Je dédie ce modeste travail

#### A mes chers parents

DEDICACE

A mes adorables et gentils parents, à ceux qui sont toujours présentent pour mes études et ses soucis de mon avenir, qui ont toujours cru en moi malgré les obstacles que j'ai pu rencontrer tout au long de ce cursus universitaire, sans eux je ne serai rien et que j'aime éperdument... Enfin ! Merci tout simplement d'être mes parents.

A mes chers frères : Chahrazed, Hadjira, Khaira, Mouhamed, Salaheldine, et a ma petite Sarah.

A tout ma famille, Rbiha, Samira, Aissa, Ali, et les chers mignons Nidhal, Noorhane .

A toute la famille BOUGHOFALA, spécialement ma grand mère, ma grand père et mes tantes.

A toute la famille BOUKAHRI.

A ma promotrice MELLE.DOUDOU qui m'a beaucoup aide à réaliser se travail, je la remercie pour sa gentillesses, sa présence et pour tout ce qu'elle m'a prodigué.

A mes adorables amis : Fatima, Samira, Daoudia, Donia, Aicha, Bouchra, Sarah, Yakouta, Ghazzela, Naoual, Sihame, Hayete, Wafa, Amel

A tous ceux qui m'ont fait confiance et m'ont encouragée...

# Remerciements

Je remercie dieu tout puissant de m'avoir donné la volonté et le courage de mener à bien ce travail.

On Adresse Nos remerciements en particulièrement mon professeure, mon promotrice de thèse, MELLE DOUDOU, pour tout le temps qu'elle m'a consacré, pour son aide précieuse, pour sa gentillesse, sympathie et pour son soutien et ses précieux conseils. Vous me faite un grand honneur d'avoir accepté de diriger ce travail. Je vous remercie de m'avoir guidé avec rigueur et bienveillance, merci pour touts.

On tient A Témoigner Notre Gratitude A toute personne Ayant contribué De prés ou De loin A Ce Travail et pour Leurs Soutient.

Ainsi, Que les Amis de L'institut.

En fin, On Remercie Messieurs les membres du jury qui nous ont fait l'honneur de siège, espérant qu'ils trouvent l'express profond respect et croire A notre sincère Gratitude.

Merci...

# TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE 1	
Généralités sur les antennes et les réseaux d'antennes	
1.1. Introduction	2
1.2. Base théorique des antennes	2
1.2.1. Onde Électromagnétique	2
1.2.1.1. Équations de Maxwell	2
1.2.1.2. Propriétés des ondes Électromagnétique	3
1.2.1.3. Les différents types d'ondes électromagnétiques	4
1.2.2. Antenne	4
1.2.2.1. Bref historique	4
1.2.2.2. Définition	5
1.2.2.3. Mécanisme de rayonnement	5
1.2.2.4. Caractéristiques des antennes	6
1.2.2.4.1. Diagramme de rayonnement d'une antenne	6
1.2.2.4.1.1. Types de diagrammes	7
1.2.2.4.2. Directivité d'une antenne	8
1.2.2.4.3. Gain en puissance d'une antenne	8
1.2.2.4.4. Surface équivalente d'une antenne de réception	8
1.2.2.4.5. Polarisation d'une antenne	9
1.2.2.4.6. Ouverture à Mi-Puissance	9
1.2.2.5. Les différentes catégories d'Antenne	10
1.2.2.5.1. Les antennes filaires	10
1.2.2.5.2. Les antennes à ondes de fuite ou de surface	10
1.2.2.5.3. Antenne planaire ou antenne patch	10
1.2.2.5.4. Les antennes à ouverture rayonnante	11
1.2.2.5.4.1. Cornet	11
1.2.2.5.4.2. Les projecteurs d'ondes	12
1.2.2.5.5. Antennes quasi indépendantes de la fréquence.	12

1.3. Réseau d'antenne	12
1.3.1. Motivation d'utilisation des réseaux d'antennes	13
1.3.2. Les éléments principaux d'un réseau d'antenne	14
1.3.3. Géométries des réseaux d'antennes	14
1.3.3.1. Réseaux linéaires	14
1.3.3.2. Réseaux circulaires	15
1.3.3.2.1. Intérêt du réseau circulaire	16
1.3.3.3. Réseau cylindrique	16
1.3.3.4. Réseau plan	16
1.3.3.4.1. Réseau plan régulier	17
1.3.3.4.1.1. Réseau plan rectangulaire	17
1.3.3.4.1.2. Réseau plan en L uniforme	17
1.3.3.4.2. Réseau plan raréfié	18
1.3.4. Applications des réseaux d'antennes	18
1.4. Conclusion	20

# **CHAPITRE 2**

# Traitement d'antennes et détection des sources multiples

2.1. Introduction	21
2.2. Signaux et bruit	21
2.3 L'avantage de l'utilisation du réseau d'antennes	25
2.4. Conclusion	27

# CHAPITRE 3

Estimation des paramètres par les méthodes des sous espaces	
3.1. Introduction	28
3.2. Model du signal	28
3.2.1 Model du signal à une dimension	28
3.2.2. Model du signal à deux dimensions	30
3.2.2.1. Model du signal d'un réseau d'antenne linéaire uniforme en L	30
3.3. Les méthodes des sous-espaces	32
3.3.1. Méthode haute résolution ESPRIT	33

3.3.1.1. Principe d'estimation pour une antenne double (ESPRIT)	
Dans un ULA	33
3.3.1.2. Principe d'estimation pour une antenne double (ESPRIT)	
dans un réseau en L	35
3.3.2. Méthode haute résolution TLS-ESPRIT	37
3.3.2.1. Principe d'estimation pour une antenne double (TLS-	
ESPRIT) dans un ULA	37
3.4. Conclusion	43

## **CHAPITRE 4**

# Méthodes de poursuite des sous espaces d'approximation de projection

4.1. Introduction	
4.2. L'algorithme de projection approximation de la poursuite de sous	
espace et son extension	45
4.2.1. L'algorithme PAST	45
4.2.2. L'algorithme OPAST	47
4.2.2.1. Evaluation de Performance	48
4.2.2.1.1. Erreur d'estimation	48
4.5. Conclusion	48

# **CHAPITRE 5**

# Simulations des Méthodes et Interprétations des Résultats

5.1. Introduction		
5.2. L'objet de la simulation	. 49	
5.3. Structure du programme principal	. 50	
5.4. Réseau linéaire pour la poursuite	. 53	
5.4.1. L'algorithme PAST avec réseau linéaire	. 53	
5.4.2. L'algorithme OPAST réseau linéaire	. 55	
5.5. Réseau en L	57	
5.5.1. L'algorithme PAST réseau en L	. 57	
5.5.2. L'algorithme OPAST réseau en L	61	

5.5.	Conclusion	65
CONCLUSION GENERALE		66
ANNEXES		
BIBLIOGRAPHIE		

# Listes des figures et tableaux

# **CHAPITRE 1**

Tableau 01 : les équations de Maxwell	3
Figure 1.1 ondes électromagnétiques	4
Figure 1.2 Antennes en émission et en réception	5
Figure 1.3 Mécanisme de rayonnement	6
Figure 1.4 Diagramme de rayonnement d'une antenne en 3D	7
Figure 1.5 Diagramme de rayonnement d'une antenne en 2D	7
Figure1.6 types de diagrammes	7
Figure 1.7 Ouverture à mi-puissance	9
Figure 1.8 Antenne Patch	10
Figure 1.9 Cornet pyramidal	11
Figure 1.10 Cornet conique	11
Figure 1.11Réflecteur parabolique (Réception)	12
Figure 1.12 parabolique à lentille (Transmission)	12
Figure1.13 Réseaux d'antennes	13
Figure 1.14 Réseau linéaire dispersif	15
Figure 1.15 Réseau circulaire : description	16
Figure 1.16 Réseau cylindrique : représentation	16
Figure 1.17 Réseau plan rectangulaire régulier	17
Figure 1.18 Réseau d'antennes uniforme en L sur 2 axes	17
Figure 1.19 Réseau d'antennes uniforme en L sur 3 axes	18
Figure 1.20 Réseau plan raréfié	18
Figure 1.21 schéma synoptique du radar	19

### **CHAPITRE 2**

Figure 2	.1 paire d'éléments de senseurs identiques	23
Fig.2.2	Modèle directionnel de gain pour réseau uniforme de 10 éléments	26

## **CHAPITRE 3**

Figure 3.1 Réseau d'antenne linéaire uniforme (ULA)	29
Figure 3.2 Réseau linéaire uniforme sous forme de L	31
Figure 3.3 Réseau de M éléments, et deux sous réseaux	33
CHAPITRE 5	
Figure 5.1 Schéma du principe de la modélisation	49

# Acronymes usuels

ТЕМ	Transverse Électrique Magnétique
HPBW	Half Power Beam Wide
RF	Radio Fréquence
DOA	Direction Of Arrival (Direction d'arrivée)
SNR	Signal –to-Noise Ratio (Rapport Signal sur Bruit)
Min NORM	Minimum NORM
MUSIC	MUItiple Signal Classification
ESPRIT	Estimation of Signal Parameter Rotation Invariance Techniques
TLS	Total Least Squares
RLS	Recursive Least Squares
PAST	Projection Approximation Subspace Tracking
OPAST	Orthonormal Projection Approximation Subspace Tracking
РСА	Principal Component Analysis
ICA	Independant component Anaysis
BSS	Blind Source Séparation
HR	Haute Résolution
ULA	Uniform Linear Array (Réseau linéaire uniforme)
UCA	Uniform Circular Array (Réseau circulaire unifome)
1D	Une Dimension
2D	Deux Dimensions

# **Introduction Générale**

De nombreuses études ont été consacrées à l'estimation de la direction d'arrivée (DOA) qui demeure intéressante pour de nombreux domaines tels que les radars, les sonars, la communication mobile et la radio astronomie.

La poursuite de plusieurs cibles, qui se déplacent au cours du temps est un problème qui a été largement étudié des derrières temps dans le cadre de nombreuses applications civiles et militaires.

Dans ce travail on s'intéresse, en particulier, a la poursuite de cibles mobiles en termes des directions d'arrivées DOAs des signaux émis par ces cibles et mesuré par une antenne fixe de type phased array. Un grand nombre d'algorithme a été proposé dans la littérature scientifique. En traitant le problème de la poursuite des DOAs comme un problème d'optimisation, et la fonction à optimiser est soit mono ou multidimensionnelle.

En se qui concerne ce travail, nous présentent des algorithmes adaptatifs d'estimations des sous espaces, notamment les algorithmes PAST et OPAST représentant la version orthogonal de PAST pour l'estimation adaptative du sous-espace signal. En plus de sa simplicité d'implantation cet algorithmes est asymptotiquement efficace ayant une vitesse de convergence supérieure à la plus part des techniques de poursuite de sous espaces du type gradient a partir du sous-espace estimé avec PAST et OPAST ces deus approches ajoutent une étape d'orthonormalisation dépend de la méthode pré traitement qui utilise le sous espace signal estimé à extraire l'information du signal désiré.

Dans ce travail, on applique un algorithme récursif de poursuite du sous-espace signal représenté par les vecteurs propres, correspondant aux valeurs propres les plus dominantes, une fois ces dernières estimées, elles seront utilisé par les algorithmes d'estimation de la DOA tel que ESPRET, TLS-ESPRET pour une dimension et deus dimensions.

Ceci signifie que ces méthodes d'estimation seront appliquées à la suite des algorithmes PAST et OPAST, pour l'estimation de l'élévation 1D, dans un premier lieu, puis de l'élévation et de l'azimut dans un second lieu. En ce sens, un réseau linéaire uniforme sera utilisé pour l'estimation de la DOA 1D, alors que dans les cas de l'estimation de DOAs 2D, un réseau en L pour ESPRET et TLS-ESPRET. Le premier chapitre abordera des généralités sur les antennes et les réseaux d'antennes, le second sur le traitement d'antenne, suivi par les méthodes de poursuite de sous espaces et les méthodes HR, puis et enfin des simulations et conclusion générale.

# Chapitre 1 Généralités sur les antennes et les réseaux d'antennes

#### **1.1. Introduction**

La poursuite des plusieurs cibles qui se déplacent dans l'espace s'effectue à partir des signaux émis par ces objets. Ces signaux sont sous une forme d'onde électromagnétique, et la propagation de ces ondes d'une zone de l'espace à une autre et d'un instant à l'autre est décrite par les équations de Maxwell.

De plus la liaison entre deux points de l'espace nécessite un dispositif qui jouera le rôle d'émetteur et de récepteur de ces signaux. Ce dispositif est l'antenne.

Dans ce premier chapitre, on rappellera quelques notions de base sur la propagation des ondes électromagnétiques, puis on décrira en détail les caractéristiques des antennes et on fera une présentation des différents types d'antennes. Finalement, on abordera les réseaux d'antennes, éléments indispensables pour le traitement d'antennes, leurs importances dans le domaine aéronautique, les différents types rencontrés en pratique et leurs caractéristiques.

#### **1.2.** Base théorique des antennes

### 1.2.1. Onde Électromagnétique

Une onde électromagnétique est une onde transversale formée par un champ électrique et un champ magnétique perpendiculaires entre eux, et perpendiculaires à la direction de propagation.

Les ondes électromagnétiques se propagent dans le vide, avec une vitesse  $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ , qui est une constante universelle. Elles peuvent également se propager dans certains milieux matériels, mais avec une vitesse inférieure à c. C'est ainsi que les ondes hertziennes, qui sont de nature électromagnétique, peuvent traverser des milieux isolants, mais sont absorbées par des métaux.

Lorsqu'un champ électrique E varie au cours du temps en un point de l'espace, il apparaît en ce point un champ magnétique H dont l'intensité est d'autant plus grande que le champ magnétique. [2]

### 1.2.1.1. Équations de Maxwell

Le physicien écossais James Clerk Maxwell étudia les rapports entre les deux champs électrique et magnétique, établissant des équations connues sous le nom d'équations de Maxwell illustrées dans le tableau suivant :

	Équation de Maxwell-Gauss : $\oint \vec{D}  \vec{dS} = \iiint_{\tau}  \rho  d  \tau$
$\overrightarrow{\operatorname{rot}} \overrightarrow{E} = -\frac{\overrightarrow{\partial B}}{\overrightarrow{\partial t}}  (3)$	Équation de conservation du flux de $\vec{B}$ : $\oiint \vec{B} \vec{dS} = 0$
$\overrightarrow{\text{rot}} \overrightarrow{H} = \overrightarrow{j} + \frac{\overrightarrow{\partial D}}{\overrightarrow{\partial t}}  (4)$	Équation de Maxwell-Faraday (phénomène d'induction)
	Équation de Maxwell-Ampère

#### Tableau 01 : les équations de Maxwell

Où  $\vec{E}$  est le champ électrique,  $\vec{D}$  le déplacement (ou induction) électrique,  $\vec{B}$  le champ (ou induction) magnétique,  $\vec{H}$  l'excitation (ou champ) magnétique, p la densité volumique de charges réelles,  $\vec{j}$  la densité volumique de courants de charges réels.

Les équations de Maxwell tiennent une grande importance dans les antennes, étant donné que d'elles dérivent leurs propriétés. Dans le vide  $\varepsilon_0 = 1/36.10^9$  F/m est la permittivité électrique et  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H/m est la perméabilité magnétique. On a  $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = c \approx 3.10^8 m/s$ , la

vitesse de la lumière dans le vide. Dans le vide, en l'absence de courant et de charge on a

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\varepsilon\vec{E}$$
$$\vec{\nabla}.\vec{H} = 0$$
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}$$
$$\vec{\nabla}.\vec{E} = 0$$

# 1.2.1.2. Propriétés des ondes Électromagnétique

#### a. vitesse de déplacement

L'onde électromagnétique se propage en ligne droite dans un milieu homogène; sa vitesse est C=3 10e8m/s dans l'espace où v=C/n dans un milieu autre que l'espace et dont l'indice de réfraction est n.

#### b. fréquence et longueur d'onde

La fréquence d'une onde électromagnétique est la fréquence des champs électriques et magnétiques qui la composent. La longueur d'onde $\lambda$  est définie comme le trajet parcouru par une onde après une période d'oscillation T, avec  $\lambda$ =C T=C/f

#### c. polarisation du champ rayonné

La polarisation d'une onde électromagnétique est déterminée par la direction de son champ électrique **E**. Si **E** garde une direction constante en un certain point quel que soit le temps, on dit que la polarisation est rectiligne, le plus souvent elle est contenue soit dans un plan horizontal (polarisation horizontale) soit dans un plan vertical (polarisation verticale).

Dans tous les cas, à grande distance d'une antenne, la polarisation du champ rayonné E est toujours perpendiculaire à la direction de propagation. Il existe aussi des possibilités de polarisation circulaire et elliptique. [2]

- Les champs électrique et magnétique ne sont pas seulement orthogonaux à l'axe de propagation ; ils sont également orthogonaux entre eux;
- L'amplitude du champ électrique est 377 fois supérieure à celle du champ magnétique et ils vibrent en phase.



Figure 1.1 ondes électromagnétiques

#### 1.2.1.3. Propagation d'une onde EM dans un milieu réel

On appelle propagation, l'ensemble des phénomènes physiques qui conduisent aux ondes radio de l'émetteur vers le récepteur. Cette propagation sous différentes formes, chacune adaptée à une plage de fréquences. Les modes de propagation les plus connus sont :

- > en *ondes de sol ou de surface*, les ondes suivent le relief terrestre;
- > en *ondes troposphériques ou directes*, les antennes sont en vue l'une et l'autre;
- en ondes de ciel ou ionosphériques, les ondes sont réfléchies par les hautes couches de l'atmosphère, fortement ionisées (ionosphère, couches E et F), redescendent sur la terre, d'où elles sont une nouvelle fois renvoyées dans l'espace.



Figure 1.2 Propagation d'une onde EM dans un milieu réel

#### 1.2.2. Antenne

#### 1.2.2.1. Bref historique

Les premiers systèmes de communication furent la télégraphie introduite en 1844, suivie par la téléphonie en 1878. Dans ces systèmes, les signaux sont transmis par des lignes de transmission.

La théorie des antennes intervient après des développements mathématiques de James Maxwell, en 1854, corroborés par les expériences de Hertz en 1887 et les premiers systèmes de radiocommunication de Marconi en 1901 (première communication trans-océanique sans fils entre l'Angleterre et le Canada sur une fréquence de 820 kHz.

En 1916, Marconi réalisa des expériences avec des signaux de 2 à 3m de longueur d'onde en utilisant des réflecteurs paraboliques.

Dans la décade 1910-1920, de nouvelles techniques ont vu le jour, comme les aides à la navigation aérienne, les communications sous-marines, les systèmes de commande à distance.

Les antennes sont utilisées dans beaucoup de domaines comme :

- la radiocommunication
- les radars
- 🌻 la radioastronomie
- les télécommunications spatiales

Il existe une grande variété d'antennes adaptées aux divers domaines d'application :

dipôles, monopôles, cornets, réflecteurs, lentilles, antennes imprimés, réseaux d'antennes....

#### 1.2.2.2. Définition

Une antenne est un dispositif parcouru par un courant électrique dont l'effet est de rayonner dans l'espace une onde électromagnétique. On distingue l'antenne d'émission et l'antenne de réception.

- Emission : génération d'OEM (ondes électromagnétiques) provoquée par le courant dans l'antenne
- Réception : une OEM provoque l'apparition de courant dans l'antenne

Aussi, une antenne est un dispositif de transition pour l'énergie électromagnétique entre les guides d'ondes (coaxial, filaire) et les milieux libres (hertzien,...). [3]





#### 1.2.2.3. Mécanisme de rayonnement

Un conducteur dans lequel passe un courant I produit dans son entourage un champ magnétique H.

D'autre part, un courant circulant dans un conducteur correspond à un déplacement de charges dans le conducteur : accumulation de charges positives et négatives aux extrémités, celles-ci donnent lieu à des lignes de champs électriques.

Il existe donc des champs E et H perpendiculaires l'un à l'autre. Si les champs sont variables (courant variable), ceci donne naissance à une onde électromagnétique qui se propage perpendiculairement aux deux champs.



Figure 1.4 Mécanisme de rayonnement

#### 1.2.2.4. Caractéristiques des antennes [2] [3]

On sait que la théorie des antennes est basée sur le rayonnement produit par des sources (charges, courants) à la surface d'un conducteur.

Pour rendre compte des performances de l'antenne d'un point de vue des champs rayonnés on utilise,

- le diagramme de rayonnement
- la directivité
- le gain
- la surface équivalente
- l'ouverture
- polarisation

#### 1.2.2.4.1. Diagramme de rayonnement d'une antenne

Le diagramme de rayonnement en puissance (ou intensité) est la représentation du gain

normalisé  $r(\theta, \varphi) = \frac{G(\theta, \varphi)}{G_{max}}$  ou simplement du gain  $G(\theta, \varphi)$  en fonction de la direction

 $(\theta, \phi)$  sur un repère polaire ou cartésien. On utilise aussi le diagramme champ :

$$F(\theta, \varphi) = \frac{\left|E(\theta, \varphi)\right|}{E_{\max}} = \sqrt{r(\theta, \varphi)}$$

Généralement dans un plan donné, le diagramme de rayonnement d'une antenne directive comprend un lobe principal et des lobes secondaires qui sont indésirables.

La plus grande partie de la puissance rayonnée est contenue dans un cône d'ouverture  $\theta$  défini à mi puissance, ce qui correspond à une chute de 3 dB par rapport à la puissance maximale.

ouverture 
$$\theta$$
 tel que  $\frac{G(\theta/2)}{G_{max}} = \frac{1}{2}$  soit  $G_{max}(dB) - G(\theta/2)_{dB} = 3dB$ 

Il existe une multitude de façons de représenter le rayonnement d'une antenne : diagramme en champ, en puissance, gain, directivité, en polaire ou cartésien, en linéaire ou en décibels, en 2D ou 3D.



Figure 1.5 Diagramme de rayonnement d'une antenne en 3D



Figure 1.6 Diagramme de rayonnement d'une antenne en 2D

#### 1.2.2.4.1.1. Types de diagrammes

Il y a plusieurs types de diagrammes :



#### Figure1.7 types de diagrammes

Le diagramme omnidirectionnel est le plus populaire : le diagramme en azimut est circulaire, le diagramme en élevation a une certaine directivité.

Le terme pencil beam est appliqué à une antenne très directive consistant en un lobe principal contenu dans un cône d'angle petit.

Un fan beam est étroit dans un plan et large dans un autre.

La forme de représentation peut être tridimensionnelle ou bidimensionnelle avec une échelle linéaire ou logarithmique.

Vu la difficulté de représenter un diagramme tridimensionnel, on a l'habitude de représenter des coupes du diagramme en coordonnées polaires ou cartésiennes dans deux plans principaux orthogonaux passant par le maximum de rayonnement. Pour une antenne polarisée linéairement, un plan contient le champ E, l'autre le champ H.



Figure 1.8 Diagramme d'une antenne directive en coordonnées polaires



Figure 1.9 Diagramme d'une antenne directive en coordonnées cartésiennes

#### 1.2.2.4.2. Directivité d'une antenne

La puissance rayonnée par une antenne n'est pas uniforme dans l'espace. Pour mesurer cette capacité de concentrer la puissance, on compare la puissance rayonnée par l'antenne dans une direction donnée par rapport à la puissance rayonnée par une antenne isotrope fictive rayonnant la même puissance dans toutes les directions et alimentée avec le même courant : on parle alors de directivité **D**.

Densité de puissance de l'antenne isotrope indépendante de la direction :

- $p_{iso} = \frac{P_E}{4\pi r^2} (W/m^2)$  où  $P_E$  est la puissance totale rayonnée par l'antenne
- **\*** Densité de puissance rayonnée par l'antenne dans la direction  $(\theta, \phi)$ :

$$p(r,\theta,\varphi) = p$$

On définit la directivité par le rapport :  $D(\theta, \varphi) = \frac{p}{p_{iso}} = \frac{4\pi r^2}{P_E}$ 

#### 1.2.2.4.3. Gain en puissance d'une antenne

Le gain est défini de la même manière que la directivité en tenant compte des pertes, c'est-à-dire en remplaçant la puissance rayonnée  $P_E$  par la puissance  $P_F$  fournie à l'antenne  $(P_E \leq P_F)$ 

$$G(\theta,\varphi) = \frac{p}{\frac{P_F}{4\pi r^2}} = \frac{4\pi r^2 p}{P_F} = \frac{P_E}{P_F} \frac{4\pi r^2 p}{P_E} = \eta D(\theta,\varphi)$$



Le paramètre  $\eta = \frac{P_E}{P_F} \le 1$  est appelé rendement de l'antenne.

#### 1.2.2.4.4. Surface équivalente d'une antenne de réception

La surface équivalente  $A_e$  d'une antenne et définie comme le rapport de la puissance totale  $P_r$  captée par l'antenne à la densité de puissance incidente p :

$$A_e = \frac{P_R}{p} \left( m^2 \right)$$

D'où  $P_r = p.A_e$ 

Cette notion de surface équivalente est surtout utilisée dans les antennes à deux dimensions. Le théorème de réciprocité appliqué aux antennes permet de démontrer la relation

reliant gain et surface équivalente,

$$G_{\max} = rac{4\pi A_e}{\lambda^2}$$

Les antennes sont des éléments réciproques qui peuvent être utilisés en émission ou en réception (les propriétés directives d'une antenne sont les mêmes à l'émission et à la réception)

$$r(\theta, \varphi) = \frac{G(\theta, \varphi)}{G_{max}} = \frac{A_e(\theta, \varphi)}{A_{e(max)}}$$

#### 1.2.2.4.5. Polarisation d'une antenne

La polarisation d'une antenne dans une direction donnée est définie comme « la polarisation de l'onde transmise (rayonnée) par l'antenne, c'est-à-dire la direction du champ électrique émis par l'onde. Quand la direction n'est pas énoncée, la polarisation est prise pour être la polarisation dans la direction du gain maximum. » Dans la pratique, la polarisation de l'énergie rayonnée varie avec la direction du l'antenne, de sorte que les différentes parties du diagramme puissent avoir différentes polarisations.

Les antennes peuvent émettre des ondes à polarisation:

- Linéaire : le champ électrique conserve une direction constante
- 4 Circulaire : l'extrémité du champ électrique décrit un cercle lors de sa propagation
- 4 Elliptique : l'extrémité du champ électrique décrit une ellipse lors de sa propagation



Fig. I.8 : Les différentes polarisations d'une antenne

#### 1.2.2.4.6. Ouverture à Mi-Puissance

Généralement dans un plan donné, le diagramme de rayonnement d'une antenne directive comprend un lobe principal et des lobes secondaires qui sont indésirables.

L'angle d'ouverture ou ouverture à 3dB (HPBW : Half Power Beam Wide) est l'angle  $\Omega$ , dans le lobe principal, entre les directions dans lesquelles la puissance rayonnée (ou le champ) est affaiblie de 3dB par rapport à la puissance maximum. Cela correspond à une puissance moitié ou à un champ  $E = E_{max}/\sqrt{2}$ .



#### Figure 1.10 Ouverture à mi-puissance

#### 1.2.2.5. Les différentes catégories d'Antenne

Il existe des dizaines de types d'antennes, différents par leur fonctionnement, leur géométrie, leur technologie... On citera, dans ce qui suit, quelques types d'antenne utilisée pour les hautes fréquences (hyperfréquence) :

- 4 les antennes filaires (dipôle, monopôle, Yagi)
- les antennes à onde de fuite ou de surface
- les antennes planaires (patchs)
- les antennes à ouverture (cornet, projecteurs d'onde)

#### 1.2.2.5.1. Les antennes filaires

On désigne sous le nom d'antennes filaires, les antennes minces constituées par des conducteurs métalliques cylindriques dont la longueur est de l'ordre de la longueur d'onde  $\lambda$  et dont le diamètre est très petit devant  $\lambda$ . Les antennes de base sont : *les dipôles, les monopôles, les boucles*. Des structures plus évoluées sont : *les hélices,* les *Yaguis*... [1]

#### 1.2.2.5.2. Les antennes à ondes de fuite ou de surface

Les antennes à ondes de fuite ou de surface sont des structures rayonnantes plaquée (donc sans trainée aérodynamique, d'où leur intérêt) basées sur les propriétés des structures périodiques. Certains guides à fentes sont des antennes en diélectrique « naturel » ou « artificiel ». [1]

#### **1.2.2.5.3.** Antenne planaire ou antenne patch

Les antennes planaires, (**figure 1.8**) sont également connues sous le nom d'antennes patch sont des Pastille métallique à la surface d'un substrat diélectrique dont la face inférieure est métallisée. De formes typiques : rectangulaire, carrée, circulaire. Simple et bon marché, pour les fabriquer on utilise la technologie des circuits imprimé. En outre, elles sont très souples en termes de fréquence de résonance, impédance de puissance d'entrée, diagramme de rayonnement et polarisation.



#### **Figure 1.11 Antenne Patch**

Ces antennes sont très utiles dans le domaine aéronautique car ces dernières sont bien pour équiper des avions ou des missiles car elles occupent une très faible épaisseur et ne présentent pas de traînée aérodynamique. La surface sur laquelle l'antenne est plaquée, n'est pas nécessairement plane, elle peut être aussi cylindrique ou sphérique, soit que l'antenne n'occupe qu'une partie de la surface, soit qu'elle soit annulaire. Par ailleurs il est possible d'intégrer à l'antenne les circuits d'alimentation, ainsi que les déphaseurs ou les commutateurs.

La réalisation de tels aériens de quelques dizaines de MHz jusque vers 30GHz, mais on va rencontrer évidemment les défauts présenter par les antennes sur microbandes. Notamment les problèmes de rendement et pertes. Il faudra donc accepter un compromis entre les avantages mécaniques et les inconvénients radioélectriques. [2]

#### 1.2.2.5.4. Les antennes à ouverture rayonnante

Lorsque les antennes mesurent plusieurs longueurs d'onde, et s'il existe des surfaces métalliques de formes courbes, il est difficile de calculer le vecteur de rayonnement. Ceci se produit dans le domaine des micro-ondes (longueur d'onde du cm). On utilise alors les concepts généraux de l'optique géométrique. **[1]** 

On peut citer deux types d'antenne à ouverture rayonnante :

- \rm Cornet
- Projecteurs d'onde

#### 1.2.2.5.4.1. Cornet

Le cornet est une antenne à ouverture rayonnante qui s'utilise dans le domaine des microondes pour sa large bande, ce dernier est un dispositif de guide à section progressivement croissante qui aboutit à une ouverture rayonnante. Un cornet s'alimente à partir d'un guide d'onde. Les cornets sont utilisés comme sources primaires pour éclairer des réflecteurs et sont, surtout, employée par les radioamateurs et dans les applications professionnelles. La limite d'utilisation inférieure se situe vers 2.3 GHz englobant l'ISM et le Wifi, mais est particulièrement efficace et intéressante dès 10 GHz.

Il existe de nombreux types : pyramidal, conique, rainuré,...

Les deux figures ci-dessous illustrent un cornet pyramidal et un cornet conique



Figure 1.9 Cornet pyramidal

Figure 1.10 Cornet conique

#### 1.2.2.5.4.2. Les projecteurs d'ondes

Les projecteurs d'ondes sont des antennes à ouverture rayonnante.la réalisation la plus courante de ce type d'antenne est le réflecteur parabolique (**Figure 1.11**) éclairé par un dipôle (ou un groupement de dipôles) ou même par un cornet électromagnétique. Cette source d'éclairement, dite source primaire rayonne une onde sphérique qui se réfléchit sur le paraboloïde suivant un faisceau de ayons parallèles dans l'approximation de l'optique géométrique.

A ce type d'antennes il convient d'ajouter les lentilles (**figure 1.12**) qui peuvent être en diélectrique, ou présenter une structure métallique plus ou moins complexe ou composite, telle qu'un **diélectrique artificiel.** Dans la (**figure 1.12**), on a supposé que la lentille était en diélectrique. La source primaire rayonne, ici aussi une onde sphérique est transformée en une onde plane (rayons parallèles) par la lentille. [1]



Figure 1.11-1.12 Réflecteur parabolique (Réception) - parabolique à lentille (Transmission)

#### 1.2.2.5.5. Antennes quasi indépendantes de la fréquence

Jusqu'à présent, on a considéré l'antenne comme un circuit plus ou moins accordé, et dans la technique des aériens à large bande, une gamme de fonctionnement variant dans le rapport de 1 à 3 était considérée comme très honorable. On peut arriver à ces performances en utilisant les antennes citées précédemment. Cependant il est possible d'imaginer des antennes indépendantes de la fréquence ou dont les caractéristiques varient très peu avec celle-ci. **[1]** 

#### 1.3. Réseau d'antenne

Aux fréquences très élevées, il devient possible de grouper plusieurs antennes afin que les interférences entre les champs rayonnés par chacune d'elles concentrent l'énergie dans une direction choisie, donc ce groupement peut avoir différentes configurations géométriques, pour obtenir des diagrammes très directifs. Ces configurations d'antennes s'appellent des

réseaux. Dans un réseau d'antennes, les champs des différents éléments s'ajoutent de manière constructive dans certaines directions et de manière destructive (annulation) dans d'autres.

Un réseau d'antennes est un ensemble d'antennes élémentaires, disposées selon une géométrie particulière, et destinées à émettre ou à recevoir des fréquences.

Il existe une grande variété de réseaux :

- réguliers (les sources ou antennes élémentaires sont disposées avec un pas constant) ou irréguliers.
- 4 linéaires : les sources sont alignées sur une droite.
- **4** circulaires : les sources sont disposées sur un cercle.
- surfaciques : les sources sont disposées sur un plan, une sphère, un cylindre ou autre surface (on emploie aussi le mot « conformées »).
- volumiques : les sources sont réparties à l'intérieur d'un volume (une sphère par exemple).



#### Figure 1.13 Réseaux d'antennes

L'avantage principal des réseaux d'antennes par rapport à une antenne simple est leurs capacités de balayage électronique, c'est-à-dire, que le lobe principal peut être orienté vers n'importe quelle direction en changeant la phase du courant d'excitation de chaque élément du réseau (antennes à réseaux déphasés). En outre, en agissant également sur les amplitudes des courants d'excitation, une grande variété de diagrammes de rayonnement et des caractéristiques de niveau des lobes secondaires peuvent être produites.

Il y a cinq paramètres principaux qui affectent les performances globales d'un réseau d'antennes :

- la géométrie du réseau (par exemple, linéaire, circulaire, ou planaire des éléments rayonnants).
- **4** distances de séparation entre les éléments adjacents.

- **4** amplitudes des courants d'excitation de chaque élément.
- phase de chaque élément rayonnant.
- 4 diagramme de rayonnement de chaque élément.

#### 1.3.1. Motivation d'utilisation des réseaux d'antennes

Les performances des systèmes de réception en terme rapport signal / bruit plus interférence peuvent subir des dégradations énormes dues a l'existence simultanée des signaux indésirable à coté du signal qu'on désire capter.

Les signaux indésirables peuvent accéder au système à travers les lobes secondaires de l'antenne de réception ou à travers le lobe principal, ces signaux peuvent être générés par plusieurs sources. En pratique, les sources plus rencontré sont :

- 4 les systèmes de brouillage en contre mesure électronique dans le cas des radars.
- 4 les interférences RF.
- 4 les cluters, les sources de bruit naturelles et les réflexions sur divers obstacles.

La dégradation des performances due à la présence de signaux non désirés peut être aggravée par d'autres facteurs tels que :

- 4 le mouvement de l'antenne de réception.
- 4 les mauvaises conditions d'emplacement de l'antenne de réception.
- 4 l'effet de l'atténuation.
- I'effet des trajets multiple.
- Interférences.
- **H** Brouilleurs.
- 4 le changement des caractéristiques de l'environnement. [5]

#### 1.3.2. Les éléments principaux d'un réseau d'antenne

Le réseau de capteur est constitué du groupage de N éléments capteur conçus pour recevoir (transmettre) les signaux dans le milieu de propagation. Les capteurs sont arrangés selon une structure géographique bien précise (linéaire, circulaire, rectangulaire...) afin de couvrir les directions des signaux utiles.

La sortie de chacun des éléments est acheminée vers le système de formation du diagramme de rayonnement, où la sotie de chaque capteur est d'abord multipliée par un coefficient de pondération complexe (amplitude et phase) avant d'être sommée avec toutes les sorties des capteurs, en combinaison avec les positions physiques des capteurs, permet de

déterminer la forme du diagramme de rayonnement à partir duquel il est possible de connaitre la réaction du réseau adaptatif vis-à-vis aux différents signaux.

Dans le cas où les paramètres de l'environnement sont connus avec précision, le processeur se limite à un simple calcul pour déterminer le vecteur de pondération. Cependant, la connaissance de tous les paramètres de l'environnement reste très rarement réaliste, ce qui amène à dire que le processeur de traitement adaptatif est indispensable pour un réseau adaptatif sauf indication particulière. [5]

#### 1.3.3. Géométries des réseaux d'antennes

Il existe plusieurs géométries de réseau d'antennes. Les réseaux linéaires ont leurs éléments disposés selon une ligne. Les réseaux plans sont des groupements bidimensionnels dont les éléments sont disposés sur un plan. Les réseaux conformes ont leurs éléments sur une surface de forme imposée telle qu'un fuselage ou l'avant d'un avion ou d'un missile, ou encore une surface cylindrique, conique ou hémisphérique dans le cas d'un radar installé au sol. Les réseaux sphériques peuvent être intéressants quand on désire balayer une demisphère avec un faisceau uniforme, présentant le même gain dans toutes les directions (radar au sol). On cite dans qui suit, quelques géométries intéressant notre étude.

#### 1.3.3.1. Réseaux linéaires

Les réseaux linéaires sont utilisés principalement en radar. Soit directement pour certaines applications telles que radars secondaires, radars de trafic maritime. Soit, plus généralement, comme composant d'une structure plus complexe. On peut, par exemple, les empiler pour former un réseau plan. On peut classer les réseaux linéaires en deux types:

- les réseaux dispersifs, qui ont une direction de rayonnement maximal qui varie avec la longueur d'onde.
- les réseaux non dispersifs, c'est-à-dire ceux dont la direction de rayonnement maximal ne dépend pas de la longueur d'onde.

#### a. Principe de réseaux dispersifs

Ces réseaux sont aussi appelés réseaux **à alimentation série**, parce que les différentes sources rayonnantes sont alimentées successivement à partir d'une seule ligne d'alimentation.

On demande généralement à ces réseaux d'avoir les trois propriétés suivantes :

- **4** absence de lobe de réseau.
- **U** TOS (taux d'ondes stationnaire) faible.
- 4 direction du rayonnement maximal voisin de la normale au réseau.

La structure générale représentée par la figure (1.14) permet de satisfaire ces trois exigences. [4]



Figure 1.14 Réseau linéaire dispersif

#### b. Principe de réseaux linéaires non dispersifs

Le gros inconvénient des réseaux dispersifs est la variation de leur direction de rayonnement maximal avec la fréquence. Si parfois cette propriété est un avantage (balayage électronique par la fréquence), généralement c'est un handicap qui oblige à réaliser des réseaux non dispersifs ou encore apériodiques, ceux-ci ont la propriété d'avoir un faisceau fixe quelle que soit la fréquence et la plupart du temps dans la direction normale au réseau.

Dans un tel réseau, l'alimentation des éléments rayonnants est faite en parallèle, c'est-àdire que tous les chemins électriques entre chacun et l'entrée de l'antenne sont égaux.

Les réseaux linéaires non dispersifs peuvent être caractérisés par :

- 4 la nature du distributeur.
- 4 le type de ligne.
- 4 l'antenne élémentaire.
- 4 le type de coupleur. [4]

#### c. Effet du nombre d'antenne

Il est bon de rappeler qu'il n'existe pas de formules directes **[5]** permettant de trouver le nombre minimal de sources nécessaires à la formation d'un diagramme de rayonnement donné.

Le nombre N est donc un paramètre rarement optimisé (minimisé) et pourtant fondamental en raisons de coût, ou pour des raisons technologiques où c'est plus pratique d'utiliser le moins de sources possibles. Généralement on prend plusieurs réseaux avec un nombre d'éléments N différents afin d'en trouver celui qui s'approche au mieux des contraintes de rayonnement fixées ou du gabarit imposé auparavant.

Pour tirer l'importance de faire varier ce paramètre, prenons par exemple, les cas d'un réseau linéaire et uniforme de 8, 13 et 20 sources pondérées toutes par 1, et traçons leur diagramme de rayonnement :



Figure 1.4 Effet du nombre d'éléments sur le diagramme de rayonnement.



Figure 1.5 Comparaison entre les trois diagrammes.

D'après la figure (II.5), L'augmentation de N augmente la directivité (l'ouverture du lobe principal) et le nombre de lobes secondaires, donc le réseau est plus directif s'il contient plus d'éléments, mais cela augmente en revanche le nombre de lobes secondaires, ce qui nous oblige à chercher un compromis ou à manipuler d'autre paramètre (d).

#### d. Effet de la position des sources

Les éléments d'un réseau d'antennes doivent être parfaitement implémentés les uns par rapport aux autres tout dépend de leur application, et en respectant certaines conditions. En général, on ne doit pas avoir un dédoublement du lobe principal dans la zone balayée. Le nombre de lobes principaux dans l'espace réel dépend de la distance d entre les sources :

- **↓** Si<sup>d</sup> ≤  $\lambda/2$ , il y a un seul lobe principal.
- ♣ Si d ≥ λ, il y a plus d'un lobe principal. Les lobes en plus s'appellent lobes de réseau.
- ↓ Lorsque  $\lambda/2 \le d \le \lambda$ , l'apparition de lobes de réseau dépend du déphasage φ.

Nous allons tracer le diagramme de rayonnement d'un réseau linéaire uniforme de 8 sources pondérées toutes par 1. Dans cet exemple, on fait varier seulement l'écartement entre les sources, avec successivement d =  $0.4\lambda$ ,  $0.5\lambda$ ,  $0.7\lambda$ . On obtient les diagrammes suivants :



Figure 1.6 Effet de la distance sur le diagramme de rayonnement.

D'après les diagrammes obtenus, nous constatons que la largeur du lobe principal ainsi que celle des lobes secondaires est inversement proportionnelle à la distance entre les éléments de réseau, on peut donc noter :

Plus la distance inter-sources est grande plus le réseau est directif et le nombre de lobes secondaires est important, ce qui donne une relation avec les résultat de la première expérience (lors de la variation du nombre de sources), donc, on a pu obtenir des diagrammes semblable à ceux de la première expérience en jouant sur d, c à d, avec 8 éléments distants de  $0.7\lambda$  (tracé 3, fig. II.6) on a eu presque le même diagramme que celui obtenu avec 13

éléments (tracé 2, fig. II.4) de la première expérience, et la figure (II.7) illustre la correspondance des deux diagrammes. Ce qui présente un gain en coût et moins de complexité et d'encombrement.

Diagramme de rayonnement de 13 sources – Diagramme de rayonnement de 8 sources –



Figure1.7 Exemple de l'effet des paramètres de synthèse (N, d) sur le diagramme de rayonnement.

Nous pourrons donc se servir de ce paramètre (d) comme variable à optimiser en vue d'obtenir certaines propriétés du diagramme de rayonnement, mais, il est bon de préciser que la distance entre le lobe principal et les lobes secondaires est restée la même dans toutes les expériences réalisées jusqu'ici. Donc, contrôler cette distance est loin d'être réalisable en jouant sur le nombre d'éléments ou sur les distances entre les sources, pour cela, un troisième paramètre intervient ; il s'agit des pondérations de courant des sources.

#### 1.3.3.2. Réseaux circulaires

Les réseaux circulaires sont des réseaux dont les antennes élémentaires sont situées sur un cercle. La figure (1.15) illustre ce type de réseau.



Figure 1.15 Réseau circulaire : description

#### 1.3.3.2.1. Intérêt du réseau circulaire

C'est l'antenne fixe la plus simple qui permette de rayonner (ou de recevoir) sur un angle de 360°. Si chaque source est munie d'un déphaseur, on peut pointer, dans n'importe quelle direction du plan horizontal, un faisceau qui garde les mêmes caractéristiques (contrairement, par exemple, à un réseau linéaire dont le diagramme s'élargit d'autant plus que l'on pointe le faisceau loin de la normale). **[4]** 

#### 1.3.3.3. Réseau cylindrique

Le réseau cylindrique est bien adapté pour balayer un faisceau sur 360° en gisement, sans déformation, en raison de son axe de symétrie circulaire. Un quadruple réseau plan remplit la même fonction, mais le faisceau ne demeure pas constant ; il s'élargit entre la position normale et la position à 45° suivant la loi  $1/\cos\theta$ . Le réseau cylindrique est généralement constitué de **sources** régulièrement **réparties** sur un cylindre, comme sur la figure (**1.16**). [4]



Figure 1.16 Réseau cylindrique : représentation

#### 1.3.3.4. Réseau plan

Un réseau d'antenne plan est un groupement de sources rayonnantes suivant des alignements qui sont souvent orthogonaux bien que ceci ne soit indispensable. Les réseaux



plans sont très utilisés, notamment dans les antennes à balayage électronique qui ont tendance à devenir la norme dans les radars. Dans la suite, on supposera que le réseau est à balayage.

#### 1.3.3.4.1. Réseau plan régulier

Les réseaux plans réguliers sont généralement constitués par un grand nombre d'antennes élémentaires. Toutes les antennes simples peuvent être utilisées. Il existe plusieurs géométries de réseau d'antenne plan, on cite quelques unes.

#### 1.3.3.4.1.1. Réseau plan rectangulaire

On trouve principalement deux types de mailles, la maille rectangulaire et la maille triangulaire.



Figure 1.17 Réseau plan rectangulaire régulier

La maille rectangulaire est constituée de  $(\pm n)$  sources isotropes suivant Ox et  $(\pm m)$  antennes suivant Oy. [3]

#### 1.3.3.4.1.2. Réseau plan en L uniforme

C'est un réseau d'antenne en L constitué de deux ou trois brins de M antennes isotropes disposés sur les trois axes x-y-z (**figure 1.19**) ou sur deux axes (**figure 1.18**)







Figure 1.19 Réseau d'antennes uniforme en L sur 3 axes

#### Réseau plan raréfié

On peut raréfier un réseau plan en enlevant par exemple au hasard, des sources d'un réseau régulier. L'intérêt d'un réseau raréfié est d'obtenir un faisceau fin avec peu de sources. La forme du lobe principal (sa largeur) qui dépend de la dimension est le même que celle du réseau plein. Par contre le gain qui est proportionnel au nombre de sources diminue et le niveau moyen des lobes secondaires devient élevé. **[3]** 



Figure 1.20 Réseau plan raréfié

#### 1.3.4. Applications des réseaux d'antennes

#### Exemples des réseaux d'antenne LLZ 1F et LLZ 2F

**1-Radiophare d'alignement de piste 1F** « mono fréquence » : Destiné aux terrains essentiellement plats, sans obstacle, cet environnement exige une antenne à faisceau de 12 éléments.

2- Radiophare d'alignement de piste 2F « bi fréquence » : Ce système est propice aux terrains en présence de collines, de bâtiments ou autre obstacle situé en face ou en bordure de la piste d'atterrissage et qui pourraient faire office de réflecteurs, dans ce cas on utilise des antennes à ouverture moyenne (13 éléments) ou à large ouverture (21 éléments) à savoir le degré d'obstruction du champ d'atterrissage.



Figure 1.15 Antenne LLZ 1F

- 1- Poteau (14), feu d'obstacle (2)
- 2- Barre de réflecteur (2 à 13)
- 3- Antennes dipôle centrales (2, longueur 1084 mm)
- 4- Antenne dipôle (10, longueur 1354mm)
- 5- Dipôle 1 (vu dans la direction du rayonnement)
- 6- Unité de distribution (abrite le répartiteur de puissance et le réseau intégral)
- 7- Conduit de câbles



Figure 1.16 Antenne LLZ 2F (à large ouverture, 21 éléments)

- 1- Barre de réflecteur (12)
- **2** Poteau (23)
- 3- Dipôle (21)
- 4- Unité de distribution d'antenne, comprenant le répartiteur de puissance, le réseau intégral et réseau de combinaison
- 5- Dipôle 1 (vu dans la direction du rayonnement)
#### **1.4.** Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté des notions de bases sur la propagation des ondes électromagnétiques et on a fait une représentation intéressante sur les caractéristiques et les différents types d'antenne et finalement en a conclu notre chapitre par une introduction sur les réseaux d'antennes, leurs intérêts et leurs différents types. Dans ce qui suit, nous reviendrons encore une fois au concept de réseau d'antenne et examinerons le modèle du signal et du bruit et surtout sur l'avantage d'utiliser un réseau d'antennes.

## Chapitre 2 Traitement d'antennes et détection des sources multiples

#### 2.1. Introduction

Les réseaux de capteurs ont été utilisés depuis plusieurs décennies et dans plusieurs applications pratiques du traitement du signal. Un tel réseau consiste en un ensemble de capteurs qui sont spatialement distribués dans des positions connues par référence à un point de référence commun.

Ces capteurs collectent les signaux de sources dans leurs champs de vision. Dépendant des caractéristiques du capteur et du chemin de propagation, la forme d'onde de la source subit des modifications déterministes ou aléatoires. Les sorties du capteur sont composées par des signaux sources et des bruits additifs comme le bruit de mesure et le bruit thermique.

#### 2.2. Signaux et bruit

Dans cette partie nous allons discuter le problème de détection et de modélisation des signaux multiples en utilisant l'information issue de multiples capteurs. Pour comprendre les avantages de l'utilisation de rangée de capteurs, il est nécessaire de comprendre la nature des signaux et du bruit que le réseau doit recevoir.

Dans les situations de capture active tel que le radar et le sonar, une forme d'onde connue de durée finie est générée, et qui propage à travers un milieu connue, est réfléchie par quelques cibles au point d'origine.

Le signal transmis est habituellement modulé en amplitude et en phase par les caractéristiques de la cible, qui eux même devront changer leur position avec le temps dans l'espace. Ces perturbations provoquent un signal de retour de nature aléatoire.

Dans un contexte passif, le signal reçu au niveau du réseau est auto-généré par la cible, tel que les propulseurs ou le bruit d'engin de sous-marins dans le cas de sonar. Encore une fois, les signaux sont aléatoires dans la nature. De plus de ces signaux directs que les cibles génèrent, il existe d'autres sources de perturbations telles que les nuages dans le cas du radar et les réverbérations de la surface océanique dans le cas du sonar. De plus, les signaux des cibles peuvent subir des réflexions créant des retours de multi sources qui sont retardés, modifiés en amplitude, des répliques à partir du signal direct qui arrive aux capteurs. Dans tous ces cas, les signaux arrivant au réseau peuvent être vus comme affectés par l'aléa, et le phénomène physique responsable de cet aléa dans le signal peut être supposé comme un processus aléatoire Gaussien (loi normal).

De même que le bruit thermique du capteur et le bruit ambiant, sont aussi aléatoires dans la nature. Ces composantes additives aux sorties du capteur, représentent habituellement la totalité de plusieurs petites sources indépendantes et identiques, et l'application du théorème de la limite centrale, permet de modeler le bruit résultant comme un processus Gaussien et habituellement stationnaire. Nous avons besoin de dire, que dans telles situations, la totalité du signal et du processus de bruit peuvent être complètement spécifiés par leurs moments de premier et second ordre.

À n'importe quel moment, chaque signal a une composante d'amplitude et de phase (respectivement à une référence). En plus de cette composante, il est nécessaire de générer sa partie en quadrature pour un traitement optimum. Au lieu de porter tout le calcul séparément en termes de leur partie en phase et en quadrature, il est plus avantageux de les représenter sous forme de partie réelle et imaginaire d'un signal complexe. Les signaux actuels qui apparaissent dans n'importe quel système physique, sont réels et dans cette représentation il apparaît comme une partie réelle de signal complexe équivalent. Ainsi, le signal porteur de l'information est modulé en phase avec un facteur de phase  $\theta$ .

$$u_r(t) = \sqrt{P} \cos(\omega_0 t + \phi(t) + \theta)$$
(2.1)

Sa représentation complexe est,

$$\widetilde{u}(t) = \sqrt{P} e^{j\left(\omega_0 t + \phi(t) + \theta\right)}$$
(2.2)

Il est claire que :

Et

$$u(t) = \sqrt{P} e^{j(\phi(t) + \theta)}$$
(2.3)

est connue comme étant la bande de base de l'enveloppe complexe réduite du signal réel  $u_r(t)$ .

 $u_r(t) = \operatorname{Re}[\widetilde{u}(t)]$ 

Ainsi, seule la composante porteuse de l'information, apparaît dans cette description. En terme physique, si les signaux sont originaires de très loin du réseau alors ils peuvent être modelés comme des ondes planes uniformes porteuses d'information. Si ces ondes planes avancent à travers un milieu non dispersif et qui introduit seulement des retards de

propagation, la sortie de n'importe quel autre élément du réseau peut être présenté par une avance de temps ou un retard de temps de la version de l'enveloppe complexe à l'élément de référence, et ceci évite la description de la fréquence porteuse.

Des signaux tels que ci-dessus qui peut être caractérisé par une seule fréquence porteuse sont connus en tant que sources à bande étroite. Par contre à ceci, les signaux occupant une bande spectrale significative constitue des sources à larges bandes. De plus, tous ces signaux peuvent être incorrélés, corrélés ou cohérents avec n'importe quel autre.

En particulier, pour deux signaux stationnaires  $u_i(t)$ ,  $u_j(t)$ , soit  $\rho_{ij}$  représentant leur coefficient de corrélation. Par définition :

$$\rho_{ij} = \frac{E\left[u_i(t)u_j^*(t)\right]}{\sqrt{E\left[\left|u_i(t)\right|^2\right]E\left[\left|u_j(t)\right|^2\right]}} \quad \text{Avec } \left|\rho_{ij}\right| \le 1$$
(2.4)

Ainsi,

$$\begin{array}{cccc} & \rho_{ij} = 0 & \rightarrow & u_i(t), u_j(t) \text{ sont incorrélés} \\ & 0 < \left| \rho_{ij} \right| < 1 & \rightarrow & u_i(t), u_j(t) \text{ sont corrélés} \\ & (2.5) \\ & & \left| \rho_{ij} \right| = 1 & \rightarrow & u_i(t), u_j(t) \text{ sont cohérents} \end{array}$$

Alors, sous des conditions de cohérence,  $u_j(t) = \alpha u_i(t)$  où  $\alpha$  est une constante complexe non aléatoire. En pratique les composantes de bruit additif sont incorrélées avec la partie du signal. Cependant, parmi eux les bruits d'inter-élément peuvent être corrélés ou incorrélés avec d'autres. Une supposition standard est de les considérer incorrélés (indépendant dans le cas Gaussien) et des processus identiques, i.e, si  $n_i(t)$  et  $n_j(t)$  représentent le i<sup>ème</sup> et j<sup>ème</sup> bruit du capteur alors,

$$E[n_i(t)n_j^*(t)] = \sigma^2 \delta_{ij} \tag{2.6}$$

où  $\sigma^2$  représentent la puissance de bruit commune à tous les capteurs.

On a déjà remarquer que pour une onde plane progressif, passant à travers un milieu non dispersif, le signal de sortie à n'importe quel élément du capteur immergé dans ce milieu peut être représenté comme une version retardée ou avancée de son enveloppe complexe par

rapport à l'élément de référence. Pour voir ceci, soit  $\tilde{u}(t)$  dans (2.2) dénote le signal complexe représentant l'onde plane modulée à l'élément de référence dans la figure (2.1).



Figure 2.1 Paire d'éléments de senseurs identiques. u(t), v(t) représentant l'enveloppe des signaux complexes correspondants associées avec  $\tilde{u}(t)$  et  $\tilde{v}(t)$ .

La normale au front d'onde plane fait un angle  $\theta$  avec la ligne joignant les capteurs dans le réseau linéaire. Soit d'autre part  $\tilde{d}$  dénotant la distance du second capteur par rapport au point de référence en unité absolue. La sortie  $\tilde{v}(t)$  au second capteur est retardée par le temps requis pour la propagation de l'onde plane à travers  $\tilde{d} \cos \theta$  et, alors ce temps de retard  $\tau$  est donné par :

$$\tau = \frac{\tilde{d}\cos\theta}{c} \tag{2.7}$$

c : La vitesse de propagation de la lumière Ainsi,

$$\widetilde{v}(t) = \widetilde{u}(t - \tau) \tag{2.8}$$

Si la fréquence porteuse est assez large comparée à la largeur de bande du signal modulé, alors le signal modulé peut être traité comme quasi-statique durant les intervalles de temps de l'ordre de  $\tau$  et dans ce cas (2.8) est réduite à :

$$\widetilde{v}(t) = \widetilde{u}(t)e^{\frac{-j\omega_0 \widetilde{d}\cos\vartheta}{c}} = \widetilde{u}(t)e^{-j2\pi\frac{\widetilde{d}\cos\vartheta}{\lambda}}$$
(2.9)

Où  $\lambda$  est la longueur d'onde de l'onde porteuse. En termes de représentation d'enveloppe complexe réduite de la bande de base, le signal de référence u(t) est donné par (2.2) et à partir de (2.9) la sortie du second capteur est :

$$v(t) = u(t)e^{-j2\pi d\cos\theta/\lambda}$$
(2.10)



Souvent il est plus avantageux d'exprimer l'espacement des interéléments en termes d'unités de dimensionnement normalisé. il est plus intéressant de normaliser toutes les distances respectivement à la moitié de la longueur d'onde. Soit d représentant la distance normalisée entre l'élément de référence et le second capteur. Alors  $d = \tilde{d}/(\lambda/2)$  et (2.10) devienne,

$$v(t) = u(t)e^{-j\pi d\cos\theta}$$
(2.11)

Pour les signaux à bande étroite, le temps de retard apparaît comme un retard de phase pur du signal de référence. De plus, ce retard de phase dépend uniquement de l'espacement entre les capteurs et de l'angle d'arrivée de l'onde plane, et est indépendant de la variable temporel. Cependant ceci n'est pas le cas dans une situation en large bande et si l'enveloppe complexe u(t) à l'élément de référence représente un signal à large bande, alors la sortie correspondante v(t) au second capteur dans la (**figure 2.1**) peut être écrite comme,

$$v(t) = u(t - \tau) \tag{2.12}$$

Avec  $\tau$  comme dans (2.7), et U(f) et V(f) représentent la transformée de Fourier de u(t) et v(f) respectivement, (2.11) se réduit à,

$$V(f) = U(f)e^{-j2\pi f \tau} = U(f)e^{-j\pi f d\cos\theta/f_0}$$
(2.13)

Noter que (2.13) est structurellement identique à une situation de bande étroite représentée dans (2.11) et par conséquent, au moins, les techniques conçues pour les cas de bande étroite peuvent être appliquées pour les signaux à large bande dans le domaine fréquentiel. **[6]** 

#### 2.3. L'avantage de l'utilisation du réseau d'antennes

L'objectif principal d'un réseau d'antenne est d'améliorer la réception de certains signaux appelés signaux désirés (utiles) tout en empêchant au maximum tous les autres signaux indésirables, souvent appelés interférences. Par exemple si la direction d'arrivée du signal utile est connue, il est possible d'assurer une meilleure réception en annulant tous les signaux arrivant d'autres directions considérées comme interférences.

Cependant, la possibilité de modifier la sortie du réseau pour augmenter le signal de réception désiré et simultanément de supprimer les signaux indésirés, peut être illustrée en

considérant une situation de source unique comme dans la figure (2.1), en présence de M capteurs identiques.

Soit  $d_1, d_2, \dots, d_M$  représentants les distances normalisées de ces capteurs respectivement au point de référence et u(t) l'enveloppe complexe du signal à ce point.

D'autre part, soit  $n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)$  représentants respectivement les composantes de bruit qui sont supposées indépendantes et identiques comme dans (2.6). Avec  $x_i(t)$  représentant l'enveloppe complexe du signal total reçu au i<sup>ème</sup> capteur, et en utilisant (2.11) il est très facile de voir que,

$$x_{i}(t) = u(t).e^{-j\pi d_{i}\cos\theta} + n_{i}(t)$$
(2.14)

et le rapport signal / bruit (SNR) de l'entrée est,

$$(SNR)_{i} = \frac{E[|u(t)|^{2}]}{E[|n_{i}(t)|^{2}]} = \frac{P}{\sigma^{2}}$$

Où  $P = E[|u(t)|^2]$  par définition, représente la puissance du signal.

À partir de (2.14) les composantes du signal peuvent être combinées de façon cohérente si les sortie du réseau sont déplacés en phase par  $e^{j\pi d_i \cos \theta}$ ; i = 1, 2, ..., M et les signaux résultants sont sommés. Ceci donne le signal de sortie y(t) qui est de la forme,

$$y(t) = \sum_{i=1}^{M} x_i(t) e^{j\pi d_i \cos \theta} = M u(t) + \sum_{i=1}^{M} n_i(t) e^{j\pi d_i \cos \theta} = M u(t) + n(t)$$

Le SNR en sortie dans ce cas est donné par,

$$(SNR)_{0} = \frac{E\left[\left|Mu(t)\right|^{2}\right]}{E\left[\left|n(t)\right|^{2}\right]} = \frac{M^{2}P}{\left|\sum_{i}\sum_{j}E\left[n_{i}(t)n_{j}^{*}(t)\right]\right|}$$
$$= \frac{M^{2}P}{M\sigma^{2}} = M(SNR)_{i}$$
(2.15)

Ainsi un simple déplacement de phase et une opération d'addition parmi les sorties des capteurs produit une amélioration dans le rapport signal/ bruit par un facteur égale au nombre de capteurs. Physiquement, à travers des retards de phase appropriés, le signal désiré a été combiné de façon cohérente (en puissance). Ceci résulte en un facteur de gain pour la combinaison signal de sortie comparé au bruit.



Figure 2.2 Modèle directionnel de gain pour réseau uniforme de 10 éléments

Avec 
$$\phi_0 = 2\cos^{-1}\left(\frac{2}{M}\right) \xrightarrow{M \to \infty} 0$$

(2.16)

Alternativement, le réseau a été « dirigé » pour voir selon le long de la direction  $\theta$ . Le modèle directionnel dans le plan contenant la rangée peut pour cela être trouvé à partir du facteur de la rangée

$$F(\theta) = \sum_{i=1}^{M} e^{j\pi d_i \cos\theta}$$
(2.17)

et le modèle du gain directionnel normalisé

$$\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}) = \left| \frac{1}{\mathbf{M}} \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}) \right|^2 \tag{2.18}$$

Pour un emplacement d'élément de rangée uniforme  $(d_i = (i-1); i=1,2,..., M)$ , le modèle directionnel ci-dessus a une forme explicite

$$G(\theta) = \left(\frac{\sin(\pi M \cos\theta/2)}{M \sin(\pi \cos\theta/2)}\right)^2$$
(2.19)

et ceci est dessiné dans la figure (fig. 2.2) pour une rangée de 10 éléments dirigés le long de  $\theta$ . La largeur du lobe principal est 2cos<sup>-1</sup>(2/M) et décroît avec l'augmentation du nombre des éléments de sonde. Les lobes secondaires représentent le modèle du gain pour les signaux présents le long de directions autres que la direction de regard tant que la rangée est dirigé le long de  $\theta$ , et une question importante dans la conception de réseaux ou de rangée est où placer les éléments de rangée pour avoir des lobes secondaires uniformément bas. De plus, dans cette installation, il existe toujours M-1 points nuls (G ( $\theta$ )=0) dans le champ de vision (voir fig.2.2), et dans une situation statique, les poids de la rangée de sortie ou la distance des interéléments peuvent être sélectionnés pour créer des nuls le long des directions d'arrivée des sources indésirées.

Si pour cette rangée linéaire un facteur de phase constant de (i-1)  $\Delta_0$  est insérée dans le i<sup>ème</sup> élément de la rangée pour i=1,2,...,M. L'insertion de cette séquence de déplacement de phase a pour effet de déplacer le lobe centrale par

$$\theta_0 = \cos^{-1}(\Delta_0 / \pi) \tag{2.19}$$

et le modèle directionnel total a été dirigé vers cette nouvelle direction. Cet effet peut facilement être incorporé dans (2.19) en remplaçant  $\cos\theta$  par ( $\cos\theta$ -  $\cos\theta_0$ ).

Pas loin nous avons considéré seulement le cas d'une seule source et la situation est considérablement plus compliquée dans une scène de multiples sources. Dans ce cas les paramètres d'intérêts incluent le nombre total de signaux, respectivement leur directions d'arrivée, les niveaux de puissance associée, ainsi de variables techniques ont été développées pour évaluer ces paramètres sont discutées dans de nombreuses littératures. **[6]** 

#### 2.4. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une introduction au traitement d'antenne pour la détection de signaux multiples, et on a vu, aussi, l'intérêt d'utilisation des réseaux d'antennes. Nous allons présenter dans le chapitre suivant les méthodes hautes résolution ou autrement dit « méthodes des sous espaces» **ESPRIT** et **TLS-ESPRIT** qui sont basés sur la matrice de covariance estimée afin d'estimer la direction d'arrivée, en utilisant deus géométries de réseaux d'antennes : réseau linéaire uniforme ULA et réseau uniforme en L, tel que pour chaque réseau on applique les méthodes des sous-espaces **ESPRIT** et **TLS-ESPRIT**.

### **Chapitre 2**

### Les méthodes hautes résolution de détection de signaux multiples

#### 2.1. Introduction

L'expression méthode HR fera référence ici à un ensemble de techniques dont les performances sont asymptotiquement illimitées. Plus précisément, une méthode HR est une méthode qui permet de mesurer des directions ou même des positions (en traitement d'antenne) ou des fréquences (en analyse spectrale) avec une erreur qui n'est limitée, idéalement, que par la durée d'observation.

De nombreuses études ont été consacrées à l'estimation de la direction d'arrivée (DOA) qui demeure intéressante pour de nombreux domaines tels que les radars, les sonars, la communication mobile, la radio astronomie et même l'exploration séismique.

L'estimation de la DOA peut être utilisée pour localiser la source du signal, c'est pour cela qu'elle est considérée comme la clé dans le traitement du signal des réseaux d'antennes. Un nombre important d'algorithmes d'estimation de DOA a été développé.

Dans ce chapitre, on va présenter une introduction au traitement d'antenne pour la détection de signaux multiples, et l'intérêt d'utilisation des réseaux d'antennes, et puis on se focalisera sur le model du signal à une dimension (1D) puis à deux dimensions (2D), pour une estimation de la DOA par les méthodes des sous espaces ou les méthodes haute résolution ESPRIT et TLS-ESPRIT.

#### 2.2. Signaux et bruit

Dans cette partie nous allons discuter le problème de détection et de modélisation des signaux multiples en utilisant l'information issue de multiples capteurs. Pour comprendre les avantages de l'utilisation de rangée de capteurs, il est nécessaire de comprendre la nature des signaux et du bruit que le réseau doit recevoir.

Dans les situations de capture active tel que le radar et le sonar, une forme d'onde connue de durée finie est générée, et qui propage à travers un milieu connue, est réfléchie par quelques cibles au point d'origine.

Le signal transmis est habituellement modulé en amplitude et en phase par les caractéristiques de la cible, qui eux même devront changer leur position avec le temps dans l'espace. Ces perturbations provoquent un signal de retour de nature aléatoire.

Dans un contexte passif, le signal reçu au niveau du réseau est auto-généré par la cible, tel que les propulseurs ou le bruit d'engin de sous-marins dans le cas de sonar. Encore une fois, les signaux sont aléatoires dans la nature. De plus de ces signaux directs que les cibles génèrent, il existe d'autres sources de perturbations telles que les nuages dans le cas du radar et les réverbérations de la surface océanique dans le cas du sonar. De plus, les signaux des cibles peuvent subir des réflexions créant des retours de multi sources qui sont retardés, modifiés en amplitude, des répliques à partir du signal direct qui arrive aux capteurs. Dans tous ces cas, les signaux arrivant au réseau peuvent être vus comme affectés par l'aléa, et le phénomène physique responsable de cet aléa dans le signal peut être supposé comme un processus aléatoire Gaussien (loi normal).

De même que le bruit thermique du capteur et le bruit ambiant, sont aussi aléatoires dans la nature. Ces composantes additives aux sorties du capteur, représentent habituellement la totalité de plusieurs petites sources indépendantes et identiques, et l'application du théorème de la limite centrale, permet de modeler le bruit résultant comme un processus Gaussien et habituellement stationnaire. Nous avons besoin de dire, que dans telles situations, la totalité du signal et du processus de bruit peuvent être complètement spécifiés par leurs moments de premier et second ordre.

À n'importe quel moment, chaque signal a une composante d'amplitude et de phase (respectivement à une référence). En plus de cette composante, il est nécessaire de générer sa partie en quadrature pour un traitement optimum. Au lieu de porter tout le calcul séparément en termes de leur partie en phase et en quadrature, il est plus avantageux de les représenter sous forme de partie réelle et imaginaire d'un signal complexe. Les signaux actuels qui apparaissent dans n'importe quel système physique, sont réels et dans cette représentation il apparaît comme une partie réelle de signal complexe équivalent. Ainsi, le signal porteur de l'information est modulé en phase avec un facteur de phase $\theta$ .

$$u_r(t) = \sqrt{P} \cos\left(\omega_0 t + \phi(t) + \theta\right) \tag{2.1}$$

Sa représentation complexe est,

$$\tilde{u}(t) = \sqrt{P} e^{j\left(\omega_0 t + \phi(t) + \theta\right)}$$
(2.2)

Il est claire que :

$$u_r(t) = \operatorname{Re}[\widetilde{u}(t)]$$

Et

30

$$u(t) = \sqrt{P}e^{j(\phi(t)+\theta)}$$
(2.3)

est connue comme étant la bande de base de l'enveloppe complexe réduite du signal réel  $u_r(t)$ .

Ainsi, seule la composante porteuse de l'information, apparaît dans cette description. En terme physique, si les signaux sont originaires de très loin du réseau alors ils peuvent être modelés comme des ondes planes uniformes porteuses d'information. Si ces ondes planes avancent à travers un milieu non dispersif et qui introduit seulement des retards de propagation, la sortie de n'importe quel autre élément du réseau peut être présenté par une avance de temps ou un retard de temps de la version de l'enveloppe complexe à l'élément de référence, et ceci évite la description de la fréquence porteuse.

Des signaux tels que ci-dessus qui peut être caractérisé par une seule fréquence porteuse sont connus en tant que sources à bande étroite. Par contre à ceci, les signaux occupant une bande spectrale significative constitue des sources à larges bandes. De plus, tous ces signaux peuvent être incorrélés, corrélés ou cohérents avec n'importe quel autre.

En particulier, pour deux signaux stationnaires  $u_i(t)$ ,  $u_j(t)$ , soit  $\rho_{ij}$  représentant leur coefficient de corrélation. Par définition :

$$\rho_{ij} = \frac{E\left[ u_i(t)u_j^*(t) \right]}{\sqrt{E\left[ \left| u_i(t) \right|^2 \right] E\left[ \left| u_j(t) \right|^2 \right]}} \quad \text{Avec } \left| \rho_{ij} \right| \le 1$$
(2.4)

Ainsi,

 $\begin{array}{cccc} & & \rho_{ij} = 0 & \rightarrow & u_i(t), u_j(t) \text{ sont incorrélés} \\ & & 0 < \left| \rho_{ij} \right| < 1 & \rightarrow & u_i(t), u_j(t) \text{ sont corrélés} \\ & & (2.5) \\ & & & \left| \rho_{ij} \right| = 1 & \rightarrow & u_i(t), u_j(t) \text{ sont cohérents} \end{array}$ 

Alors, sous des conditions de cohérence,  $u_j(t) = \alpha \ u_i(t)$  où  $\alpha$  est une constante complexe non aléatoire. En pratique les composantes de bruit additif sont incorrélées avec la partie du signal. Cependant, parmi eux les bruits d'inter-élément peuvent être corrélés ou incorrélés avec d'autres. Une supposition standard est de les considérer incorrélés (indépendant dans le cas Gaussien) et des processus identiques, i.e., si  $n_i(t)$  et  $n_j(t)$ représentent le i<sup>ème</sup> et j<sup>ème</sup> bruit du capteur alors,

$$E\left[n_{i}(t)n_{j}^{*}(t)\right] = \sigma^{2} \delta_{ij}$$
(2.6)

où  $\sigma^2$  représentent la puissance de bruit commune à tous les capteurs.

On a déjà remarquer que pour une onde plane progressif, passant à travers un milieu non dispersif, le signal de sortie à n'importe quel élément du capteur immergé dans ce milieu peut être représenté comme une version retardée ou avancée de son enveloppe complexe par rapport à l'élément de référence. Pour voir ceci, soit  $\tilde{u}(t)$  dans (2.2) dénote le signal complexe représentant l'onde plane modulée à l'élément de référence dans la figure (2.1).



Figure 2.1 paire d'éléments de senseurs identiques. u(t), v(t) représentant l'enveloppe des signaux complexes correspondants associées avec  $\tilde{u}(t)$  et  $\tilde{v}(t)$ .

La normale au front d'onde plane fait un angle  $\theta$  avec la ligne joignant les capteurs dans le réseau linéaire. Soit d'autre part  $\tilde{d}$  dénotant la distance du second capteur par rapport au point de référence en unité absolue. La sortie  $\tilde{v}(t)$  au second capteur est retardée par le temps requis pour la propagation de l'onde plane à travers  $\tilde{d} \cos \theta$  et, alors ce temps de retard  $\tau$  est donné par :

$$\tau = \frac{\tilde{d}\cos\theta}{c} \tag{2.7}$$

c: La célérité de la lumière

Ainsi,

$$\widetilde{v}(t) = \widetilde{u}(t-\tau) \tag{2.8}$$

Si la fréquence porteuse est assez large comparée à la largeur de bande du signal modulé, alors le signal modulé peut être traité comme quasi-statique durant les intervalles de temps de l'ordre de  $\tau$  et dans ce cas (2.8) est réduite à :

$$\tilde{v}(t) = \tilde{u}(t)e^{\frac{-j\omega_0\tilde{d}\cos\vartheta}{c}} = \tilde{u}(t)e^{-j2\pi\frac{\tilde{d}\cos\vartheta}{\lambda}}$$
(2.9)

Où  $\lambda$  est la longueur d'onde de l'onde porteuse. En termes de représentation d'enveloppe complexe réduite de la bande de base, le signal de référence u(t) est donné par (2.2) et à partir de (2.9) la sortie du second capteur est :

$$v(t) = u(t)e^{-j2\pi d\cos\theta/\lambda}$$
(2.10)

Souvent il est plus avantageux d'exprimer l'espacement des interéléments en termes d'unités de dimensionnement normalisé. il est plus intéressant de normaliser toutes les distances respectivement à la moitié de la longueur d'onde. Soit d représentant la distance normalisée entre l'élément de référence et le second capteur. Alors  $d = \tilde{d}/(\lambda/2)$  et (2.10) devienne,

$$v(t) = u(t)e^{-j\pi d\cos\theta}$$
(2.11)

Pour les signaux à bande étroite, le temps de retard apparaît comme un retard de phase pur du signal de référence. De plus, ce retard de phase dépend uniquement de l'espacement entre les capteurs et de l'angle d'arrivée de l'onde plane, et est indépendant de la variable temporel. Cependant ceci n'est pas le cas dans une situation en large bande et si l'enveloppe complexe u(t) à l'élément de référence représente un signal à large bande, alors la sortie correspondante v(t) au second capteur dans la (figure 2.1) peut être écrite comme,

$$v(t) = u(t - \tau) \tag{2.12}$$

Avec  $\tau$  comme dans (2.7), et U(f) et V(f) représentent la transformée de Fourier de u(t) et v(t) respectivement, (2.11) se réduit à,

$$V(f) = U(f)e^{-j2\pi f \cdot t} = U(f)e^{-j\pi f \cdot a\cos(t)/t_0}$$
(2.13)

i= f dags 0/f

Noter que (2.13) est structurellement identique à une situation de bande étroite représentée dans (2.11) et par conséquent, au moins, les techniques conçues pour les cas de bande étroite peuvent être appliquées pour les signaux à large bande dans le domaine fréquentiel. **[6]** 

#### 2.3. L'avantage de l'utilisation du réseau d'antennes

L'objectif principal d'un réseau d'antenne est d'améliorer la réception de certains signaux appelés signaux désirés (utiles) tout en empêchant au maximum tous les autres signaux indésirables, souvent appelés interférences. Par exemple si la direction d'arrivée du signal utile est connue, il est possible d'assurer une meilleure réception en annulant tous les signaux arrivant d'autres directions considérées comme interférences.

Cependant, la possibilité de modifier la sortie du réseau pour augmenter le signal de réception désiré et simultanément de supprimer les signaux indésirés, peut être illustrée en considérant une situation de source unique comme dans la figure (2.1), en présence de M capteurs identiques.

Soit  $d_1, d_2, \dots, d_M$  représentants les distances normalisées de ces capteurs respectivement au point de référence et u(t) l'enveloppe complexe du signal à ce point.

D'autre part, soit  $n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)$  représentants respectivement les composantes de bruit qui sont supposées indépendantes et identiques comme dans (2.6). Avec  $x_i(t)$  représentant l'enveloppe complexe du signal total reçu au i<sup>ème</sup> capteur, et en utilisant (2.11) il est très facile de voir que,

$$x_{i}(t) = u(t).e^{-j\pi \ d_{i}\cos\theta} + n_{i}(t)$$
(2.14)

et le rapport signal / bruit (SNR) de l'entrée est,

$$(SNR)_i = \frac{E[|u(t)|^2]}{E[|n_i(t)|^2]} = \frac{P}{\sigma^2}$$

Où  $P = E[|u(t)|^2]$  par définition, représente la puissance du signal.

À partir de (2.14) les composantes du signal peuvent être combinées de façon cohérente si les sortie du réseau sont déplacés en phase par  $e^{j\pi d_i \cos\theta}$ ; i = 1, 2, ..., M et les signaux résultants sont sommés. Ceci donne le signal de sortie y(t) qui est de la forme,

$$y(t) = \sum_{i=1}^{M} x_i(t) e^{j\pi d_i \cos \theta} = M u(t) + \sum_{i=1}^{M} n_i(t) e^{j\pi d_i \cos \theta} = M u(t) + n(t)$$

Le SNR en sortie dans ce cas est donné par,

$$(SNR)_{0} = \frac{E[|Mu(t)|^{2}]}{E[|n(t)|^{2}]} = \frac{M^{2}P}{\left|\sum_{i}\sum_{j}E[n_{i}(t)n_{j}^{*}(t)]\right|}$$



$$=\frac{M^2 P}{M\sigma^2} = M(SNR)_i \tag{2.15}$$

Ainsi un simple déplacement de phase et une opération d'addition parmi les sorties des capteurs produit une amélioration dans le rapport signal/ bruit par un facteur égale au nombre de capteurs. Physiquement, à travers des retards de phase appropriés, le signal désiré a été combiné de façon cohérente (en puissance). Ceci résulte en un facteur de gain pour la combinaison signal de sortie comparé au bruit.



Figure 2.2 Modèle directionnel de gain pour réseau uniforme de 10 éléments

Avec 
$$\phi_0 = 2\cos^{-1}\left(\frac{2}{M}\right) \longrightarrow 0$$
 (2.16)

Alternativement, le réseau a été « dirigé » pour voir selon le long de la direction $\theta$ . Le modèle directionnel dans le plan contenant la rangée peut pour cela être trouvé à partir du facteur de la rangée

$$F(\theta) = \sum_{i=1}^{M} e^{j\pi d_i \cos\theta}$$
(2.17)

et le modèle du gain directionnel normalisé

$$G(\theta) = \left| \frac{1}{M} F(\theta) \right|^2$$
(2.18)

Pour un emplacement d'élément de rangée uniforme  $(d_i = (i-1); i=1,2,..., M)$ , le modèle directionnel ci-dessus a une forme explicite

$$G(\theta) = \left(\frac{\sin\left(\pi M \cos\theta/2\right)}{M \sin\left(\pi \cos\theta/2\right)}\right)^2$$
(2.19)

et ceci est dessiné dans la figure (fig. 2.2) pour une rangée de 10 éléments dirigés le long de $\theta$ . La largeur du lobe principal est  $2\cos^{-1}(2/M)$  et décroît avec l'augmentation du nombre des éléments de sonde. Les lobes secondaires représentent le modèle du gain pour les signaux présents le long de directions autres que la direction de regard tant que la rangée est dirigé le long de $\theta$ , et une question importante dans la conception de réseaux ou de rangée est où placer les éléments de rangée pour avoir des lobes secondaires uniformément bas. De plus, dans cette installation, il existe toujours M-1 points nuls (G ( $\theta$ )=0) dans le champ de vision (voir fig.2.2), et dans une situation statique, les poids de la rangée de sortie ou la distance des interéléments peuvent être sélectionnés pour créer des nuls le long des directions d'arrivée des sources indésirées.

Si pour cette rangée linéaire un facteur de phase constant de (i-1)  $\Delta_0$  est insérée dans le i<sup>ème</sup> élément de la rangée pour i=1,2,...,M. L'insertion de cette séquence de déplacement de phase a pour effet de déplacer le lobe centrale par

$$\theta_0 = \cos^{-1}(\Delta_0 / \pi) \tag{2.20}$$

et le modèle directionnel total a été dirigé vers cette nouvelle direction. Cet effet peut facilement être incorporé dans (2.19) en remplaçant  $\cos\theta$  par  $(\cos\theta - \cos\theta_0)$ .

Pas loin nous avons considéré seulement le cas d'une seule source et la situation est considérablement plus compliquée dans une scène de multiples sources. Dans ce cas les paramètres d'intérêts incluent le nombre total de signaux, respectivement leur directions d'arrivée, les niveaux de puissance associée, ainsi de variables techniques ont été développées pour évaluer ces paramètres sont discutées dans de nombreuses littératures. [6]

#### 2.4. Model du signal

L'objectif du traitement d'antenne est de déterminer à partir des signaux reçus pendant un intervalle de temps de durée finie, sur un ensemble de capteur constituant une antenne, des paramètres caractérisant les sources rayonnantes situées dans un milieu de propagation donné.

Le développement du model du signal est basé sur plusieurs suppositions. Premièrement, les sources multiples incidentes, sont supposées être des sources à bandes étroite et détectées dans le champ lointain du réseau d'antenne. Deuxièmement, le plan de propagation est homogène, et l'onde arrivant sur le réseau est considérée comme plane.

Dans cette partie, on décrira le model de traitement du signal à,

- 4 Une Dimension (1D) en utilisant un réseau d'antenne linéaire uniforme
- Deux Dimensions (2D) en utilisant un réseau d'antenne circulaire uniforme et un réseau d'antenne uniforme sous forme de L.

#### 2.4.1 Model du signal à une dimension [7]

Ces dernières années, le problème d'estimation de la direction d'arrivée des signaux multiples à bande étroite a suscité une attention considérable. Cependant, jusqu'ici, la plupart des algorithmes rapportés sont basés sur les rangées linéaires uniformes (ULA) utilisés pour l'estimation de DOAs à une dimension.

Considérons un réseau d'antenne linéaire uniforme (ULA) composé de M capteurs identiques, comme le montre la figure (2.1), recevant K signaux de K sources:  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$ ,...,  $u_k(t)$ .

La direction d'arrivée de l'onde issue de chaque source est notée respectivement par :  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ , ...,  $\theta_k$  par rapport à un repère fixe de l'antenne

P<sub>i</sub>: i=1.2...K, représente la puissance du i<sup>eme</sup> signal.
 ρ<sub>ij</sub>: i, j=1,2,...K, leurs coefficients de corrélations.

$$P_k = E[|u_k(t)|^2], \ k = 1, 2, ..., K$$
 (2.21)

$$\rho_{ij} = \frac{E\left[u_i(t) u_j^*(t)\right]}{\sqrt{P_i P_j}}, i, j = 1, 2, ..., K; \left|\rho_{ij}\right| \le 1$$

$$(2.22)$$

$$\downarrow \qquad \rho_{ij} = 0 \quad \rightarrow \quad u_i(t), u_j(t) \text{ sont incorrélés.}$$

$$\downarrow \qquad 0 < \left|\rho_{ij}\right| < 1 \quad \rightarrow \quad u_i(t), u_j(t) \text{ sont corrélés.}$$

$$\downarrow \qquad \left|\rho_{ij}\right| = 1 \quad \rightarrow \quad u_i(t), u_j(t) \text{ sont cohérents.}$$



Figure 2.3 Réseau d'antenne linéaire uniforme (ULA)

Supposons que la mesure du vecteur de donnée x(t), observé au t<sup>eme</sup> échantillons est composé de K signaux de sources à bande étroite incorrélés immergeant le réseau d'antenne. Ainsi, le vecteur de donnée reçu peut être exprimé par,

$$x_{i}(t) = \sum_{k=1}^{K} u_{k}(t) e^{-j\pi dM_{i}\sin\theta_{k}} + n_{i}(t).$$
(2.23)

- **4** d : la distance entre les éléments.
- M<sub>i</sub>: représente la distance normalisée du capteur à demi longueur d'onde commune par rapport au point de référence.
- ↓  $n_i(t)$ : bruit additif au i<sup>eme</sup> capteur supposé Gaussien avec une densité de puissance  $\sigma^2_n$ .

On peut récrire (2.3) sous forme commune vectorielle  $\omega = \pi \sin \theta$ , on a

$$x(t) = \sum_{k=1}^{K} u_k(t) a(\omega_k) + n(t)$$
(2.24)

Où x(t) est un vecteur de dimension (Mx1)

 $a(\omega_k)$  est le vecteur de la direction normalisé associé avec l'angle d'arrivée  $\theta_k$ .

$$a(\omega_k) = \begin{bmatrix} 1, e^{-jd\omega_k}, e^{-jd\omega_k}, \dots, e^{-jd(M-1)\omega_k} \end{bmatrix}^T$$
(2.25)

Finalement, on peut écrire le vecteur de sortie du réseau à l'instant t comme suit,

$$x(t) = Au(t) + n(t)$$
 (2.26)

Où

$$x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$$
(2.27)

$$u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_M(t)]^T$$
(2.28)

$$n(t) = [n_1(t), n_2(t), ..., n_M(t)]^T$$
(2.29)

$$A = [a(\omega_1), a(\omega_2), ..., a(\omega_K)]$$
(2.30)

et

#### 2.4.2. Model du signal à deux dimensions

Le problème d'estimation de la DOA à deux dimensions (azimut, élévation) de sources multiples, fait l'objet de plusieurs recherches. Dans ce qui suit, on présentera un model du signal pour un réseau d'antenne linéaire uniforme sous forme de L.

#### 2.4.2.1. Model du signal d'un réseau d'antenne linéaire uniforme en forme de L

Considérons un réseau d'antenne en forme de L sur le plan x-z comme le montre la figure (3.2), de M antennes isotropes espacés entre elles d'une distance d. Les deux brins du réseau sont identiques, linéaires, uniformes avec une antenne commune à l'origine.



Figure 2.4 Réseau linéaire uniforme sous forme de L

On considère K signaux à bande étroite incohérents, arrivant sur le réseau d'antenne une longueur d'onde  $\lambda$ , dans les directions d'arrivée ( $\theta_k, \phi_k$ ) avec k=1,...,K.

Les paramètres  $(\theta_k, \phi_k)$  sont respectivement, l'angle d'observation en élévation et l'angle d'observation en azimut de la K<sup>eme</sup> source.

Le vecteur d'observation à la sotie du réseau au t<sup>eme</sup> échantillons est donné par,

$$x(t) = \left[x_1(t), x_2(t), \dots x_M(t)\right]^T$$
(2.31)

$$x(t) = \sum_{k=1}^{K} s(t) a(\underline{\theta_k}, \underline{\phi_k}) + n(t)$$
(2.32)

Où n(t) est le vecteur de bruit blanc Gaussien additif de dimension (Mx1).

$$n(t) = [n_1(t), n_2(t), ..., n_M(t)]^T$$
(2.33)

Et s(t) est le vecteur  $(K \times 1)$  source de signal

$$s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$$
(2.34)

Enfin le vecteur de direction définie par,

$$a(\theta_k, \phi_k) = \left[1, e^{-j\varphi_{k,2}}, \dots, e^{-j\varphi_{k,M}}\right]^T$$
(2.35)

Avec  $\varphi_{km}$  dépend de la position et de la géométrie du réseau du sous réseau. Selon l'axe Z, seul l'élévation est considérée et dans ce cas  $\varphi_{km}$  se réduit à  $\theta_k$ , alors que selon l'axe X  $\varphi_{km}$ est composé des deux angles  $(\theta_k, \phi_k)$ . [11]

#### A. Le vecteur de direction du sous réseau selon l'axe Z

Soit  $x_z(t)$  le vecteur du signal observé au t<sup>eme</sup> échantillons, sur le sous réseau disposé sur l'axe Z.

$$x_{z}(t) = \left[x_{1z}(t), x_{2z}(t), \dots x_{M^{z}}(t)\right]^{T}$$
 (2.36)

$$x_z(t) = \sum_{k=1}^{K} s(t) a_z(\underline{\theta_k}) + n_z(t)$$
(2.37)

Où n<sub>z</sub>(t) est le vecteur de bruit blanc Gaussien additif de dimension (Mx1) selon l'axe Z. Et

$$a(\theta_k) = \left[1, e^{-j\varphi_{z\cdot k,2}}, \dots, e^{-j\varphi_{z\cdot k,M}}\right]^T$$
(2.38)

avec

$$\varphi_{z,k,m} = 2\pi (m-1)d\sin\theta_k / \lambda \tag{2.39}$$

 $\theta_k$  angle d'observation en élévation du  $K^{eme}$  signal de la K<sup>eme</sup> source. [9]

#### B. Le vecteur de direction du sous réseau selon l'axe X

Soit  $x_x(t)$  le vecteur du signal observé au t<sup>eme</sup> échantillons, sur le sous réseau disposé sur l'axe X.

$$x_{x}(t) = \left[x_{1x}(t), x_{2x}(t), \dots, x_{Mx}(t)\right]^{T}$$
(2.40)

$$x_x(t) = \sum_{k=1}^{K} s(t) a_x(\underline{\theta_k}, \underline{\phi_k}) + n_x(t)$$
(2.41)

Où  $n_x(t)$  est le vecteur de bruit blanc Gaussien additif de dimension Mx1 selon l'axe X. Et le vecteur de directivité est,

$$a_{x}(\theta_{k},\phi_{xk}) = \left[1,e^{-j\varphi_{x\cdot k,2}},\ldots,e^{-j\varphi_{x\cdot k,M}}\right]^{T}$$
(2.42)



avec

$$\varphi_{xkm} = 2\pi (m-1)d\cos(\theta_k)\cos(\phi_{zk})/\lambda$$
(2.43)

où  $\phi_{z,k}$  angle d'observation en azimut du  $K^{eme}$  signal de la K<sup>eme</sup> source. [9]

#### 2.5. Les méthodes des sous-espaces

L'origine des méthodes des sous-espaces, ou encore plus connues par les méthodes haute résolution (HR), remonte aux travaux de Prony, qui visent à estimer des directions ou même des positions (en traitement d'antenne) ou des fréquences (en analyse spectrale) avec une erreur qui n'est limitée, idéalement, que par la durée d'observation.

Les méthodes HR modernes reposent sur les propriétés particulières de la matrice de covariance du signal. Ainsi, l'étude de son rang permet de séparer l'espace des données en deux sous-espaces, l'espace signal et l'espace bruit qui est son complémentaire orthogonal.

Les méthodes HR issues de cette décomposition en sous-espaces sont connues pour être plus robustes que les techniques conventionnelles telles que **Beamformer**, **Capon** et **prédiction linéaire**. C'est le cas des méthodes **MUSIC** [Schmidt, 1986] et **Minimum Norm** (qui reposent sur l'espace bruit), de l'algorithme **Toeplitz Approximation Method (TAM)** [Kung et al., 1983], ainsi que de l'algorithme **ESPRIT** [Roy et al., 1986] et de ses variantes **LS-ESPRIT,TLS-ESPRIT** [Roy et Kailath, 1987] et **PRO-ESPRIT** [Zoltawski et Stavrinides, 1989] qui reposent sur l'espace signal.

#### 2.5.1. Méthode haute résolution ESPRIT

La méthode ESPRIT, pour '*Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques*', est une méthode de localisation de sources, pouvant s'appliquer pour des signaux à bande étroite, d'un réseau de capteurs constitué de deux sous réseaux identiques, déduites l'une de l'autre par une translation dont le vecteur d'observation est supposé connu. Cet algorithme a été étendu par une version efficace, TLS-ESPRIT '*Total Least Square'*, mise en œuvre par [ROY 89], et [OTT 91]. TLS-ESPRIT constitue la version de référence de l'algorithme, que nous présenterons plus tard, pour l'instant on évoquera un certain nombre de variantes et d'extensions.

La méthode ESPRIT réalise une estimation directe des directions d'arrivée, à partir des propriétés de l'espace signal. Cette méthode, lorsqu'elle est applicable, permet d'éviter la recherche numériquement lourde des maxima d'une puissance de sortie tel que la méthode

MUSIC. Initialement, c'est vis-à-vis de ce gain de calcul, et de la simplicité d'implémentation qui en résulte, que l'intérêt d'ESPRIT a été formulé. Le succès ultérieur de la méthode et son développement, sont toutefois également liés à sa capacité à réaliser la localisation dans des contextes de géométries quelconques, avec de bonnes caractéristiques de robustesse et de performances.

#### 2.5.1.1. Principe d'estimation pour une antenne double (ESPRIT) dans un ULA

Soit un réseau d'antennes linéaire uniforme (ULA) constituée de deux sous réseaux de M-1 capteurs, décalés l'un de l'autre d'un vecteur de déplacement d comme le montre la figure (2.5) :



Sous réseau X1

Figure 2.5 Réseau de M éléments, et deux sous réseaux.

On vérifie facilement que, par rapport à l'écriture générale, le vecteur observation s'écrit, sous forme partitionnée.

$$X(t) = \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ A \cdot \Phi \end{bmatrix} u(t) + n(t)$$
(2.44)

Avec

$$\Phi = diag\left\{e^{j\pi\sin(\theta_1)}, e^{j\pi\sin(\theta_2)}, \dots, e^{j\pi\sin(\theta_k)}\right\}$$
(2.45)

À partir du modèle (2.44) plusieurs méthodes sont proposées, le but étant de retrouver les informations sur le signal contenues dans  $\Phi$ .

En l'absence du bruit, les vecteurs d'observations correspondant à chacune des demiantennes prennent la forme :

$$\begin{cases} X_1 = A.U \\ X_2 = A.\Phi.U \end{cases}$$
(2.46)

La matrice A est une matrice  $(M \times K)$  de rang K, en introduisant la pseudo-inverse de A, on déduit de (2.46) la relation suivante,

$$\begin{cases} A^{\dagger}.A = I_K \\ X_2 = A.\Phi.U = A\Phi(A^{\dagger}A).U = (A\Phi A^{\dagger})X_1 \end{cases}$$
(2.47)

On a donc la relation suivante entre les deux sous vecteurs,

$$\begin{cases} X_2 = TX_1 \\ avec \quad T = A\Phi A^{\dagger} \end{cases}$$
(2.48)

On constate que *T* est une matrice  $(M \times M)$  semblable à  $\Phi$ , ce qui entraîne qu'elle a les valeurs propres  $\lambda_1, \lambda_2, \dots \lambda_K$  plus M - K valeurs propres nulles, tel que,

$$\lambda_1 = e^{j\pi\sin(\theta_1)}, \lambda_2 = e^{j\pi\sin(\theta_2)}, \dots \lambda_K = e^{j\pi\sin(\theta_K)}$$
(2.49)

On peut obtenir l'expression de  $\Phi$  en fonction de l'observation non bruitée en multipliant les deux membres de (2.48) par la pseudo inverse de  $X_1 X_1^H$ ,

$$T = X_2 X_1^{\dagger}$$
(2.50)

En présence de bruit, la solution exacte ci-dessus pour T par la pseudo-inverse s'interprète comme une solution au sens des moindres carrés entre  $X_2$  et  $\hat{T}.X_1$ .

La matrice  $X_1$  étant alors de rang M, sa pseudo-inverse peut s'écrire  $X_1^{\dagger} = X_1^H . (X_1 . X_1^H)^{-1}$ , d'où l'expression de la matrice T estimée,

$$\hat{T} = X_2 X_1^H . (X_1 . X_1^H)^{-1}$$
(2.51)

La relation (2.51) peut se récrire en fonction des covariances entre les deux sousantennes,

$$R_{11} = \frac{1}{N} X_1 X_1^H, \text{ et } R_{21} = \frac{1}{N} X_2 X_1^H$$
$$= R_{21} R_{11}^{-1}$$
(2.52)

Alors,

 $\hat{T}$ 

$$[\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, ..., \hat{\lambda}_k] = \Gamma$$
 plus grandes valeurs propres de  $[R_{21}, R_{11}^{-1}]$ .

Le calcul des valeurs propres généralisées du faisceau  $[R_{11}, R_{21}]$ étant numériquement plus efficace, du point de vue précision. On ne garde que *K* valeurs propres, les autres se réduisant au bruit. [8]

D'après, l'équation (2.45) l'estimation de l'angle d'arrivé  $\theta_{\kappa}$  pour chaque source est donnée par,

$$\theta_{k} = \arcsin\left(\frac{\arg(\Gamma)}{2\pi d/\lambda}\right)$$
(2.53)

# **3.3.1.2.** Principe d'estimation pour une antenne double (ESPRIT) dans un réseau en L

Soit un réseau d'antennes en L constituée de deux sous réseaux de M capteurs. Considérons le sous réseau d'antenne linéaire uniforme placé sur l'axe Z, constituée de deux sous réseaux de M –1 capteurs, décalés l'un de l'autre d'un vecteur de déplacement d.

Le vecteur d'observation décrit dans la section model du signal dans un réseau en L sur l'axe Z est donné par les équations (3.16 à 3.19).

On vérifie que, par rapport à l'écriture générale, le vecteur d'observation est augmenté,

$$X_{z}(t) = \begin{bmatrix} X_{z1}(t) \\ X_{z2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{z} \\ A_{z}.\Psi_{z} \end{bmatrix} s(t) + n(t)$$
(3.33)

avec

$$\Psi_{z} = diag \left\{ e^{j\pi\sin(\theta_{1})}, e^{j\pi\sin(\theta_{2})}, \dots, e^{j\pi\sin(\theta_{k})} \right\}$$
(3.34)

A partir du modèle (3.33) plusieurs méthodes sont proposées, le but étant de retrouver les informations sur le signal contenues dans  $\Psi z$ . En l'absence du bruit, les vecteurs d'observations correspondant à chacune des demi-antennes prennent la forme,

$$\begin{cases} X_{z1} = A_z.S \\ X_{z2} = A_z.\Psi_z.S \end{cases}$$
(3.35)

La matrice  $A_z$  est une matrice  $(M \times K)$  de rang K, en introduisant la pseudo-inverse de  $A_z$ , on déduit de (3.35) la relation suivante,

$$\begin{cases} A_z^{\dagger}.A_z = I_K \\ X_{z2} = A_z.\Psi_z.S = A_z\Psi_z(A_z^{\dagger}A_z).S = (A_z\Psi_zA_z^{\dagger})X_{z1} \end{cases}$$
(3.36)



Chapitre 2

On a donc la relation suivante entre les deux sous vecteurs,

$$\begin{cases} X_{z2} = T_z X_{z1} \\ avec \ T_z = A_z \Psi_z A_z^{\dagger} \end{cases}$$
(3.37)

On constate que  $T_z$  est une matrice  $(M \times M)$  semblable à  $\Psi z$ , ce qui entraîne qu'elle a les valeurs propres  $\lambda_{z1}, \lambda_{z2}, \dots \lambda_{zK}$  plus M - K valeurs propres nulles, tel que,

$$\lambda_{z1} = e^{j\pi\sin(\theta_1)}, \lambda_{z2} = e^{j\pi\sin(\theta_2)}, \dots \lambda_{zK} = e^{j\pi\sin(\theta_K)}$$
(3.38)

On peut obtenir l'expression de  $\Psi_z$  en fonction de l'observation non bruitée en multipliant les deux membres de (3.37) par la pseudo inverse de  $X_1 X_1^H$ .

$$T_{z} = X_{z2} X_{z1}^{\dagger} \tag{3.39}$$

En présence de bruit, la solution exacte ci-dessus pour T par la pseudo-inverse s'interprète comme une solution au sens des moindres carrés entres entre  $X_{z2}$  et  $\hat{T}_z X_{z1}$ . La matrice  $X_{z1}$  étant alors de rang M, sa pseudo inverse peut s'écrire  $X_{z1}^{\dagger} = X_{z1}^{H} \cdot (X_{z1} \cdot X_{z1}^{H})^{-1}$ , d'où l'expression de la matrice T estimée.

$$\hat{T}_{z} = X_{z2} X_{z1}^{H} \cdot (X_{z1} \cdot X_{z1}^{H})^{-1}$$
(3.40)

La relation (3.40) peut se récrire en fonction des covariances entre les deux sous réseaux,

$$R_{11z} = \frac{1}{N} X_{z1} X_{z1}^{H}$$
, et  $R_{21z} = \frac{1}{N} X_{z2} X_{z1}^{H}$  (3.41)

Alors,

$$\hat{T}_z = R_{21z} \cdot R_{11z}^{-1} \tag{3.42}$$

 $[\hat{\lambda}_{z1}, \hat{\lambda}_{z2}, ..., \hat{\lambda}_{zk}] = \Gamma_z$  plus grandes valeurs propres de  $[R_{21z}, R_{11z}^{-1}]$ .

D'après, l'équation (3.34) l'estimation de l'angle d'arrivée en élévation  $\theta_{\kappa}$  pour chacune des sources est donnée par (3.24).

Reste à estimer l'angle d'arrivée en azimut selon l'axe X qui est  $\Psi_X$ , le vecteur d'observation du signal de sortie est collecté de l'axe X, comme il a été décrit dans la section du model du signal d'un réseau en L. voir les équations de (3.20-3.23). [10] [8]



Avec la même procédure et en suivant les mêmes étapes pour l'estimation de l'angle d'arrivé en élévation sur l'axe Z, on estime l'angle d'arrivé en azimut  $\Phi_k$  de la K<sup>eme</sup> source sur l'axe X, sachant que,

$$\Psi_{x} = diag\left\{ e^{j\pi\cos(\theta_{1})\cos(\phi_{1})}, e^{j\pi\cos(\theta_{2})\cos(\phi_{2})}, \dots, e^{j\pi\cos(\theta_{k})\cos(\phi_{k})} \right\}$$
(3.44)

On estime alors  $R_{11X}$  et  $R_{21X}$ ,

$$R_{11x} = \frac{1}{N} X x_1 X x_1^H, \quad \text{et} \quad R_{21x} = \frac{1}{N} X x_2 X x_1^H$$
$$\hat{T}_x = R_{21x} R_{11x}^{-1}$$
(3.45)

Ainsi,

 $[\hat{\lambda}_{x_1}, \hat{\lambda}_{x_2}, ..., \hat{\lambda}_{x_k}] = \Gamma_x$  plus grandes valeurs propres de  $[R_{21x}, R_{11x}^{-1}]$ .

Et finalement, l'estimation de l'angle d'arrivé en azin $\Phi$ ut <sub>k</sub> pour chaque source est donnée par,

$$\phi_{k} = \arg\left(\frac{\arg(\Gamma_{x})}{2\pi d \cos(\theta_{k})/\lambda}\right)$$
(3.46)

#### Remarque

On peut remarquer qu'à faible rapport signal/bruit, l'inversion de  $R_{11}$  risque d'entraîner des problèmes de dégradation de l'estimation.

D'autre part, cette matrice se trouve biaisée en présence du bruit. L'idée est donc de garder un pseudo-inverse, ne portant que sur la partie signal, estimée par décomposition en éléments propres, c'est cette évaluation qui fait l'objet de l'algorithme **TLS-ESPRIT** qui cherche une solution des moindres carrés consistant à rendre l'erreur qui est dans notre cas le bruit, orthogonal avec le sous espace signal.

#### 3.3.2. Méthode haute résolution TLS-ESPRIT

## 3.3.2.1. Principe d'estimation pour une antenne double (TLS-ESPRIT) dans un ULA [8]

On considère un réseau d'antenne linéaire uniforme de 2M capteurs constitué de deux sous antennes déduites l'une de l'autre par une translation de vecteur d. On suppose qu'au i<sup>eme</sup> capteur de la première sous antenne correspond par cette translation le i<sup>eme</sup> capteur de la seconde sous antenne. Soit  $X_1$ (t) et  $X_2$ (t) les vecteurs d'observation en sortie des deux sous réseaux d'antennes, comme dans (3.33).

$$X(t) = \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ A\Phi \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \end{bmatrix} = \widetilde{A}u(t) + \widetilde{n}(t).$$
(3.47)

Alors la matrice de covariance du réseau complet sera,

$$R_{XX} = E[X(t)X^{H}(t)] = \widetilde{A}R_{u}\widetilde{A}^{H} + \sigma^{2}\sum_{\widetilde{n}}$$
(3.48)

Où

$$\sum_{\widetilde{n}} = \begin{bmatrix} I_M & \widetilde{J}_1 \\ \widetilde{J}^H_1 & I_M \end{bmatrix}$$

Puisque  $\widetilde{A}R_{\mu}\widetilde{A}^{H}$  est de rang K, les valeurs propres de  $R_{\chi\chi}$  peuvent être représentées comme  $\lambda_{1} \geq \lambda_{2} \geq ... \geq \lambda_{K} > \lambda_{K+1} = ... = \lambda_{2M} = \sigma^{2}$ .

Les vecteurs propres associés aux valeurs propres de  $R_{\rm XX}\,$  obéissent a la relation suivante,

$$R_{XX}e_i=\lambda_i\sum_{\widetilde{n}}e_i$$

ОÙ

$$\widetilde{a}^{H}(\omega_{k})e_{i} = 0, k = 1, 2, \dots, K, i = K + 1, K + 2, \dots, 2M$$

Où  $\widetilde{a}(\omega_k), k = 1, 2, ..., K$ , sont les *K* vecteurs de colonne de  $\widetilde{A}$ .

D'une manière équivalente,  $e_1, e_2, \dots e_K$  sont orthogonaux au même sous espace orthogonal au vecteurs de colonne de  $\widetilde{A}$  signifiant,

$$\left[e_{1}, e_{2}, ..., e_{K}\right] = \widetilde{A}C \tag{3.49}$$

Où C est une certaine matrice non singulière de  $K \times K$ .

Définissons deux matrices de  $(M \times K)$ et par la décomposition de (3.80),

Ainsi,

 $\begin{bmatrix} e_1, e_2, \ldots, e_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}$ 

 $E_x = AC$ ,  $E_y = ABC$ 

Puis

et

$$\begin{bmatrix} E_x & E_y \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} C & BC \end{bmatrix}$$
(3.51)

Ce qui donne,

$$Exy \equiv \begin{bmatrix} E_x^H \\ E_y^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x & E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^H \\ C^H B^H \end{bmatrix} A^H A \begin{bmatrix} C & BC \end{bmatrix}$$
(3.52)

 $E_{xy}$  est hermitienne et non négatif et est de rang K. Ainsi  $E_{xy}$  à la représentation suivante,



(3.50)



où  $l_i > 0$  et  $VV^H = I_M$ .

Dans la formulation de TLS- ESPRIT, la prochaine étape consiste à trouver une matrice  $W(2K \times K)$  tel que,

$$\begin{bmatrix} E_x & E_y \end{bmatrix} W = 0. \tag{3.54}$$

Dans ce cas nous avons,

$$A\begin{bmatrix} C & BC \end{bmatrix} W = 0. \tag{3.55}$$

Puisque la dimension de A est  $(M \times K)$  et de rang K, (3.55) est équivalent à,

$$\begin{bmatrix} C & BC \end{bmatrix} W = 0. \tag{3.56}$$

De nouveau, partitionnons W comme,

$$W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix}$$
(3.57)

Où  $W_1$  et  $W_2$  sont deux matrices de  $(K \times K)$ , et donc (3.56) s'écrit,

$$\begin{bmatrix} C & BC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} = CW_1 + BCW_2 = 0$$

Оù

$$-W_1 W_2^{-1} = C^{-1} B C (3.58)$$

Ainsi, n'importe quelle matrice *W* satisfaisant (3.54) à la propriété intéressante, est que les valeurs propres de la matrice  $-W_1W_2^{-1}$ générées par la partition de (3.57), sont données par  $e^{-j\omega_k}$ , k = 1, 2, ..., K., alors les angles d'arrivées sont obtenues directement.

Pour compléter cette analyse, il faut trouver la matrice W tel que,

$$E_{xy} v_i = l_i v_i = 0, \ K + 1 < i \le 2K$$
(3.59)

où  $v_i$  représente le  $i^{eme}$  vecteur colonne de V. Puisque  $\begin{bmatrix} E_x & E_y \end{bmatrix}$  est également de rang K (3.53), (3.59) se réduit à,

$$\begin{bmatrix} E_x & E_y \end{bmatrix} v_i = 0, \ K + 1 < i \le 2K \tag{3.60}$$

Ainsi la matrice W désiré est donné par,

$$W = \begin{bmatrix} v_{K+1}, v_{K+2}, \dots, v_{2K} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} V_{12} \\ V_{22} \end{bmatrix}$$
(3.61)

Et les valeurs propres  $\Gamma = [\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, ..., \hat{\lambda}_k]$  de  $-V_{12}V_{22}^{-1}$  donne l'estimation de l'angle d'arrivé  $\theta_{\kappa}$  pour chaque source et elle est donnée par,

$$\theta_{k} = \arcsin\left(\frac{\arg(\Gamma)}{2\pi d/\lambda}\right)$$
(3.62)

## 3.3.2.2. Principe d'estimation pour une antenne double (TLS-ESPRIT) dans un réseau en L

On considère un réseau d'antenne linéaire uniforme de 2M capteurs constitué de deux sous antennes déduites l'une de l'autre par une translation de vecteur d. On suppose qu'au i<sup>eme</sup> capteur de la première sous antenne correspond par cette translation le i<sup>eme</sup> capteur de la seconde sous antenne. Soit  $X_{z1}$  (t) et le  $X_{z2}$  (t) les vecteurs d'observation en sortie de es deux sous réseaux d'antennes comme dans (3.33) :

$$X_{z}(t) = \begin{bmatrix} X_{z1}(t) \\ Xz_{2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{z} \\ A_{z}\Psi_{z} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} n_{z1}(t) \\ n_{z2}(t) \end{bmatrix} = \widetilde{A}_{z}u_{z}(t) + \widetilde{n}_{z}(t).$$

Alors la matrice de covariance du réseau complet sera,

$$Rzz = E\left[X_{z}(t)X_{z}^{H}(t)\right] = \widetilde{A}R_{u}\widetilde{A}^{H} + \sigma^{2}\sum_{\widetilde{n}z}$$

$$\sum_{\widetilde{n}z} = \begin{bmatrix}I_{M} & \widetilde{J}_{1}\\\widetilde{J}^{H}_{1} & I_{M}\end{bmatrix}$$
(3.63)

Puisque  $\widetilde{A}R_{u}\widetilde{A}^{H}$  est de rang K, les valeurs propres généralisées de  $R_{zz}$  peuvent être représentées comme  $\lambda_{z1} \ge \lambda_{z2} \ge ... \ge \lambda_{zK} > \lambda_{zK+1} = ... = \lambda_{z2M} = \sigma^{2}$ .

Les vecteurs propres associés aux valeurs propres de  $R_{zz}$  obéissent a la relation suivante,

$$R_{zz}e_i=\lambda_{z_i}\sum_{\widetilde{n}z_i}e_i$$

ОÙ

Оù

$$\tilde{a}_{z}^{H}(\theta_{k},\phi_{k})e_{i}=0, k=1,2,...,K, i=K+1,K+2,...,2M$$

Où  $\widetilde{a}_{z}(\theta_{k},\phi_{k}), k = 1, 2, ..., K$ , sont les *K* vecteurs de colonne de  $\widetilde{A}_{z}$ .

D'une manière équivalente,  $e_1$ ,  $e_2$ , ... $e_K$  sont orthogonaux au même sous espace orthogonal au vecteurs de colonne de  $\tilde{A}_z$  signifiant,



Les méthodes hautes résolution de détection de signaux multiples

#### **Chapitre 2**

$$\left[e_1, e_2, \dots, e_K\right] = \widetilde{A}_z C z \tag{3.64}$$

où  $C_{\mathcal{Z}}$  est une certaine matrice non singulière de  $K \times K$ .

Définissons deux matrices de  $(M \times K)$ et par la décomposition de (3.64) Ainsi,

$$\begin{bmatrix} e_1, e_2, \ldots, e_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ez_x \\ Ez_y \end{bmatrix}$$

Aussi,

$$Ez_{x} = A_{z}Cz, \quad Ez_{y} = A_{z}BzCz \tag{3.65}$$

Et

$$\left[Ez_{x} \quad Ez_{y}\right] = A_{z}\left[Cz \quad BzCz\right] \tag{3.66}$$

Ce qui donne,

$$E_{Zxy} \equiv \begin{bmatrix} Ez_x^H \\ Ez_y^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ez_x & Ez_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cz^H \\ Cz^H Bz^H \end{bmatrix} A_z^H A_z \begin{bmatrix} Cz & BzCz \end{bmatrix}$$
(3.67)

 $Ez_{xy}$  est hermitienne et non négatif et est de rang K. Ainsi  $Ez_{xy}$  à la représentation suivante,

$$Ez_{xy} = V_z \begin{bmatrix} l_1 & & & & 0 \\ & l_2 & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & l_K & & \\ & & & 0 & & \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix} V_z^H$$
(3.68)

Où  $l_i > 0$  et  $V_z V_z^H = I_M$ .

Dans la formulation de TLS- ESPRIT, l'étape suivante consiste de trouver une matrice  $W_z(2K \times K)$  telle que,

$$[Ez_{x} \quad Ez_{y}]W_{z} = 0. (3.69)$$

Dans ce cas nous avons,

$$A_z \begin{bmatrix} Cz & BzCz \end{bmatrix} W_z = 0. \tag{3.70}$$

Puisque la dimension de  $A_z$  est  $(M \times K)$  et de rang K, (3.70) est équivalent à,

$$\begin{bmatrix} Cz & BzCz \end{bmatrix} W_z = 0. \tag{3.71}$$

de nouveau, partitionnons  $W_z$  comme,

$$W_z = \begin{bmatrix} W_{z1} \\ W_{z2} \end{bmatrix}$$
(3.72)



Où  $W_{z1}$  et  $W_{z2}$  sont deux matrices de  $(K \times K)$ . Alors (3.71) s'écrit,

$$\begin{bmatrix} Cz & BzCz \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{z1} \\ W_{z2} \end{bmatrix} = CzW_{z1} + BzCzW_{z2} = 0$$
$$-W_{z1}W_{z2}^{-1} = Cz^{-1}BzCz \qquad (3.73)$$

Оù

$$-W_{z1}W_{z2}^{-1} = Cz^{-1}BzCz (3.73)$$

Ainsi, n'importe quelle matrice  $W_z$  satisfaisant (3.69) à la propriété intéressante, est que les valeurs propres de la matrice  $-W_1W_2^{-1}$  générées par la partition en (3.72), sont données par  $e^{-j\omega_k}$ , k = 1, 2, ..., K. alors les angles d'arrivée en élévation des différentes sources sont obtenues directement.

Pour compléter cette analyse, il faut trouver la matrice  $W_z$  telle que,

$$E_{z_{xy}} v_{z_i} = l_i v_{z_i} = 0, \ K + 1 < i \le 2K$$
(3.74)

Où  $vz_i$  représente le  $i^{eme}$  vecteur de colonne de  $V_z$  . Puisque  $[Ez_x \ Ez_y]$  est également de rang K (3.67), (3.74) se réduit à,

$$[Ez_{x} Ez_{y}]vz_{i} = 0, K+1 < i \le 2K$$
(3.75)

Ainsi la matrice  $W_z$  désiré est donné par,

$$W_{z} = \begin{bmatrix} vz_{K+1}, vz_{K+2}, \dots, vz_{2K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{z12} \\ V_{z22} \end{bmatrix}$$
(3.76)

Et les valeurs propres  $\Gamma_z = [\hat{\lambda}_{z1}, \hat{\lambda}_{z2}, ..., \hat{\lambda}_{zk}]$  de  $-V_{z12} V_{z22}^{-1}$  donne l'estimation de l'angle d'arrivé en élévation  $\theta_{\kappa}$  pour chaque source est donnée par,

$$\theta_{k} = \arcsin\left(\frac{\arg(\Gamma_{z})}{2\pi d/\lambda}\right)$$
(3.77)

Avec la même procédure et en suivant les mêmes étapes pour l'estimation de l'angle d'arrivée en élévation sur l'axe Z, on estime l'angle d'arrivée en azimut  $\Phi_k$  de la K<sup>eme</sup> source sur l'axe X, à partir de la matrice  $W_x$  telle que,

$$W_{x} = \begin{bmatrix} vx_{K+1}, vx_{K+2}, \dots, vx_{2K} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} V_{x12} \\ V_{x22} \end{bmatrix}$$
(3.78)

Et les valeurs propres  $\Gamma_x = [\hat{\lambda}_{x1}, \hat{\lambda}_{x2}, ..., \hat{\lambda}_{xk}]$  de  $-V_{x12} V_{x22}^{-1}$  donne l'estimation de l'angle d'arrivée en azimut  $\Phi_k$  pour chaque source est donné par,

$$\Phi_{k} = \arccos\left(\frac{\arg(\Gamma_{x})}{2\pi d \cos(\theta_{k})/\lambda}\right)$$
(3.79)



Bien que TLS-esprit soit supérieur dans son exécution comparée à ESPRIT, mais beaucoup plus complexe que ce dernier. [8] [10]

#### 3.4. Conclusion

On a présenté dans ce chapitre, le model du signal reçu par le réseau d'antenne et ceci pour deux géométries de réseaux : linéaire uniforme ULA, uniforme sous forme de L, ainsi que les méthodes hautes résolution basées sur la décomposition en sous espaces pour l'estimation de la DOA en 1D et en 2D: ESPRIT et TLS-ESPRIT.

Ces dernières sont basées sur l'estimation de la matrice de covariance pour estimer la DOA. Cependant, le but de notre travail est la poursuite des cibles mobiles en termes de direction d'arrivée DOAs des signaux émis par ces cibles, pour cela, on présentera dans le chapitre suivant des algorithmes récursifs de poursuite du sous espace signal PAST, OPAST basés sur l'estimation séquentielle des vecteurs propres et des valeurs propres qui vont être par la suite utilisés par les méthodes des sous espaces décrites dans ce chapitre.





### Chapitre 4

## Méthodes de poursuite des sous espaces d'approximation de projection

#### 4.1. Introduction

L'intérêt des méthodes du sous espace vient du fait qu'elles consistent à diviser les observations dans un ensemble de composantes désirées et composantes perturbantes, pouvant être vu en terme de sous espaces signal et sous espace bruit respectivement.

La poursuite du sous espace est un processus d'estimation continu des composantes principales, pour cela cette dernière, peut être considéré comme une analyse de composante principale PCA. Les principales composantes correspondent au sous espace signal et les composantes correspondent au sous espace bruit ou bien les deux types de composantes peuvent être poursuivis dépendant de l'application.

Les techniques du sous-espace jouent un rôle fondamental en estimation statistique et en traitement d'antennes. En effet, ces techniques sont largement utilisées dans des applications telles que la compression de données, l'identification de système, le filtrage, l'estimation de paramètres, et la reconnaissance des formes. Dans les quelques années passées, de nombreux algorithmes ont été proposés pour l'estimation et la poursuite du sous-espace principal, (voir [12]-[13]). En particulier, la méthode Oja [14] a reçue une considération spéciale et a été utilisée dans certaines applications réelles [15].

Il a été établi dans **[16]** que la méthode Oja peut être vue comme une technique de gradient approximée pour la minimisation d'une certaine fonction d'erreur quadratique moyenne (EQM). Suite à cette méthode de gradient approximé, d'autres méthodes plus rapides d'estimation et de poursuite du sous-espace principal ont été développées. Parmi, les méthodes les plus robustes et les plus efficaces, nous trouvons la méthode PAST (Projection Approximation Subspace Tracking) proposée dans **[16]**.

La méthode PAST utilise la même fonction d'erreur quadratique moyenne que la méthode Oja plus une approximation simplificatrice dite `approximation de projection'. La



vitesse de convergence de la méthode PAST est en générale largement supérieure à celle de la méthode Oja.

Aussi, dans presque toutes les situations la méthode PAST converge vers une matrice orthogonale dont les vecteurs colonnes génèrent le sous-espace principal. Cependant dans certains cas particuliers, elle peut avoir un comportement oscillatoire et ne pas converger (voir **[13]** pour plus de détails).

Pour résoudre ce problème (i.e., assurer la convergence globale de la méthode) et, plus important, pour garantir l'orthogonalité de la matrice de poids à chaque itération, nous présentons ici la méthode **PAST** orthogonale (algorithme **OPAST**). Aussi, l'algorithme **OPAST** converge aussi rapidement (parfois même plus rapidement) que l'algorithme **PAST** original.

4.2. L'algorithme de projection approximation de la poursuite de sous espace et son extension.

#### 4.2.1. L'algorithme PAST

L'objectif de cet algorithme est de minimiser le critère linéaire PCA, qui est une fonction scalaire nécessitant une matrice *W* cette matrice contiendra les composantes principales correspondantes aux plus larges valeurs propres quand la fonction est minimisée. Ce qui est la raison pour laquelle la fonction peut être appliquée aux problèmes de recherche des principales composantes. Malheureusement elle a un important inconvénient. Cette fonction a plusieurs minimums locaux où W doit contenir des composantes principales non ordonnées, i.e. les principales composantes ne correspondent pas nécessairement aux plus larges valeurs propres. Ceci est un problème, puisque la fonction est inapproprié pour les algorithmes adaptatifs nécessitant une minimisation, il ya toujours un risque que l'algorithme puisse converger vers n'importent quels minimas locaux.

Dans le but de résoudre ce problème, YANG représente le critère linéaire PCA par quelques approximations. Le résultat est une nouvelles fonction quadratique en W et ainsi ayant un seul minimum. La fonction cout a un autre avantage similaire à celle utilisé dans l'algorithme RLS avec pesée exponentielle, rendant l'algorithme plus attractive pour des critères de minimisation adaptative.

Dans **[17]**, Yang propose l'algorithme PAST pour la poursuite des principales composantes, i.e. les vecteurs propres de la matrice de corrélation de la donnée reçu.



La déviation de PAST commence avec la définition de la fonction coût scalaire J(W(n)), aussi dénoté par le critère linéaire d'analyse de la composante principale.

$$J(W(n)) = E\left\{ \left\| x(n) - W(n)W(n)^{H} x(n) \right\|^{2} \right\}$$
(4.1)

Avec l'argument  $W(n) \in C^{mxr}$  (r < m) et le vecteur de donnée  $x(n) \in C^{mx1}$ . La surface d'erreur de cette fonction possède plusieurs minimas locaux et un minimum global. Au minimum local on a  $W(n) = U_r Q_1$  avec n'importe quel sous ensemble de vecteurs propres<sup>1</sup> de  $R_{xx} = E\{x(n)x^H(n)\}$  dans  $U_r \in C^{mxr}$ . La matrice  $Q_1 \in C^{rxr}$  est une matrice unitaire arbitraire. Quand J(W(n)) atteint son minimum global,  $U_r$  ne contiendrait pas juste les vecteurs propres, mais contiendrait les r dominants vecteurs propres. La preuve est reportée dans **[17]**. La fonction coût peut être minimisée par l'application de la technique du gradient descente ou n'importe quelle variante de moindres carrées récursive. Ici on applique l'algorithme RLS. Ceci est possible quand la fonction coût est réécrite sous la forme suivante

$$J'(W(n)) = \sum_{i=1}^{n} \beta^{n-i} \left\| x(i) - W(n)W(n)^{H} x(i) \right\|^{2}$$
(4.2)

Où l'opérateur d'espérance a été remplacé par un facteur de pesée exponentiel somme avec un facteur d'oublie  $\beta$ . Si le facteur d'oubli est égal à la valeur 1, tous les échantillons donnent le même poids et aucun oubli des données passées ne prendra place. Si d'un autre coté, le facteur d'oubli est choisi comme  $0 < \beta < 1$ , l'algorithme résultant peut être utilisé pour la poursuite changement non stationnaire dans les sources. On a, à réécrire la fonction coût (4.2) puisque c'est une fonction de quatrième ordre d'éléments. En approximant  $W^H(n)x(i)$  avec $W^H(i-1)x(i)$  on a alors, une autre fonction coût,

$$J''(W(n)) = \sum_{i=1}^{n} \beta^{n-i} \left\| x(i) - W(n) W^{H}(i-1) x(i) \right\|^{2}$$
(4.3)

Ou avec  $x'(i) = W^{H}(i-1)x(i)$ 

Chapitre 4

$$J''(W(n)) = \sum_{i=1}^{n} \beta^{n-i} \left\| x(i) - W(n) x'(i) \right\|^2$$
(4.4)

Cette fonction coût est quadratique et possède une forme similaire à la fonction coût de l'algorithme RLS, trouvée dans **[18]**. La seule différence est qu'ici le vecteur d'erreur e(n) est remplacé à la place de l'erreur scalaire e(n). Nous concluons, que nous pouvons approximativement minimiser la fonction coût originale J(W(n)) par utilisation du RLS avec signal d'entrée  $x'(n) = W^H(n-1)x(n)$  et comme signal désiré






for 
$$n = 1,2,...$$
  
 $x'(n) = W^{H}(n-1)x(n)$   
 $h(n) = P(n-1)x'(n)$   
 $g(n) = h(n)/(\beta + x'(n)^{H}h(n))$   
 $P(n) = \beta^{-1}tri\{P(n-1) - g(n)h(n)^{H}\}$   
 $e(n) = x(n) - W(n-1)x'(n)$   
 $W(n) = W(n-1) + e(n)g(n)^{H}$   
end

Dans les équations, h(n) et g(n) sont variables, utilisées dans un calcul intermédiaire du RLS. La notation tri{.} signifie que, seule la partie triangulaire supérieure de l'argument est calculée et son transposé est recopié à la partie triangulaire inférieure, ainsi rendant  $P(n) \approx R_{xx}^{-1}(n)$  symétrique. L'algorithme ne requiert aucune inversion matricielle, par conséquent l'opération la plus compliquée est la division par un scalaire.

Il est important de noter, que lorsque PAST converge, W ne contient pas les vecteurs propres de la matrice de corrélation. Ceci car la fonction coût est non uniquement déterminée quand la fonction coût est minimisée. Le produit WW<sup>H</sup>, d'une autre manière, est unique et est égal à la matrice de projection du sous espace signal.

#### 4.2.2. L'algorithme OPAST

L'algorithme **OPAST** est une médication de l'algorithme **PAST** où la matrice de poids W(i) est forcée à être orthonormale à chaque itération.

Où (Annexe A1)

$$\mathbf{p}'(i) = \tau(i)\mathbf{W}(i-1)\mathbf{q}(i) + (1+\tau(i)\|\mathbf{q}(i)\|^2)\mathbf{p}(i).$$
(4.11)

L'algorithme **OPAST** se résume donc comme suit:



Chapitre 4





$$\begin{split} W(i) &= W(i-1) + p'(i)q^{H}(i) \\ q(i) &= \frac{1}{\alpha} Z(i-1)y(i) \\ y(i) &= W^{H}(i-1)r(i) \\ \gamma(i) &= \frac{1}{1 + y^{H}(i)q(i)} \\ p(i) &= \gamma(i)(r(i) - W(i-1)y(i)) \\ \tau(i) &= \frac{1}{\|q(i)\|^{2}} (\frac{1}{\sqrt{1 + \|p(i)\|^{2} \|q(i)\|^{2}}} - 1) \\ p'(i) &= \tau(i)W(i-1)q(i) + (1 + \tau(i)\|q(i)\|^{2})p(i) \\ Z(i) &= \frac{1}{\alpha} Z(i-1) - \gamma(i)q(i)q^{H}(i) \end{split}$$

#### 4.2.2.1. Evaluation de Performance

Ci-dessous une brève comparaison des performances du **PAST** et de **l'OPAST**. L'évaluation de performance porte sur l'erreur d'estimation et la (vitesse de) convergence, des 2 algorithmes considères.

#### 4.2.2.1.1. Erreur d'estimation

L'erreur sur l'estimation du sous espace qui est sensiblement la même pour les 2 algorithmes (voir les résultats de simutation). Pour les premières itérations de l'algorithme nous avons observé que l'**OPAST** peut converger plus rapidement que le **PAST** selon le choix du point initial de l'algorithme.

#### 4.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons élaboré l'algorithme de poursuite de sous espace d'approximation de projection PAST, et la version orthogonale rapide de l'algorithme **PAST** (**OPAST**), L'algorithme proposé (**OPAST**) garantie l'orthogonalité exacte de la matrice de poids a chaque itération. L'algorithme **OPAST** est stable et converge globalement (avec une vitesse de convergence exponentielle) vers la solution exacte. Ont été aussi présentés et décrits. Dans le chapitre qui suit, ces algorithmes d'estimation récursive de la matrice de covariance, seront utilisés pour l'estimation des valeurs propres les plus dominants, servant comme entrée aux méthodes hautes résolution pour l'estimation des DOAs, en une dimension et deux dimensions, et avec différentes géométries de réseaux d'antennes.



### Chapitre 5

# Simulations des Méthodes et Interprétations des Résultats

#### 5.1. Introduction

Dans ce chapitre, plusieurs cas de simulations ont été testées, basées sur la théorie décrite dans les chapitres précédents pour la poursuite de cibles par les algorithmes PAST et OPAST. L'analyse est basée aussi sur la nature de la trajectoire des différentes cibles. Ainsi, on a supposé un mouvement lent, rapide et très rapide, ceci afin de tester la robustesse des algorithmes de poursuite. Différentes méthodes haute résolution sont appliquée pour l'estimation de la DOA, ces méthodes sont basées sur la décomposition en sous espaces telles que ESPRIT, TLS\_ESPRIT.

Ces algorithmes d'estimation récursive de la matrice de covariance suivies des méthodes HR pour l'estimation de la DOA, seront appliquées pour différents type de réseaux, 1D dans le cas d'un 'ULA' réseau linéaire uniforme, et 2D dans le cas d'un réseau en forme de L.

#### 5.2. L'objet de la simulation

La simulation telle qu'elle est définie généralement est un outil de prédiction permettant d'étudier et d'analyser le comportement des systèmes complexes afin de prendre des décisions de façon plus objective et scientifique. En simulation, le système est modélisé par un ensemble de structures de données interconnectées et un ensemble de procédures qui opèrent sur ces structures définissant ainsi la dynamique du système.

L'évolution des performances du système est prise d'après son quantitatif c'est-à-dire, lié à démontrer les propriétés du comportement du système, ainsi que sa compréhension à partir de son aspect fonctionnel.



Figure 5.1 Schéma du principe de la modélisation

#### 5.3. Structure du programme principal

Cette partie présente de différentes combinaisons entre algorithmes de poursuite consacrés à l'estimation de la matrice de covariance, les algorithmes d'estimation de la DOA et la configuration du réseau. Il faut noter que la distance inter éléments est  $d=\lambda/2$ , et que le nombre d'antennes est N=8 et N=16.

On commencera par présenter la structure du programme principal puis, on développera ses éléments constituants.

Les différentes phases pour la poursuite selon la combinaison choisie,

- Écriture de la trajectoire de la DOA selon un mouvement lent, rapide ou très rapide avec valeurs initiales.
- 4 Déclaration du sous espace signal et sous espace bruit ainsi que le vecteur de directivité.
  - Selon l'algorithme d'estimation de la DOA, le système peut être augmenté comme dans le cas de TLS esprit.
  - Selon la configuration du réseau l'écriture du vecteur de directivité change d'une dimension à une autre ou d'une configuration à une autre.
- Procedure PAST, OPAST.
- Prendre les r valeurs propres, ou comme on les appelle, les r composantes principales estimées de la matrice de covariance, les méthodes HR pourront alors entreprendre l'estimation de la DOA, en 1D ou 2D selon le type de réseau utilisé.
- Enfin le calcul du bais et de la variance, interviennent pour mieux analyser la poursuite selon le nombre d'échantillon et cela pour un certain nombre de simulation T donné. Le biais est donné par,

$$E[\hat{\theta} - \theta] = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T} \left( \hat{\theta}_i - \theta_i \right)$$

Où  $\hat{\theta}$  est l'angle estimé d'arrivée,  $\theta$  est la vraie valeur de cet angle,  $E(\hat{\theta})$  est la valeur moyenne des estimations et T est le nombre de simulation.

#### Exemples

Algorithme PAST Déclaration de la DOA Déclaration du signal = sous espace signal+sous espace bruit Vecteur de directivité for n = 1, 2, ... $x'(n) = W^{H}(n-1)x_{1,D,2,D}(n)$ h(n) = P(n-1)x'(n) $g(n) = h(n) / \left(\beta + x'(n)^{H} h(n)\right)$  $P(n) = \beta^{-1} tri \{ P(n-1) - g(n)h(n)^{H} \}$ e(n) = x(n) - W(n-1)x'(n) $W(n) = W(n-1) + e(n)g(n)^{H}$ Estimation des DOAs par ESPRIT 1. Utiliser les K vecteurs propres à partir du sous espace signal estimé  $V = \begin{bmatrix} W_1, W_2, \dots, W_K \end{bmatrix}$ 2. Les grandes valeurs propres correspondent aux signaux et les petites valeurs propres correspondent aux bruits. 3. Calcul de la puissance des pics  $P_{Music}(\omega) = \frac{1}{a(\omega)VV^{H}a(\omega)^{H}}$ 4. Extraire les DOAs de chaque cible à partir des puissances maximales des pics 5. Calcul du biais

Algorithme OPAST

for 
$$n = 1, 2, ...$$
  
 $x_1(n) = x(n)$   
for  $i = 1, 2, ..., K$   
 $W(i) = W(i-1) + p'(i)q^H(i)$   
 $q(i) = \frac{1}{\alpha}Z(i-1)y(i)$   
 $y(i) = W^H(i-1)r(i)$   
 $\gamma(i) = \frac{1}{1 + y^H(i)q(i)}$   
 $p(i) = \gamma(i)(r(i)-W(i-1)y(i))$   
 $\tau$   $(i) = \frac{1}{\|q(i)\|^2}(\frac{1}{\sqrt{1+\|p(i)\|^2 \|q(i)\|^2}} - 1)$   
 $p'(i) = \tau(i)W(i-1)q(i) + (1 + \tau(i) \|q(i)\|^2)p(i)$   
 $Z(i) = \frac{1}{\alpha}Z(i-1) - \gamma(i)q(i)q^H(i)$   
end

Estimation des DOAs par TLS-ESPRIT

- 1. Utiliser les K vecteurs propres à partir du sous espace signal estimé i.e.  $E_s = W(n)$
- 2. Décomposer  $E_s$  en  $\hat{E}_{s1}$  et  $\hat{E}_{s2}$  en utilisant

$$\begin{aligned} \widehat{E}_{s1} &= \left[ \begin{array}{cc} \widetilde{J} & 0_{m \times K} \end{array} \right] E_s \\ \widehat{E}_{s2} &= \left[ \begin{array}{cc} 0_{m \times K} & \widetilde{J} \end{array} \right] E_s \end{aligned}$$

3. Calculer la décomposition en valeurs propres

$$\Omega = \begin{bmatrix} \hat{E}_{s1}^{H} \\ \hat{E}_{s2}^{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{E}_{s1} & \hat{E}_{s2} \end{bmatrix}$$
$$\Omega = X\Lambda X^{H}$$

Ou

4. Partitionner X en K x K sous matrices

$$X \equiv \left[ \begin{array}{cc} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{array} \right]$$

5. Estimer les directions d'arrivées à partir des valeurs propres de

$$\Psi = (-E_{11}E_{22}^{-1})$$

6. Calcul du biais

#### 5.4. Réseau linéaire pour la poursuite

#### 5.4.1. L'algorithme PAST avec réseau linéaire

Les figures ci-dessous représentent les DOAs de trois cibles variables en fonction du temps en fonction (30s échantillonné en 3000 échantillons) pour un nombre d'antennes N=8et N=16 en utilisant l'algorithme de poursuite PAST avec les deux algorithmes d'estimation du sous espace signal : ESPRIT et TLS-ESPRIT.

#### a. ESPRIT

Nombres d'antennes N=8







b. TLS-ESPRIT



#### Nombres d'antennes N=8



Nombres d'antennes N=16



#### Interprétation PAST avec ESPRIT et TLS-ESPRIT

Les figures ci-dessus, montrent qu'on a une bonne poursuite des méthodes ESPRET et TLS-ESPRET, notamment lors de l'augmentation du nombre d'antenne de 8 à 16 dans le réseau, pour des mouvements rapides en terme de biais. Le cas du mouvement lent pose un problème dû au rapprochement des cibles.

#### 5.4.2. L'algorithme OPAST réseau linéaire

#### a. ESPRIT

Nombres d'antennes N=8





Nombres d'antennes N=16





#### b. TLS-ESPRIT

Nombres d'antennes N=8



Mouvement très rapide - Mouvement assez lent - Mouvement rapide

#### Interprétation OPAST avec ESPRIT et TLS-ESPRIT

L'algorithme OPAST présente de meilleures performances de poursuite, la convergence est plus rapide avec TLS-ESPRIT, présentant une meilleure stabilité et un plus faible biais. TLS-ESPRIT donne une très bonne qualité de poursuite quand le réseau d'antenne devient plus large surtout pour les cas où les mouvements des cibles deviennent rapides et brusque.

#### 5.5. Réseau en L

Dans cette partie, des simulations seront analysées par les algorithmes ESPRIT et TLS ESPRIT avec un réseau en L selon le chapitre 3. Afin de tester les performances de ces estimateurs dans le cas de la poursuite en deux dimensions. En considérant un réseau en forme de L, tel que chacun de ses axes X et Z contient N= 8 et d'autre cas N=16 antennes avec un espace d égale à  $\lambda/2$ représentant la distance inter-éléments des deux axes.

#### 5.5.1. L'algorithme PAST réseau en L

#### a. ESPRIT









2000

2500

3000





#### Interprétation de PAST avec ESPRIT avec réseau en L

Pour les trois cas de mouvement, on remarque que l'estimation des DOAs en élévation et en azimut, présente une bonne convergence, et un bais très faible, malgré une poursuite rapide ou une variation brusque, la convergence est rapide. La poursuite reste stable.

#### b. TLS-ESPRIT





Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

#### Interprétation PAST- TLS ESPRIT réseau en L

La convergence est nettement plus rapide avec TLS ESPRIT qu'avec ESPRIT dans le cas de la poursuite de l'élévation. Le biais est plus faible, alors que dans le cas de l'azimut, il est dû au terme de couplage entre les deux angles présent dans le vecteur de directivité. L'erreur est bornée, mais la poursuite est maintenue et par conséquent la stabilité.

#### 5.5.2. L'algorithme OPAST réseau en L

#### a. ESPRIT

















Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

#### Interprétation de OPAST avec ESPRIT et un réseau en L

Les graphes montrent que l'algorithme de poursuite OPAST avec ESPRIT donne un résultat meilleur d'estimation des DOAs en azimut et en élévation dans le cas rectiligne, ou même pour des mouvements non stationnaires, avec quelques pics d'oscillations dans le cas d'estimation des DOAs en élévation et ceci est dû à la faible séparation entre les sources. Ce fait, traduit le point faible de l'estimateur Esprit, pour l'estimation de DOAS variables de cibles proches.

#### b. TLS-ESPRIT















Tracés de courbes représentant la poursuite selon l'azimut et l'élévation selon différentes trajectoires

#### Interprétation de OPAST avec TLS ESPRIT réseau en L

La même interprétation peut être faite encore ici que précédemment, notamment pour des DOAs proches, représentant l'influence du rapprochement des cibles sur l'estimateur. Autrement, dans le cas de l'azimut l'erreur est faible et la poursuite est rapide pour des mouvements toujours non stationnaires.

#### 5.5. Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté des simulations des algorithmes de poursuite PAST, OPAST basés sur les méthodes HR ESPRIT et TLS-ESPRIT, pour deux géométrie de réseaux : ULA, L et on a interprété chaque simulation dans le but de vérifier la performance de ces algorithmes.

Et effectivement, on a pu vérifier à l'aide de ce grand nombre de simulations, que ces algorithmes permettent de faire la poursuite des cibles mobiles lors des changements brusques des mouvements rapides et lents, certains ne donnent pas de résultats satisfaisants mais l'ensemble est acceptable. Erreur et vitesse de convergence

Plot(sqrt((x\_xest).^2))



### **Conclusion Générale**

Le problème de la poursuite du sous-espace par les algorithmes PAST, OPAST, a été étudié, pour la poursuite de DOAs variables au cours du temps, les méthodes hautes résolution ESPRIT et TLS-ESPRIT, 1D à base de réseau ULA et 2D à base de réseau en forme de L, ont été étudiés. Différentes situations ont été testées en analysant des mouvements lents, rapide et à changement brusque, en azimut et en élévation selon la géométrie considérée, avec différent nombre d'antennes. Enfin, on a constaté qu'OPAST présentait une meilleure stabilité de la poursuite et un bais plus faible que PAST. Ceci est dû à sa propriété, assurant l'orthogonalité au niveau de chaque itération.

Pour les estimateurs de DOAs, TLS-ESPRIT présente une vitesse de convergence plus rapide qu'ESPRIT. Les deux algorithmes d'estimation présentent, quand il s'agit de DOAs à 2D une erreur plus importante mais toujours bornée, notamment de l'azimut dû au terme de couplage entre azimut et élévation présent dans le vecteur de direction.

pers

L'application est très vaste, de la poursuite ainsi que de l'estimation. Ce même travaille peut être étendu en considérant une dimension plus importante, ceci en incorporant l'estimation du retard JADE 3D, ou la fréquence JAFE 3D, avec d'autres types de configuration de réseaux. Le problème de rejection d'interférences peut être aussi considéré, en combinant d'algorithmes de poursuite et d'annulation d'interférences en faisant appel par exemple à l'algorithme SLS ou GSC pour l'annulation des lobes secondaires ou sa version généralisée, ce qui le cas du problème de la nouvelle génération des radio Télescopes, basés sur les technologies connues sous le nom de ' Phased array'.





### **Perspectives**

L'application est très vaste, de la poursuite ainsi que de l'estimation. Ce même travaille peut être étendu en considérant une dimension plus importante, ceci en incorporant l'estimation du retard JADE 3D, ou la fréquence JAFE 3D, avec d'autres types de configuration de réseaux. Le problème de rejection d'interférences peut être aussi considéré, en combinant d'algorithmes de poursuite et d'annulation d'interférences en faisant appel par exemple à l'algorithme SLS ou GSC pour l'annulation des lobes secondaires ou sa version généralisée, ce qui le cas du problème de la nouvelle génération des radio Télescopes, basés sur les technologies connues sous le nom de ' Phased array'.



## Bibliographie

[1] Léo THOUREL : Calcul et conception des dispositifs en ondes centimétriques et millimétriques « les Antennes », Tome 02. Cepadus –Edition.

[2] Guillaume VILLEMAUD : « Cours d'antennes » 5éme année ingénieur du Département Génie Électrique.

[3] S.MEGUELATI: « Cours d'antennes » 4éme année ingénieur du Département d'aéronautique, Université de S.Dahlab.

[4] M MANSOURI, D. SAILILIA et F.Z DOUDOU « Estimation de la direction d'arrivée DOA des signaux par les méthodes ESPRIT et TLS », Dept Aero. Univ S.Dahlab. Juin2005

[5] B. ATROUZ, « Systèmes radar : Théories, techniques et Application » Ministère de la Défence National. Décembre 2007.

[6] PILLAI, Array signal processing Booklyn 1998

[7] HAARDT, M., Efficient One-, Two-, and Multidimensional High-Resolution Array Signal Processing, New York: Shaker Verlag, 1997.

 [8] ROY, R., and T. KAILILATH, "ESPRIT-Estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques," *IEEE Trans. on Acoust., Speech, Signal Processing*, Vol. 37, No.7, July 1989, pp. 984–995.

**[9] Ferid HARRABI, Hatem CHANGUEL and Ali GHARSALLAH.** "Estimation of 2D Direction of Arrival with Extended Correlation Matrix". Groupe d'éléctronique, laboratoire de physique de la matière molle, Faculty of sciences, Tunis, 2092, Tunisia. Publication: 24 May 2007.

**[10] HAARDT, M**. " 2D Unitary ESPRIT For Efficient 2D Parameter Estimation," *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing*, Vol. 3, May 9–12, 1995, pp. 2096–2099.

[11] Nizar Abedel-Hafeeth Mohammed Tayem, "Direction of arrival angle estimation for wireless communication system"

**[12] J.Karhunen, A.Hyvarinen, R.Vigaro, and E.Oja**. "Applications of Neural Blind Separation to Signal and Image Processing". In *Proc. 1997 IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP'97)*, 1997.

**[13] L. XU**. "Least Mean Square Error Reconstruction Principle for Self-Organizing Neural-Nets". *Neural Networks*, 6:627–648,1993.

[14] E.Oja, J.Karhunen, A.Hyvarinen, R.Vigaro, and J.Hurri. "Neural Independent Component Analysis - Approaches and Applications". In *Brain-Ilike Computing and Intelligent Information Systems (S.-I Amari and N. Kasabov (Eds.))*, pages 167–188, Springer-Verlag, Singapore, 1998.

[15] J.Hérault and B.Ans. « Circuits Neuronaux à Synapses Modifiables: Décodage de Messages Composites par Apprentissage non Supervisé ». *C.-R. de l'Académie des Sciences*, 299(III-13):525–528, 1984.

[16] J.Hérault, C.Jutten, and B.Ans. « Détection de Grandeurs Primitives dans un Message Composite Par une Architecture de Calcul Neuromimétique en Apprentissage non Supervisé ». In *Actes du Xéme colloque GRETSI*, pages 1017–1022, Nice, France, 1985.

**[17] B.Yang**. "Projection Approximation Subspace Tracking". *IEEE Transactions on Signal Processing*, 43:95–107, Jan 1995.

[18] S.Haykin. "Adaptive Filter Theory". Prentice Hall, 4th edition, 2002.

### ANNEXE

### A.1 Dérivation de (4.11)

Avec des notations informelles, on écrit

$$W(i) := W(i)(W^{H}(i)W(i))^{-1/2}$$
(A.1)

où  $(W^{H}(i)W(i))^{-1/2}$  désigne l'inverse d'une racine carré de  $(W^{H}(i)W(i))$ . Pour calculer cette dernière, nous utilisons l'équation de mise à jour de W(i). Grace au fait que W(i-1) est maintenant une matrice orthogonale, on obtient

$$W^{H}(i)W(i) = I + \|p(i)\|^{2} q(i)q^{H}(i)$$
  
= I + xx<sup>H</sup> (A.2)

où nous avons utilisé le fait que  $W^{H}(i-1)p(i)=0$ , l étant la matrice identité, et  $\mathbf{x} \stackrel{\text{def}}{=} \|p(i)\|q(i)$ . Ainsi

 $(W^{H}(i)W(i))^{-1/2} = (I + xx^{H})^{-1/2}$ 

Or

$$(I + xx^{H})^{-1/2} = I + \frac{1}{\|x\|^{2}} (\frac{1}{\sqrt{1 + \|x\|^{2}}} - 1)xx^{H}$$
  
= I +  $\Gamma(i)q(i)q^{H}(i)$  (A.3)

 $\label{eq:output} \begin{array}{lll} \mbox{Ou} & p'(i) = \ \tau(i) W(i\mbox{-}1) q(i) + (1 + \tau(i) \left\| q(i) \right\|^2) p(i). \end{array}$ 

Qui est le résultat désiré.

## CHAPITRE 1 :

•

,

## GENERALITES SUR LES ANTENNES ET LES RESEAUX D'ANTENNES

## CHAPITRE 2 :

Traitement d'antennes et détection des sources multiples

## CHAPITRE 3 :

## ESTIMATION DES PARAMETRES PAR LES METHODES DES SOUS ESPACES

## CHAPITRE 4 :

Méthodes de poursuite des sous espaces d'approximation de projection

## CHAPITRE 5 :

### Simulations des Méthodes et

## Interprétations des

Résultats