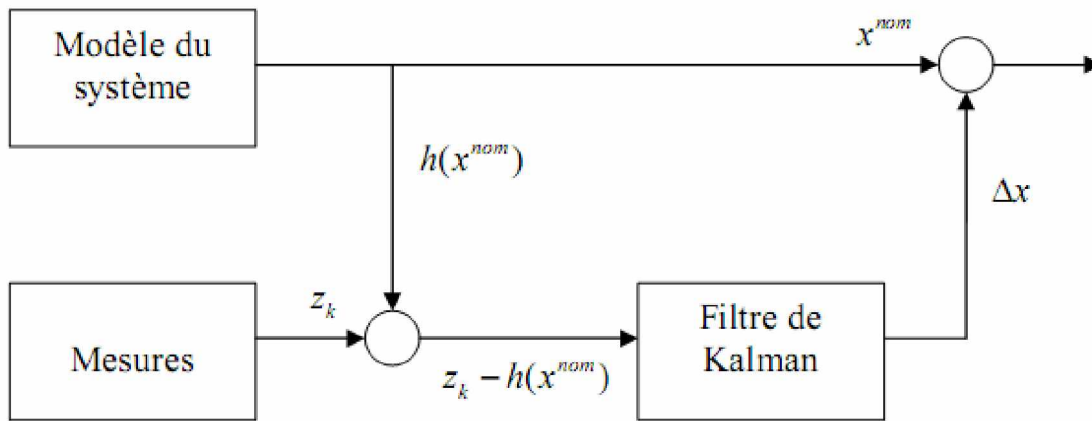


Figure (IV.4) : Filtre de kalman linearisé

IV.3.4.1.2.2-Le Filtre de Kalman Etendu

Le filtre de Kalman étendu EKF représente probablement l'approche la plus commune et la plus populaire pour traiter un système non linéaire. Son fonctionnement consiste simplement à lineariser tous les modèles non-linéaires de sorte que le filtre linéaire traditionnel de Kalman puisse être appliqué. L'EKF est devenu une approche standard pour un certain nombre d'applications d'estimation non linéaire.

De sorte que le filtre linéaire traditionnel de Kalman puisse être appliqué. L'EKF est devenu une approche standard pour un certain nombre d'applications d'estimation non linéaire.

EKF est similaire à un filtre linearisé de Kalman sauf que la linéarisation a lieu autour de la trajectoire estimée du filtre plutôt que de la trajectoire nominale pré-calculée. Ceci, signifie que les dérivés partielles sont évaluées le long de la trajectoire qui a été mise à jour avec les estimations du filtre; ce qui dépend des mesures. Ainsi, le gain du filtre dépendra de la séquence d'échantillons de mesure et ne sera pas prédéterminé par les prévisions du modèle du processus :

Modèle non linéaire du processus :  $\dot{x} = f(x, u) + w$  Eq:IV.68

Modèle de mesure:  $z = h(x) + v$  Eq:IV.69

L'approximation de Taylor de f est faite autour de l'estimation de l'instant précédent  $x_{k-1}$  :

$\Phi_{f,k} \approx \frac{\partial f(x,k)}{\partial x} \Big|_{x_{k-1}}$  Eq:IV.70

L'approximation de Taylor de h est faite a la position (ou a l'état) prédite correspondante :

$$\hat{x}_k \approx \frac{(\dots)}{\dots} = \dots \tag{Eq:IV.71}$$

Comme dans le cas du filtre linearisé de Kalman, le développement limite donne cette fois-ci :

$$\hat{x}_k \approx \Phi^k x_0 + \dots \tag{Eq:IV.72}$$

$$\hat{x}_k \approx \hat{x}_k + (\dots) + \dots \tag{Eq:IV.73}$$

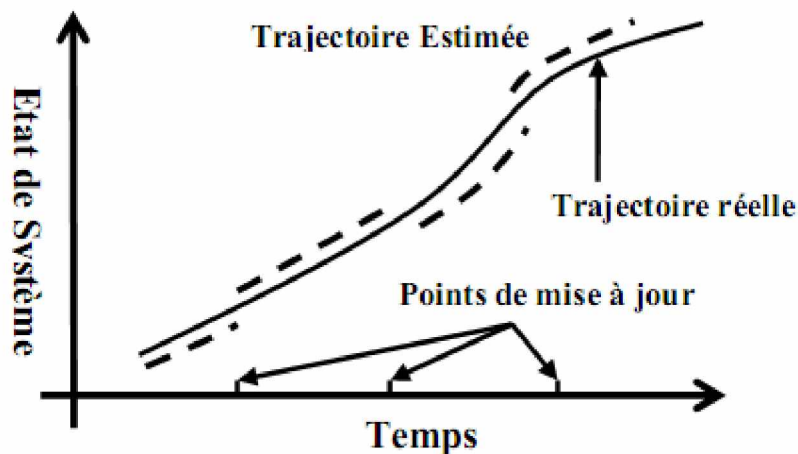


Figure (IV.5) : Trajectoire estimée (nominale) et réelle pour un filtre de Kalman étendu

Les équations Eq:IV.72 et Eq:IV.73 constituent un modèle linearisé pour le cas discret. En général, l'EKF est difficile en raison du bouclage (le feedback) de la mesure au modèle du processus, mais il arrive à mettre à jour la trajectoire utilisée pour la linéarisation pendant que le temps évolue.

L'avantage du EKF est qu'il est plus exploitable pour les missions prolongées. Mais il peut encore parfois aboutir à une trajectoire pire que la trajectoire nominale particulièrement dans les cas où l'incertitude initiale et les erreurs de mesure sont grandes.

Néanmoins, le filtre linearisé et le filtre étendu de Kalman sont utilisés dans des applications différentes, chacun ayant ses propres avantages et inconvénients.

La distinction précise entre les deux filtres (linearisé et étendu) est basée sur la fonction de mesure  $h(x)$ , et plus précisément sur la façon dont elle est mise à jour : à partir de la trajectoire corrigée (filtre étendu) ou de la trajectoire nominale (filtre linearisé).

Lorsque  $h(x)$  est calculée avant que les corrections ne soient faites aux sorties inertielles, le filtre est alors un filtre de Kalman linearisé ordinaire. Si  $h(x)$  est calculée après que les corrections aient été faites, le filtre est un filtre de Kalman étendu. En général, l'EKF est préféré particulièrement quand la durée de la mission est longue, parce que dans ce cas la trajectoire de référence peut diverger de la vraie trajectoire

delà des limites acceptables.

La Figure (IV.7) montre les différentes étapes de l'algorithme d'estimation des paramètres du système non linéaire.

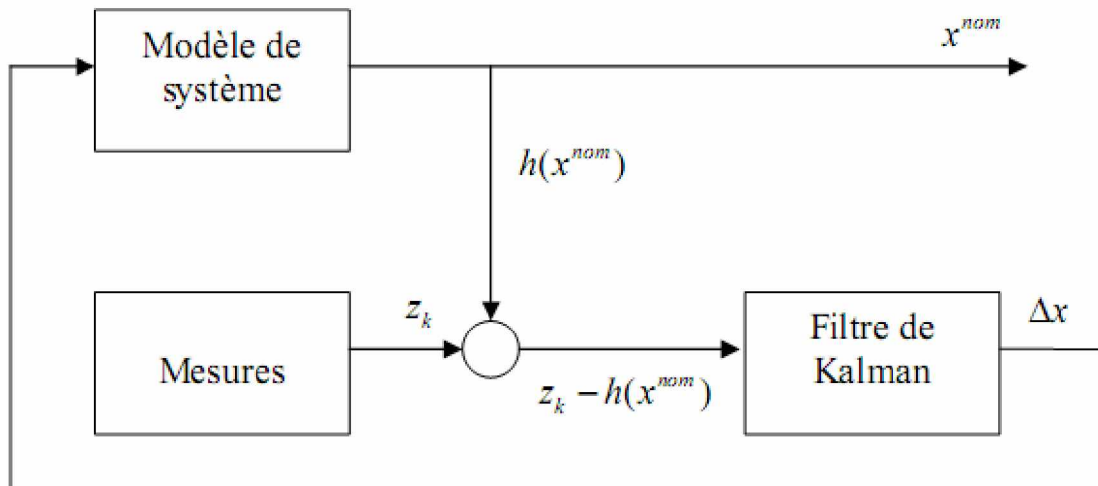


Figure (IV.6) : Filtre de Kalman Etendu

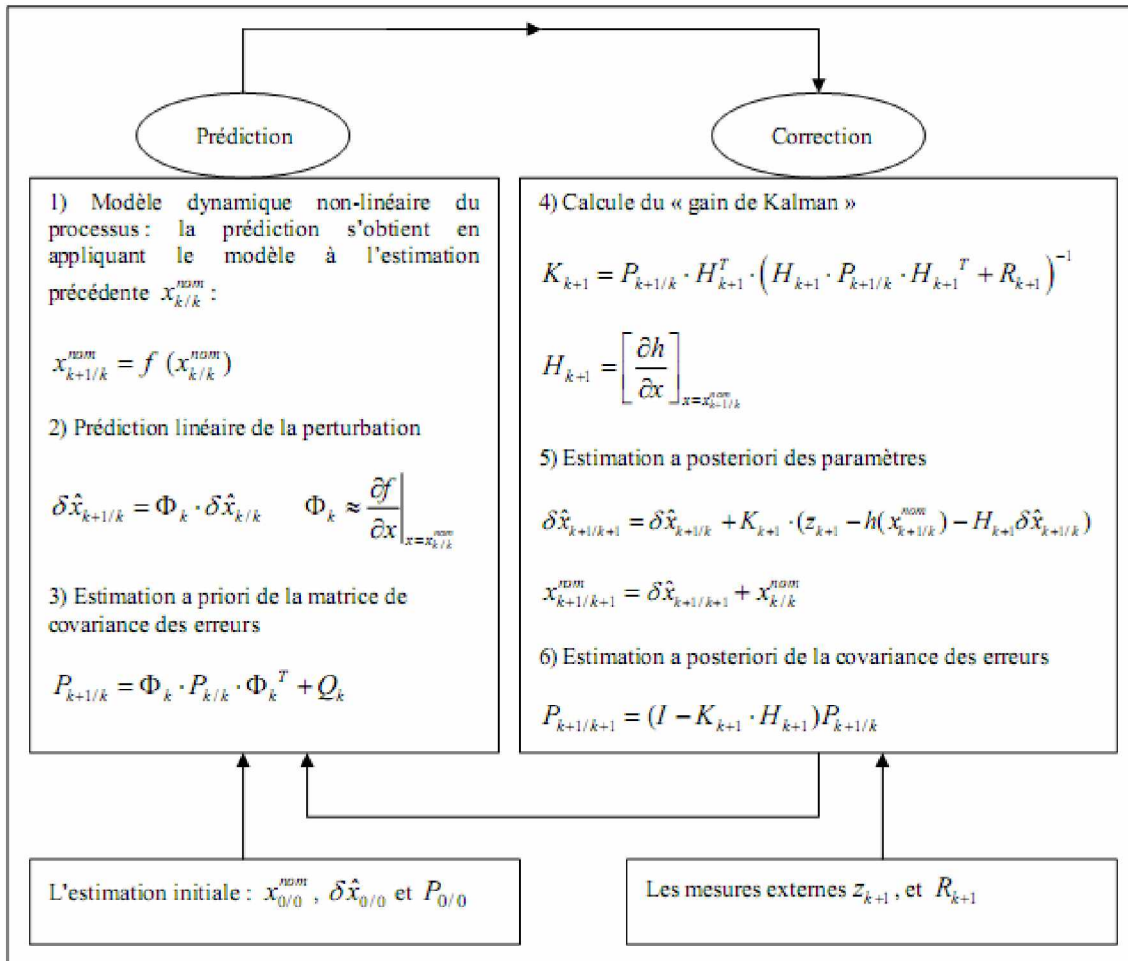


Figure (IV.7) : Extension du filtre de kalman aux systèmes non linéaires

IV.3.4.2-PRESENTATION DU MODELE DYNAMIQUE DE LA CI

Nous avons choisi un mode d'intégration lâchement couplé avec une boucle fermée, Les équations de mécanisation du système inertiel (Eq:IV.19) vont évoluer à l'extérieur du filtre selon la forme discrète suivante (ces équations vont créer la trajectoire nominale ou trajectoire de référence) :

$$= + ( ) \times \tag{Eq:IV.74}$$

$$= + ( ) \times = + (\mathcal{R} - (2 + ) \times - ) \times \tag{Eq:IV.75}$$

$$(\mathcal{R} ) = (\mathcal{R} ) + (\mathcal{R} ( ) ) \times \Delta \tag{Eq:IV.76}$$

Où:



( ) est la forme antisymétrique de

$\mathcal{R}$  est la matrice de transformation du repère b « body » au repère n «navigation» est la période d'échantillonnage ( $\Delta \approx 11.7$  millisecondes puisque la fréquence d'échantillonnage de la CI est de 84Hz)

Il est clair que les équations Eq:IV.19 sont non-linéaires et pour analyser l'erreur dans ce système il faut les linéariser avant d'appliquer le filtre. La linéarisation a été faite autour de la trajectoire estimée donnée par la CI. Dans ce cas là, le modèle du processus va être sous la forme d'un modèle d'erreur issu des équations non linéaires standard de navigation inertielle.

En utilisant les équations ( F.7), ( F.21) et ( F.31) dans l'annexe F, les équations linéaires d'erreur de notre système peuvent être décrites par :

$$\dot{\delta} = \dots + \dots \quad \text{Eq:IV.77}$$

L'équation Eq:IV.77 est l'équation d'état linéarisée ou le modèle de processus linéarisé que l'on utilisera pour l'étape de prédiction dans notre filtre de Kalman.

Où,

est le vecteur d'état de 9 variables qui sont les erreurs respectives sur (la position, la vitesse et l'orientation sur les trois axes). On voit, à partir de la linéarisation par différenciation, que toutes les quantités d'erreurs sont définies comme la valeur réelle moins la quantité calculée (ou mesurée)

$$\delta = \dots - \dots \quad \text{Eq:IV.78}$$

On entend par quantité mesurée le résultat de l'évolution des données inertielles

$$\delta = [\delta r^{lla} \quad \delta v^n \quad \delta \rho^n]^T \quad \text{Eq:IV.79}$$

Où, l'erreur sur la position est exprimée dans le système de coordonnées LLa, l'erreur sur la vitesse dans un repère local n, et l'erreur sur l'angle d'Euler (roulis, tangage et lacet) dans le repère local n.

$$= [ \dots ]' \quad \text{Eq:IV.80}$$

F, Eq:IV.81 est la matrice dynamique du système dont les paramètres ont été exposés dans l'annexe F ,

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} \quad \text{Eq:IV.81}$$

Où,  $A_n$  est l'accélération dans le repère de navigation représentée sous la forme antisymétrique.

G est la matrice de commande, u est le vecteur de commande (l'accélération et la vitesse angulaire fournies par la centrale sur les trois axes) :

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \mathcal{R} & 0 \\ 0 & -\mathcal{R} \end{pmatrix} \tag{Eq:IV.82}$$

$$= \dots \tag{Eq:IV.83}$$

Les éléments de  $u$  sont des bruits blancs, et leur matrice de covariances est donnée par :

$$[ \dots ] = \dots \tag{Eq:IV.84}$$

Où l'opérateur  $\delta$  dénote la fonction delta de Dirac dont l'unité est 1/temps, et  $Q$  s'appelle la matrice de densité spectrale et est de la forme :

$$= \dots \tag{Eq:IV.85}$$

, et est l'écart type des accéléromètres et des gyroscopes.  $Q$  est déterminé par la qualité des accéléromètres et des gyroscopes.

Et  $(- \dots)$  est la forme antisymétrique de :

$$(- \dots) = \begin{pmatrix} 0 & - \\ - & 0 \\ - & 0 \end{pmatrix} \tag{Eq:IV.86}$$

Dans la pratique, la matrice de transition peut être écrite par inspection. Par exemple, la dérivée de l'erreur en position peut être égale à l'erreur de vitesse en tenant compte de la transformation de coordonnées. De même, la variation de l'erreur en vitesse peut être égale à l'erreur dans l'accélération plus l'erreur due au non-alignement. On peut donc simplifier la matrice  $F$  dans l'équation Eq:IV.77 pour obtenir l'équation Eq:IV.87 et Eq:IV.88 et Eq:IV.89 ou Eq:IV.90:

$$\dot{\dots} = \dots \tag{Eq:IV.87}$$

$$\dot{\dots} = \mathcal{R} + \dots \tag{Eq:IV.88}$$

$$\dot{\dots} = -\mathcal{R} \tag{Eq:IV.89}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\dots} \\ \dot{\dots} \\ \dot{\dots} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \mathcal{R} & 0 \\ 0 & -\mathcal{R} \end{pmatrix} \tag{Eq:IV.90}$$

Les entités et sont les incertitudes dans les accéléromètres et les gyroscopes dans le repère véhicule et qui sont transformées dans le repère de navigation en utilisant la matrice de transformation  $\mathcal{R}$

Ces erreurs représentent le cumul des différentes erreurs qui incluent le biais, les facteurs d'échelle, les non-alignements et les non linéarités. Chacune de ces erreurs

peut être placée dans le modèle d'état pour y être estimée. Ceci se traduit par une des équations suivantes:

Si le biais est une constante, on a alors :

$$\dot{b} = 0 \tag{Eq:IV.91}$$

Si en revanche le biais est une constante rajoutée à une erreur de marche aléatoire alors on a :

$$\dot{b} = (0) + \text{erreur de marche aléatoire} \tag{Eq:IV.92}$$

Si maintenant le biais est considéré comme un processus de Markov, alors :

$$\dot{b} = -\lambda b + \text{erreur de marche aléatoire} \tag{Eq:IV.93}$$

$$\dot{b} = -\lambda b + \text{erreur de marche aléatoire} \tag{Eq:IV.94}$$

Puisque les systèmes inertiels de type strapdown sont habituellement mis en application avec une fréquence d'échantillonnage élevée, l'équation Eq:IV.77 peut être ramenée à sa forme discrète :

$$\hat{b}_k = F \hat{b}_{k-1} + \text{erreur de marche aléatoire} \tag{Eq:IV.95}$$

est la matrice de transition, (plant noise) est un processus aléatoire dont la distribution est gaussienne. La matrice de covariances liée à est :

$$[ \dots ] = 0, \dots = \dots \neq \dots$$

Dans le cas des véhicules terrestres, la dynamique du véhicule a une fréquence beaucoup plus basse que la fréquence d'échantillonnage (le temps d'échantillonnage = - est très petit). Par conséquent, au cours de la période d'échantillonnage, la matrice F reste constante.

La matrice F peut être convertie en matrice de transition d'état Φ par l'intermédiaire de :

$$= ( \dots ) \approx 1 + \dots + \dots + \dots \tag{Eq:IV.96}$$

Il est suffisant de prendre les deux premiers termes comme approximation (le terme linéaire de la série de Taylor).

$$\approx 1 + \dots \tag{Eq:IV.97}$$

Cependant, l'évaluation de la matrice de qui décrit n'est pas évidente. Théoriquement, nous pouvons écrire sous sa forme intégrale :

$$= \int \int \dots \quad \text{Eq:IV.98}$$

$$= \int \int \dots \quad \text{Eq:IV.99}$$

Où, la matrice  $[ \dots ]$  est une matrice de fonctions de type « Dirac », supposées connues à partir de modèle continue.

Si les différentes entrées de type bruit blanc ne sont pas corrélées, certaines simplifications sont possibles. Pour des petits intervalles on considère que  $\Phi \approx 1$ , ainsi l'équation Eq:IV.99 devient :

$$= \int \int \dots \quad \text{Eq:IV.100}$$

En substituant l'équation Eq:IV.84 dans l'équation Eq:IV.99 et en intégrant sur un petit intervalle  $\Delta t$ , nous obtenons la solution approximative suivante :

$$\approx \dots \quad \text{Eq:IV.101}$$

où Q est une matrice diagonale de densité spectrale.

Le modèle – après le placement des modèles d'erreurs des accéléromètres et des gyroscopes –devient le modèle augmenté suivant :

$$\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}_{+1} = \begin{pmatrix} 1 & & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & & & & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & - & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & - & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} \quad \text{Eq:IV.102}$$

Où  $\dots$  sont les erreurs aléatoires et I est une matrice d'identité 3 x3

Le modèle d'erreur est alors incorporé dans un filtre de Kalman standard linéaire en mettant en application les étapes de prédiction (Eq:IV.102 et Eq:IV.103) et de correction

$$\dots = \dots + \dots \quad \text{Eq:IV.103}$$

L'avantage d'employer ce modèle est que l'exécution est linéaire (les éléments du vecteur d'état

n'apparaissent pas à l'intérieur de la matrice  $F$ ). Le modèle peut être augmenté pour prendre en compte l'accélération de Coriolis provoquée par la rotation de la terre. Dans ce mémoire, ce terme a été délibérément omis car son influence s'est avérée négligeable.

#### IV.4- INITIALISATION, ALIGNEMENT ET CALIBRATION DE LA CI

L'alignement est le processus de détermination de l'orientation relative de la centrale inertielle (repère  $b$ ) avec le système de coordonnées du plan local (repère  $n$ ), ou la détermination de la matrice de rotation  $R$ . Nous avons ainsi besoin de neuf paramètres initiaux (position, vitesse, et orientation).

Quand la performance de l'unité inertielle est si mauvaise que le niveau de biais et de bruit (vibration) est beaucoup plus grand que la vitesse de rotation de la terre (c'est vrai dans notre cas), la méthode analytique d'alignement grossier suivi d'un alignement fin (coarse-to-fine alignment) ne peut pas être appliquée pour estimer l'attitude initiale de la CI. Pour les CIs de bonne précision dont les niveaux de biais et de bruit sont plus petits que la grandeur relative à la vitesse de rotation de la terre, cette méthode est applicable.

Les angles de roulis et de tangage (en anglais, elevation angle et bank angle) sont les angles fournis par la CI elle-même (en utilisant les sorties des accéléromètres obtenus avec des mesures stationnaires), mais le problème ici est de calculer l'angle entre la CI et le corps du véhicule (on a supposé qu'il était nul car la CI et le véhicule ont un repère identique).

Cependant, le lacet ne peut pas être déterminé. Bien que des capteurs magnétiques (i.e. compas électronique) peuvent être utilisés pour obtenir l'angle de cap initial, dans notre cas nous n'en disposons pas. Aussi, les erreurs de ce type de capteurs sont difficiles à modéliser.

Dans ce cas-ci, l'information de vitesse du GPS peut être utilisée pour aligner la CI pendant le mouvement. Dans ce cas, on peut calculer approximativement l'angle de lacet en utilisant la

vitesse par :

$$\psi = \tan^{-1}(v_x/v_y) \quad \text{Eq:IV.104}$$

La position et la vitesse peuvent être initialisées par les données GPS, après avoir effectué la correction présentée dans le paragraphe précédent.

$$\bar{r}(0) = \bar{r} \quad \text{Eq:IV.105}$$

$$\bar{v}(0) = \bar{v} \quad \text{Eq:IV.106}$$

L'initialisation imprécise de la position et de l'orientation affecte la compensation de la gravité et de la vitesse de rotation de la terre, ce qui mènerait à une navigation imprécise. La précision de la procédure

d'alignement assure un excellent point de départ pour la phase de navigation.

La calibration des unités inertielles est nécessaire parce que leurs sorties sont corrompues par des erreurs. On peut définir la calibration comme étant un processus de comparaison de la sortie de l'unité avec une référence connue et de détermination des coefficients qui forcent cette sortie à être conforme à la référence. Les paramètres de calibration à déterminer peuvent changer selon la technologie spécifique à la CI. Pour déterminer exactement tous les paramètres, des dispositifs spéciaux de calibration et des techniques d'estimation sont nécessaires.

L'objectif de la calibration ici est donc de déterminer les biais et les dérives dans les accéléromètres et les gyroscopes. Ceci est obtenu en déterminant d'abord l'alignement initial de l'unité inertielle et par conséquent en évaluant la matrice initiale de transformations  $R$

La méthode la plus simple pour obtenir les biais des capteurs inertiels est de mesurer les données de chaque capteur alors que le véhicule est stationnaire. Ces valeurs de biais sont utilisées pour calibrer la CI. Pour les gyroscopes, le biais est simplement la lecture de ces capteurs quand le véhicule est stationnaire. Cependant, l'alignement de l'unité inertielle est exigé afin de déterminer les biais sur les accéléromètres.

## CHAPITRE V

### RESULATS ET INTERPRETATIONS

#### V.1-INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré pour examiner les résultats des modèles étudiés dans les chapitres précédents. Deux programmes sont réalisés, l'un est basé sur les équations de mécanisation, l'autre est basé sur l'utilisation du modèle d'erreur en basant sur le filtre de kalman comme estimateur. Les résultats de ces deux programmes sont comparés avec des résultats de référence pour voir l'avantage qu'elles peuvent apporter au système inertielle qui souffre des contraintes dû aux capteurs inertiels.

#### V.2- DECRPTION DES DONNEES

Les données (mesures) inertiels utilisées dont les applications sont collectées du simulateur de vol 2004 qui a été réalisé par des étudiants de magister au niveau de l'EMP (Ecole Militaire Polytechnique).

La simulation examine le cas d'intégration du système GPS et le système INS pour l'avion CESNA .Pour ce faire, l'initialisation de nos programmes était fait à partir du système GPS. Cette position initiale est celle de l'aérodrome'' Houari Boumaddiane ''qui est : Latitude=36.702064°, longitude= 3.228181°, altitude=26.055208°.

Le tableau ci-dessous représente la partie initiale du fichier de données recueillie

Temps (Hexa)	Latitude (°)	Longitude(°)	H(metre)	Cap(°)	Vs (Kt)
0x2670C8A3C850	36.702064	3.228181	26.055208	56.007384	0.005636
0x2670CE9888B0	36.702064	3.228181	26.055208	56.007384	0.005636
0x2670CE9B8FE8	36.702064	3.228181	26.055208	56.007384	0.005636

Roulis(°)	Tangage(°)	Lacet(°)	p(rd/sec)	q(rd/sec)	r(rd/sec)
0.000000	1.888692	53.796633	-0.000000	0.000006	0.000000
0.000000	1.888690	53.796633	-0.000000	0.000001	-0.000000
0.000000	1.888690	53.796633	-0.000000	0.000001	-0.000000

$a_x$ (m/s <sup>2</sup> )	$A_y$ (m /s <sup>2</sup> )	$A_z$ (m/s <sup>2</sup> )
0.000139	0.000000	-0.000005
-0.000144	0.000000	-0.000004
-0.000144	0.000000	-0.000004

Tableau IV : Format du fichier de mesures

-La figure ci-dessous représente la trajectoire de référence calculée par le Système GPS.



Figure V.1 : Trajectoire de référence sur Google Earth

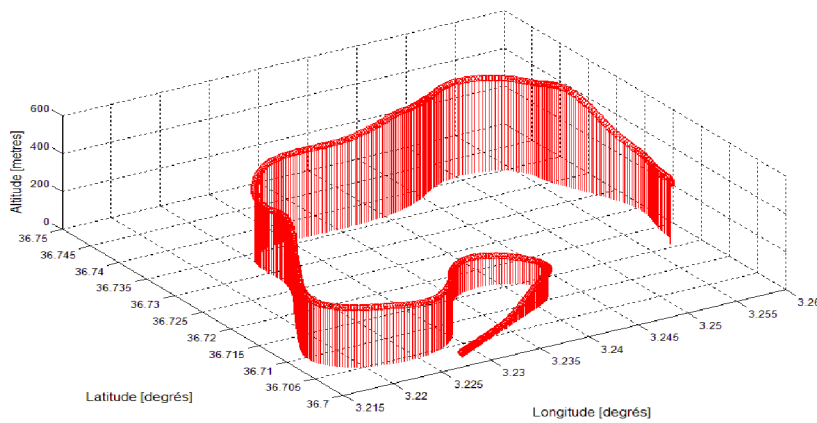


Figure V.2 : Trajectoire de référence en 3D



### V.3- RESULTAS DE POSITIONNEMET OBTENUS PAR LES EQUATIONS DE MECANISATION

#### V.3. 1-TRAJECTOIRES ESTIMEES

Le but de cette partie est de faire apparaitre tous les paramètres estimés par la mécanisation afin de les comparer avec les paramètres réels (de référence) issus du simulateur de vol 2004 .

Voici l'état de notre système résultant de la mécanisation.

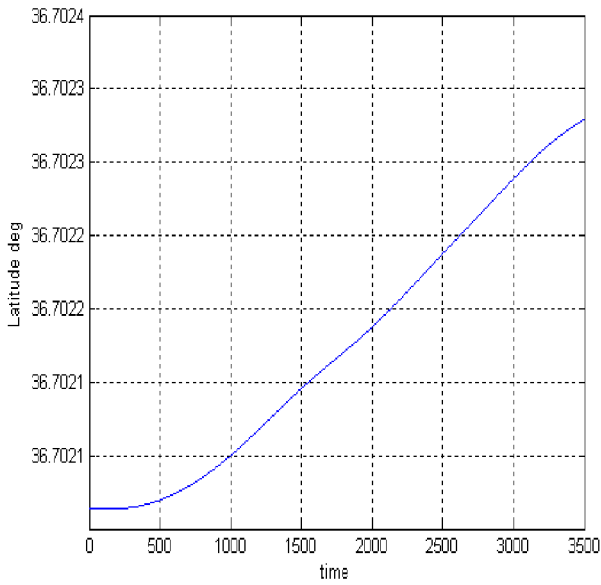


Figure V.3 : La latitude estimée

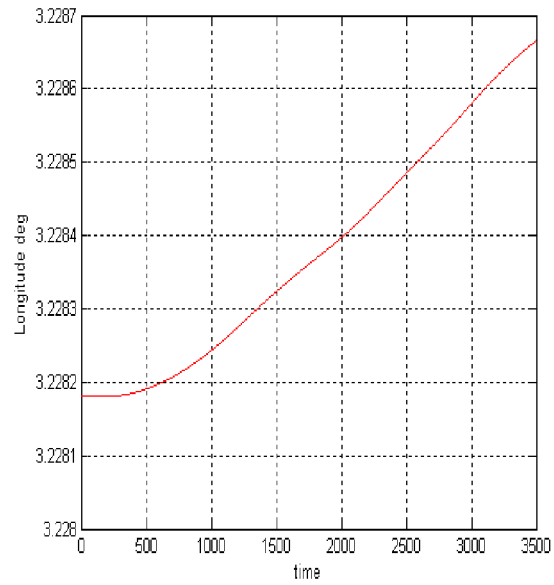


Figure V.4 : La longitude estimée

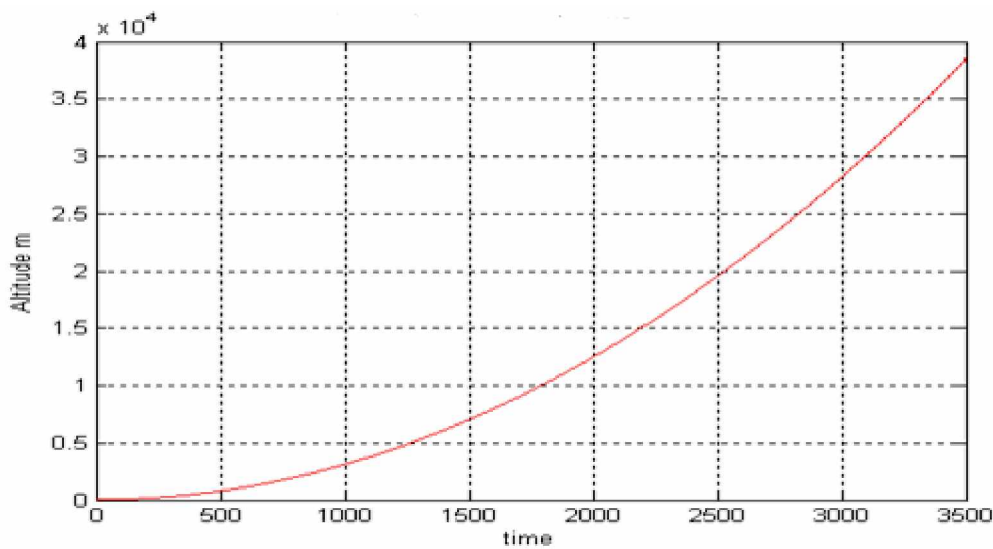


Figure V.5 : L'altitude estimée

**V.3. 2-COMPARAISON AVEC LA TRAJECTOIRE DE REFERENCE**

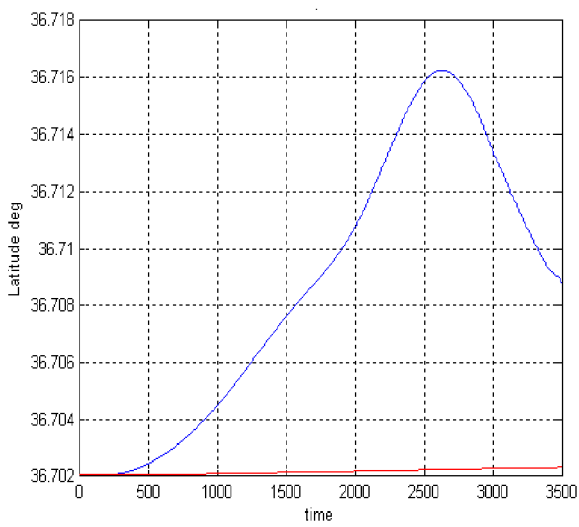


Figure V.6: Comparaison de la latitude avec celle de la référence estimée

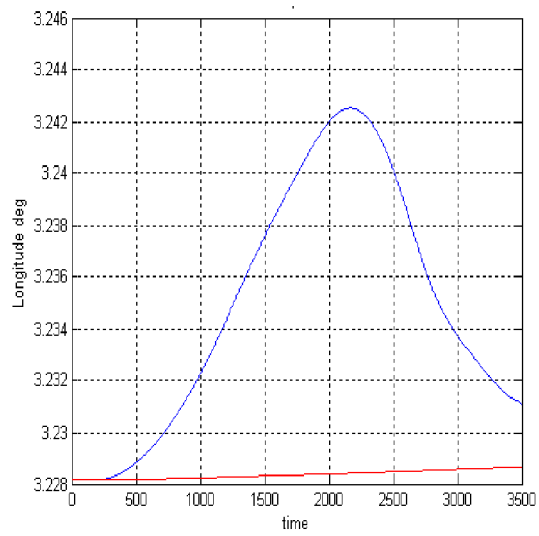


Figure V.7 : Comparaison de la longitude estimée avec celle de la référence

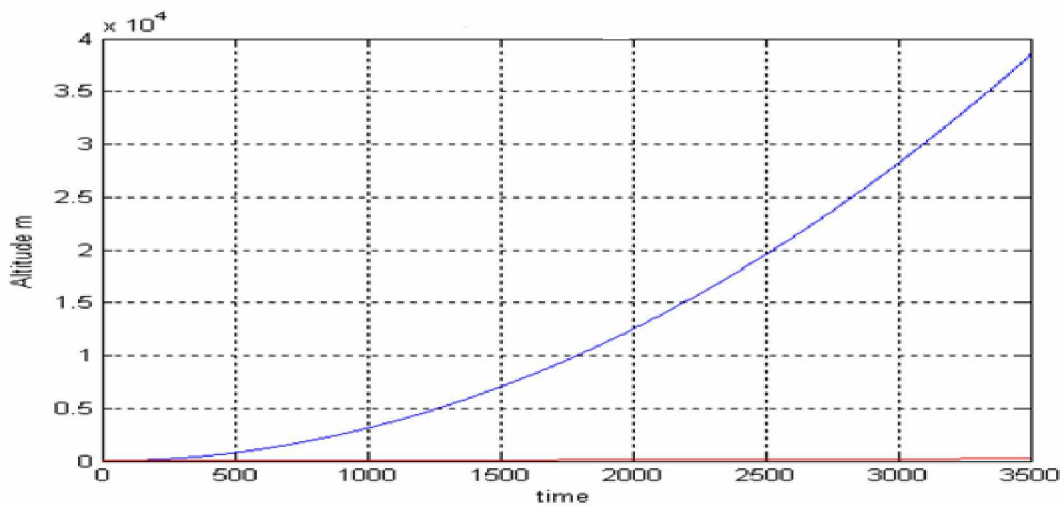
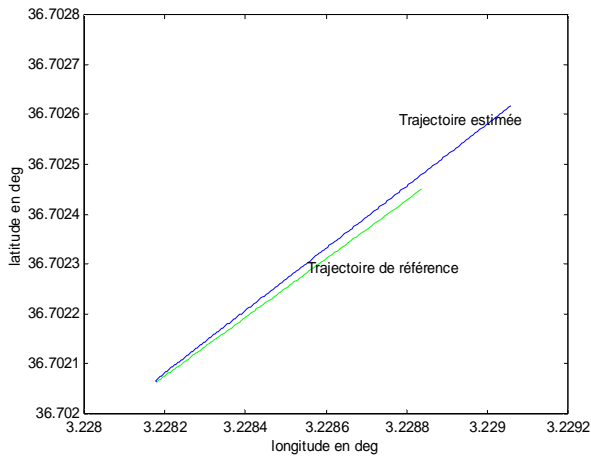
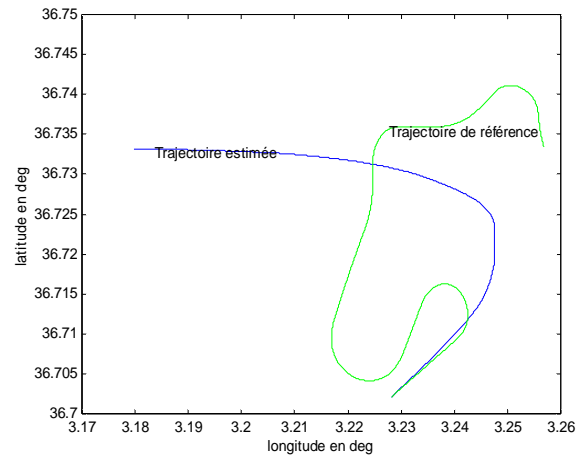


Figure V.8 : Comparaison l'altitude estimée et celle de la référence

Maintenant, voici le résultat de l'implantation des deux trajectoires dans le même plan:



(a) - Comparaison des trajectoires à 500 itérations



(b) - Comparaison des trajectoires à 10.000 itérations

Figure V.9 : Les trajectoires (estimée et de référence)

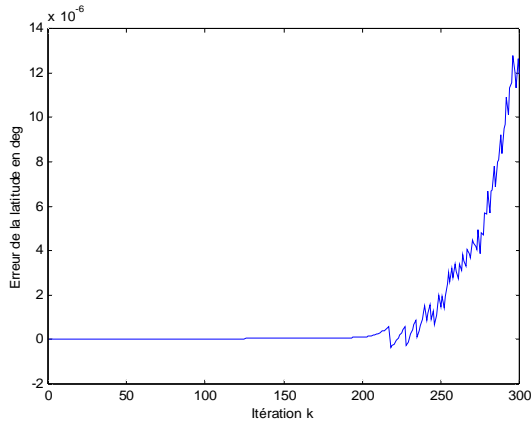
La figure ci-dessus présente deux trajectoires (la latitude en fonction de la longitude): une est estimée par la mécanisation (bleue), et l'autre de référence (verte) déduite des mesures issues du simulateur de vol.

Préalablement, On remarque qu'au début les deux trajectoires sont presque coïncidentes avant 500 itérations (une très bonne estimation), mais après un nombre considérable d'itérations (plus de 1000 itérations) elles se divergent avec certaines incertitudes, mais elles commencent à s'augmenter au cours du temps. On dit donc qu'on a une bonne estimation à cours terme.

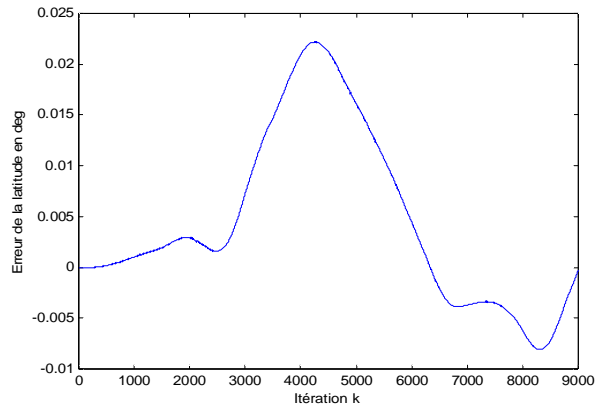
### V.3.3 - ERREURS DE POSITION

Pour aller loin et pour mieux comprendre le comportement de notre système nous avons fais une comparaison entre tous les paramètres de l'état du système que ce soit la latitude, la longitude, l'altitude, roulis.....etc, et ceux qui sont estimés par la mécanisation.

#### V.3.3.1 ERREUR DE LA LATITUDE



(a) – Erreur de latitude à 300 itérations

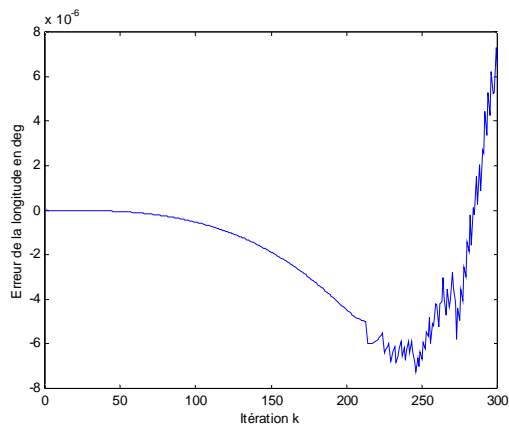


(b) – Erreur de latitude à 9000 itérations

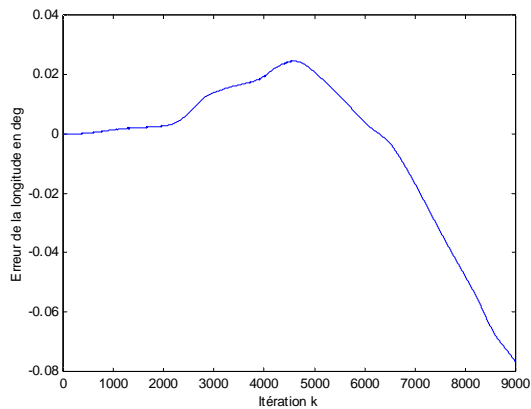
Figure V.10 Erreur de la latitude en fonction du nombre d’itérations

D’après la figure, l’erreur est presque nulle jusqu’à l’itérations 200, puis elle augmente pour atteindre la valeur maximale de  $0,023^\circ$  à l’itérations 4500 Cela veut dire que notre système commence à se fatiguer à partir de la 200<sup>ième</sup> itérations.

V.3.3.2 ERREUR DE LA LONGITUDE



(a) – Erreur de longitude à 300 itérations



(b) – Erreur de longitude à 9000 itérations

Figure V .11 : Erreur de la longitude en fonction du nombre d’itérations

Pour la longitude, on remarque qu’avant à peut près 150 itérations l’erreur est presque nulle, après elle commence de diminuer pour atteindre la valeur  $(-7,2 \cdot 10^{-6})^\circ$  puis elle augmente à l’itération 250 pour redescendre encore une fois jusqu’à l’itération 9000.

V.3.3.3 : ERREUR DE L’ALTITUDE

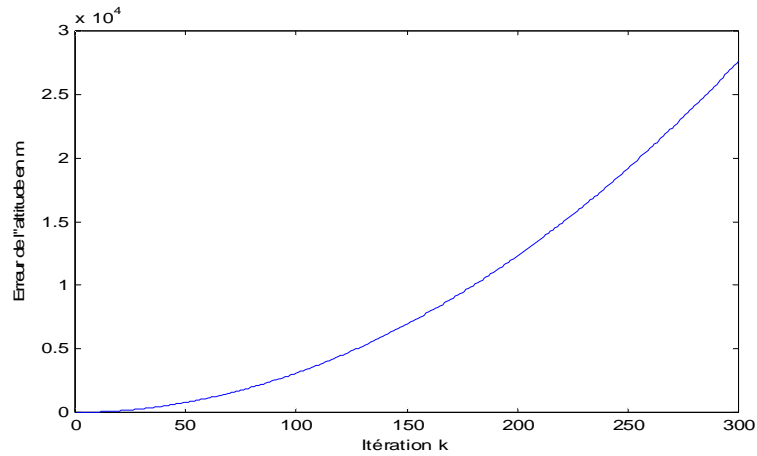
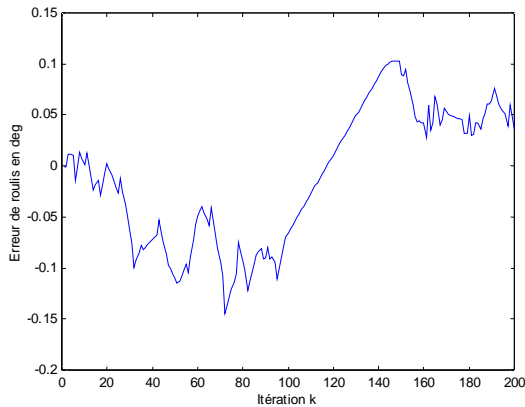


Figure V .12 : Erreur de l'altitude en fonction du Nombre d'itération.

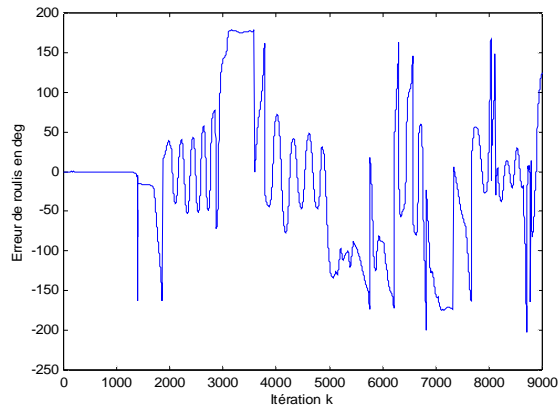
N'allons pas trop loin, pour un nombre d'itération petit, on remarque que pour l'altitude l'erreur augmente d'une façon peu exponentielle et plus rapide qu'auparavant, cela veut dire que le système inertiel est moins précis pour la navigation vertical, et risque de produire une déviation presque dite total si on ne cherche pas d'autres solutions .

**V.3.4 - ERREURS D'ATTITUDE**

**V.3. 4.1 - ERREUR DE ROULIS :**



(a) – Erreur de roulis à 200 itérations

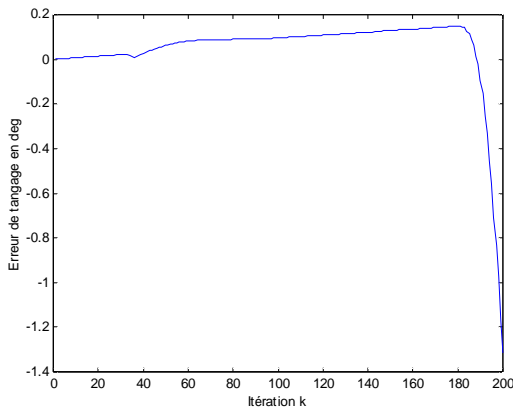


(b) – Erreur de roulis à 9000 itérations

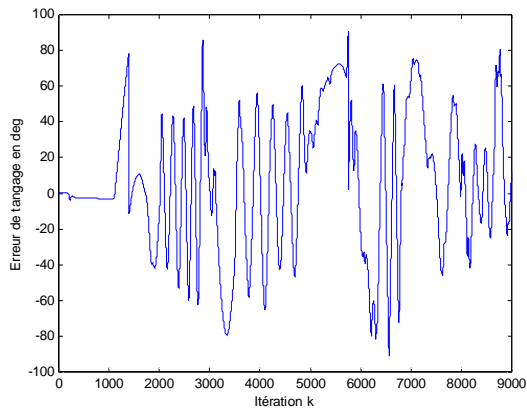
Figure V.13 : Erreur de roulis en fonction du nombre d'itérations

Pour le roulis, l'erreur est préalablement nulle ce qui signifie qu'il y a une bonne estimation avant l'effectuation de plus de 1300 itérations. Après on remarque que l'erreur se balance outre de la nulle d'une façon aléatoire.

V.3. 4.2 - ERREUR DE TANGAGE



(a) – Erreur de tangage à 200 itérations

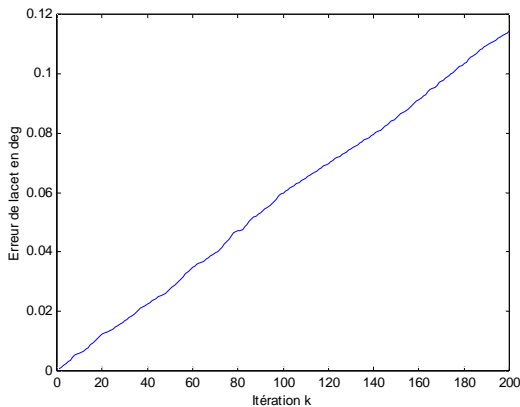


(b) – Erreur de tangage à 9000 itérations

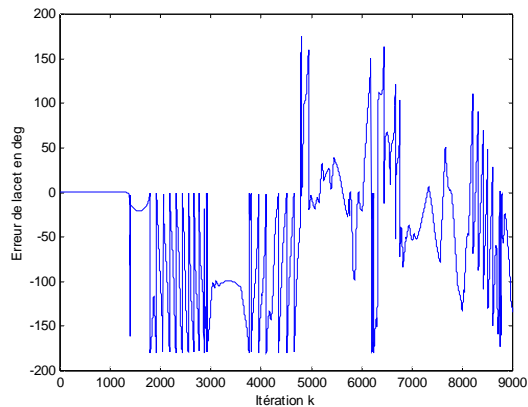
Figure V.14 : Erreur de tangage en fonction du nombre d’itérations

Avant 1200 itérations, l’erreur sur le tangage est presque nulle, après elle prend la forme aléatoire du bruit jusqu’à 9000 itérations.

V.3. 4.3 : ERREUR DE LACET



(a) – Erreur de lacet à 200 itérations



(b) – Erreur de lacet à 9000 itérations

Figure V .15 : Erreur de lacet en fonction du nombre d’itérations

Pour le lacet, avant 200 itérations l’erreur augmente légèrement mais reste proche de la nulle jusqu’à l’itération 1350, allant à la dernière itération, l’erreur prendra sa forme aléatoire.

D’après les résultats obtenus, on remarque que l’estimation par la mécanisation est peu précise particulièrement pour des missions prolongées car elle est influencée par les erreurs du système inertiel. Ainsi nous sommes obligés de trouver une autre solution qui prend en considération ce problème ; pour cela nous avons traité notre système en lui associant un modèle d’erreur en basant sur le filtre de kalman.

## V.4- RESULTAS DE POSITIONNEMET PAR LE MODELE D'ERREUR

En utilisant le modèle d'erreur basé sur le filtrage de kalman (étendu dan notre cas, car il est plus largement répondu pour un système non-linéaire), nous avons remarqué le bon fonctionnement du filtre sur les résultats de l'estimation. Il est ainsi plus exploitable pour les missions prolongées.

### V .4.1-INFLUENCE DES PARAMETRES DE FILTRE DE KALMAN

#### V .4. 1.1-CHOIX DES VALEURS INITIALES DE FILTRE DE KALMAN

Certain paramètres influent sur le fonctionnement du filtre de kalman. Un choix convenable des valeurs initiales joue un rôle très important, nous avons remarqué que malgré la souplesse de l'EKF, il peut encore parfois aboutir à une trajectoire pire que la trajectoire de référence particulièrement dans les cas où l'incertitude initiale est grande.

Dans notre simulation, nous avons choisi les paramètres initiaux du filtre comme suit :

Le vecteur d'état :  $X_{k/k} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  ;

La matrice de covariance  $P_{k/k}$  est choisie comme matrice diagonale dont les éléments diagonaux contiennent les variances suivantes : Var-lat= 1e-3, Var-long= 1e-3, Var-alt= 1e-12, Var-att=1e-3 , Var-Vn= 1e-3 , Var-Ve=1e-3,Var-Vd=1e-3, Var-ba=1e-3, Var-bg=1e-3.

#### V .4.1.2- CHOIX DES PARAMETRES A PRIORI ( $R_k, Q_k$ )

Si notre mesure est plus précise que notre erreur de système, alors la matrice de covariance de mesure R est très inferieur par rapport à celle de la covariance d'erreur de l'état P, ce qui donnerait plus de poids à la mesure dans l'estimation de l'état.

### V .4.2-DESCRITISATION DE LA TRAJECTOIRE

On se qui suit, on visualise les paramètres estimés par le filtre de Kalman dans le même plan avec ceux qui sont estimés par la mécanisation.

#### Ø La position

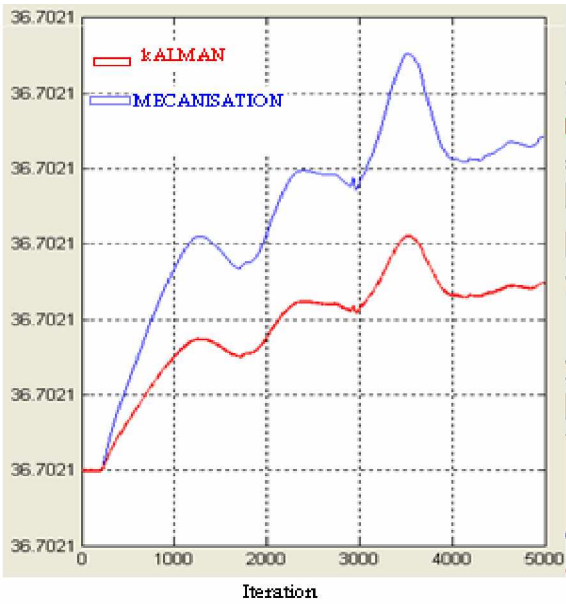


Figure V. 16: Latitude par kalman et latitude longitude par mécanisation

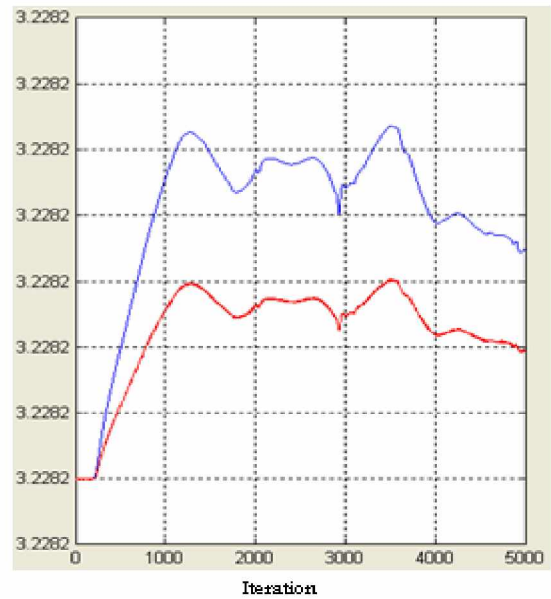


Figure V.17 : Longitude par Kalman et longitude par mécanisation

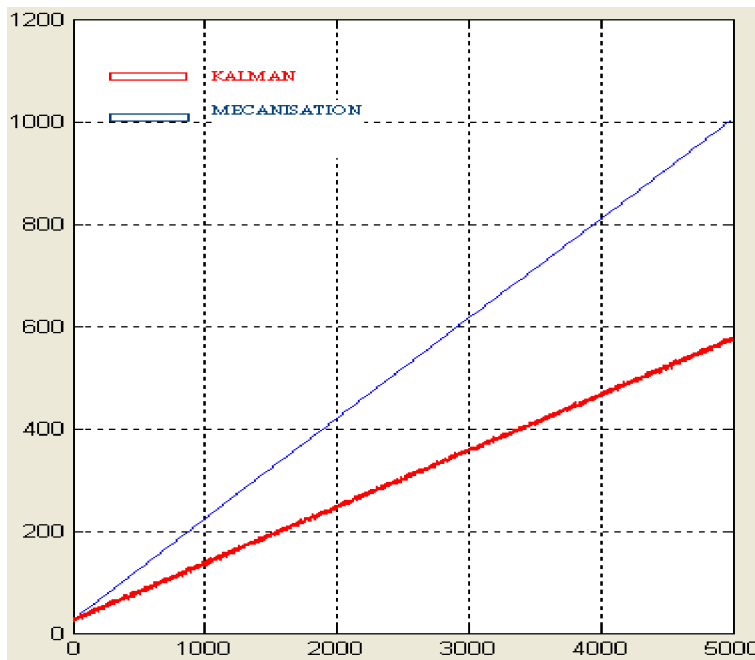


Figure V.18 : Altitude par kalman et Altitude Par mécanisation

Comme montre les figures ci-dessus, pour la position il y'a une différence remarquable apparaissent au niveau de résultats de l'estimation obtenus par le filtrage de kalman et celles qui ont été obtenus par la mécanisation.

Passant maintenant aux résultats obtenus pour l'attitude comme montre les figures ci-dessous :



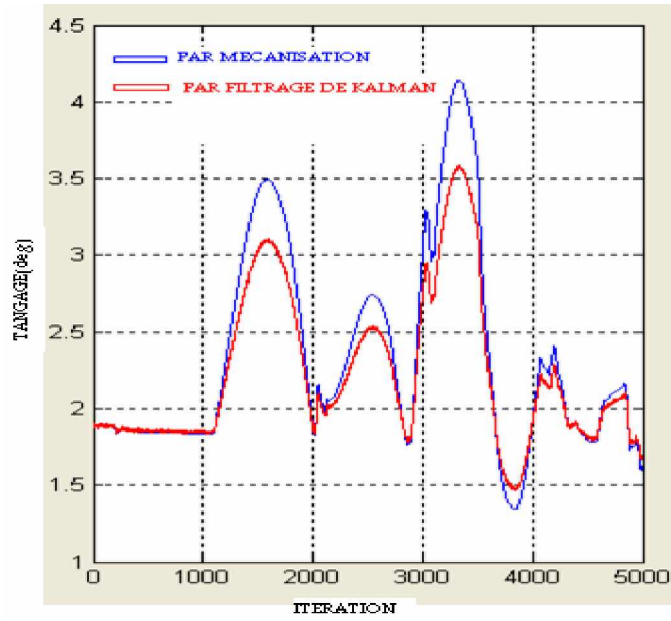


Figure V.19 : Comparaison entre le tangage estimé par la mécanisation et celui de filtrage de kalman

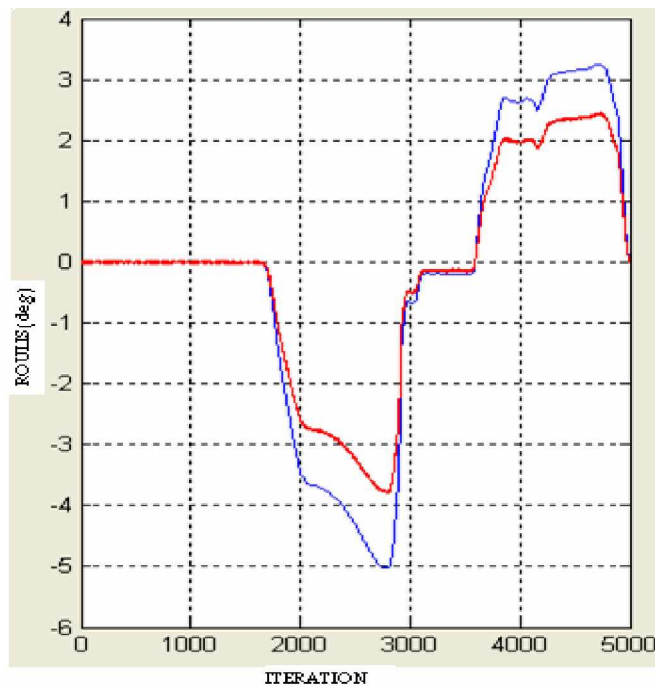
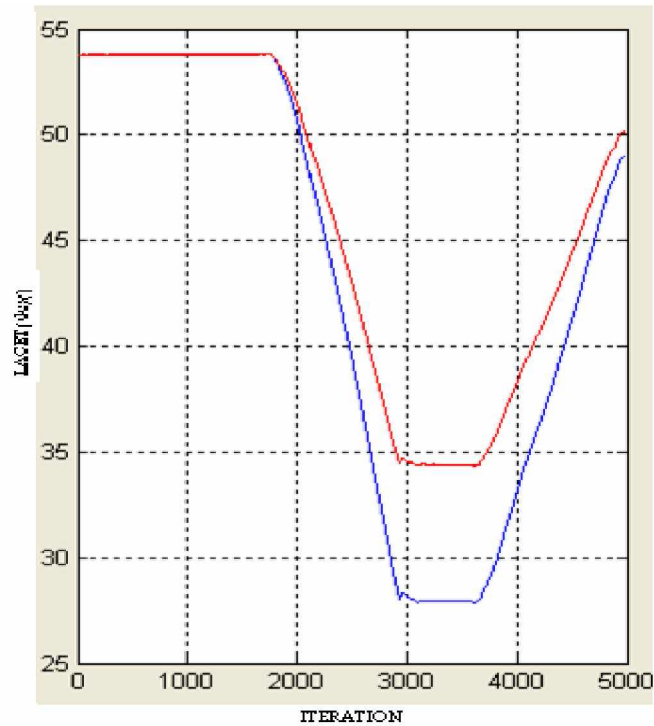


Figure V.20 : Comparaison entre le roulis estimé et celui déduis par filtrage de kalman



FigureV.21 : Comparaison entre le lacet estimé et celui de filtrage de kalma

#### V .4. 3-PRECISION DU POSITIONNEMENT

La précision de la position, vitesse et attitude se déduit de la matrice de variance-covariance de l'estimé. Les déviations standards ( $\sigma$ ) de tous les paramètres sont présentées alors en fonction du temps dans les figures ci-dessus.

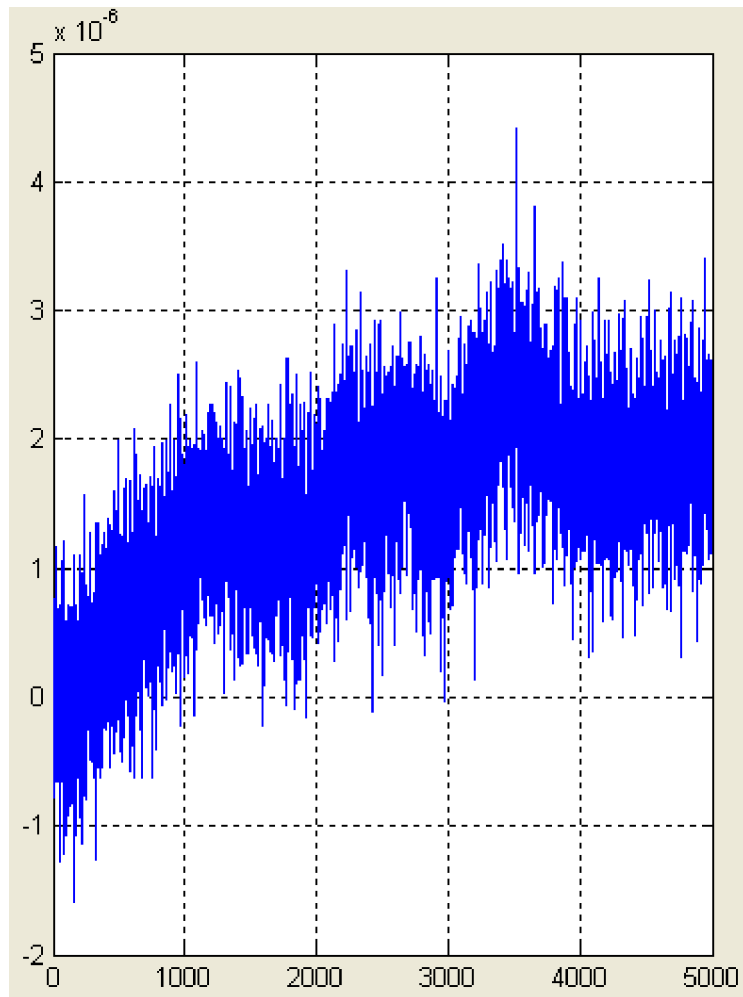


Figure V.22 : Déviation standard de la latitude

On remarque que la déviation standard ou bien l'écart-type pour la latitude est apparemment petit, elle est de l'ordre  $10^{-6}$  le long du chemin. Ainsi on peut dire que nous avons réussi à estimer la latitude d'une façon précise.

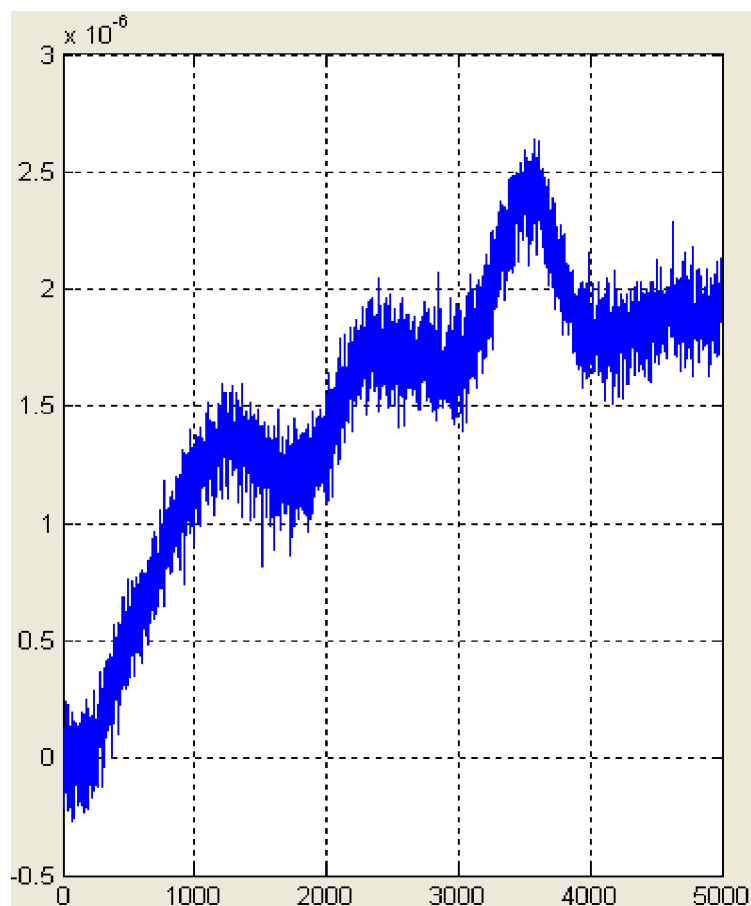


Figure V.23 : Déviation standard de la latitude

Une bonne estimation aussi de la latitude est effectuée par le filtrage de kalman, et une erreur de l'ordre  $10^{-6}$ .

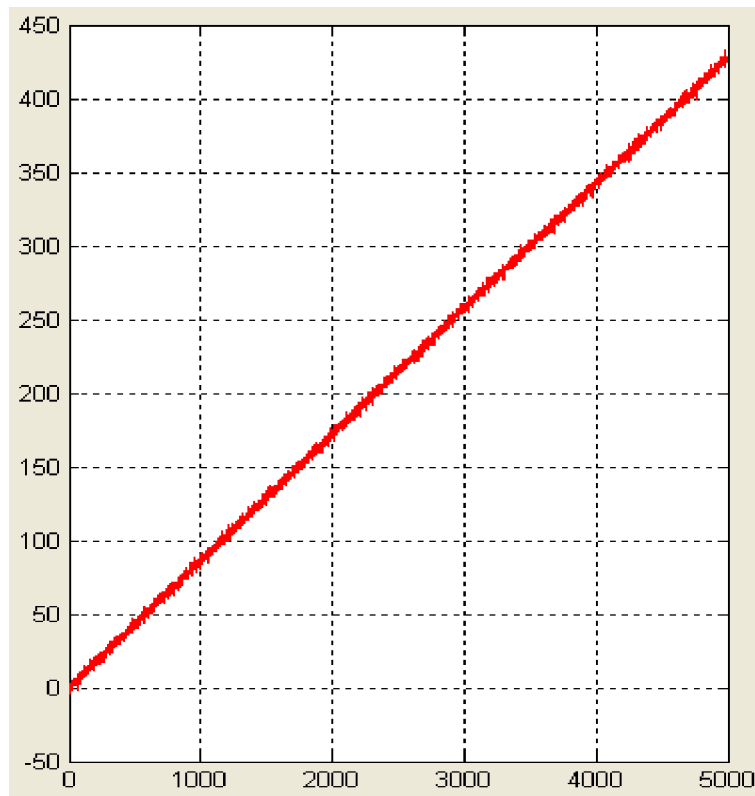


Figure V.24 : Déviation standard de l'altitude

Mais hélas, on remarque le même souci constaté par l'estimation par la mécanisation en cas d'altitude, le filtre de kalman –malgré ses bon résultats – n'arrive pas à trouver une solution précise pour l'altitude selon notre résultats .Donc le problème reste ainsi ouvert, la navigation dans le plan vertical ne doit pas compter seulement sur le système de navigation inertiel apparemment, elle est assurée par d'autre systèmes comme l'altimètre.

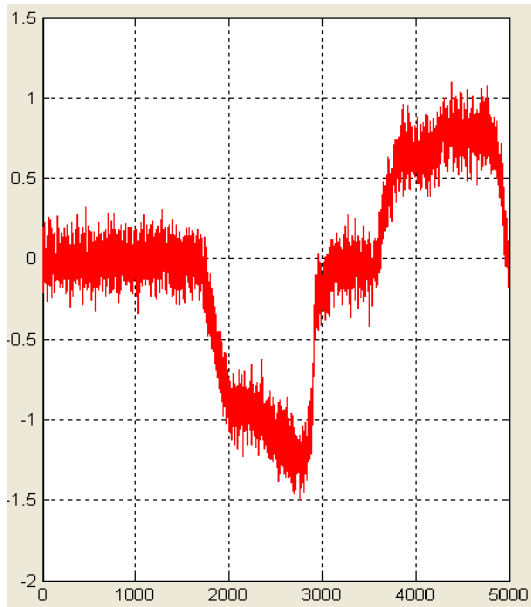


Figure V.25 Déviation standard en roulis

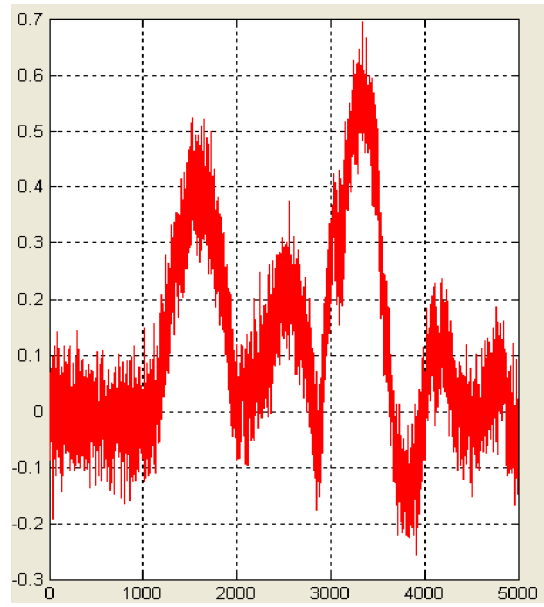


figure V.26 : Déviation standard en tangage

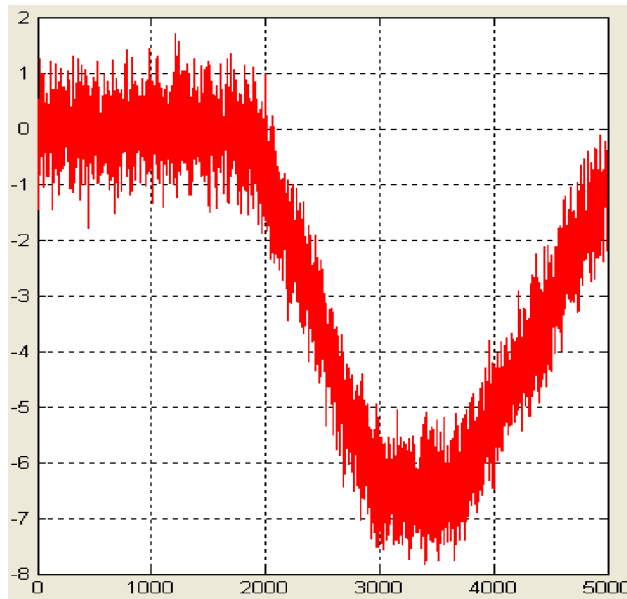


Figure V.27: Déviation standard en lacet

Nous remarquons très claire l'amélioration qu'a apportée le filtrage de kalman aux résultats d'attitude.

## CONCLUSION

Dans ce mémoire, nous avons présenté un système de positionnement tridimensionnel dite le système de navigation inertiel. Nous avons constaté que le système INS se caractérisait par une certaine dérive des mesures, qui attaque les accéléromètres et les gyroscopes et qui lui faire perdre leurs performances . Mais quand même, il y'a une astuce très délicate consiste à développer les équations de navigation et l'intégrer au filtrage de Kalman qui peut procéder à une compensation des erreurs en position, en vitesse et en attitude ,et qui permis d'obtenir des précisions de positionnement supérieures à celles des capteurs pris individuellement.

Deux algorithmes, algorithme de mécanisation et algorithme de modèle d'erreurs, ont été développés, pour l'intégration des données inertielles dans le repère local. D'autres algorithmes de test et de transformations de coordonnées ont été aussi validés.

Notre simulation était faite sous Matlab qui s'adapte aux problèmes mathématiques et facilite le travail et aussi aide de présenter nos résultats d'une façon délicate et claire.

Ainsi, nous avons choisi l'algorithme du filtre de Kalman, grâce à la simplicité de ses équations, pour estimer les erreurs des capteurs. Les résultats obtenus sont satisfaisants comparés aux résultats obtenus par les équations de mécanisation. Des erreurs de l'ordre de  $10^{-6}$  .Mais la difficulté que nous avons rencontré c'est au niveau du choix des paramètres de Kalman. Ainsi, nous avons constaté que les précisions dans le plan vertical sont dégradées

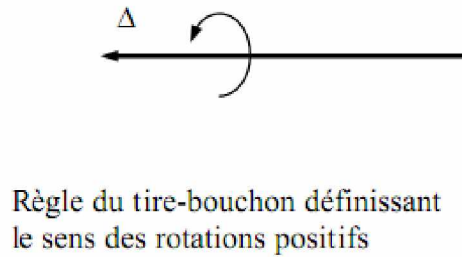
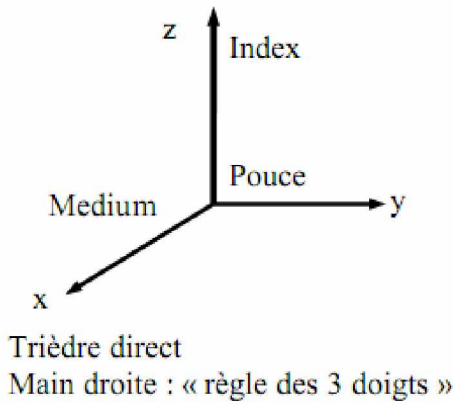
Comme perspective et pour améliorer les performances des systèmes de navigation inertiels, nous proposons pour les futurs étudiants d'intégrer le système inertiel avec d'autres systèmes externes tel que le système GPS qui présente une grande précision à long terme ou l'utilisation d'un altimètre pour diminuer les erreurs du positionnement vertical.

ANNEXES



# ANNEXE A : QUELQUES NOTIONS DE MECANIQUE

## A.1- Définitions



Soit :

Un point M de coordonnées (x, y, z) dans un trièdre de référence R d'origine O. La vitesse de M relativement au repère R est le vecteur de composantes (dx/dt, dy/dt, dz/dt) :

$$\vec{v} \triangleq \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \left( \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right)$$

L'accélération de M relativement au repère R est le vecteur de composantes

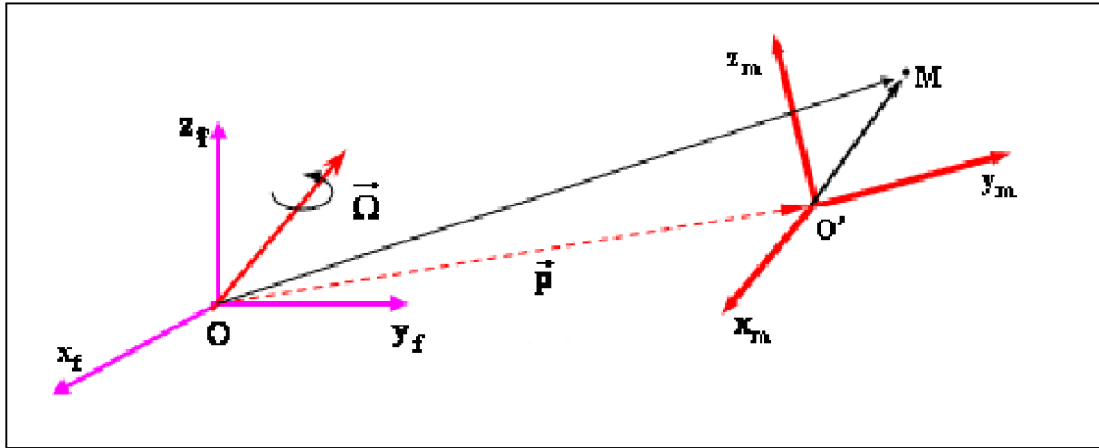
$$\vec{a} \triangleq \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \left( \frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2} \right)$$

## A.2- Mouvements relatifs

Considérons deux référentiels en rotation l'un par rapport à l'autre avec une certaine vitesse instantanée  $\vec{\Omega}$  et position relative p.

Le premier référentiel est appelé fixe et le second mobile. Les quantités mesurées dans le premier seront indiquées par f et celles mesurées dans le second seront indiquées par m.

Supposons un observateur mesurant la position (r), la vitesse (v) et l'accélération (γ) d'un objet dans le repère mobile, on veut savoir les quantités mesurées par un observateur dans le repère fixe.



### § Positions relatives

Les positions sont obtenues par simple addition des vecteurs :

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{p} \quad (\text{A.1})$$

### § Vitesses relatives

On utilise la formule suivante qui exprime la relation entre les vitesses d'un vecteur quelconque mesurées par deux observateurs situés dans deux repères en rotation l'un par rapport à l'autre :

$$\dot{\vec{v}}_f = \dot{\vec{v}}_m + \vec{\Omega}' \times \vec{v} \quad (\text{A.2})$$

Le vecteur  $\vec{v}$  peut être une position, une vitesse, une accélération, ... La dérivation de l'expression (1) dans le repère (f) donne :

$$\dot{\vec{r}}_f = \dot{\vec{r}}'_f + \dot{\vec{r}}_f \quad (\text{A.3})$$

La formule (2) appliquée au terme  $\dot{\vec{r}}'_f$  donne :

$$\dot{\vec{r}}'_f = \dot{\vec{r}}'_m + \vec{\Omega}' \times \vec{r}' \quad (\text{A.4})$$

D'où

$$\dot{\vec{r}}_f = \dot{\vec{r}}'_m + \dot{\vec{r}}'_f + \vec{\Omega}' \times \vec{r}' \quad (\text{A.5})$$

L'observateur fixe voit la vitesse d'entraînement  $v_e$  en plus par rapport à l'observateur mobile.  $v_e$  est constituée des deux composantes :

$\vec{v}_f$  : La vitesse linéaire relative des deux repères,

$\vec{\Omega} \times \vec{r}$  : Le mouvement du vecteur du à la vitesse de rotation du repère mobile

### § Accélérations relatives

La dérivation de la vitesse absolue donne l'accélération absolue :

$$\dot{\vec{v}} = \dot{\vec{v}} + \frac{d\vec{p}}{dt} + \vec{\Omega} \times \vec{r} + \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r} + 2\vec{\Omega} \times \vec{v}$$

L'accélération absolue est la somme de :

L'accélération relative  $\vec{a}_m$  de l'objet par rapport au repère mobile, l'accélération linéaire relative des deux repères  $\vec{v}_f$ , l'accélération centripète  $\vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r}$  qui est perpendiculaire à l'axe de rotation. L'accélération tangentielle  $\vec{\Omega} \times \vec{r}$  et d'un terme  $\vec{a}_c$  appelé accélération de Coriolis, résultat d'un couplage entre le mouvement d'entraînement et le mouvement relatif  $\dot{\vec{v}} = 2\vec{\Omega} \times \vec{v}$

### A.3- Champ de gravitation et pesanteur verticale

Deux points matériels A de masse  $m_A$  et B de masse  $m_B$  sont attirés l'un vers l'autre par une force F (Newton) :

$$\vec{F}_{A/B} = -G \frac{m_A m_B}{(AB)^2} \vec{AB} = -\vec{F}_{B/A}$$

Force appliquée par A/B      Constante de gravitation  $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}$       Vecteur unitaire porté par AB      Force appliquée par B/A

Cette relation peut se mettre sous la forme :

$$\vec{F} = \vec{\Phi}(A)m$$

Avec  $\vec{\Phi}(A) = \frac{GM}{r^2}$  le champ de gravitation en A, dû au point B.

Un point M en mouvement situé au voisinage de la terre est soumis :

- Au champ de gravitation de la terre  $\vec{\Phi}(A)$

- A des forces de résultante  $\vec{F} \neq m\vec{\Phi}$  ayant une autre origine

L'application de la première loi conduit à :

$$\vec{F} + m\vec{\Phi} = m\vec{\gamma} \quad \Rightarrow \quad \vec{f} = \vec{\gamma} - \vec{\Phi}$$

La quantité  $\vec{f} = \vec{\gamma} - \vec{\Phi}$  est appelée force spécifique (ou lecture accélérométrique)

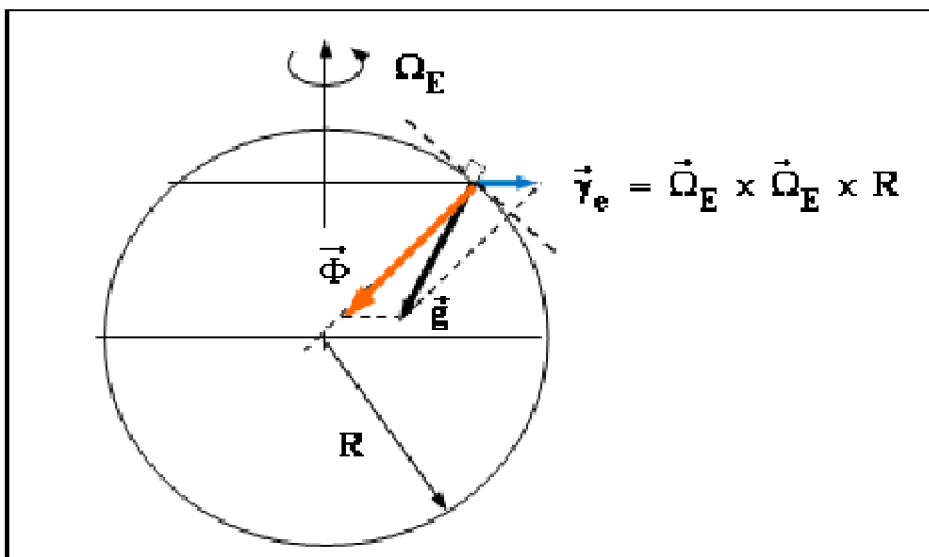
Dans un trièdre lié à la terre, on aura :

$$\vec{F} + m\vec{\Phi} = m(\vec{\gamma} + \vec{\gamma}' + \vec{\gamma}'') \quad \rightarrow \quad \vec{F} + m\vec{\Phi} - m\vec{\gamma} = m\vec{\gamma}' + m\vec{\gamma}''$$

$m(\vec{\Phi} - \vec{\gamma}) \triangleq m\vec{g}$  est le poids de M

$\vec{\gamma}' \triangleq \vec{\Phi} - \vec{\gamma}$  est l'accélération de la pesanteur

La verticale ascendante a la direction de  $-\vec{\gamma}'$



#### A.4 -Théorème du moment cinétique

Le moment cinétique  $\vec{H}$  d'un corps, tournant autour d'un point fixe O, est égal à la somme des moments, par rapport à O des vecteurs« quantités de mouvement » des particules composant le corps.

$$\vec{H} = \sum OM_i \times m_i \vec{v}_i$$

$\vec{v}_i$  : peut se mettre sous la forme  $\vec{v}_i = [\dot{\theta}] \vec{e}_\theta$

Avec  $\vec{\omega}$  la vitesse de rotation instantanée du corps,  $[I]$  tenseur d'inertie du corps. Si  $I_x, I_y, I_z$  sont les moments principaux d'inertie du corps  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  les composantes de  $\vec{\omega}$  sur les axes principaux d'inertie du corps alors :

$$\vec{H} = \begin{pmatrix} I_x \omega_x \\ I_y \omega_y \\ I_z \omega_z \end{pmatrix}$$

### § Théorème du moment cinétique

La vitesse du moment cinétique  $\vec{H}$  d'un système matériel, pris par rapport à un point fixe est égale au moment en ce point des forces extérieures appliquées au système.

$$\frac{d\vec{H}}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{OM} \times m\vec{v}) = \left[ \frac{d}{dt} \vec{OM} \times m\vec{v} + \vec{OM} \times m \frac{d\vec{v}}{dt} \right] = [\vec{v} \times m\vec{v} + \vec{OM} \times m\vec{\gamma}]$$

D'où  $\frac{d\vec{H}}{dt} = \vec{M} = \vec{C}$

En particulier si  $\vec{v} = 0 \Rightarrow$  la direction de  $\vec{H}$  reste fixe par rapport à l'espace inertiel

### § Remarque

On démontre que ce théorème reste encore vrai si le point O, au lieu d'être fixe, est le centre de gravité du système.

## A.5- Equations d'Euler

Le théorème du moment cinétique, par rapport au centre de gravité G du système, peut être projeté sur les axes principaux d'inertie en utilisant la relation :

$$\frac{dH_i}{dt} = \frac{dH_b}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{H} \quad \text{Avec } \vec{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \quad \vec{H} = \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix}$$

D'où

$$\begin{aligned} \dot{H}_x + \omega_y H_z - \omega_z H_y &= M_x \\ \dot{H}_y + (\omega_z H_x - \omega_x H_z) &= M_y \\ \dot{H}_z + \omega_x H_y - \omega_y H_x &= M_z \end{aligned} \quad \text{Equations d'Euler}$$

Dans le cas particulier d'un corps de révolution autour de z, on aura  $I_{xy}=I_x=I_y=I_z$  et si de plus, les couples appliqués sont nuls, alors :

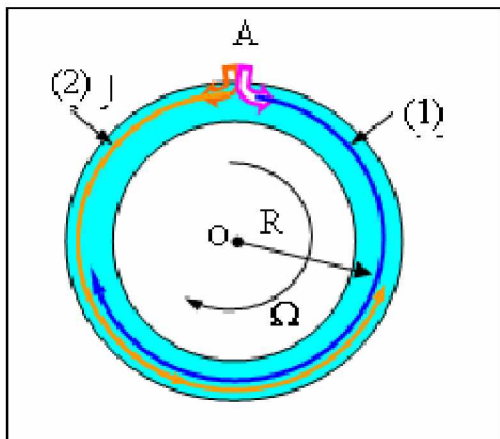
$$\begin{cases} \dot{\theta} + \frac{\dot{\phi}}{\sin \theta} = 0 \\ \dot{\phi} = 0 \end{cases}$$

On peut montrer ainsi, que le vecteur de rotation  $\vec{\omega}$  décrit un cône pour un observateur lié au solide.

## ANNEXE B : L'EFFET SAGNAC

Considérons un interféromètre optique circulaire de rayon  $R$ . L'onde lumineuse peut parcourir la boucle dans les deux sens. Cet appareil est posé sur un plateau tournant à la vitesse angulaire  $\Omega$  par rapport à l'axe  $(Oz)$ . On injecte l'onde lumineuse en un point  $A$  le long des deux chemins (1) et (2). Après avoir parcouru la totalité de la boucle, les deux ondes sont recombinaées en  $A$  et interfèrent ensemble.

Trois cas sont à envisager :



– Plateau immobile : les rayons lumineux parcourent le cercle dans la même durée =—

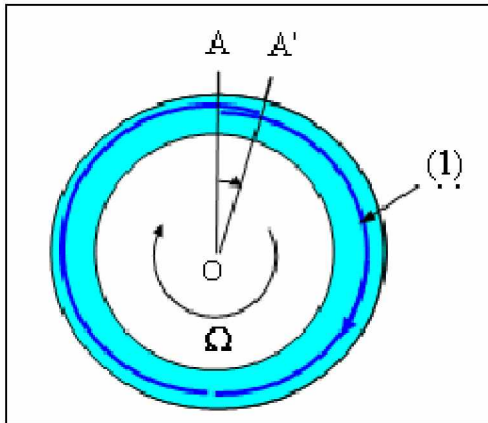
– Rayon lumineux (1) tournant dans le même sens que le plateau .Ce rayon pour revenir au même point, doit parcourir une distance supérieure à  $2\pi R$  (le point  $A$  s'est déplacé en  $A'$ ). Soit  $\alpha$  l'angle  $AOA'$  dont a tourné le plateau pendant la durée  $(t+\Delta t)$  du mouvement:

$$\alpha = \Omega(t + \Delta t)$$

$$2\pi R + \alpha R = C(t + \Delta t)$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{2\pi R \Omega}{(c - R\Omega)c} \simeq \frac{2\pi R \Omega}{C} \Rightarrow \Delta t = t \frac{R\Omega}{c} \ll t$$

$$\Rightarrow \Delta \phi = \frac{\pi}{\lambda} R^2 \Omega = -\Omega \quad (S : \text{surface limitée par le cercle})$$



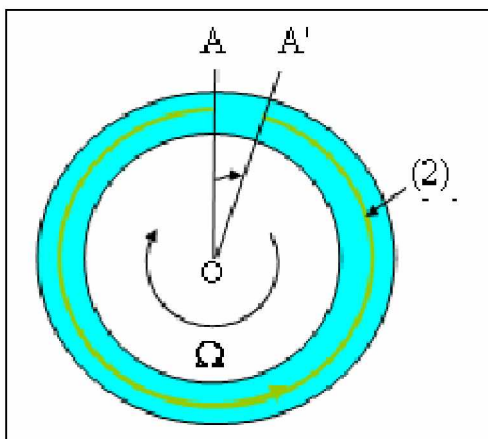
– Rayon lumineux (2) tournant dans le sens opposé du plateau .Ce rayon pour revenir au même point, doit parcourir une distance inférieure à  $2 \pi R$  La durée de ce mouvement étant  $(t - \Delta t)$ , on a :

$$v' = \Omega ( - \Delta' )$$

$$2 \pi R - v' = ( - \Delta' )$$

$$\Rightarrow \Delta' = \frac{2 \pi R - \Omega}{( - \Omega )} \cong \frac{2 \pi R}{- \Omega} \Rightarrow \Delta' = - \frac{2 \pi R}{\Omega} < 0$$

$$\Rightarrow \Delta' = \Delta - \frac{2 \pi R}{\Omega} = \Delta - \frac{2 \pi R}{\Omega}$$



La différence entre les trajets parcourus par les deux rayons pour atteindre le point A est donc:

$$\Delta = \Delta + \frac{4 \pi R}{\Omega}$$

Ce résultat ne peut pas être exploité tel qu'il est du fait que  $\Delta p$  est très petit...



# ANNEXE C : REPERES DE REFERENCE ET ROTATION ET LES SYSTEMES DES COORDONNEES

## C.1- Repères de référence et rotations

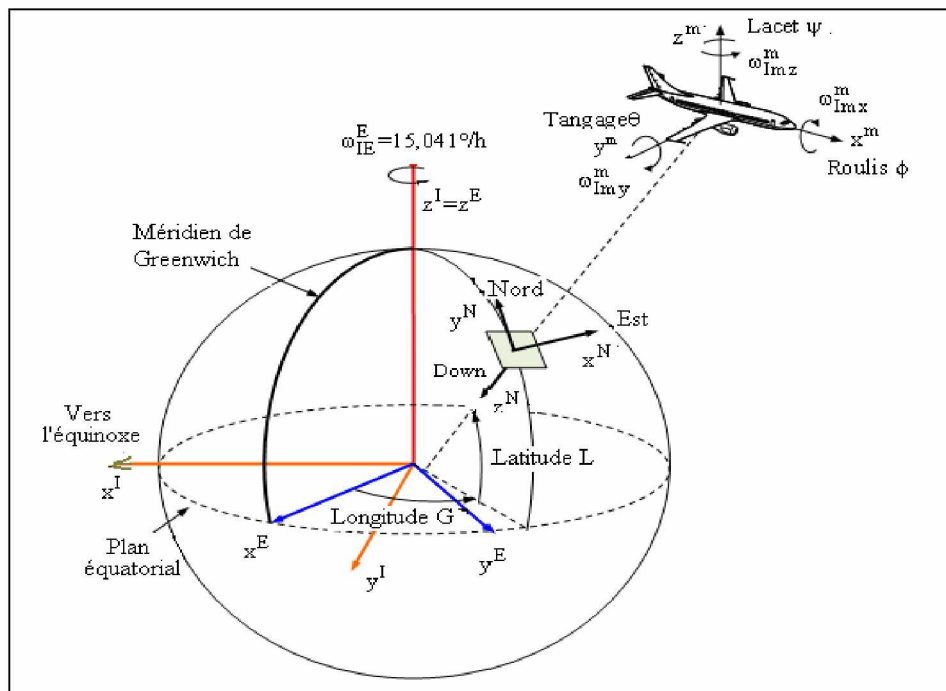
Cette annexe présente les systèmes de référence et de coordonnées utilisés et les relations de passage d'un système à l'autre. C'est le système de navigation qui est choisi pour l'élaboration et l'expression des équations inertielles. Nous avons montré que l'utilisation des quatre systèmes est indispensable pour exprimer les équations de la mécanisation inertielle. Ils sont exposés dans ce qui suit :

### ■ Repère fixe ou inertiel

(Galiléen), (I) ou  $(X^I \ y^I \ Z^I)$  : a pour origine le centre de la terre, et des axes fixes par rapport aux étoiles.

### ■ La référence terrestre non inertielle

ECEF (Earth-Centred, Earth-Fixed), (E), WGS-84 ou  $(X^E \ y^E \ z^E)$  a son origine au centre de la Terre. L'axe z est dirigé vers le pôle Nord, l'axe x vers l'intersection de l'équateur avec le méridien de Greenwich, et l'axe y vers l'Est. Elle tourne avec la Terre. Le récepteur GPS donne des mesures de position et vitesse référencées à ce système.



Repères I,m,E,N

■ **Le système de références géographique local ou de navigation**

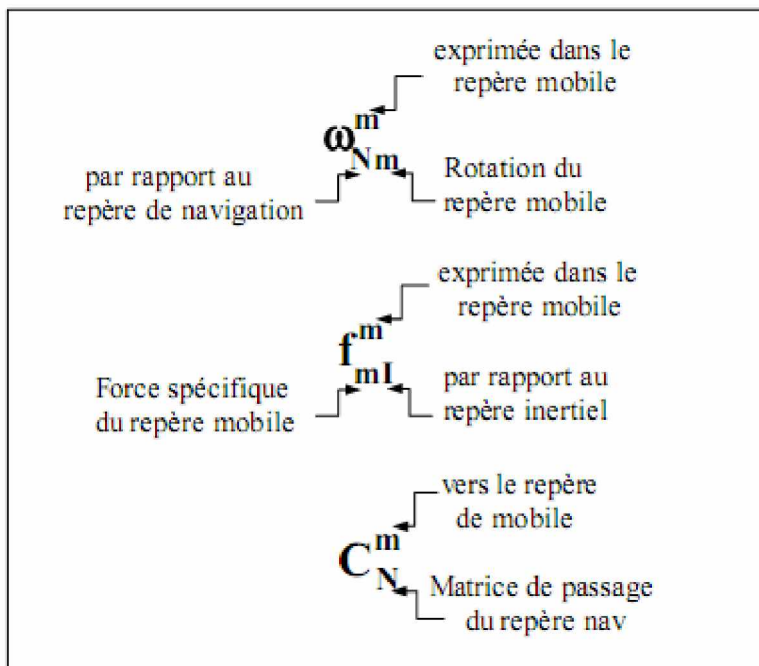
NED ( Nord, Est, Down ) ou  $( X^N \ y^N \ z^N )$  prend comme origine de coordonnées un point fixé sur la surface terrestre. L'axe x est dirigé vers le Nord, l'axe y vers l'Est, et l'axe z vers le centre de la Terre. Il tourne avec la Terre de façon à maintenir sa définition à tout instant. Ce système de référence est donc bien adapté aux caractéristiques de navigation d'un avion. Les composantes de l'état du micro drone de position, vitesse, accélération et orientation seront exprimées en référence NED.

■ **Repère mobile ou body**

$(m)$  ou  $( X^m \ y^m \ z^m )$  : a pour origine le centre du véhicule, l'axe  $X^m$  pointant vers l'avant, l'axe  $y^m$  vers l'aile droite et  $z^m$  complète le trièdre. L'information issue des capteurs inertiels est exprimée dans ce repère. Son orientation par rapport au repère local de navigation est définie par les angles d'attitude : les angles d'Euler :

- angle de roulis  $\phi$
- angle de tangage  $\theta$
- angle de cap  $\psi$

■ **Notations**



■ **Modèle ellipsoïdal de la terre : le système de coordonnées WGS-84**

Les coordonnées d'un point dans le système WGS-84 sont :

$$X \equiv (R + h)\cos L \cos G$$

$$Y \equiv (R + h)\cos L \sin G$$

$$Z \equiv [(1 - e)R + h]\sin L$$

Où  $R$  et  $L$  désignent les rayons de courbure normal et méridien de l'ellipse de référence:

$$R \equiv \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e \sin L)^2}$$

$$L \equiv \frac{a}{(1 - e \sin L)^2} = a \frac{\cos G}{\cos L}$$

### ■ Modèle de gravité

Au point M, la force de gravité est :

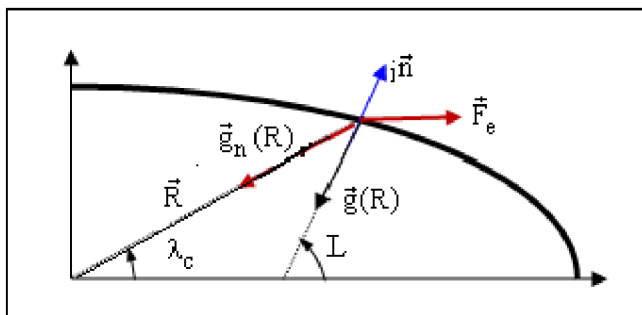
$$\vec{g}(R) \equiv \vec{g}_n(R) + \vec{F}_c(R)$$

Où :

$$\vec{F}_c \equiv -\Omega \times (\Omega \times R) : \text{est la force centrifuge}$$

$\vec{g}_n(R)$  : le champ de gravitation terrestre :

$$g(L, h) \equiv g(L, 0) \cdot \left( \frac{R + h}{R} \right)^2 \quad \text{Où } g(L, 0) \equiv \frac{g_0}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 L}} \quad (\text{modèle Somigliana})$$



## C.2- Les systèmes de coordonnées de navigation

Ce qui distingue les centrales inertielles (strapdown ou stabilisées) entre elles, c'est le système de coordonnées dans lequel les équations de navigation sont mécanisées. Il y a deux catégories :

### ■ **Systèmes stabilisées par rapport à l'espace**

Ils utilisent un système de coordonnées inertiel fixe ce qui simplifie beaucoup les équations de navigation. De tels systèmes ne conviennent pas pour la navigation à proximité de la terre. Ils sont utilisés dans la navigation dans l'espace, combinés avec des systèmes de visées des astres.

### ■ **Systèmes stabilisées par rapport à la terre**

Ce sont des systèmes qui maintiennent une certaine orientation de la plate-forme par rapport à la terre. Les plus utilisés sont ceux qui maintiennent une orientation fixe par rapport à la verticale locale; ils comprennent les systèmes :

- à asservissement au nord : un axe reste toujours pointé vers le nord
- à azimut libre : la plate-forme reste perpendiculaire à la verticale locale, mais pouvant tourner librement par rapport au nord.

## ANEXXE D: METHODE DE RUNGE-KUTTA

Les méthodes de Runge-Kutta sont des méthodes d'analyse numérique d'approximation de solutions d'équations différentielles. Elles portent le nom des mathématiciens Carl Runge et Martin Wilhelm Kutta. La méthode de Runge-Kutta classique d'ordre quatre .C'est un cas particulier d'usage très fréquent, dénoté RK4.

$$= ((, )) , ( ) =$$

La méthode RK4 est donnée par l'équation

$$= + \frac{h}{6} ( + 2 + 2 + )$$

Où

$$= ((, ))$$

$$= ( + \frac{h}{2}, + \frac{h}{2}$$

$$= (( + h, + h)$$

L'idée est que la valeur suivante ( $y_{n+1}$ ) est approximée par la somme de la valeur actuelle ( $y_n$ ) et du produit de la taille de l'intervalle ( $h$ ) par la pente estimée. La pente est obtenue par une moyenne pondérée de pentes :

- $k_1$  est la pente au début de l'intervalle ;
- $k_2$  est la pente au milieu de l'intervalle, en utilisant la pente  $k_1$  pour calculer la valeur de  $y$  au point  $t_n + h/2$  par le biais de la méthode d'Euler ;
- $k_3$  est de nouveau la pente au milieu de l'intervalle, mais obtenue cette fois en utilisant la pente  $k_2$  pour calculer  $y$ ;
- $k_4$  est la pente à la fin de l'intervalle, avec la valeur de  $y$  calculée en utilisant  $k_3$ .

Dans la moyenne des quatre pentes, un poids plus grand est donné aux pentes au point milieu.

$$\text{Pente} = \frac{+ 2 + 2 +}{6}$$

La méthode RK4 est une méthode d'ordre 4, ce qui signifie que l'erreur commise à chaque étape est de l'ordre de  $h^5$ , alors que l'erreur totale accumulée est de l'ordre de  $h^4$ . Ces formules sont aussi valables pour des fonctions à valeurs vectorielles.

## ANNEXE E : Probabilité et variables aléatoires

Cette annexe est une introduction de base à la probabilité et aux variables aléatoires et les modèles de bruit utilisés dans le Filtre de Kalman.

### § La Probabilité

On admet qu'à chaque événement  $A$  est associé un nombre  $p(A)$ , compris entre 0 et 1 et qui mesure la probabilité de réalisation de  $A$ . Intuitivement,  $p(A)$  est la fréquence de réalisation de  $A$  au cours d'un très grand nombre de mises en œuvre de l'expérience aléatoire considérée. Formellement, la probabilité qui est les résultats d'un événement discret (par exemple, une chiquenaude de pièce de monnaie) favoriseront un événement particulier sont définis par :

$$P(A) = \frac{\text{nombre de réalisations de } A}{\text{nombre total de réalisations}} = \frac{\sum \epsilon}{N} \quad (\text{E.1})$$

Si  $A$  et  $B$  sont deux événements incompatibles, la probabilité des résultats favorisant ces deux événements est donnée par : (Autrement dit, La fréquence de réalisation de  $A \cup B$  est la somme des fréquences de réalisation de  $A$  et de  $B$ )

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (\text{E.2})$$

Si la probabilité de deux résultats est indépendante (l'un n'affecte pas l'autre) puis la probabilité qui se produisent de tous les deux est le produit de leurs différentes probabilités:

$$P(A \cap B) = P(A) P(B) \quad (\text{E.3})$$

Par exemple, si la probabilité de voir "faces" sur une chiquenaude de pièce de monnaie est  $1/2$ , puis la probabilité de voir "faces" sur toutes les deux pièces de monnaie renversées en même temps est  $1/4$ . (Clairement les résultats d'une chiquenaude de pièce de monnaie n'affectent pas l'autre)

La probabilité conditionnelle : La connaissance d'une information sur une expérience peut modifier l'idée qu'on se fait de la probabilité d'un évènement. La probabilité qu'il pleuve aujourd'hui est supérieure si le ciel est nuageux.

Soient  $A$  et  $B$  deux évènements tels que  $P[B] \neq 0$  La probabilité conditionnelle de  $A$  sachant  $B$  est :

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (\text{E.4})$$

### § Les variables aléatoires

Les signaux aléatoires qui ne peuvent pas être décrits avec des fonctions mathématiques explicites telles que des signaux sinusoïdaux, des fonctions d'échelon « step functions », etc. Leur description doit être mise en termes probabilistes. La probabilité joue un rôle principal dans la description du bruit comme ces signaux aléatoires. Dans le cas des variables aléatoires continues, la probabilité de n'importe quel événement discret unique  $A$  est en fait 0. C'est-à-dire  $p(A)=0$ . Au lieu de cela nous pouvons seulement évaluer la probabilité des événements dans un certain intervalle. Une fonction commune représente la probabilité des variables aléatoires est définie comme fonction de distribution cumulée :

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (E.5)$$

Cette fonction représente la probabilité cumulée de la variable aléatoire continue  $X$  pour tous les événements jusqu'à et y compris le  $x$ . Des propriétés importantes de la fonction de densité cumulative sont :

1.  $F(x) \rightarrow 0$  lorsque  $x \rightarrow -\infty$
2.  $F(x) \rightarrow 1$  lorsque  $x \rightarrow +\infty$
3.  $F(x)$  est une fonction en  $x$  non décroissante

Généralement, c'est la dérivée de l'équation B.5 est utilisée, c'est la fonction de densité de probabilité :

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (E.6)$$

Suivant aux propriétés données ci-dessus de la fonction de probabilité cumulée, la fonction de densité a également les propriétés suivantes:

- 1-  $f(x)$  est une fonction non-négative
- 2-  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$

Enfin, notez que la probabilité pendant n'importe quel intervalle  $[a, b]$  est définie comme:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx \quad (E.7)$$

Ainsi plutôt que de faire la somme des probabilités des événements discrets comme dans l'équation B.2, on intègre la fonction de densité de probabilité pendant l'intervalle d'intérêt pour des variables aléatoires continues.

## § Moyenne et Variance

Soient  $X_1, X_2, \dots, X_n$  observations d'une variable aléatoire  $X$ . Nous voulons mesurer la moyenne de  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . Une des statistiques les plus couramment utilisées est l'écart moyen « la moyenne mathématique »,  $\mu_X$  défini par la formule :

$$\mu = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (E.8)$$

La valeur prévue « Espérance » de la variable aléatoire discrète a pu être approximée en faisant la moyenne des événements à probabilités pondérées:

$$\mu \approx \frac{X_1 p_1 + X_2 p_2 + \dots + X_n p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} \quad (E.9)$$

Cette notion d'épreuves infinies (échantillons) mène à la définition conventionnelle de l'espérance pour des variables aléatoires discrètes. L'espérance de  $X$  est :

$$\mu = E(X) = \sum_{i=1}^n p_i X_i \quad (E.10)$$

De même pour la variable aléatoire continue l'espérance est définie comme :

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} X f(X) dX \quad (E.11)$$

L'espérance d'une variable aléatoire est également connue comme le moment statistique d'ordre 1. Mesurons ensuite la variabilité des données ou « la dispersion des données ». Les statistiques les plus souvent utilisées sont les variances et les écarts types  $\sigma = \sqrt{\text{variance}}$ . Nous avons

$$\sigma^2 = \overline{[(X_i - \mu)^2]} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 = \overline{(X_i)^2} - \mu^2 \quad (E.12)$$

### § Les Fonctions d'autocorrélation :

Une caractéristique utile liée à un signal aléatoire est son autocorrélation, soit sa corrélation avec lui-même à travers le temps. La corrélation est une manière de penser à la distribution de probabilité d'un processus aléatoire et de son évolution avec le temps. La fonction d'autocorrélation  $R(\Delta)$  pour un processus ou variable aléatoire  $x(t)$  est définie comme :

$$R(t_1, t_2) = [x(t_1) x(t_2)] \quad (E.13)$$

pour les instants  $t_1$  et  $t_2$ . Si le processus est stationnaire (la densité est invariable avec le temps) alors l'équation B.13 dépend seulement de la différence  $\Delta = t_2 - t_1$ . Dans ce cas l'autocorrélation peut être réécrite comme :

$$R(\Delta) = [x(t) x(t + \Delta)] \quad (E.14)$$



Ainsi, c'est l'espérance du produit de deux variables aléatoires fonction du temps. Le résultat est une fonction des deux temps. Soit  $x_1 = x(t_1)$ ,  $x_2 = x(t_2)$  alors, la fonction d'autocorrélation est, de par la définition de l'espérance :

$$R(t_1, t_2) = \int \int f(x_1, x_2) x_1(t_1) x_2(t_2) dx_1 dx_2$$

Où  $f(x_1, x_2)$  est la distribution jointe de probabilité. La fonction d'autocorrélation donne la "tendance" d'une fonction d'avoir le même signe et grandeur (c.-à-d. être corrélé) à deux instants différents.

### § La densité spectrale de puissance (DSP) :

La densité spectrale de puissance est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation, ainsi:

$$S(f) = \mathfrak{F}[R(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} R(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (E.15)$$

La densité spectrale de puissance est une mesure directe du contenu en fréquence d'un signal, et par conséquent, de son contenu de puissance. Naturellement, la transformée de Fourier inverse retourne l'autocorrélation.

$$R(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j2\pi f t} df \quad (E.16)$$

De même, la fonction spectrale de densités de puissance croisées est :

$$S_{xy}(f) = \mathfrak{F}[R_{xy}(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (E.17)$$

### § Les processus aléatoires et les modèles de bruit du Filtre de Kalman:

Avant de se pencher sur le filtre de Kalman, il est nécessaire d'étudier les modèles d'erreur sur lesquels il est basé. Cette section présente une discussion abrégée des aspects de la théorie des signaux aléatoires qui sont exploités dans le rapport. Des sources de bruit dans le filtre de Kalman sont modélisées en tant que processus aléatoires. Le processus aléatoire peut être considéré pour comme une collection de fonctions de temps appelées un ensemble. D'habitude, la variation statistique de l'ensemble de fonctions à tout moment est connue.

Il est possible de définir et de comprendre le modèle de bruit du filtre de Kalman. Les bruits modélisés dans un filtre de Kalman doivent être:

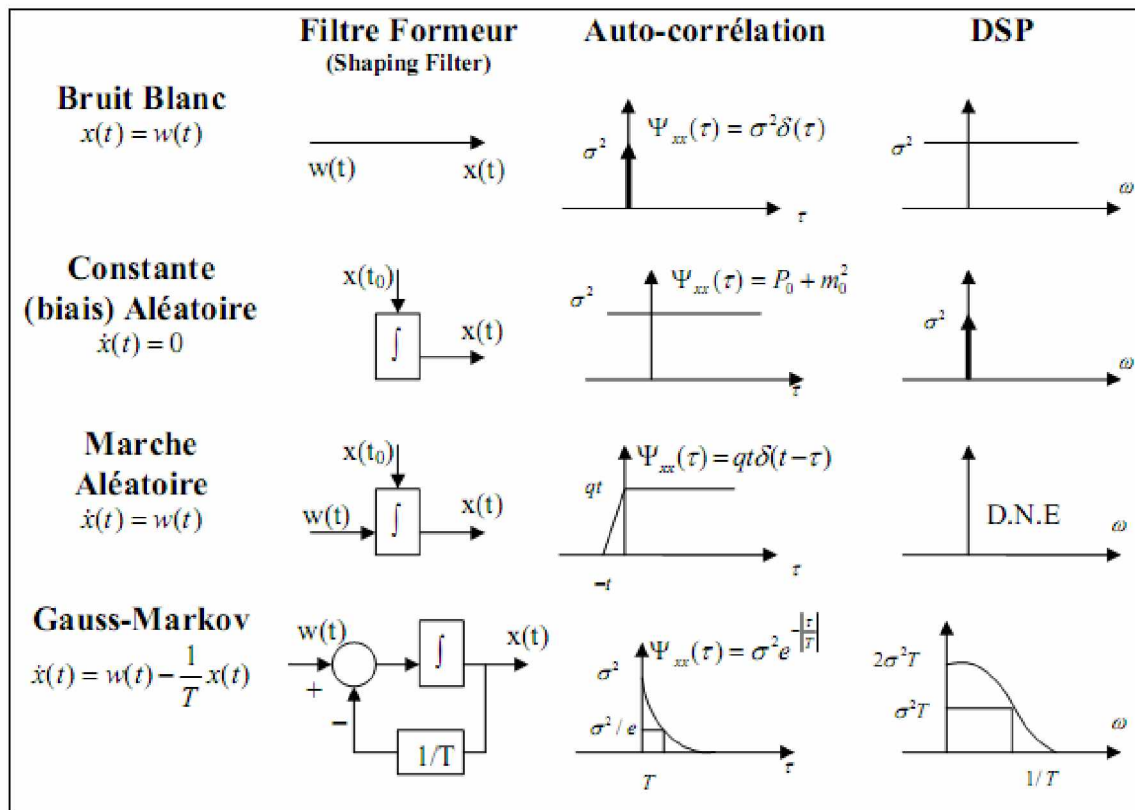
§ Gaussiens (ayant une distribution gaussienne)

§ Centrées (non biaisés) (ayant un moyenne nulle)

## § Blancs (contient toutes les fréquences)

Ce modèle est une idéalisation mathématique puisque le bruit blanc ne peut pas se produire dans la nature parce qu'il exige une énergie infinie. Les formules de la section suivante permettent d'exprimer ces processus de bruit blancs sous forme de variances et de covariances qui sont plus facile d'assimiler.

Les modèles stochastiques normalement utilisés par les concepteurs du filtre de Kalman pour décrire des variables aléatoires sont des modèles linéaires simples tels que : biais (constante) aléatoire, un bruit blanc, une marche aléatoire et un processus de Markov, ou un processus périodique. Ceux-ci sont suffisamment et sont habituellement distingués par leurs fonctions d'autocorrélation distinctes  $R(\tau)$ .



### I. Bruit Blanc (« white noise », noté w)

Le bruit blanc est défini comme un processus aléatoire stationnaire dont la fonction de densité spectrale de puissance (PSD) est constante, cela signifie que le bruit blanc est un processus aléatoire centré dont la densité spectrale de puissance est constante sur tout l'axe des fréquences et qu'il contient toutes les fréquences d'amplitudes égales. Si l'amplitude spectrale constante est  $A$ , alors la

fonction d'autocorrélation correspondante est donnée par la transformée inverse de Fourier d'une constante, qui est le delta de Dirac  $\delta(\tau)$  « La fonction d'autocorrélation d'un bruit blanc est une impulsion de Dirac ». C'est à dire que la fonction d'autocorrélation d'un processus aléatoire gaussien blanc zéro centré  $x(t)$  est :

$$R(\tau) = \sigma^2 \delta(\tau) \quad (E.18)$$

La variance d'un processus d'un bruit blanc est égale à son amplitude spectrale. La valeur d'un signal de bruit blanc à un certain instant ne dit absolument rien au sujet de sa valeur à n'importe quelle autre instant .

### II. Constante aléatoire (random bias (constant))

Un constant aléatoire satisfait l'équation différentielle suivante :

$$\dot{y} = 0; \quad y(0) = y_0 \quad (E.19)$$

L'état initial  $y_0$  est une variable aléatoire dont la distribution est présumée connue. L'équation de déférence aura la forme suivant :

$$y(t+1) = y(t) + a_0 \quad (E.20)$$

### III. Marche Aléatoire (“Winner process” ou “Brownian-motion process” ou “random walk” .

Le processus de Winner est défini comme l'intégrale d'un bruit blanc gaussien avec un état initial égal à zéro (l'intégration d'un bruit blanc gaussien mène à un effet appelé marche aléatoire). Ainsi le modèle approprié d'état est sous la forme de l'équation différentielle suivante :

$$\dot{y} = u(t); \quad y(0) = 0 \quad (E.21)$$

là où  $u(t)$  est l'unité d'un bruit blanc gaussien et  $k$  est un facteur d'échelle.

L'équation de déférence aura la forme,

$$y_{t+1} = (1 + k \Delta t) y_t + u_t \Delta t \quad (E.22)$$

Où  $\Delta t$  est la fréquence d'échantillonnage. Ainsi la variance de l'intégrale du bruit blanc croît linéairement avec le temps. En outre, l'écart type croît avec la racine carrée du temps.

### IV. Processus Aléatoire Gaussien

La distribution normale ou gaussienne est très populaire et sert souvent à modéliser les systèmes aléatoires, beaucoup de processus aléatoires se produisant dans la nature semblent réellement être normalement distribués, ou très proche d'être normalement distribués.

Un processus aléatoire est un processus gaussien si pour tout ensemble d'instants  $t\{i\}$ , le vecteur aléatoire correspondant  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , avec  $x_i = x(t_i)$ , possède une densité de probabilité conjointe multidimensionnelle gaussienne. Chaque  $x_i$  possède une densité de probabilité marginale :

$$f(x_i) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(x_i - m)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (E.23)$$

Où  $m$  et  $\sigma$  sont des constantes. Le paramètre  $m$  est la moyenne de la population, et l'écart type est égale à  $\sigma$ . La loi normale (ou la loi de Gauss) de moyenne  $m$  et d'écart type  $\sigma$  sera représentée simplement par le symbole :  $N(m, \sigma)$ .

### V. Processus aléatoire de Gauss-Markov (Markov process)

Un processus aléatoire stationnaire) ( $x(t)$  s'appelle un processus de Gauss-Markov si sa fonction d'autocorrélation est de la forme :

$$R(\tau) = \sigma^2 \exp(-\beta|\tau|) \quad (E.24)$$

On remarque qu'elle est décrite par deux paramètres: son RMS  $\sigma$  et sa constante de temps  $\beta = 1/T$ . La fonction exponentielle d'autocorrélation indique que les valeurs d'échantillon du processus deviennent graduellement de moins en moins corrélées au fur et à mesure que le temps de séparation  $\tau$  entre les échantillons augmente.

Ce processus simple de Gauss-Markov dont la fonction d'autocorrélation est exponentielle est parfois mentionné comme processus de Gauss-Markov du premier ordre. C'est parce que la version discrète de temps du processus est décrite par l'équation suivante de premier ordre de la forme :

$$x(k+1) = \Delta x(k) + w(k) \quad (E.25)$$

Ou par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{x} = -\beta x + w(t) \quad (E.26)$$

là où,  $w(t_k)$ ,  $w_l$  est une séquence non-corrélée de distribution gaussienne de moyenne nulle (bruit blanc). Le processus de Markov de premier ordre est probablement le modèle stochastique le plus utile, puisque le biais (constant) aléatoire et le bruit blanc sont tous les deux, dans un certain sens, des cas particuliers du processus de Markov. Nous déduisons qu'il y a une représentation générale pour le biais aléatoire et le bruit blanc, dépendant de la valeur de  $\beta$ .

$$x(t) \approx (1 - \beta \Delta t) x(t - \Delta t) + w(t) \quad (E.27)$$

En équation B.24, si  $T = 1/\beta$  est très grand, ce processus de Markov se comportera essentiellement comme biais aléatoire (corrélé), et si  $T = 1/\beta$  est très petit, elle se comportera comme un bruit blanc (non corrélé, mais forte corrélation à zéro !). L'équation B.24 fournit donc un "modèle" idéal à utiliser en extrayant les paramètres du modèle d'erreur ( $\sigma$  et  $T = 1/\beta$ ) à partir d'une fonction d'autocorrélation.

Maintenant en utilisant la définition donnée ci-dessus, nous pouvons obtenir "une fonction d'autocorrélation" du  $x(t)$  mesuré (dans ce cas-ci, par exemple les erreurs systématiques (biais) de la CI). Alors, en appariant le tracé de cette fonction d'autocorrélation au modèle de l'équation B.24, les paramètres modèles  $\sigma$  et  $T = 1/\beta$  peuvent être facilement extraits comme suit. La valeur initiale est :

$$R_{xx}(0) = \sigma^2 \quad (E.28)$$

Et le point où  $R_{xx}$  baisse à  $\sigma^2/2$  est  $T=1/\beta$  :

$$R_{xx}(T) = \sigma^2 e^{-1} \quad (E.29)$$

## Stationnarité et Ergodicité

### § Stationnarité :

Un processus aléatoire est dit stationnaire si les paramètres statistiques (moyenne et écart type) du processus ne changent pas avec le temps, (le système est supposé avoir des paramètres fixes).

Un processus faiblement stationnaire a une moyenne et une fonction d'auto-corrélation (donc une variance) constantes.

Un processus est véritablement stationnaire (ou fortement stationnaire) lorsque tous les moments sont constants (y compris la variance et la moyenne).

### § Ergodicité :

Un processus aléatoire est ergodique si ses moments peuvent être obtenus comme des moyennes à partir d'une seule de ses réalisations (réalisation  $\equiv$  ensemble d'échantillons). De même, un signal aléatoire serait ergodique si la moyenne instantanée est équivalente à la moyenne d'ensemble. Dans le sens qualitatif ceci implique qu'un échantillon de signal du processus contient toutes les variations statistiques possibles du processus.

Ainsi, aucune information additionnelle ne doit être gagnée en observant un ensemble de signaux témoin en plus de l'information obtenue à partir d'un seul échantillon.

On peut donc affirmer que pour qu'un processus soit érgodique, il doit nécessairement être stationnaire. L'inverse n'est pas vrai.

## ANNEXE F : Linéarisation par différenciation

L'analyse de l'erreur utilise la différenciation pour linéariser les équations différentielles de notre système Eq:IV.19. L'expansion par série de Taylor utilisée pour la linéarisation d'une

Fonction  $f(x)$  est évaluée autour d'un certain point nominal connu  $(x_0)$ ,

L'état (ou la trajectoire) réelle  $x$ , peut être écrit en termes de  $x_0$  et d'erreur  $\delta x$  comme suit :

$$x = x_0 + \delta x \quad (F.1)$$

Par exemple, les perturbations de la position, la vitesse, l'attitude, et de la gravité peuvent être exprimées comme :

$$\hat{x} = x_0 + \delta x \quad (F.2)$$

$$= x_0 + \delta x \quad (F.3)$$

$$= (x_0 - x_0) \quad (F.4)$$

$$= x_0 + \delta x \quad (F.5)$$

Où  $\delta x$  signifie le vecteur normal de gravité sur l'ellipsoïde. Le  $\Lambda$  et  $\delta$  indiquent les valeurs d'état calculées et les erreurs, respectivement.

$\delta$  est la matrice antisymétrique représentant les erreurs d'orientation.

$$\delta = \begin{pmatrix} 0 & -\delta_2 & \delta_1 \\ \delta_2 & 0 & -\delta_3 \\ -\delta_1 & \delta_3 & 0 \end{pmatrix} \quad (F.6)$$

### Modèles dynamiques de l'erreur inertielle (position, vitesse, attitude) :

#### § Le modèle dynamique de l'erreur en position

On peut obtenir le modèle dynamique linéarisée de l'erreur en position par la différenciation de Eq:IV.22 (les équations dynamiques pour la position géodésique). Puisque les équations dynamiques de la position sont des fonctions de la position et de la vitesse, les équations dynamiques d'erreur en position peuvent être obtenues en utilisant les dérivées partielles :

$$\dot{\delta x} = \delta \dot{x} + \delta x \quad (F.7)$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} \delta x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_1} & 0 & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_3} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \delta x \quad (F.8)$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\dot{\lambda}}{R} & \frac{\dot{\lambda}}{R} & \frac{\dot{\lambda}}{R} \\ \frac{\dot{\lambda}}{R} & \frac{\dot{\lambda}}{R} & \frac{\dot{\lambda}}{R} \\ \frac{\dot{\lambda}}{R} & \frac{\dot{\lambda}}{R} & \frac{\dot{\lambda}}{R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{0}{R} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0}{R} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{F.9})$$

Et  $R$ ,  $r$  sont les rayons de courbure Méridional (nord - sud) et Transversal (est-ouest).

### § Le modèle dynamique de l'erreur en vitesse :

En référence à l'équation Eq:IV.15 ,l'équation dynamique de la vitesse peut être exprimée comme :

$$\dot{v} = \mathcal{R} - (2\omega + \dot{\lambda}) \times v + \dots \quad (\text{F.10})$$

La perturbation de la dernière équation donne :

$$\dot{v} + \dot{v} = (I - \dots) \mathcal{R} + \dots - (2\omega + \dot{\lambda} + 2\omega + \dot{\lambda}) \times (v + \delta v) + \dots + \dots \quad (\text{F.11})$$

En rassemblant les termes du premier ordre, l'équation ci-dessus peut être réduite à :

$$\begin{aligned} \dot{v} &= -(2\omega + \dot{\lambda}) \times (v) + \dots - (2\omega + \dot{\lambda}) \times (v) - \dots \times v + \mathcal{R}(\dots) \\ &= \dots \times (2\omega + \dot{\lambda}) + \dots - (2\omega + \dot{\lambda}) \times (v) - \dots \times v + \mathcal{R} \end{aligned} \quad (\text{F.12})$$

Les premier et deuxième termes peuvent être développés en fonction des erreurs de position et de vitesse:

$$2\omega + \dot{\lambda} = \frac{2\omega + \dot{\lambda}}{R} - \frac{\dot{\lambda}}{R} / (\dots + h) \quad (\text{F.13})$$

La perturbation de la dernière équation donne :

$$2\omega + \dot{\lambda} = \Omega + \Omega \quad (\text{F.14})$$

Où,

$$\delta\Omega = \begin{pmatrix} 2 & 0 & \frac{0}{(\dots)} \\ 0 & 0 & \frac{0}{(\dots)} \\ -2 & -\frac{0}{(\dots)} & 0 & \frac{0}{(\dots)} \end{pmatrix} \quad (\text{F.15})$$

Et,



$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & \overline{(\quad)} & 0 \\ \overline{(\quad)} & 0 & 0 \\ 0 & \overline{(\quad)} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{F.16})$$

En utilisant l'éq ( F.14), le premier terme du côté droit de l'éq ( F.12), peut être développé en fonctions des erreurs de position et de vitesse :

$$\times (2 \quad + \quad ) = ( \quad \times ) ( \Omega \quad + \Omega \quad ) = ( \quad \times ) \Omega \quad + ( \quad \times ) \Omega \quad (\text{F.17})$$

En poursuivant la dérivation, nous obtenons :

$$(\quad) \delta \Omega = \begin{pmatrix} -2 & -\overline{(\quad)} & 0 & \overline{(\quad)} + \overline{(\quad)} \\ 2 & ( \quad - \quad ) + \overline{(\quad)} & 0 & \overline{(\quad)} - \overline{(\quad)} \\ & 2 & 0 & \overline{(\quad)} + \overline{(\quad)} \end{pmatrix} \quad (\text{F.18})$$

Et,

$$(\quad) \delta \Omega = \begin{pmatrix} \overline{(\quad)} & \overline{(\quad)} & 0 \\ 0 & \overline{(\quad)} + \overline{(\quad)} & 0 \\ \overline{(\quad)} & \overline{(\quad)} & 0 \end{pmatrix}$$

Le vecteur de pesanteur dans le repère de navigation, est approximé par le vecteur normal de pesanteur(0 0 ) , et  $\gamma$  change avec l'altitude. Supposons un modèle sphérique de la terre et le modèle simplifié suivant de la pesanteur:

$$= \text{---} \quad (\text{F.19})$$

Là où est la pesanteur normale à h=0,  $=\sqrt{\text{---}}$  . Par la différenciation de la dernière équation on obtient :

$$= -2 \text{---} \delta h \quad (\text{F.20})$$

En utilisant l'équation de (F.13) à (F.20), l'équation dynamique d'erreur dans la vitesse (F.12) peut être réécrite comme suit :

$$\dot{\quad} = \quad + \quad + ( \quad \times ) \quad + \mathcal{R} \quad (\text{F.21})$$

Où,

$$= \begin{bmatrix} -2 & -\frac{1}{(\quad)} & 0 & \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} \\ -2 & (\quad) - \frac{1}{(\quad)} & 0 & \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} \\ & 2 & 0 & \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} - 2 / (\quad + h) \end{bmatrix} \quad (F.22)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{(\quad)} & -2 & -2 & \frac{1}{(\quad)} \\ 2 & \frac{1}{(\quad)} & \frac{1}{(\quad)} & 2 + \frac{1}{(\quad)} \\ -2 & -2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \quad (F.23)$$

### § Le modèle dynamique de l'erreur sur l'orientation :

Le résultat calculé de la mécanisation sur l'orientation peut être exprimé par :

$$\dot{\quad} = (\quad) = (\quad - (\quad)) = (\Omega - \Omega) \quad (F.24)$$

En comparant la dérivée de l'équation C.4 à l'équation F.24, ceci donne :

$$\begin{aligned} -\dot{\quad} + (\quad) \dot{\quad} &= (\quad) (\Omega - \Omega + \Omega - \Omega) \\ &= (\quad) (\Omega - \Omega) + (\quad) (\Omega - \Omega) \\ &= (\quad) (\Omega) + (\quad) (\Omega - \Omega) \end{aligned}$$

Par conséquent, l'équation ci-dessus peut être réduite à :

$$-\dot{\quad} = (\quad) (\Omega - \Omega) \quad (F.25)$$

En rassemblant les termes du premier ordre, l'équation F.25 peut être réduite à :

$$\dot{\quad} = - (\Omega - \Omega) \quad (F.26)$$

Ou sous la forme vectorielle :

$$\dot{\quad} = - (\quad - \quad) \quad (F.27)$$

Pour obtenir l'équation d'erreur pour  $\quad$ , commençons par  $\quad = \quad$ , qui peut être développé a :

$$+ \quad = (\quad + \quad)(\quad + \quad) \quad (F.28)$$

En écrivant les termes de premières d'ordre,

$$= \left( \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \right) = \left[ \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \right] + \left( \begin{matrix} \times \\ \times \end{matrix} \right) \quad (F.29)$$

En utilisant les équations (F.29) et (F.27)

$$\dot{\cdot} = \left( \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \right) + \left( \begin{matrix} \times \\ \times \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} \times \\ \times \end{matrix} \right) = \left( \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \right) + \left( \begin{matrix} \times \\ \times \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} \times \\ \times \end{matrix} \right) \quad (F.30)$$

En remplaçant le premier terme du côté droit par les termes d'erreur de position et de vitesse explicitement, et en retournant à l'équation (F.14), les équations dynamiques d'erreur sur l'orientation peuvent être réécrites comme :

$$\dot{\cdot} = \left( \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \right) + \left( \begin{matrix} \times \\ \times \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} \times \\ \times \end{matrix} \right) - \mathcal{R} \quad (F.31)$$

Où,

$$= \left[ \begin{matrix} - & 0 & \frac{0}{(\quad)} \\ 0 & 0 & \frac{0}{(\quad)} \\ - & -\frac{\quad}{(\quad)} & 0 & \frac{0}{(\quad)} \end{matrix} \right] \quad (F.32)$$

$$= \left[ \begin{matrix} 0 & \frac{\quad}{\quad} & 0 \\ \frac{\quad}{\quad} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\quad}{\quad} & 0 \end{matrix} \right] \quad (F.33)$$

# Bibliographie

- [1] I. ABUHADROUS (2005). "Système embarqué temps réel de localisation et de modélisation 3D par fusion multi capteur". Thèse de doctorat de l'école des mines de Paris, France, le 14 janvier 2005.
- [2] J.A. Farel, and M. Barth (1998). "The Global positioning system and inertial Navigation". Mc Graw\_Hill ; 1998
- [3] J.-L. TEYSSIER, J.-P. DUCOURTIEUX, J.-P. MOLITON "Cinématique du point et du solide" ARMAN COLIN Editeur, Paris, 1985
- [4] Majd Alshawa (2010) "contribution à la cartographie mobile : développement et caractérisation d'un système basé sur un scanner laser terrestre" Thèse de doctorat. Ecole doctorale Mathématique, Science de l'information et de l'ingénieur .Strasbourg
- [5] Mr. Benzerrouk Hamza (2005). "L'apport de l'hybridation INS/GPS par couplage faible pour la navigation aérienne. Thèse de l'ingénieur. Département d'aéronautique de Blida, Algérie 2001
- [6] M. Jean-Marie BONNAZ (2007). "Analyse du comportement de capteurs inertiels en Trajectographie" Thèse de l'ingénieur de l'Ecole Supérieure des Géomètres et Topographes
- [7] N-RAMOU A-KHEDDAR , (2003). "Simulation d'un système de navigation hybride". Thèse d'ingénieur de département d'aéronautique de Blida
- [8] Robert G. Brown, Patrick Y.C. Hwang, "*Introduction to Random Signals & Applied Kalman Filtering with MATLAB Exercises and Solutions*", 3rd edition, John Wiley & Sons, November 1997.
- [9] S. BENCHEIKH (2001). "Positionnement par le GPS différentiel (DGPS) appliqué à la navigation aérienne ". Thèse de Magister. Département d'aéronautique de Blida, Algérie 2001
- [10] Manuels fournies par la Direction Technique et le Laboratoire des Instrument de Bord de l'aéroport d'Alger