

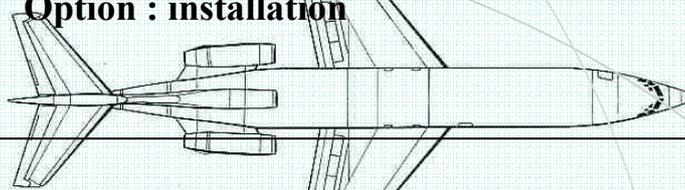
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université SAAD DEHLEB BLIDA
Faculté des Sciences de l'Ingénieur
Département : Aéronautique



Mémoire de fin d'études
En vue d'obtention
Du diplôme d'ingénieur en Aéronautique
Spécialité : Navigation Aérienne
Option : installation

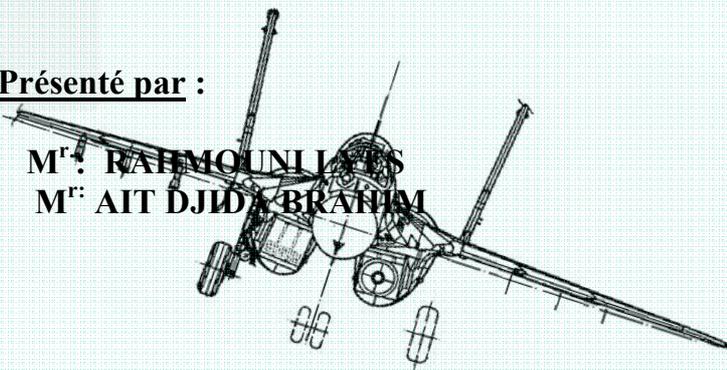


THEME

**REDUCTION DES ERREURS MULTITRAJETS AU NIVEAU
D'UN RECEPTEUR GPS PAR METHODES ADAPTATIVE NLMS**

Présenté par :

M^r: RAHMOUNI A.S
M^r: AIT DJID BRANIM



Encadré par :

M^r: BENACHENHOU. K

ANNEE UNIVERSITAIRE 2008 /2009

Résumé :

Les systèmes de navigation par satellite sont connus pour être sensibles aux multitrajets. En particulier, les applications de haute précision nécessitent la mise en place de systèmes de protection. Dans ce but, de nombreuses études ont déjà été menées sur le choix du discriminateur pour atténuer les erreurs induites par ces signaux parasites, mais ses techniques se révèlent inefficaces dans le cas où le retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct est très court.

Cette thèse se propose donc d'étudier une autre voie, basée sur l'utilisation des filtres adaptatifs de type NLMS, visant à rejeter tout type de signal réfléchi qui a un retard inférieur ou égal à la durée d'une bribe. Le filtre sera placé en amont du récepteur et devra avoir un faible encombrement et une interface aussi réduite que possible avec le récepteur. Le but étant d'intégrer le système au prix de modifications mineures du porteur et du récepteur.

Abstract:

The systems of navigation by satellite are known to be sensitive to the multipath. In particular, the applications of high precision require the protective system setting up. In this goal, numerous studies have already been led on the choice of the discriminator to attenuate the mistakes led by these parasitic signals, but those techniques prove to be inefficient in case the delay of the path thought in reflection to the direct path is very short.

This thesis intends therefore to study another way, based on the use of the adaptive filters of NLMS type, aiming to reject all type of reflexive signal that has a delay lower or equal to the length of a chip. The filter will be placed upstream of the receptor and should have a weak clutter and an interface as reduced as possible with the receptor. The goal being to integrate the system at a minor modifications of the receptor.

الملخص:

تعرف الملاحة الساتلية بوهنها في حالة وجود انتشار متعدد المسار لاسمية في الاستخدامات عالية الدقة وفي هذا السياق عدة دراسات قد تمت حول اختيار المميز للتقليل من الأخطاء الناجمة عن هذه الإشارات إلا أنه إلا إنها تبقى غير فعالة في حالة المسار القصير وفي هذا الإطار تقترح هذه الدراسة على طريقة مختلفة تقوم على مرشح تلقائي التكيف من نوع NLMS لطرح كل إشارة منعكسة بتأخر أقل من قطعة (chip)

Remerciements

*A travers ce modeste travail, nous tenons à remercier vivement notre promoteur **KAMEL BEN ACHENHOU** pour l'intéressante documentation qu'il a mise à notre disposition, pour ses conseils précieux et pour toutes les commodités et aisances qu'il nous a apportées durant notre étude et réalisation de ce projet.*

*Toute notre reconnaissance à Monsieur **BEN CHERCHELI** Maître de conférences au département d'Electronique pour ces remarques et suggestions techniques, académiques et professionnelles, qui nous ont été inestimables, son suivi personnel nous a beaucoup touché. Ses capacités d'écouter et de trouver toujours des solutions constructives sont des qualités rares et très précieuses*

Nos remerciements les plus vifs s'adressent aussi aux messieurs le président et les membres de jury d'avoir accepté d'examiner et d'évaluer notre travail.

Nous exprimons également notre gratitude à tous les professeurs et enseignants qui ont collaboré à notre formation depuis notre premier cycle d'étude jusqu'à la fin de notre cycle universitaire.

Sans omettre bien sur de remercier profondément tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation du présent travail.

Et enfin, que nos chers parents et familles, et bien avant tout, trouvent ici l'expression de nos remerciements les plus sincères et les plus profonds en reconnaissance de leurs sacrifices, aides, soutien et encouragement afin de nous assurer cette formation d'ingénieur dans les meilleures conditions

Ait djida Brahim et Rahmouni Ilyes



Dédicace

*Je dédie ce travail à **ma mère***

*A **mon père** qui a tout l'honneur de ce succès*

*A mon oncle **ALI***

*A mon cousin **REDHA***

*A mes sœurs **NORA et SIHAM***

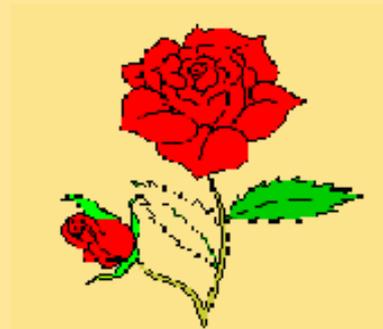
*A mon frère **ABD EL NOUR***

*A mes amis surtout **RAHNI LYES***

*A toute la promotion **2008/2009** sans exception*

A tous ceux qui m'ont aidé durant mes études universitaires

LYES RAHMOUNI



Dédicaces

- ✚ Je dédie ce modeste travail : A tous ceux qui m'ont aidé durant mes études
- ✚ A mon père a ma mère et ma grande mère et grand père aek et tonton Mokhtar et med et mes chères frères et toute la famille ait Djida et taleh et mes tentes surtout Yasmina
- ✚ À notre promoteur Mr –Kamel ben achinhou
- ✚ A toute la famille imerzouken et la famille oukaour
- ✚ A tous mes enseignants qui nous ont donné le maximum d'eux même durant nos Etudes.
- ✚ A tous mes amis : A la cité, dans la vie entre autres Omar, bouzid, seif, abdou, bouai, et tout les éléments de bloc 2,
- ✚ A tous ceux qui m'ont aidé durant ma vie universitaire.
- ✚ A toute la promotion

Ait Djida Brahim

SOMMAIRE

Remerciements

Dédicace

Liste Des Illustrations, Graphique Et Tableaux

Introduction Générale

CHAPITRE I: Généralités Sur La Par Satellites GPS	Page1
I. Introduction :	Page1
I.2. Description du GPS :	Page1
I.2.1. Le secteur spatial :	Page2
I.2.2. Le secteur de contrôle :	Page3
I.2.3. Le secteur utilisateur :	Page3
I.3. Les signaux GPS :	Page4
I.3.1. Le signal L1 :	Page6
a). Le code P :	Page6
b). Le code C/A :	Page6
c). Le message de navigation :	Page7
I.3.2. Le signal L2 :	Page9
I.3.3. Le spectre du signal GPS :	Page10
I.3.4. Nécessité d'une nouvelle modulation :	Page10
I.3.5. Les modulations BOC (f_s, f_c) :	Page10
I.5. Les sources d'erreurs :	Page12
I.5.1. Les dégradations volontaires :	Page12
I.5.1.1. L'accès sélectif (SA : Selective Availability) :	Page12
I.5.1.2. L'antibrouillage (AS : Anti-Spoofing) :	Page12
I.6. Les Multitrajets :	Page12
I.6.1. Multitrajets de phase porteuse :	Page12
I.6.2. Multitrajets de code :	Page13
I.7. Application Du GPS :	Page15
I.7.1. Applications militaires :	Page15
I.7.2. Applications civiles :	Page16

I.7.3.L'utilisation du système NAVSTAR par d'autres satellites :	Page16
I.7.4.Autre application de système GPS:	Page16
I.8.Conclusion :	Page17
CHAPITRE II: Architecture Des Récepteurs GPS	Page18
II.1. Architecture du récepteur GPS :	Page18
II.2. Type de récepteurs :	Page19
II.3. Le schéma général d'un récepteur :	Page19
II.4 Les circuits d'acquisition Code – Porteuse :	Page20
II.4.1. Modélisation du signal reçu :	Page20
II.4. 2 .Différentes méthodes d'acquisition :	Page20
II.4. 2.1 Acquisition par recherche Parallèle sur la phase du code :	Page21
II.5. Poursuite des signaux GPS :	Page23
II.5.1 Processus de Poursuite de phase :	Page26
II.5.1.1 Principe de fonctionnement :	Page26
II.5.1.2 Fonction discriminatrice de la boucle de Costas :	Page27
II.5.2 La boucle de code :	Page30
II.5.2.1 Principe de fonctionnement :	Page30
II.5.2.2 Le circuit corrélateur :	Page31
II.5.2.3 Boucle de code :	Page32
II.5.2.4 Expression de la fonction discriminatrice de la boucle de code :	Page34
II.5.3 Module de Poursuite Code – phase :	Page36
II.6.Conclusion.....	Page37
CHAPITRE III: Evaluation des Erreurs de Poursuite de Code	Page39
III.1.Introduction :	Page39
III.2.Processus de Poursuite de Code:	Page39
III.2.1 La boucle de poursuite de Code :	Page39
III.3.Caractérisation des signaux GPS en Présence des Multitrajets :	Page41
III.4.Expression de la tension d'erreur de la boucle de code en présence des multitrajets C/A-GPS :	Page43
III.5.Expression de l'offset de code en présence des Multitrajets :	Page45
III.6. Comparaison des performances des récepteurs GPS « Code C/A » et BOC (1,1) »	Page51
III.7. Quelques Techniques d'amélioration Des Performances.	Page52
III.7.1. Corrélateur étroit :	Page52

III.7.2. Utilisation des nouveaux signaux :	Page53
III.7.2.1 MBOC :	Page53
III.8.Simulation de l'enveloppe d'erreurs:	Page56
III.9.Conclusion.....	Page59
CHAPITRE IV : Méthode adaptative NLMS.....	Page60
IV. 1. Introduction :	Page60
IV.2. Algorithme Adaptatif Nlms :	Page60
IV.3. Réduction Des Multitrajets Par La Méthode Adaptative Nlms :	Page63
IV.3.1. Estimateur Du Multitrajet :	Page64
IV.3.2 .Extracteur De Corrélation :	Page66
IV.3.3 .Elimination Des Multitrajets :	Page67
IV.4. Simulations Et Résultats :	Page68
IV.5.Conclusion.....	Page76
CONCLUSION GENERALE :	
BIBLIOGRAPHIES :	

Liste des figures

Chapitre I : Description générale du système GPS

Figure I.1 : Le secteur spatial	Page2
Figure I.2 : le secteur de contrôle	Page3
Figure I.3 : Les utilisateurs du GPS	Page4
Figure I.4 : Le principe de triangulation.....	Page5
Figure I.5 : La forme du signal L1.....	Page6
Figure I.6 : Génération du code C/A.....	Page7
Figure I.7: Format du message de navigation.....	Page9
Figure I.8 : Génération des signaux GPS.....	Page9
Figure I.9 : L'occupation spectrale du signal GPS.....	Page10
Figure I.10 : L'occupation spectrale.....	Page11
Figure I.11: signal direct plus un multitrajet	Page13

Chapitre II : Architecture Des récepteurs GPS

Figure II.1 : Schéma Bloc d'un Récepteur GPS.....	Page19
Figure II.2 : Schéma bloc de l'acquisition par recherche Parallèle sur la phase du code	Page21
Figure II.3 : Algorithme de recherche circulaire.....	Page21
Figure II.4 : Sortie de l'acquisition par recherche Parallèle sur la phase du code.....	Page23
Figure II.5 : Schéma de principe de la démodulation des données.....	Page25
Figure II.6 : Schéma de principe de la poursuite.....	Page26
Figure II.7 : Schéma général de la Boucle de Costas.....	Page26

Figure II.8 Fonctions discriminatrices pour la boucle Costas.	Page29
Figure II.9 :L’erreur de phase pour la boucle Costas entre la phase de la porteuse locale et le signal reçu.	Page29
Figure II.10. Principe d’asservissement d’une boucle de code.....	Page31
Figure II.11 : Rappel du principe du Corrélateur de code.	Page31
Figure II.12 : Structure de la boucle de code.....	Page32
Figure II.13 :.La boucle de code GPS.	Page33
Figure II.14: Construction de la fonction discriminatrice.....	Page33
Figure II.15 :Fonction discriminatrice EARLY – LATE de la boucle de code pour un récepteur C/A – GPS pour un espacement de chip $C_s = T_c$	Page34
Figure II.16 : Fonction discriminatrice EARLY – LATE de la boucle de code pour un espacement de chip $C_s = 0.5 * T_c$	Page35
Figure II.17 : Module de Poursuite Code – phase.	Page36
Figure II.18 : Algorithme de poursuite	Page37
 <u>Chapitre III :Evaluation Des Erreurs De Poursuite De Code</u>	
Figure III.1: Fonctions d’auto-corrélations et courbes « discriminateur » pour les Signaux C/A – GPS et BOC – (1,1) en l’absence des Multitrajets.	Page40
Figure III .2 : Fonctions d’auto-corrélations et courbes de discriminateur pour les Signaux C/A – GPS et BOC – (1,1) en présence des Multitrajets.	Page42
Figure III .3 : Courbes « discriminateur » pour le Récepteurs C/A – GPS pour différentes valeurs du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct.	Page44

Figure III .4 : Courbes «discriminateur » pour le Récepteurs BOC (1,1) GALILEO pour différentes valeurs du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct.....	Page44
Figure III.5 : Courbes « discriminateur »du signal Direct et Réfléchi pour un récepteur BOC (1,1).....	Page46
Figure III .6 : Courbes « discriminateur » du signal Direct et Réfléchi pour un récepteurs C/A	Page46
Figure III .7. Offset de code maximal absolu pour un récepteurs C/A – GPS.....	Page47
Figure III.8 : Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour différente valeurs de l’espacement de chip pour un récepteurs C/A – GPS	Page48
Figure III .9 : Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour $C_s=T_c$ et pour un récepteur BOC (1,1).....	Page48
Figure III .10 : Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour $C_s=T_c/10$ et pour un récepteurs BOC (1,1).....	Page49
Figure III .11. Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour différente valeurs de l’amplitude relative du trajet réfléchi par rapport au trajet direct et pour un récepteur classique C/A – GPS.....	Page49
Figure III .12 : Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour différente valeurs de l’amplitude relative du trajet réfléchi par rapport au trajet direct et pour un récepteur classique Boc(1,1).....	Page50
Figure.III .13. Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour différente valeurs de la phase relative du trajet réfléchi par rapport au trajet direct et pour un récepteurs C/A – GPS.....	Page50
Figure III .14. Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour $C_s=T_c$ et pour les récepteurs BOC (1,1) et C/A – GPS.....	Page51

Figure III.15 : Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour différentes valeurs de l'espacement de chip

pour un récepteur Boc(1,1)..... Page52

Figure.III .16. Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour différentes valeurs de l'amplitude relative

pour un récepteur étroit C/A GPS.Page53

Figure III.17 : Représentation spectrale des signaux MBoc et Boc(1,1)..... Page54

Figure III .18 : Représentation temporelle du signal MBocPage55

Figure III.19 : Fonction d'autocorrélation pour différentes modulationsPage55

Figure III .20 : Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour $C_s=T_c$ et pour les récepteurs BOC (1,1) et C/A – GPS..... Page56

Figure III .21 : Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour $C_s=T_c$Page57

Figure III.22 : Fonction d'autocorrélation pour Boc(14,2)..... Page58

Figure.III .23. Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour $C_s=T_c$ Page58

Chapitre IV : Méthode adaptative NLMS

Figure IV.1: Schéma général d'un système de filtrage adaptatif..... Page60

Figure IV.2: Schématisation du principe de minimisation

par la méthode du Gradient.....Page61

Figure IV.3 : Diagramme du système de réduction des multitrajetsPage63

Figure IV.4 : Estimateur des multitrajetsPage65

Figure IV.5 : Séparation du retard entre le signal direct et le multitrajetPage66

Figure IV.6 : l'autocorrélation du signal GPS affecté par un multitrajet..... Page67

Figure IV.7 : Acquisition en présence d'un multitrajet	
avec un retard supérieur à 300m	Page69
Figure IV.8 : le pic d'acquisition en présence d'un multitrajet avec un retard inférieur à 300m	Page69
Figure IV.9 : sur le message de navigation.	Page70
Figure IV.10 : Les sorties des corrélateurs(en phase)	Page70
Figure IV.11 : l'influence du multitrajet sur le message de navigation.	Page71
Figure IV.12 : Les sorties des corrélateurs.	Page71
Figure IV.13 : Enveloppe d'erreur	Page72
Figure IV.14 : Signal de sortie et d'erreur du filtre NLMS	Page73
Figure IV.15 : Les amplitudes estimées des multitrajets par le filtre NLMS.	Page73
Figure IV.16 : Message de navigation.	Page74
Figure IV.17 : Message de navigation	Page75

La liste d'abréviation

L'indexe	Description en anglais	Description en français
AS	Anti Spoofing	Antibrouillage
C/A	Coarse/Acquisition	Acquisition Rapide
BPSK	Binary Phase Shift Keying	La Modulation En Phase
CDMA	Code Division Multiple Access	Accès Multiple Par Partition Avec Code
DOD	Department Of Defence	Département De Défense
GPS	Global Positioning System	System De Positionnement Global
NAVSTAR	Navigation Satellite Timing And Ranging	System De Navigation
PLL	Phase Lock Loop	Boucle De Verrouillage De Phase
PN	Pseudo Noise	Séquence Binaire Aléatoire
PRN	Pseudo Random Noise	Bruit Pseudo-Aléatoire
RF	Radio Frequency	Radio Fréquence
UTC	Cordinated Universal Time	Temps Universel Coordonné
VCO	Voltage Control Oscillator	Oscillateur Commander En Tension
DFT	Discrete Fourier Transforme	Transformée De Fourier Discrète
SA	Seletive Availability	Disponibilité Sélective
DLL	Delay Lock Loop	Boucle De Verrouillage De Code
NLMS	Normalised Least Mean Square	Algorithme des moindres carrés normalise
LMS	Least Mean Square	Algorithme des moindres carrés
BOC	Binary Offset Carrier	Modulation a double décalage

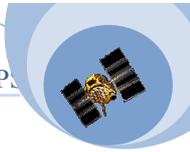
Introduction générale :

Le système de radiolocalisation par satellites GPS, présente un intérêt pour des catégories d'utilisateurs de plus en plus importantes et diversifiées. En effet, l'avènement des satellites artificiels au début des années 1940, a permis de révolutionner les systèmes de localisation existant auparavant (tels que les systèmes LORAN-A, OMEGA et DECCA) en fournissant des signaux de radionavigation sur la quasi globalité de la surface de la Terre. Basés sur des mesures de distance à partir de signaux à spectre étalé, le GPS est capable de fournir des solutions de position, vitesse et temps. La gamme de précision couverte va des mètres au centimètre, selon la technique mise en œuvre. L'un des revers majeur de ce système tient à ce que ses performances dépendent étroitement de l'environnement dans lequel évolue l'utilisateur. L'environnement urbain est caractérisé par la présence d'un grand nombre d'obstacles qui produisent des trajets multiples, ainsi que des obstacles environnants, tels que des arbres ou des bâtiments, réfléchissent les signaux émis par les satellites, le processus de localisation peut conduire à des résultats erratiques.

Au cours de ces dernières années, plusieurs techniques de traitement de signal avancées ont été conçues pour atténuer les erreurs induites par les signaux multitrajets. Ces techniques ont des difficultés à atténuer les erreurs dont le retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct est très court. Typiquement, les erreurs qui sont supprimées en grande partie sont les erreurs dues aux multitrajets ayant des retards supérieurs à environ 300 m. Dans ce travail, nous proposons une nouvelle technique de traitement de signal permettant de réduire les effets des Multitrajets réfléchis à partir des distances inférieures à 300m, cette technique repose sur l'utilisation de l'algorithme adaptatif NLMS. L'étude et la simulation ont démontré que cette dernière présente une capacité de réduction des multitrajets améliorée dans la plupart des situations.

Dans ce contexte, notre travail sera composé de quatre chapitres. Le premier sera consacré aux généralités sur le GPS. L'architecture du récepteur est ensuite montrée : les boucles de poursuites sont décrites en premier pour mettre en évidence par la suite l'effet du milieu de propagation sur cette étape du traitement du signal.

Les milieux urbains sont caractérisés par la présence des signaux multitrajets. Il est donc primordial de précisément caractériser les performances d'un récepteur pour ce type d'application. Pour cela le chapitre (III) présente une étude sur les comportements de la boucle de poursuite de code DLL en présence des multitrajets. Cette analyse permettra de mettre en évidence les erreurs commise par la DLL lorsque les ondes radio se propagent dans ce type d'environnements. Ainsi, dans la suite de l'exposé des méthodes de réduction de l'effet des multitrajets seront présentées. Finalement le chapitre (IV) propose, une autre approche, elle concerne les filtres adaptatifs de type NLMS.



I. 1.INTRODUCTION :

Le système de positionnement global (GPS) est un système de navigation par satellite destiné à fournir la position, la vitesse et l'heure n'importe où sur la surface de la terre ou dans ses environs.

On peut dire que le GPS est un système quadridimensionnel qui permet de déterminer :

- la latitude ;
- la longitude ;
- l'altitude ;
- l'heure.

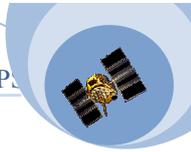
Cette capacité de détermination des composantes altimétriques et horaires ouvre des débouchés qui dépassent largement les applications classiques des systèmes antérieurs de positionnement.

Le GPS a une couverture mondiale et un fonctionnement continu dans le temps. Le nombre de satellites constituant la constellation, le choix des fréquences utilisées et la polarisation circulaire des ondes lui confèrent l'universalité d'emploi dans l'espace et dans le temps ; il est peu affecté par les conditions météorologiques ou climatiques des zones d'utilisation.

I.2. DESCRIPTION DU GPS :

Le système NAVSTAR (Navigation System by Timing and Ranging) appelé aussi GPS (Global Positioning System) est un système de positionnement par satellite, conçu mis en service et maintenu par le ministère de la défense des états unies DOD (Department Of Defense).

Le GPS est issu d'un programme militaire américain débuté en 1958 qui visait à obtenir la position d'un mobile à l'aide d'un satellite. Les premiers travaux concernant le GPS datent concrètement des années 1970, le premier satellite a été lancé en 1978, son exploitation avait débuté en 1985 pour des besoins militaires avec une dégradation volontaire connue sous le nom « disponibilité sélective » (SA : Seletive Availability) pour les utilisateurs civils donnant une précision de l'ordre de 100 mètres, et le système a été déclaré pleinement opérationnel le 27 Avril 1995. Le 1^{er} Mai 2000 le président Bill Clinton a annoncé qu'il mettait fin à cette dégradation permettant ainsi d'avoir une précision de 22 mètres au mieux.



Le GPS est utilisé dans plusieurs domaines ; la navigation maritime et aérienne, la géodésie, la cartographie, l'hydrographie, la géodésie ainsi que tous les travaux topographiques ne pourront certainement plus s'en passer.

Le système est composé de trois secteurs :

- Le secteur spatial constitué de l'ensemble des satellites ;
- Le secteur de contrôle qui permet de piloter le système ;
- Le secteur utilisateur qui est l'ensemble des utilisateurs civils et militaires du système.

I.2.1. Le secteur spatial :

Il comporte 24 satellites (ajoutant 3 satellites de secours) répartis de façon à assurer en tout lieu sur terre une visibilité simultanée de 4 à 8 satellites. Les satellites sont répartis sur 6 plans orbitaux ayant tous une inclinaison de 55° sur l'équateur et 60° entre eux, chaque orbite possède donc quatre satellites espacés entre eux de 90° . L'orbite des satellites est quasi circulaire, leurs altitude est d'environ 20 200 Km avec une période de révolution d'une demi journée sidérale soit 11 heures et 58 minutes à la vitesse 13000 Km/h, cela veut dire que, pour un endroit considéré, un satellite passe deux fois par jour.

Chaque satellite dispose d'une fusée auxiliaire pour permettre à la station de contrôle de le remettre sur son orbite, l'alimentation électrique est assurée par des panneaux solaires, des batteries rechargeables prennent le relais lors du passage de l'ombre de la terre. La durée de vie d'un satellite GPS est d'environ 7.5 ans, sa masse est 1 tonne, sa taille est 5 mètres, et embarque quatre horloges atomiques ; deux en rubidium et deux en césium. L'orientation des satellites changent de façon à avoir les panneaux solaires en face du soleil et les antennes orientées vers la terre.

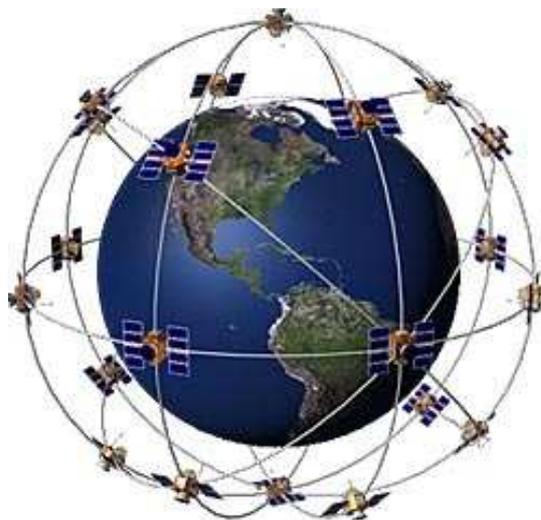


Figure I.1 : *.Le secteur spatial*



I.2.2. Le secteur de contrôle :

Le segment de contrôle comprend cinq stations situées à Colorado Springs, Hawaï, Ascension Island, Diego Garcia et Kawajalen. Ces stations servent à vérifier l'état des satellites lors de leurs passages au dessus d'elles, collectionner les informations météorologiques, les données sont ensuite transmises à la station principale Colorado Springs. A ce niveau, les paramètres décrivant l'orbite des satellites, la qualité des horloges sont estimés, la santé des satellites est également vérifiée. Ces informations sont renvoyées aux autres stations de chargement qui les transmettent aux satellites pour la composition des messages de navigation.

Le choix de cette distribution des stations de contrôle n'est pas hasardeux, mais c'est bien pour une très bonne couverture mondiale, en effet tous les satellites GPS sont vus à 92% du temps.

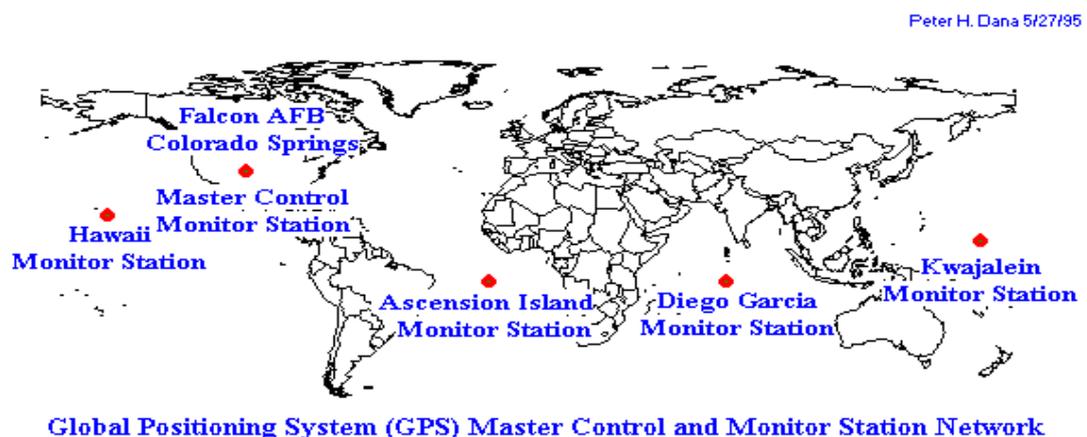
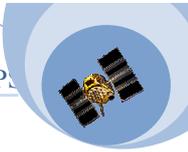


Figure I.2 : *le secteur de contrôle*

I.2.3. Le secteur utilisateur :

Il est constitué de l'ensemble des utilisateurs bénéficiant des services du GPS militaires qu'ils soient ou civils, disposant de récepteurs capables de décoder et d'exploiter le signal reçu des satellites afin de fournir au minimum les informations de temps, de position et de vitesse.

L'utilisation militaire pourra être le guidage des bombes qui a pu atteindre pour des essais effectués sur des bombes larguées à une altitude de 10 000 pieds une précision de 56 pieds, l'application principale dans ce domaine est le guidage des missiles, la navigation par GPS a pu accroître les performances de certains missiles utilisés par le ministère de défense



américain. Avec l'amélioration du GPS par rapport à la technologie des années 70, actuellement la précision de positionnement pourra atteindre 1mm.

Pour les civils le domaine d'utilisation est assez vaste, le GPS commence à être embarqué sur plusieurs types de véhicules, les bateaux et les avions ont été depuis longtemps équipés de récepteurs GPS et leurs navigation se fait à base de ses informations, le pilote automatique par exemple utilise les informations du GPS en temps réel, la précision pour ces utilisateurs est de 20 mètres sans la dégradation volontaire et pourra atteindre 3 mètres avec les augmentations faites pour le GPS, et pour des applications de la géodésie comme l'auscultation des plaques tectoniques la précision est centimétrique.

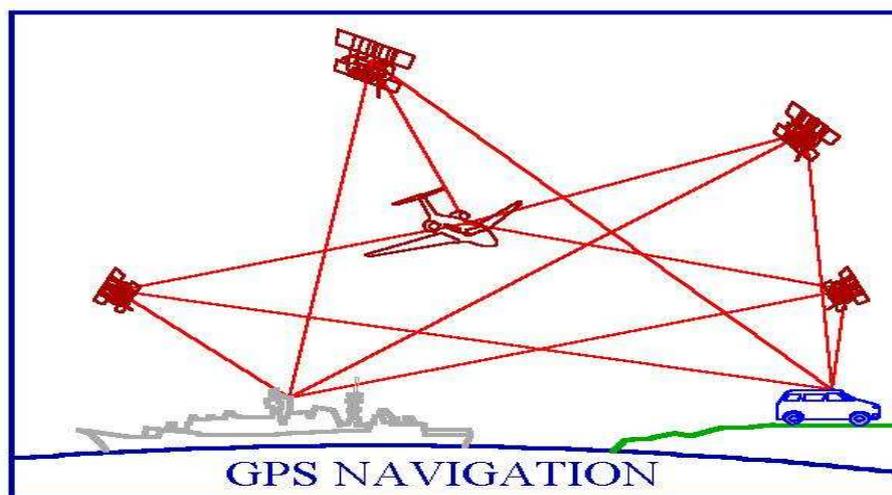
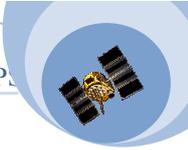


Figure I.3 : *Les utilisateurs du GPS.*

I.3. LES SIGNAUX GPS :

La détermination de la position d'un récepteur nécessite l'exploitation des signaux d'au moins de quatre satellites. Tout récepteur GPS contient une horloge qui peut être synchronisée, il est capable de mesurer le temps de propagation des signaux reçus des satellites visibles, connaissant le temps, les distances (pseudos distances) séparant les satellites du récepteur seront facilement évaluées, sachant que la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques est la vitesse de la lumière ; c'est le principe de mesure par observation de code, cela se fait en observant le décalage temporel entre le code PRN reçu et la réplique générée au niveau du récepteur. La précision obtenue en utilisant le code PRN est de l'ordre des dizaines de mètres et est de quelques mètres quand le code P est utilisé, (les codes PRN et P seront détaillés dans les paragraphes à suivre). Cette méthode nécessite la stabilité de la réplique générée localement, et une bonne résolution de la mesure du temps (quelques dizaines de nano secondes), c'est pour cette raison que cette méthode est dite entachée



d'imprécisions. Une deuxième méthode est possible ; c'est l'observation de la phase se basant sur la détermination du déphasage entre le signal reçu et la réplique locale, en se basant sur l'effet Doppler on détermine la variation de la distance entre le récepteur et le satellite, on détermine alors le nombre de cycles nécessaires au parcours de cette distance qui est difficilement évaluée, mais cette méthode est plus précise.

Connaitre ces distances n'est tout de même pas suffisant pour la détermination de la position ; l'information nécessaire est les positions des satellites ; elles sont obtenues à partir des éphémérides envoyées par les satellites. Un message éphéméride comporte toutes les informations concernant les satellites permettant de déterminer leurs positions dans un référentiel donné. Par le principe de triangulation, la position du récepteur sera évaluée.

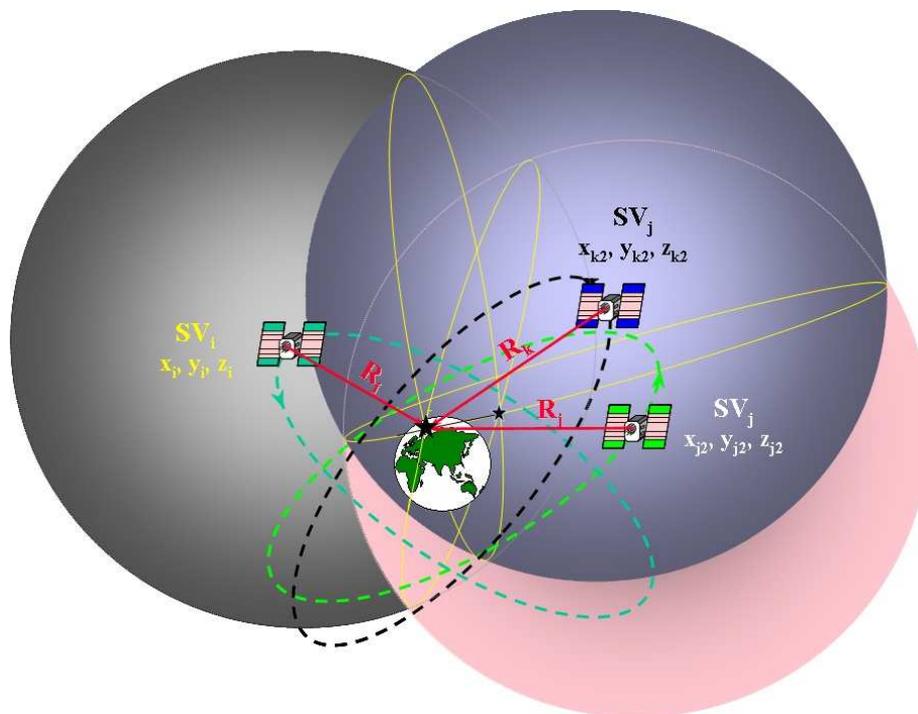
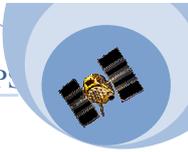


Figure I.4 : *Le principe de triangulation.*

Les signaux envoyés par les satellites sont sur les deux fréquences UHF générées à partir d'une fréquence fondamentale $f_0=1.023$ MHz ; $L1=1575.42$ MHz ($154 f_0$) et $L2=1227.60$ MHz ($120 f_0$) correspondant respectivement à des longueurs d'ondes de 19 et 24cm. En 2010, une nouvelle fréquence sera ajoutée pour le GPS ; c'est la $L5=1176.45$ MHz correspondant à une longueur d'onde de 25cm, elle sera modulée par deux nouveaux codes civils : I5 et Q5.

Les signaux GPS actuels sont codifiés en trois formes ; le code P (Précision code), le code C/A (Coarse Acquisition code) et le code D (Data Code).



I.3.1. Le signal L1 :

Le signal transmis par un satellite sur la bande L1 est de la forme :

$$S_1 = A_p \cdot D(t) \cdot P(t) \cdot \cos(2\pi L_1 t + \varphi) + A_c \cdot D(t) \cdot C/A \cdot \sin(2\pi L_1 t + \varphi) \quad (I.1)$$

Chacun des paramètres de cette expression sera défini ci-dessus. Le schéma bloc suivant illustre la construction du signal L1.

La forme du signal L1 sera donc :

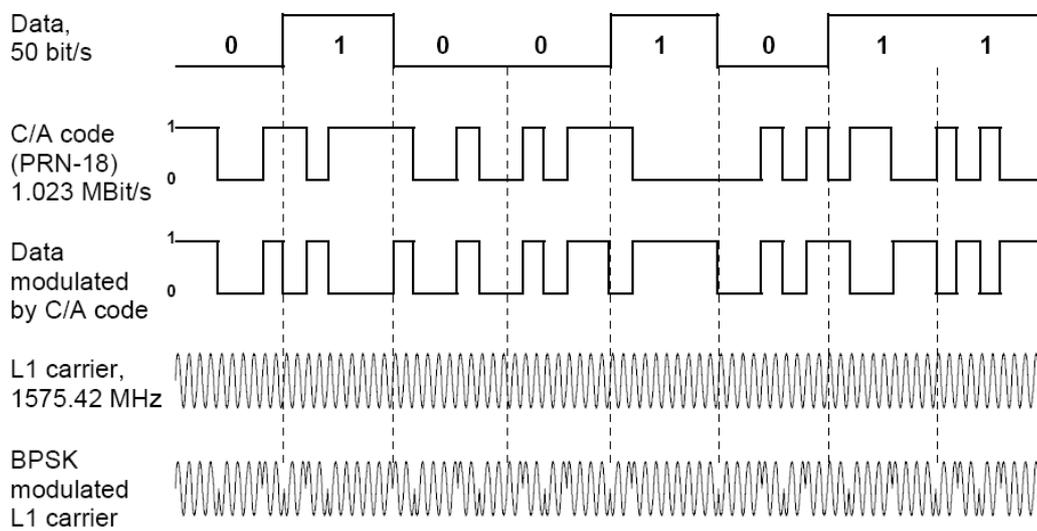


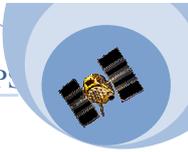
Figure I.5 : La forme du signal L1.

a). Le code P :

Le code P est une série pseudo aléatoire de période de 267 jours et de fréquence de $f_0=10.023$ MHz. Il est modulé sur les deux fréquences L1 et L2, étant utilisé par les militaires, le code p est protégé par un code de cryptage Y (A/S : Anti Spoofing). Les caractéristiques des codes P et Y sont inconnues, il est alors impossible de les reconstruire, ils ne sont accessibles qu'aux utilisateurs possédant des clés de décryptage comme l'armée américaine et certains de ses alliés.

b). Le code C/A :

Appelé aussi PRN (Pseudo Random Number), le code C/A sert à identifier les satellites, chaque satellite possède son propre code.



C'est une suite pseudo aléatoire de 1023 chips (± 1), de durée 1ms et de fréquence de 1.023 MHz. Ce code n'est transmis que sur la bande L1 et il n'est pas crypté. Le schéma suivant illustre la génération du code C/A.

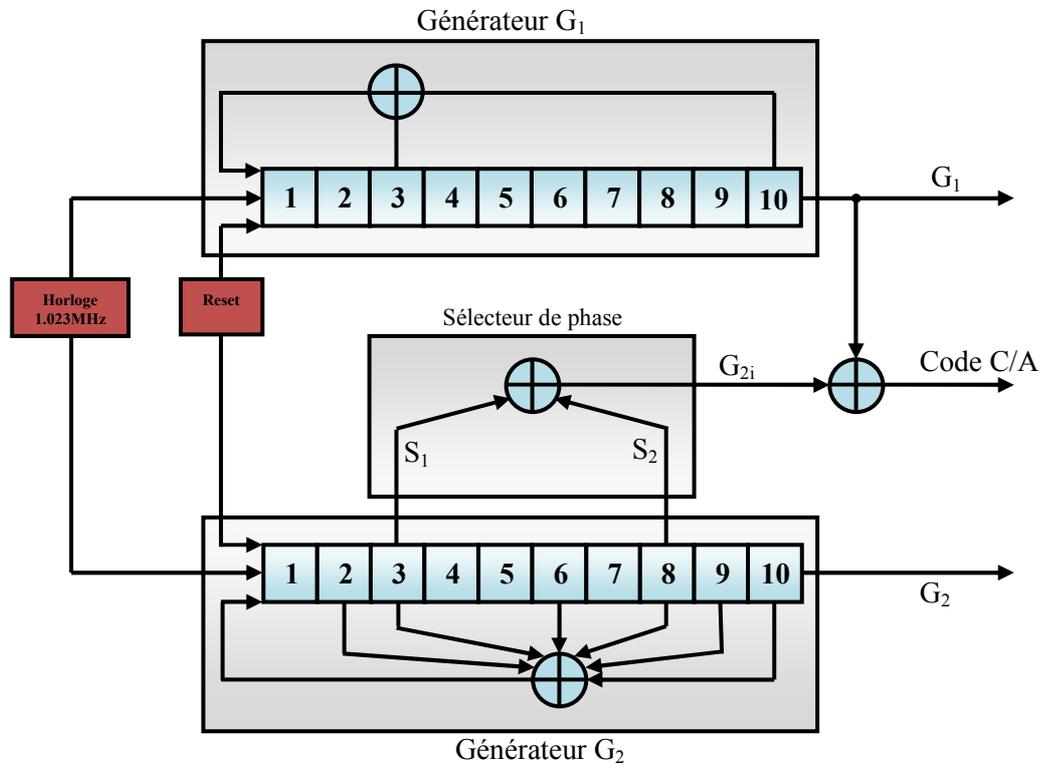


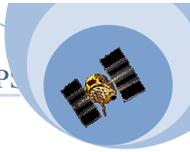
Figure I.6 : Génération du code C/A.

Pour identifier les satellites visibles au moment de la réception du signal, on fait recours au niveau du récepteur à la fonction de corrélation. Seule la corrélation entre le signal reçu d'un satellite donné et son code PRN généré localement donnera un pic, c'est ainsi que sont identifiés les satellites visibles.

c). Le message de navigation :

Le message de navigation contient des informations nécessaires pour l'exploitation du GPS, à savoir :

- **Le temps GPS** : dit en anglais « Week Number », c'est le numéro de la semaine et le temps dans la semaine. Ce temps est calculé par rapport à la référence du temps GPS démarré le 6 Janvier 1980 à 00h : 00mn, le début de la semaine GPS est le Dimanche à 00h : 00mn.
- **Les éphémérides** : englobent tous les paramètres descriptifs des satellites utiles pour le calcul de la position de chaque satellite à une précision de ± 10 mètres.



- **Les almanachs** : contiennent les mêmes informations que les éphémérides mais moins précis et concernant l'ensemble de la constellation. Voici un extrait d'un almanach du satellite 1 :

```
***** Week 121 almanac for PRN-01 *****
ID: 01
Health: 000
Eccentricity: 0.5200386047E-002
Time of Applicability(s): 61440.0000
Orbital Inclination(rad): 0.9673390706
Rate of Right Ascen(r/s): -0.7588887536E-008
SQRT(A) (m 1/2): 5153.674316
Right Ascen at Week(rad): 0.7924119310E-001
Argument of Perigee(rad): -1.736871094
Mean Anom(rad): -0.2029831838E+001
Af0(s): 0.2079010010E-003
          Af1(s/s): 0.0000000000E+000
week: 121
```

- **Des coefficients de corrections** : nous en citons : la variation de l'ascension droite, correction sur l'anomalie moyenne, correction du temps GPS, ainsi que des constantes de corrections concernant l'inclinaison, l'anomalie excentrique...
- De diverses informations sur l'état de la constellation.
- Le modèle de comportement des horloges et les paramètres de conversion du temps GPS en temps UTC.

Le message de navigation est une suite de bits transmis à la cadence 50 HZ/sec (soit 0.02 seconde pour un bit). Il est composé de 25 trames (subframe). Chaque trame est constitué de 5 sous trames de 30 bits, chaque trame contient en tout alors $30 \times 5 = 1500$ bits, ce qui donnera une durée de 1500×0.02 soit 30 secondes. Ainsi le message de navigation aura une durée de 12.5 minutes.

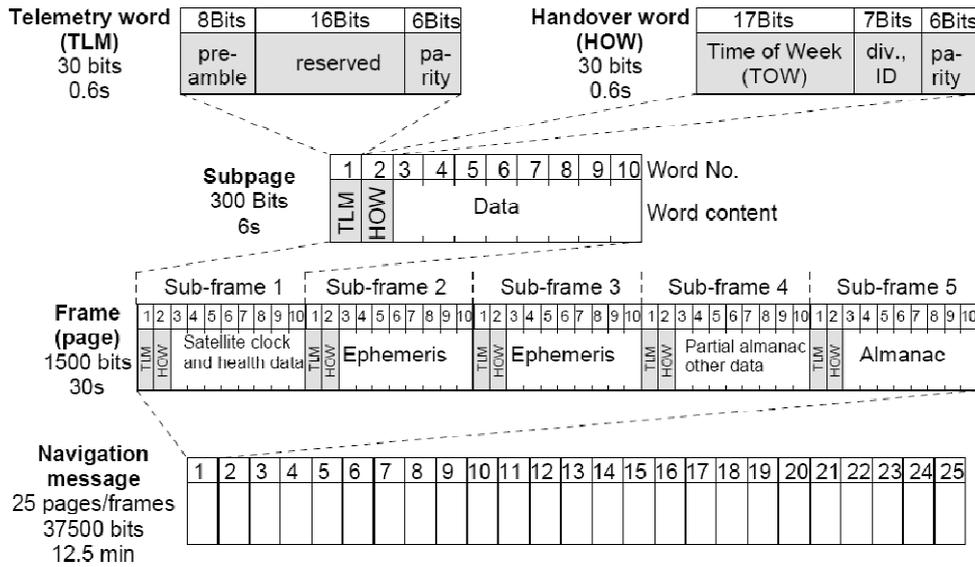
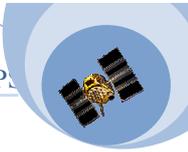


Figure I.7: *Format du message de navigation.*

I.3.2. Le signal L2 :

La porteuse est modulée simultanément par le code P et le message de navigation, il est donc de la forme :

$$S_1 = B_p \cdot D(t) \cdot P(t) \cdot \cos(2\pi L_1 t + \varphi) \tag{I.2}$$

Les deux schémas suivants résument tous les blocs de construction des deux signaux GPS :

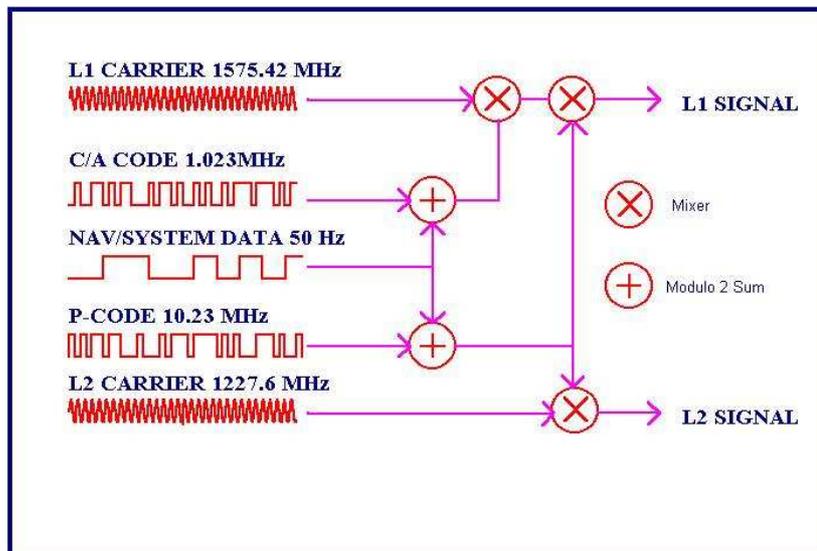
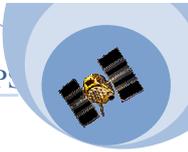


Figure I.8 : *Génération des signaux GPS.*



I.3.3. Le spectre du signal GPS :

La multiplication de la porteuse sinusoïdale par un code étale le spectre qui aura la forme d'un $\text{sinc}(x)=\sin(x)/x$. La largeur du lobe principal est égale à deux fois le débit du code, il contient 90% de l'énergie totale du signal. Voici l'occupation spectrale du signal GPS.

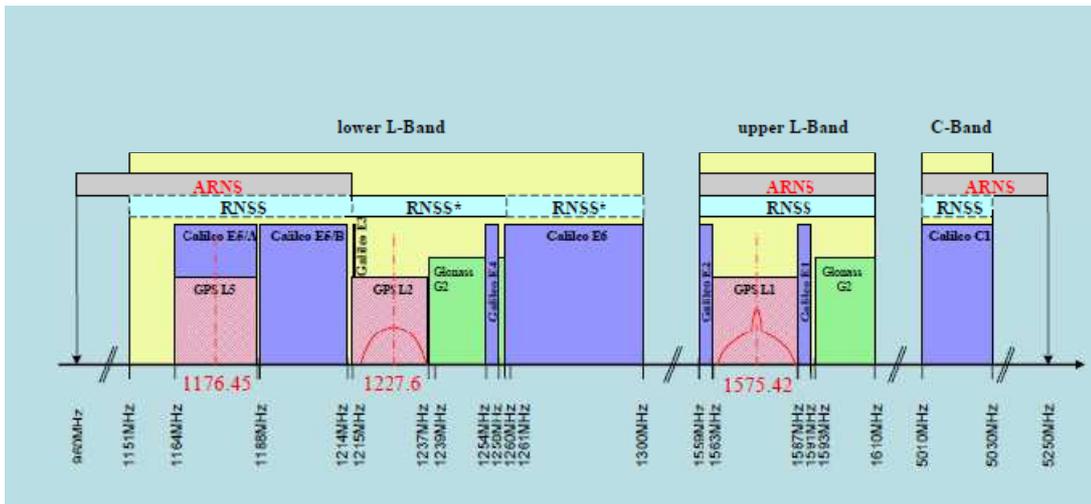


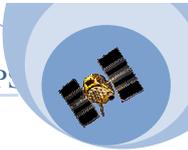
Figure I.9 : L'occupation spectrale du signal GPS.

I.3.4. Nécessité d'une nouvelle modulation :

Une partie des signaux GPS et d'autre système de navigation (GALILEO) occupent les mêmes bandes de fréquence la **figure. (I.10)**. A cela s'ajoute la définition du nouveau signal militaire GPS sur L_1 et L_2 . D'où la nécessité, afin de minimiser le risque d'interférence, de définir une nouvelle modulation dont le spectre serait aussi éloigné que possible de ceux des signaux déjà présents dans la bande. C'est dans ce sens qu'ont été définies les modulations BOC (Binary Offset Carrier). L'idée directrice étant de placer le maximum d'énergie 'loin' du centre de la bande.

I.3.5. Les modulations BOC (f_s, f_c) :

Les modulations BOC (f_s, f_c) consistent à multiplier un signal (du même type que le signal GPS) par une sous-porteuse rectangulaire de fréquence f_s, f_c désignant le rythme chip du PRN. En générale ces fréquences sont exprimées en MHZ . Comme illustré sur la **figure. (I.10)** dans le plans spectrale, le lobe principale est alors doublé et les deux lobes



résultants sont centré à $\pm f_s$ autour de la fréquence centrale .De même pour la modulation BPSK, ils occupent une largeur $2f_c$.

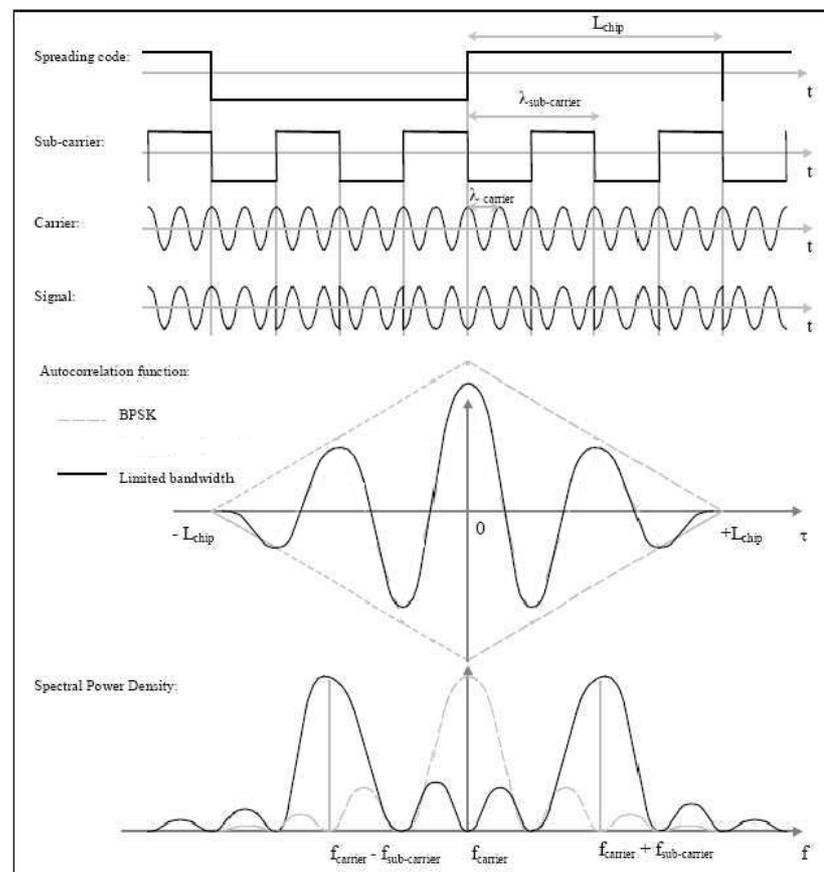
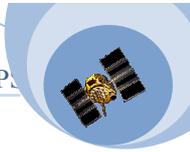


Figure I.10 : *L'occupation spectrale.*

Les signaux BOC pressentent beaucoup d'intérêt d'un point de vue opérationnel :

- ils sont faciles à générer (multiplication du signal par 1 ou -1)
- modulation à amplitude constante : les amplificateurs de l'émetteur peuvent fonctionner en régime saturé.
- l'énergie est loin du centre de la bande ce qui rend la modulation moins sensible au bruit d'où une meilleur précision de localisation.



I.5.LES SOURCES D'ERREURS :

5.1. Les dégradations volontaires :

Le système GPS étant à l'origine un système militaire, il a par conception deux dégradations affectant la qualité des mesures.

5.1.1. L'accès sélectif (SA : Selective Availability) :

Les dégradations causées par la SA interviennent à deux niveaux :

- dégradation des éléments d'orbite et d'horloge contenus dans le message de navigation
- dégradation de la fréquence de l'horloge des satellites par ajout d'un déphasage

Ces dégradations permettaient l'utilisation précise du GPS en temps réel aux seules personnes habilitées. Elles n'avaient donc pas d'incidence sur le traitement en temps différé.

5.1.2. L'antibrouillage (AS : Anti-Spoofing) :

C'est une protection destinée à éviter le brouillage volontaire du système GPS par un utilisateur qui enverrait un signal proche du signal GPS créant ainsi la confusion. L'AS consiste à ajouter au code P, sur les deux fréquences L1 et L2, un code W militairement classifié formant ainsi le code Y. En cas d'AS, l'utilisateur non autorisé ne peut plus a priori faire de mesures sur le code P. Il ne peut donc qu'utiliser le code C/A et est limité à une fréquence.

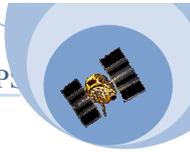
5.2. Les Multitrajets :

L'erreur de Multitrajet se produit quand le signal GPS arrive au récepteur après plus d'un trajet à cause des réflexions près du récepteur comme montré par exemple sur **la figure (I.11)**. Cette erreur dépend des conditions autour de l'antenne et du type d'antenne. Le multitrajet est une erreur difficile à corriger car il n'existe pas de modèle mathématique général pour les décrire.

On note l'existence de deux sortes de multitrajets:

2.1.Multitrajets de phase porteuse :

Le signal direct d'un satellite GPS vers un récepteur (SD) peut s'écrire comme :



$$S_D = A \cdot \cos \varphi \quad (I.3)$$

Puis, chaque signal réfléchi (SR) sera décalé en phase en fonction de la configuration géométrique:

$$S_R = \alpha \cdot A \cdot \cos(\varphi + \delta\varphi) \quad (I.4)$$

En général, les signaux réfléchis peuvent être nombreux (n) avec des facteurs d'atténuation α_j et des décalages de phase $\delta\varphi_j$. Le signal total à l'antenne du récepteur (S) est alors la superposition de tous ces signaux

$$S = A \cdot \cos \varphi + \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot A \cdot \cos(\varphi + \delta\varphi_j) \quad (I.5)$$

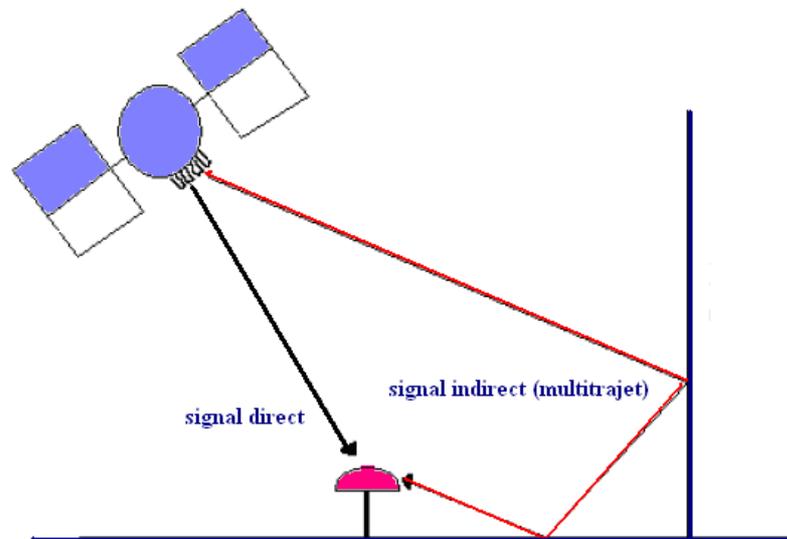
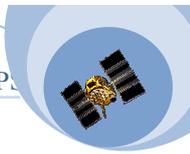


Figure I.11: *signal direct plus un multitrajet*

2.2. Multitrajets de code :

Le Multitrajet de code ressemble au multitrajet de phase, mais l'effet est plus important. Le multitrajet a tendance à être plus faible pour la mesure du code P que pour la mesure du code CA. Plusieurs techniques de traitement du signal peuvent être utilisées afin de diminuer l'erreur de multitrajet.

On peut essayer de s'affranchir des trajets multiples en prenant quelques dispositions au niveau des observations :



- par le choix de la station en évitant les surfaces réfléchissantes proches,
- par le choix d'antennes munies d'un plan absorbant, ou d'antennes choke ring,
- par filtrage des ondes reçues,
- par le choix des satellites, les plus bas étant les plus sensibles au multitrajet.

L'erreur de multitrajet de phase est plus petite par rapport à ce du code elle dépend de la fréquence de la porteuse qui est à l'ordre de GHz, par conséquent l'erreur correspond à la longueur d'onde porteuse : $\lambda = c/f_c = 19 \text{ cm}$. Tandis que l'erreur associée un la durée d'un seule chip est :

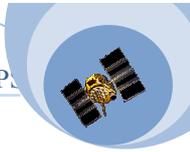
$$c.T_C = 3 \times 10^8 \times 10^{-3} / 1023 = 293 \text{ mètres}$$

Le retard du code qui est couramment utilisé pour déterminer la pseudo-distance pour chaque satellite, l'erreur dans son estimation est la principale cause d'erreur dans la solution finale.

Les multitrajets sont considérés comme l'une des grandes sources d'erreur dans la navigation par satellite, cette erreur ne peut pas être éliminée même par un système DGPS car elle est n'est pas corrélée dans l'espace et dans le temps, Le tableau ci-dessous présente une quantification des erreurs pour un récepteur GPS et un autre DGPS:

Sources d'erreurs	GPS seulement	DGPS
Erreur d'horloge	1.1	0
Retard du groupe L1	0.3	0
Erreur d'éphémérides	0.8	0.0006
Retard ionosphérique	07	0.04
Retard troposphérique	0.2	0.04
Bruit du récepteur	0.1	0.1
Multitrajet	02	03
σ_{URER} totale	11.4	3.148

Tableau I-1 : les différentes sources d'erreurs



On constate que l'erreur causée par les multitrajets, n'est pas seulement importante mais aussi elle est amplifiée par une correction différentielle DGPS.

I.7. APPLICATION DU GPS :

La navigation en temps réel est l'une des applications élémentaires et principales du GPS. Tout objet mobile muni d'un récepteur GPS peut connaître en temps réel sa position et sa vitesse dans un repère terrestre.

La précision attendue pour un tel mode de navigation est de 10 à 15 mètres sur sa position et de quelques centimètres par seconde sur sa vitesse si l'utilisateur utilise le code précis et une centaine de mètres dans le cas contraire.

Que ce soit sur terre, sur mer, dans les airs ou dans l'espace, ces performances excellentes et le faible coût du récepteur GPS, fait de ce système un instrument de navigation très prisé.

Seule la navigation civile aérienne est encore réticente pour des raisons techniques (l'intégrité du système, c'est à dire la certitude dans un temps très court, que tel ou tel satellite fournit ou non des données correctes, n'est pas assurée, et il faut installer de lourds moyens de surveillance de la constellation GPS) et politiques (il faut beaucoup de garanties pour faire accepter par la communauté internationale un instrument essentiel de navigation qui est entièrement dans les mains des militaires d'un pays). Mais la navigation en temps réel est loin d'être l'unique application du GPS.

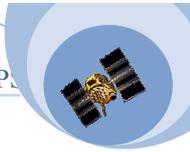
I.7.1.Applications militaires :

Des essais de guidage de bombes ont eu lieu dans le désert de Yuma (Arizona, USA). Les bombes ont été larguées à une altitude de 10000 pieds (environ 3kilomètres). L'erreur maximale entre la déflagration et la cible initiale était en moyenne de 56 pieds (17mètres).

L'application directe du GPS se trouve dans l'utilisation des missiles de croisière. A priori, le système NAVSTAR n'est pas approprié au guidage de missiles intercontinentaux (ou de tous autres missiles) en terrain ennemi sur des milliers de kilomètres.

Cependant l'utilisation de la navigation par GPS permet d'accroître les performances de certains missiles utilisés par les ricains.

Les bombardiers utilisant le système NAVSTAR, pour déterminer la position de leurs cibles, peuvent potentiellement détruire de 400 à 600% d'unités ennemies de plus qu'en utilisant les systèmes de localisation habituels.



I.7.2.Applications civiles :

Le système Navstar est financé par des organismes militaires. Pourtant, nombreuses sont les applications civiles. Le GPS présente des avantages non négligeables vis-à-vis des conditions atmosphériques mais également vis-à-vis de sa non dépendance en luminosité (signal accessible jour et nuit). Ainsi il donne lieu à de multiples utilisations:

I.7.3.L'utilisation du système NAVSTAR par d'autres satellites :

Certains satellites d'observation de la surface terrestre utilisent le GPS pour déterminer leur position. Le GPS leur permet de calibrer très précisément les images qui leur sont commandées.

I.7.4.Autre application de système GPS:

Les applications du système GPS concernent le positionnement de point fixe, le positionnement de points mobiles de plus, la diffusion ultra précise du temps par le système ouvre des applications dans le domaine de la métrologie.

- ✚ **Géodésie** : Pour définir au mieux la forme et la déformation de la terre les géodésiens ont progressivement abandonné les techniques locales, longue et laborieuses, s'appuyant sur un canevas de point déjà déterminés, entraînant des distorsions à l'échelle d'un pays et des problèmes de rattachement aux jonctions entre réseaux, au bénéfice de technique spatiale utilisant des mesures issues de télémètre laser sur les satellites au la lune, de VLBI et plus simplement de GPS.

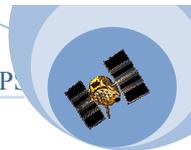
L'utilisation de GPS permet l'établissement d'un système de référence globale de grande précision :

- ✚ **Topographie** : Dans le domaine des topographes et des géomètres, contigu à celui de la géodésie, il s'agit de représenter sur plan les surfaces et reliefs.

- ✚ **Navigation** : La navigation, qu'elle soit aérienne, maritime au terrestre, est le champ privilégié des applications où le GPS est utilisé comme capteur de localisation.

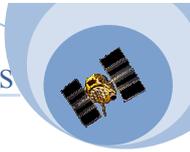
1. Applications aéronautiques
2. Applications maritimes
3. Applications terrestres

- ✚ **Métrologie** : Le GPS est aussi une horloge au césium mise à la disposition des utilisateurs pour le prix d'un simple récepteur. C'est de plus une distribution universelle du temps permettant une datation dans une échelle de temps unique en tous les points de globe et de l'espace .



I.8 CONCLUSION :

Nous avons, au cours de ce chapitre, cherché à décrire les principales caractéristiques du système GPS. Pour cela, nous avons défini les paramètres propres du système, son principe de fonctionnement, les modèles et propriétés des signaux considérés, ainsi que les différents facteurs qui déterminent leurs performances.



II.1. INTRODUCTION :

Nous abordons dans ce chapitre les différents types de récepteurs ainsi les types de mesures possibles. D'une façon générale, la position du récepteur est déduite des distances qui séparent chaque satellite de l'antenne du récepteur.

Nous allons présenter la structure générale d'un récepteur, et étudier la façon dont les opérations principales (acquisition et suivi d'un satellite, récupération des données de navigation, calcul des pseudo-distances) sont effectuées. Nous essaierons également de modéliser certains de ces aspects, afin d'expliquer les performances des récepteurs GPS.

II.2. TYPE DE RECEPTEURS :

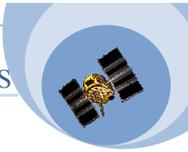
Il existe plusieurs types de récepteurs qui se différencient par :

- Le nombre de fréquences qu'ils peuvent recevoir (f_1, f_2) ;
- Le nombre de codes qu'ils peuvent traiter (C/A, P(Y)) ;
- Le nombre de satellites qu'ils savent simultanément poursuivre (1 à 24 canaux) ;
- Les traitements qu'ils effectuent ;
- Leur capacité d'E/S et la fourniture de données ;
- Leur capacité d'acquérir et de traiter les corrections ;
- Leurs interfaces utilisateur, packaging et consommation.

Les avancées technologiques, font que les distinctions entre récepteur monocanal, monocanal multiplexé et récepteur à structure parallèle n'ont plus de consistance. En effet, la microélectronique et les capacités d'intégration des circuits électroniques ont fait que pratiquement tous les récepteurs mis, à jour, sur le marché sont à structure parallèle huit, douze ou seize canaux. Ces récepteurs sont capables de poursuivre simultanément un nombre important de satellites et cela permet de diminuer les temps d'acquisition, permettent des traitements cinématiques, de donner une certaine résistance contre les multiples trajets et de favoriser des traitements particuliers.

Le bon fonctionnement d'un récepteur nécessite que celui-ci soit capable d'acquérir et de traiter les signaux émis par au moins quatre satellites. Il existe pour cela différentes stratégies.

- **Récepteur à canaux parallèles** : dispose de plusieurs canaux et traite simultanément les signaux des satellites. Si le récepteur a plus de 4 canaux, il peut utiliser les canaux supplémentaires pour chercher et acquérir de nouveaux satellites, et ainsi s'assurer que la configuration choisie des satellites est toujours optimale.



- **Récepteur séquentiel** : ce type ne possède qu'un ou deux canaux d'acquisition. Il faut alors acquérir un premier satellite, effectuer une mesure, mémoriser les paramètres d'accrochage du satellite, puis faire de même successivement jusqu'à avoir obtenu 4 pseudo distances. Le récepteur calcule alors sa position, puis le processus recommence.
- **Récepteur multiplexé** : son architecture est la même que pour un récepteur séquentiel, mais la commutation d'un satellite à un autre se fait beaucoup plus rapidement.

II.3. LE SCHEMA GENERAL D'UN RECEPTEUR :

Nous décrivons dans cette section l'architecture générale d'un récepteur GPS. Un récepteur GPS contient, de manière générale, les modules suivants :

- L'antenne de réception ;
- La chaîne de réception radiofréquence ;
- Un module de traitement du signal en bande de base ;
- Un module numérique qui est dédié à l'acquisition et la synchronisation des boucles de code, et au calcul de la corrélation ;
- Un module de navigation et de calcul des coordonnées ;
- Interface homme machine.

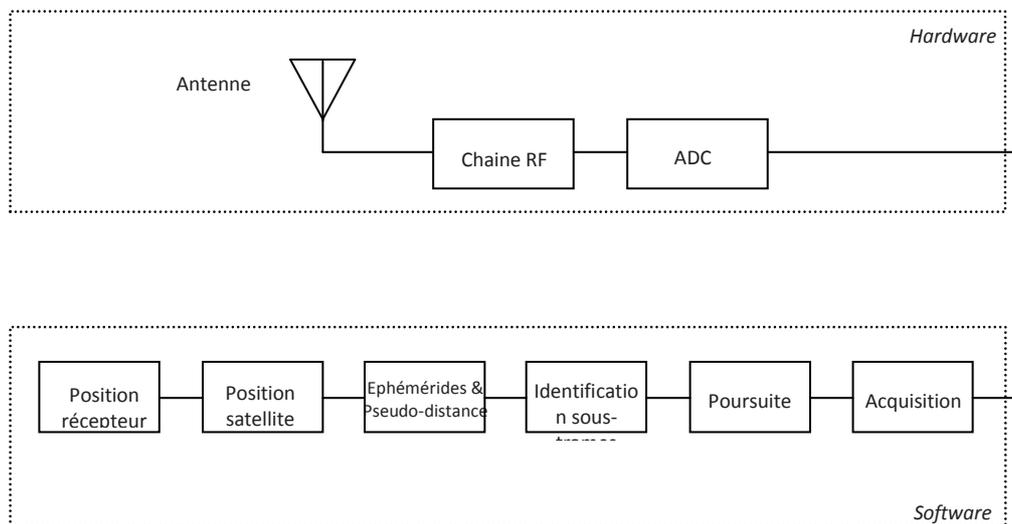
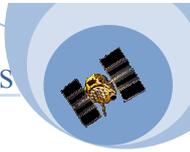


Figure II.1 : Schéma Bloc d'un Récepteur GPS.



II.4 LES CIRCUITS D'ACQUISITION CODE - PORTEUSE :

Un générateur de code local du récepteur GPS doit rechercher toutes les phases (ou retards) possibles du code C/A reçu jusqu'à l'obtention d'une synchronisation quasi-parfaite et ceci pour permettre de démoduler les données de navigation, et l'instant de corrélation maximale.

II.4.1. Modélisation du signal reçu :

Le signal reçu diffère du signal émis pour les raisons suivantes :

- Le bruit du canal de transmission.
- Le décalage temporel dû essentiellement aux : temps de propagation, décalage de l'horloge satellite et récepteur.
- Le décalage fréquentiel dû à l'effet Doppler et aux instabilités des oscillateurs d'émission et de réception.

$$x(t) = a_0 \cdot D(t - \tau) \cdot C(t - \tau) \cdot \cos(2\pi(f_1 + f_d)t + \varphi_0) + n(t) \quad (\text{II.1})$$

Avec :

a_0 : Amplitude du signal ;

$D(t - \tau)$: Données reçues ;

$C(t - \tau)$: Séquence pseudo aléatoire reçue ;

f_1 : Fréquence nominale (Porteuse) ;

f_d : Fréquence Doppler ;

φ_0 : Terme constant de la phase de la fréquence porteuse ;

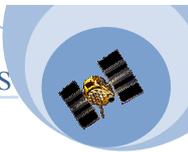
$n(t)$: Bruit blanc Gaussien Additif.

II.4.2. Différentes méthodes d'acquisition :

Il existe différentes méthodes d'acquisition, parmi lesquelles on cite :

- Acquisition par recherche série ;
- Acquisition par recherche parallèle sur la fréquence ;
- Acquisition par recherche parallèle sur la phase du code.

En pratique, la technique d'acquisition par recherche parallèle sur la phase du code est plus rapide et plus couramment utilisée. Cette méthode est plus rapide car le calcul de la corrélation est réalisé avec l'algorithme de transformée de Fourier discrète (DFT).



II.4. 2.1. Acquisition par recherche Parallèle sur la phase du code (Parallel code phase Space Search Acquisition) :

Le schéma de principe de cette technique est représenté sur **la figure(II.2)**.

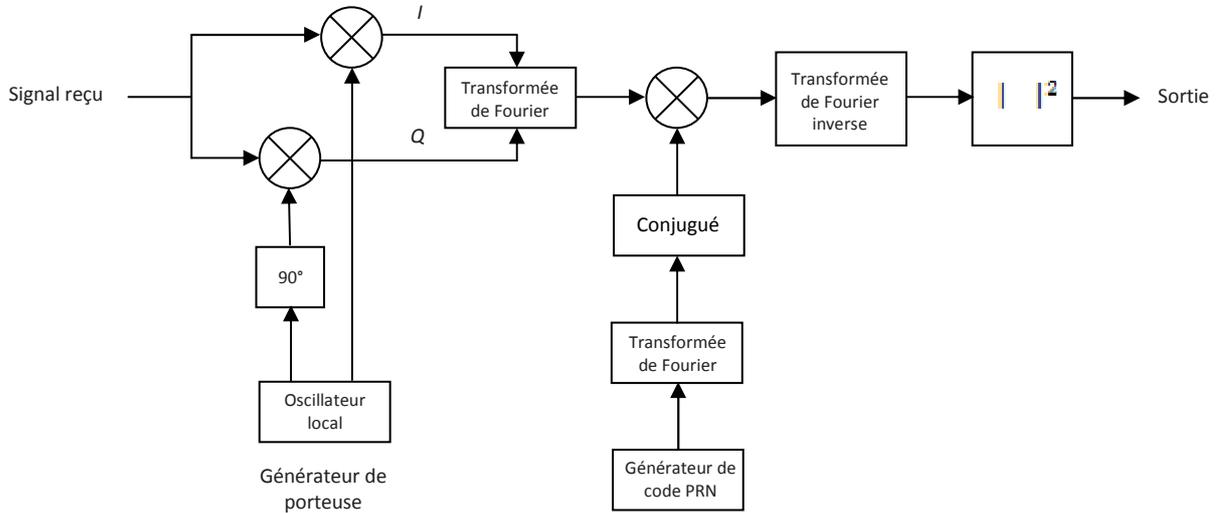


Figure II.2 : Schéma bloc de l'acquisition par recherche Parallèle sur la phase du code.

Cette technique de recherche se base sur la TF pour réaliser une recherche en parallèle sur tous les retards possibles du code pour une fréquence Doppler donnée. Donc la recherche en fréquence Doppler se fait toujours en séquentiel. Ici un nombre d'échantillons du code du signal reçu est corrélé avec une réplique du code qui varie circulairement (comme le montre **la figure II.3**) au lieu de faire varier la phase du code, comme dans le processus de recherche série. Ceci ressemble à la corrélation circulaire.

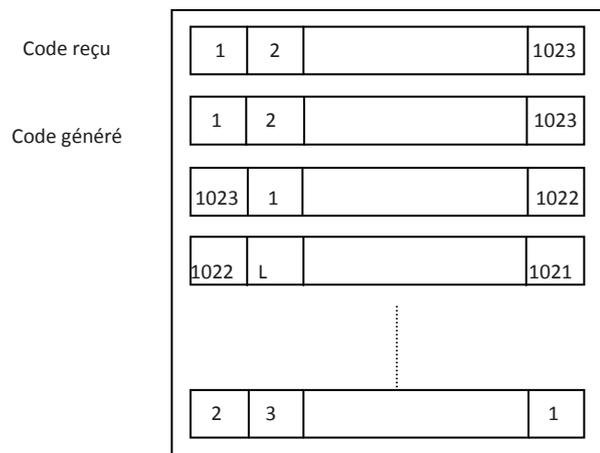
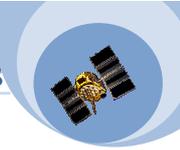


Figure II.3 : Algorithme de recherche circulaire.



La corrélation dite circulaire entre deux séquences en échantillonné peut être exprimé comme suit :

$$z(n) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} x(m) \cdot y(m+n) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} x(-m) \cdot y(m-n) \quad (\text{II.2})$$

La corrélation circulaire exploite les propriétés de la TF. Par définition, la transformée de Fourier discrète des deux fonctions $x(n)$ et $y(n)$ s'écrit :

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j2\pi kn/N} \quad (\text{II.3})$$

$$Y(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y(n) \cdot e^{-\frac{j2\pi kn}{N}} \quad (\text{II.4})$$

La transformée de Fourier discrète de $z(n)$ peut s'écrire :

$$\begin{aligned} Z(k) &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} x(m) \cdot x(m+n) \cdot e^{-\frac{j2\pi kn}{N}} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} x(m) \cdot e^{\frac{j2\pi km}{N}} \sum_{m=0}^{N-1} y(m+n) \cdot e^{-\frac{j2\pi k(n+m)}{N}} \\ &= X^*(k) \cdot Y(k) \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

Avec $X^*(k)$ le signal conjugué de $X(k)$.

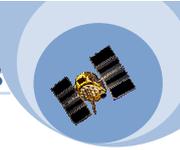
Donc, une solution plus rapide consiste à passer par les TF en utilisant la formule :

$$X^*(k) \cdot Y(k) = TFD\{z(n)\} \quad (\text{II.6})$$

La TFD inverse du produit donne le résultat de corrélation dans le domaine temporel pour l'ensemble des codes phases. La fonction de corrélation est alors :

$$z(n) = TFDI\{X^*(k) \cdot Y(k)\} \quad (\text{II.7})$$

Le schéma de **la figure (II.2)** représente le principe de l'acquisition par recherche parallèle sur la phase du code. La porteuse reçue est multipliée par la composante en phase et par la composante en quadrature de la porteuse générées localement par l'oscillateur local. Nous déterminons ainsi les composantes en phase I et en quadrature Q. Puis les deux voies I et Q sont combinées à fin de fournir une entrée complexe $x(n) = I(n) + jQ(n)$ de la TFD.



Le résultat est multiplié par le conjugué de la transformée de Fourier de la réplique de code PRN générée localement. La valeur absolue de la sortie de la transformée de Fourier inverse représente la corrélation entre le signal d'entrée et le code PRN. Si un pic est présent dans la corrélation, l'indice de ce pic représentera le code phase du code PRN du signal reçu (comme le montre **la figure (II.4)**).

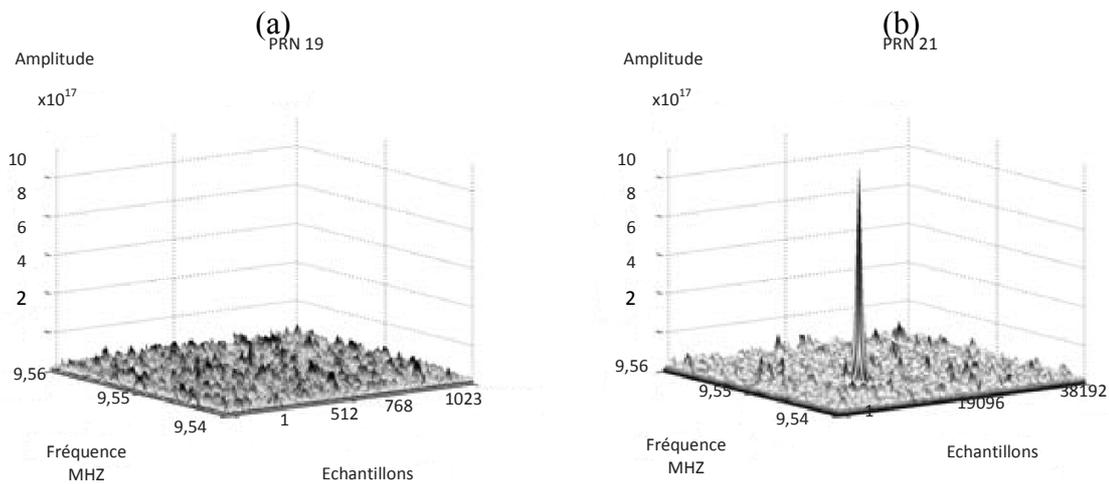


Figure II.4 : *Sortie de l'acquisition par recherche parallèle sur la phase du code*

La **figure (II.4)** donne la sortie de l'acquisition par recherche Parallèle sur la phase du code (a) Satellite #19 n'est pas visible. (b) Satellite #21 est visible (présence du pic).

Une fois l'acquisition réalisée, un système de poursuite procède à l'accrochage de l'oscillateur local à la fréquence porteuse reçue et à un alignement fin des codes. Ce système doit, en plus, poursuivre les changements du décalage et du Doppler causés par le mouvement relatif du satellite et du récepteur.

II.5. Poursuite des signaux GPS :

Dans les récepteurs GPS, un processus d'acquisition fait une première recherche pour trouver la phase du code et la fréquence du signal reçu pour un satellite spécifié.

En outre, ces deux paramètres sont nécessaires pour effectuer le désétalement du spectre et accéder par la suite aux données de navigation GPS.

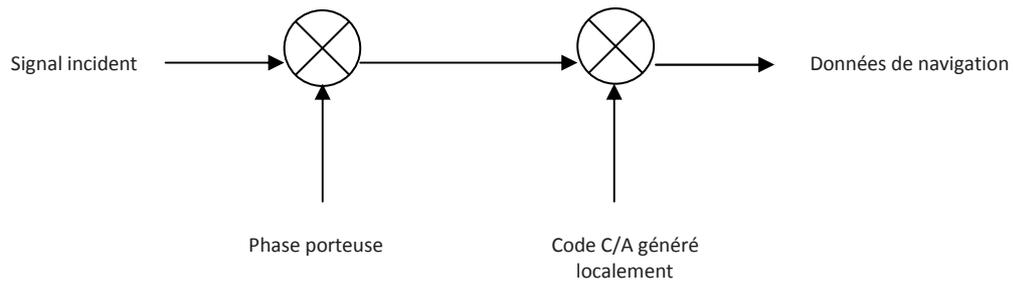
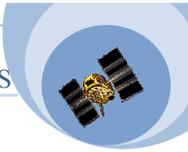


Figure II.5 : Schéma de principe de la démodulation des données.

La figure (II.5). montre le schéma utilisé pour démoduler le signal d'entrée et obtenir le message de Navigation.

Le signal complet émis sur l'antenne du satellite k est donc de la forme :

$$s^k(t) = \sqrt{2P_c}C^k(t)D^k(t)\cos(2\pi f_{L1}t) + \sqrt{2P_{L1}}P^k(t)D^k(t)\sin(2\pi f_{L1}t) + \sqrt{2P_{L2}}P^k(t)D^k(t)\sin(2\pi f_{L2}t + \varphi) \quad (\text{II.8})$$

Le signal reçu après le passage par une fréquence intermédiaire et l'échantillonnage est de la forme:

$$s^k(t) = C^k(n) \cdot D^k(n) \cdot \cos(\omega_{IF}n) + e(n) \quad (\text{II.9})$$

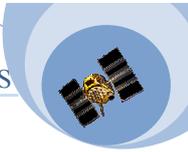
Avec $n = \mathbf{1}/f_s$; n indique que le signal est discret.

La porteuse reçue est multipliée ensuite par la porteuse générée localement par le VCO.

$$\begin{aligned} s^k(t) \cdot \cos(\omega_{IF}n) &= C^k(n) \cdot D^k(n) \cdot \cos(\omega_{IF}n) \cdot \cos(\omega_{IF}n) \\ &= \frac{1}{2}C^k(n) \cdot D^k(n) - \frac{1}{2}C^k(n) \cdot D^k(n) \cdot \cos(2\omega_{IF}n) \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

Les résultats à fréquence double sont éliminés par des filtres passe-bas. On obtient alors le signal :

$$\frac{1}{2}C^k(n) \cdot D^k(n) \quad (\text{II.11})$$



La prochaine étape consiste à supprimer le code du signal. Cela se fait par la corrélation de deux séquences identiques qui sont le code reçu et le même code généré localement.

$$\sum_{n=0}^{N-1} C^k(n) \cdot D^k(n) \cdot C^k(n) = N \cdot D^k(n) \quad (\text{II.12})$$

On obtient ainsi les données de navigation.

Plusieurs problèmes peuvent apparaître; le problème le plus évident se manifeste lors de l'utilisation d'un récepteur non stationnaire. Si le système utilisateur se déplace à une vitesse considérable et change fréquemment sa direction, il introduira une variation de la fréquence Doppler qui modifiera la fréquence porteuse du signal reçu.

L'autre problème du récepteur, consiste à tenir l'alignement de phase des codes C/A. Les deux problèmes (variation de la fréquence porteuse et changement de phase) doivent être corrigés à la réception; ce qui exige deux modules en plus de celui de l'acquisition, la poursuite de code et celui de la phase lors de la conception des boucles de poursuites.

Les récepteurs de navigations poursuivent le signal à l'aide d'une boucle de phase qui démodule les données de navigations, et d'une boucle de code qui mesure le temps de propagation du signal.

Dans ce paragraphe, nous allons présenter le principe de fonctionnement des boucles de poursuite des signaux. Habituellement, la démodulation d'un signal de radionavigation en spectre étalé est effectuée à l'aide de deux opérations, à savoir une opération de désétalement du signal par un code de référence, et une opération d'estimation de la phase du signal pour lever l'ambigüité du signal.

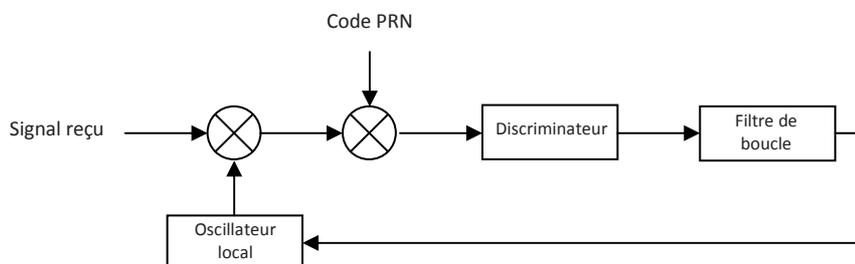
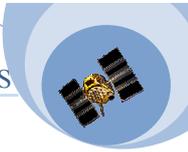


Figure II.6 : Schéma de principe de la poursuite.



II.5.1 Processus de Poursuite de phase :

Une boucle d'asservissement appelée boucle de phase ou PLL (Phase Lock Loop) permet de poursuivre en permanence la phase du signal incident. Elle est constituée de :

- Un comparateur de phase qui donne l'écart de phase entre le signal reçu et le signal local de référence ;
- Un oscillateur commandé en tension VCO (Voltage Control Oscillator) qui délivre une de fréquence sortie proportionnelle au signal continu présenté à son entrée

II.5.1.1 Principe de fonctionnement :

Dans le cas du GPS, les données qui modulent la porteuse ont pour effet d'inverser régulièrement la porteuse (la phase de la porteuse tourne de 180° à chaque transition du message de navigation). Cela complique un peu la récupération de la porteuse. C'est pourquoi la boucle de phase utilisée est généralement une boucle de Costas qui récupère les données de navigation en même temps qu'elle asservit le VCO sur le signal incident.

La boucle de Costas reconstruit une réplique de la porteuse qui est multiplié avec le signal reçu. Le signal résultant est filtré de façon à en extraire l'information modulant la porteuse. La technique utilisée consiste à mélanger le signal reçu avec un signal de référence en phase et en quadrature.

La structure de ce circuit est présentée sur **la figure (II.7)**

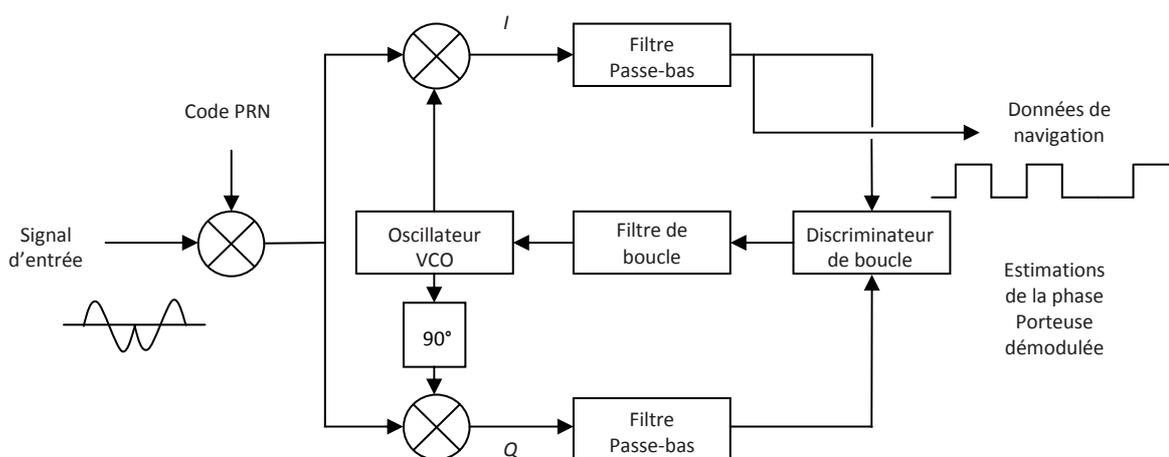
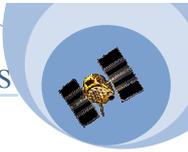


Figure II.7 : Schéma général de la Boucle de Costas.



On voit que la boucle d'asservissement de phase est une chaîne de rétroaction qui permet d'asservir la phase du signal issu d'un oscillateur modulable en fréquence à celle du signal d'entrée. Le but de la boucle est d'essayer de maintenir toute l'énergie dans la voie I. Pour maintenir l'énergie dans la voie I, un certain genre de contrôle par l'oscillateur est nécessaire.

En effet, les deux signaux I (In-phase signal) et Q (Quadrature signal) sont appliqués au discriminateur de phase. La sortie de ce dernier, constitue la fonction discriminatrice. Après le passage de cette tension dans un filtre passe bas (filtre de boucle), la tension résultante est appliquée à l'entrée d'un oscillateur VCO de telle sorte que la phase du signal en sortie de VCO soit asservie à la phase du signal d'entrée, ce qui boucle la boucle de phase.

Le VCO peut être prépositionné à une fréquence qui tient compte d'une prévision de l'effet Doppler, dépendant de l'élévation sous laquelle on voit le satellite, dans le but d'accélérer l'accrochage de la boucle.

II.5.1.2 Fonction discriminatrice de la boucle de Costas :

Le signal complet émis sur l'antenne du satellite k est donc de la forme :

$$s^k(t) = \sqrt{2P_c}C^k(t)D^k(t)\cos(2\pi f_{L1}t) + \sqrt{2P_{L1}}P^k(t)D^k(t)\sin(2\pi f_{L1}t) + \sqrt{2P_{L2}}P^k(t)D^k(t)\sin(2\pi f_{L2}t + \varphi) \quad (\text{II.13})$$

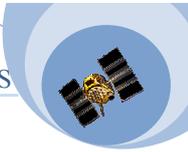
Le signal présent à l'entrée de la boucle de Costas est le signal issu de la sortie du corrélateur (boucle de code) donc débarrassé du code après corrélation.

Le signal reçu par la boucle de Costas après le passage par une fréquence intermédiaire et l'échantillonnage est de la forme:

$$e(t) = D^k(n) \cdot \cos(\omega_{IF}n) \quad (\text{II.14})$$

Avec $n = \mathbf{1}/f_S$; n indique que le signal est discret.

La porteuse reçue est multipliée par la composante en cosinus et par la composante en sinus de la porteuse générées localement par le VCO.



$$D^k(n) \cdot \cos(\omega_{IF}n) \cdot \cos(\omega_{IF}n + \varphi) = \frac{1}{2} \cdot D^k(n) \cdot \cos(\varphi) + \frac{1}{2} \cdot \cos(2\omega_{IF}n + \varphi) \quad (\text{II.15})$$

$$D^k(n) \cdot \cos(\omega_{IF}n) \cdot \sin(\omega_{IF}n + \varphi) = \frac{1}{2} \cdot D^k(n) \cdot \sin(\varphi) + \frac{1}{2} \cdot \sin(2\omega_{IF}n + \varphi) \quad (\text{II.16})$$

φ : La phase entre le signal venant du satellite et le signal généré par l'oscillateur.

Les résultats à fréquence double sont éliminés par les filtres passe-bas situés en sortie des multiplieurs.

Le signal en phase (voie I), fournit directement les données, il est égal à :

$$I^k = \frac{1}{2} \cdot D^k(n) \cdot \cos(\varphi) \quad (\text{II.17})$$

Le signal en quadrature (voie Q) est égal à :

$$Q^k = \frac{1}{2} \cdot D^k(n) \cdot \sin(\varphi) \quad (\text{II.18})$$

Les voies I et Q fait disparaître les données pour ne laisser que l'erreur d'asservissement :

$$\frac{Q^k}{I^k} = \frac{\frac{1}{2} D^k(n) \cdot \sin(\varphi)}{\frac{1}{2} D^k(n) \cdot \cos(\varphi)} = \tan(\varphi) \quad (\text{II.19})$$

Le signal d'erreur (erreur de phase) est alors obtenu en faisant le rapport des termes en sortie des filtres. Ce signal d'erreur, appelé aussi discriminateur ou fonction discriminatrice est filtré par le filtre de boucle qui donne un signal de contrôle pilotant le VCO. Le VCO va générer un signal périodique dont la fréquence est proportionnelle à la tension appliquée sur son entrée. Le discriminateur doit fournir, après filtrage de boucle, une tension continue (ou lentement variable) proportionnelle à l'écart de phase existant entre les signaux d'entrée et de retour de boucle. La combinaison des signaux en sortie des voies I et Q permet d'avoir plusieurs expressions de discriminateur de la boucle de phase. **La figure (II.8)** présente les fonctions discriminatrices de la boucle Costas en fonction de la différence de phase entre le code local et le code reçu.

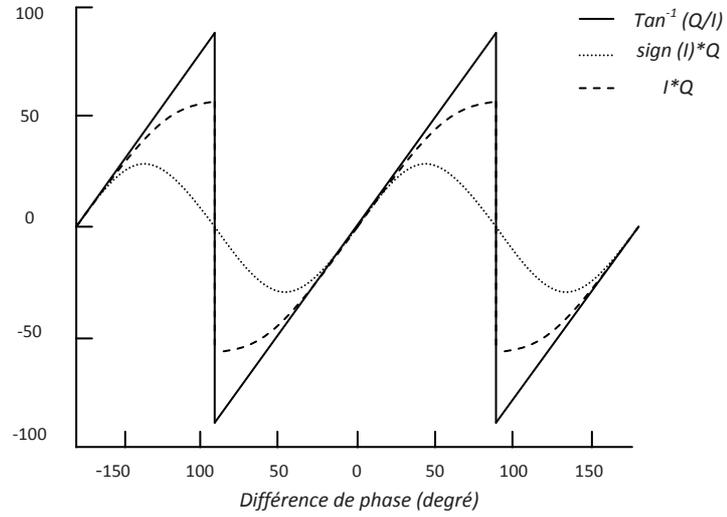
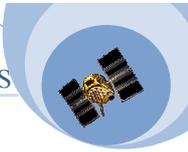


Figure II.8 Fonctions discriminatrices pour la boucle Costas.

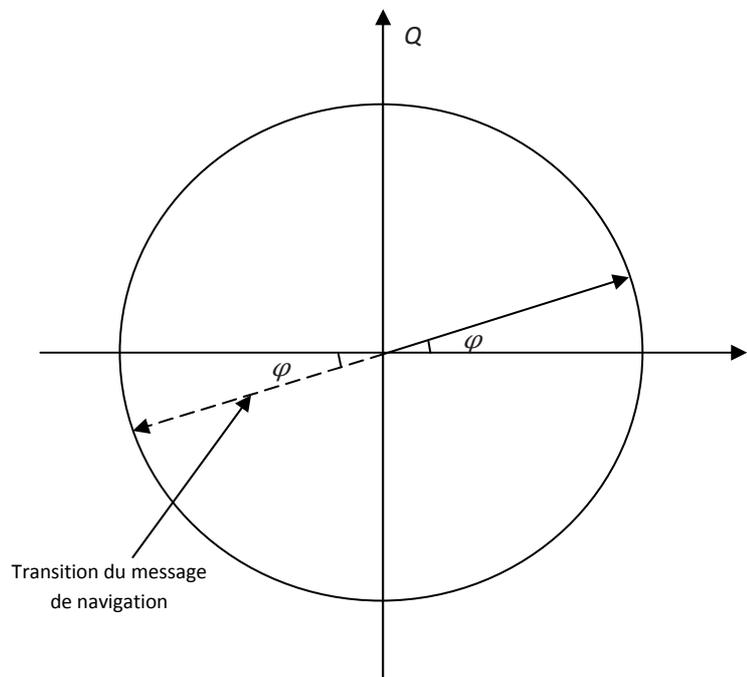
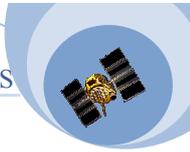


Figure II.9 : L'erreur de phase pour la boucle Costas entre la phase de la porteuse locale et le signal reçu.



II.5.2. La boucle de code :

II.5.2.1. Principe de fonctionnement :

Dans les applications de positionnement telles que les applications GPS, la synchronisation entre le code local et le code reçu est nécessaire pour faire le calcul du temps de propagation. Maintenant le principe de fonctionnement d'une boucle de code va être abordé.

Une boucle d'asservissement appelée boucle de code ou DLL (Delay Lock Loop) permet d'entretenir le générateur de code local sur le signal reçu ; c'est ce qu'on appelle la poursuite de code qui a pour effet de contre moduler la porteuse du signal reçu avec une séquence identique à celle qui a servi à étaler le spectre.

La mesure du temps de propagation du signal, consiste en dater l'instant d'arrivée du début ou de la fin d'une réplique spécifique du code à l'aide de l'horloge du récepteur, sachant l'instant d'émission de cet événement car véhiculé par le message de navigation.

Classiquement, le principe de la mesure consiste à corrélérer deux séquences identiques qui sont le code reçu et le même code généré localement.

Dans cette opération, on élimine la séquence de modulation à condition toutefois que la séquence générée localement soit non seulement strictement identique mais aussi rigoureusement en phase avec celle qui étale le spectre de la porteuse dont on veut extraire les données.

La boucle de code permet de centrer en permanence le générateur de code sur le sommet du pic de corrélation. Pour cela la boucle utilise généralement trois corrélateurs distincts. Chacun de ces corrélateurs est alimenté par le signal venant du satellite et de la sortie du générateur du code local dont on a préalablement, par registre à décalage à trois étages, décalé volontairement le signal en avance EARLY avec un retard $-C_s/2$ et un autre en retard LATE avec un retard $C_s/2$ par rapport au code en phase généré localement.

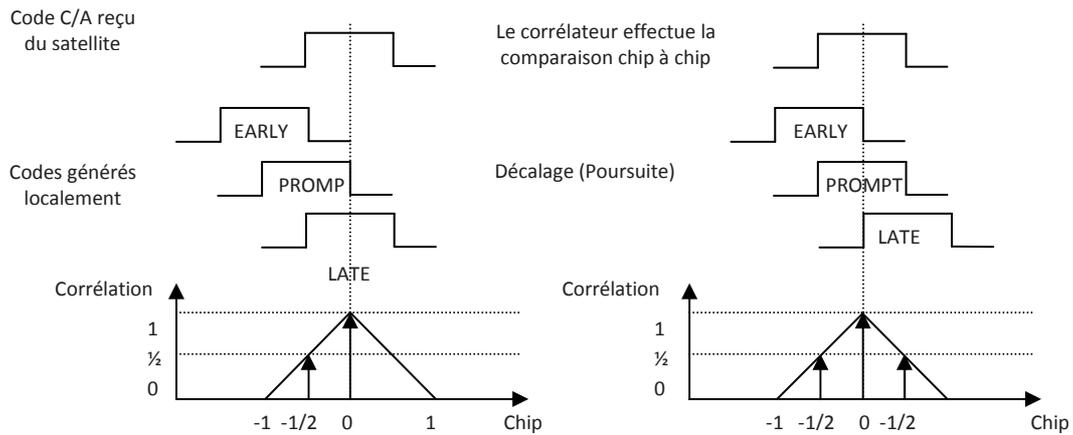
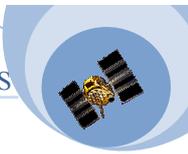


Figure II.10. Principe d'asservissement d'une boucle de code.

II.5.2.2 Le circuit corrélateur :

C'est l'élément essentiel dans la boucle de code DLL. Le signal d'entrée est multiplié par une réplique de code décalée de l'estimation du retard de propagation (donné par le circuit d'acquisition).

Le signal en sortie du multiplieur comme le montre la figure (II.11) est moyenné par un filtre passe bas de durée d'intégration T_1 beaucoup plus grande que la durée d'un chip. Puisque nous avons une erreur d'estimation commise par le circuit d'acquisition, et nous n'avons pas d'information concernant le signe de cette erreur, on a obligé de combinés plusieurs corrélateurs; c'est le principe de la boucle à verrouillage de code.

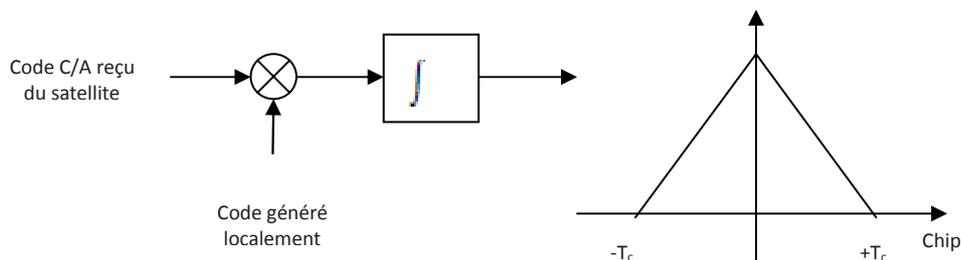
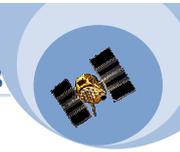


Figure II.11 : Rappel du principe du Corrélateur de code.



II.5.2.3. Boucle de code :

Un schéma fonctionnel d'une boucle de code est présenté par les figures (II.12) à (II.14), ainsi que les différentes étapes de construction du signal erreur.

D'après cette figure, nous observons clairement qu'à partir des sorties des différentes branches des corrélateurs, on fait construire les échantillons de la fonction d'autocorrélation. Les trois signaux EARLY, LATE et PROMPT (signal en phase) corrélés indépendamment avec le signal incident produisent trois résultats de corrélation I_E , I_P et I_L .

Les démarches sont synthétisées sur le diagramme de la figure (II.12).

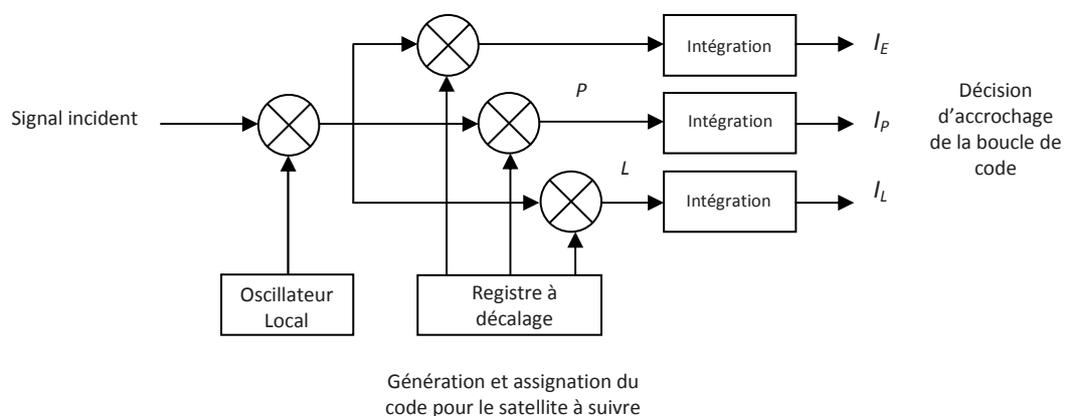


Figure II.12 : Structure de la boucle de code.

Ainsi les sorties des différents corrélateurs constituent la fonction de corrélation entre le code reçu et celui généré localement.

La combinaison des signaux en sortie des voies avance et retard permet d'avoir une expression de la fonction discriminatrice de la boucle de code.

Par exemple, La différentiation entre les résultats des corrélations EARLY et LATE fournit un signal (fonction discriminatrice) qui passe par le zéro au sommet de la corrélation PROMPT.

Une telle boucle, appelée DLL dans la littérature américaine, est représentée sur la figure (II.13).

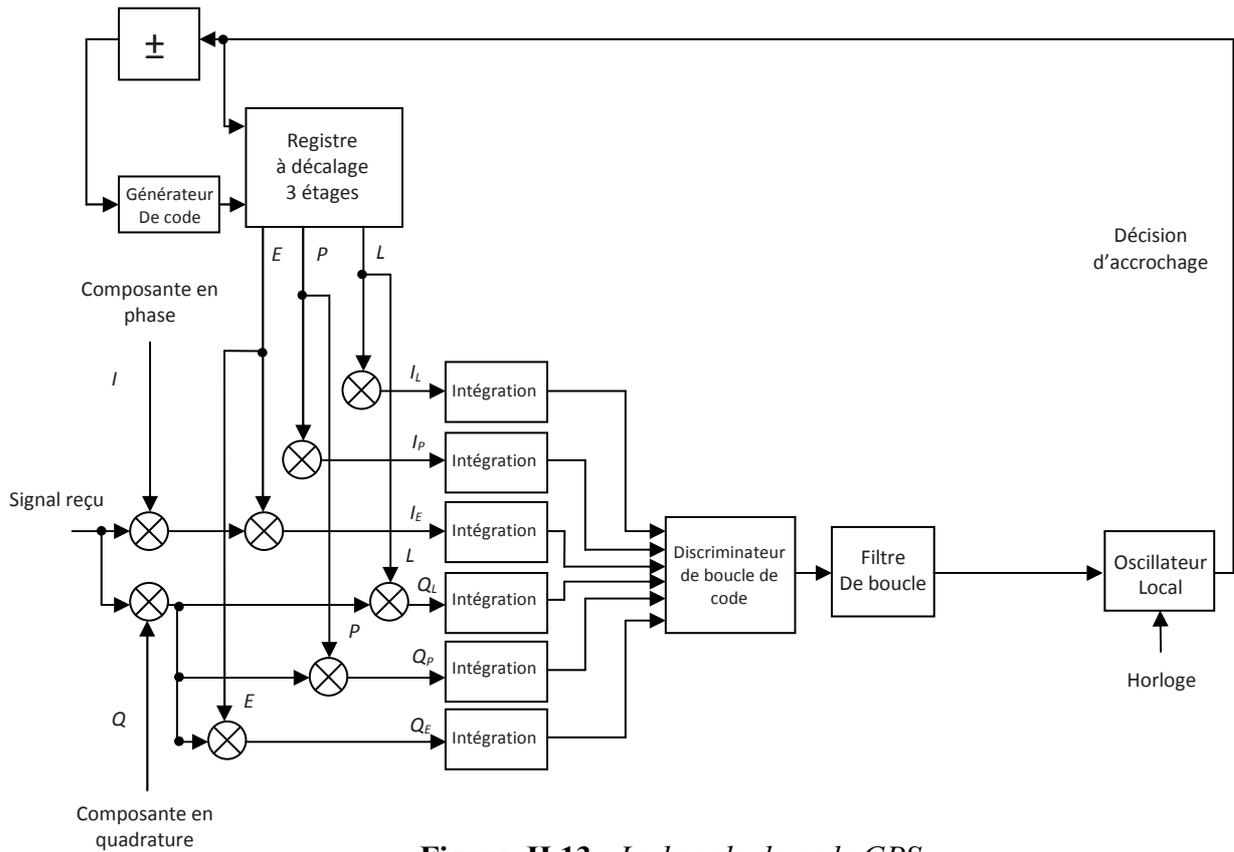
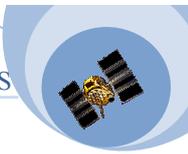


Figure. II.13 : La boucle de code GPS.

La fonction discriminatrice est utilisée pour piloter le rythme de l'horloge du générateur de code en variant le retard qui permet d'ajuster le code local avec le signal reçu.

Ce signal EARLY - LATE sert de commande de boucle pour décaler dans un sens ou dans l'autre le générateur de code local de façon à maintenir toujours le générateur de code local en phase parfaite avec le signal incident.

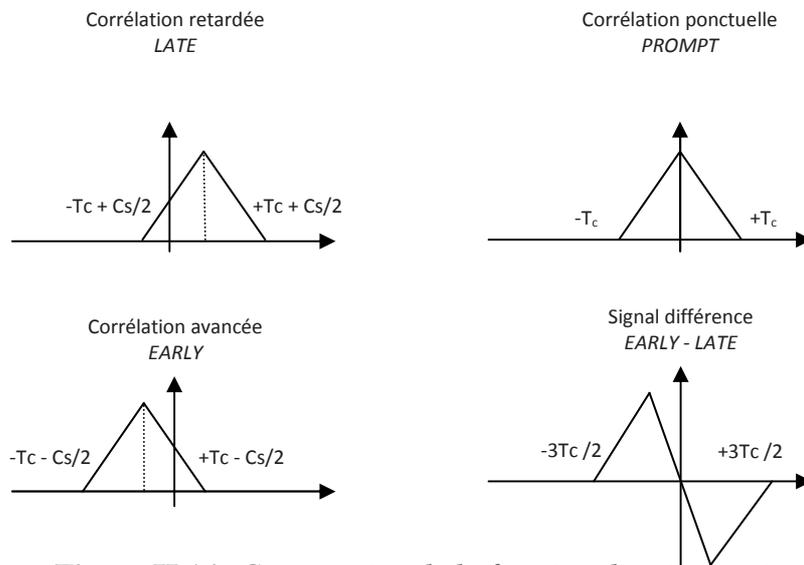
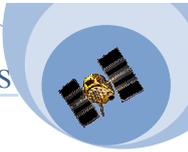


Figure II.14: Construction de la fonction discriminatrice.



Elle est utilisée pour piloter un oscillateur commandé en tension. Ce dernier, à son tour, pilote en fait le rythme de l'horloge du générateur de code PRN en variant le retard qui permet d'ajuster le code local avec le signal reçu.

Dans le cas idéal, le discriminateur est centré en zéro pour un déphasage nul. Par contre dans le cas des trajets multiples, le point de passage par zéro est affecté, et la boucle poursuit la phase du signal composite.

Par conséquent, si le code généré par le récepteur et le code reçu, sont désynchronisés, l'énergie du signal qui atteint le démodulateur des données est alors très faible pour que l'on ait une détection des données suffisamment fiable.

Dans ce cas le récepteur s'asservit sur une mauvaise valeur et commet une erreur de poursuite appelée : erreur de code.

Donc, la boucle de code est un circuit capables à maintenir cette synchronisation, et d'affiner la coïncidence entre le code reçu et le code généré localement.

II.4.2.4 Expression de la fonction discriminatrice de la boucle de code :

La figure (II.15) illustre la fonction discriminatrice EARLY – LATE simulée pour un espacement de chip C_s égal à la durée du chip T_c d'une boucle de code en fonction de la différence de phase entre le code local et le code reçu.

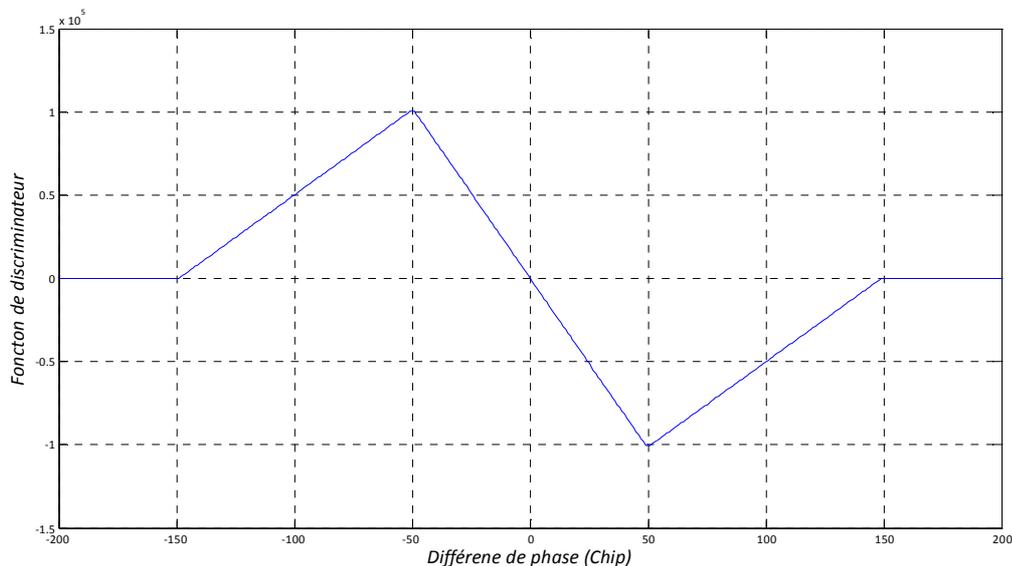
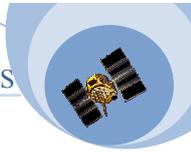


Figure II.15 : Fonction discriminatrice EARLY – LATE de la boucle de code pour un récepteur C/A – GPS pour un espacement de chip $C_s = T_c$.



Nous avons aussi simulé la fonction discriminatrice pour un espacement de chip $C_s = 0.5 * T_c$ de la boucle de code des récepteurs C/A – GPS en fonction de la différence de phase entre le code local et le code reçu.

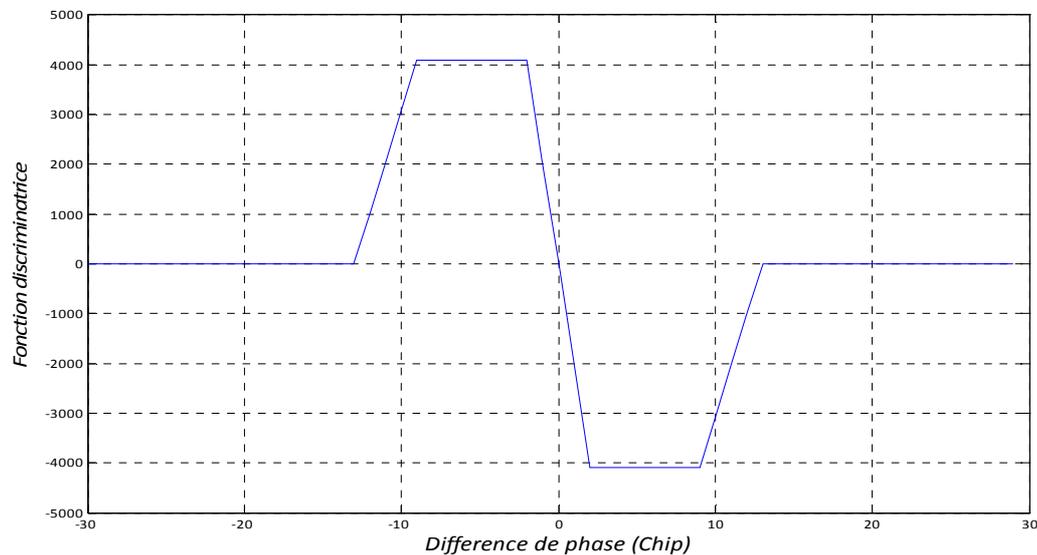
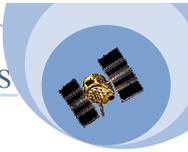


Figure II.16 : *Fonction discriminatrice EARLY – LATE de la boucle de code pour un espacement de chip $C_s = 0.5 * T_c$.*

L'asservissement de la boucle est considéré comme parfait lorsque le discriminateur s'annule pour une différence de phase nulle. Ainsi la boucle de code permet d'estimer la valeur de retard pour laquelle le discriminateur s'annule.



II.5.3. Module de Poursuite Code – phase :

Le schéma de principe de déroulement de l'opération de poursuite est représenté sur la figure (II.17).

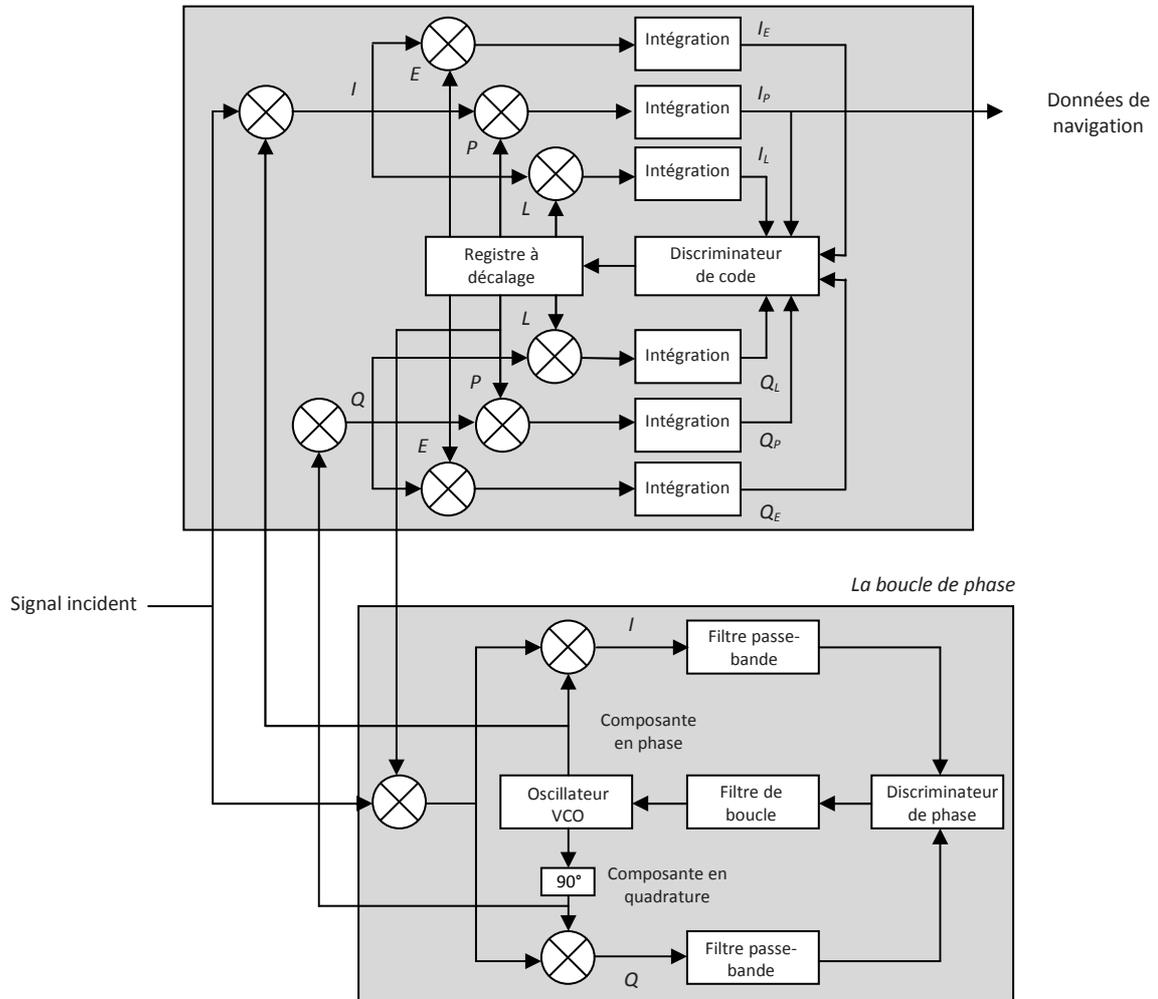


Figure II.17 : Module de Poursuite Code – phase.

Le schéma de la figure (II.18) résume le processus de poursuite réalisé dans notre projet. Le schéma de cette figure montre en générale les traitements de ce processus.

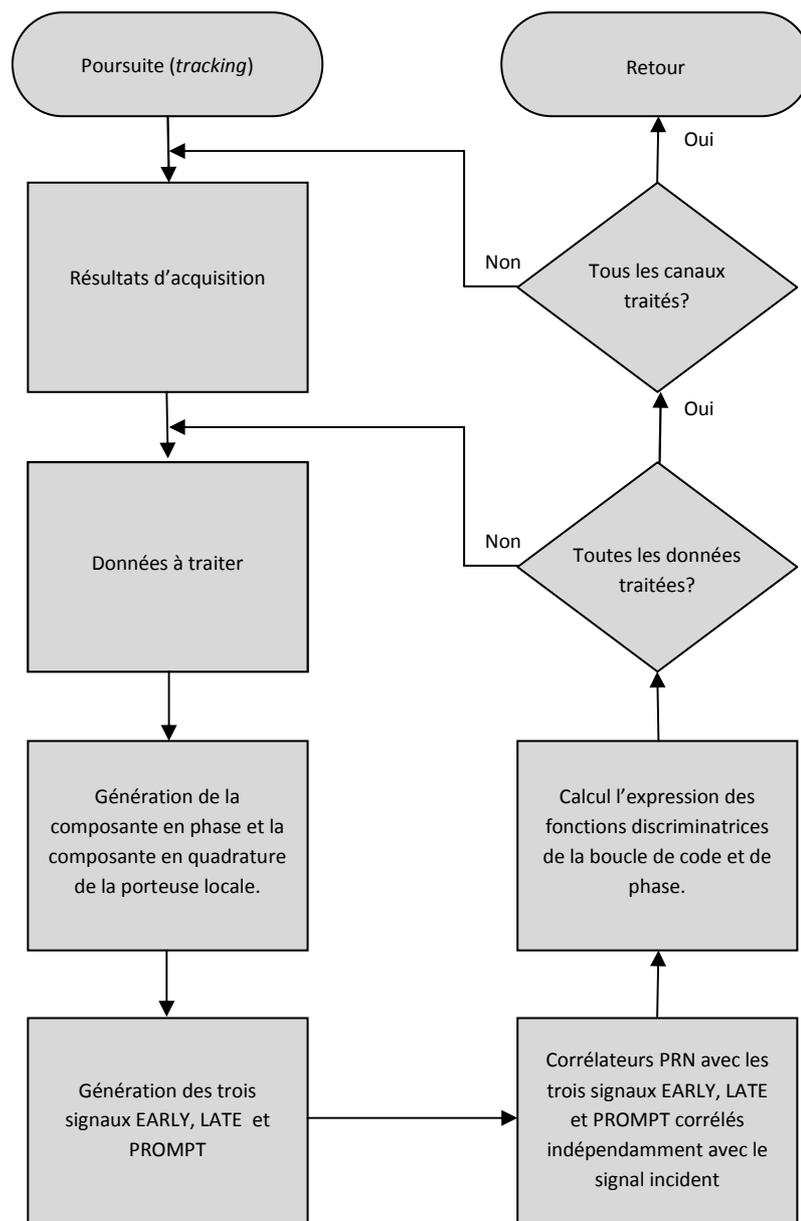
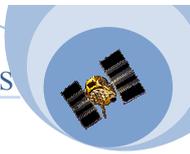
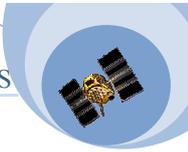


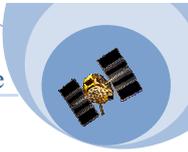
Figure II.18 : *Algorithme de poursuite*

II.6. CONCLUSION :

Nous avons présenté dans ce chapitre les différents traitements du signal réalisés par un récepteur GPS. On retiendra qu'il existe principalement deux traitements particuliers qui sont l'acquisition et la poursuite du code et de la porteuse. Aujourd'hui avec la modernisation du système GPS et l'apparition de nouveaux signaux, beaucoup de travaux de recherche portent sur ces deux aspects. Dans ce travail, nous allons nous intéresser plus particulièrement à la



boucle de poursuite du code. Dans une DLL, il est nécessaire de détecter un retard entre le code émis et le code généré localement et d'en estimer sa valeur.



III.1.INTRODUCTION :

La propagation par trajectoire multiple est quasiment inévitable dans la plupart des applications GPS et affecte conséquemment la précision d'un tel système. En présence des Multitrajets, la boucle à verrouillage de code ne poursuit plus le retard du signal direct mais celui du signal composite reçu. La courbe de discriminateur est déformée et le point de passage par zéro est affecté. Le récepteur s'asservit sur une mauvaise valeur de retard et commet une erreur de poursuite sur l'estimation du retard du signal direct.

Par conséquent, des erreurs de positions calculées à partir de la mesure de code peuvent atteindre des valeurs de quelques dizaines de mètres.

III.2.PROCESSUS DE POURSUITE DE CODE:

Dans les applications de positionnement telles que les applications GPS, la synchronisation entre le code local et le code reçu est nécessaire pour faire le calcul du temps de propagation, donc la distance Emetteur – Récepteur. Par conséquent, si le code généré par le récepteur et le code reçu, sont désynchronisés, l'énergie du signal qui atteint le démodulateur des données est alors très faible pour que l'on ait une détection des données suffisamment fiable.

III.2.1.La boucle de poursuite de Code :

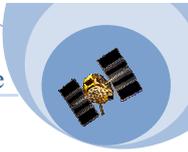
Les boucles de code utilisent deux corrélateurs de code indépendants afin d'affiner l'estimation du temps de propagation. Le premier réalise la corrélation du signal reçu avec une réplique de code générée localement, et décalée en avance avec un espacement de chip qui est généralement $\frac{1}{2}$ chip (Early). Quand au deuxième il effectue la corrélation du même code reçu mais cette fois avec une réplique de code en retard(Late). La différence entre ces deux corrélateurs constitue la tension d'erreur ou courbe discriminateur (*Early – Late*). Elle est utilisée pour piloter le rythme de l'horloge du générateur de code PRN (pseudo random noise) en variant le retard qui permet d'ajuster le code local avec le signal reçu.

L'expression de cette tension d'erreur quand C_s « Espacement d'un chip » est inférieur à T_c « Durée d'un chip » est donnée par l'équation suivante :

$$V_c = R \left(\Delta\tau - \frac{C_s}{2} \right) - R \left(\Delta\tau + \frac{C_s}{2} \right) \quad (\text{III.1})$$

R : Caractérise la fonction d'autocorrélation.

V_c : tension d'erreur (Early-late)



La figure (III.1) présente les fonctions d'auto-corrélations des signaux C/A – GPS et BOC – (1,1) ainsi que leurs tensions d'erreur en fonction de la différence de phase entre le code local et le code reçu.

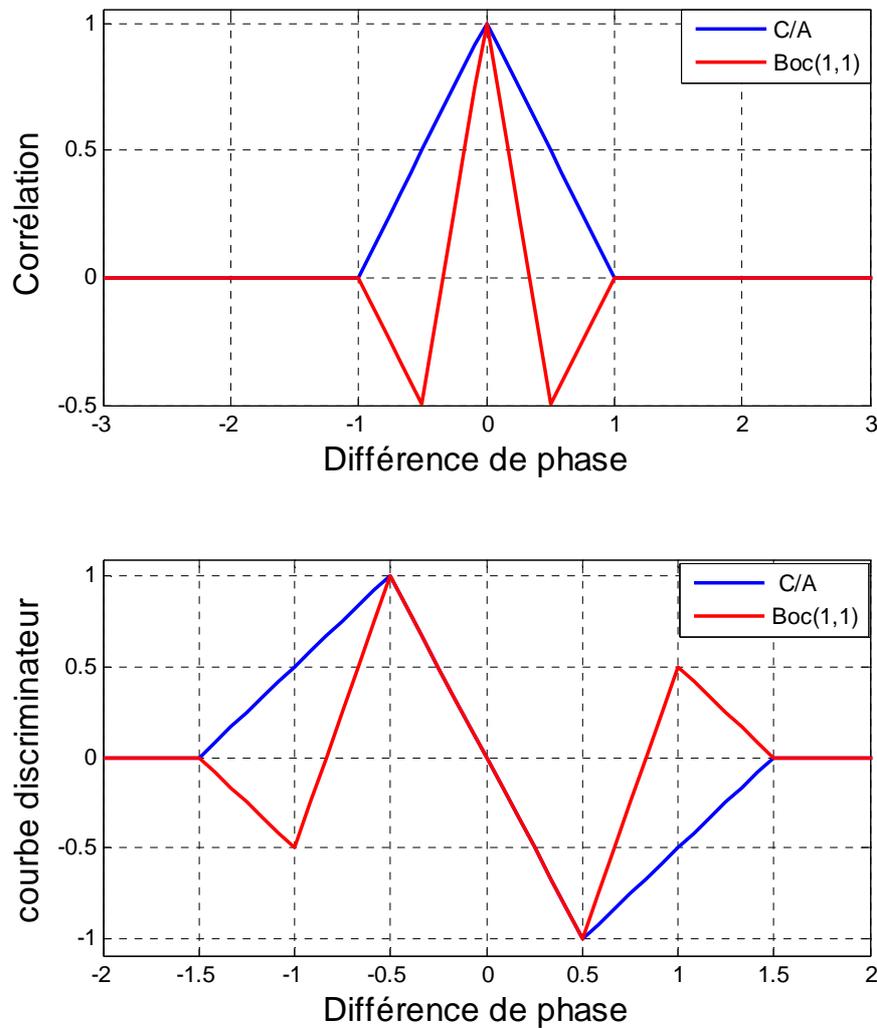
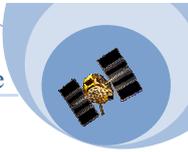


Figure III.1: Fonctions d'auto-corrélations et courbes « discriminateur » pour les Signaux C/A – GPS et BOC – (1,1) en l'absence des Multitrajets.

L'asservissement de la boucle est considéré comme parfait lorsque la tension d'erreur s'annule pour une différence de phase nulle.



III.3. Caractérisation des signaux GPS en Présence des Multitrajets :

On se contente de présenter toutes les équations qui caractérisent les signaux GPS C/A. En effet le principe est le même. Les caractéristiques les plus importantes des multitrajets sont comme suit :

1. Chaque composant multitrajet est associé à un trajet généralement plus long.
2. Chaque composant multitrajet doit avoir une puissance plus faible par rapport au trajet direct.
3. Nous supposons qu'il n'existe qu'une seule composante réfléchi. De plus, nous supposons que la différence de phase entre le trajet direct et le trajet réfléchi est de 0° ou 180° . Ceci correspond au maximum d'erreur que peut atteindre un récepteur C/A-GPS et BOC (1,1).

Le signal C/A – GPS à l'entrée du récepteur a pour expression :

$$S_r(t) = Re \left[\sum_{i=0}^n a_m c(t - \tau_m) d(t - \tau_m) e^{j(jw_i + \varphi_m)} \right] + n(t) \quad (\text{III.2})$$

Avec :

τ_m : Le retard de la $m^{\text{ième}}$ composante du signal reçu

φ_m : La phase de la $m^{\text{ième}}$ composante du signal reçu

w_i : La fréquence intermédiaire.

a_m : Coefficient d'amplitude qui affecte la $m^{\text{ième}}$ composante réfléchi.

$n(t)$: Bruit blanc Gaussien additif.

c : code pseudo aléatoire.

d : les données de navigation.

a_0, τ_0 correspondent au signal directe.

En présence des Multitrajets, la boucle à verrouillage de code ne poursuit plus le retard du signal direct mais celui du signal composite reçu. Comme l'illustre **la figure (III.2)** la fonction d'autocorrélation ainsi que la courbe discriminateur sont déformées et le point de passage par zéro est affecté. Le récepteur s'asservit sur une mauvaise valeur de retard et commet une erreur de poursuite sur l'estimation du retard du signal direct. Ce biais sur la mesure est appelé offset de code.

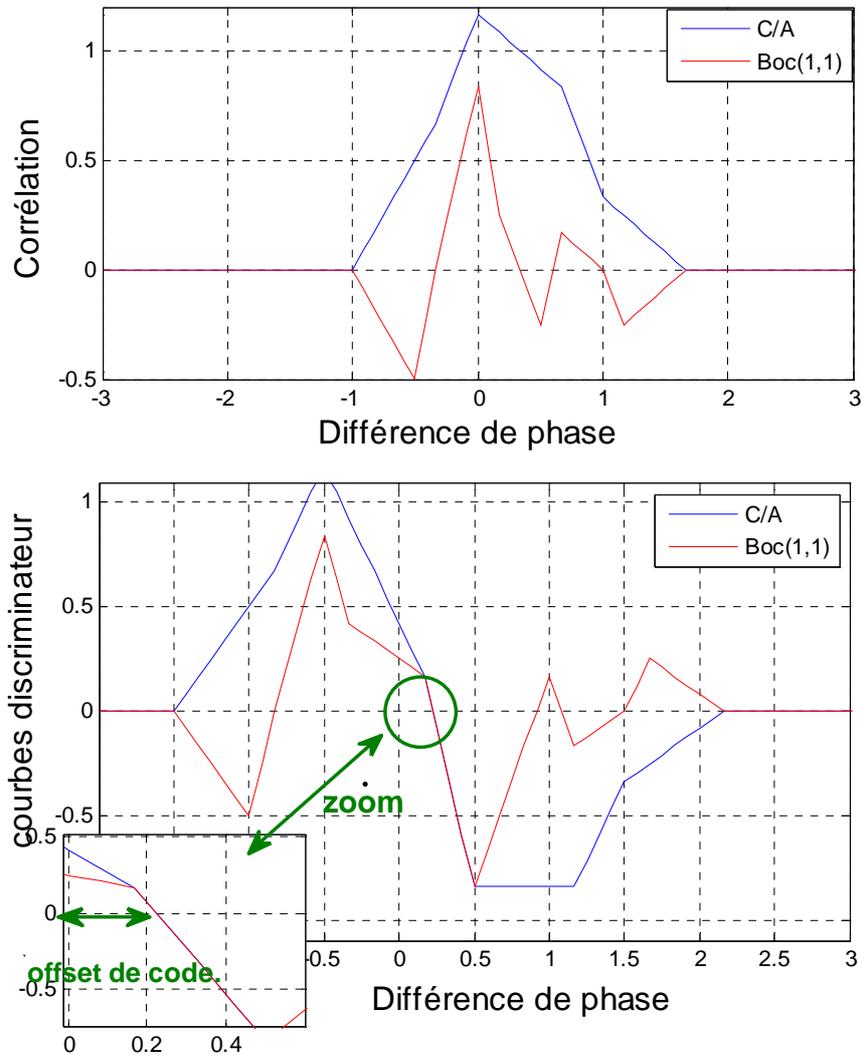
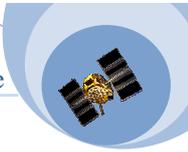
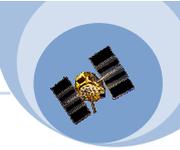


Figure III .2 : Fonctions d'auto-corrélations et courbes de discriminateur pour les Signaux C/A – GPS et BOC – (1,1) en présence des Multitrajets.



III.4.Expression de la tension d'erreur de la boucle de code en présence des multitrajets C/A-GPS :

Les tensions *Early – Late* après leurs passages dans le filtre de la boucle servent d'estimateur de la fonction d'autocorrélation du code C/A, sur une durée T_1 sont donc données par:

$$y_E(t) = \sum_{m=0}^N Re \left(a_m R_p \left(\hat{t}_0 - \tau_m + \frac{c_s}{2} \right) e^{j(\varphi_m - \hat{\varphi}_0)} \right) \quad (\text{III.3})$$

Et :

$$y_L(t) = \sum_{m=0}^N Re \left(a_m R_p \left(\hat{t}_0 - \tau_m - \frac{c_s}{2} \right) e^{j(\varphi_m - \hat{\varphi}_0)} \right) \quad (\text{III.4})$$

Donc la courbe du discriminateur après passage dans le filtre de la boucle est donnée par :

$$V_{ec}(\Delta\tau) = \sum_{m=0}^N Re \left(a_m e^{j(\varphi_m - \hat{\varphi}_0)} \left[R_p \left(\hat{t}_0 - \tau_m - \frac{c_s}{2} \right) - R_p \left(\hat{t}_0 - \tau_m + \frac{c_s}{2} \right) \right] \right) \quad (\text{III.5})$$

En présence d'une seule composante Multitrajets la tension d'erreur ($V_{ec}(\Delta\tau)$) est donnée par:

$$V_{ec}(\Delta\tau) = a_0 \cos(\varphi_0 - \hat{\varphi}_0) \left[R_p \left(\hat{t}_0 - \tau_0 - \frac{c_s}{2} \right) - R_p \left(\hat{t}_0 - \tau_0 + \frac{c_s}{2} \right) \right] + a_1 \cos(\varphi_1 - \hat{\varphi}_0) \left[R_p \left(\hat{t}_0 - \tau_1 - \frac{c_s}{2} \right) - R_p \left(\hat{t}_0 - \tau_1 + \frac{c_s}{2} \right) \right] \quad (\text{III.6})$$

Nous obtenons, donc :

$$V_{ec}(\Delta\tau) = a_0 V_{ec-ideal}(\Delta\tau) + a_1 \cos(\varphi_{1r}) V_{ec-ideal}(\Delta\tau + \tau_0 - \tau_1) \quad (\text{III.7})$$

Et ceci en supposant que la boucle de phase est asservi sur la phase du trajet direct, et que :

$$\varphi_{1r} = \varphi_1 - \hat{\varphi}_0 \quad (\text{III.8})$$

Les figures (III.3–III.4) illustre respectivement l'influence des Multitrajets sur la courbe du discriminateur pour des signaux C/A GPS et BOC (1,1). D'après ces figures, on voit clairement le déplacement du point de fonctionnement de la tension d'erreur « point de passage par zéro ».

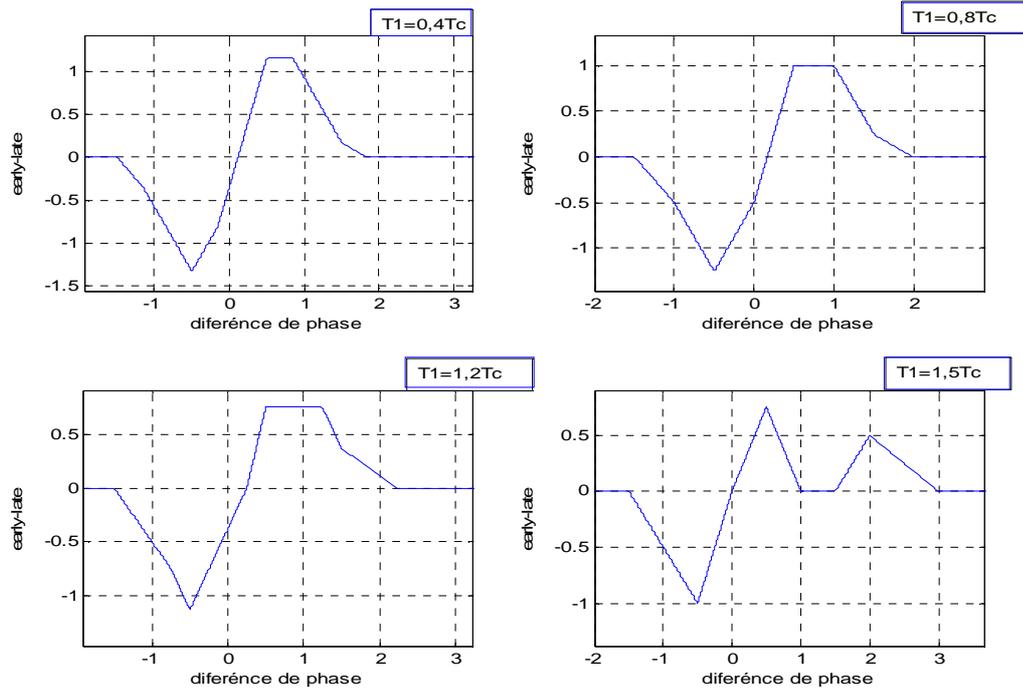
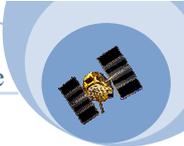


Figure III .3 : Courbes « discriminateur » pour le Récepteur C/A – GPS pour différentes valeurs du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct.

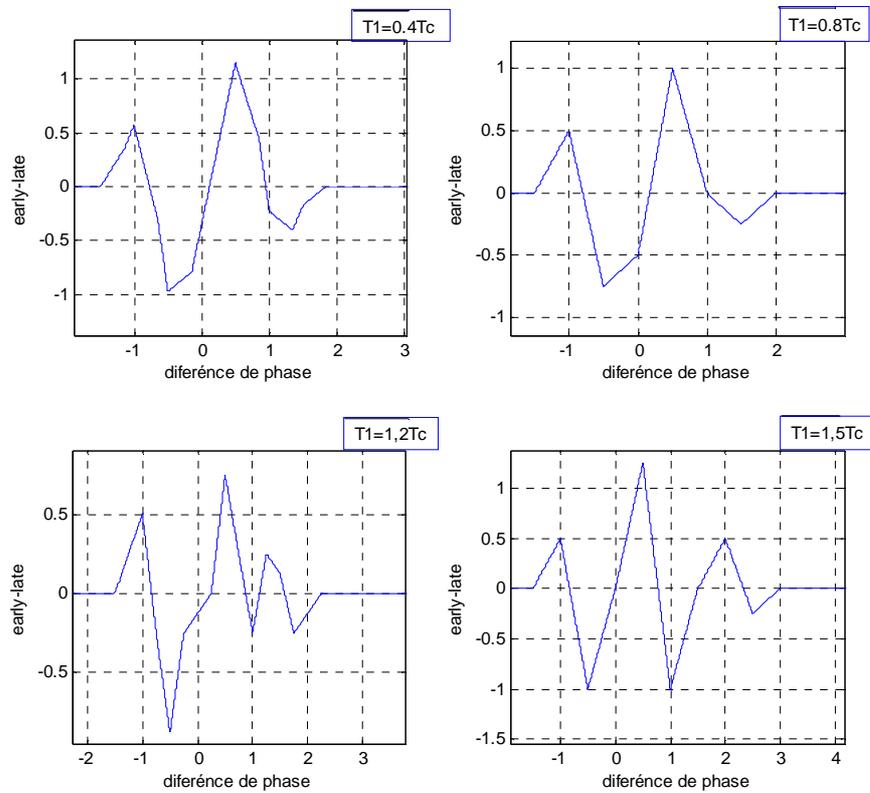
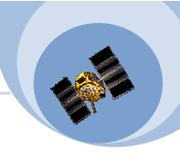


Figure III .4 : Courbes «discriminateur » pour le Récepteur BOC (1,1) GALILEO pour différentes valeurs du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct.



La courbe de discriminateur est donc déformée, et le récepteur s'asservit sur une mauvaise valeur de code et commet une erreur de poursuite. On remarque aussi que si le retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct est supérieur à $1.5 T_c$ « 439 Mètres », la courbe de discriminateur est déformée, mais le point de passage par zéro n'est pas affecté « Caractéristiques de corrélations des codes pseudo – aléatoire ». Par conséquent l'erreur de poursuite est nulle.

Après avoir examiné les différentes perturbations que peut subir une boucle de poursuite de code (DLL), il est nécessaire de connaître, et de caractériser l'erreur de position commise par le récepteur.

III.5.Expression de l'offset de code en présence des Multitrajets :

Pour obtenir l'expression de l'offset de code τ_e en fonction des paramètres des trajets réfléchis, il faut résoudre par rapport à la variable $\Delta\tau$ l'équation $V_{ec} = 0$. Pour cela nous allons définir la tension d'erreur de code directe $V_{ec-direct}$ et la tension d'erreur du trajet réfléchi $V_{ec-réfléchi}$.

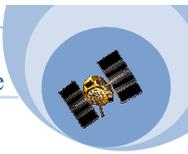
$$V_{ec-direct} = a_0 V_{ec-ideal}(\Delta\tau) \quad (III.9)$$

$$V_{ec-réfléchi} = a_1 \cos(\varphi_r) V_{ec-ideal}(\Delta\tau - \tau_r) \quad (III.10)$$

Pour résoudre l'équation, l'expression du point d'intersection de ces deux tensions d'erreur doit être calculée pour différentes valeurs de τ_r . Comme le montrent **les figures (III.5, III.6)**, quatre zones de fonctionnement doivent être étudiées pour les signaux C/A GPS, et six zones pour les signaux BOC (1,1).

Pour les signaux C/A GPS, Nous distinguons quatre zones de fonctionnement de la DLL cohérente qui conduisent à quatre expressions de l'offset de code, à savoir :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Pour } 0 \leq \tau_{1r} \leq \frac{(a_0 + a'_1) c_s}{2} & \tau_e = \frac{a'_1}{(a_0 + a'_1)} \tau_{1r} \\ \text{Pour } \frac{(a_0 + a'_1) c_s}{2} \leq \tau_{1r} \leq B_b & \tau_e = \frac{a'_1 c_s}{a_0} \\ \text{Pour } B_b \leq \tau_{1r} \leq \frac{c_s}{2} & \tau_e = \frac{a'_1}{(2a_0 - a'_1)} \left(T_c + \frac{c_s}{2} - \tau_{1r} \right) \\ \text{Pour } \tau_{1r} \geq \frac{c_s}{2} + T_c & \tau_e = 0 \end{array} \right. \quad (III.11)$$



Avec:

$$B_b = T_c - \frac{c_s}{2} \left(1 - \frac{a'_1}{a_0}\right) \tag{III.12}$$

$$a'_1 = a_1 \cos(\varphi_{1r}) \tag{III.13}$$

Pour que l'offset de code soit maximal, il faut que :

$$\varphi_{1r} = 0 ; \text{ ou } \varphi_{1r} = \pi$$

Dans ce cas $a'_1 = \pm a_1$

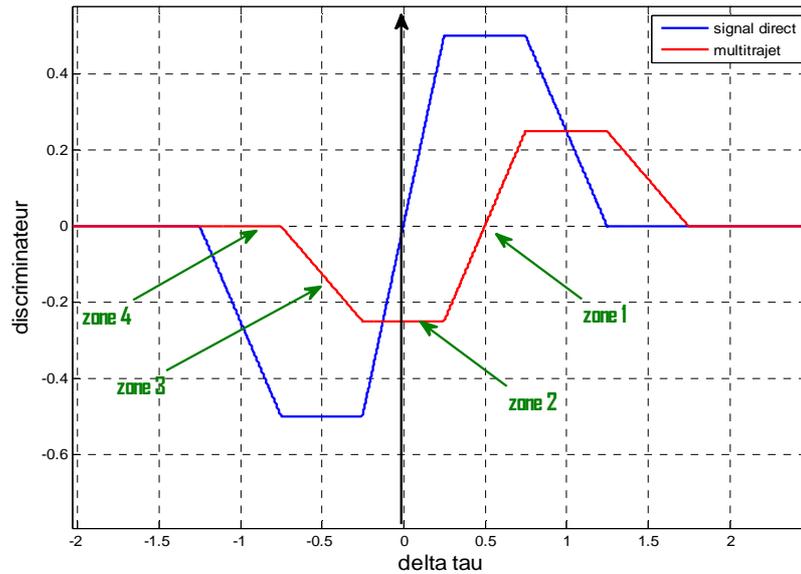


Figure III.5 : Courbes « discriminateur » du signal direct et réfléchi pour un récepteurs C/A –GPS

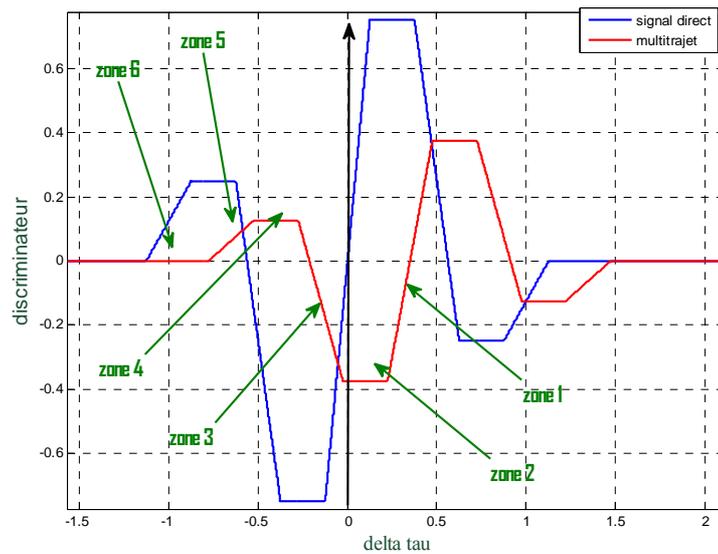
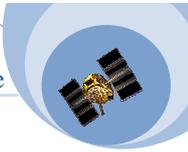


Figure III.6 : Courbes « discriminateur » du signal direct et réfléchi pour un récepteur BOC (1,1).



L'offset de code est donc fonction de l'amplitude, du retard et de la phase relatifs des signaux multitrajets par rapport au trajet direct, il est aussi fonction de l'espacement de chip C_s comme nous le verrons plus en détail dans la partie suivante. En fonction de la différence de phase ou « retard » τ_{1r} , nous pouvons donc tracer l'allure générale de cet offset de code maximale absolu, comme l'illustre **la figure (III.7)**.

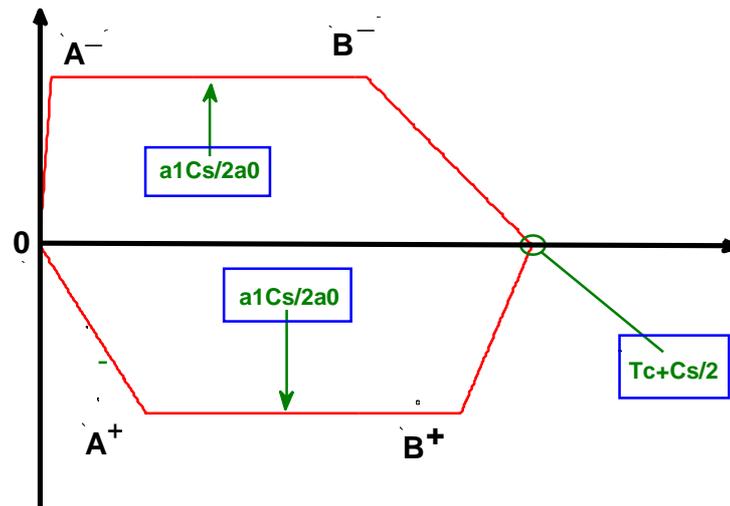


Figure III .7. Offset de code maximal absolu pour un récepteurs C/A – GPS.

Avec:

$$\begin{cases} A^+ = \frac{a_0 + a_1}{2a_0} C_s \\ A^- = \frac{a_0 - a_1}{2a_0} C_s \\ B^+ = T_c - \frac{C_s}{2} \left(1 - \frac{a_1}{a_0}\right) \\ B^- = T_c - \frac{C_s}{2} \left(1 + \frac{a_1}{a_0}\right) \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

Pour une plage de variation du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct allant de 0 à 500 mètres, nous avons tracé les variations de l'offset de code reçu en fonction des paramètres suivants : l'espacement de chip, l'amplitude et la phase du trajet réfléchi par rapport au trajet direct. Nous pouvons vérifier sur **les figures (III.8-III.9-III.10-III.11-III.12-III.13)** que les valeurs maximales et minimales de l'offset de code sont obtenues pour un déphasage de 0° et 180° et que ses valeurs dépendent de la valeur de l'amplitude relative du trajet réfléchi par rapport au trajet direct.

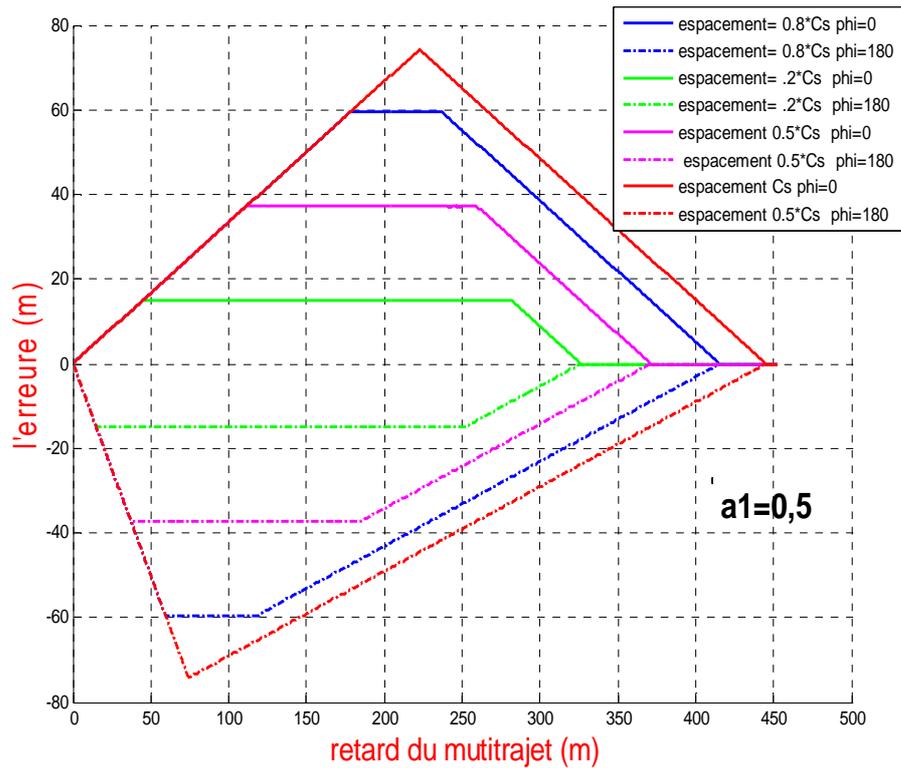
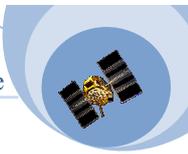


Figure III.8 : Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour différentes valeurs de l'espacement de chip pour un récepteurs C/A – GPS.

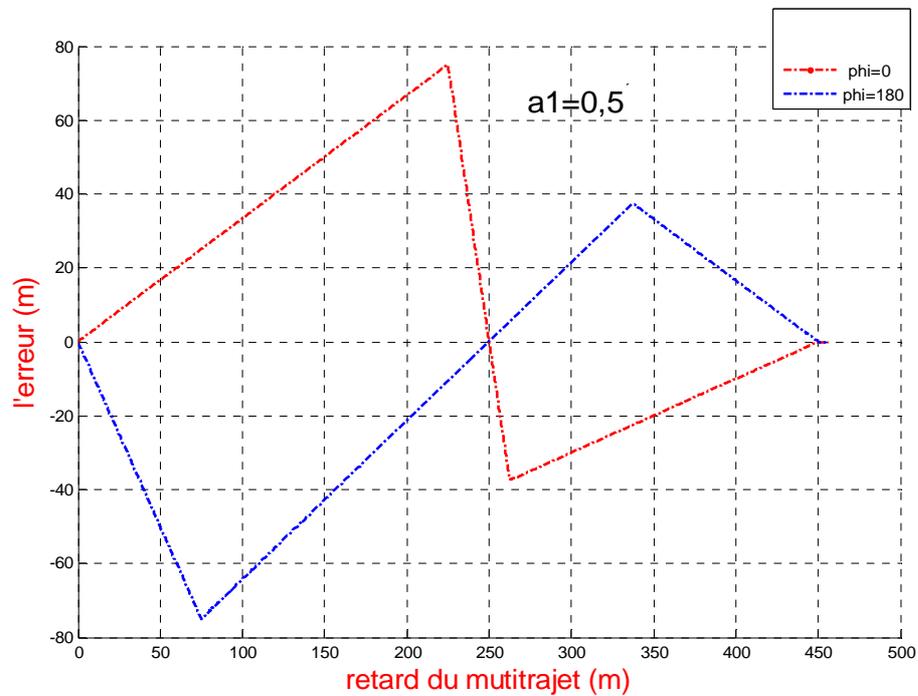


Figure III.9 : Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour $C_s=T_c$ et pour un récepteur BOC (1,1).

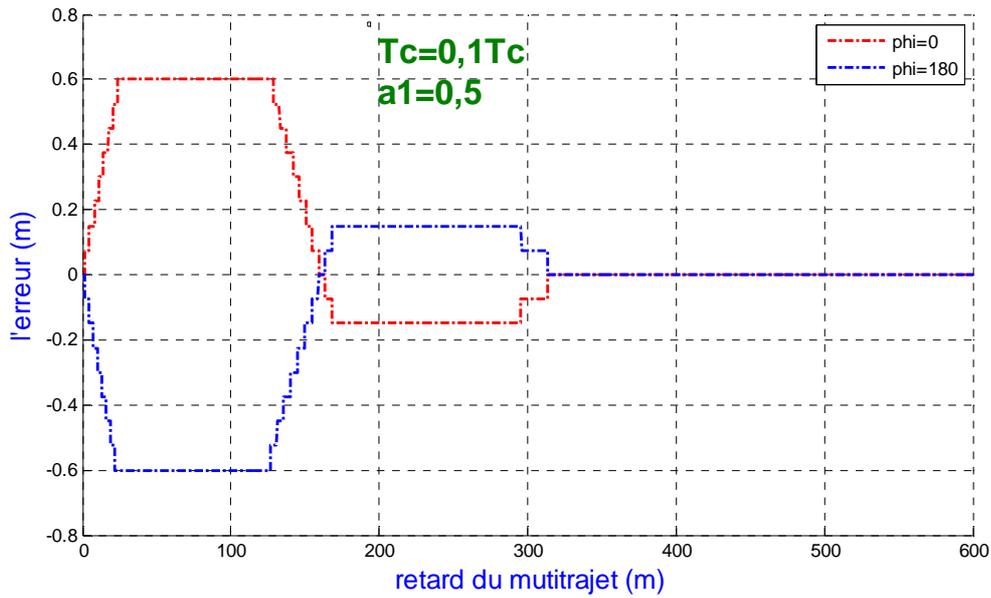
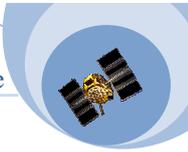


Figure III .10 : *Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour $C_s = T_c/10$ et pour un récepteurs BOC (1,1).*

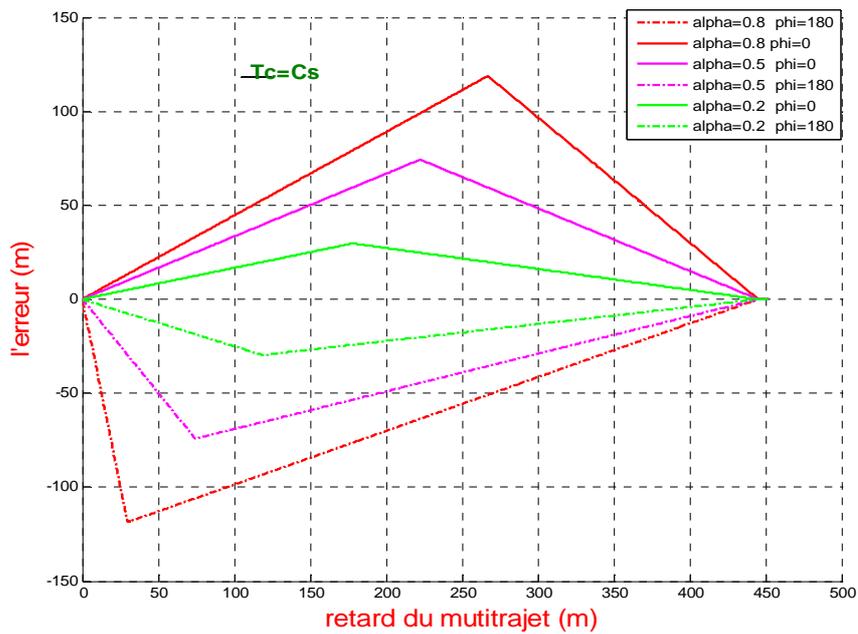


Figure III .11. *Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour différentes valeurs de l'amplitude relative du trajet réfléchi par rapport au trajet direct et pour un récepteur classique C/A – GPS.*

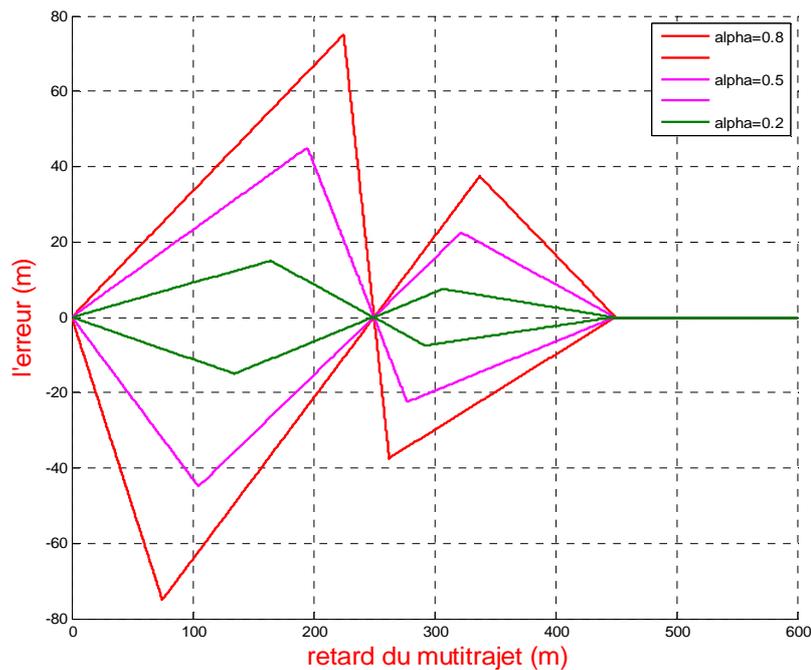
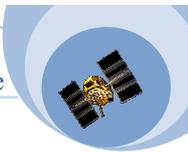


Figure III .12 : *Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour différentes valeurs de l'amplitude relative du trajet réfléchi par rapport au trajet direct et pour un récepteur Boc(1,1).*

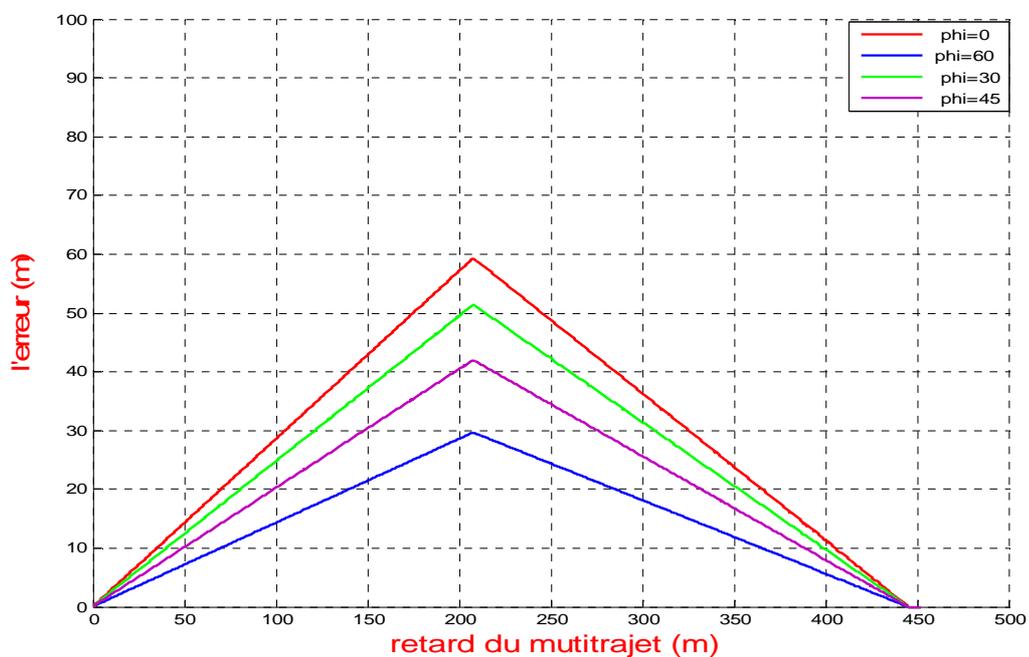
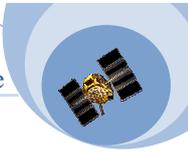


Figure.III .13. *Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour différentes valeurs de la phase relative du trajet réfléchi par rapport au trajet direct et pour un récepteurs C/A – GPS.*



De plus selon les valeurs de C_s , nous obtenons des formes particulières de l'enveloppe de l'erreur. Cependant nous remarquons d'après **la figure (III.8)** que l'erreur diminue avec la diminution de l'espacement de chip. Donc, nous pouvons constater qu'un moyen simple pour combattre l'effet des multitrajets est d'utiliser des corrélateurs étroits étant donné que les maxima d'erreur sont proportionnels à l'espacement de chip.

III.6. Comparaison des performances des récepteurs GPS « Code C/A » et « BOC (1,1) »

D'après **les figures (III.8 à III.12)** Les récepteurs du code BOC (1,1) sont beaucoup moins sensibles aux multitrajets que les récepteurs du code C/A. En fait, la fonction d'autocorrélation est plus pointue dans les récepteurs BOC (1,1). De plus, comme l'illustre **la figure (III.14)** dès que retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct est supérieur à 150 mètre l'erreur de poursuite pour les récepteurs BOC (1,1) est pratiquement divisée par deux par rapport à ce que l'on observe pour les récepteurs C/A GPS.

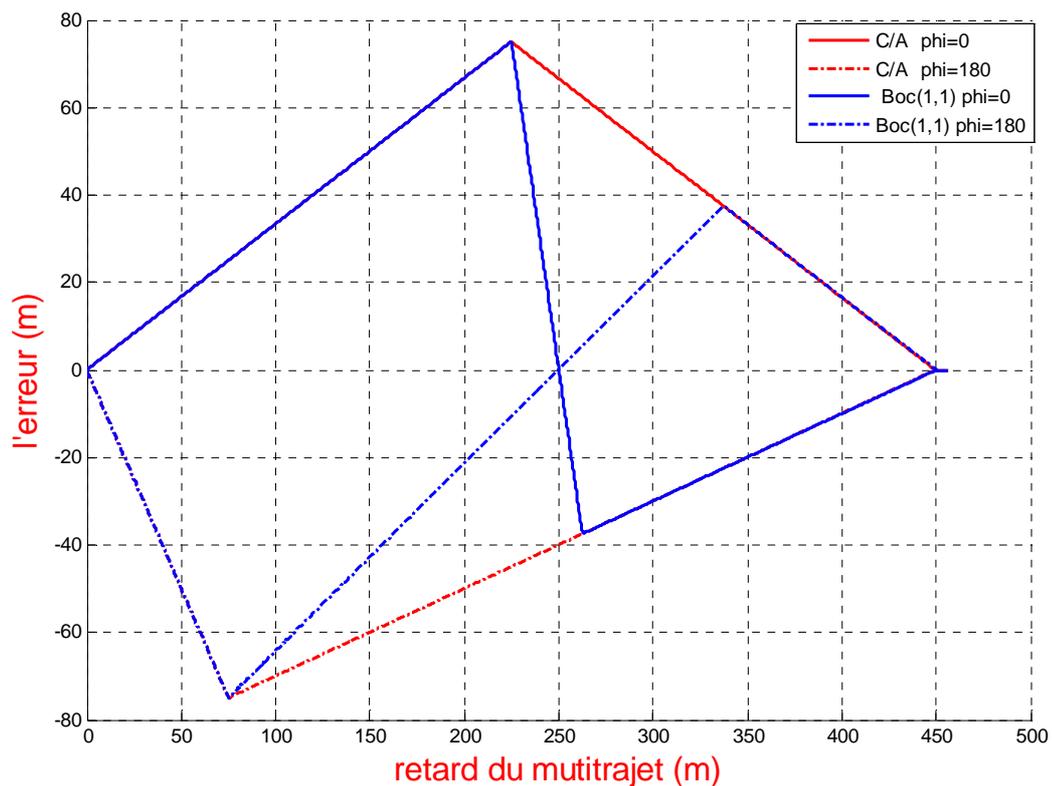
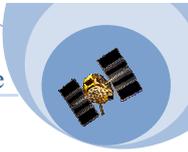


Figure III .14. Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour $C_s=T_c$ et pour les récepteurs BOC (1,1) et C/A – GPS.



III.7. QUELQUE TECHNIQUE D'AMELIORATION DES PERFORMANCES :

III.7.1. Corrélateur étroit :

Comme nous l'avons vu précédemment, l'amplitude de l'offset de code est directement proportionnelle à la valeur de l'espacement de chip C_s . La réduction de l'espacement de chip d'une boucle de code de type avance-retard peut réduire l'effet des multitrajets dans certaines conditions. **La figure (III.15)**, illustre la variation de l'offset de code pour différents espacements chip pour un signal Boc(1,1), ainsi **la figure (III.16)** illustre la variation de l'offset de code pour $C_s=TC/10$ et pour différentes valeurs de l'amplitude relative du trajet réfléchi par rapport au trajet direct.

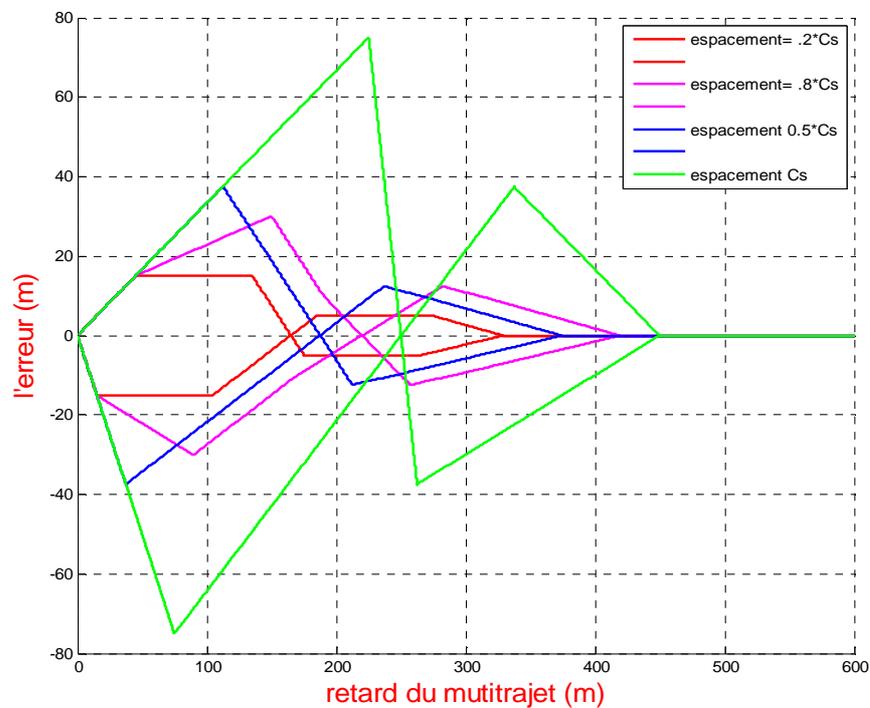


Figure III.15 : *Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour différentes valeurs de l'espacement de chip pour un récepteurs Boc(1,1).*

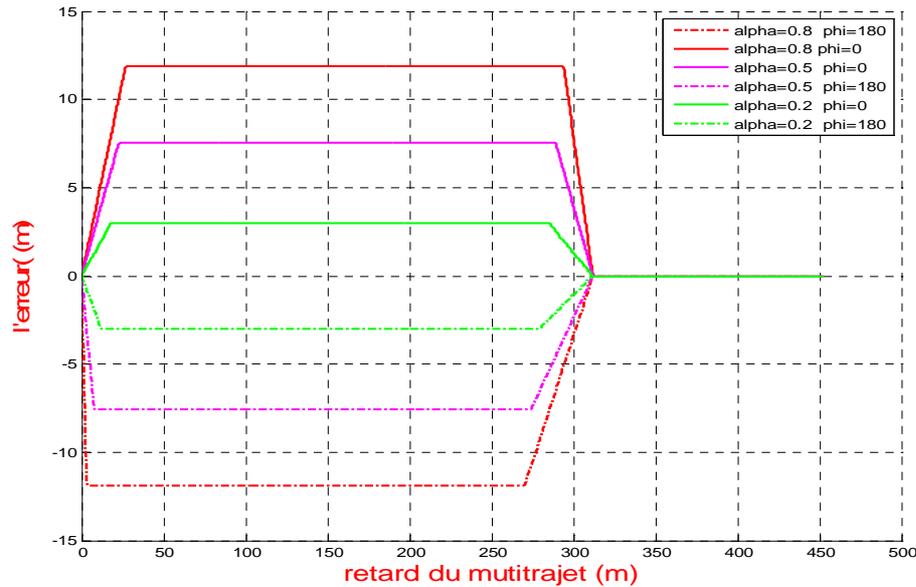
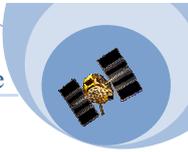


Figure.III .16. *Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour différentes valeurs de l'amplitude relative pour un récepteur étroit C/A GPS.*

Nous observons que les courbes deviennent symétrique par rapport à la valeur moyenne zéro quand le retard augmente. L'erreur maximale dépend dans ce cas de l'amplitude du retard et de la phase du trajet réfléchi par rapport au trajet direct. Comme le montre **la figure (II.16)** l'erreur de code maximale est de 8 mètres pour un corrélateur étroit avec un espacement de chip de $T_c/10$ et une amplitude relative de 0.5 par rapport au trajet direct.

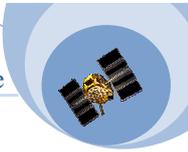
III.7.2. Utilisation des nouveaux signaux :

Une autre solution se présente c'est l'utilisation d'autres signaux qui minimisent les erreurs :

III.7.2.1.MBOC :

Le signal $MBoc(f_s, f_c)$ est un nouveau code de quatre états, il résulte du multiplexage de deux autres codes $Boc(f_s, 1)$ et $Boc(f_s, 1)$ avec des amplitudes différentes pour ces derniers. C'est le $MBoc(6,1,1/11)$ qui sera étudié. L'expression de sa densité spectrale de puissance est donnée par :

$$MBoc\left(\frac{6,1,1}{11}\right)(f) = \frac{10}{11} \cdot Boc(1,1)(f) + \frac{1}{11} \cdot Boc(6,1)(f) \quad (\text{III.15})$$



Le but de cette formulation est d'augmenter les composantes spectrales hautes fréquences Boc(1,1).

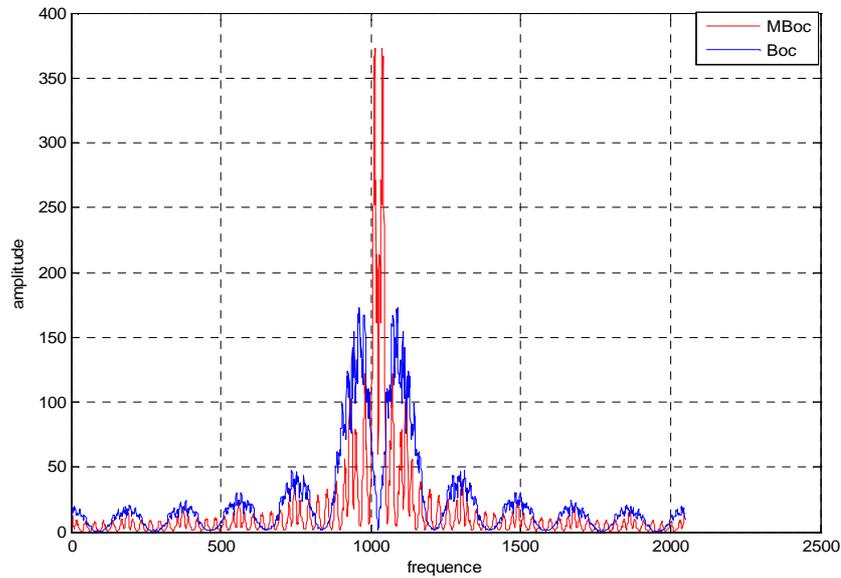


Figure III.17 : Représentation spectral des signaux MBoc et Boc(1,1)

On peut donner par conséquent l'expression temporelle qui n'est autre que:

$$\begin{aligned}
 MBoc(6,1,1/11)(t) \\
 = \sqrt{\frac{10}{11}} \cdot Boc(1,1)(t) + \sqrt{\frac{1}{11}} \cdot Boc(6,1)(t)
 \end{aligned} \tag{III.16}$$

La figure (III.18) présente une partie de ce signal clarifiant ces états :

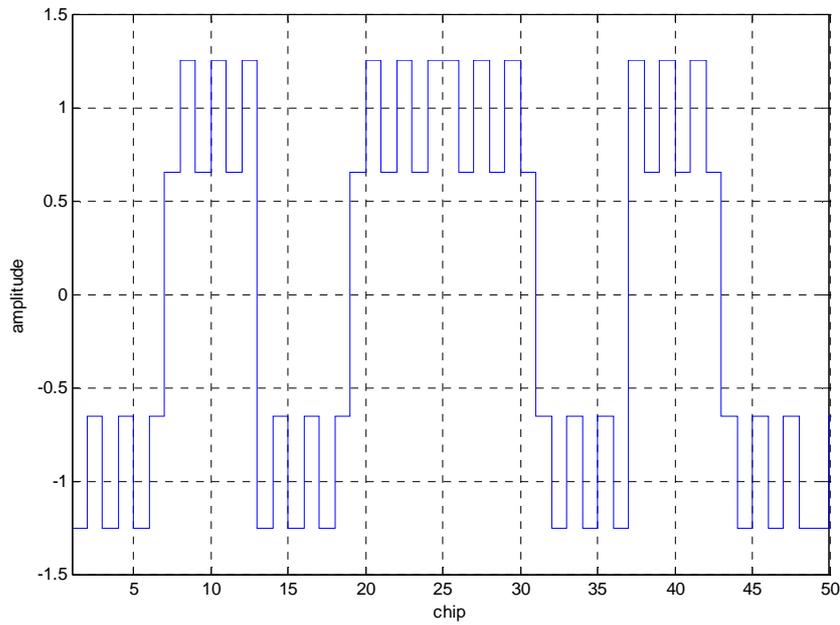
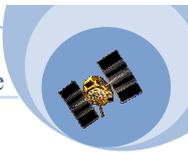


Figure III .18 : *Représentation temporelle du signal MBoc*

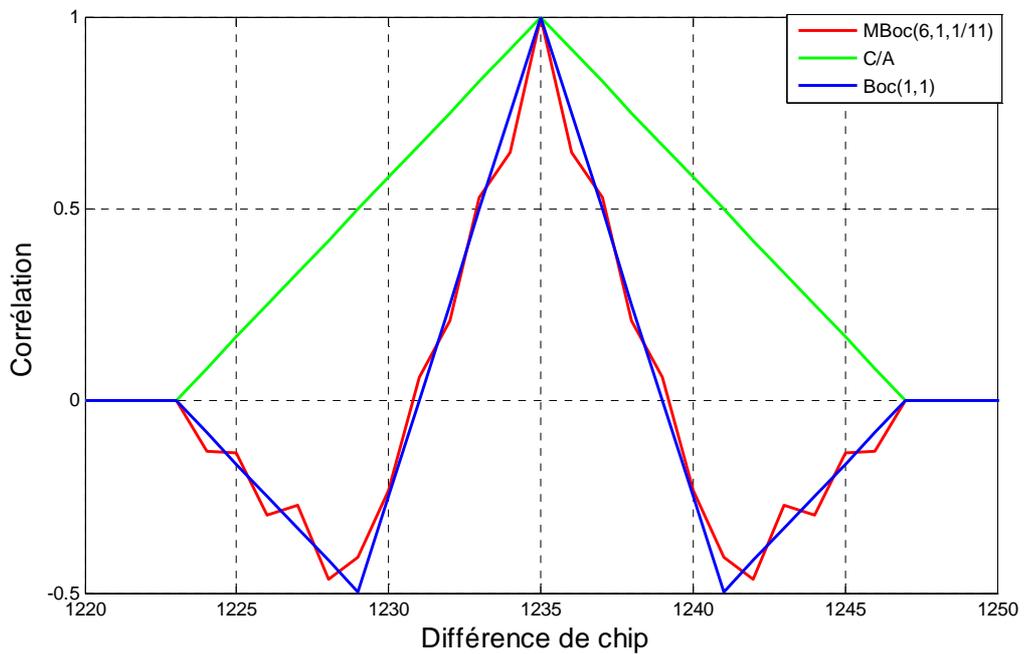
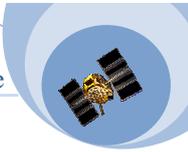


Figure III.19 : *Fonction d'autocorrélation pour différents modulation.*

On remarque d'après la figure ci-dessus que la corrélation MBoc présente un pic plus étroit comparé aux autres modulations d'où son intérêt.



III.8.Simulation de l'enveloppe d'erreurs:

Les signaux MBoc sont moins vulnérables aux erreurs dues aux multitrajets et c'est ce qui constitue son avantage par rapport aux autres types de modulation. Ceci est illustré dans la figure suivante, où l'on voit que la surface couverte par l'enveloppe de l'erreur MBoc est réduite par rapport aux autres modulations et c'est ce qui se traduit par une minimisation de l'erreur commise par la boucle de poursuite de code (DLL).

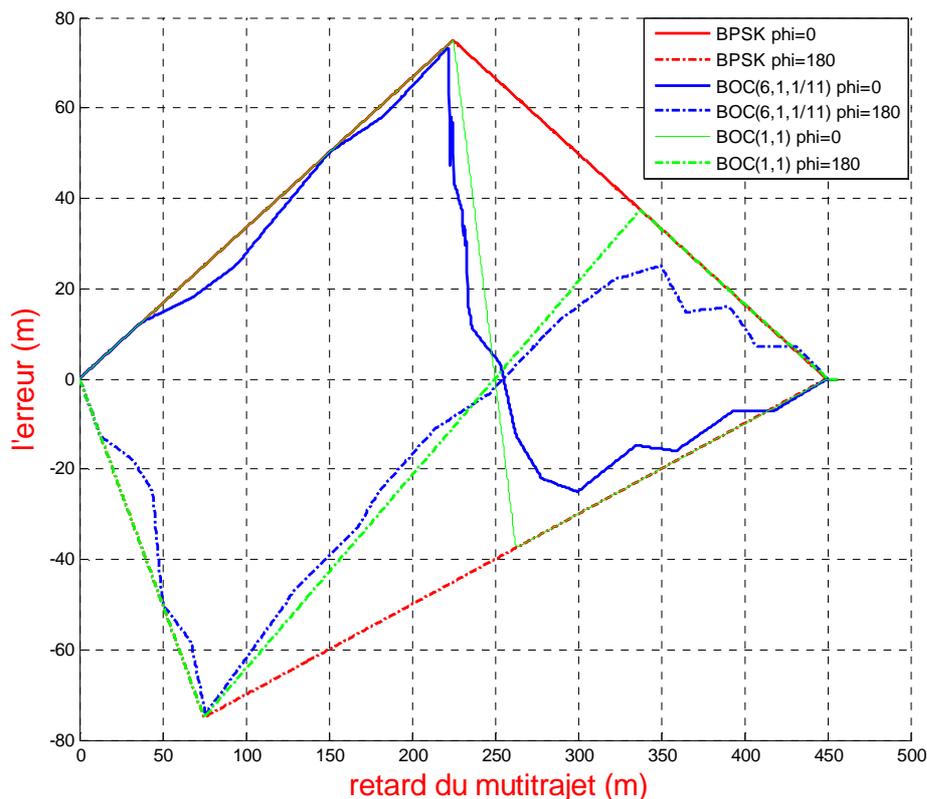
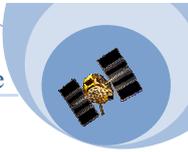


Figure III .20 : *Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour $C_s=T_c$ et pour les récepteurs BOC (1,1) et C/A – GPS.*

On peut obtenir d'autres signaux, en modifiant les paramètres f_s et f_c du signal Boc avec des caractéristiques différents (oscillation de la fonction de corrélation et la largeur de son pic). **La figure (III.21)** montre les performances de la modulation Boc pour différents paramètres.

Pour le Boc (2,1), on remarque que l'erreur maximale commise par la DLL ne dépasse pas les 20 m (pour $\alpha = 0.5$) et devient nulle a partir de la valeur 300 m du retard du multitrajet alors



que celle du Boc (2,2) atteint 40 m et s'annule dès que le retard du multitrajet dépasse 220 m. Ces deux modulations restent meilleures que le Boc (1,1).

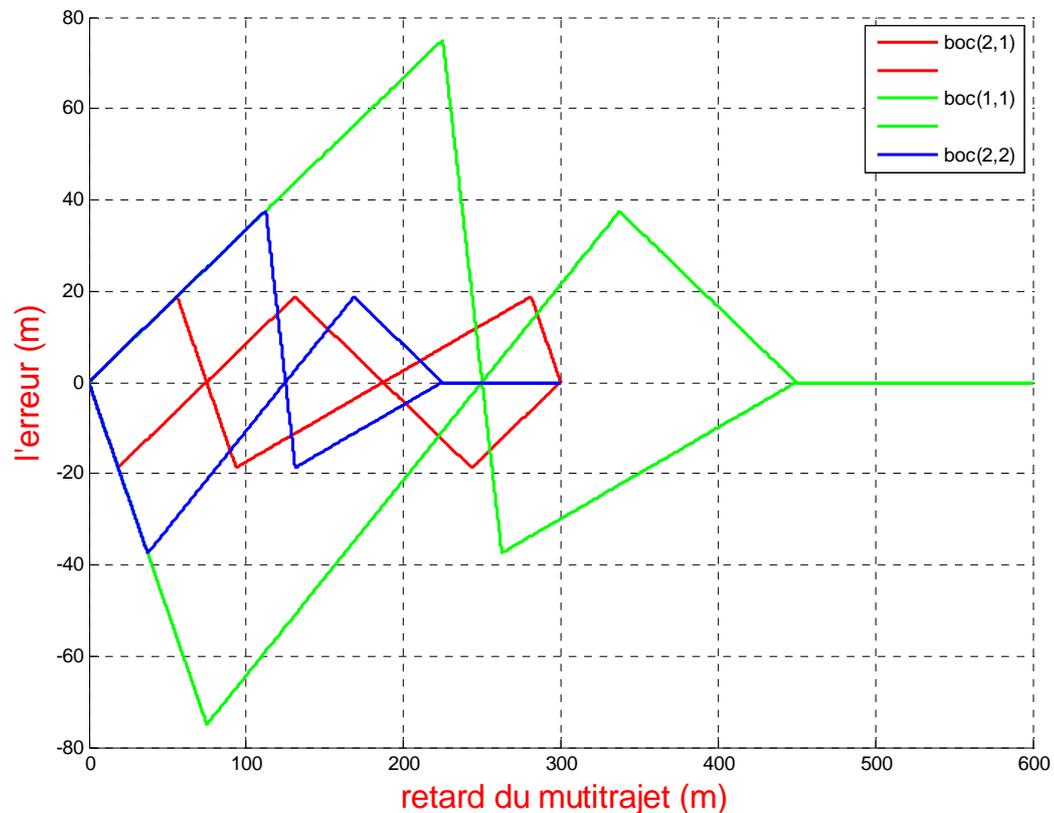


Figure III .21 : *Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour $C_s=T_c$.*

Parmi tant de combinaisons des paramètres Boc, la modulation Boc (14,2) se distingue des autres vu que son erreur maximale ne dépasse pas 4m et décroît jusqu'à l'annulation lorsque le retard des multitrajets vaut 300m. Les caractéristiques de l'enveloppe d'erreur pour cette combinaison particulière ainsi sa fonction d'autocorrélation sont montrée sur **les figures (III.22) et (III.23)**

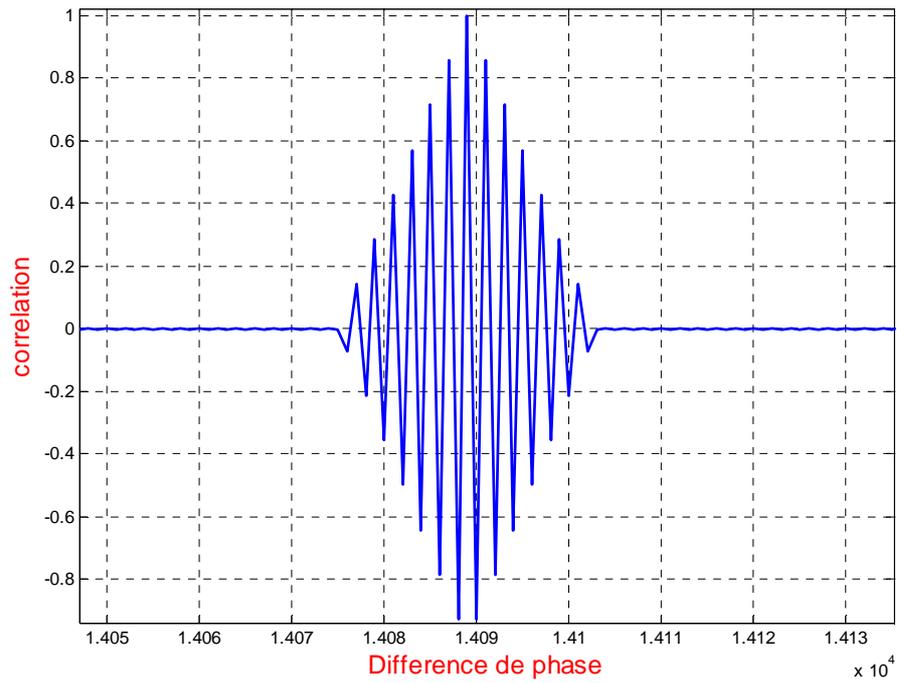
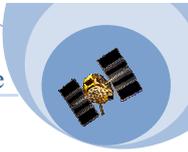


Figure III.22 : Fonction d'autocorrélation pour $Boc(14,2)$.

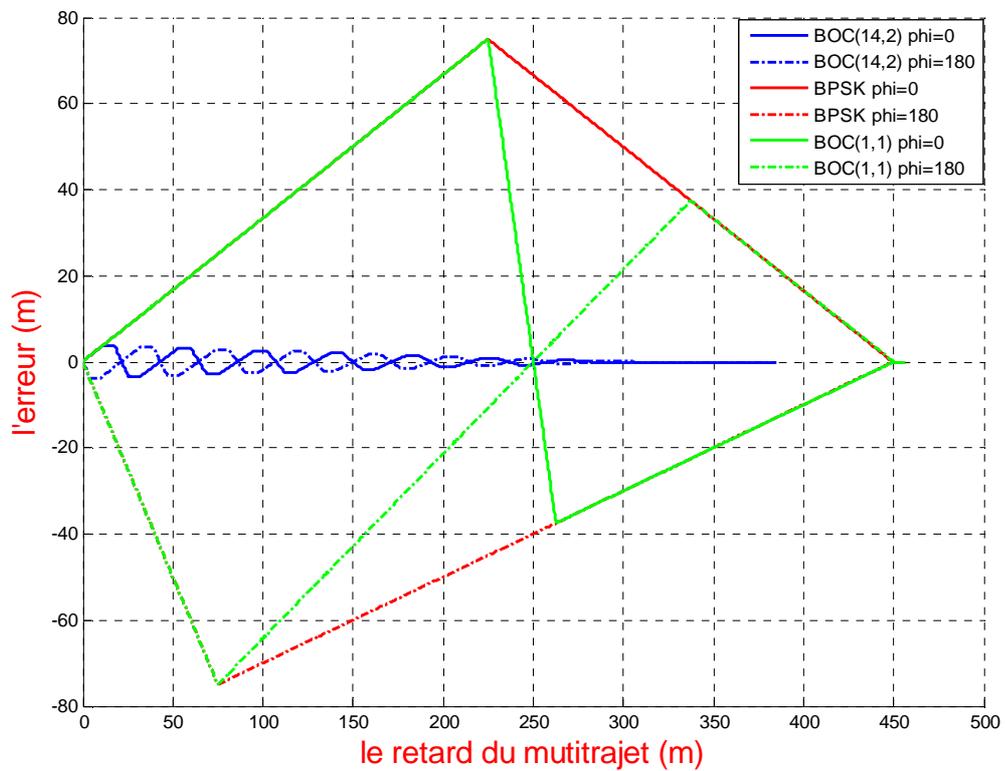
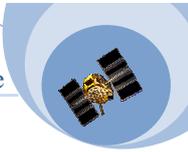
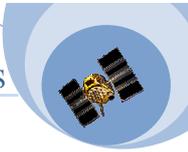


Figure.III .23. Offset de code maximal en fonction du retard du trajet réfléchi par rapport au trajet direct pour $C_s=T_c$



III.9. CONCLUSION :

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude sur les performances des boucles de poursuite de code pour les signaux C/A et BOC (1,1). Nous avons tracé les courbes « discriminateurs » des différentes boucles afin d'illustrer l'influence du phénomène des multitrajets. Cette analyse étant effectuée, nous avons donc caractérisé et tracer l'offset de code en fonction de tous les paramètres des multitrajets. Une comparaison des performances des codes C/A et BOC (1,1) a montré que ce dernier est moins sensible au phénomène des multitrajets. Par conséquent les performances des récepteurs BOC (1,1) sont meilleurs par rapport à ce que l'on observe pour les récepteurs C/A – GPS. A travers cette étude, nous avons remarqué que nous pouvons utiliser un corrélateur étroit afin de diminuer l'effet du phénomène de multitrajets. La méthode paraît simple et facile à utiliser dans une boucle de poursuite de code classique. Finalement, nous avons présenté d'autres signaux visant à améliorer les performances, nous constatons que par l'utilisation de cette technique l'effet des multitrajets est complètement réduit.



IV. 1 INTRODUCTION :

Dans le chapitre précédent nous avons analysé les méthodes de réduction de l'effet des multitrajets sur la boucle de poursuite de code, ces méthodes sont basées sur le choix du discriminateur ou sur l'utilisation d'un autre code pseudo aléatoire (PRN) tel que l'utilisation d'un code Boc ou MBoc, l'enveloppe d'erreur est utilisée comme critère de comparaison. Cette partie de notre travail est réservée à l'application et l'analyse d'une autre approche permettant d'éliminer ou de réduire l'effet des multitrajets non seulement sur la boucle de code DLL mais aussi sur la boucle de poursuite de phase PLL, elle concerne l'application d'une méthode adaptative de type NLMS (Normalised least mean square).

Afin d'implémenter cette méthode nous devons simuler l'ensemble des étages d'acquisition et de poursuite du récepteur. Une fois ces deux étages sont simulés nous passons à l'implémentation de la méthode adaptative, cette dernière sera détaillée dans ce qui suit.

IV.2 ALGORITHME ADAPTATIF NLMS :

La mise en œuvre d'un filtre (estimateur) optimal de Wiener demande la connaissance des caractéristiques du signal de référence, de l'interférence et de la fonction de transfert du canal. Cela implique également que ces caractéristiques soient stables au cours du temps, ce qui n'est pas le cas en pratique.

Le filtrage adaptatif a pour objet d'approcher ces filtres optimaux. Pour cela, les coefficients de la réponse impulsionnelle du filtre sont adaptés en fonction de l'erreur par une boucle de retour comme la montre la figure ci-dessous.

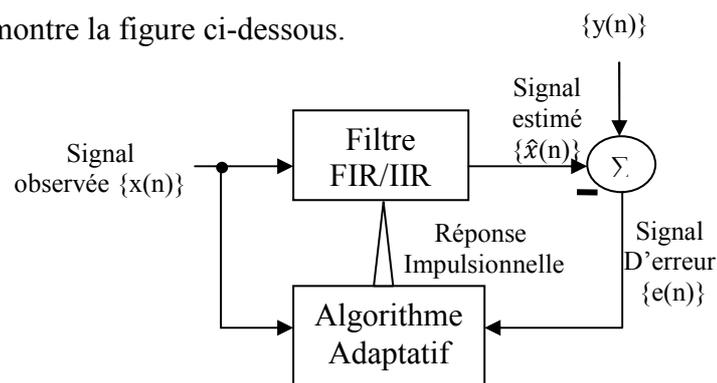
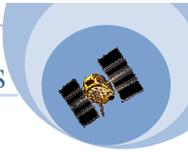


Figure IV.1 : Schéma général d'un système de filtrage adaptatif

Cette adaptation nécessite une séquence d'apprentissage et une stratégie de mise à jour des coefficients du filtre dont l'objectif est la minimisation d'une erreur, pour cela, on utilisera des algorithmes d'optimisation.



Dans ce cas, la réponse impulsionnelle d'un filtre adaptatif est variable dans le temps. Elle dépend du signal reçu, de la séquence d'apprentissage et de l'algorithme d'optimisation utilisé. Le signal estimé $\hat{x}(n)$ s'écrit de la façon suivante :

$$\hat{x}(n) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i(n-1) x(n-i) \quad (\text{IV.1})$$

$$\Leftrightarrow \hat{x}(n) = \mathbf{w}^T(n-1) \mathbf{X}$$

Sachant que les propriétés statistiques sont inconnues, on ne cherche pas la minimisation $E[\varepsilon^2(n)]$ mais une somme finie d'erreur au carré donnée par :

$$J = \sum_{k=0}^n (y(k) - \hat{x}(k))^2 \quad (\text{IV.2})$$

Quand cette fonction coût est minimisée en utilisant une réponse impulsionnelle $w(n)$ associée à $\hat{x}(n)$, on obtient l'estimée des moindres carrés. On note que la solution optimale de Wiener est donnée par :

$$\mathbf{w} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xy} \quad (\text{IV.3})$$

Où \mathbf{R}_{xx} est la fonction d'autocorrélation du signal d'entrée et \mathbf{r}_{xy} est la fonction d'intercorrrelation entrée/sortie.

L'algorithme LMS (Least Mean Square) est l'un des algorithmes les plus utilisés en traitement du signal. Pour trouver les mêmes paramètres optimaux ' w_i ' démontrés par Wiener, on peut penser à formuler la meilleure descente le long d'un paraboloïde correspondant au critère quadratique utilisé afin d'atteindre son minimum. Cette descente se fait mathématiquement dans le sens opposé à celui du gradient selon la figure suivante:

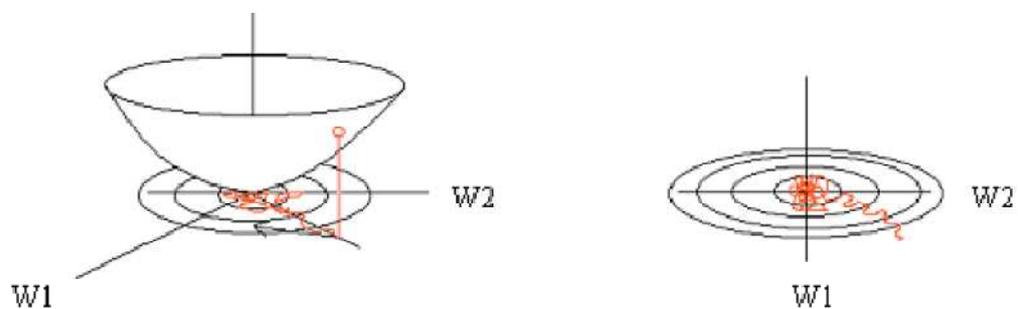
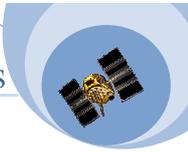


Figure IV.2: Schématisation du principe de minimisation par la méthode du Gradient



On démontre que ce gradient est donné par :

$$\frac{\partial J}{\partial w} = -2r_{xy} + 2R_{xx} w . \quad (\text{IV.4})$$

Et on atteint le point optimum lorsque le gradient s'annule, c'est à dire:

$$w = R_{xx}^{-1} r_{xy} \quad (\text{IV.5})$$

Ce qui correspond à la solution de Wiener.

On imagine bien que cette solution peut être atteinte récursivement en corrigeant les valeurs des coefficients 'w_i' en chaque instant 'n' dans le sens opposé à l'évolution de l'erreur quadratique par rapport au vecteur des coefficients w(n) tel que :

$$w(n) = w(n-1) - \mu \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varepsilon^2(n)}{\partial w} \right) \quad (\text{IV.6})$$

Comme l'erreur quadratique à l'instant n vaut :

$$\begin{aligned} \varepsilon^2(n) &= \left(y(n) - \sum_{i=0}^{p-1} w_i x(n-i) \right)^2 \\ &= \left(y(n) - x(n)^T w \right)^2 \\ \Rightarrow \frac{\partial \varepsilon^2(n)}{\partial w} &= 2\varepsilon(n) \frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial w} = -2\varepsilon(n)x(n). \end{aligned} \quad (\text{IV.7})$$

On en déduit que la recherche de l'optimum peut se faire avec l'algorithme récursif suivant :

$$w(n) = w(n-1) + \mu \varepsilon(n)x(n) . \quad (\text{IV.8})$$

On peut obtenir un gain d'adaptation μ stable compris entre 0 et 1 si on normalise le gain précédent par 'p' le nombre de paramètres du vecteur 'w' et par la puissance ou la variance σ_x^2 du signal d'entrée x(n), dans ce cas il s'agit d'un algorithme appelé NLMS. Pour ce faire, On choisit un gain initial μ_0 entre 0.01 et 0.1 qui après normalisation donne un gain d'adaptation évoluant en fonction de la puissance du signal d'entrée:

$$\mu = \frac{\mu_0}{p \sigma_x^2} \quad (\text{IV.9})$$

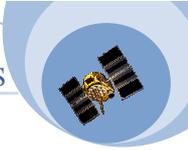
Afin d'éviter une division par zéro ce qui correspond à un gain infini on pose :

$$\mu = \frac{\mu_0}{\varepsilon + p \sigma_x^2} \quad (\text{IV.10})$$

Avec: $\varepsilon \ll 1$.

Les coefficients d'adaptation dans le cas de l'algorithme NLMS s'écrivent :

$$w(n) = w(n-1) + \frac{\mu_0}{a + p \sigma_x^2} \varepsilon(n)x(n) \quad (\text{IV.11})$$



Dans le cas où le signal n'est pas stationnaire on doit évaluer sa puissance $p_x = \sigma_x^2$ en tout instant :

$$p_x(n) = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n x^2(k). \quad (\text{IV.12})$$

Cette valeur moyenne peut également être évaluée à l'aide d'un filtre passe-bas en oubliant progressivement les anciennes valeurs, ce dernier peut être défini par :

$$H(z) = \frac{1-\lambda}{1-\lambda z^{-1}} \quad (\text{IV.13})$$

Avec : $0 < \lambda < 1$.

La formule de récurrence équivalente dans le domaine temporel est donnée par :

$$s(n) = (1-\lambda)e(n) + \lambda s(n-1) \quad (\text{IV.14})$$

Le calcul de $p_x(n)$ se fait de la manière suivante :

$$p_x(n) = (1-\lambda)x^2(n) + \lambda p_x(n-1). \quad (\text{IV.15})$$

Avec : $\lambda = 0.90 \dots 0.98$ suivant l'horizon de mémoire désiré.

IV.3 Réduction des multitrajets par la méthode adaptative NLMS :

Dans ce qui suit, nous allons appliquer une autre méthode de réduction des multitrajets, elle est basée sur l'algorithme adaptatif NLMS présenté ci-dessus.

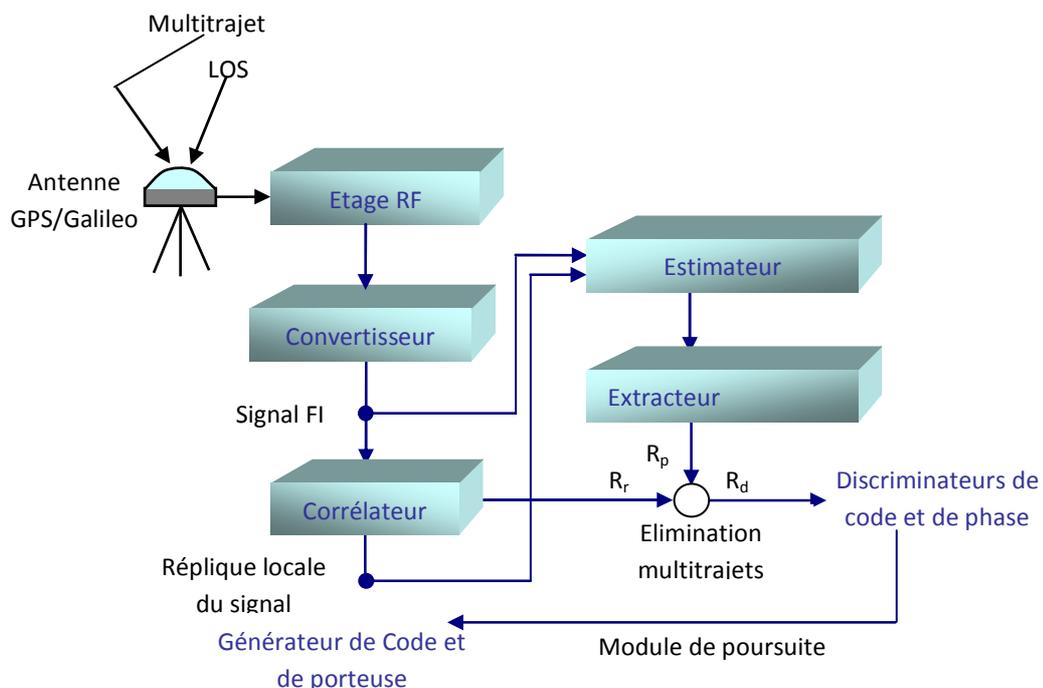
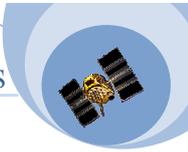


Figure IV.3 : Diagramme du système de réduction des multitrajets



Cette solution adoptée sert non seulement à réduire l'effet des multitrajets sur la boucle de poursuite de code DLL mais aussi leur influence sur la boucle de poursuite de phase Costas, car elle fournit l'amplitude (s), le retard (s) et la phase (s) associés au multitrajet (aux multitrajets) ceci est réalisé selon le synoptique présenté dans **la figure (IV.3)**.

D'après ce synoptique, le signal reçu est traité en premier lieu au niveau de l'étage RF puis discrétisé par le convertisseur A/N, le signal numérique ainsi obtenu est transposé en fréquence intermédiaire 'FI', ensuite envoyé à l'étage de poursuite composé des deux boucles (DLL et PLL) permettant de générer une réplique locale.

L'estimateur des multitrajets est un filtre adaptatif de type NLMS qui estime le retard, la phase et l'amplitude de chaque multitrajet. Dans notre cas et en comparant avec la formulation mathématique du NLMS présenté antérieurement, on doit formuler le critère de minimisation entre le signal reçu et celui généré localement. La formulation mathématique liée à l'estimateur est donnée dans ce qui suit.

IV.3.1 Estimateur du multitrajet :

L'intérêt de cet étage est d'estimer le retard, l'amplitude et la phase de chaque multitrajet en utilisant le filtre adaptatif. Le signal FI peut s'écrire dans ce cas :

$$y(n) = \sum_{i=0}^M A_i g(n - \tau_i) \cos(\omega n + \varphi_i) + \eta(n) \quad (\text{IV.16})$$

Avec : A_i , τ_i et φ_i sont l'amplitude, le retard et la phase du $i^{\text{ème}}$ signal retardé.

M : le nombre des multitrajets reçus.

g : est le code d'étalement utilisé, code (C/A ou BOC)

η : Bruit blanc Gaussien.

On note que le $0^{\text{ème}}$ signal reçu correspond au signal direct.

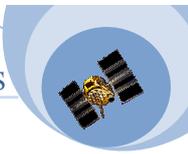
L'estimateur de multitrajets est un filtre adaptatif type NLMS fonctionnant selon le synoptique donné par la **figure(IV.4)**, le signal de référence utilisé correspond au produit des deux répliques de code et de porteuse générées localement à la sortie de l'étage de poursuite, ce signal est exprimé par :

$$x_i(n) = g(n - i\tau^d - \tau_{err}) \cos(\omega n - \varphi_{err}) \quad (i = 0 \dots, K) \quad (\text{IV.17})$$

Où : τ_{err} et φ_{err} sont les erreurs de code phase et de phase issus de la poursuite

τ^d : est la période d'échantillonnage utilisée pour exprimer le retard multitrajet.

$K\tau^d$: est le délai maximum qui peut atteindre un multitrajet possédant une influence sur l'étage de poursuite.



On suppose que le signal estimé au niveau de la sortie A/N est donné par :

$$\tilde{y}(n) = \sum_{i=0}^{\tilde{M}} \tilde{A}_i g(n - \tilde{\tau}_i) \cos(\omega n + \tilde{\varphi}_i) + \eta(n) \tag{IV.18}$$

Avec le paramètre ‘ \sim ’ dénote l’estimé du paramètre considéré.

On introduisant les coefficients d’adaptation du filtre, la sortie sera donnée par :

$$\tilde{y}(n) = \sum_{i=0}^{\tilde{K}} w_i x_i(n) + \eta(n) \tag{IV.19}$$

$W_i = A_i \cdot \cos(\varphi_i)$ sont les coefficients d’ajustement permettant de minimiser un critère quadratique formulé en utilisant les deux équations (IV.16) et (IV.19) :

$$L(n) = \|y(n) - \tilde{y}(n)\|^2 \tag{IV.20}$$

Ce qui correspond à la puissance de l’erreur entre le signal reçu et celui de référence généré localement.

En utilisant la formulation liée à l’algorithme NLMS, la mise à jour des coefficients sera donnée par :

$$w_i(n+1) = w_i(n) + \mu \varepsilon(n) x_i(n) \tag{IV.21}$$

Le coefficient d’adaptation ‘ μ ’ détermine la stabilité et la convergence de l’algorithme.

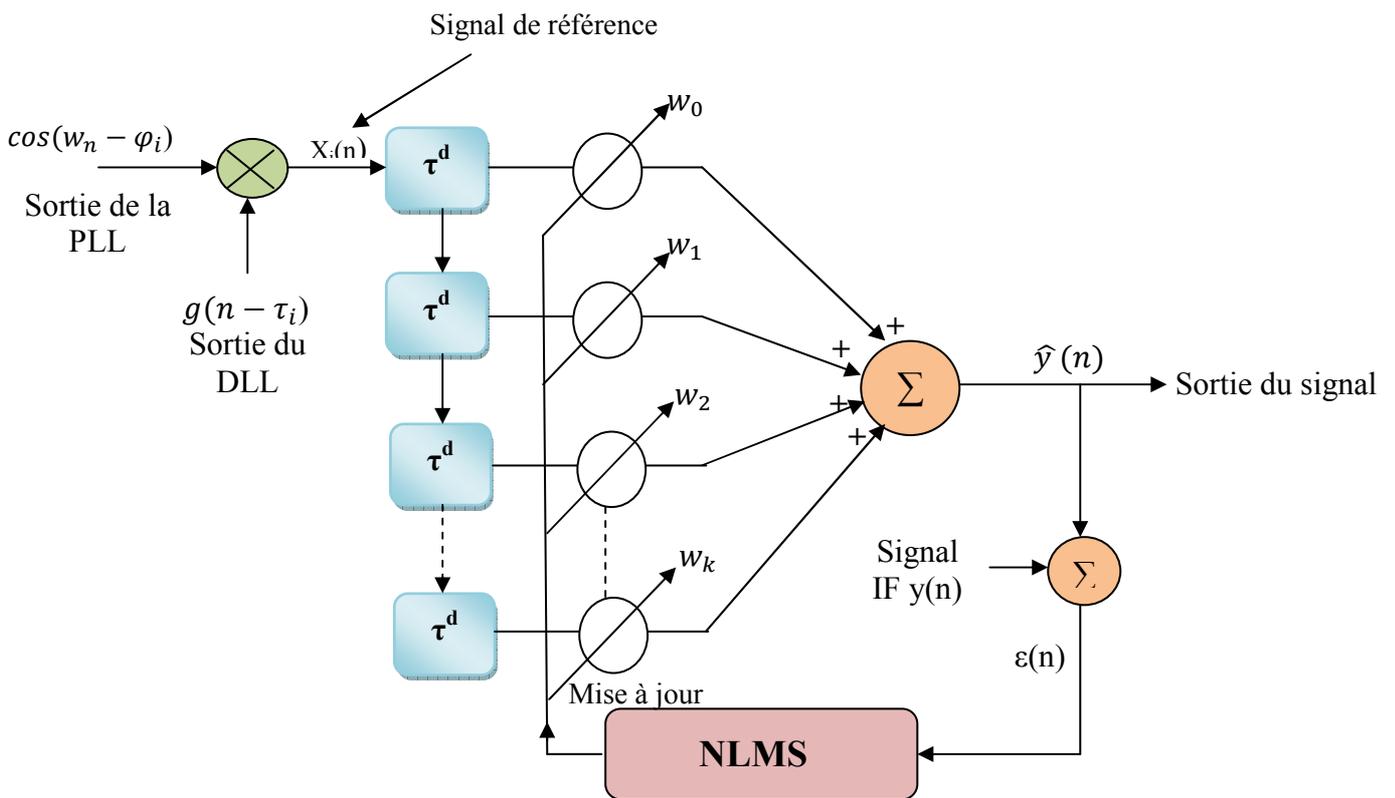
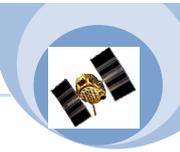


Figure IV.4 : Estimateur des multitrajets



IV.3.2 Extracteur de corrélation :

Après l'estimation des différents paramètres liés à chaque multitrajet, un bloc nommé 'Extracteur de corrélation' réalise la séparation entre le signal reçu directement et les multitrajets, ceci par soustraction de la fonction de corrélation résultante à partir des multitrajets de celle obtenue initialement, sachant que nous considérons que le premier signal estimé n'est autre que le signal direct. Afin de clarifier cette dernière idée nous présentons la **figure (IV.4)** suivante :

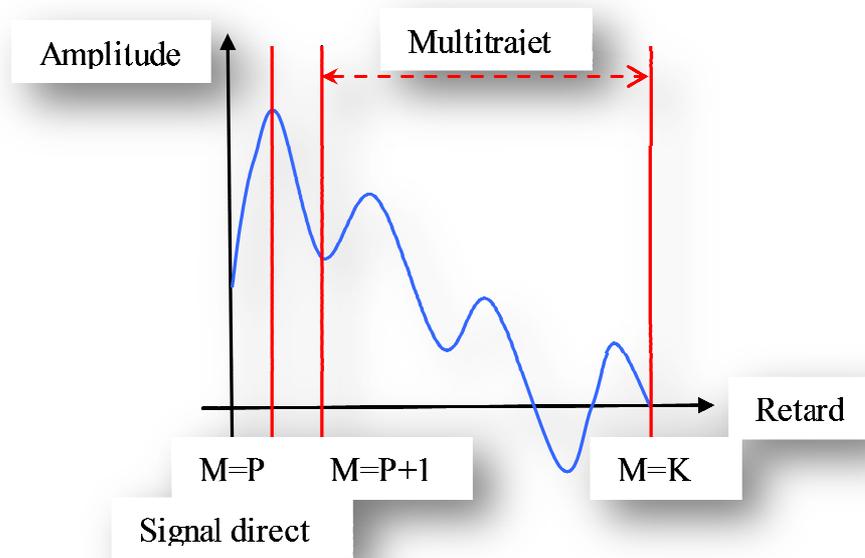


Figure IV.5 : Séparation du retard entre le signal direct et le multitrajet

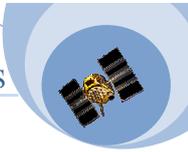
Dans cette figure, le premier pic correspond au signal direct et les autres pics correspondent aux signaux multitrajets. Les estimés correspondant (amplitude, délai et phase) à chaque multitrajet seront utilisés afin de calculer une nouvelle fonction de corrélation R_i .

$$R_i(\tau) = \tilde{A}_i R(\tau - \tilde{\tau}_i) \cos(\tilde{\varphi}_i - \tilde{\varphi}_i) \quad (\text{IV.22})$$

D'où on peut construire une fonction de corrélation regroupant l'ensemble des multitrajets, cette fonction notée R_p sera donnée par:

$$R_p(\tau) = R_{l+1}(\tau) + R_{l+2}(\tau) + \dots + R_K(\tau) = \sum_{i=l+1}^K R_i(\tau) \quad (\text{IV.23})$$

On note l'absence du signal direct dans cette fonction.



IV.3.3 Elimination des multitrajets :

Une fois la corrélation qui résulte des multitrajets est obtenue, on procède à l'étape d'élimination, ceci en calculant la fonction de corrélation $R_d(\tau)$ résultante de la différence entre la corrélation $R_r(\tau)$ et $R_p(\tau)$:

$$R_d(\tau) = R_r(\tau) - R_p(\tau) \quad (\text{IV.23})$$

Avec :

$R_r(\tau)$: fonction de corrélation entre le signal reçu (direct plus multitrajets) et le signal généré localement.

$R_p(\tau)$: fonction de corrélation entre la partie multitrajet du signal reçu, récupérée grâce au filtre adaptatif, et le signal généré localement.

$R_d(\tau)$: nouvelle fonction de corrélation résultante de la différence, ce qui réduit nécessairement l'influence des multitrajets.

Cette opération élimine les multitrajets, car leur présence se caractérise par une distorsion de la fonction de corrélation du signal reçu, la **figure (IV.5)** illustre bien cette idée.

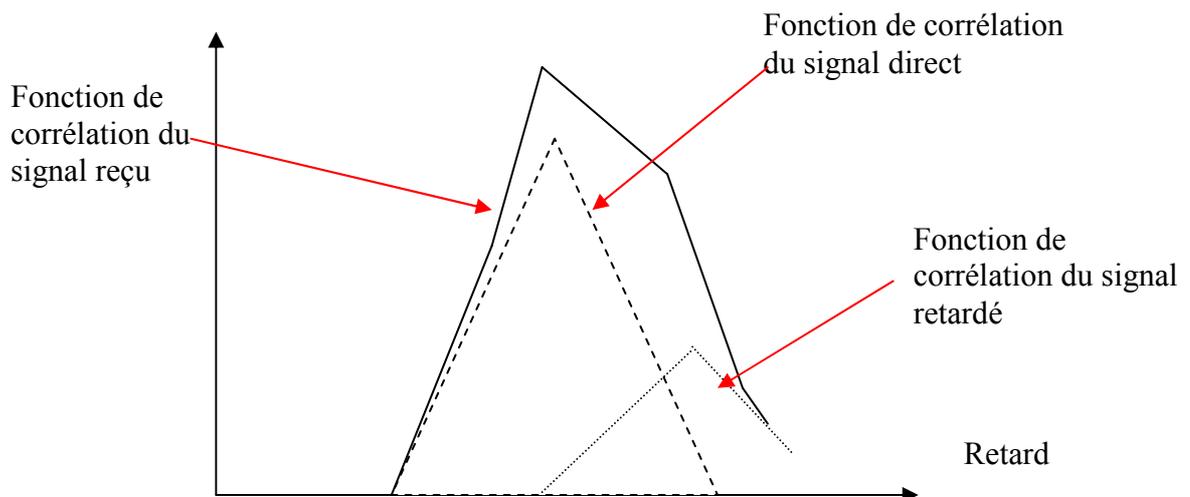
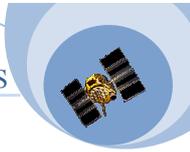


Figure IV.6 : *l'autocorrélation du signal GPS affecté par un multitrajet*

L'ensemble des processus réalisés (estimation, extraction et élimination) peuvent réduire considérablement l'effet des multitrajets à condition que notre algorithme LMS converge exactement.



IV.4. Simulations et résultats :

Dans cette partie, on va interpréter les différents résultats qu'on a obtenus avec notre simulation, afin d'analyser l'influence des différents paramètres sur la performance du récepteur.

On va examiner d'abord l'influence d'un multitrajet sur l'étage d'acquisition pour cela on a généré un signal GPS affecté par un multitrajet puis nous avons simulé l'acquisition circulaire correspondante.

On constate l'apparition de deux cas, le premier où le multitrajet est réfléchi à partir d'une distance supérieure à 300m c'est-à-dire un retard qui dépasse un chip en code C/A, dans ce cas on observe sur la **figure (IV.7)** l'apparition d'un pic supplémentaire correspondant au multitrajet sachant que l'amplitude de ce dernier est moins importante que celle du pic correspondant au signal direct, on note que ce pic secondaire ne possède aucune influence sur l'étage de poursuite car on peut l'éliminer facilement par un choix bien établi du seuil d'acquisition sauf cas particulier où l'étage d'acquisition s'accroche par erreur à ce deuxième pic. Dans le deuxième cas, le multitrajet possède un retard inférieur à un chip, ce qui correspond à la **figure (IV.8)**. On observe un seul pic sachant que le deuxième n'est pas absent mais il se trouve à l'intérieur du premier. On constate que la présence de ce multitrajet n'influe pas sur l'acquisition.

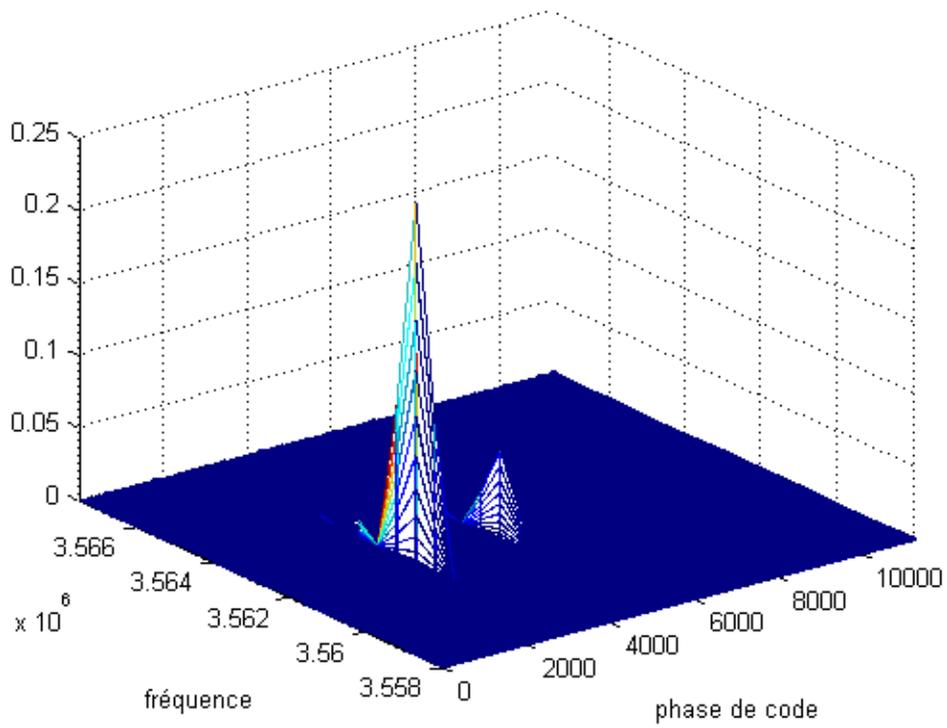
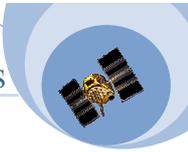


Figure IV.7 : Acquisition en présence d'un multitrajet avec un retard supérieur à 300m

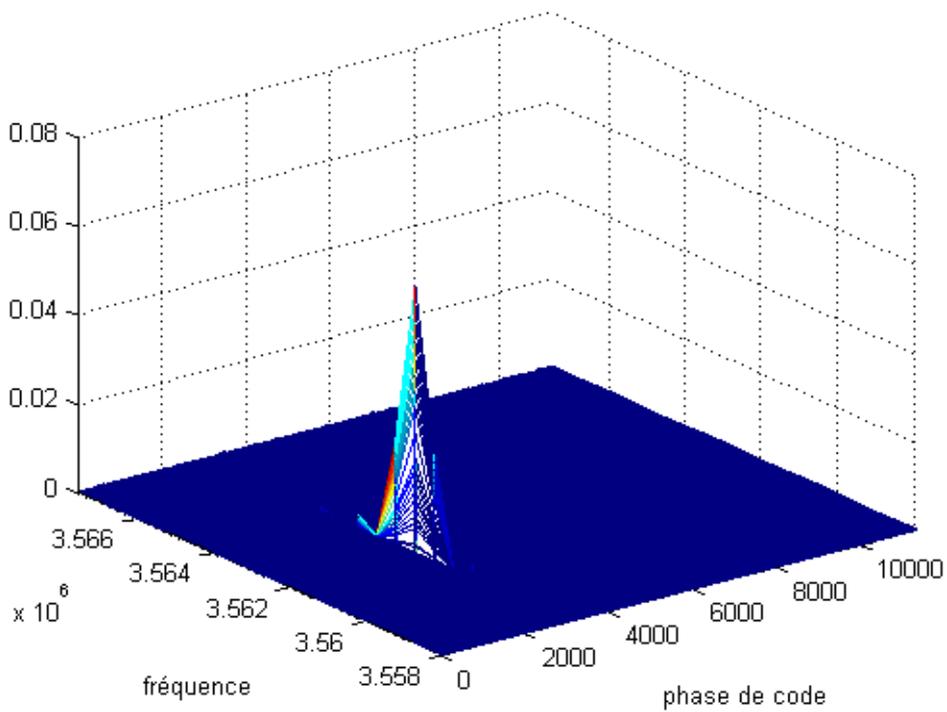
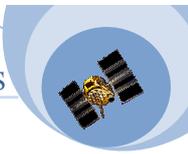


Figure IV.8 : le pic d'acquisition en présence d'un multitrajet avec un retard inférieur à 300m



Les figures ci-après (IV.9 et IV.10) représentent le message de navigation et les sorties des corrélateurs respectivement, sans présence des multitrajets.

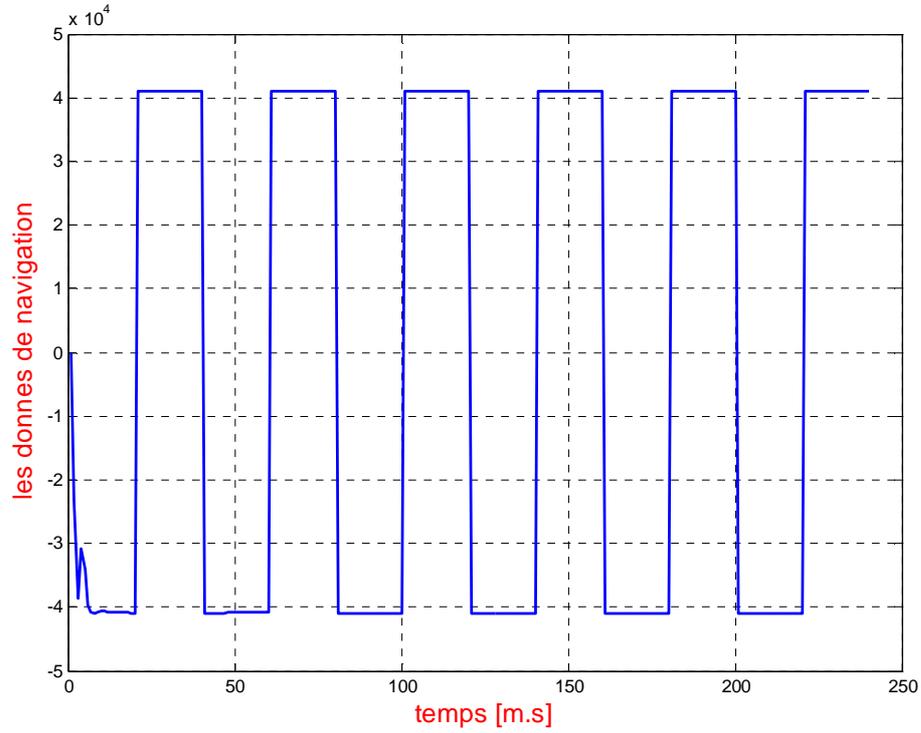


Figure IV.9 : sur le message de navigation.

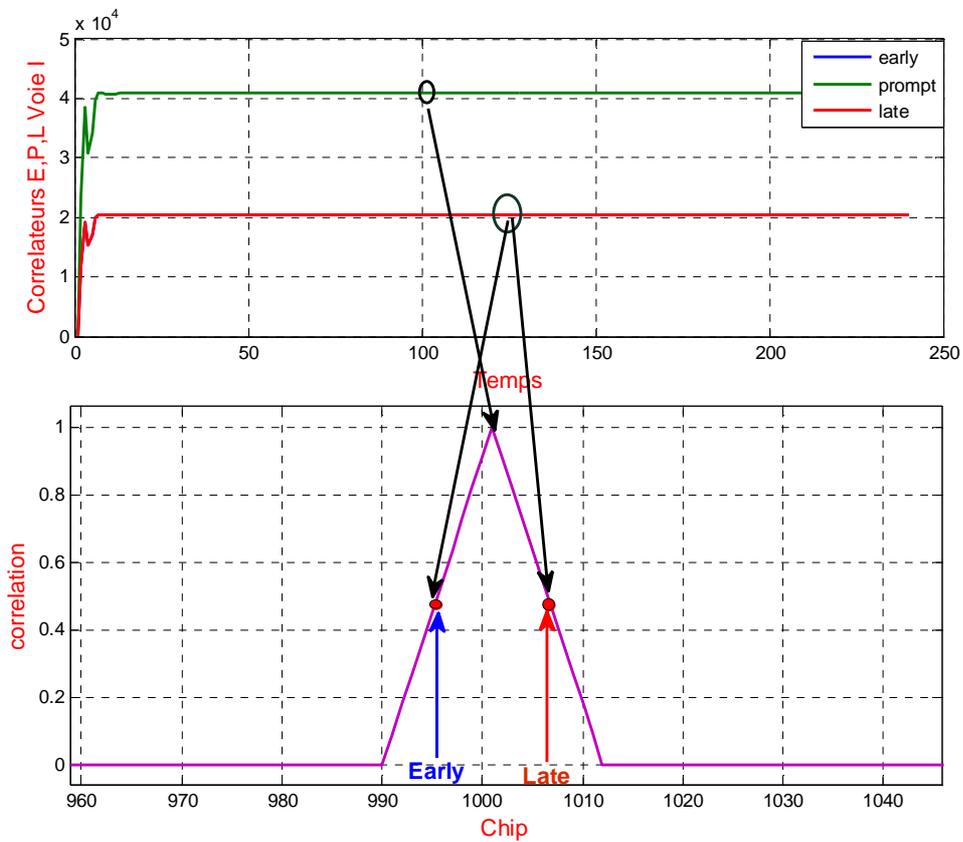
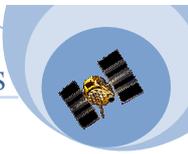


Figure IV.10 : Les sorties des corrélateurs(en phase)



Il est clair que dans la **figure(IV.10)**, le code local (prompt) et le code reçu sont synchronisés, par conséquent la boucle de code permet d'estimer la valeur de retard pour laquelle le discriminateur s'annule donc la distance Emetteur – Récepteur. De plus l'énergie du signal qui atteint le démodulateur des données est alors suffisante pour que l'on ait une détection des données fiable **figure(IV.9)**.

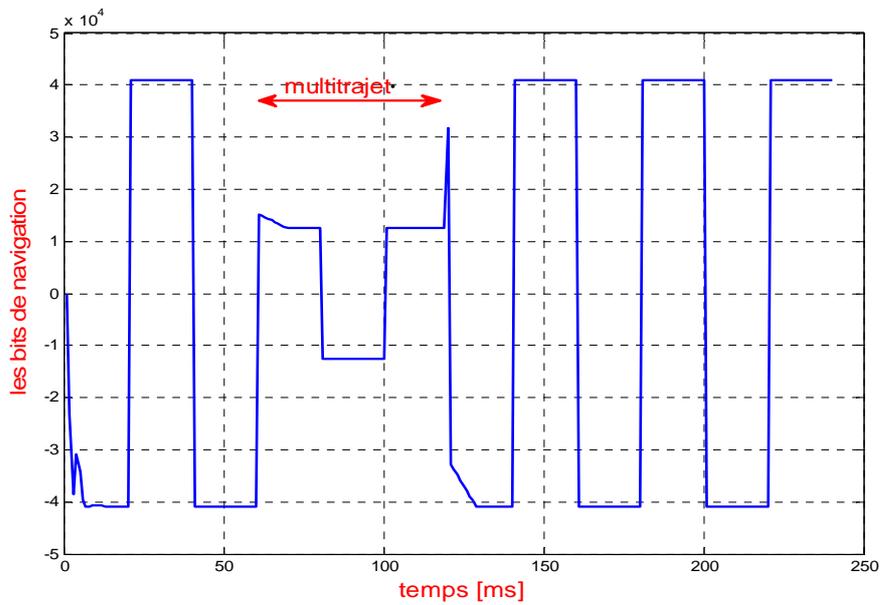


Figure IV.11 : l'influence du multitrajet sur le message de navigation.

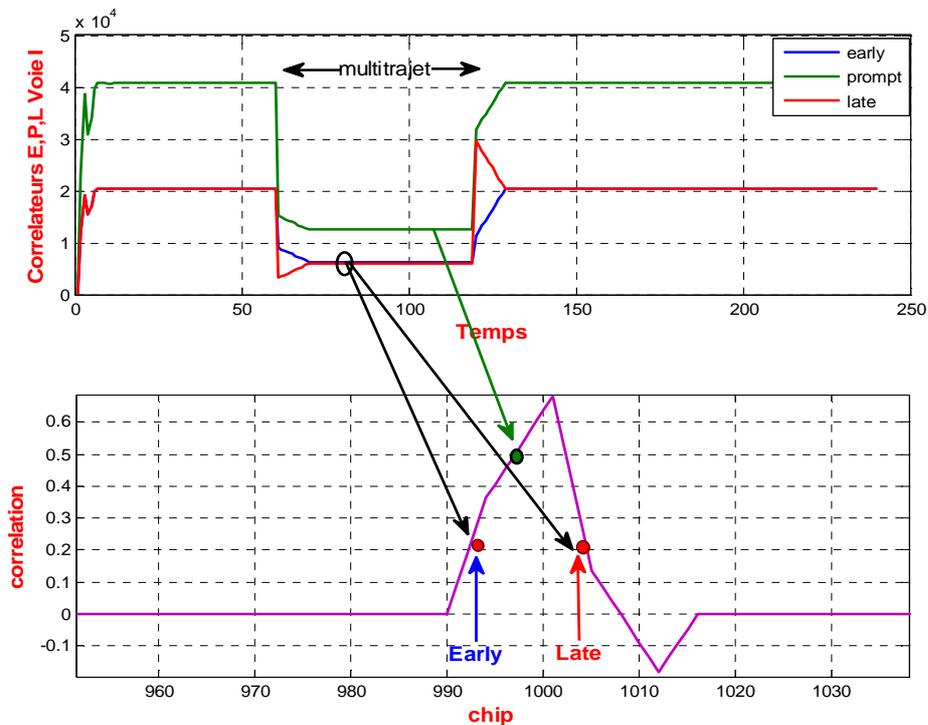
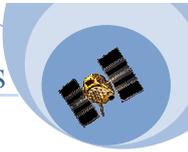


Figure IV.12 : Les sorties des correlateurs



La figure ci-avant illustre les sorties des corrélateurs (I : en phase). L'influence du multitrajet est nettement visible, la boucle à verrouillage de code ne poursuit plus le retard du signal direct mais celui du signal composite reçu. Elle s'asservit sur une mauvaise valeur de retard et commet une erreur de poursuite sur l'estimation du retard du signal direct utilisé pour calculer la distance émetteur-récepteur. On remarque aussi que L'énergie du signal qui atteint le démodulateur des données est alors très faible **figure (IV.11)** ce qui dégrade la fiabilité et la capacité du système (multitrajets destructif).

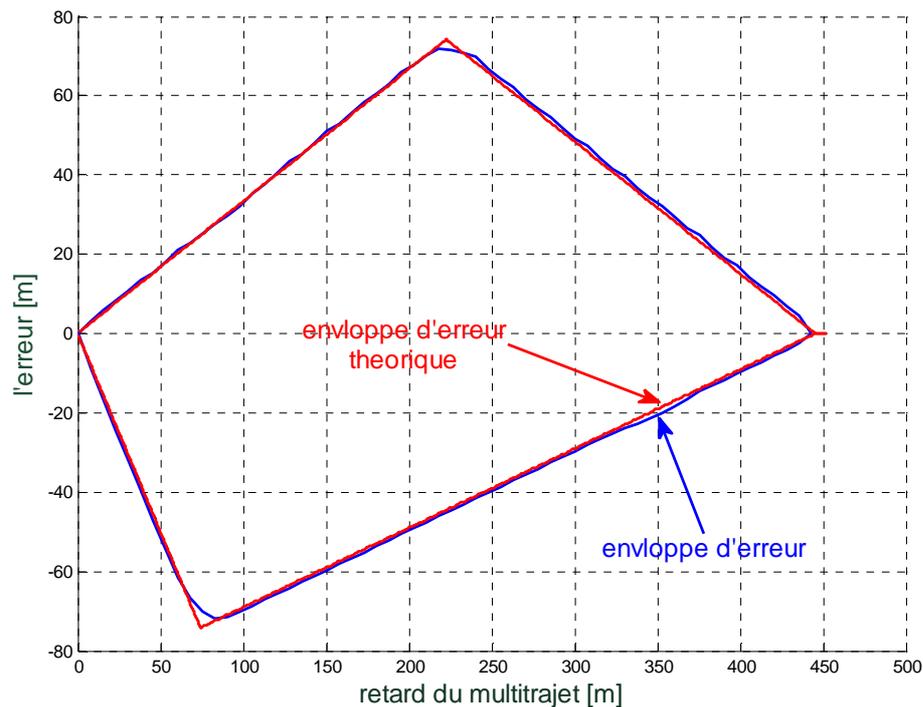


Figure IV.13 : *Enveloppe d'erreur*

La figure précédente est une superposition de deux enveloppes d'erreurs l'une est simulée a partir du programme de poursuite tandis que l'autre est théorique. Elle montre l'importance de l'erreur commise par la boucle de poursuite de code DLL qui peut aller jusqu'à 75 m (la valeur de l'amplitude relative du trajet réfléchi par rapport au trajet direct $1/2$).

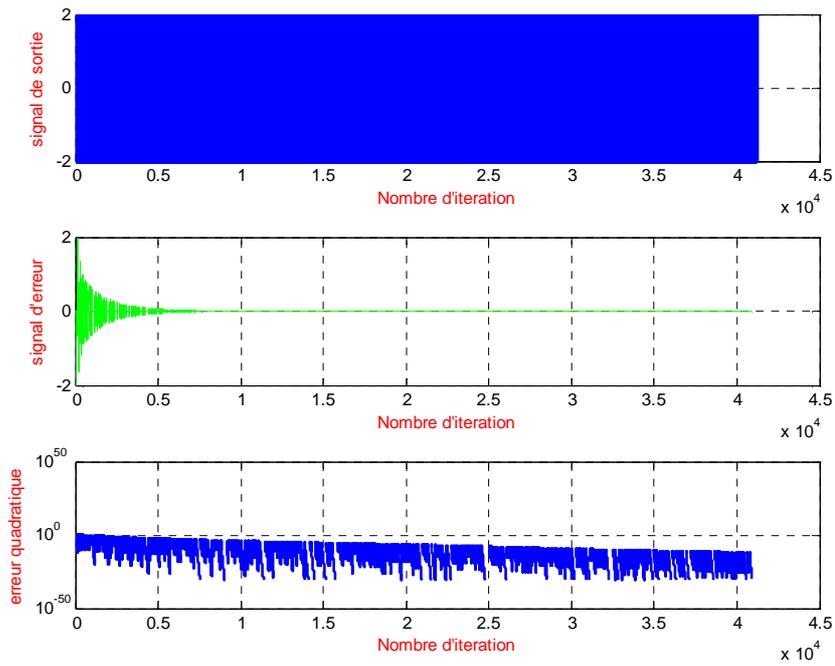
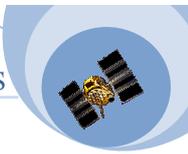


Figure IV.14 : Signal de sortie et d'erreur du filtre NLMS

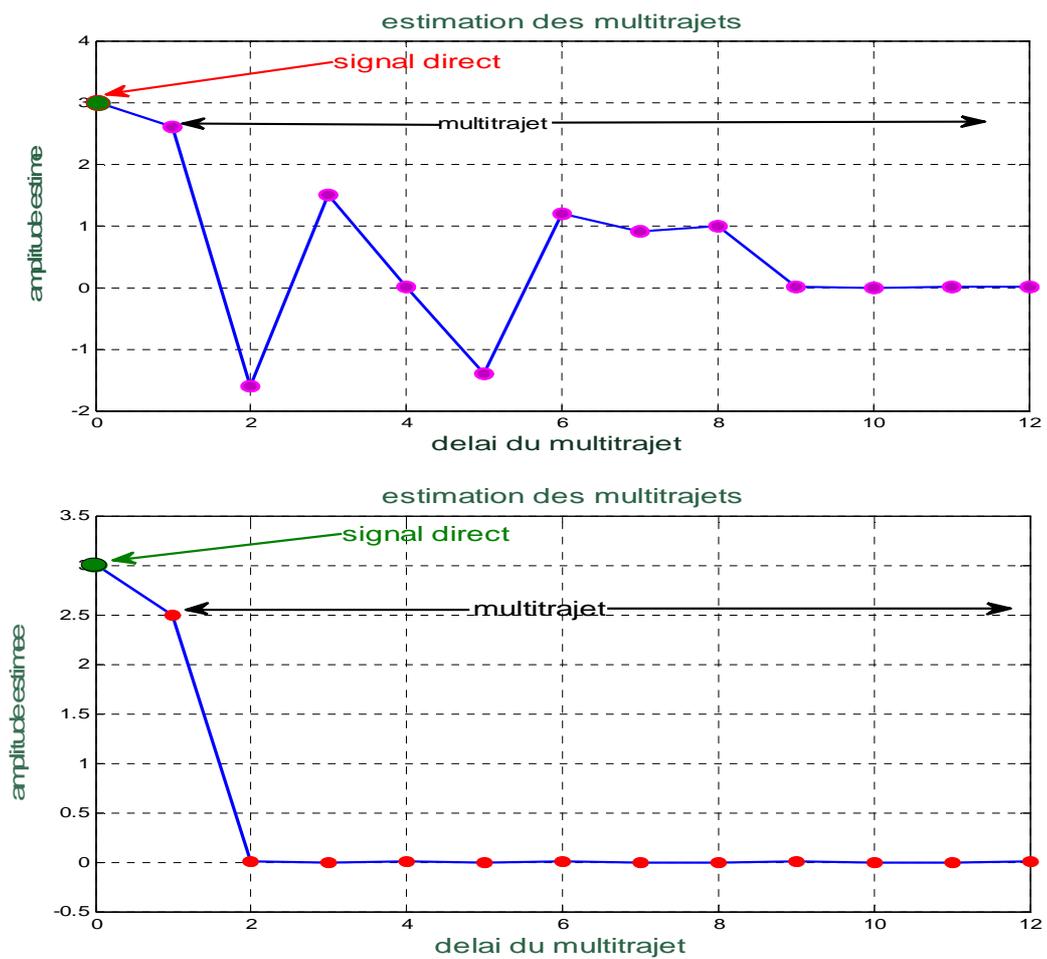
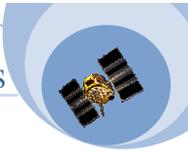


Figure IV.15 : Les amplitudes estimées des multitrajets par le filtre NLMS



La figure (IV.14) schématise la convergence de l’algorithme NLMS utilisé pour estimer les amplitudes des multitrajets ainsi que leurs retards. Les résultats obtenue sont représentés dans la figure (IV.15). Le premier cas de la figure montre l’estimation d’amplitudes et les retards correspondants en présence de sept multitrajets. Le second cas présente un seul multitrajet.

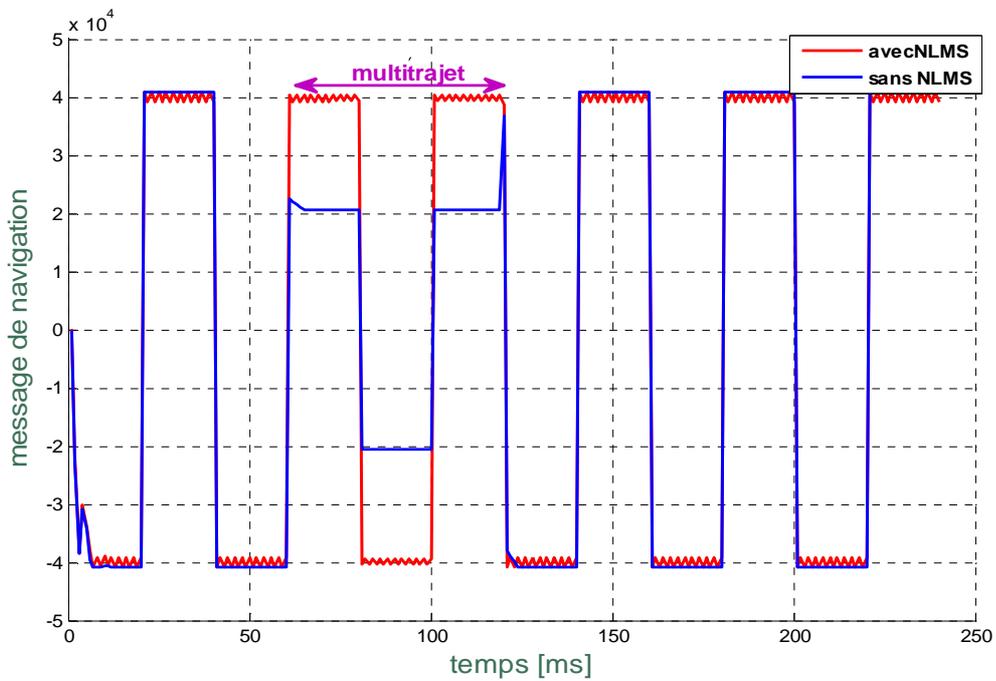
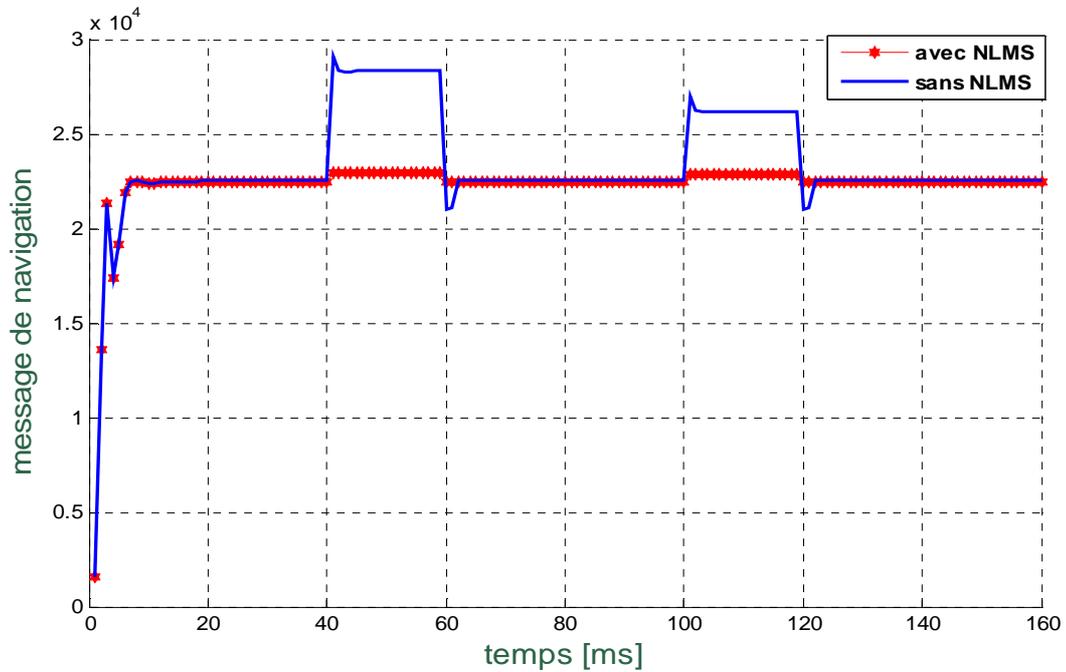


Figure IV.16 : Message de navigation

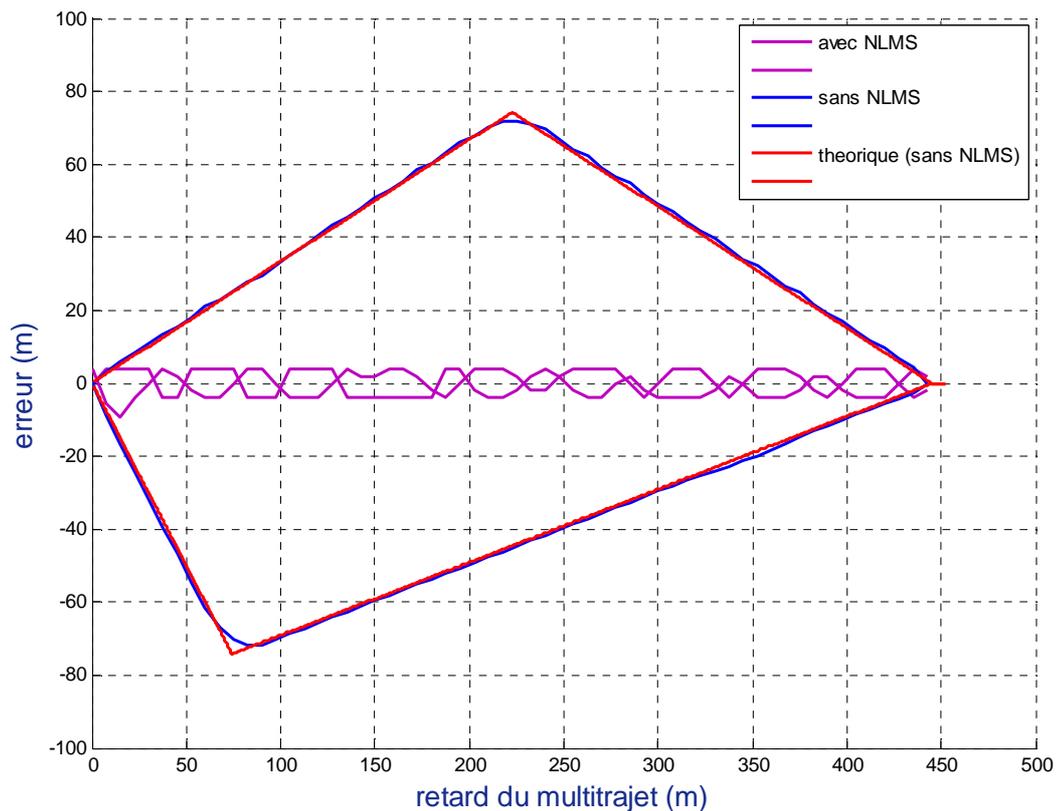
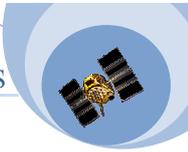
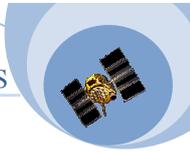


Figure IV.17 : *Message de navigation*

Pour observer l'amélioration des performances apporter par notre filtre adaptatif sur la boucle de poursuite de code en présence des multitrajets, nous pouvons caractériser les variations de l'offset de code maximal (enveloppe d'erreur) pour les deux cas (avec et sans filtre NLMS), pour cela nous avons simulé deux récepteurs basés sur des boucles de poursuite classique sans et avec filtre adaptatif NLMS. **La figure (IV.17)** illustre les résultats obtenu « erreur de calcul de position maximale » pour les deux structures en fonction du retard (l'amplitude du trajet réfléchi par rapport au trajet direct = $1/2$). On voit clairement d'après cette figures que le biais sur la poursuite de code est complètement réduit, donc le filtre adaptatif va s'asservir sur la bonne valeur, par conséquent les performances sont améliorées.

Pour évaluer la qualité de l'estimation, sur le signal a démodulé, on a injecté deux multitrajets constructifs (de durée 20 ms) pour un premier cas et un seul multitrajet destructif (de durée 120ms) pour un deuxième cas, et on a appliqué l'algorithme NLMS. **La figure (IV.16)** représente les bites de navigation avec et sans l'application du filtre NLMS.



On voit clairement l'efficacité du filtre qui a extraie les multitrajets (pour les deux cas destructif et constructif).

IV.5 CONCLUSION :

Nous avons présenté dans ce chapitre une technique de réduction des multitrajets par la méthode adaptative NLMS visant à améliorer les performances du récepteur GPS. A la différence des techniques proposées récemment (corrélateurs étroit, corrélateurs en delta,...), cette technique est utilisée pour estimer les signaux multitrajets et par la suite les éliminer. Son avantage est qu'elle arrive à détecter, les retards, les phases et les amplitudes des signaux multitrajets quelque soit le nombre. Donc réduire les erreurs de calculs de position dans un tel système.

Conclusion générale :

Le but de ce travail de projet de fin d'études est l'étude des techniques de réduction des erreurs causées par les multitrajets au niveau de l'étage de poursuite, plus précisément, au niveau de la boucle DLL d'un récepteur GPS.

Cette réduction donnant l'attention particulière aux techniques basées sur le traitement du signal pour les deux versions du système GPS et GPS modernisé.

Nous avons présenté les performances des boucles de poursuite pour les récepteurs C/A – GPS et BOC(1,1) et MBOC(6.1.1/11) puis nous avons tracé l'enveloppe d'erreurs des différents codes afin d'illustrer l'influence du phénomène des multitrajets sur la boucle de poursuite.

Une comparaison des performances des codes C/A et la famille BOC a montré que ce dernier est moins sensible au phénomène des multitrajets. Par conséquent, les performances des codes BOC(1,1) sont meilleures par rapport à celles observées pour les récepteurs des codes C/A.

A travers cette étude, nous avons remarqué que nous pouvons utiliser un corrélateur étroit afin de diminuer l'effet des multitrajets pour les différents codes proposés. La méthode semble plus simple et facile à utiliser dans une boucle de poursuite.

L'implémentation de l'algorithme NLMS présente une meilleure solution pour la réduction des erreurs des trajets multiples, car cet algorithme permet d'estimer les composantes multitrajets avec une grande précision ce qui donne la possibilité de reconstruire le signal direct. Les résultats obtenus confirment que l'algorithme NLMS est un outil très puissant et simple à mettre en œuvre pour la réduction des trajets multiples.

Finalement, on peut conclure que les méthodes adaptatives seront fortement recommandées pour la réduction d'effet des multitrajets pour le futur récepteur GNSS.

Bibliographie :

- [1] Fundamentals of Global Positioning System Receivers A Software Approach, JAMES BAO-YEN TSUI.**
- [2] Etude de techniques d'adoucissement de spectre pour récepteur GPS, Vincent CALMETTES, 11 décembre 2001.**
- [3] Introduction au filtrage adaptatif, J-F. BERCHER et P. JARDIN, 2003.**
- [4] Techniques d'adoucissement de spectre pour récepteur à spectre étalé, Vincent CALMETTES, Frédéric PRADEILLES, Michel BOUSQUET, thèse doctorat SUPAERO, 2002.**
- [6] GPS Receiver Architectures and Measurements, Michael S.BRAASCH, A.J.VAN DIERENDONCK, 07 Novembre 2000.**
- [7] Le système GPS, Jeremy LAINE et Laurent LECONTE, 1998.**
- [8] Analyse of potential interference sources and assessment of present solution for GPS/GNSS receiver, René Jr. LANDRY et Alain RENARD, May 26-28 1997.**
- [9] Traitement des signaux numériques– II Filtrage adaptatif et analyse spectrale.**
- [10] Une Nouvelle Méthode pour la Détection des Signaux Réfléchis dans les Récepteurs C/A GPS en présence des Multitrajets.**
- [11] An Adaptive Multipath Mitigation Technique for GPS Signal Reception**

ANNEXE A

La Régression Linéaire :

Elle consiste à la recherche de la droite passante au milieu parmi un ensemble de points mesures. Le critère conduisant à cet optimum est la minimisation des distances quadratiques entre les points mesurés et la droite optimum.

On notera que la régression linéaire s'applique aux systèmes statiques alors que l'approche de Wiener sert à optimiser des systèmes évaluant au cours du temps.

➤ mesure, modèle et écart :

Comme on souhaite passer une droite parmi un ensemble de points on se donne un modèle dont l'équation est : $y_m = a x + b$.

L'écart de $y(n)$ par rapport au modèle s'écrit :

$$e(n) = y(n) - y_m(n).$$

$$e(n) = y(n) - (a x(n) + b).$$

Ou bien :

$$y(n) = y_m(n) + e(n).$$

On choisit deux grandeurs de l'écart $e(n)$:

- sa valeur moyenne μ_e qui doit tendre vers 0 si le modèle n'est pas biaisée.
- sa puissance σ_e qui doit diminuer avec l'amélioration du modèle.

➤ Minimisation de l'écart quadratique :

On définit un critère d'optimisation qui mesure la puissance ou la variance de l'écart :

$$J(a,b) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^2(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (y(n) - (a x(n) + b))^2 .$$

Lorsque l'écart quadratique est minimum on a :

$$\frac{\partial J(a,b)}{\partial a} = 0 , \quad \frac{\partial J(a,b)}{\partial b} = 0 .$$

Avec :

$$\frac{\partial J(a,b)}{\partial a} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} 2(y(n) - (a x(n) + b))(-x(n))$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (-x(n)y(n) + ax^2(n) + bx(n)) \\
&= \frac{2}{N} \left(-\sum_{n=0}^{N-1} x(n)y(n) + a \sum_{n=0}^{N-1} x^2(n) + b \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \right)
\end{aligned}$$

Et :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial j(a,b)}{\partial b} &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} 2(y(n) - (ax(n) + b))(-1) \\
&= \frac{2}{N} \left(-\sum_{n=0}^{N-1} y(n) + a \sum_{n=0}^{N-1} x(n) + \sum_{n=0}^{N-1} b \right)
\end{aligned}$$

D'où

$$\begin{aligned}
a \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^2(n) + b \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)y(n) \\
a \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) + \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} b &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y(n)
\end{aligned}$$

On a: $a \mu_x + b = \mu_y$.

$$a \mu_x^2 + b \mu_x = \mu_{xy} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \mu_x & 1 \\ \mu_x^2 & \mu_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_y \\ \mu_{xy} \end{bmatrix}.$$

$$a = \frac{\mu_x \mu_y - \mu_{xy}}{\mu_x^2 - \mu_x^2}, \quad b = \frac{\mu_x \mu_{xy} - \mu_y \mu_x^2}{\mu_x^2 - \mu_x^2}.$$

Dans le cas particulier où la droite passe par l'origine les valeurs moyennes μ_x et μ_y sont nulles :

$$a = \frac{\mu_{xy}}{\mu_x^2} = \frac{x^T y}{x^T x}.$$

ANNEXE B

Filtrage de Wiener :

On admet que $y(n)$ mesuré peut être modélisé à l'aide d'un modèle MA d'ordre P :

$$y_p(n) = \sum_{k=0}^{p-1} w_k x(n-k).$$

Le but est de retrouver w_k du même à partir de la mesure des signaux d'entrée $x(n)$ et de sortie $y(n)$. Donc $y_w(n)$ aussi proche que possible du signal $y_p(n)$ en minimisant l'erreur quadratique moyenne par ajustement des coefficients w_k .

Si la solution exacte est trouvée, le signal d'erreur n'est pas nul mais égal au bruit de la mesure.

$$\text{Pour alléger : } \mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \end{pmatrix}$$

Dans ce cas l'estimateur $y_w(n)$ du signal $y_p(n)$ vaut :

$$Y_w(n) = w_0 x(n) + w_1 x(n-1) + w_2 x(n-2) \quad \text{avec} \quad 0 \leq n \leq N-1$$

Dans ce cas l'erreur est fonction du temps :

$$\varepsilon(n) = y(n) - y_w(n).$$

$$J = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (y(n) - y_w(n))^2$$

$$\text{On a : } J(w_0, w_1, w_2) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (y(n) - w_0 x(n) - w_1 x(n-1) - w_2 x(n-2))^2.$$

$$r_{xy}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) x(n+k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n-k) y(n) = r_{yx}(-k).$$

$$\frac{\partial J}{\partial w_0} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (y(n) - w_0 x(n) - w_1 x(n-1) - w_2 x(n-2))(-x(n)).$$

$$= -2 (r_{xy}(0) - w_0 r_{xx}(0) - w_1 r_{xx}(-1) - w_2 r_{xx}(-2)) = 0.$$

$$\frac{\partial J}{\partial w_1} = -2 (r_{xy}(1) - w_0 r_{xx}(1) - w_1 r_{xx}(0) - w_2 r_{xx}(-1)) = 0.$$

$$\frac{\partial J}{\partial w_2} = -2 (r_{xy}(2) - w_0 r_{xx}(2) - w_1 r_{xx}(1) - w_2 r_{xx}(0)) = 0.$$

On a :

$$w_0 r_{xx}(0) + w_1 r_{xx}(-1) + w_2 r_{xx}(-2) = r_{xy}(0).$$

$$w_0 r_{xx}(1) + w_1 r_{xx}(0) + w_2 r_{xx}(-1) = r_{xy}(1).$$

$$w_0 r_{xx}(2) + w_1 r_{xx}(1) + w_2 r_{xx}(0) = r_{xy}(2).$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} r_{xx}(0) & r_{xx}(-1) & r_{xx}(-2) \\ r_{xx}(1) & r_{xx}(0) & r_{xx}(-1) \\ r_{xx}(2) & r_{xx}(1) & r_{xx}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{xy}(0) \\ r_{xy}(1) \\ r_{xy}(2) \end{bmatrix}.$$

$$\Rightarrow R_{xx} w = r_{xy} \quad \Rightarrow w = R_{xx}^{-1} r_{xy} \quad \text{formule de Wiener-Hopf}$$

Description :

$$w = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad x(n) = \begin{bmatrix} x(n) \\ x(n-1) \\ x(n-2) \end{bmatrix}.$$

$$\rightarrow y_w(n) = \sum_{i=0}^{p-1} w_i x(n-i) = w^T x(n) = x(n)^T w.$$

$$\rightarrow \text{L'erreur} : \varepsilon(n) = y(n) - y_w(n) = y(n) - x(n)^T w.$$

$$\begin{aligned} \text{L'erreur } \varepsilon^2(n) : \quad \varepsilon^2(n) &= [y(n) - x(n)^T w]^2 \\ &= y^2(n) - 2y(n)x(n)^T w + w^T x(n)x(n)^T w. \end{aligned}$$

\rightarrow Le critère J :

$$\begin{aligned} J(w) &= E[\varepsilon^2(n)]. \\ &= E[y^2(n)] - 2E[y(n)x(n)^T w] + E[w^T x(n)x(n)^T w]. \end{aligned}$$

D'où :

$$J(w) = r_{yy}(0) - 2 r_{xy}^T w + w^T R_{xx} w.$$

➤ Le gradient : $\frac{\partial J}{\partial w} = -2 r_{xy} + 2 R_{xx} w.$

➤ Le vecteur des paramètres optimaux :

$$W = R_{xx}^{-1} r_{xy}$$