

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Blida 1



FACULTÉ DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE GENIE MÉCANIQUE

MEMOIRE

Pour l'obtention du **diplôme de MASTER**

En : Génie Mécanique

Spécialité : conception Mécanique

Par : Rakik Abdessami

Sujet

**Influence du profil de la chaussée sur le comportement
dynamique des véhicules**

Promoteur : Pr A.Aiad

Année universitaire
2016-2017

Remerciement :

Je tiens tout d'abord à exprimer ma gratitude envers Mr. A.Aiad qui a dirigé mes recherches toute au long de ce mémoire. J'ai pu, à son contact profiter de son expérience dans le domaine de mes études ainsi que de son enthousiasme pour la recherche.

Une pensée toute particulière va à mes parents qui m'ont donné la force de poursuivre mon travail, mes gratitudes et un spécial dédicace à Amina pour son encouragement et sa disponibilité dans les moments les plus difficiles que j'ai rencontré dans mon parcours, mes sœurs et frères qui m'ont toujours soutenu. Leurs forces et leurs amours m'ont construit et encouragé.

Je tiens à remercier le bon dieu, tout puissant de m'avoir attribué la faveur de réussir mes études.

RESUME

Les inégalités de la surface d'une route transmettent non seulement aux véhicules des secousses qui peuvent être cause des anomalies mécaniques, mais aussi peuvent être sources de fatigue surtout lorsqu'il s'agit de véhicules de transports de personnel.

Dans notre modeste travail, nous avons construit un programme qui détermine les réponses de déplacement vitesse et accélération vertical du véhicule pendant son passage sur des différents types de profil de chaussé a une vitesse constante.

En réalité, le profil de la chaussé est aléatoire déterminé expérimentalement avec des équipements spéciaux ; pour simplifier les calculs nous considérons la route comme un profil théorique de fonction déterministe dépend de son amplitude et longueur d'onde.

Les Sollicitations provenant de la route dépend de l'équation qui caractérise le profil ainsi la vitesse de roulement du véhicule où chacun de ces paramètres influes sur les réponses du système de sa manière.

ABSTRACT

The Inequalities in the surface of a road not only cause shocks to the vehicles which may cause mechanical anomalies, but also can cause fatigue, especially in the case of personnel transport vehicles

In our modest work we have constructed a program that determines the responses of speed displacement and vertical acceleration of the vehicle has a constant speed during its passage on different types of pavement profile has a constant speed.

In reality, the profile of the pavement is random and determined experimentally with special equipment; to simplify the calculations we consider the road as a theoretical profile of deterministic function depends on its amplitude and wavelength.

The loads from the road depend on the equation that characterizes the profile and the vehicle rolling speed where each of these parameters infuses on the system's responses.

Abréviations et symboles

Symboles

significations

J_s	Moment d'inertie de centre de gravité.
$m_{e1}(Kg)$	Masse de l'essieu avant (pont).
$m_{e2}(Kg)$	Masse de l'essieu arrière (pont).
$M_s(Kg)$	Masse du châssis et de la carrosserie (compris le moteur).
$K_1 (N/m)$	Coefficient de rigidités de la suspension avant.
$K_2 (N/m)$	Coefficients de rigidité de la suspension arrière.
$K_{p1} (N/m)$	Coefficients de rigidité de l'essieu avant
$K_{p1} (N/m)$	Coefficients de rigidité de l'essieu arrière.
$C_1 (N. s/m)$	Coefficients d'amortissement de la suspension avant.
$C_2 (N. s/m)$	Coefficients d'amortissement de la suspension arrière.
$C_{p1} (N. s/m)$	Coefficients d'amortissement de l'essieu avant.
$C_{p2} (N. s/m)$	Coefficients d'amortissement de l'essieu arrière
q_i	Coordonnées généralisées du système
P_d	Puissance dissipé
$E_c , T (j) :$	Energie cinétique du système
$E_p , U (j) :$	Energie potentielle du système
E_{c1}	Energie cinétique de la pneumatique avant
E_{c2}	Energie cinétique de la pneumatique arrière
E_{c3}	Energie cinétique relative à la suspension avant
E_{c4}	Energie cinétique relative à la suspension arrière
E_{p1}	Energie potentielle emmagasinée dans la pneumatique avant

E_{p2} Energie potentielle emmagasinée dans la pneumatique *arrière*

Symboles

significations

E_{p3} Energie potentielle relative à la suspension avant

E_{p4} Energie potentielle relative à la suspension arrière

D : Energie de dissipation

L : Fonction de Lagrange

λ : longueur d'onde

c : célérité

$\dot{q}(t)$: Vitesse généralisée

f_i : Fréquence propre

λ_i : Valeurs propres

φ_i : Vecteurs propres

$x_{e1} (m)$: Déplacement de l'essieu avant

$x_{e2} (m)$: Déplacement de l'essieu arrière

$x_s (m)$: Déplacement linéaire de centre de gravité

$\theta_s (Rad)$: Déplacement angulaire de centre de gravité (angle de tangage)

$\dot{x}_{e1} (m/s)$: Vitesse de l'essieu *avant*

$\dot{x}_{e2} (m/s)$: Vitesse de l'essieu arrière

$\dot{x}_s (m/s)$: vitesse linéaire de centre de gravité

$\dot{\theta}_s$: vitesse angulaire de centre de gravité

$\ddot{x}_{e1} (m/s^2)$: Accélération de l'essieu avant

$\ddot{x}_{e2} (m/s^2)$: Accélération de l'essieu arrière

$\ddot{x}_s (m/s^2)$: Accélération linéaire de centre de gravité

Symboles**significations** **$\ddot{\theta}_s$ (rad/s²) :**

Accélération angulaire de centre de gravité

 V (m/s) :

vitesse de roulement du véhicule

 $[M]$:

matrice d'inertie

 $[Mm]$:

matrice d'inertie dans la base modale

 $[K]$:

matrice de rigidité

 $[Km]$:

matrice de rigidité dans la base modale

 $[C]$:

matrice d'amortissement

 $[Cm]$:

matrice d'amortissement dans la base modale

Liste des figures

Figure 1.1: Schéma de principe illustrant les agressivités respectives vis-à-vis de la chaussée – d'un véhicule léger et d'un poids lourd.....	3
Figure 1.2.1 : Véhicules légers.....	4
Figure 1.2.2 : véhicule utilitaire.....	4
Figure 1.2.3 : Poids lourds et autocars à 2 essieux.....	5
Figure 1.2.4 : poids lourd à 3 essieux.....	5
Figure 1.3 : les classes de trafic routier.....	6
Figure 1.4 : Constitution d'une structure de chaussée.....	7
Figure 1.5.a : chaussée souple.....	7
Figure 1.5.b: chaussée semi-rigide.....	8
Figure 1.5.c: chaussée rigide.....	8
Figure 1.6 : train.....	9
Figure 1.7: jambe de force.....	10
Figure 1.8 : barre anti-roulis.....	11
Figure 1.9 : banc de caractérisation de pneumatique « MTS flatrac ».....	11
Figure 2.1 : réponse pseudo-périodique.....	18
Figure 2.2 : modèle physique d'un système forcé	18

Figure 2.3 : modèle d'un quart de véhicule.....	19
Figure 2.4 : modèle d'un quart de véhicule à 2 ddls.....	20
Figure 2.5 :modèle de demi-véhicule longitudinal.....	23
Figure 3.1a : Béton bitumineux.....	29
Figure3.1b : Pavé en béton.....	29
Figure3.1c : Pavé en pierres naturelles.....	29
Figure3.1d : Asphalte dense.....	29
Figure 3.2 : tranche bidimensionnelle de la surface.....	29
Figure 3.3 : caractéristiques de l'uni de chaussée.....	30
Figure 3.4a : ralentisseur de type coussin.....	32
Figure 3.4b : ralentisseur de type Bosse de vitesse.....	32
Figure 3.4c : ralentisseur de type plateau trapézoïdal.....	32
Figure 3.5 : Analyseur de profil en long.....	34
Figure 3.6 : schéma de principe d'analyse de profil en long.....	34
Figure 3.7 : chaussé recouverte en pavé.....	36
Figure 3.8 : profil sinusoïdale.....	38
Figure 3.9 : irrégularité triangulaire.....	38
Figure 3.10 :obstacle de type dos-d'âne.....	39

Figure 4.1 : diagramme de Rayleigh.....	44
Figure 4.2 : model de suspension à 2 ddl.....	46
Figure 4.3 : courbe de la fonction de transfert en fonction de la fréquence (rad/s).....	47
Figure 4.4 : représentation des forces du système	49
Figure 4.5 : Simulink bloc diagramme d'un système de suspension a 2 ddl.....	50
Figure [(4.7) : (Figure 4.11)] : les courbes de déplacement vertical du châssis et l'essieu pour diverse type de profil de chaussée a vitesse variable	51

Table de matières :

Résumé.....	<i>II</i>
Abréviations et symboles.....	<i>III</i>
Liste des figures.....	<i>VI</i>
Table de matières.....	<i>XI</i>
Introduction générale	

Chapitre I : Notion sur le trafic routier et les vibrations des véhicules.

1- Introduction.....	2
2- Le trafic routier	3
2.1- les critères de classification des véhicules	4
2.2- les types du véhicule	4
2.3- Les différentes classes de trafic routier selon le flux journalier	6
3- La chaussée.....	6
3.1- constitution d'une structure de chaussée.....	6
3.2- les différentes structures de chaussée.....	7
4- Mécanisme de génération des vibrations des véhicules.....	8
5- Description du véhicule	9
5.1- Les trains	9
5.2- La jambe de force.....	10
5.3- Les suspensions	10
5.4- Le pneumatique	11

Chapitre II : Eléments de vibrations structurelles.

1- Introduction	13
2- Analyse du comportement dynamique	14

3- coordonnées généralisées.....	14
4- système matériel.....	14
5- Notion sur les équations de mouvement de Lagrange	
5.1- système conservatif discret (1 ddl).....	14
5.2- Cas d'une force extérieure dépendant du temps.....	15
5.3- système a plusieurs degré de liberté	16
6- Vibration des structures et des systèmes.....	16
7- Modélisation du véhicule	16
7.1- modèle d'un quart de véhicule à 1 ddl	19
7.2- modèle à plusieurs degrés de liberté	20
7.2.1- modèle d'un quart de véhicule à 2 ddls.....	20
7.7.2- modèle d'un demi-véhicule	20

**Chapitre III : Analyse de quelques types
de profils routiers.**

1- Le revêtement routier	23
2- Profil de la route.....	29
3- Rugosité de la route	29
4- Irrégularité de chaussée	30
5- Classification des surfaces longitudinales	30
5.1- microtexture	31
5.2- Macrotecture	31
5.3- Mégatecture	31

5.4- irrégulière	31
5.5-irrégularité locale.....	31
5.6- rugosité globale aléatoire	32
6- Mesure du profil de la route	33
6.1- méthode pour la mesure du profil de la chaussée.....	33
7- Notion sur la décomposition en séries de Fourier des signaux périodiques	34
8- Relation entre le profil de la chaussée et la vitesse de roulement du véhicule.....	35
9- Expression analytique de quelque type de profile de route périodique	35
9.1 - chaussée recouverte de pavé en pierre	36
9.2-irrégularité sinusoïdale.....	36
9.3- irrégularité triangulaire	38
9.4- irrégularité locale (rencontre d'un ralentisseur de type dos d'âne).....	38

Chapitre IV : Simulation d'un système profil-véhicule

1- Modèle d'un demi-véhicule	39
1.1- Caractéristiques technique du système	41
1.2- Les fréquences propres du système.....	41
1.3- La matrice du mode propre	42
1.4- Matrice d'inertie et de rigidité dans la base modale	43
1.5- Diagonalisation de la matrice d'amortissement	44
1.5.1- Hypothèse de Basile –modèle de Rayleigh	44

1.5-2- détermination de la matrice d'amortissement.....	45
2- Simulation d'un Modèle d'un quart de véhicule (2 ddl).....	46
2.1- Caractéristiques techniques du modèle	46
2.2- Equation de mouvement et fréquence propre du système	46
3- Notion de fonction de transfert	47
4- Résolution du système	48
4.1- méthode théorique	48
4.2- méthode numérique (Simulink Matlab)	49
5- Résultat graphique et discussion.....	52

Conclusion générale

Introduction générale :

Dans l'histoire de l'automobile, il y a eu plusieurs projets de véhicules innovants pour réduire leur consommation. Aujourd'hui plusieurs facteurs entrent en jeu comme la protection de l'environnement, la densité du trafic, le coût croissant du carburant, l'amélioration de la qualité de vie [2].

De la bonne suspension d'un véhicule peut dépendre non seulement le confort, le malaise, la fatigue des passagers, la sécurité de la marchandise, mais également des anomalies mécaniques qui finissent par entraîner des détériorations mécanique.

Les vibrations qui agissent sur les véhicules peuvent provenir du moteur, de la transmission ou de l'état de la chaussée. Dont le caractère est aléatoire (non contrôlable). Par contre la nature physique des vibrations dues aux deux premières sources est déterminée.

Les inégalités de la surface de la route transmettent au véhicule des secousses violentes ; avant que les oscillations ne soient amorties, il peut se produire d'autres chocs provoquant des oscillations en résonances et deviennent dans ce cas dangereuses.

Chapitre I :

Généralités sur le trafic routier et les vibrations des véhicules.

1- Introduction

2- Le trafic routier

2.1- les critères de classification des véhicules

2.2- les types de véhicules

2.3- Les différentes classes de trafic routier selon le flux journalier

3- La chaussée

3.1- constitution d'une structure de chaussée

3.2- les différentes structures de chaussée

4- Mécanisme de génération des vibrations des véhicules

5- Description du véhicule

5.1- Les trains

5.2- La jambe de force

5.3- Les suspensions

5.4- Le pneumatique

1. Introduction :

Les vibrations induites par le trafic routier sont principalement générées par les véhicules lourds comme les autobus et les camions,

Dans ce premier chapitre on va faire une description du véhicule et de son environnement on commençant par définir le trafic routier et ses classifications selon le flux (poids lourd par jour) ce qui nous dirige vers les différents types de véhicules et les critères de classification notamment les organes et les éléments du véhicule concernés par l'influence des vibrations causées par la surface la route

2. Le trafic routier :

Pour le dimensionnement des chaussées, il est nécessaire de connaître le nombre de poids lourds qu'aura à supporter la chaussée durant sa durée de vie (TC). Pour le choix des couches de surface, il est nécessaire de connaître la classe de trafic T_i déterminée à partir de la moyenne journalière annuelle en PL à la mise en service (MJA).

Nous allons donc commencer par définir ces différentes notions.

Le trafic constitue un élément essentiel du dimensionnement des chaussées.

Le poids des véhicules est transmis à la chaussée, sous forme de pression, par l'intermédiaire des pneumatiques. Donc il est nécessaire de connaître le nombre de poids lourds qu'aura à supporter la chaussée durant sa durée de vie. [1]

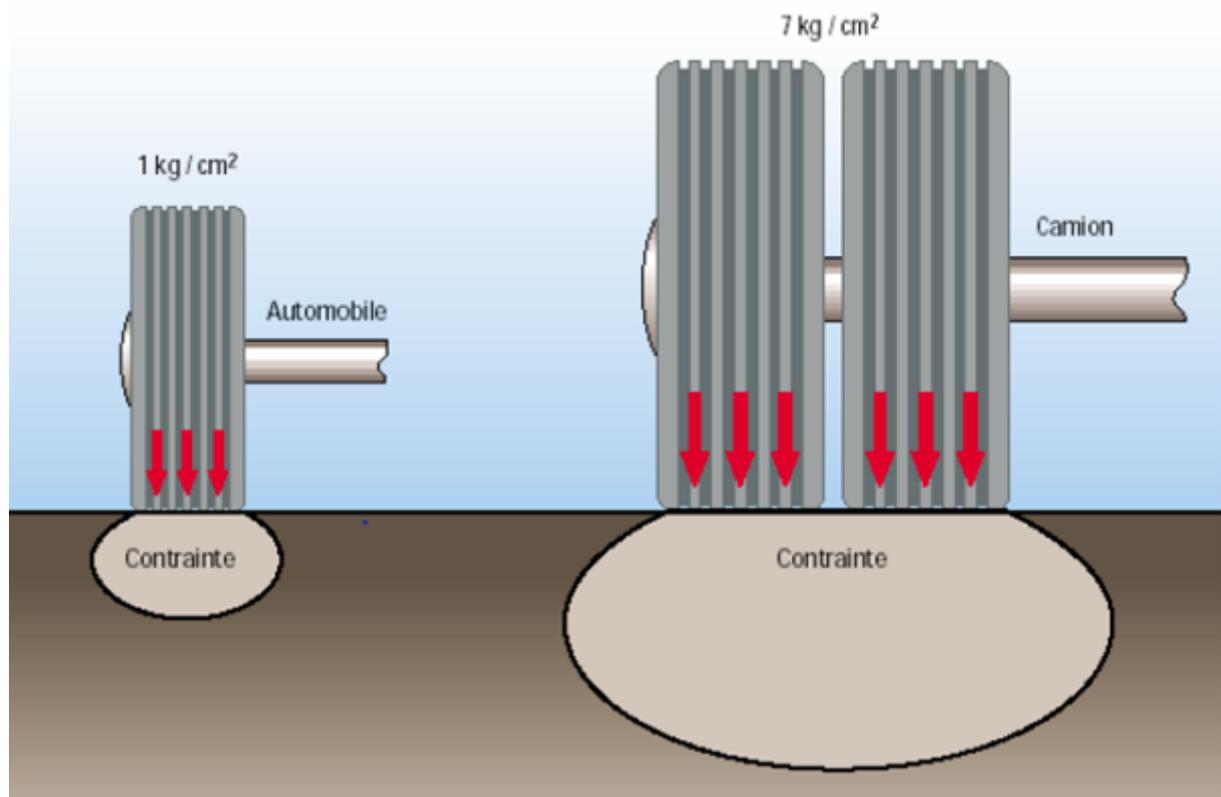


Figure 1.1 : Schéma de principe illustrant les agressivités respectives vis-à-vis de la chaussée –d'un véhicule léger et d'un poids lourd [1]

Par exemple on a pour une automobile, la pression transmise à la chaussée est de l'ordre de 0.2 MPa. Mais, elle est de l'ordre de 0.66 MPa sous une roue de camion

2.1- Les critères de classifications des véhicules :

Les automobiles peuvent être classées selon divers critères : la taille, le poids, le type d'usage, la forme de leur carrosserie, la motorisation, le type de transmission, leur niveau d'équipement, leur niveau de personnalisation ou de transformation. Évidemment, chaque modèle d'automobile possède une appellation commerciale particulière pour le distinguer des autres.

Dans le domaine du trafic routier, les spécialistes s'intéressent beaucoup plus pour les trois critères suivants :

- - la hauteur totale du véhicule ou de l'ensemble roulant
- - le nombre d'essieux au sol du véhicule ou de l'ensemble roulant
- Et le plus important :
Le poids total autorisé en charge (PTAC) (pour les ensembles roulants seul le PTAC du véhicule tracteur est pris en compte)

2.2- Les types de véhicules :

Selon les critères cités dans le paragraphe si dessus, on distingue 3 types de véhicule :

- **Véhicules légers :**

Ou ensembles roulants dont le PTAC est inférieur ou égal à 3,5 tonnes et d'une hauteur totale inférieure ou égale à 2 mètres.

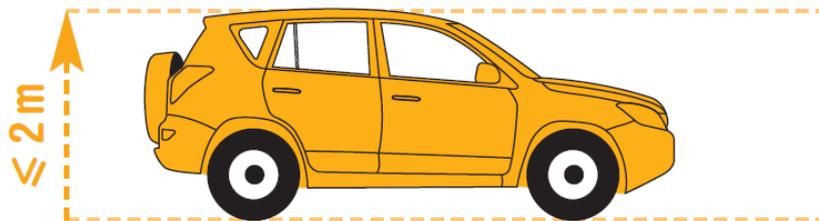


Figure 1.2.1 : Véhicules légers

- **Véhicules Intermédiaires (véhicule utilitaire) :**

Véhicules ou ensembles roulants dont le poids total autorisé en charge (PTAC) est inférieur ou égal à 3,5 tonnes et dont la hauteur totale est strictement comprise entre 2 et 3 m

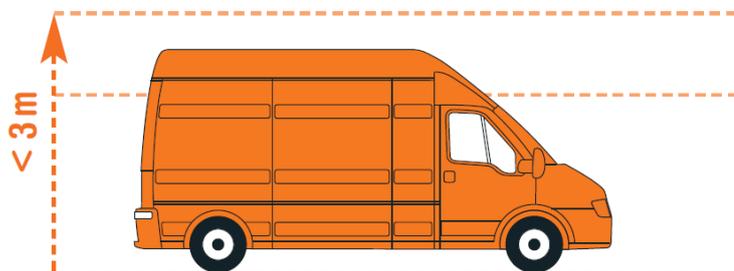


Figure 1.2.2 : véhicule utilitaire

- **Véhicules Poids lourd :**

Les véhicules de poids lourd sont aussi divisés en deux catégories :

- **Poids lourds et autocars à 2 essieux :**

Véhicules à 2 essieux, dont la hauteur totale est supérieure ou égale à 3 mètres ou dont le PTAC est supérieur à 3,5 tonnes

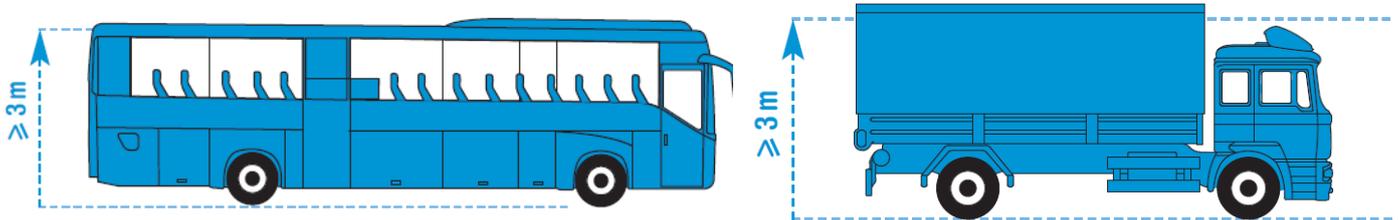


Figure 1.2.3 : Poids lourds et autocars à 2 essieux

- **Poids lourds et autocars à 3 essieux et plus**

Véhicule ou ensembles de véhicules à plus de 2 essieux, dont la hauteur totale est supérieure ou égale à 3 mètres ou dont le PTAC est supérieur à 3,5 tonnes

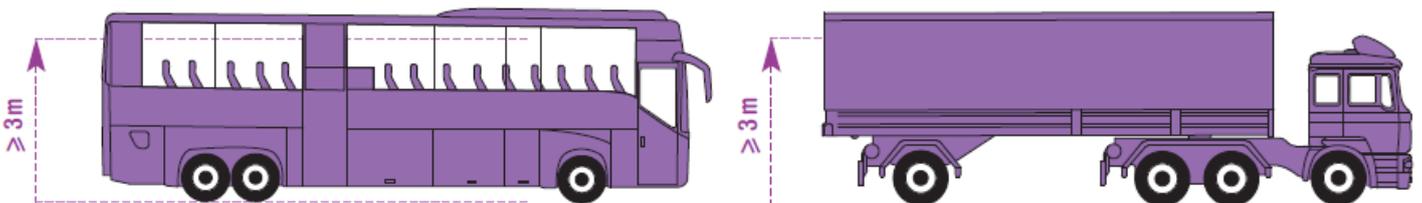


Figure 1.2.4 : poids lourd à 3 essieux

2.3- Les différentes classes de trafic selon le flux journalier :

Les classes de trafic sont définies par le trafic moyen journalier des poids lourds qui circulent sur la chaussée (flux)

Le flux est défini par le nombre de PL passe par jour.

On obtient ainsi :

Classe t6 : de 0 à 10 PL/j

Classe t5 : de 10 à 25 PL/j

Classe t4 : de 25 à 50 PL/j

Classe t3- : de 50 à 100 PL/j

Classe t3+ : de 100 à 150 PL/j

Classe T3 : de 50 à 150 PL/j

Classe T2 : de 150 à 300 PL/j

Classe T1 : de 300 à 750 PL/j

Classe T0 : de 750 à 2000 PL/j

Ces classes de trafic définissent deux grandes catégories de routes

- Les voiries à faible trafic regroupant toutes les classes de t_6 à t_{3+}
- Les voiries à moyen et fort trafic regroupant toutes les classes de T_3 à T_0 . [1]

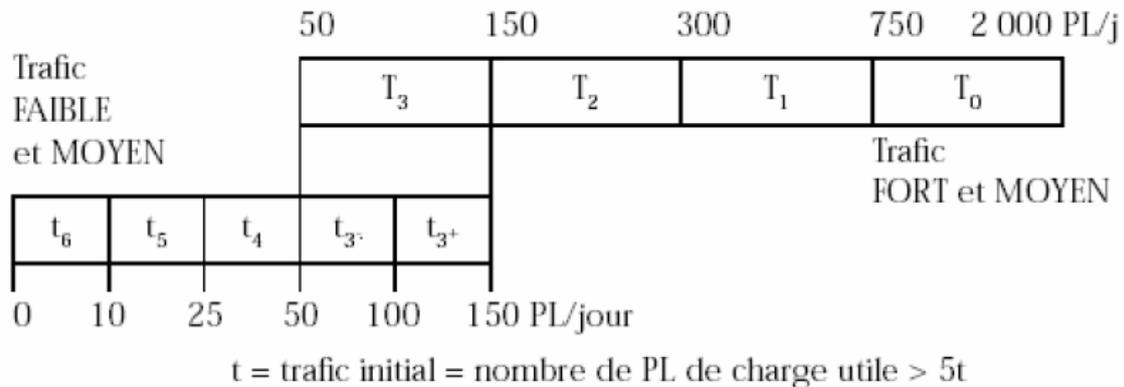


Figure 1.3 : les classes de trafic routier

3. La chaussée:

Les spécialistes du monde routier, des travaux publics, et les constructeurs automobiles s'intéressent depuis longtemps aux aspérités présentes sur les chaussées. Ces défauts de la route par rapport à une surface idéalement plane constituent ce que l'on appelle son uni ou son profil. La géométrie, les irrégularités et les déformations du sol modifient constamment la répartition des forces du contact roues/sol, les positions du véhicule et les orientations des roues. Par conséquent, le profil est considéré comme une entrée essentielle qui affecte d'une manière significative la réponse dynamique du véhicule [17].

La connaissance du profil de chaussée, représenté par un signal non stationnaire, est indispensable surtout pour :

- l'analyse de la qualité de la route pour déduire les conséquences sur le confort des passagers,
- l'optimisation des suspensions,
- l'amélioration de la sécurité et la maniabilité du véhicule,
- une meilleure compréhension de la dynamique du véhicule.

3.1- Constitution d'une structure de chaussée :

Une chaussée est une structure multicouche constituée de trois parties principales qui ont chacune un rôle bien défini

Tout d'abord le sol terrassé ou sol-support est surmonté généralement d'une couche de forme.

L'ensemble sol-couche de forme représente la plate-forme support de la chaussée. La couche de forme a une double fonction. Pendant les travaux, elle assure la protection du sol-support, permet la qualité du nivellement ainsi que la circulation des engins. En service, elle permet d'homogénéiser les caractéristiques mécaniques des matériaux constituant le sol ou le remblai, et d'améliorer la portance à long terme.

Puis viennent la couche de base et la couche de fondation formant ainsi les couches d'assise. Les couches d'assise apportent à la chaussée la résistance mécanique aux charges verticales

induites par le trafic et répartissent les pressions sur la plate-forme support afin de maintenir les déformations à un niveau admissible.

Enfin, la couche de surface se compose de la couche de roulement et éventuellement d'une couche de liaison entre la couche de roulement et les couches d'assise. Elle a deux fonctions. D'une part, elle assure la protection des couches d'assise vis-à-vis des infiltrations d'eau. D'autre part elle confère aux usagers un confort de conduite d'autant plus satisfaisant que les caractéristiques de surface sont bonnes. [7]

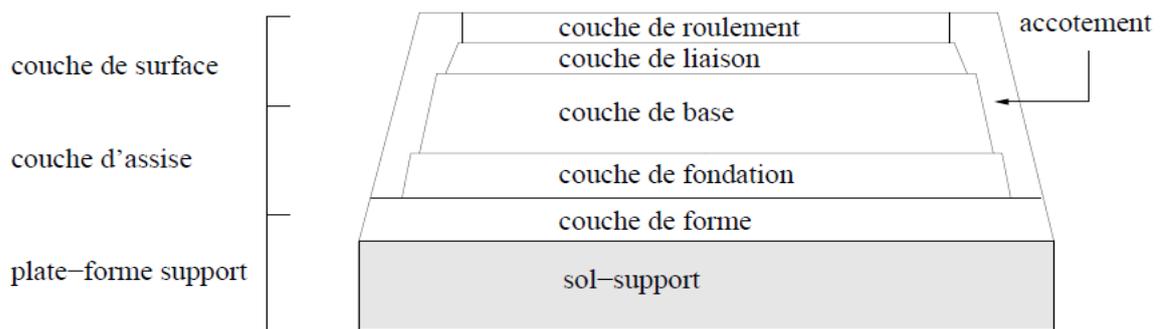


Figure 1.4 : Constitution d'une structure de chaussée

3.2- Les différentes structures de chaussées

Le choix de la couche de roulement ou la couche de revêtement dépend de la structure de la chaussée.

Selon le fonctionnement mécanique de la chaussée, on distingue généralement les trois différents types de structures suivants :

- **Les chaussées souples**

C'est une structure de chaussée dans laquelle l'ensemble des couches liées qui la constituent, sont traitées aux liants hydrocarbonés.[1]

La couche de fondation et/ou la couche de base peuvent être constituées de grave non traitée. Dans le cas d'une chaussée neuve à faible trafic, la structure type est illustrée sur la Figure (5a)

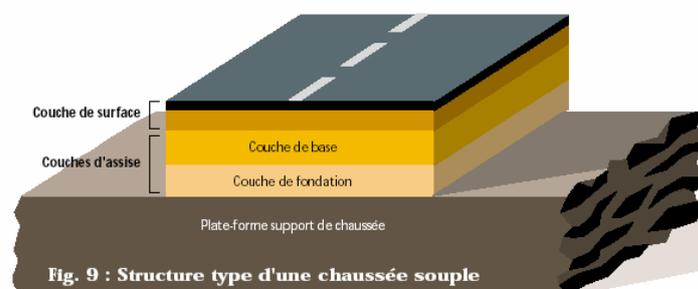


Figure 1.5a : chaussée souple

- **Les chaussées semi-rigides**

Elles comportent une couche de surface bitumineuse reposant sur une assise en matériaux traités aux liants hydrauliques disposés en une couche (base) ou deux couches (base et fondation).[1]

Dans le cas d'une chaussée neuve à faible trafic, la structure-type est illustrée sur la (Figure 5b).

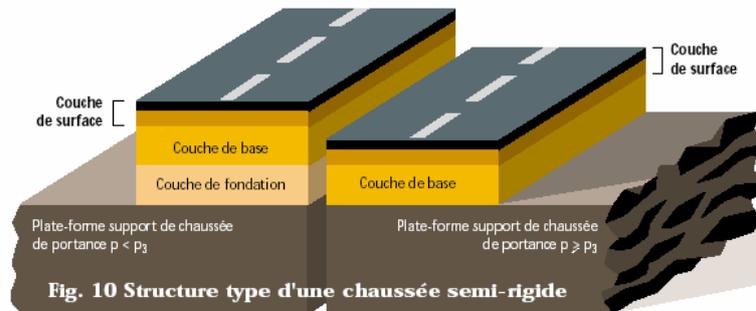


Figure 1.5b: chaussée semi-rigide

- **Les chaussées rigides**

Une chaussée rigide est constituée d'un revêtement en béton de ciment pervibré ou fluide. En règle générale, une chaussée en béton comporte, à partir du sol, les couches suivantes :

- une couche de forme,
- une couche de fondation,
- une couche de roulement en béton de ciment.

Dans la chaussée rigide, la couche de surface et la couche de base sont confondues. [1]

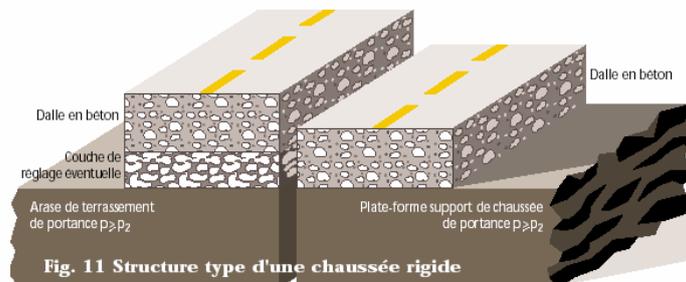


Figure 1.5.c: chaussée rigide

4- Mécanisme de génération des vibrations de véhicule :

Les vibrations induite par le trafic routier sont principalement générer par les véhicules lourds comme les autobus et les camions, l'influence de ces vibrations sur les autre véhicules est considéré négligeable devant les vibrations induite par le profil du la chaussée [2].

Les charges verticales à l'essieu du véhicule sont constituées d'une composante statique et d'une composante dynamique.

La composante statique résulte de la distribution de la masse du véhicule, en revanche, la composante dynamique est induite par l'irrégularité de la chaussée qui soumet le véhicule à des oscillations verticales et qui dépend du profil de la route, des caractéristiques du véhicule et de la vitesse du véhicule

l'irrégularité de la chaussée représente la source principale des vibrations des véhicule, il existe de nombreux type d'irrégularité tel que les anciens revêtement en béton dont les dalles forment des marches d'escalier au joints , l'irrégularités de surface , ainsi que les dispositifs surélevés tel que les ralentisseur et les plateaux.

5- Description du véhicule :

5-1- Les trains

Le train avant est l'ensemble des organes mécaniques d'un véhicule assurant la suspension et la direction des roues avant et le train arrière est l'ensemble des organes qui assurent la suspension et le guidage des roues arrière.

Les trains sont caractérisés par leur cinématique et par leur élastocinématique. La cinématique détermine la position et l'orientation de la roue par rapport au sol, ce qui conditionne l'effort d'interaction roue/sol. L'élastocinématique détermine la position et l'orientation du châssis par rapport au train, et elle est assurée par des cales élastiques de liaisons [17]

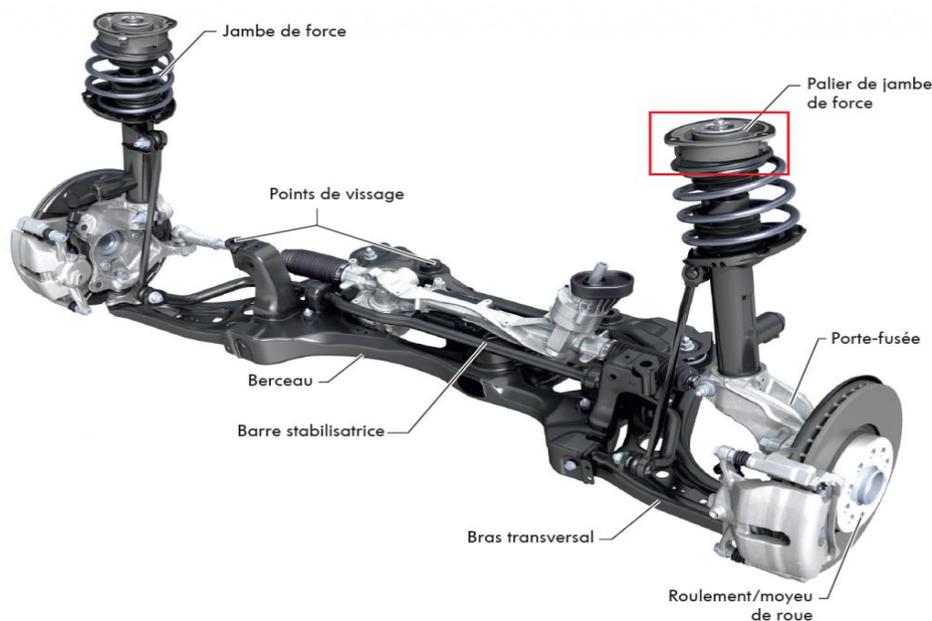


Figure 1.6 : train

5.2- la jambe de force :

Assume la fonction d'absorption d'un amortisseur en plus de localiser le ressort et de positionner la suspension. [18]



Figure 1.7:jambe de force

5-3- Les suspensions

La suspension est l'ensemble qui assure la liaison entre la roue et la caisse. Elle porte le véhicule, assure le contact entre les pneus et le sol.

L'utilisation de la suspension est imposée par les irrégularités de la surface sur laquelle se déplace le véhicule. Elle en diminue l'impact sur l'engin, évitant des ruptures et une usure excessive, améliorant le confort de conduite et maintenant le contact entre les roues et le sol malgré ses irrégularités (condition indispensable à la tenue de route). Par ailleurs le fait qu'un véhicule possède une masse nécessite l'utilisation d'un mécanisme de rappel pour éviter que le système ne s'affaisse indéfiniment au fur et à mesure des aspérités du terrain. Son rôle est donc d'assurer la bonne tenue de route en éliminant les fréquences de vibrations indésirables. [2]

On appelle débattement, les déplacements des centres de roue par rapport à la caisse suivant l'axe vertical.

On représente la partie « élastique et amortisseur » de la suspension par un système composé d'un ressort de raideur ki et d'un amortisseur de coefficient d'amortissement (ou coefficient de frottement visqueux) Fvi et d'un frottement sec Fsi .

La barre anti-roulis est un dispositif de couplage élastique des débattements des roues d'un même train qui augmente la rigidité en roulis de la suspension du véhicule. Ce dispositif permet en quelque sorte de faire un lien entre les suspensions de chaque côté du véhicule afin de les faire fonctionner ensemble avec une certaine cohérence.

Ce système permet à l'auto de beaucoup moins pencher en virage, au détriment du confort



Figure 1.8 : barre anti-roulis

5-4- Le pneumatique :

Le pneumatique est l'élément physique du véhicule en interaction avec le sol. Il doit assurer la sécurité d'utilisation et l'agrément de conduite.

La surface de contact du pneu avec le sol est appelée aire de contact. Elle peut être représentée sous forme rectangulaire et caractérisée par le coefficient d'adhérence noté μ qui varie entre 0 et 1. Une adhérence totale ou proche de 1 correspond à l'absence de glissement entre le pneu et le sol. C'est le cas d'une chaussée sèche avec de bon pneumatique. Une adhérence entre 0.5 et 0.6 peut être due à une chaussée humide ou légèrement mouillée. Une chaussée verglacée correspond à une adhérence < 0.3 .

La contribution du pneumatique dans l'agrément de conduite est fondamentale. Il doit être capable de filtrer les perturbations extérieures, absorber les irrégularités de la route pour assurer le confort des passagers. Leurs caractéristiques sont fournies généralement par le constructeur, et peuvent être déterminées à l'aide d'un banc de caractérisation de pneumatique « MTS flatrac » (MTS 1999).[11]



Figure 1.9 : banc de caractérisation de pneumatique « MTS flatrac »

Chapitre II :

Eléments de vibrations structurelles.

- 1- Introduction**
- 2- Analyse du comportement dynamique**
- 3- coordonnées généralisées**
- 4- système matériel**
- 5- Notion sur les équations de mouvement de Lagrange**
- 6- Vibration des structures et des systèmes**
- 7- Modélisation du véhicule**

1. Introduction :

L'analyse des vibrations verticales des automobiles est importante pour les études concernant l'adhérence roue/route, le confort du conducteur et des passagers (la qualité de la conduite) et l'utilisation des amortisseurs de suspension les plus appropriés.

Le but est donc d'améliorer le compromis entre ces deux exigences contradictoires d'améliorer, d'un part, l'adhérence roue/route et, d'autre part, le confort du conducteur et des passagers, tout en réduisant aussi les mouvements relatifs entre les parties du véhicule. Les vibrations induites de l'irrégularité de la chaussée et ces influences sur les véhicules due à l'excitation cinématique sont des problèmes en cours de recherche dont l'objectif est de minimiser son effet sur le comportement dynamique du véhicule. Récemment, de nombreuses nouvelles applications de contrôle actif et semi actif et des dispositifs spéciaux pour minimiser les vibrations.

L'étude de vibrations mécanique se confond avec l'examen du mouvement des éléments d'un système autour de leurs positions respectives d'équilibre stable.

Cependant ce mouvement peut se faire de diverses façons :

Libre sans amortissement, libre avec amortissement ou encore il est possible de faire intervenir des forces soient intérieures, soient extérieures au système considéré.

L'ensemble de ces caractéristiques va définir nécessairement le modèle mathématique dans lequel le système devra être compris et par la même occasion décidera du comportement de ce même système sous des conditions bien précises.

Le problème général de la dynamique des systèmes à n degrés de liberté consiste en la détermination des n fonctions du temps.

La dynamique des structures s'occupe de l'analyse et la prévision du comportement des systèmes mécanique soumis à des chargements (excitations, sollicitations) arbitraires variables dans le temps, le comportement dynamique est exprimé par les réponses du système

Un problème dynamique n'admet pas une solution unique mais une succession de solutions correspondante à chaque instant qui présentent un intérêt dans l'histoire de la réponse.

Il existe deux approches fondamentales pour évoluer les réponses dynamiques :

Une approche dite déterministe ou l'évolution des chargements dans le temps est parfaitement connue (fonction mathématique connue)

Et une approche dite non déterministe ou l'évolution du chargement est aléatoire, c'est le cas de l'influence de l'irrégularité de la chaussée sur les véhicules ; Mais dans notre cas on fait une discrétisation du profil de chaussée en plusieurs fonctions mathématiques (sin, cos,) de différentes amplitudes et fréquences.

2. Analyse du comportement dynamique :

Une analyse dynamique ne peut être menée sans la connaissance préalable de certaines caractéristiques du système étudié, ce sont les propriétés <modales> représentées par:

- Les fréquences propres :

Il s'agit des fréquences auxquelles le système peut vibrer seul, sans forces entretenant le mouvement (cas sans amortissement).

- Les modes propres :

Il correspond à la forme de vibration associée à une fréquence propre donnée.

- Les facteurs d'amortissement

Un système dynamique est un assemblage procédés et caractérisé par son inertie et son rigidité et dont les composantes sont capables d'effectuer des mouvements relatifs.

Ces propriétés peuvent être déterminées par une analyse modale théorique ou bien par une analyse modale expérimentale basée sur les essais et les valeurs ampériques.

3. Coordonnées généralisées

On appelle coordonnées généralisées le nombre minimum de paramètres quelconques $q_1, q_2, q_3 \dots q_s$ qu'il faut déterminer pour fixer uniquement la position de tous les points du système et leurs dérivées généralisées $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3 \dots \dot{q}_s$ c'est-à-dire les vitesses généralisées. Le nombre minimum de coordonnées est appelé "degré de liberté du système". [3]

4. Systèmes matériels

Le système matériel est un assemblage de solide parfait lié à un bâti constituant le solide de référence.

Le mouvement et la position de chaque élément du système dépend du mouvement et de la position de tous les autres. Nous distinguons trois sortes d'éléments dans un système matériel [3].

4.1- Élément de masse ou d'inertie

Solide parfait indéformable qui n'emmagasine de l'énergie que sous forme d'énergie cinétique.

4.2- Élément de raideur pur

Élément de masse négligeable ne pouvant emmagasiner de l'énergie que sous forme d'énergie potentielle élastique de déformation.

4.3- Élément d'amortissement pur

Élément de masse négligeable, susceptible de dissiper de l'énergie résistant aux déplacements relatifs des points d'attaches de ces éléments proportionnellement aux vitesses de ces

déplacements. Restreignait fortement l'application des méthodes exactes dans le domaine au dynamique des véhicules, car il conduit fréquemment à des problèmes très complexes.

Les seuls modèles qui pouvaient alors être résolus étaient parfois tellement simplifiés que la généralité et la qualité de leurs résultats en souffraient.

5. Notion sur Equation caractéristique de mouvement de Lagrange :

5.1- système conservatif discret (1 ddl) :

Les systèmes conservatifs, la force appliquée au système dérive d'un potentiel U et elle s'écrit [8] :

$$F_q = -\frac{\partial U}{\partial x}$$

L'équation de Lagrange devient alors :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{x}} \right] - \frac{\partial(T-U)}{\partial x} = 0$$

On introduit la fonction de Lagrange (ou lagrangien du système) qui est la différence de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle :

$$L = T - U$$

D'où la forme de l'équation de Lagrange dans le cas d'un système conservatif [8]:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right] - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \quad (2-1)$$

Dans le cas où le système est dissipatif, la puissance dissipée peut être exprimée en fonction de \dot{x} , par :

$$P_d = c\dot{x}^2$$

Par définition, la fonction dissipation est égale à la demi-puissance dissipée :

$$D = \frac{1}{2} P_d = \frac{1}{2} c\dot{x}^2$$

La force de frottement peut alors s'écrire :

$$f = -\frac{\partial D}{\partial \dot{x}}$$

L'équation de Lagrange s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial L}{\partial q} &= f_q = -\frac{\partial D}{\partial \dot{q}} \\ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} &= 0 \end{aligned} \quad (2-2)$$

5.2- Cas d'une force extérieure dépendant du temps

Considérons le cas plus général d'une force extérieure dépendant du temps agissant sur un système qui est le siège de forces de frottement qui dérivent d'une fonction dissipation D.

Soit F_{eq} la force extérieure. Dans ce cas l'équation de Lagrange peut s'écrire sous l'une des deux formes équivalentes suivantes :

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right] - \frac{\partial L}{\partial q} = F - c\dot{q}$$

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right] - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} = F \quad (2-3)$$

5.3- Système à plusieurs degrés de liberté :

Dans le cas général d'un système à plusieurs degrés de liberté, il y a autant d'équations de Lagrange que de degrés de liberté. Ainsi, si le système possède N degrés de liberté, il est nécessaire d'avoir N coordonnées généralisées q_i ($i = 1, 2, \dots, N$) ; nous aurons ainsi N équations de Lagrange :

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = F_{eqi} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (2-4)$$

6. Vibration des structures et des systèmes mécanique :

Un système isolé oscillant à un degré de liberté est déterminé par la coordonnée généralisée $q(t)$ représentant l'écart d'amplitude par rapport à l'équilibre stable.

On définit l'oscillation harmonique par l'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants suivante [8] :

$$m\ddot{q}(t) + kq(t) = 0 \quad (2-5a)$$

$$\ddot{q}(t) + \omega_0^2 q(t) = 0 \quad (2-5b)$$

Où ω_0 est la pulsation propre du système et f la fréquence propre [8]

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T_0}$$

On définit la période propre T_0 comme suit :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

La solution de cette équation différentielle est de la forme sinusoïdale telle que :

$$q(t) = A_1 \cos(\omega_0 t) + A_2 \sin(\omega_0 t) \quad (2-6a)$$

L'équation horaire ci-dessus peut aussi se mettre sous la forme :

$$q(t) = A \sin(\omega_0 t + \phi) \quad (2-6b)$$

Où les constantes A et ϕ représentent respectivement l'amplitude des oscillations et le déphasage qui sont déterminées par les conditions initiales suivantes :

$$q(t=0) = q_0 \quad \dot{q}(t=0) = \dot{q}_0$$

6.1- Système dissipatif :

Si le système est considéré amorti, Dans ce cas, en termes de la coordonnée généralisée du système, la loi de la dynamique s'écrit comme suite :

$$M \ddot{q}(t) = -k q(t) - c \dot{q}(t) \quad (2-7)$$

Au lieu d'utiliser (c) on utilise un autre facteur ζ dit facteur (ou taux) d'amortissement défini par :

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$$

c : coefficient d'amortissement (ou $\frac{kg}{s}$)

c_c = coefficient d'amortissement critique

L'équation caractéristique du mouvement devient :

$$\ddot{q}(t) + 2\zeta\omega_0\dot{q}(t) + \omega_0^2 q(t) = 0 \quad (2-8)$$

Avec

$$2\zeta\omega_0 = \frac{c}{m} \quad \text{et} \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

On distingue trois cas possibles :

$$\Delta = c^2 - 4mk = 4\omega_0^2(\zeta^2 - 1) \quad (2-9)$$

- ($\Delta > 0$; $\zeta > 1$): amortissement supercritique (fort amortissement)
- ($\Delta = 0$; $\zeta = 1$): amortissement critique
- ($\Delta < 0$; $\zeta < 1$): amortissement sous-critique :

Dans ce cas, la solution générale de l'équation différentielle s'écrit sous la forme :

$$q(t) = A_1 e^{r_1 t} + A_2 e^{r_2 t}$$

Ou encore

$$q(t) = e^{-\zeta\omega_0 t} (A_1 e^{\omega_a t} + A_2 e^{-\omega_a t}) \quad (2-10a)$$

Où $\omega_a = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_0$ est la pseudo-pulsation du système, et A_1 et A_2 des coefficients à déterminer par les conditions initiales :

$$\begin{aligned} q(t=0) \\ \dot{q}(t=0) \end{aligned}$$

Il est possible de réécrire la solution ci-dessus sous une forme réelle :

$$q(t) = A e^{-\zeta\omega_0 t} \cos(\omega_a t + \varphi) \quad (2-10b)$$

Où A et φ sont des constantes à déterminer par les conditions initiales.

On voit bien que le système fait des oscillations (à cause de la présence dans la solution du terme cosinus) avec une pseudo-pulsation ω_a sauf que, contrairement au cas d'un système libre (absence d'amortissement), où l'amplitude de mouvement est constante, l'amplitude

de mouvement, en présence d'amortissement (faible), décroît en exponentielle avec le temps. [3].

On définit aussi la pseudo-période du mouvement comme suit :

$$T_a = \frac{2\pi}{\omega_a}$$

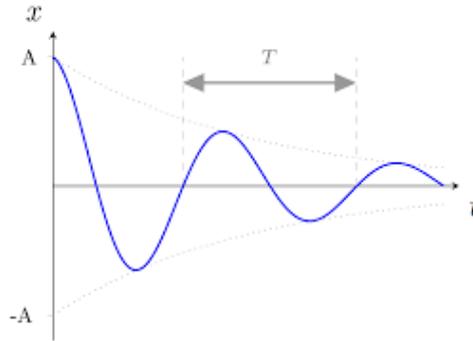


Figure 2.1 : réponse pseudo-périodique

6.2- Système forcé à 1ddl :

Une oscillation forcée concerne tout système en mouvement sous l'action d'une force extérieure. Pour un système mécanique le modèle physique est représenté sur (la figure 11)

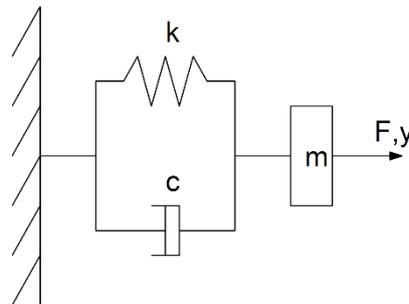


Figure 2.2: modèle physique d'un système forcé

L'équation de mouvement du système ci-dessus est donnée par :

$$m\ddot{x}(t) = -k x(t) - c \dot{x}(t) + F(t) \quad (2-11a)$$

$$\ddot{q}(t) + 2\zeta \omega_0 \dot{q}(t) + \omega_0^2 q(t) = \frac{F(t)}{m} \quad (2-11b)$$

Avec $2\zeta \omega_0 = \frac{c}{m}$ et $\omega_0^2 = \frac{K}{m}$

La solution de cette équation est composée de deux termes: une solution sans second membre (homogène) $x_h(t)$ que nous avons déjà obtenue, et une solution particulière $x_p(t)$ qui a la même forme que le second membre de l'équation différentielle, c'est à dire une constante :

$$x(t) = x_p(t) + x_h(t) \quad (2-12)$$

7. Modélisation du véhicule :

Différents modèles de véhicules cités dans la littérature ont été utilisés pour étudier le Comportement dynamique et vibratoire. Les trois modèles couramment utilisés sont les suivants : un quart de véhicule, demi-véhicule ou le modèle complet de véhicule en 3 dimensions.

7.1- Modèle d'un quart de véhicule à 1 ddl :

Plusieurs modèles ont été proposés pour l'étude du comportement dynamique d'un véhicule, ces modèles varient d'un modèle simplifié à 1 degré de liberté à un système complexe de plusieurs degrés de liberté. [10]

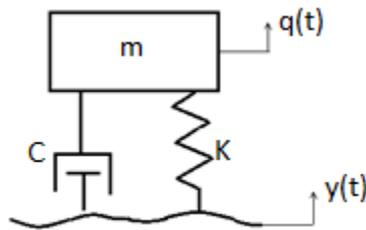


Figure 2.3 : modèle d'un quart de véhicule

Le modèle d'un quart de véhicule illustré dans la figure ci-dessus est constitué d'une masse suspendue représentant le quart de la masse de la caisse du véhicule, reliée au sol par une suspension.

On utilisant les équations de Lagrange lors de la détermination des équations de mouvement et on obtient :

$$m\ddot{q} + c\dot{q} + kq = ky(t) \quad (2-13)$$

Le système de suspension est caractérisé par un ressort et amortisseur sert à empêcher les vibrations induit par la chaussée d'arriver à la carrosserie $y(t)$ est une fonction quelconque représente l'irrégularité du profile de la chaussée.

7.2- Modèle à plusieurs degrés de liberté :

7.2.1- Modèle d'un quart de véhicule à 2 ddl :

Les modèles a plusieurs degré de liberté sont généralement composés de masses discrètes, ressorts et amortisseurs, la carrosserie du véhicule et les essieux sont modélisés comme des éléments rigides, le système de suspension situe entre la carrosserie du véhicule et les essieux réduit les vibrations induite par la chaussée et les empêche d'arriver à la carrosserie, donc elle représente la masse suspendue, tandis que les essieux du véhicule sont les masses non suspendues [3].

Pour les études des suspensions, le modèle le plus utilisé est le modèle quart de véhicule. C'est un modèle cité dans plusieurs travaux traitant l'étude des suspensions et la modélisation des véhicules.

Ce modèle est constitué d'une masse suspendue représentant le quart de la masse de la caisse du véhicule, reliée au sol par une suspension. Ces principales caractéristiques sont les suivants:

- d'être simple, à deux degrés de liberté (ddl) seulement,
- d'être utilisé en général pour l'étude de la suspension du véhicule,
- de ne comprendre que le mouvement vertical de la roue, du châssis et de la caisse du véhicule,
- de correspondre à la modélisation d'un véhicule équipé de quatre suspensions indépendantes,

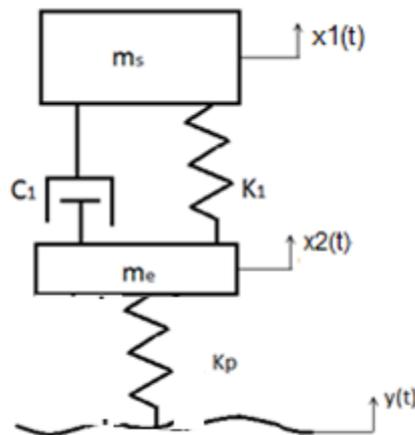


Figure 2.4 : modèle d'un quart de véhicule à 2 ddl

ms : représente la masse suspendue supposée égale au quart de la masse du châssis,

me : désigne la masse non suspendue supposée égale à la masse de l'essieu

K1 C1 : représentent le system de suspension

Kp : est la raideur du pneumatique.

Y(t) : dénote les déplacements verticaux.

Les équations de la dynamique sont obtenues en appliquant les équations de Lagrange.

a- Expression de l'énergie cinétique :

$$E_{c1} = \frac{1}{2} m_s \dot{x}_1^2$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2} m_e \dot{x}_2^2$$

D'où l'énergie cinétique totale :

$$E_c = E_{c1} + E_{c2}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m_s \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_e \dot{x}_2^2 \quad (2-14a)$$

a.1- Dérivé partielle de l'énergie cinétique :

$$\frac{\partial E_c}{\partial q_i} = 0 \quad (2-14b)$$

a.2- Dérivées par rapport aux vitesses généralisées :

$$\begin{aligned}\frac{\partial Ec}{\partial \dot{q}_s} &= m_s \dot{x}_s \\ \frac{\partial Ec}{\partial \dot{\theta}} &= m_s \dot{x}_e\end{aligned}\quad (2-14c)$$

a.3-Dérivées par rapport au temps

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial Ec}{\partial \dot{x}_s}\right) &= m_s \ddot{x}_s \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial Ec}{\partial \dot{x}_e}\right) &= m_e \ddot{x}_e\end{aligned}\quad (2-14d)$$

b- Expression de l'énergie potentielle

$$\begin{aligned}E_{p1} &= \frac{1}{2} K_1 (x_1 - x_2)^2 \\ E_{p2} &= \frac{1}{2} K_p (x_2 - y)^2 \\ E_p &= E_{p1} + E_{p2}\end{aligned}\quad (2-15a)$$

b.1-Dérivées par rapport aux vitesses :

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_p}{\partial \dot{x}_1} &= K_1 (x_1 - x_2) \\ \frac{\partial E_p}{\partial \dot{x}_2} &= K_p (x_2 - y)\end{aligned}\quad (2-15b)$$

c- Fonction de dissipation

$$D1 = \frac{1}{2} C_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2)^2 \quad (2-16a)$$

c.1- Les dérivés partiels de la fonction de dissipation :

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_s} = C_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \quad (2-16b)$$

Substituons les expressions des énergies du système dans l'équation de Lagrange (2-4) Nous obtenons le système d'équations différentielles qui décrivent le mouvement

$$m_s \ddot{x}_1 + c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1 (x_1 - x_2) = 0 \quad (2-17a)$$

$$m_e \ddot{x}_2 + c_1 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_1 (x_2 - x_1) + k_p x_2 = k_p y(t) \quad (2-17b)$$

Les équations (2-17a) (2-17b) Peuvent être écrites sous forme matricielle :

$$[M] [\ddot{q}] + [C] [\dot{q}] + [K] [q] = [P] \quad (2-17c)$$

Eléments de matrice de masse :

$$M = \begin{pmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_e \end{pmatrix}$$

Eléments de matrice de rigidité :

$$k = \begin{pmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 + k_p \end{pmatrix}$$

Eléments de matrice d'amortissement :

$$C = \begin{pmatrix} c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1 \end{pmatrix}$$

Force d'interaction entre essieu et la chaussée

$$Y = \begin{Bmatrix} 0 \\ k_p y(t) \end{Bmatrix}$$

7.2.2- Modèle de demi-véhicule à 4 ddl :

7.2.2.1- Modèle demi-véhicule

Contrairement au modèle d'un quart de véhicule qui ne considère que les mouvements verticaux, les modèles de demi-véhicule incluent également les mouvements de roulis ou de tangage du châssis et de l'essieu. Par ce fait dérive deux types de demi-véhicule. Le premier est le modèle de demi véhicule latérale, c'est un système symétrique à quatre degrés de liberté. Il représente soit la vue de coupe de la suspension avant soit de l'arrière et il considère que le véhicule subit des perturbations à droite identiques à celles subies à gauche. Le second cas est nommé modèle de demi véhicule longitudinal. Comme son nom l'indique, il représente une demi vue en longueur du véhicule, utilisé pour les études liées au phénomène de tangage, le comportement des suspensions avant dans ce cas est différent de celui de l'arrière. La figure schématise le modèle de demi-véhicule [11].

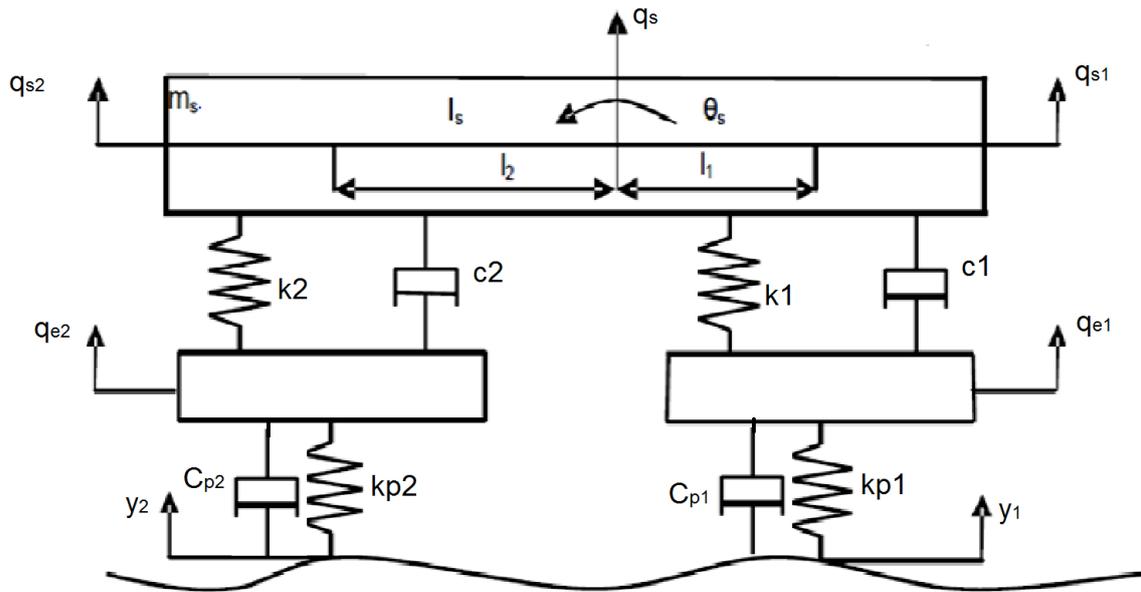


Figure 2.5: modèle de demi-véhicule longitudinal

Dans le but de réduire la complexité du système tout en conservant un certain réalisme et une certaine efficacité; des simplifications liées à la dynamique du véhicule et à son environnement ont été faites :

- La caisse et les roues sont considérées comme des corps rigides,
- Le contact au niveau du pneumatique/chaussée est supposé ponctuel,
- En pratique l'angle de tangage est petit, nous faisons l'hypothèse des petits angles $\cos\theta=1$, $\sin\theta=\theta$.
- Les forces aérodynamiques sont négligées.

7.2.2.2- Équations du mouvement de la caisse :

Les variables dynamiques qui définissent le mouvement de la caisse sont représentées par le vecteur d'état généralisé q :

$$q = [q_s, \theta_s, q_{e1}, q_{e2}]^t$$

q_s = mouvement de translation de la masse suspendue (caisse)

q_{e1}, q_{e2} = mouvement de translation de la masse non suspendue (essieux AV, AR)

θ = angle de tangage de la caisse

Les équations de la dynamique sont obtenues en appliquant les équations de Lagrange.

a- Expression de l'énergie cinétique :

$$E_{c1} = \frac{1}{2} m_s \dot{q}_s^2$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2} J_s \dot{\theta}_s^2$$

$$E_{c3} = \frac{1}{2} m_{e1} \dot{q}_{e1}^2$$

$$E_{c4} = \frac{1}{2} m_{e2} \dot{q}_{e2}^2$$

D'où l'énergie cinétique totale :

$$E_c = E_{c1} + E_{c2} + E_{c3} + E_{c4}$$

$$E_c = \frac{1}{2} [m_s \dot{q}_s^2 + J_s \dot{\theta}_s^2 + m_{e1} \dot{q}_{e1}^2 + m_{e2} \dot{q}_{e2}^2] \quad (2-18a)$$

a.1- Dérivé partielle de l'énergie cinétique :

$$\frac{\partial E_c}{\partial q_i} = 0 \quad (2-18b)$$

a.2- Dérivées par rapport aux vitesses généralisées :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_s} &= m_s \dot{q}_s \\ \frac{\partial E_c}{\partial \dot{\theta}} &= J_s \dot{\theta}_s \\ \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_{e1}} &= m_{e1} \dot{q}_{e1} \\ \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_{e2}} &= m_{e2} \dot{q}_{e2} \end{aligned} \right\} \quad (2-18c)$$

a.3- Dérivées par rapport au temps

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_s} \right) &= m_s \ddot{q}_s \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\theta}} \right) &= J_s \ddot{\theta}_s \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_{e1}} \right) &= m_{e1} \ddot{q}_{e1} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_{e2}} \right) &= m_{e2} \ddot{q}_{e2} \end{aligned} \right\} \quad (2-18d)$$

b- Expression de l'énergie potentielle

L'expression de l'énergie potentielle se détermine comme la somme des énergies Potentielles emmagasinées sur chaque élément élastique.

Energie potentielle emmagasinée dans la pneumatique avant

$$E_{p1} = \frac{1}{2} K_{p1} (q_{e1} - y_1)^2$$

Energie potentielle emmagasinée sans la pneumatique arrière

$$E_{p2} = \frac{1}{2} K_{p2} (q_{e2} - y_2)^2$$

Energie potentielle relative à la suspension avant

$$E_{p3} = \frac{1}{2} K_1 (q_s + l_1 \theta_s - q_{e1})^2$$

Energie potentielle relative à la suspension arrière

$$E_{p4} = \frac{1}{2} K_2 (q_s - l_2 \theta_s - q_{e2})^2$$

D'où l'énergie potentielle totale :

$$E = E_{p1} + E_{p2} + E_{p3} + E_{p4} \quad (2-19a)$$

b.1- Dérivées partielles de l'énergie potentielle :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_p}{\partial q_s} &= K_1 (q_s - q_{e1} + l_1 \theta_s) - K_2 (q_{e2} - q_s + l_2 \theta_s) \\ \frac{\partial E_p}{\partial \theta_s} &= K_1 l_1 (q_s - q_{e1} + l_1 \theta_s) + K_2 l_2 (q_{e2} - q_s + l_2 \theta_s) \\ \frac{\partial E_p}{\partial q_{e1}} &= K_{p1} (q_{e1} - y_1) - K_1 (q_s + l_1 \theta_s - q_{e1}) \\ \frac{\partial E_p}{\partial q_{e2}} &= K_{p2} (q_{e2} - y_2) + K_2 (q_{e2} - q_s + l_2 \theta_s) \end{aligned} \right\} (2-19b)$$

c. Les éléments de frottement visqueux sont disposés parallèlement aux éléments de rigidités.

$$D1 = \frac{1}{2} C_{p1} (\dot{q}_{e1} - \dot{y}_1)^2$$

$$D2 = \frac{1}{2} C_{p2} (\dot{q}_{e2} - \dot{y}_2)^2$$

$$D3 = \frac{1}{2} C_1 (\dot{q}_s + l_1 \dot{\theta} - \dot{q}_{e1})^2$$

$$D4 = \frac{1}{2} C_2 (\dot{q}_s - l_2 \dot{\theta} - \dot{q}_{e2})^2$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{D1} + \mathbf{D2} + \mathbf{D3} + \mathbf{D4}$$

$$D = \frac{1}{2} [C_1(\dot{q}_{e1} - \dot{y}_1)^2 + C_2(\dot{q}_{e2} - \dot{y}_2)^2 + C_{p1}(\dot{q}_S + l_1\dot{\theta} - \dot{q}_{e1})^2 + C_{p2}(\dot{q}_S - l_2\dot{\theta} - \dot{q}_{e2})^2] \quad (2-20a)$$

c.1- Les dérivés partiels de la fonction de dissipation :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial q_S} &= C_1(\dot{q}_S + l_1\dot{\theta} - \dot{q}_{e1}) + C_2(\dot{q}_S - l_2\dot{\theta} + \dot{q}_{e2}) \\ \frac{\partial D}{\partial \theta_S} &= C_1 l_1(\dot{q}_S + l_1\dot{\theta} - \dot{q}_{e1}) + C_2 l_2(\dot{q}_S - l_2\dot{\theta} + \dot{q}_{e2}) \\ \frac{\partial D}{\partial q_{e1}} &= C_{p1}(\dot{q}_{e1} - \dot{y}_1) - C_1(\dot{q}_S + l_1\dot{\theta} - \dot{q}_{e1}) \\ \frac{\partial D}{\partial q_{e2}} &= C_{p2}(\dot{q}_{e2} - \dot{y}_2) + C_2(\dot{q}_{e2} - \dot{q}_S + l_2\dot{\theta}) \end{aligned} \right\} \quad (2-20b)$$

Substituons les expressions (2-18d), (2-19b), (2-20b) dans les équations de LAGRANGE (2-4).

Nous obtenons le système d'équations différentielles qui décrivent le mouvement vibratoire du véhicule dans son plan vertical.

- 1- $m_s \ddot{q}_S + C_1(\dot{q}_S + l_1\dot{\theta} - \dot{q}_{e1}) + C_2(\dot{q}_S - l_2\dot{\theta} + \dot{q}_{e2}) + K_1(q_S - q_{e1} + l_1\theta_S) - K_2(q_{e2} - q_S + l_2\theta_S) = 0$
 - 2- $J_S \ddot{\theta}_S + C_1 l_1(\dot{q}_S + l_1\dot{\theta} - \dot{q}_{e1}) + C_2 l_2(\dot{q}_S - l_2\dot{\theta} + \dot{q}_{e2}) + K_1 l_1(q_S - q_{e1} + l_1\theta_S) + K_2 l_2(q_{e2} - q_S + l_2\theta_S) = 0$
 - 3- $m_{e1} \ddot{q}_{e1} + C_{p1}(\dot{q}_{e1}) - C_1(\dot{q}_S + l_1\dot{\theta} - \dot{q}_{e1}) + K_{p1}(q_{e1}) - K_1(q_S + l_1\theta_S - q_{e1}) = K_{p1}y_1 + C_{p1}\dot{y}_1$
 - 4- $m_{e2} \ddot{q}_{e2} + C_{p2}(\dot{q}_{e2}) + C_2(\dot{q}_{e2} - \dot{q}_S + l_2\dot{\theta}) + K_{p2}(q_{e2}) + K_2(q_{e2} - q_S + l_2\theta_S) = K_{p2}y_2 + C_{p2}\dot{y}_2$
- (2-21)**

7.2.2.3- Ecriture matricielle du système d'équation du mouvement oscillatoire

Le système d'équations ci-dessus peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$[M][\ddot{q}] + [C][\dot{q}] + [K][q] = [Y(t)] \quad (2-22)$$

Ou :

[M]: Matrice d'inertie.

[K]: Matrice des coefficients réduits de rigidité.

[C] : Matrice des coefficients réduits de frottements linéaires.

Elément de la matrice [M] :

$$[M] = \begin{pmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{pmatrix}$$

Elément de la matrice [C] :

$$[C] = \begin{pmatrix} C_1 + C_2 & l_1 C_1 - l_2 C_2 & -C_1 & -C_2 \\ l_1 C_1 - l_2 C_2 & l_1^2 C_1 - l_2^2 C_2 & -C_1 l_1 & l_2 C_2 \\ -C_1 & -l_1 C_1 & C_1 + C_{p1} & 0 \\ -C_2 & l_2 C_2 & 0 & C_2 + C_{p2} \end{pmatrix}$$

Elément de la matrice [K] :

$$[K] = \begin{pmatrix} K_1 + K_2 & l_1 K_1 - l_2 K_2 & -K_1 & -K_2 \\ l_1 K_1 - l_2 K_2 & l_1^2 K_1 - l_2^2 K_2 & -K_1 l_1 & l_2 K_2 \\ -K_1 & -l_1 K_1 & K_1 + K_{p1} & 0 \\ -K_2 & l_2 K_2 & 0 & K_2 + K_{p2} \end{pmatrix}$$

Chapitre III :

Analyse de quelques types de profils routiers.

- 1- Le revêtement routier**
- 2- Profil de la route**
- 3- Rugosité de la route**
- 4- Irrégularité de chaussée**
- 5- Classification des surfaces longitudinales**
- 6- Mesure du profil de la route**
- 7- Notion sur la décomposition en séries de Fourier des signaux périodiques**
- 8- Relation entre le profil de la chaussée et la vitesse de roulement du véhicule**
- 9- Expression analytique de quelque type de profile de route périodique**

1- Le revêtement routier :

Une chaussée comprend toujours une couche supérieure appelée revêtement routier constitué généralement par les éléments suivants : des gravillons, du sable, des particules de remplissage ou fillers, du liant (Asphalte ou le ciment).

On trouve une description sur les différents types de route et leurs composants, on résume certains d'entre eux tel qu'illustré par les figures ci-dessous. [7]



Figure 3.1a : Béton bitumineux



Figure 3.1b : Pavé en béton



Figure 3.1c : Pavé en pierres naturelles



Figure 3.1d : Asphalte dense

2- Profil de la route :

Le profil de la route est une tranche bidimensionnelle de la surface, pris le long d'une ligne imaginaire tel que représenté par la figure 2.12. Des profils pris le long d'une ligne latérale montrent la couronne de la conception des routes. Les profils longitudinaux montrent le grade de conception, de la rugosité et de la texture.

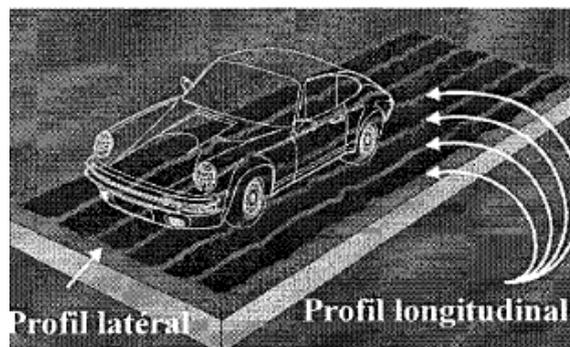


Figure 3.2 : tranche bidimensionnelle de la surface

Notons que la largeur de la ligne n'est pas standard, elle est habituellement définie par le type d'instrument utilisé. Par exemple, les mesures effectuées avec un système de laser peuvent couvrir une tranche très mince de la route, quelques millimètres d'épaisseur. Par contre, les mesures effectuées avec un système à ultrasons peuvent couvrir une tranche de quelques centimètres. L'effet de la largeur de profil n'est pas encore bien compris. Toutefois, il est plus difficile de répéter exactement une mesure de profil si la ligne du profil est très mince [4].

3- Rugosité de la route

Selon la norme ASTM E867, la rugosité veut dire: « Ensemble des déviations de la surface d'une chaussée par rapport à un plan et qui présente des caractéristiques dimensionnelles qui affectent le comportement des véhicules, le confort au roulement, le chargement dynamique de la chaussée et son drainage ». Elle est caractérisée par un signal aléatoire à large bande. Elle peut être décrite par ses données statistiques. Une représentation habituelle utilise la notion de la distribution de densité de puissance spectrale (PSD). La fréquence spatiale est donnée en termes de cycles/mètres qui est l'inverse de la longueur d'onde spatiale des ondulations. La distribution de la densité de puissance spectrale peut être soit obtenue expérimentalement, soit par transformée de Fourier rapide (FFT) du relevé de profil en fonction de la distance. Le relevé s'effectue expérimentalement par profilomètre à grande vitesse. On constate que pour toutes les routes, la courbe de la PSD diminue en fonction de la fréquence. [3].

4- L'irrégularité de la chaussée

L'irrégularité de la surface représente la source essentielle des vibrations, par définition, l'uni de la chaussée est un indicateur sur les variations du profil longitudinal de la chaussée par rapport à un profil fictif parfaitement uniforme. Autrement dit, l'uni est considéré comme l'ensemble des déviations d'une surface de chaussée par rapport à son profil longitudinal théorique [3].

Les caractéristiques dimensionnelles de l'uni affectent la qualité de roulement, le drainage, la dynamique du véhicule, les charges dynamique et l'amplitude des vibrations, l'uni des chaussées peut être caractérisé par sa longueur d'onde λ et son amplitude h (fig. 18)

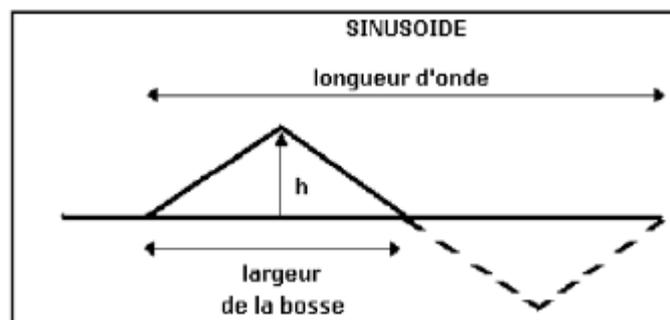


Figure 3.3 : caractéristiques de l'uni de chaussée

5- Classification des surfaces longitudinales :

L'association mondiale de la route (PIARC) a proposé quatre catégories pour classer la surface longitudinale des chaussées en fonction de l'amplitude et la longueur d'onde. Chacune de ces catégories a une influence spécifique sur l'interaction pneu-chaussée [5]

5.1- La microtexture :

A une longueur d'onde de 1µm à 5mm et une amplitude verticale inférieure à 0.2mm. La microtexture n'est généralement pas considérée comme une surface de nuisances routières

5.2- La macrotexture

À une longueur d'onde de 0.5mm à 50 mm et une amplitude verticale allant de 0.1mm à 20mm, elle induit le frottement en temps de pluie et influence d'une manière sensible le bruit.

5.3- La mégatexture

A une longueur d'onde de 50mm à 500mm et une amplitude verticale allant de 0.1mm à 50mm. Ce défaut de chaussée est généralement le résultat d'une mauvaise construction des tassements locaux ou d'une détérioration de surface, elle peut causer des vibrations pneumatiques, elle affecte également la qualité de roulement et peut produire une usure prématurée des suspensions des véhicules.

5.4- Irrégulière

Correspond à une longueur d'onde plus longue que la limite supérieure de la mégatexture (>500mm) .toute irrégularité de surface qui a une longueur d'onde dans cette gamme a un impact sur la qualité de roulement (PLARC, 1987). Selon Lombert (2001) l'irrégularité de chaussée, qui est considérée comme importante pour la dynamique du véhicule, est caractérisée par une longueur d'onde entre 0.5 et 50 mm [5]

catégorie	Longueur d'onde (mm)	Amplitude (mm)
Microtexture	$\lambda < 0.5\text{mm}$	$A < 0.2\text{mm}$
Macrotexture	$0.5 < \lambda < 50\text{mm}$	$0.1 < A < 20\text{mm}$
Mégatexture	$50 < \lambda < 500\text{mm}$	$0.1 < A < 50\text{mm}$
Irrégularité	$500 < \lambda$	

Le classement mentionné ci-dessus concerne la surface longitudinale de la chaussée, cependant, la surface de la chaussée peut présenter deux autres types :

La rugosité globale aléatoire et l'irrégularité locale spécifique, la rugosité globale aléatoire concerne toute la route, tandis que l'irrégularité locale se présente seulement à une distance limitée le long de la route. Pour un modèle 2D du véhicule, le profil longitudinal de l'irrégularité est représenté par sa déviation de son profil théorique, l'irrégularité globale peut aussi être décrite par une fonction de densité spectrale de puissance suivant la norme ISO8608 (1991). Cette approche n'est pas adaptée aux irrégularités locales ou périodiques.

5.5- Irrégularités locales

Les ralentisseurs de vitesse, les tranchées mal remplies et les joints de chaussée sont des exemples de l'irrégularité locale qui génère des vibrations. Selon le CERTU (centre d'études sur les réseaux, les transports, l'urbanisme et les constructions publiques) On distingue trois catégories de ralentisseurs [5] :

- **Coussin de vitesse avec une longueur de 2m dont deux rampes de 0.5m :**

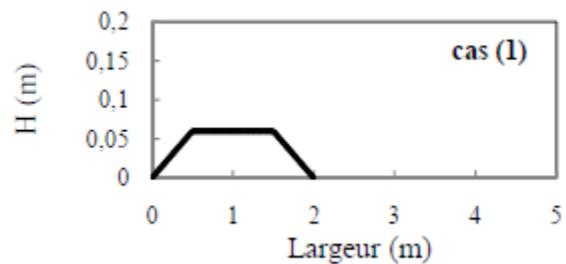


Figure 3.4a : ralentisseur de type coussin

- **Bosse de vitesse avec une forme sinusoïdale, une longueur de 0.5m et une hauteur de 5 cm**

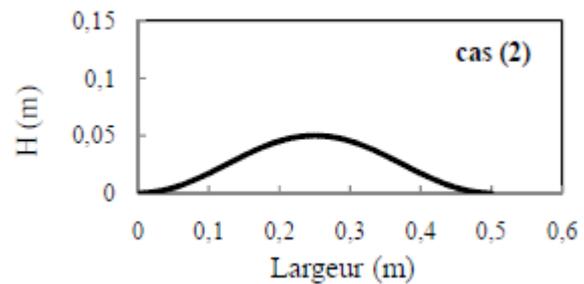


Figure 3.4b : ralentisseur de type Bosse de vitesse

- **Plateau trapézoïdal avec une partie plane de 3m de hauteur et deux rampes de 1m de longueur.**

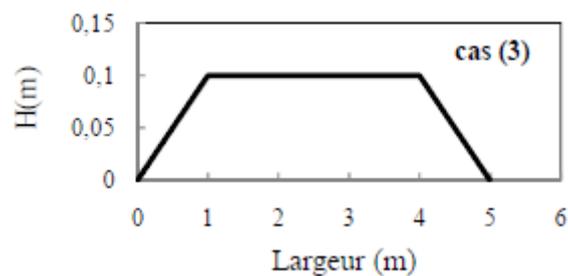


Figure 3.4c : ralentisseur de type plateau trapézoïdal

5.6- Rugosité globale aléatoire :

La rugosité globale de la surface de la route est un exemple typique d'un processus aléatoire, selon Gillespie 1981 la rugosité de la chaussée peut être décrite comme un processus aléatoire bidimensionnel en utilisant la densité spectrale de puissance DSP en fonction du nombre d'ondes ($Ky=2\pi/\lambda y$), par définition la densité spectrale de puissance d'une chaussée est une représentation statistique de l'importance des diverses longueurs d'onde de la rugosité de la chaussée.

En fait, la longueur d'onde est un facteur déterminant pour la représentation de la rugosité aléatoire. La rugosité à courte longueur d'onde induit des mécanismes à faible profondeur dans la chaussée, elle peut apparaître suite à des défauts de mise en place du revêtement ou à des dégradations de la fondation de la chaussée

Les rugosités à grande longueur d'onde sont associées à la déformation du sol de base. Les irrégularités périodiques ou discrètes telles que les nids-de-poule ou les joints sont mal décrites par la DSP

Sur la base de l'analyse d'un certain nombre de mesures effectuées sur diverses conditions de la surface de chaussée, Dodds & Robson (1973) et Sun (2003) ont représenté une série de fonctions DSP de la rugosité, ces fonctions sont obtenues en ajustant la DSP mesurée de la rugosité par la technique de régression, la forme générale du déplacement DSP de la surface de chaussée est donnée comme suit [2] :

$$\varphi(n) = \varphi(n_0) \left(\frac{n}{n_0}\right)^{-\alpha}$$

$n_0 = (0.1 \text{ cycles/m})$ est la fréquence spatiale de référence, α est un exposant de la pente de DSP, et (n) est la fréquence spatiale (cycles/m). La valeur de $\varphi(n_0)$ dépend du degré de rugosité (tableau -) cette classification est faite avec l'hypothèse d'une vitesse constante du véhicule et en prenant α égal à 2. Sur la base de cette spécification, la rugosité d'une chaussée dans le domaine temporel peut être simulée par l'application de la transformée inverse de Fourier sur la fonction DSP comme suit :

$$r_x = \sum_{k=1}^n \sqrt{2\varphi(n_k)\Delta n} \cos(2\pi n_k X + \theta_k)$$

6- Mesure du profil de la route

Une variété d'appareils est aujourd'hui disponible pour mesurer le profil de la route. Ils sont utilisés pour produire une série de données qui s'y rapportent d'une manière bien définie. [4]

6.1- méthode pour la mesure du profil de la chaussée:

Parmi les méthodes existantes pour la mesure du profil en long, nous citons l'APL (Analyseur de Profil en Long)

Le système APL (Analyseur de Profil en Long) permet la mesure en continu de l'uni longitudinal des chaussées routières et des pistes aéronautiques, et plus généralement de toute voie circulaire par des engins automobiles, quelles que soient la structure de la chaussée et la nature de son revêtement. L'analyse de ce profil permet d'en déduire les caractéristiques d'uni de la surface de la chaussée [4]



Figure 3.5: Analyseur de profil en long

La mesure s'effectue par l'intermédiaire d'une ou deux remorques APL tractées dans les traces normales de la circulation. Les défauts d'uni du profil sont traduits en signaux électriques.

Chacune de ces remorques est constituées par :

- un bras très rigide équipé d'une roue, type vélomoteur,
- un châssis lesté reposant sur le bras par un ressort et un amortisseur étudiés de manière à assurer un excellent contact de la roue sur la chaussée,
- un pendule inertiel basse fréquence servant de référence pseudo-horizontale.

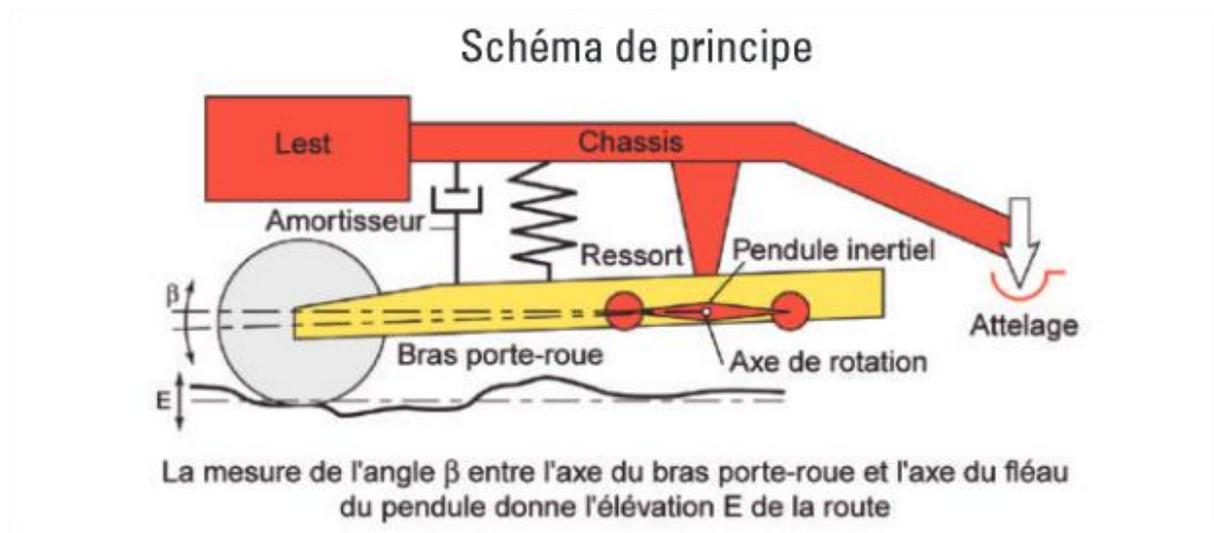


Figure 3.6 : schéma de principe d'analyse de profil en long

Le résultat de la mesure conduit au relevé du profil en long de la chaussée, dans une ou deux traces situées généralement dans les bandes de roulement des voies de circulation du trafic. Le système, comportant une ou deux remorques est piloté et géré par une électronique d'acquisition spécialisée embarquée à bord du véhicule tracteur. Elle produit les fichiers des valeurs numériques des amplitudes des dénivellations des profils relevés avec un pas longitudinal de 0.05 m.

Les longueurs d'onde contenues dans le profil relevé par APL dépendent de la vitesse de mesure.

A la vitesse nominale de 72 km/h, APL relève sans distorsion ni atténuation les ondes de longueurs comprises entre 0.7 m et 50 m

7- Notion sur la décomposition en séries de Fourier des signaux périodiques :

Une fonction périodique $f(t)$ de période T peut, sous certaines conditions mathématiques qui seront toujours réalisées dans la pratique en physique, se décomposer en une somme de fonctions sinusoïdales de la forme : (décomposition en séries de Fourier) [6]

$$f(t) = f(t+T)$$

$$f(t) = a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} [a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t]$$

Les coefficients a_0 , a_n et b_n et sont indépendants du temps et sont donnés par les intégrales suivantes :

$$a_0 = \frac{1}{T} \int f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int f(t) \cos n\omega_0 t dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int f(t) \sin n\omega_0 t dt$$

Avec T = la période du signal
 ω_0 = pulsation propre ou naturelle
 n = nombre d'ondes

8- La relation entre le profil de la chaussée et la vitesse du véhicule :

La longueur d'onde est une grandeur physique homogène à une longueur, caractéristique d'une onde monochromatique dans un milieu homogène, définie comme la distance séparant deux maxima consécutifs de l'amplitude .

La longueur d'onde dépend de la célérité ou vitesse de propagation de l'onde dans le milieu qu'elle traverse. Lorsque l'onde passe d'un milieu à un autre, dans lequel sa célérité est différente, sa fréquence reste inchangée, mais sa longueur d'onde varie

$$\lambda = \frac{c}{f_0} \quad \left\{ \begin{array}{l} c = \text{la célérité (m/s)} \\ f = \text{la fréquence propre (s}^{-1}\text{)} \end{array} \right.$$

vitesse de propagation :

La vitesse de propagation d'une onde correspond à la vitesse de translation de son profil. Pour une onde harmonique monochromatique, elle est liée à sa longueur d'onde λ , à sa fréquence f et à sa période T par les égalités suivantes :

$$\lambda = \frac{c}{f} = c T_0$$

Avec c : la célérité ou vitesse de propagation.

$$v = \frac{\lambda}{T_0} = \lambda \cdot f \quad (1)$$

Dans l'interaction chaussée-véhicule, la vitesse de propagation d'onde égale à la vitesse du véhicule et on obtient :

$$v = v_{propagation} = v_{véhicule} = \frac{\lambda}{T}$$

On déduit la période d'excitation reçue par le véhicule :

$$T = \frac{\lambda}{v}$$

Et la pulsation d'excitation :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{\lambda} v$$

$$\omega = \frac{2\pi}{c T_0} v$$

Remarque : la longueur d'onde λ la distance séparant deux maximums consécutifs de l'amplitude, pour les signaux périodiques la célérité $c = 1$.

La pulsation d'excitation devient :

$$\omega = \frac{2\pi}{T_0} v = \omega_0 v$$

9- Analyse de quelques types de profil de route :

9.1- Chaussée recouverte de pavé en pierre :

Dans les villes, la chaussée peut être recouverte de pavés en pierre, généralement du granit. Celle-ci est parfois recouverte d'enrobé bitumineux.

Pour les chaussées recouvertes par le pavé, les conducteurs doivent limiter la vitesse pour des raisons de sécurité et de confort aussi.

La forme du pavé provoque des vibrations sur le véhicule qui influe selon son amplitude et la longueur d'onde.

Pour une amplitude et longueur d'onde quelconque, on peut décrire l'expression analytique de chaussée en pavé en utilisant les séries de décompositions de fourrier :

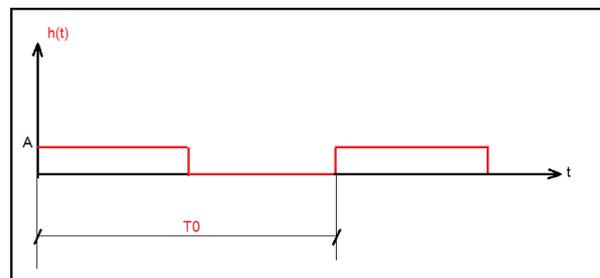


Figure 3.7 : chaussée recouverte en pavé

$$y(t) = \begin{cases} A & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{T_0}{2} \\ 0 & \text{si } \frac{T_0}{2} \leq t \leq T_0 \end{cases}$$

$$\omega_0 = \text{la pulsation propre} = \frac{2\pi}{T_0}$$

$n =$ nombre de cycles (on prend $n=5$)

$$h(t) = h(t+T_0) = a_0 + \sum_i^\infty [a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t]$$

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int f(t) dt = \frac{A}{2}$$

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int f(t) \cos n\omega_0 t dt = \{0, 0, 0, 0, 0\}$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int f(t) \sin n\omega_0 t dt = \left\{ \frac{2A}{\pi}, 0, \frac{2A}{3\pi}, 0, \frac{2A}{5\pi} \right\}$$

$$h(t) = \frac{A}{2} + \frac{2A}{\pi} \left(\sin \omega_0 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_0 t \right)$$

L'équation $y(t)$ représente l'expression analytique qui décrit le profil d'une chaussée en pavé, l'irrégularité du profil joue le rôle d'une excitation appliquée sur les véhicules et provoque des vibrations qui dépendent de l'amplitude, la longueur d'onde ainsi que la vitesse du véhicule.

Les sollicitations provenant de la route et des propriétés élastiques des pneus qui agissent sur le véhicule sont ceux dues au contact ralentisseur-essieux avant et arrière et représentés analytiquement par

$$y(t) = \frac{A}{2} + \frac{2A}{\pi} \left(\sin \omega_0 vt + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 vt + \frac{1}{5} \sin 5\omega_0 vt \right)$$

9.2- Profil de chaussée avec une irrégularité sinusoïdale :

Classe mégatextue :

À une longueur d'onde de 50mm à 500mm et une amplitude verticale allant de 0.1mm à 50mm

On prend l'Amplitude maximal, une fois avec la longueur d'onde moyenne et d'autre fois avec la longueur maximale de cette catégorie

L'expression analytique de ce type de profile est donné comme suite :

$$h(t) = A \sin(\omega_0 t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right)$$

$A =$ l'amplitude

$\omega_0 =$ La pulsation propre du profile

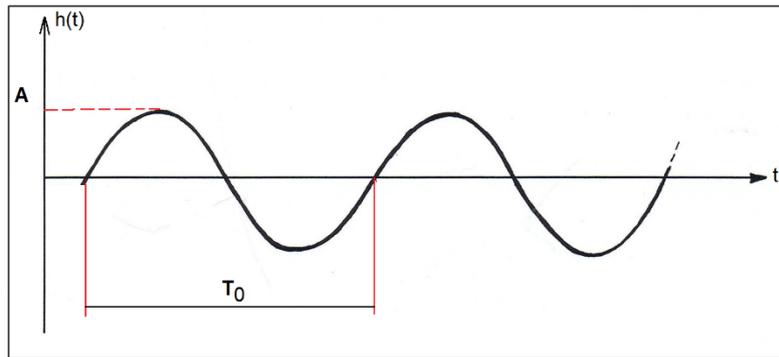


Figure 3.8 : profil sinusoidale

La combinaison entre le profil de la route et la vitesse du véhicule résulte Les Sollicitations provenant de la route, son expression est défini comme suite

$$y(t) = A \sin \left(\frac{2\pi}{T_0} vt \right)$$

9.3- Profile de chaussée avec une irrégularité triangulaire :

On considère le signal triangulaire donné ci-dessous représente le profil d'une route de compagne avec une Irrégularité globale dont l'amplitude égale aux dimensions des petits graviers et longueur d'onde très petite

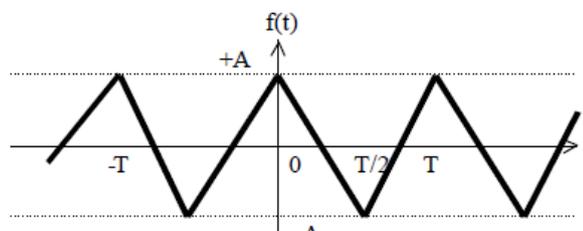


Figure 3.9 : irrégularité triangulaire

(La fonction h(t) est paire). La décomposition en séries de Fourier

S'écrit alors :

$$h(t) = \frac{8A}{\pi^2} \left(\cos \frac{2\pi}{T_0} t + \frac{1}{3^2} \cos 3 \frac{2\pi}{T_0} t + \frac{1}{5^2} \cos 5 \frac{2\pi}{T_0} t \right)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$h(t) = \frac{8A}{\pi^2} \left(\cos \omega_0 t + \frac{1}{3^2} \cos 3 \omega_0 t + \frac{1}{5^2} \cos 5 \omega_0 t \right)$$

Après l'inclusion de la vitesse du véhicule, la pulsation devient :

$$\omega = \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} v$$

$$y(t) = \frac{8A}{\pi^2} \left(\cos \omega t + \frac{1}{3^2} \cos 3\omega t + \frac{1}{5^2} \cos 5\omega t \right)$$

9.4- Irrégularité local :

Rencontre d'un ralentisseur de type dos-d'âne

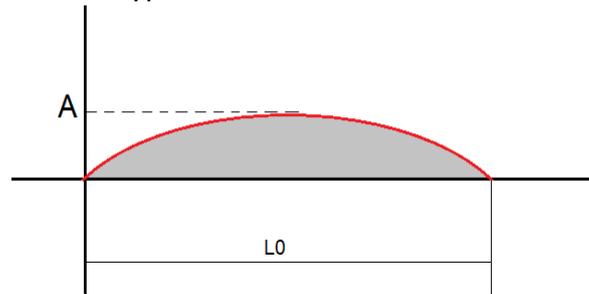


Figure 3.10 : obstacle de type dos-d'âne

L'expression analytique qui décrit un ralentisseur de type dos-d'âne :

$$h(t) = h_0 \sin \frac{\pi}{L_0} t$$

La sollicitation provenant de la route dépend de la vitesse du véhicule et elle est définie comme suite :

$$y(t) = h_0 \sin \frac{\pi}{L_0} v t$$

Chapitre *IV* :

Simulation d'un système profil-véhicule

- 1- Modèle d'un demi-véhicule**
- 2- Modèle d'un quart de véhicule (2 ddls)**
- 3- Notion de fonction de transfert**
- 4- Modèle SIMULINK Matlab du système**
- 5- Résultat graphique et discussion**

1- Modèle d'un demi-véhicule

On se place dans le cadre des équations classiques de la dynamique des structures linéaire (figure 2.5)

$$[M] [\ddot{x}] + [C] [\dot{x}] + [K] [x] = [Y] \quad (2-22)$$

1.1- Caractéristiques technique du système : [3]

K1=25000 N/m	C1=8150 N.s/m	Ms=900kg	L1=1.00m
K2=21739 N/m	C2=7080 N.s/m	Js=2000 kg.m²	L2=1.15m
Kp1=800000N/m	CP1=5500 N.s/m	me1=55 kg	L=L1+L2=2.15m
Kp2=800000N/m	CP2=5000 N.s/m	Me2=55 kg	

1.2- Les valeurs propres (les fréquences propres) :

La fréquence propre d'un système est la fréquence à laquelle oscille ce système lorsqu'il est en évolution libre, c'est-à-dire sans force excitatrice extérieure ni forces dissipatives (frottements ou résistances par exemple). Cette notion est fondamentale pour comprendre les phénomènes d'excitation, d'oscillation et de résonance.

Pour calculer les fréquences propres (naturelles) d'un système vibratoire, il suffit de trouver les racines de

$$\det([K]-\lambda[M])=0 \quad (4-1)$$

Dont les racines $\lambda_i = \omega_i^2$ [13]

Les racines λ_i qui vérifient $\det([K]-\lambda[M])=0$ sont :

$$\lambda=10^4 \begin{pmatrix} 0.0026 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0050 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.4942 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.5001 \end{pmatrix}$$

Les pulsations propres (naturelles) :

$$\omega_i = \sqrt{\lambda_i} \text{ (rad/s)}$$

$$\omega = \begin{pmatrix} 1.6125 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.2361 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 38.6549 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 38.7311 \end{pmatrix}$$

1.3- Le mode propre (φ) (la déformé modale) :

Il correspond à la forme de vibration associée à une fréquence propre donnée.

La matrice modale constituée de vecteurs propres chacun associé à une valeur propres pré calculer tel que :

$$(K - \lambda_i M)\varphi_i = 0 \quad (4-2)$$

Valeurs propre λ_i	Vecteur propre associé
λ_1	$\varphi_1 = 10^{-3}[-0.1, -22.4, -0.7, 1.7]$
λ_2	$\varphi_2 = 10^{-3}[33.3, -0.1, 1, 0.9]$
λ_3	$\varphi_3 = 10^{-3}[0.2, -0.1, 0.8, -134.8]$
λ_4	$\varphi_4 = 10^{-3}[0.3, 0.1, -134.8, -0.8]$

La matrice des vecteurs propres (modale) s'écrit :

$$\Phi = [\varphi_i] = [\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \varphi_4] = 10^{-3} \begin{pmatrix} -0.1 & 3.3 & 0.2 & 0.3 \\ -22.4 & -0.1 & -0.1 & 0.1 \\ -0.7 & 1 & 0.8 & -134.8 \\ 1.7 & 0.9 & -134.8 & -0.8 \end{pmatrix}$$

1.4- Matrice d'inertie et de rigidité dans la base modale :

Dans le cas d'un système conservatif ($C=0$), la matrice modale $[\varphi]$ découple les équations de mouvement par diagonalisation de $[M]$ et $[K]$ (projection dans la base modale).

La matrice de rigidité K et de masse M seront diagonalisées dans la base modale comme suite:

$$K = 10^5 \begin{pmatrix} 0.4674 & 0 & -0.2500 & -0.2174 \\ 0 & 0.5375 & -0.2500 & 0.2500 \\ -0.2500 & -0.2500 & 8.2500 & 0 \\ -0.2174 & 0.2500 & 0 & 8.2174 \end{pmatrix}$$

$$K_m = [\Phi]^T [K] [\Phi]:$$

$$K_m = 10^4 \begin{pmatrix} 0.0026 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0050 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.4942 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.5001 \end{pmatrix} \quad (4-3)$$

$$M_m = \Phi^T M \Phi = I$$

$$M_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4-4)$$

Dans les systèmes amortis (dissipatifs) la matrice $[\varphi]$ ne diagonalise pas la matrice d'amortissement $[C]$ en général à cause de la complexité de l'amortissement qui peut se présenter suivant différentes forme :

- Visqueux
- Structural
- Coulomb
-

Conséquence : le système d'équations du système ne peut pas être diagonalisé

1.5- Diagonalisation de la matrice d'amortissement

1.5.1- Hypothèse de Basile-Modèle de Rayleigh :

On se donne a priori la structure de la matrice d'amortissement sous la forme d'une combinaison linéaire de la matrice de masse et de la matrice de raideur. On parlera alors de l'hypothèse de Basile [16] :

$$C = \alpha K + \beta M \quad (4-5)$$

De ce fait, nous pouvons conserver la propriété d'orthogonalité de la matrice d'amortissements par rapport aux modes. Cette propriété est fondamentale car elle permet d'utiliser l'analyse modale comme base de la réponse.

En déduit l'écriture de l'amortissement:

$$\xi = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta \omega_i \right) \quad (4-6)$$

La figure suivante nous montre cette évolution. Dans le cas où on veut deux points cibles P1 (ω_1, ξ_1) et P2 (ω_2, ξ_2) alors les solutions qui font passer la loi D'amortissement ci-dessus sont: [16]

$$\alpha = -\frac{2(-\xi_2 \omega_1^2 \omega_2 + \xi_1 \omega_2^2 \omega_1)}{\omega_1^2 - \omega_2^2}; \quad \beta = -\frac{2(-\xi_1 \omega_1 + \xi_2 \omega_2)}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \quad (4-7)$$

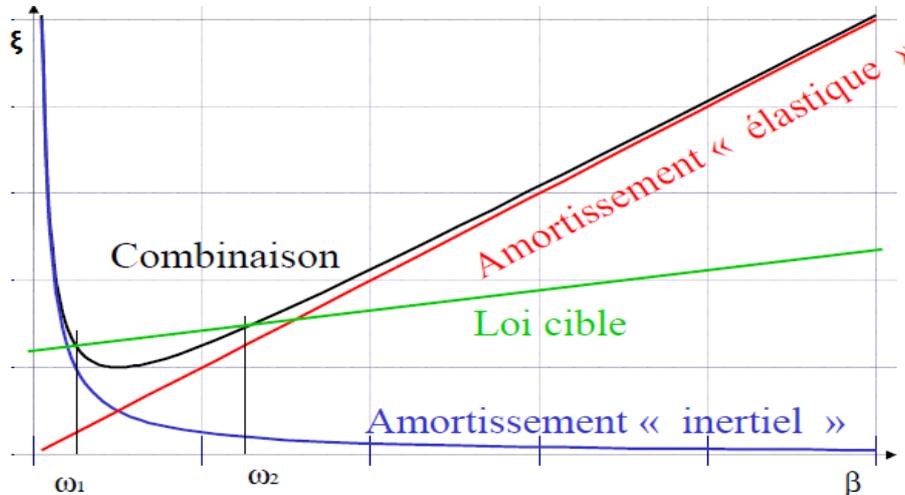


Figure 4.1 : diagramme de Rayleigh

1.5-2- détermination de la matrice d'amortissement :

On utilise l'hypothèse de Basile pour déterminer les facteurs d'amortissement ξ_i :

$$2 \xi \omega_0 = \text{diag} \left(\frac{\phi^T C \phi}{\phi^T M \phi} \right) \quad (4-8)$$

$$\xi = \text{diag}\left(\frac{\phi^T C \phi}{\phi^T M \phi}\right) \frac{1}{2\omega_0} \quad (4-9)$$

$$\xi = \begin{pmatrix} 0.8094 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.1247 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9011 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0163 \end{pmatrix}$$

$$\alpha = -\frac{2(-\xi_2 \omega_1^2 \omega_2 + \xi_1 \omega_2^2 \omega_1)}{\omega_1^2 - \omega_2^2} = 7.8527$$

$$\beta = -\frac{2(-\xi_1 \omega_1 + \xi_2 \omega_2)}{\omega_1^2 - \omega_2^2} = 0.0161$$

$$C = \alpha K + \beta M = 10^4 \begin{pmatrix} 0.7819 & 0 & -0.0402 & -0.0349 \\ 0 & 1.6569 & -0.0402 & 0.0402 \\ -0.0402 & -0.0402 & 1.3692 & 0 \\ -0.0349 & 0.0402 & 0 & 1.3639 \end{pmatrix}$$

On a alors $[\phi]^T [C] [\phi] = [C_{ii}]$ la matrice diagonale des amortissements modaux.

$$C_m = \begin{pmatrix} 8.2724 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8.6635 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 248.0061 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 248.9624 \end{pmatrix} \quad (4-10)$$

L'équation du système dans la base modale d'écrit :

$$[M_m]\{\ddot{q}\} + [C_m]\{\dot{q}\} + [K_m]\{q\} = P$$

$q(t)$ représente la réponse du système dans la base modale tel que :

$$q(t) = [\phi]\{x(t)\}$$

$$\text{Et } Y = [\phi]\{Y(t)\}$$

L'équation dynamique est alors réduite à 4 équations différentielles indépendantes dans la base des modes propres.

Pour les études l'impact de la tenue de la route sur le comportement dynamique du véhicule, le modèle le plus utilisé est le modèle quart de véhicule. C'est un modèle cité dans plusieurs travaux traitant ce genre d'étude.

2- Simulation d'un modèle d'un quart de véhicule :

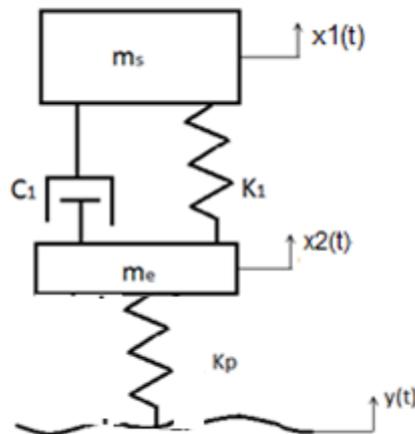


Figure 4.2 : model de suspension à 2 ddl

2.1- Caractéristiques techniques du modèle [12]:

$m_s=2500$ kg
 $m_e=200$ kg
 $k_1=80000$ N/m
 $k_p=500000$ N/m
 $c_1=2500$ N.s/m

2.2- Equation de mouvement et fréquences propres du système :

- Les équations de mouvement s'écrivent (**chap. II**):

$$\ddot{x}_1 + 2\xi_1\omega_{0_1}\dot{x}_1 + \omega_{0_1}^2 x_1 = \frac{1}{m_s}(c_1\dot{x}_2 + k_1x_2)$$

$$\ddot{x}_2 + 2\xi_2\omega_{0_2}\dot{x}_2 + \omega_{0_2}^2 x_2 = \frac{1}{m_e}(c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 + k_p y(t))$$

On pose :

$$P1 = \frac{1}{m_s}(c_1\dot{x}_2 + k_1x_2)$$

$$P2 = \frac{1}{m_e}(c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 + k_p y(t))$$

$$\ddot{x}_1 + 2\xi_1\omega_{0_1}\dot{x}_1 + \omega_{0_1}^2 x_1 = P1(t)$$

$$\ddot{x}_2 + 2\xi_2\omega_{0_2}\dot{x}_2 + \omega_{0_2}^2 x_2 = P2(t) \quad (4-11)$$

- Les fréquences propres du système :

Le système contient deux fréquences propres associées à chaque masse :

Pour la masse suspendu (m1) la fréquence propre ω_{0_1} :

$$\omega_{0_1} = \sqrt{\frac{k_1}{m_s}} = \sqrt{\frac{80000}{2500}} = 5.65 \text{ rad/s} \quad (4-12)$$

Pour la masse non suspendu (me) la fréquence propre ω_{0_2} :

$$\omega_{0_2} = \sqrt{\frac{k_1 + k_p}{m_e}} = \sqrt{\frac{80000 + 500000}{200}} = 53.85 \text{ rad/s} \quad (4-13)$$

3- Notion de fonction de transfert:

Par définition, la fonction de transfert ou fonction de réponse en fréquence (FEF) est le rapport de $\frac{|x(t)|}{|P(t)|}$ et $|x(t)|$ représente l'amplitude de la réponse [9] tel que :

$$|x(t)| = \frac{|P(t)|}{\sqrt{(\omega_{0_i}^2 - \omega^2)^2 + (2 \xi_i \omega_{0_i} \omega)^2}}$$

$$H(\omega) = \frac{|x(t)|}{|P(t)|} = \frac{1}{\sqrt{(\omega_{0_i}^2 - \omega^2)^2 + (2 \xi_i \omega_{0_i} \omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(k_i - m_i \omega^2)^2 + (C_i \omega)^2}} \quad (4-14)$$

Le trace du graphe $H(\omega)$ donne des indications assez précis sur les caractéristiques du système

- influence de la rigidité sur le comportement du système :

$$\omega = 0 \longrightarrow H(\omega) = \frac{1}{k_i}$$

- influence de l'amortissement sur le comportement du système

$$\omega = \omega_{0_i} \longrightarrow H(\omega) = \frac{1}{\omega_{0_i} c_i} \text{ (phénomène de résonance)}$$

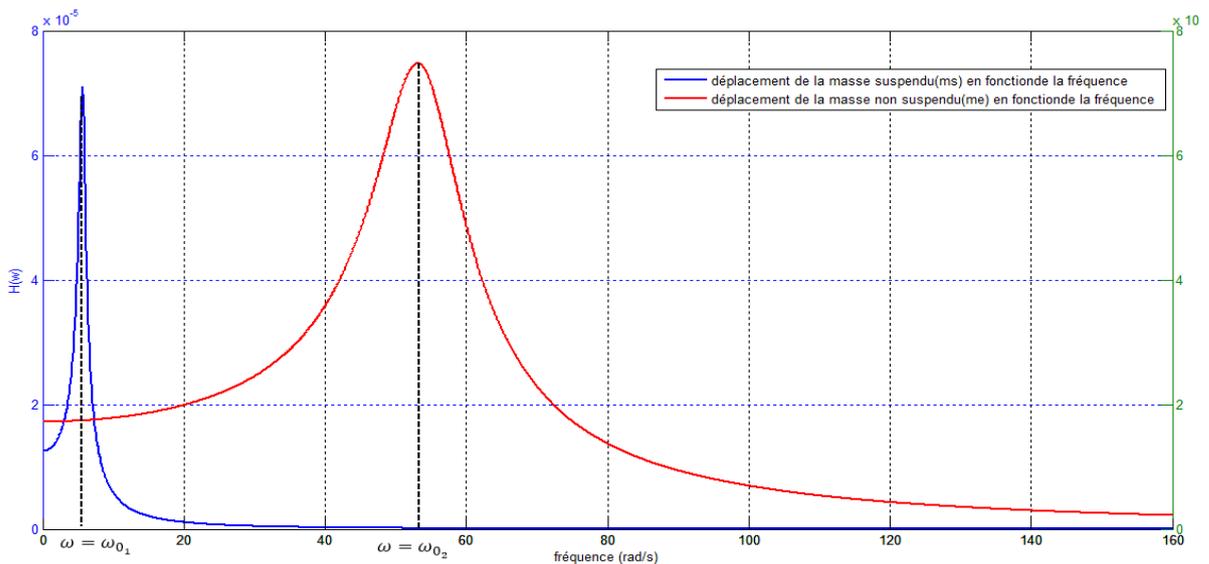


Figure 4.3 : courbe de la fonction de transfert en fonction de la fréquence (rad/s)

4- Résolution du système :

4.1- Méthode théorique :

Equation de mouvement de système d'un quart de véhicule

$$\begin{aligned} m_s \ddot{x}_s + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1(x_1 - x_2) &= 0 \\ m_e \ddot{x}_2 + c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_1(x_2 - x_1) + k_p x_2 &= k_p y(t) \end{aligned} \quad (4-15)$$

On considère que le profil de chaussée $y(t)$ harmonique :

$$y(t) = y e^{i\omega t} \quad (4-16)$$

On pose : $P = k_p y(t) = k_p y e^{i\omega t}$

Où ω représente la fréquence du profil.

On peut écrire la réponse $x_j(t)$ du système

$$\begin{aligned} x_j(t) &= x_j e^{i\omega t} \\ \dot{x}_j(t) &= i\omega x_j e^{i\omega t} = i\omega x_j(t) \\ \ddot{x}_j(t) &= -\omega^2 x_j e^{i\omega t} = -\omega^2 x_j(t) \end{aligned} \quad (4-17)$$

Où x_1 et x_2 sont en général des quantités complexes dépendent de ω et les paramètres du système.

Substituent les équations (4-17) dans (4-15) et en obtient :

$$\begin{pmatrix} k_1 - m_1 \omega^2 + i\omega c_1 & -(k_1 + \omega c_1) \\ -(k_1 + \omega c_1) & k_1 + k_p - m_2 \omega^2 + i\omega c_1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ k_p y(t) \end{Bmatrix} \quad (4-18)$$

On définit le terme impédance mécanique par :

$$Z_{rs} = k_{rs} - m_{rs} \omega^2 + i\omega c_{rs} \quad r, s = 1, 2$$

On peut écrire la première équation (4-18) comme :

$$[Z(i\omega)]\{x(t)\} = \{F\} \quad (4-19)$$

$$[Z(i\omega)] = \begin{pmatrix} k_1 - m_1 \omega^2 + i\omega c_1 & -(k_1 + i\omega c_1) \\ -(k_1 + i\omega c_1) & k_1 + k_p - m_2 \omega^2 + i\omega c_1 \end{pmatrix} = \text{matrice d'impédance}$$

On peut résoudre de l'équation (4-19) et on obtient :

$$\{x(t)\} = [Z(i\omega)]^{-1} \{F\}$$

$$[Z(i\omega)] = \begin{pmatrix} z_1 & z_2 \\ z_3 & z_4 \end{pmatrix}$$

$$[Z(i\omega)]^{-1} = \frac{1}{z_1 z_4 - z_2^2} \begin{pmatrix} z_4 & -z_2 \\ -z_2 & z_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \frac{1}{z_1 z_4 - z_2^2} \begin{pmatrix} z_4 & -z_2 \\ -z_2 & z_1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ k_p y(t) \end{Bmatrix} \quad (4-20)$$

La méthode ci-dessus permet de calculer les réponses permanentes de notre système sous la forme de :

$$x_j(t) = A e^{i\omega t}$$

6.3.2- Méthode numérique :

Modèle de simulation d'un système à 2 degrés de liberté par « Simulink Matlab »

Pour avoir des résultats plus précis On utilise un model Simulink avec logiciel MATLAB qui utilise des fonctions mathématiques préprogrammées dans sa base de données (intégration, dérivation, trace des courbe.....) pour tracer la courbe de réponse $x(t)$ pour différentes types de profils.

Description du bloc de calcul :

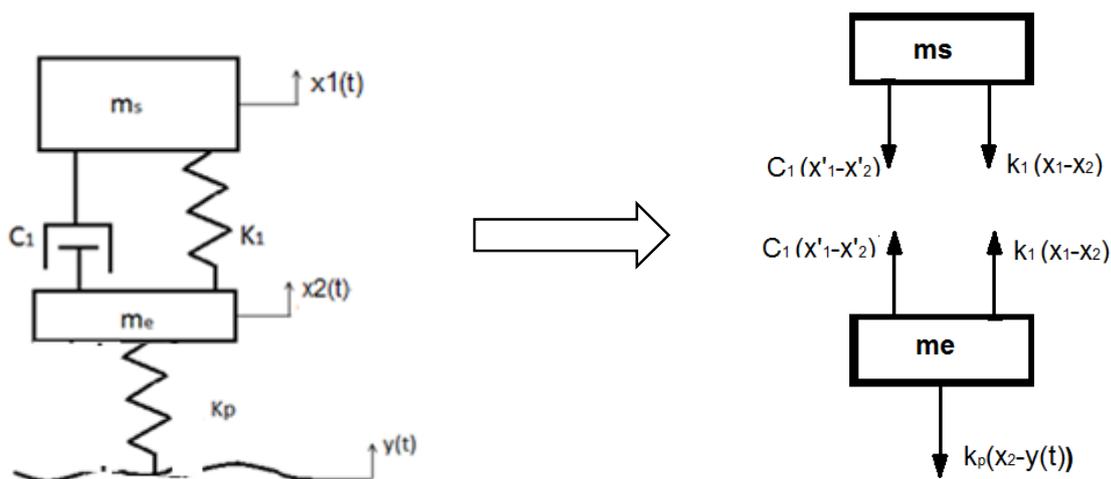


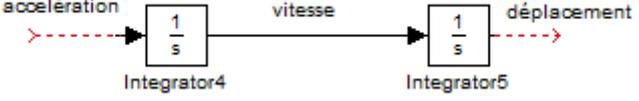
Figure 4.4 : représentation des forces du système

$$\sum F_{ext} = m \ddot{x}_i$$

$$\frac{1}{m_s} \sum F_{ext} = \frac{1}{m_s} [(-c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_1(x_1 - x_2))]$$

$$\frac{1}{m_e} \sum F_{ext} = \frac{1}{m_e} [+c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1(x_1 - x_2) + k_p(x_2 - y(t))] \quad (13)$$

Définition de l'outillage :

Fonction :	Outils
Fonction d'intégration	
Elément (gain) pour multiplier une valeur d'entrée par un constant	
Elément (Sum) pour addition et soustraction des éléments	
affichage de la courbe de réponse souhaité	

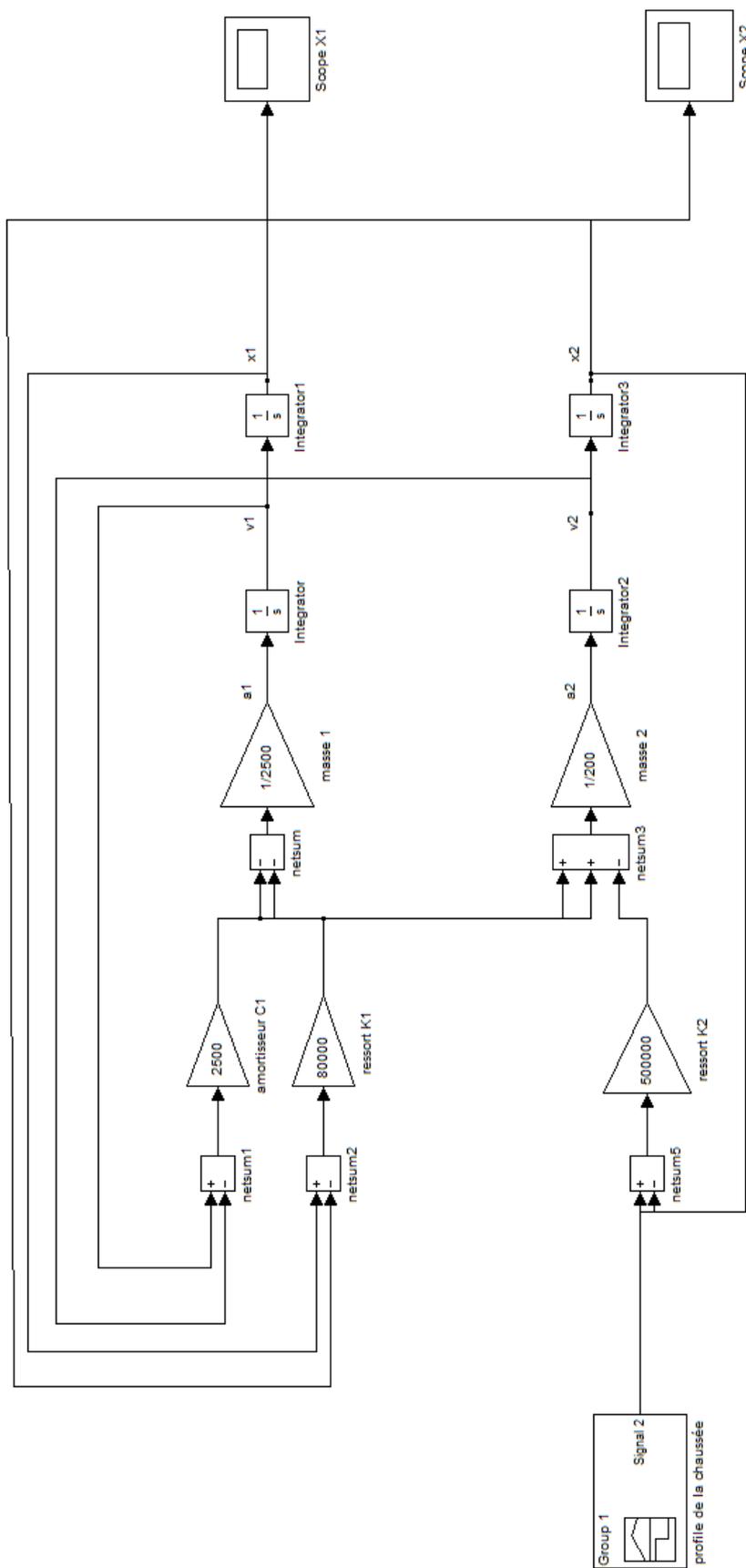


Figure 4.5 : Simulink bloc diagramme d'un système de suspension a 2 ddl

5- Résultat graphique et discussion :

Type de profil : Megatexture

Caractéristique de la route :

λ (longueur d'onde) = 500 mm A (amplitude) = 50 mm

Vitesse : 15 km/h

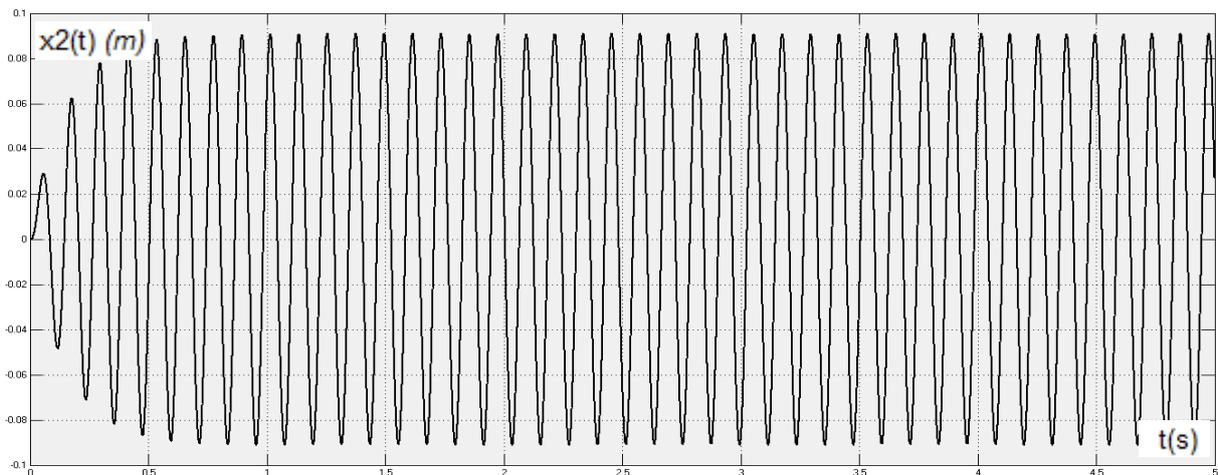


Figure 4.7.1 : courbe de déplacement de la masse non suspendu

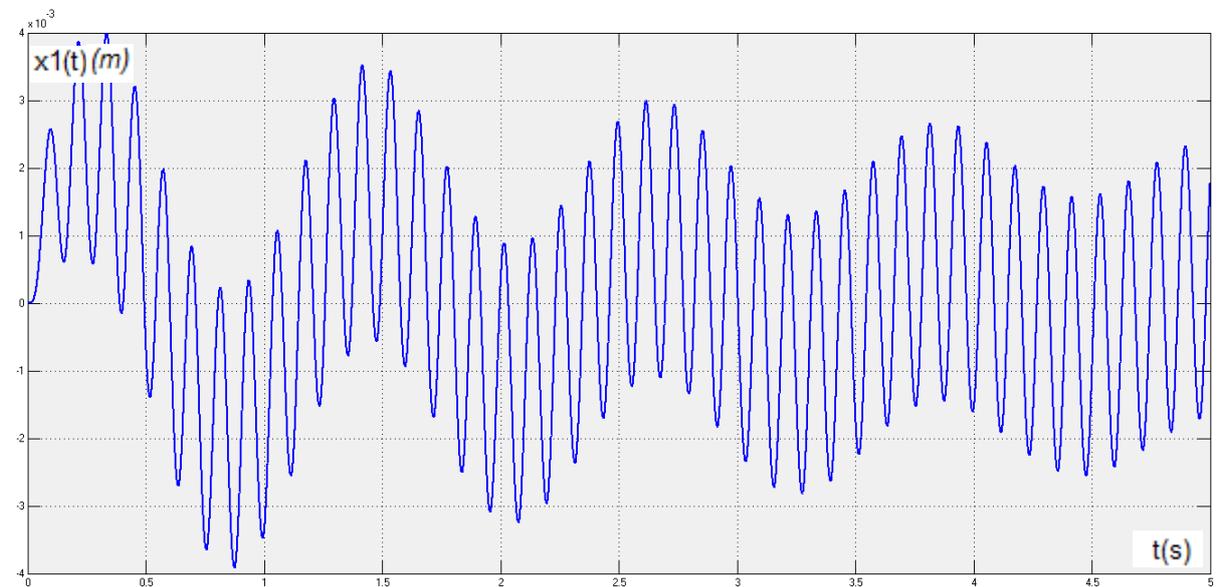


Figure 4.7.2 : courbe de déplacement de la masse suspendu

Vitesse : 30 km/h

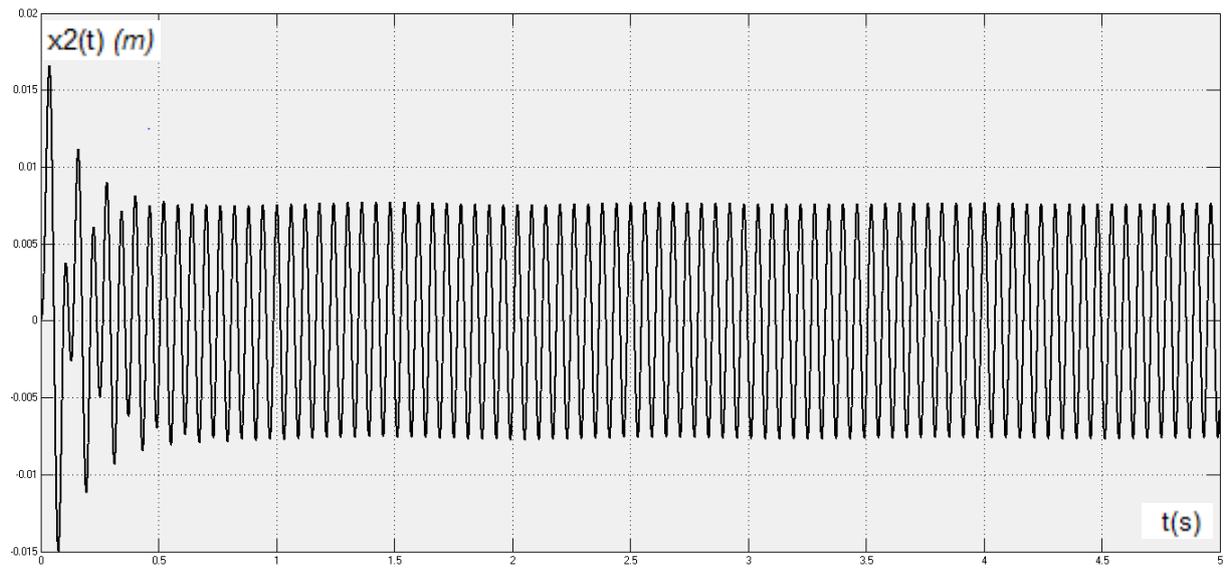


Figure 4.7.3 : courbe de déplacement de la masse non suspendu (essieu)

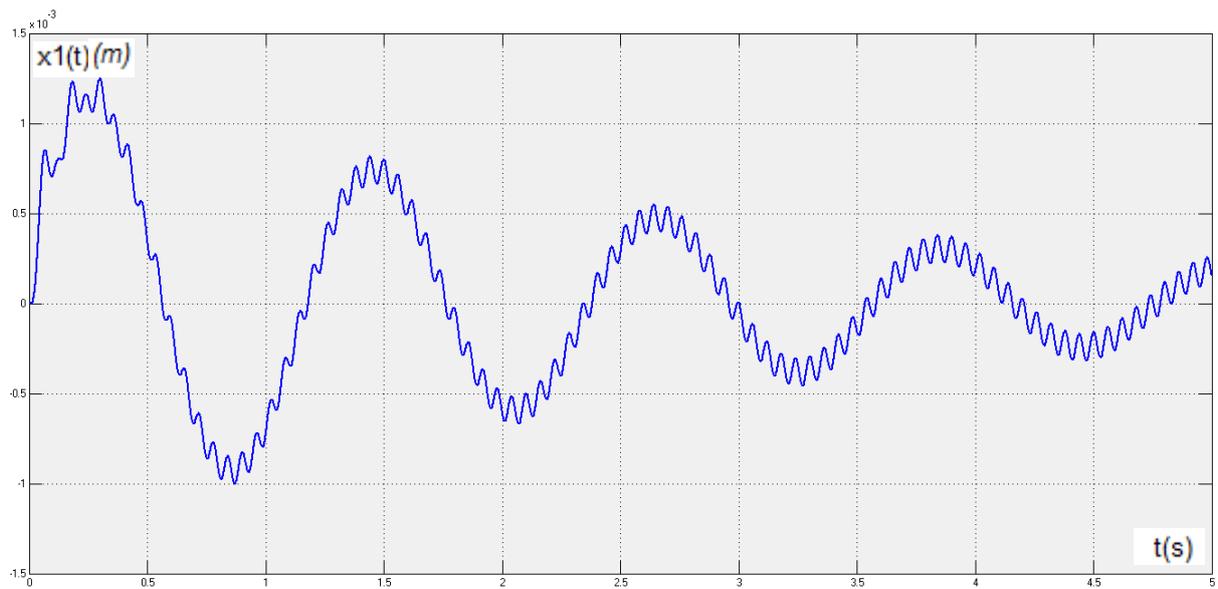


Figure 4.7.4 : courbe de déplacement de la masse suspendu

Vitesse : 60 Km/h

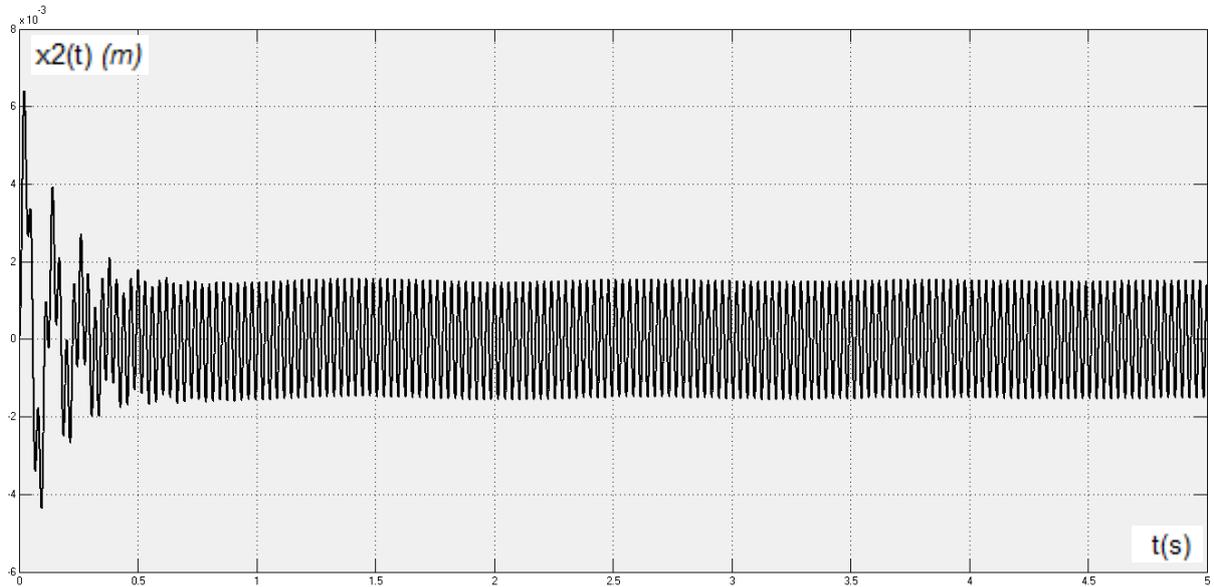


Figure 4.7.5 : courbe de déplacement de la masse non suspendu (essieu)

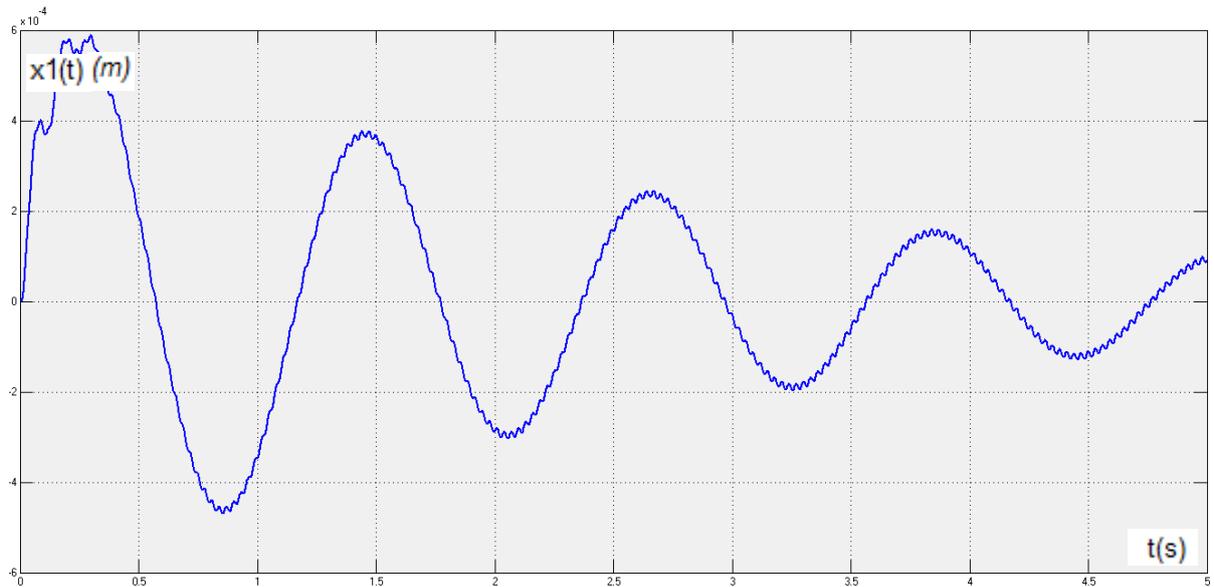


Figure 4.7.6 : courbe de déplacement de la masse suspendu

Vitesse: 90 Km/h

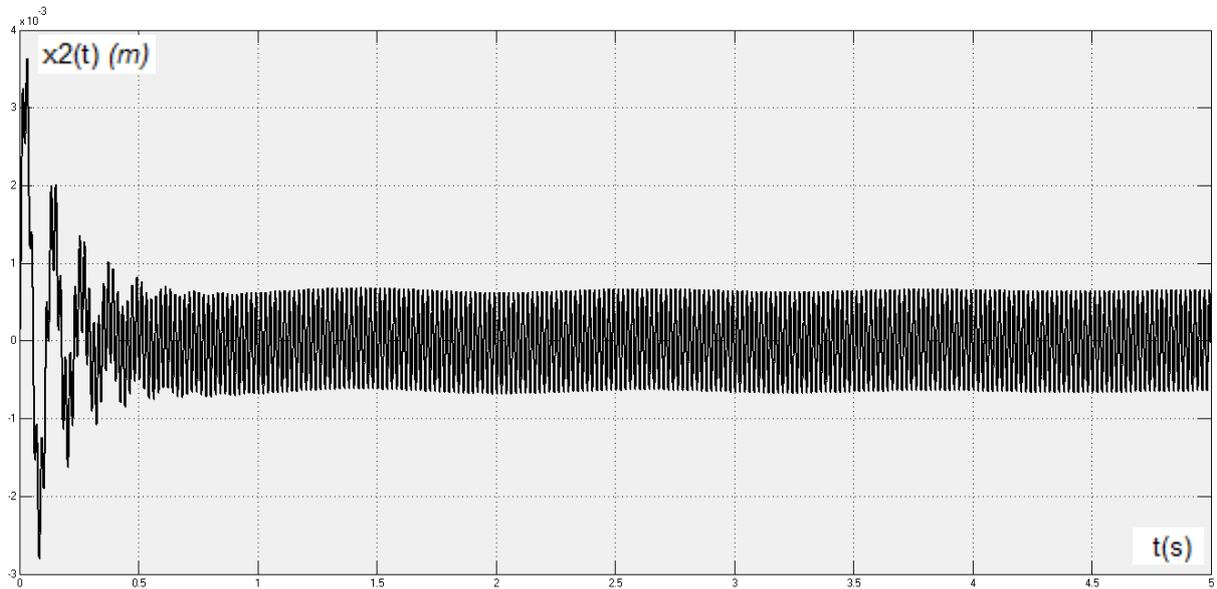


Figure 4.7.7 : courbe de déplacement de la masse non suspendu (essieu)

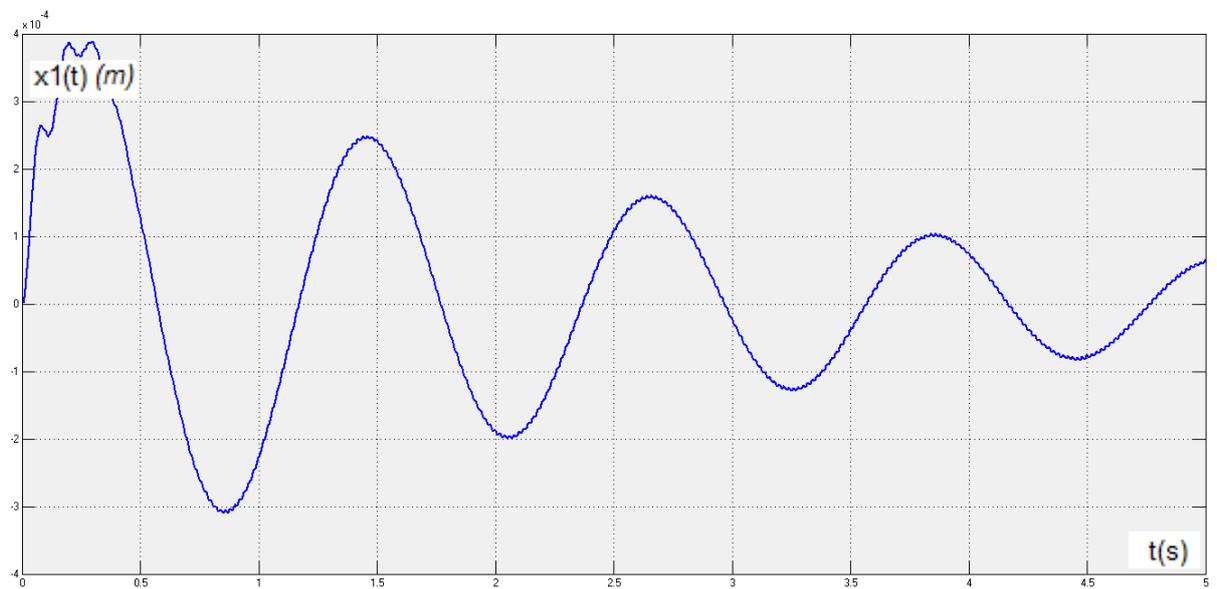


Figure 4.7.8 : courbe de déplacement de la masse suspendu

Pour une vitesse de roulement ($v=15\text{km/h}$) l'amplitude de la courbe qui représente le déplacement vertical de l'essieu $x_2(t)$ augmente progressivement avec le temps, tel que l'amplitude relative entre l'essieu et le profil de chaussée $\frac{|A^{max}|}{|Y|} = 1.6 > 1$.

La fréquence correspondante a cette vitesse égale à 68.38 rad/s ; cette valeur est très proche de la fréquence propres associé à l'essieu ω_{0_2}

Dans ce cas on peut dire que la vitesse roulement sur un profil de ce type provoque la résonance de l'essieu.

Par contre l'allure de la courbe de $x_1(t)$ (chassis) prend un chemin décroissant vers une amplitude minimale $A=2.10^{-3} \text{ m}$.

Pour les vitesses $V=30\text{km/h}$, 60km/h , 90 km/h l'essieu s'éloigne plus de la résonance avec l'augmentation de la vitesse de roulement ; idem pour les amplitudes maximales des courbes et $x_1(t)$

Profile 2 :

Caractéristiques du profil : (sinusoïdal)

$\lambda=1.5\text{m}$ $A= 0.025\text{m}$

- **V=30 km/h**



Figure 4.8.1: courbe de déplacement de la masse non suspendu (essieu)

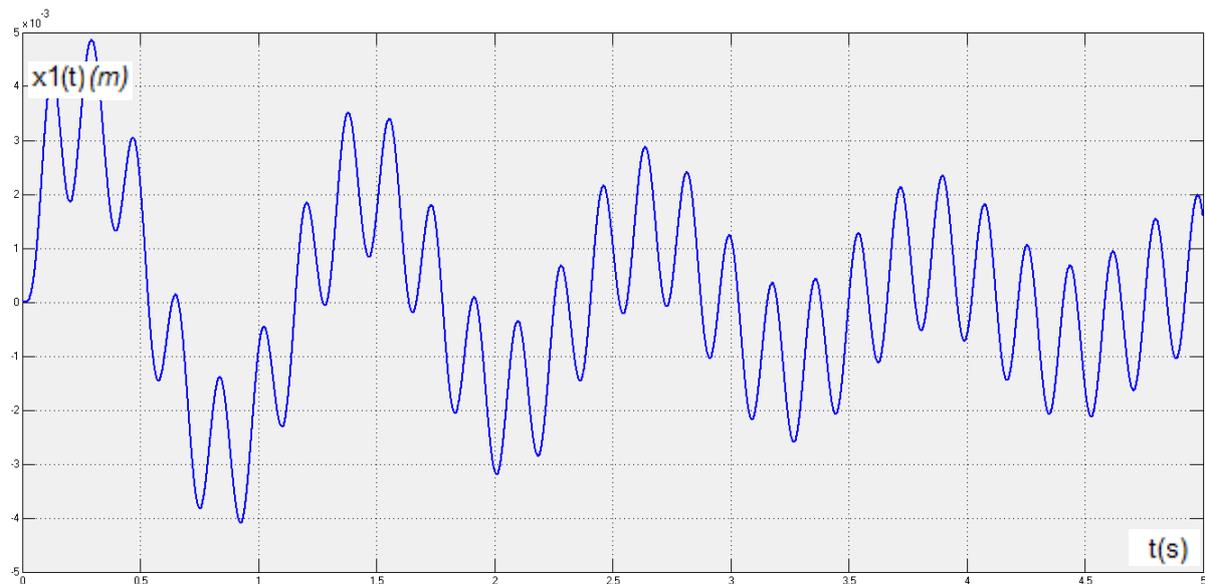


Figure 4.8.2 : courbe de déplacement de la masse suspendu

- Vitesse : 45 km/h

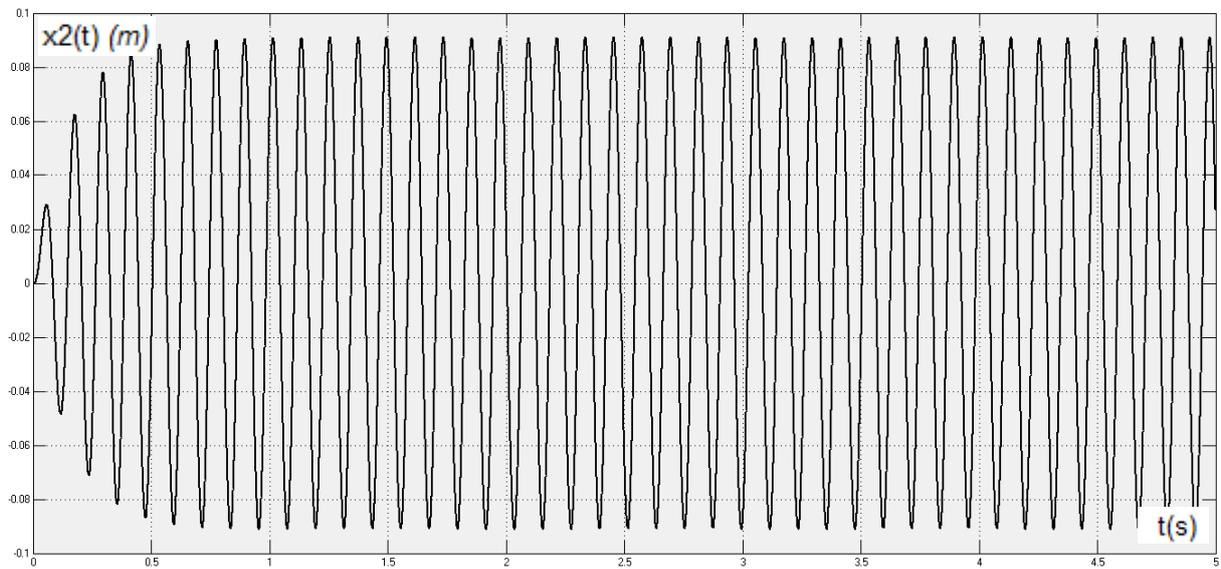


Figure 4.8.3 : courbe de déplacement de la masse non suspendu (essieu)

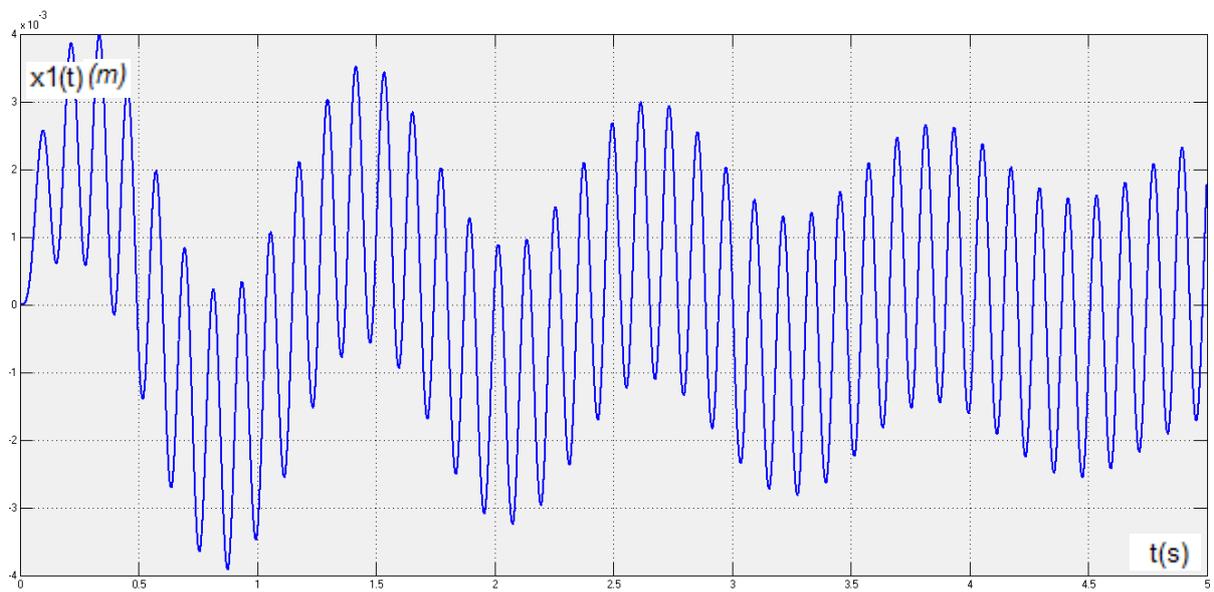


Figure 4.8.4 : courbe de déplacement de la masse suspendu

- Vitesse :60 km/h

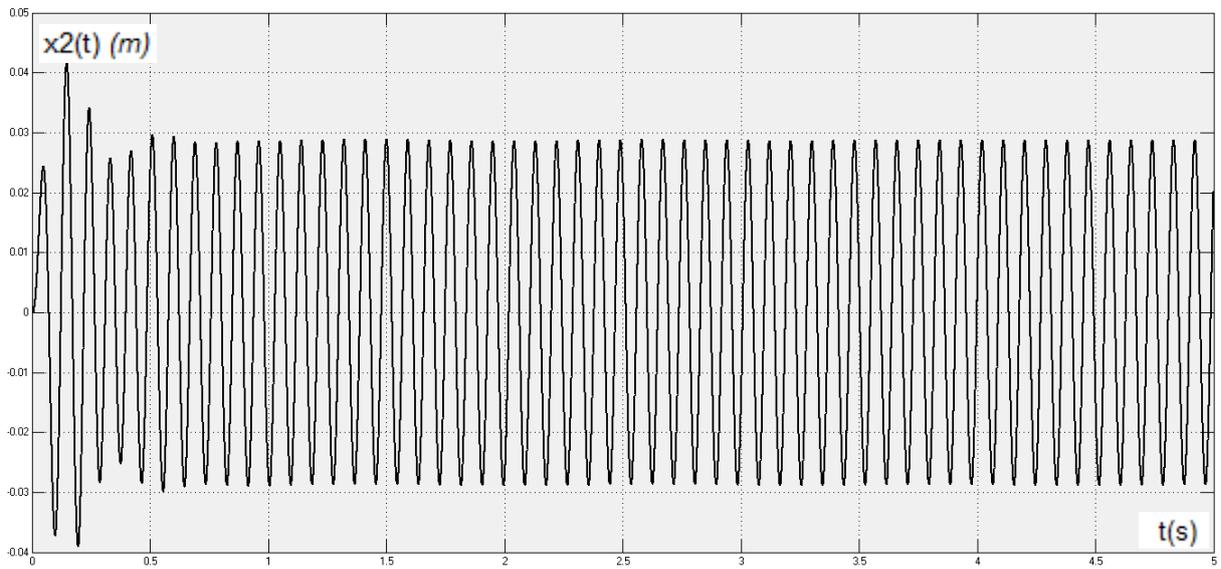


Figure 4.8.5 : courbe de déplacement de la masse non suspendu (essieu)

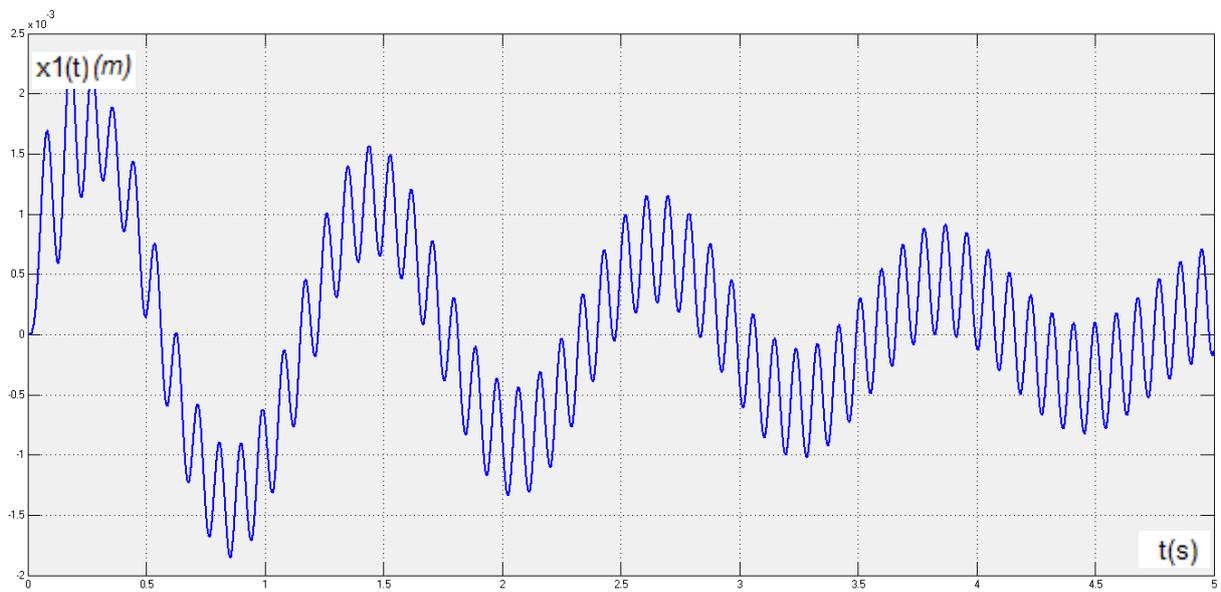


Figure 4.8.6 : courbe de déplacement de la masse suspendu

- Vitesse : 90 km/h

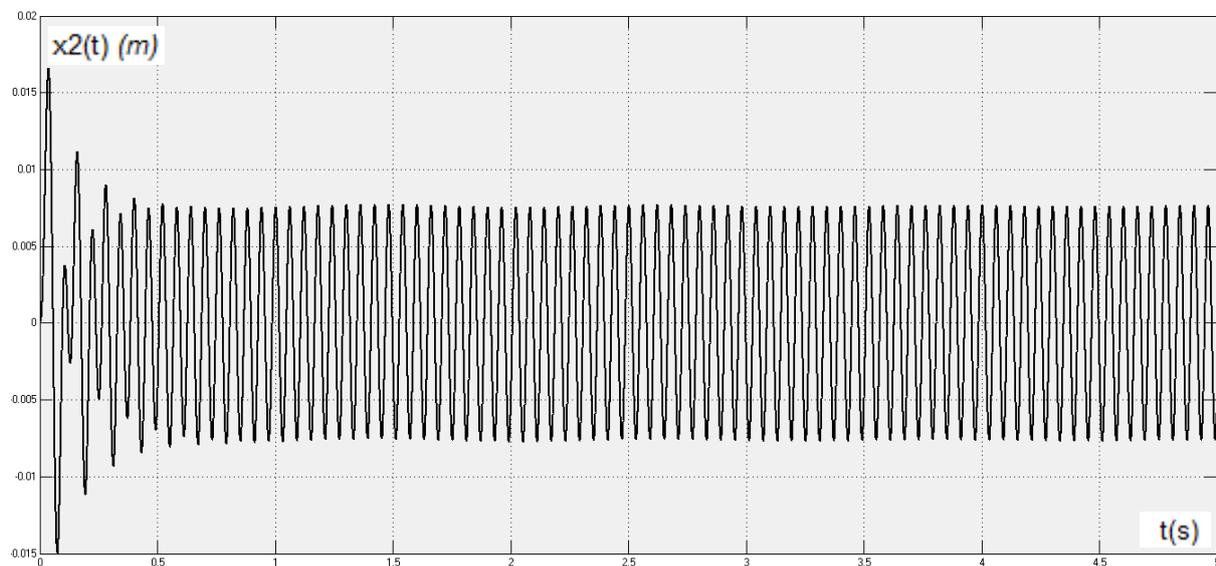


Figure 4.8.7 : courbe de déplacement de la masse non suspendu (essieu)

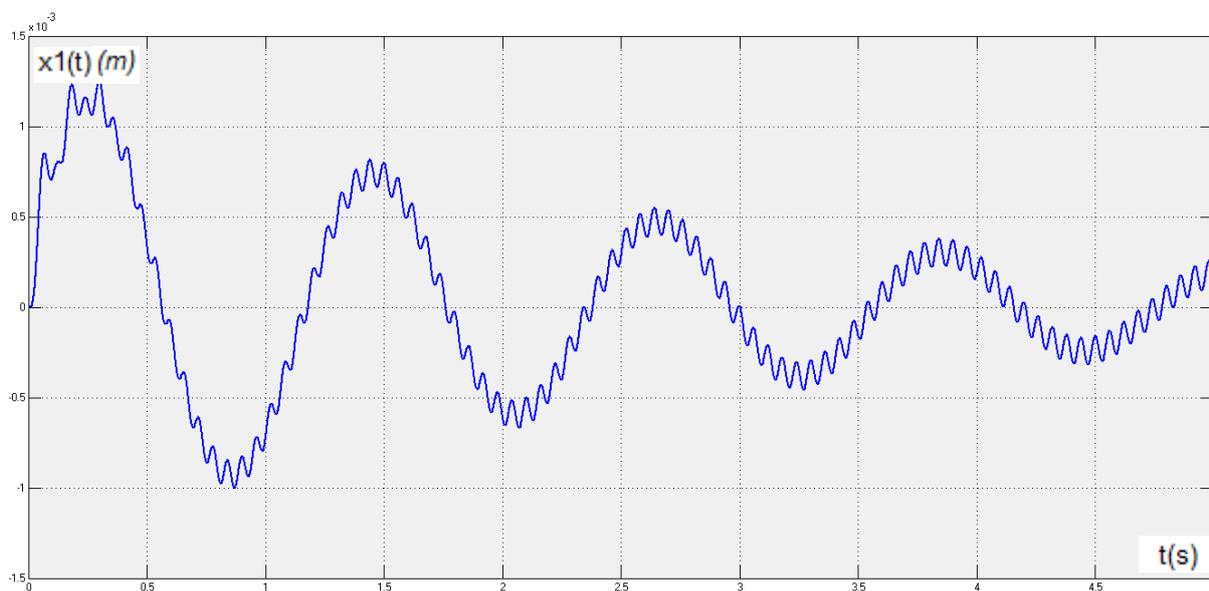


Figure 4.8.8 : courbe de déplacement de la masse suspendu

L'allure de la courbe $x_1(t)$ pour toutes les vitesses a un régime décroissant mais d'amplitudes variables.

Les amplitudes maximales des courbes de déplacement vertical du châssis sont diminuées d'une manière remarquable avec l'augmentation de la vitesse de roulement

vitesse	30	45	60	90
Amplitude				
$ x_1^{max} \cdot 10^{-3} \text{ m}$	5	4	2.3	1.2
$ x_1^{min} \cdot 10^{-3} \text{ m}$	2.2	2	0.5	0.25

- L'allure des courbes $x_2(t)$ prennent des régimes différents pour chaque vitesse ;

Pour $v=30\text{km/h}$ l'amplitude est stationnaire a une valeur de $32 \cdot 10^{-3}\text{m}$

Pour $v=45\text{km/h}$ l'amplitude augmente d'une valeur minimal égale à 0.02m vers une valeur maximal 0.08m ; cette amplitude est très grande à celle du profile car la vitesse est proche de la vitesse de résonance

Pour $v=60,90 \text{ km/h}$ les courbes ont un régime décroissant et les amplitudes diminuent à chaque fois on augmente la vitesse de roulement

Profil de Route en pavé :

Caractéristique de la route :

λ (longueur d'onde) = 500 mm A (amplitude) = 5 mm

- **vitesse=15 km/h**

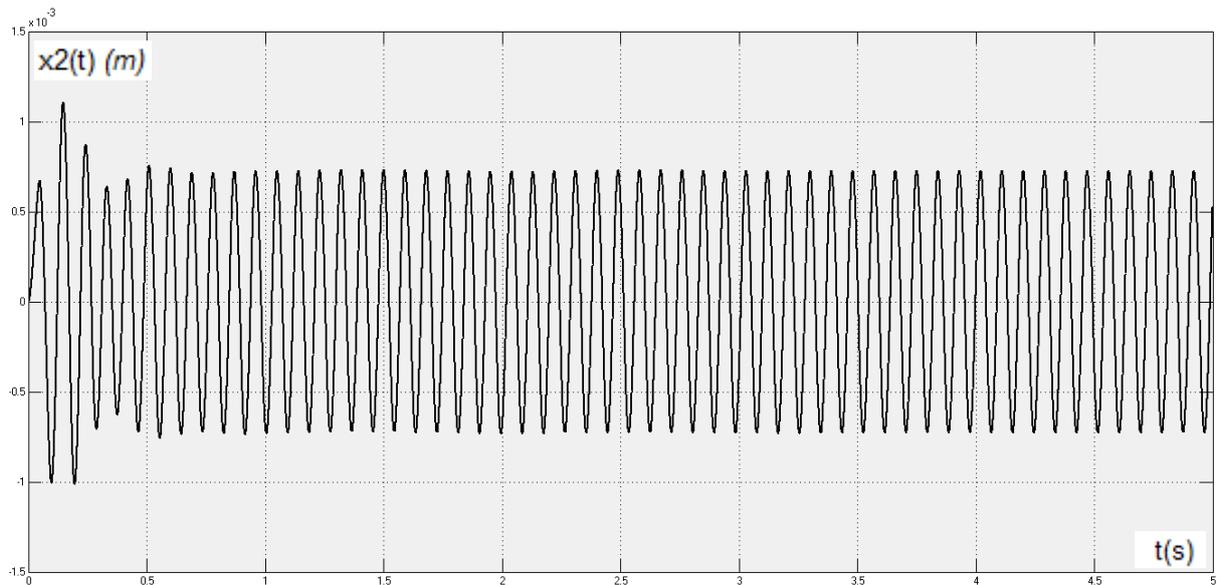


Figure 4.9.1 : courbe de déplacement de la masse non suspendu (essieu)

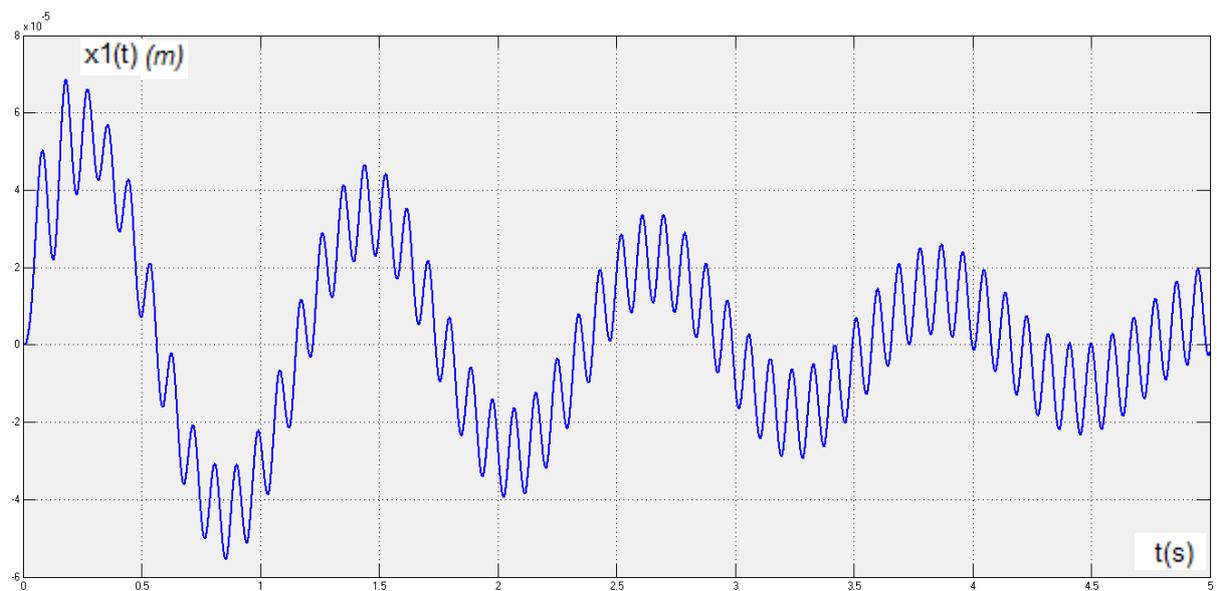


Figure 4.9.2 : courbe de déplacement de la masse suspendu

Vitesse : 35km/h

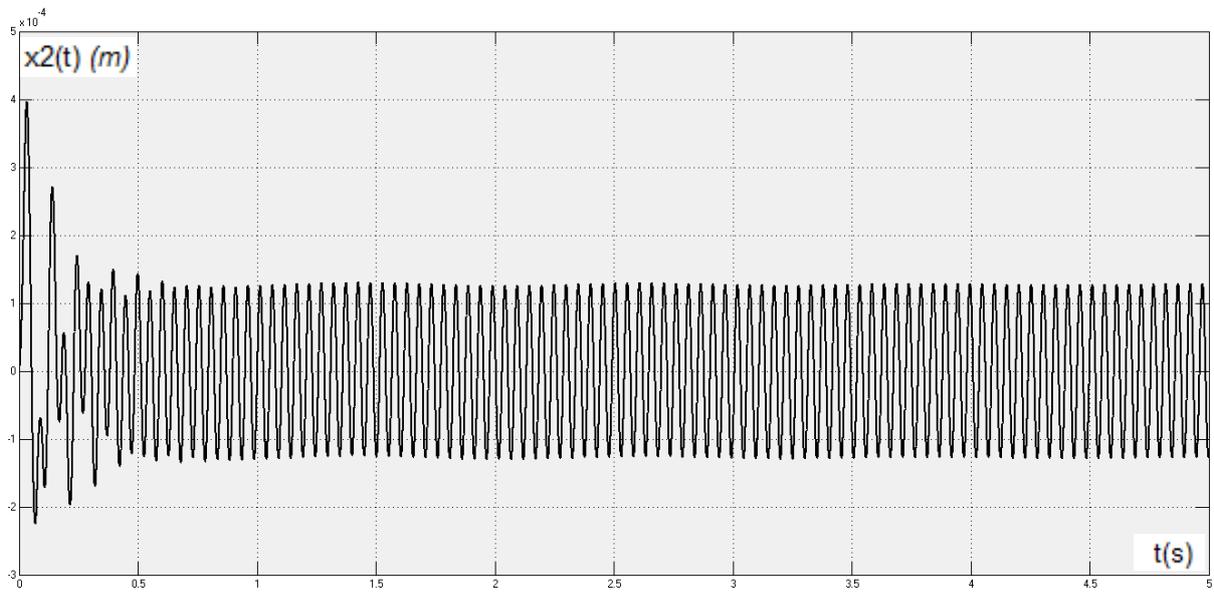


Figure 4.9.3 : courbe de déplacement de la masse non suspendu (essieu)

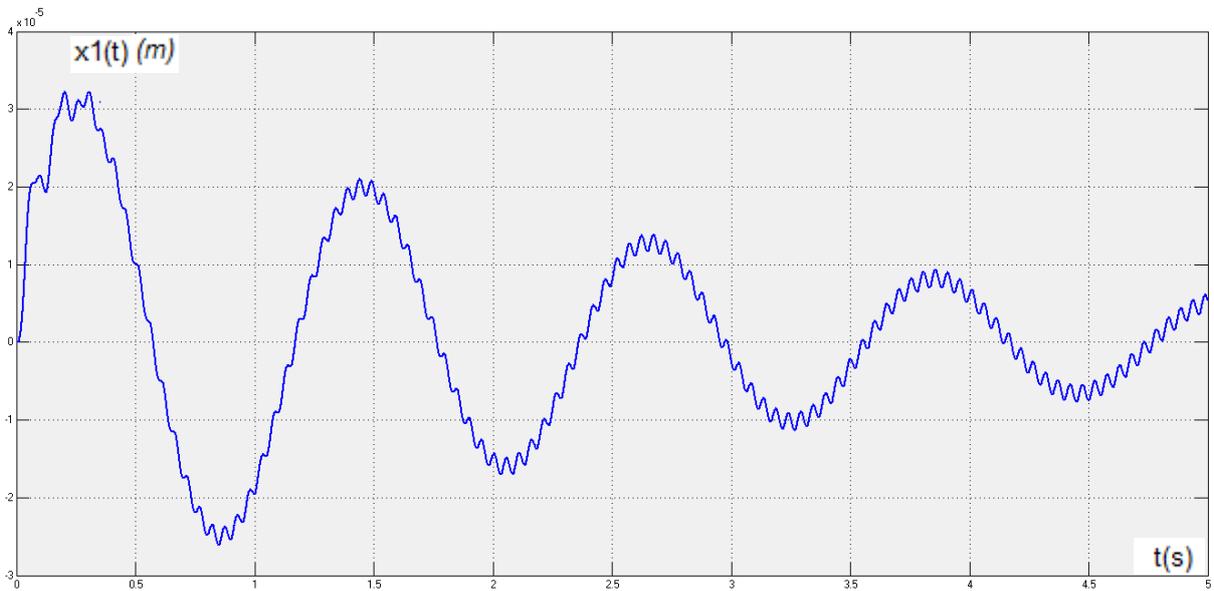


Figure 4.9.4 : courbe de déplacement de la masse suspendu (châssis)

Vitesse : 50 km/h

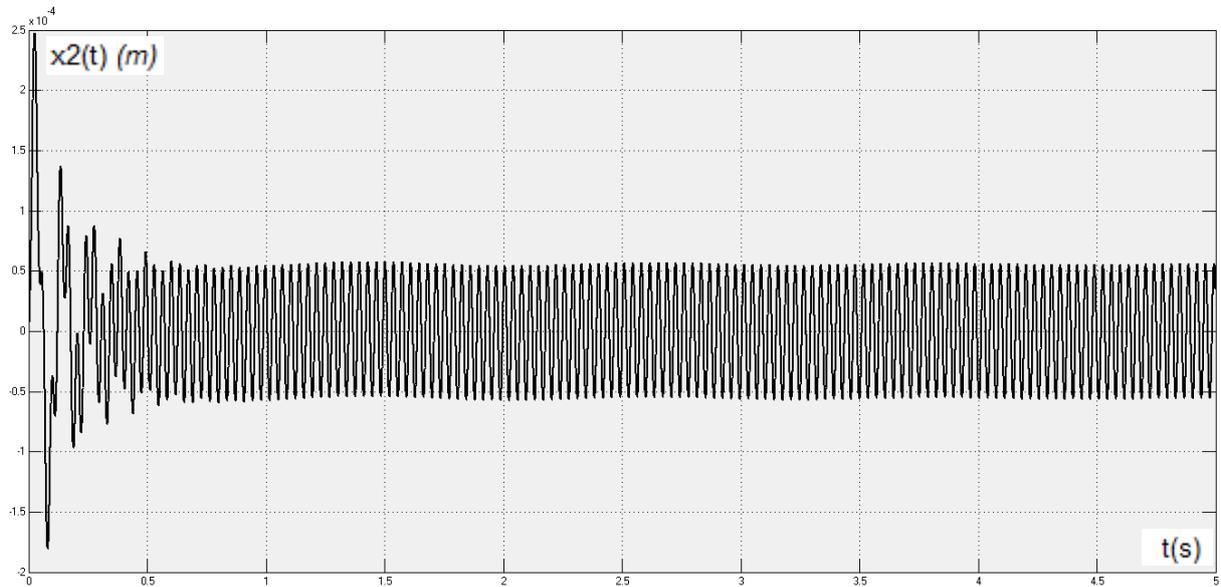


Figure 4.9.5 : courbe de déplacement de la masse non suspendu (essieu)

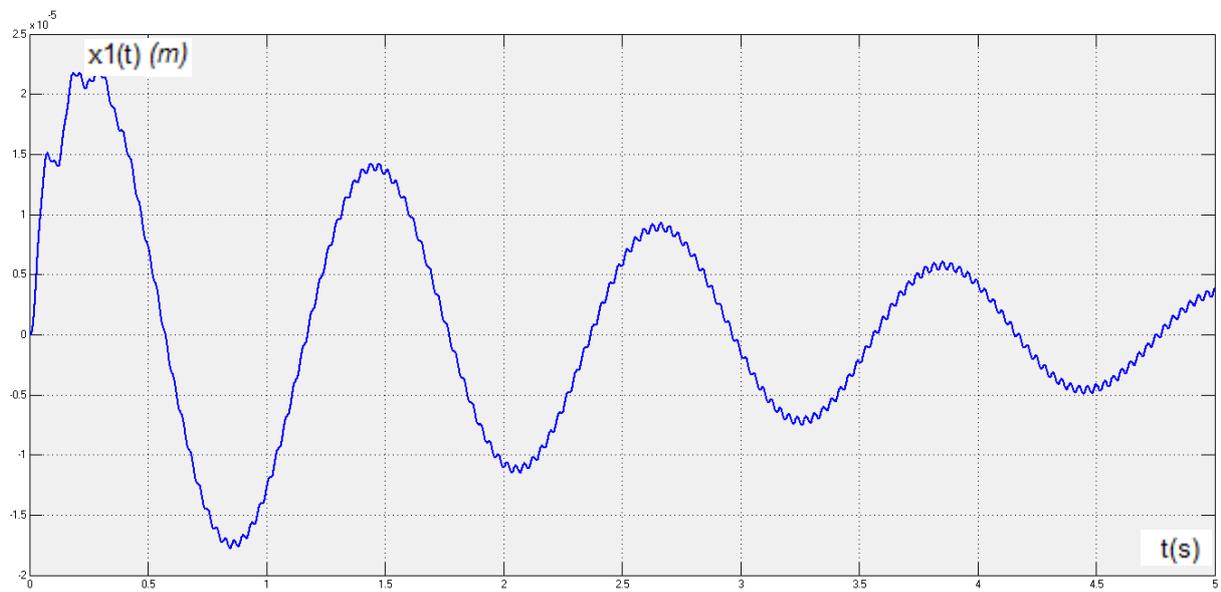


Figure 4.9.6 : courbe de déplacement de la masse non suspendu (essieu)

Généralement les profils en pavé se trouvent dans les villes où la vitesse maximale des véhicules est limitée par 50km/h

Les amplitudes maximales de vibration du châssis $x_1(t)$ sont diminuées progressivement et atteint son minimum avec le temps (8 ; 3.2 ; 2.2) $10^{-3} m$ respectivement pour les vitesses (20 ; 35 ; 50) km/h

D'autre part, l'allure des courbes de déplacement verticale de l'essieu $x_2(t)$ à un régime décroissant avant qu'elle se stabilise à une amplitude, sa valeur diminue avec l'augmentation de la vitesse.

Rencontre d'un ralentisseur de type dos d'âne :

$L = 0.5\text{m}$

$h = 0.005\text{ m}$

- **Vitesse : 5 km/h**

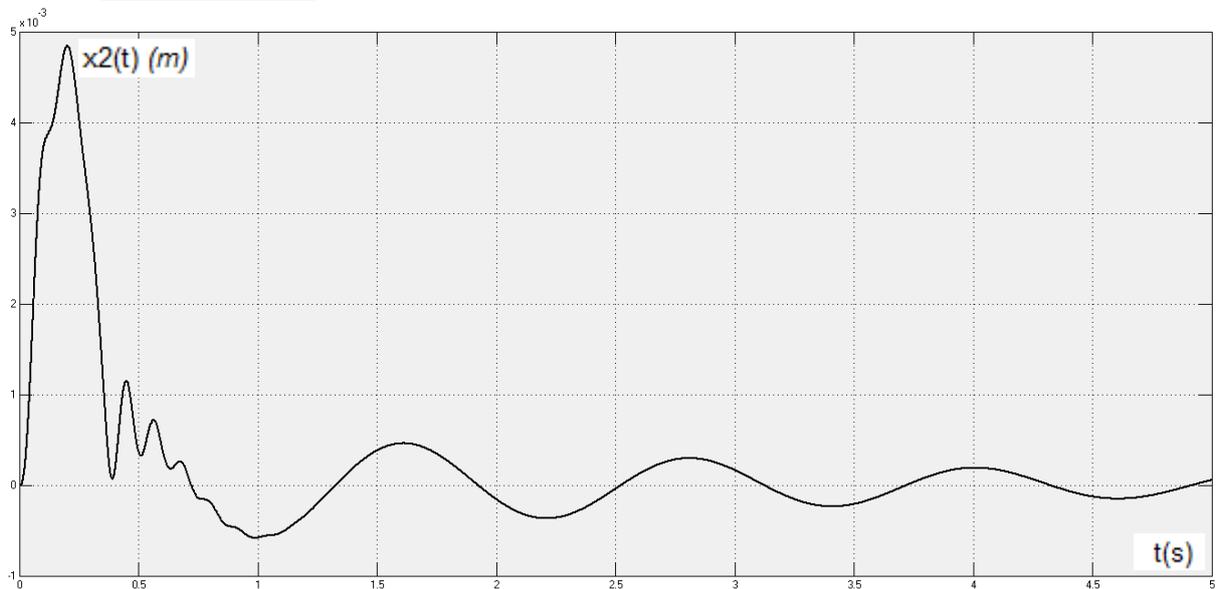


Figure 4.10.1 : courbe de déplacement de la masse non suspendu (essieu)

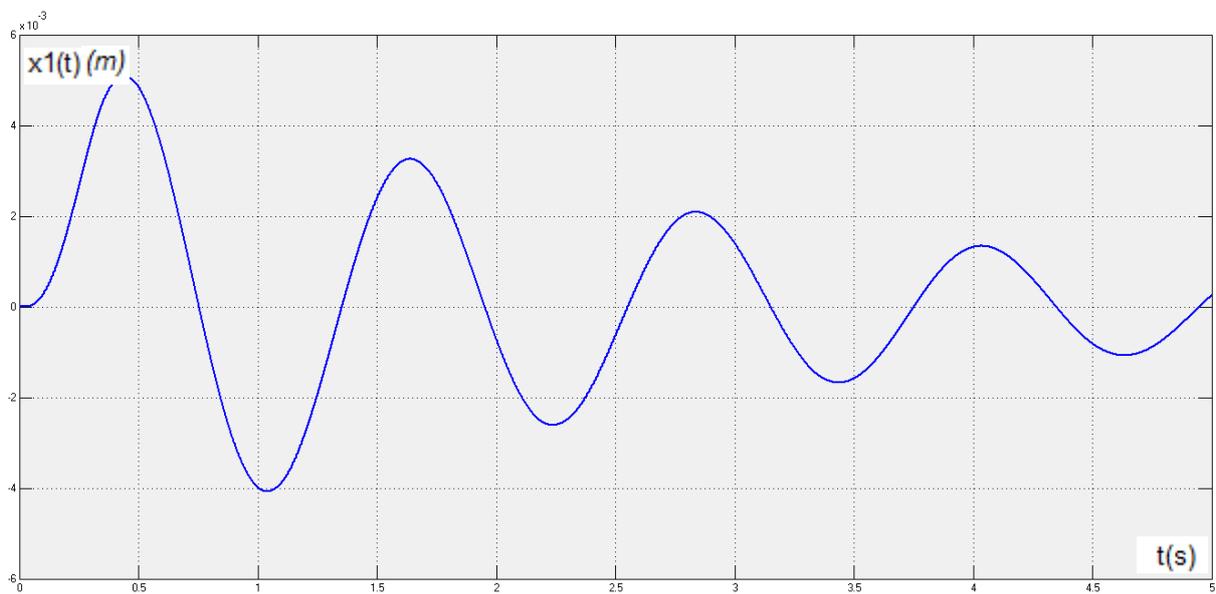


Figure 4.10.2 : courbe de déplacement de la masse suspendu

Vitesse =10 km/h

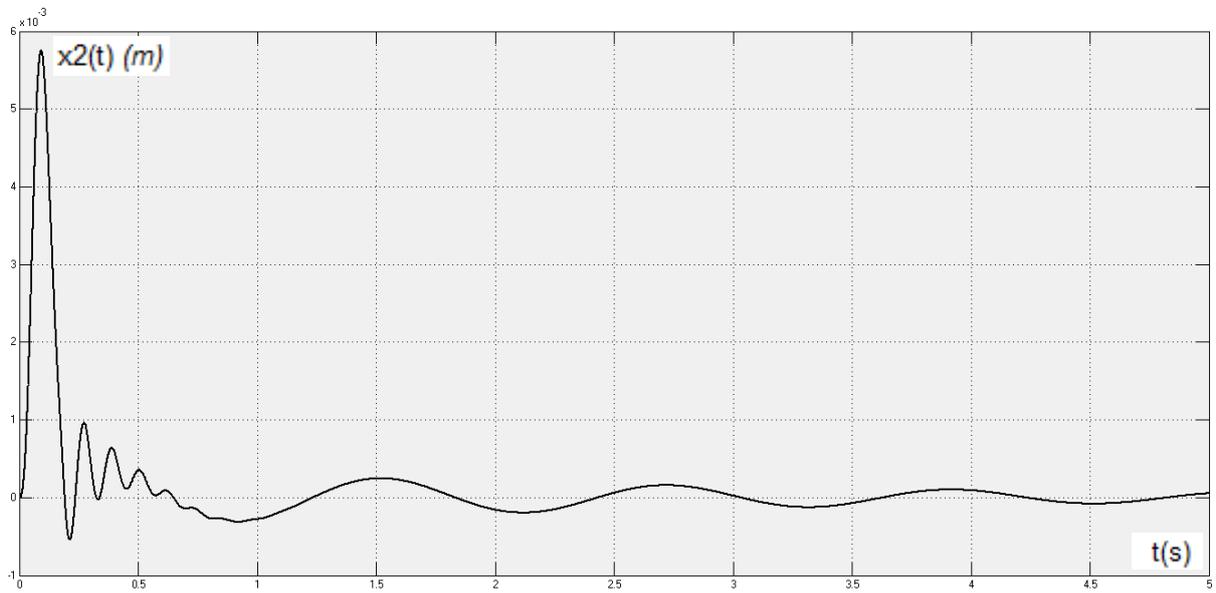


Figure 4.10.3 : courbe de déplacement de la masse non suspendu (essieu)

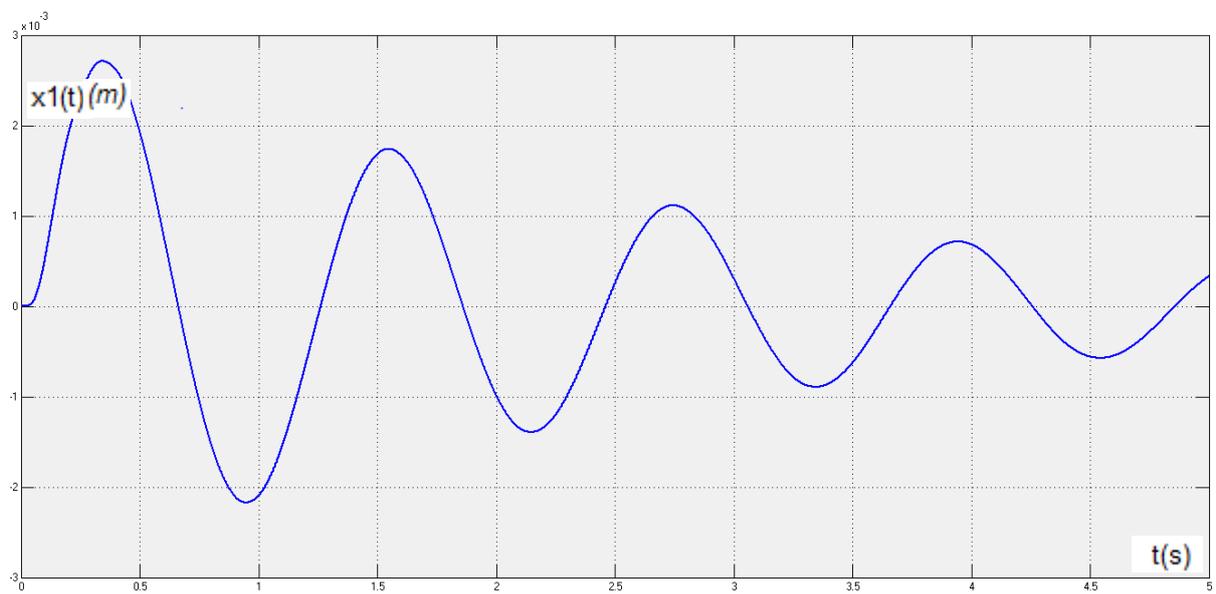


Figure 4.10.4 : courbe de déplacement de la masse suspendu

- $v=20 \text{ km/h}$

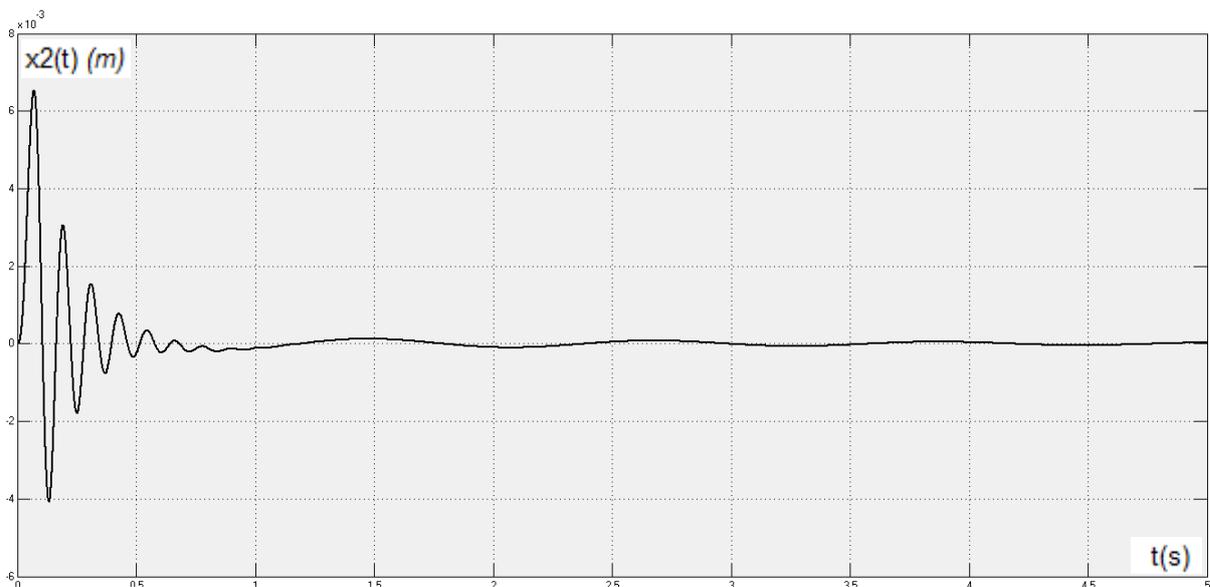


Figure 4.11.5 : courbe de déplacement de la masse non suspendu (essieu)

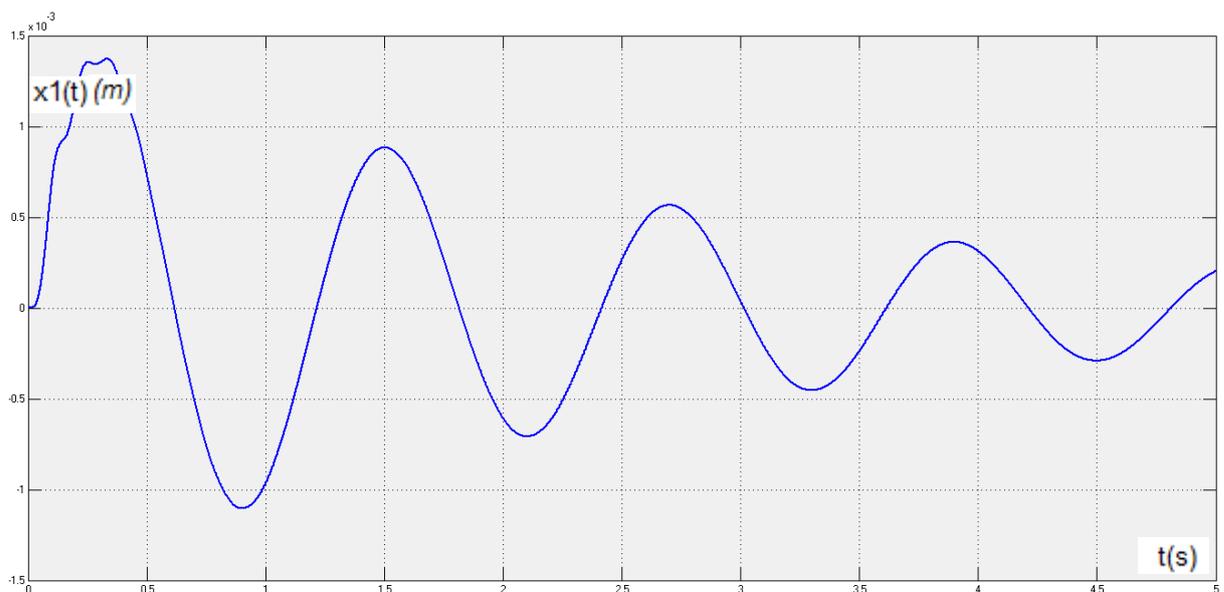


Figure 4.11.6 : courbe de déplacement de la masse suspendu

Dans le cas de rencontre un obstacle de type dos d'âne on remarque que l'amplitude maximale de x_1

Diminuent à chaque fois qu'on augmente la vitesse de roulement ($5.8 ; 2.8 ; 1.8$) 10^{-3} respectivement pour les vitesses (5 10 20) , par contre, pour les courbe x_2 , lors du passage à l'obstacle, les amplitudes augmentent avec l'augmentation de la vitesse

La fréquence de vibration de l'essieu est aussi augmentée avec l'augmentation de la vitesse, et génère plus d'ondes de vibration dans un intervalle de temps très court.

Une grande fréquence de vibration peut être une cause de défaillance prématurée de la suspension.

Conclusion générale :

La présente étude nous montre combien l'analyse du comportement dynamique d'un système est assez complexe. Car il y a de beaucoup de paramètres qui influent.

Différents modèles de véhicules cités dans la littérature ont été utilisés pour étudier le Comportement dynamique et vibratoire. Les trois modèles couramment utilisés sont les suivants :

Un quart de véhicule, demi-véhicule ou le modèle complet de véhicule en 3 dimensions.

Les modèles de demi-véhicule incluent les mouvements de roulis ou de tangage du châssis et de l'essieu et dépendent de nombreux paramètres qui figurent sa complexité où on a pour chaque excitation appliquée sur le système 12 réponses (Déplacement, vitesse et accélération) des éléments suivants :

x1= essieu avant

x2 : essieu arrière

x3= déplacement verticale du centre de gravité

x4 : angle de tangage

Généralement, pour analyser l'influence du profil de la route sur le comportement dynamique du véhicule, les recherches récentes ont proposé d'étudier le quart du véhicule.

Ce travail comporte l'étude de l'influence du profile de la chaussée sur le comportement dynamique du véhicule ,l'étude est effectuée par une modélisation numérique d'un modèle d'un quart de véhicule qui prend en compte les caractéristiques de véhicule, l'interaction entre le véhicule et les différents types d'irrégularité de la chaussée et la vitesse de roulement.

L'analyse de l'influence de la surface de la chaussée montre que les amplitudes des vibrations augmentent considérablement avec la détérioration de la chaussée et diminuent avec l'augmentation de la vitesse de roulement, par conséquent on remarque une croissance aux niveaux des fréquences d'oscillation.

La fréquence de la réponse vibratoire dépend beaucoup plus de la vitesse de roulement, dans quelques cas elle est très proche de la fréquence propre du système et elle provoque une vibration de résonance où l'amplitude continue à élever avec le temps et dépasse les valeurs maximales ou se stabilise a une amplitude importante.

D'autre part, si la fréquence est loin de ceux du système, l'amplitude maximale apparait au début de l'oscillation et diminue avec le temps par l'effet de l'amortissement.

On a voulu de continuer à travailler sur le modèle d'un demi-véhicule pour avoir le phénomène de tangage et de roulis, mais à cause de ça complexité on a choisir le modèle d'un quart de véhicule qui ne comporte que les mouvements verticaux de l'essieu et le châssis.

Références bibliographiques :

- [1]- **Frédéric Visa**, Etude géotechnique routière, Lyon-France, Mars 2015.
- [2]- **Mohannad Mhanna**, Analyse de la vibration induite par le trafic routier et étude de l'efficacité des systèmes de réduction et ces vibrations, thèse pour obtenir le grade de docteur de l'université des sciences et technologies de Lille, 2012
- [3]- **Mezoudj Mourad**, Analyse du comportement vibratoire d'un véhicule a la rencontre d'un obstacle (dos-d'âne), mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de Magister en Mécanique, université de Batna, Avril 2010.
- [4]- **Mostepha Saihi**, Effet des sollicitations de la route sur les pièces de suspension en aluminium, Mémoire présenté comme exigence partielle de la maîtrise en ingénierie, Université du Québec à Chicoutimi, Avril 2012
- [5]-**Sébastien Erhart, Moustapha Dominait**, Estimation du profil de la chaussée pour la dynamique du véhicule. Publié dans "4èmes Journées Doctorales / Journées Nationales MACS (JD-JN-MACS 2011), Marseille : France (2011)"
- [6]- **Dupont & Roger**. Séries, séries entières, séries de Fourier. Paris : Vuibert supérieur, cop. 1997
- [7]- **Quang Dat Tran**. Modèle simplifié pour les chaussées fissurées multicouches, Thèse présentée pour l'obtention du diplôme Docteur de l'Ecole Nationale des ponts et chaussées. Université de Paris-est. 30 sept 2004.
- [8]-**Mr A.Aiad** .Cours dynamique des structures et systèmes vibratoires. Université de Blida1. 2016
- [9]- **Marc Thomas**, Sys 855 Vibroacoustique (Les systèmes à 1 degré de liberté), Montréal, le 1 sept 2001.
- [10]- **Grzegorz Litak**.Chaotic vibration of à quarter-car model excited by the road surface profil. University of Bristol, UK 02-2007
- [11]- **Salim Maakaroun**. Modélisation et simulation dynamique d'un véhicule urbain innovant en utilisant le formalisme de la robotique. THÈSE DE DOCTORAT. Ecole des Mines de Nantes. Décembre 2011
- [12]- **Daniel LECHNER**. Analyse du comportement dynamique des véhicules routiers légers: développement d'une méthodologie appliquée à la sécurité primaire. These doctorat. ECOLE CENTRALE DE LYON .2002
- [13]- **Tony L. Schmitz & K. Scott Smith** .mechanical vibrations. Springer US.2012
- [14]-**Jonathan Ferreira**. Cours mécanique analytique. Université Joseph Fourier .2007
- [15]- **Dr. Philippe Mullhaupt**.la Modélisation Dynamique avec MATLAB. Ecole polytechnique Fédéral de Lausanne

[16]- **Emmanuel BOYERE**. Modélisation de l'amortissement en dynamique Linéaire. code-ASTER version 10. Novembre.2011

Sites web :

[17]- **Guillaume Darding**. Les principaux types de suspension automobile.
<https://www.guillaumedarding.fr>. 26 janvier 2015

[18]- **GUY DESJARDINS**. Notion de suspension.
<http://www.guideautoweb.com/articles/6868/notions-de-suspension>. 12 FÉVRIER 2010