

Abir Lassoued
Olfa Boubaker

Élèves
ingénieurs
Licence
Master

Systemes non-linéaires

Cours et exercices avec solutions



ellipses

Table des matières

Chapitre 1 – Introduction aux systèmes non-linéaires	9
1.1. Introduction	9
1.2. Systèmes linéaires : quelques rappels	10
1.2.1. Représentation d'état linéaire et point d'équilibre	12
1.2.2. Propriétés.....	13
1.2.3. Limitations d'une représentation linéaire	14
1.3. Systèmes non-linéaires	17
1.3.1. Classement des non-linéarités	17
1.3.2. Non-linéarités statiques	18
1.3.3. Représentation d'état non-linéaire.....	21
1.3.4. Points d'équilibre	24
1.3.5. Linéarisation.....	24
1.3.6. Portrait de phase et attracteurs	24
1.4. Signatures des systèmes non-linéaires	28
1.4.1. Inapplicabilité du principe de superposition	28
1.4.2. Temps d'évasion fini	29
1.4.3. Points d'équilibre et sensibilité aux conditions initiales	30
1.4.4. Dépendance de la stabilité du signal d'entrée	31
1.4.5. Apparition des sous-harmoniques	33
1.4.6. Cycles limites	35
1.4.7. Bifurcations	36
1.4.8. Chaos	38
1.4.9. Coexistence de plusieurs dynamiques	39

1.5. Conclusion.....	40
Exercices du chapitre 1.....	41
Solutions des exercices du chapitre 1.....	51
Chapitre 2- Méthode du plan de phase.....	61
2.1. Introduction.....	61
2.2. Principes de l'analyse dans le plan de phase.....	61
2.2.1. Portrait de phase.....	62
2.2.2. Points singuliers.....	67
2.2.3. Symétrie dans le plan de phase.....	69
2.3. Comportement qualitatif des systèmes linéaires.....	69
2.4. Comportement qualitatif des systèmes non-linéaires.....	70
2.5. Cycles limites.....	77
2.6. Existence des cycles limites.....	80
2.7. Conclusion.....	81
Exercices du chapitre 2.....	82
Solutions des exercices du chapitre 2.....	89
Chapitre 3- Stabilité au sens de Lyapunov.....	107
3.1. Introduction.....	107
3.2. Définitions fondamentales.....	108
3.3. Théorie de Lyapunov.....	114
3.4. Principe d'invariance.....	119
3.5. Application de la théorie de Lyapunov aux systèmes linéaires.....	124

3.6. Conclusion	126
Exercices du chapitre 3	126
Solutions des exercices du chapitre 3	129
Chapitre 4- Bifurcations et chaos	139
4.1. Introduction	139
4.2 Bifurcations	139
4.2.1 Définitions.....	140
4.2.2 Différents types de bifurcation.....	142
4.3 Route vers le chaos	155
4.3.1 Bifurcation par dédoublement de la période	155
4.3.2 Route vers le chaos : cascades de bifurcations par dédoublement de la période	156
4.4 Signature du chaos	156
4.4.1 Dissipativité.....	157
4.4.2 Attracteur étrange.....	157
4.4.3 Sensibilité aux conditions initiales	158
4.4.4 Exposants de Lyapunov	159
4.4.5 Dimension de Kaplan-Yorke.....	161
4.5 Systèmes chaotiques basiques	161
4.5.1 Famille de Lorenz.....	161
4.5.2 Système de Rössler.....	165
4.6 Conclusion	166
Exercices du chapitre 4	166
Solutions des exercices du chapitre 4	169

3.6. Conclusion	126
Exercices du chapitre 3	126
Solutions des exercices du chapitre 3	129
Chapitre 4- Bifurcations et chaos	139
4.1. Introduction	139
4.2 Bifurcations	139
4.2.1 Définitions.....	140
4.2.2 Différents types de bifurcation.....	142
4.3 Route vers le chaos	155
4.3.1 Bifurcation par dédoublement de la période	155
4.3.2 Route vers le chaos : cascades de bifurcations par dédoublement de la période	156
4.4 Signature du chaos	156
4.4.1 Dissipativité.....	157
4.4.2 Attracteur étrange.....	157
4.4.3 Sensibilité aux conditions initiales.....	158
4.4.4 Exposants de Lyapunov	159
4.4.5 Dimension de Kaplan-Yorke.....	161
4.5 Systèmes chaotiques basiques	161
4.5.1 Famille de Lorenz.....	161
4.5.2 Système de Rössler.....	165
4.6 Conclusion	166
Exercices du chapitre 4	166
Solutions des exercices du chapitre 4	169