

# EXERCICES DE MATHÉMATIQUES

POUR LE PREMIER CYCLE

VOLUME I. ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE

2<sup>e</sup> édition

Pascal DUPONT

1/1



de boeck

# Table des matières

Avant-propos	7
Première partie : Énoncés	17
<b>1 Rappels</b>	<b>19</b>
1.1 Raisonnement et symbolisme mathématiques	20
1.1.1 Éléments de logique	20
1.1.2 Symboles de sommation	26
1.1.3 Démonstrations par récurrence	28
1.1.4 Graphes	31
1.2 Algèbre	33
1.2.1 Le premier degré	33
1.2.2 Le second degré	42
1.2.3 Exposants et radicaux	52
1.2.4 Valeurs absolues	57
1.2.5 Équations et inéquations	63
1.2.6 Suites arithmétiques, suites géométriques	69
1.3 Fonctions	73
1.3.1 Fonctions et applications	73
1.3.2 Image directe et image réciproque	77
1.3.3 Composition et réciproques	80
1.4 Analyse combinatoire	83
1.4.1 Problèmes de dénombrement	83
1.4.2 Propriétés des symboles combinatoires	90
1.4.3 Binôme de Newton	92
1.5 Trigonométrie	96
1.5.1 Calcul trigonométrique	96
1.5.2 Triangles	104
1.5.3 Équations et inéquations trigonométriques	112

1.5.4	Fonctions trigonométriques réciproques . . . . .	117
1.6	Exponentielles et logarithmes . . . . .	124
<b>2</b>	<b>Compléments d'algèbre</b> . . . . .	<b>133</b>
2.1	Nombres complexes . . . . .	134
2.1.1	Forme algébrique . . . . .	134
2.1.2	Forme trigonométrique . . . . .	140
2.2	Polynômes . . . . .	146
2.3	Fractions rationnelles . . . . .	150
<b>3</b>	<b>Algèbre linéaire</b> . . . . .	<b>155</b>
3.1	Espaces vectoriels . . . . .	156
3.1.1	Définition — Combinaisons linéaires . . . . .	156
3.1.2	Sous-espaces vectoriels . . . . .	157
3.1.3	Suites libres, suites génératrices, bases . . . . .	161
3.1.4	Applications linéaires . . . . .	166
3.2	Matrices — Opérations matricielles . . . . .	168
3.2.1	Pratique du calcul matriciel . . . . .	170
3.2.2	Propriétés des opérations matricielles . . . . .	177
3.3	Déterminants . . . . .	178
3.4	Rang d'une matrice . . . . .	187
3.5	Inverse d'une matrice . . . . .	197
3.6	Systèmes d'équations linéaires . . . . .	207
3.6.1	Systèmes de Cramer . . . . .	208
3.6.2	Systèmes homogènes . . . . .	214
3.6.3	Systèmes quelconques . . . . .	218
<b>4</b>	<b>Compléments de calcul matriciel</b> . . . . .	<b>231</b>
4.1	Produit scalaire dans $\mathbb{C}^n$ . . . . .	232
4.2	Matrices hermitiennes et unitaires . . . . .	236
4.3	Valeurs propres et vecteurs propres . . . . .	240
4.4	Diagonalisation des matrices . . . . .	248
4.4.1	Diagonalisation . . . . .	248
4.4.2	Matrices normales . . . . .	255
4.4.3	Applications diverses . . . . .	269
4.5	Formes quadratiques . . . . .	272
<b>5</b>	<b>Calcul vectoriel dans l'espace euclidien</b> . . . . .	<b>281</b>
5.1	Addition et multiplication scalaire . . . . .	282
5.2	Produit scalaire . . . . .	286
5.3	Produit vectoriel . . . . .	295
5.3.1	Définition et calcul . . . . .	295
5.3.2	Formule du double produit vectoriel . . . . .	300
5.4	Produit mixte . . . . .	304
5.5	Exercices mélangés . . . . .	307

<b>6 Géométrie analytique</b>	<b>311</b>
6.1 Changement de coordonnées cartésiennes	312
6.2 Coordonnées polaires	316
6.2.1 Coordonnées polaires planes	316
6.2.2 Coordonnées cylindriques	319
6.2.3 Coordonnées sphériques	322
6.3 Rapport de section	326
6.4 Droites dans le plan	328
6.4.1 Équations de droites dans le plan	328
6.4.2 Distances	333
6.5 Droites et plans dans l'espace	334
6.5.1 Équations de droites et plans dans l'espace	334
6.5.2 Faisceaux de plans	343
6.5.3 Distances	348
6.5.4 Angles	355
6.5.5 Problèmes mélangés	359
6.6 Coniques	371
6.7 Quadriques	379
6.8 Plans et cylindres projetants	386
<b>Seconde partie : Solutions</b>	<b>391</b>
1 Rappels	393
2 Compléments d'algèbre	433
3 Algèbre linéaire	439
4 Compléments de calcul matriciel	467
5 Calcul vectoriel dans l'espace euclidien	487
6 Géométrie analytique	495
<b>Bibliographie</b>	<b>525</b>
<b>Tableau de conversion</b>	<b>527</b>
<b>Table des matières</b>	<b>533</b>