L. CHAMBADAL J.L. OVAERT

COURS DE MATHÉMATIQUES

2 algèbre II



gauthier - villars

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 1. — Polynômes à une indéterminée

1. Polynômes à une indéterminée 3
2. Fractions rationnelles à une indéterminée 7
3. Fonctions polynomiales et rationnelles. 10
4. Division euclidienne. Idéaux de polynômes 20
5. Décomposition en facteurs irréductibles 23
6. Applications de la théorie de la divisibilité 30
   1. Calcul du P. G. C. D. de deux polynômes 30
   2. Forme réduite d'une fraction rationnelle 32
   3. Parties principales des fractions rationnelles 34
7. Dérivation des polynômes et des fractions rationnelles 40
8. Étude locale des polynômes et des fractions rationnelles. 48
   1. Partie principale d'une fraction rationnelle en un point. 48
   2. Division suivant les puissances croissantes 51
   3. Formule de Taylor 54
9. Corps algébriquement clos 57
   1. Corps algébriquement clos 57
   2. Théorème fondamental de l'algèbre 61
   3. Polynômes et fractions rationnelles à coefficients réels ou complexes . . 63
10. Séries entières formelles 67
   1. Séries entières formelles. 67
   2. Exponentielle formelle 82
   3. Fonctions d'une variable entière 92

EXERCICES 95

CHAPITRE 2. — Polynômes à plusieurs indéterminées

1. Polynômes à une indéterminée à coefficients dans un anneau 134
   1. Polynômes. Fonctions polynomiales 134
   2. Idéaux de polynômes 136
   3. Décomposition en facteurs irréductibles 138
2. Polynômes et fractions rationnelles à plusieurs indéterminées 146
3. Fonctions polynomiales et rationnelles de plusieurs variables 156

4. Dérivation des polynômes et des fractions rationnelles 165
5. Polynômes et fractions rationnelles symétriques 176
1. Groupe symétrique 176
2. Signature d'une permutation 184
3. Polynômes et fractions rationnelles symétriques 191
6. Séries entières formelles à plusieurs indéterminées 207
1. Séries entières formelles. 207
2. Opérateurs de composition 222

EXERCICES 231

CHAPITRE 3. — Algèbre multilinéaire

1. Applications p-linéaires 258
1. Applications p-linéaires 258
2. Formes p-linéaires 263
3. Développement des applications p-linéaires 267
4. Développement des applications p-linéaires alternées 269
2. Déterminants 274
1. Déterminant de n vecteurs 274
2. Déterminant d'un endomorphisme. 277
3. Calculs de déterminants 282
1. Déterminants de matrices carrées remarquables 282
2. Développement d'un déterminant suivant une colonne, ou une ligne . . 284
3. Applications de la théorie des polynômes 287
4. Trace d'un endomorphisme 291
5. Notions sur le calcul tensoriel et sur le calcul extérieur. 295
1. Algèbre des formes multilinéaires 295
2. Algèbre des formes multilinéaires alternées 297
6. Algèbre multilinéaire sur un module 299

EXERCICES 303

CHAPITRE 4. — Équations linéaires

1. Rang d'une matrice 326
1. Rang d'une matrice 326
2. Matrices principales 327
3. Matrices équivalentes 329
4. Opérations élémentaires. 331
2. Équations linéaires 334
3. Exemples d'équations linéaires 340
4. Équations linéaires, en dimension finie. 347
5. Résolution des systèmes linéaires 352
1. Emploi des déterminants, dans le cas de Cramer. 352
2. Emploi des déterminants, dans le cas général. 353
3. Systèmes linéaires vectoriels 356
4. Méthode de substitution 358
5. Méthode d'addition 359
6. Recherche de l'inverse d'une matrice carrée 361

EXERCICES 363

CHAPITRE 5. — **Réduction des endomorphismes**

A. *Cas général* 389

1. Endomorphismes annulant un polynôme 389
   1. Décomposition du noyau d'un polynôme d'un endomorphisme 389
   2. Polynôme minimal d'un endomorphisme 393
2. Sous-espaces spectraux 396
3. Réduction des endomorphismes 401
   1. Endomorphismes scindés 401
   2. Endomorphismes diagonalisables 404
   3. Structure des sous-espaces vectoriels stables 407

B. *Cas de la dimension finie* 409

4. Réduction des endomorphismes, en dimension finie 409
   1. Conséquences de la théorie générale 409
   2. Polynôme caractéristique d'un endomorphisme 418
   3. Endomorphismes trigonalisables 421
   4. Réduction d'une famille commutative d'endomorphismes 427
   5. Décompositions additive et multiplicative d'un endomorphisme 430
5. Réduction des endomorphismes d'un espace vectoriel sur le corps des réels. . . 432
   1. Extension complexe d'un espace vectoriel sur le corps des réels 432
   2. Involution canonique d'une extension complexe 437
   3. Réduction des endomorphismes d'un espace vectoriel sur le corps des réels. 440
6. Réduction des matrices 445
7. Réduite de Jordan 452
8. Applications de la théorie de la réduction 463
   1. Équations aux différences finies linéaires à coefficients constants . . 463
   2. Équations différentielles linéaires à coefficients constants 470

EXERCICES 477