

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT D'AERONAUTIQUE

Mémoire du projet de Fin d'Etudes

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT EN
AERONAUTIQUE

OPTION : PROPULSION

Thème :

**SIMULATION NUMERIQUE
D'UN ECOULEMENT
SUPERSONIQUE EXTERNE**

Présenté par :

Mr. ADDA Mourad

Promoteur :

Mr. TAHI Ali

PROMOTION 2010

ملخص

في هذا العمل نقوم بدراسة تدفق فوق صوتي خارجي, لهذا الغرض طبقنا دراستنا على ثلاثة هندسيات مختلفة, الأولى عبارة عن معين الشكل, الثانية جناح دالتا والأخيرة عبارة عن صاروخ.

هذه الدراسة تبين قدرة البرامج كبرنامج Fluent على حل مشكلات التدفق فوق الصوتي, و أيضا تبين التطابق بين النتائج المحصل عليها عن طريق هذا البرنامج مع تلك المحصل عليها عن طريق النظريات, أولا قمنا بالمصادفة على النتائج المحصل عليها عن طريق برنامج Fluent مع تلك المحصل عليها عن طريق النظرية الأحادية الأبعاد.

ثم قمنا بتطبيق هذه الدراسة على الهندسيتين الأخيرتين. مع تبين تأثير حجم مجال الحساب و حجم الحل على النتائج المحصل عليها.

Résumé

Dans ce travail on a fait une étude sur un écoulement supersonique externe, pour ce fait on a effectué notre étude sur trois géométries différentes, la première est celle d'un profil losangique, la deuxième sur une aile Delta et enfin la troisième sur un missile.

Cette étude met en évidence la fiabilité des logiciels tels que le solveur Fluent à effectuer un calcul supersonique, ainsi que la concordance entre les résultats obtenus avec ce solveur et ceux de la théorie. D'abord on a validé les résultats de Fluent avec ceux de la théorie unidimensionnelle pour le cas du profil losangique. Ensuite, on a effectué le calcul pour les deux autres géométries. On a également vérifié l'influence de l'étendue du domaine de calcul ainsi que la taille du maillage sur la solution.

Abstract:

In this project we have studied an external supersonic flow. We have conducted our study on three different geometries. The first is a wedge, the second is a delta wing and the third is a missile.

This study highlights the reliability of the solver Fluent to perform supersonic computations. The numerical results have been compared with those of the 1D theory. First, we validated the obtained results with tables of shock waves. Then we applied the calculation for the two other geometries. We also examined the influence of the extent of the computing domain, as the size of the mesh on the solution.

REMERCIEMENTS

Je remercie Allah tout puissant de m'avoir donné la volonté et le courage de mener à bien ce travail.

A mon professeur, modèle et promoteur de thèse, Monsieur TAHI Ali, Vous me faite un grand honneur d'avoir accepté de diriger ce travail. Je vous remercie de m'avoir guidé dans ce travail avec rigueur et bienveillance.

Je remercie également tous ceux qui, tout au long de ces années d'étude, m'ont encadré, observé, aidé, conseillé et même supporté, et surtout à mes parents. Sans eux je ne serais jamais arrivé à ce stade.

Mes plus sincères remerciements vont également à Mr le président, et membres de jury pour l'intérêt qu'ils portent à mon projet.

Et enfin à tous mes collègues et camarades et à tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ce travail.

DEDICACES

A mes très chers parents Zoubir et Faiza, Aucun mot ne saurait décrire mon immense gratitude et ma profonde reconnaissance pour tous les sacrifices que vous avez consentis à mon égard, pour tous vos encouragements tout au long de mes années d'études, et pour la confiance que vous avez en moi.

A mon cher frère Hichem, et mes chères sœurs Hayet et Youssra, Les mots seuls ne sauraient exprimer tout l'amour et l'affection que je vous porte. Puisse Dieu, Tout Puissant, vous procurer santé et prospérité.

A mes très chers cousins Hafed, et Amine, à ma chère cousine Lamia, à toute ma famille Si petite qu'elle soit, mais si grande dans mon cœur. Merci.

A la mémoire de mon grand-père Salah, et à ma grand-mère Zakia, Elle a tant donné, sans jamais rien demander. DIEU la garde pour moi.

A toute la famille Mekki, Taleb.

A tous mes amis en particulier : Abdel Waheb, Fares, Akram, Djazia, Imène.

A tous ce Qui ont participé chaleureusement à l'élaboration de ce travail.

ADDA Mourad

Table des matières

Liste des figures	
Liste des tableaux	
Nomenclature	
Introduction Générale.....	01
Chapitre I : Généralités sur l'écoulement supersonique.....	04
I.1. Introduction.....	05
I.2. Lois de Comportement.....	06
I.2.1. Description mathématique de l'écoulement.....	06
I.2.2. Lois de conservation.....	06
I.2.2.1.L'équation de continuité.....	06
I.2.2.2. L'équation du moment.....	07
I.2.2.3. L'équation de l'énergie.....	08
I.2.3. Le système complet des équations de Navier-Stokes.....	09
I.2.4. Equation d'Euler.....	12
I.3. Notions de Compressibilité.....	13
I.4. Notion de viscosité.....	17
I.5. Différents régimes d'écoulement.....	18
I.6. L'écoulement supersonique.....	19
I.6.1. Présentation de l'écoulement supersonique.....	19
I.6.2. Passage du subsonique au supersonique.....	21
I.6.3. Le vol transsonique et supersonique.....	24
Chapitre II : Notions d'onde de choc.....	28
II.1. Introduction.....	29
II.2. Origine et effet des ondes de choc.....	29
II.3. Choc droit.....	31
II.3.1. Équations d'une onde de choc droit.....	31
II.3.2. Relations de Rankine-Hugoniot.....	33

II.4. Choc oblique.....	33
II.4.1. Équations d'une onde de choc oblique.....	33
II.4.2. Relation de Rankine-Hugoniot.....	34
II.4.3. Diagramme $\theta - \beta - M$	35
II.5. Onde de détente.....	39
II.6. Onde de choc détachée.....	44
II.7. Application de la théorie des chocs aux profils supersoniques.....	45
II.7.1. Portance et traînée.....	46
II.7.2. Écoulement autour d'une plaque plane.....	46
II.7.3. Écoulement autour d'un profil en losange.....	48
II.8. Conclusion	50
Chapitre III : L'aile Delta et le missile.....	51
III.1. Introduction.....	52
III.2. L'aile Delta.....	53
III.2.1. Définition et historique.....	53
III.2.2. Avantages et inconvénients.....	53
III.2.2.1. Avantages.....	53
III.2.2.2. Inconvénients.....	54
III.2.3. Les ailes élancées et leur domaine de vol.....	55
III.2.4. Ailes dérivées des ailes Δ	58
III.2.4.1. Ailes Δ tronquée.....	58
III.2.4.2. Aile à double Δ	58
III.2.4.3. Aile en fer de lance.....	59
III.2.5. L'écoulement supersonique appliqué à l'aile.....	59
III.2.5.1. Remarques préliminaires.....	59
III.2.5.2. Caractéristiques aérodynamiques.....	61
III.3. Le missile.....	68
III.3.1. Historique.....	69
III.3.2. Classification.....	72
III.3.3. Guidage.....	73

Chapitre IV : Définition des outils.....	77
IV.1. Introduction.....	78
IV.2. Présentation de SOLIDWORKS.....	79
IV.3. Présentation d'ICEM-CFD.....	84
IV.3.1. Construction De La Géométrie.....	85
IV.3.2. Import De La Géométrie Et Nettoyage.....	85
IV.3.3. Maillage.....	86
IV.3.4. Conditions Aux Limites Et Définition De Domaines.....	91
IV.4. Le Solveur Fluent.....	92
IV.4.1. Définition du Problème.....	92
IV.4.2. Etapes de l'étude.....	93
Chapitre V : Test de validation.....	110
V.1. Introduction.....	111
V.2. Construction de la géométrie dans SOLIDWORKS.....	111
V.3. Génération du maillage par le logiciel ICEM-CFD.....	116
V.4. Résolution du problème par le solveur FLUENT.....	123
V.5. Comparaison entre les résultats calculés et les résultats théoriques.....	124
V.5.1. Influence du domaine.....	124
V.5.2. Tableau de comparaison des valeurs après la première onde de choc oblique.....	129
V.5. 2.1. Comparaison du nombre de Mach après le choc.....	129
V.5. 2.2. Comparaison de l'angle d'inclinaison de l'onde de choc oblique.....	129
V.5. 2.3. Pour les cas ou $\alpha=28^\circ$, et 32°	131
V.5.3. Tableau de comparaison des valeurs après la détente de Prandtl-Meyer.....	135
V.5.4. T Tableau de comparaison des valeurs après la première onde de choc oblique.....	136
V.5.4.1. Comparaison du nombre de Mach après le choc.....	136
V.5.4.2. Comparaison de l'angle d'inclinaison de l'onde de choc oblique.....	136
V.6. Conclusion.....	139

Chapitre VI : Application Du Calcul supersonique.....	140
VI.1. Introduction.....	141
VI.2. L'étude de l'aile Delta en écoulement supersonique.....	141
VI.2.1. Construction de la géométrie dans SOLIDWORKS.....	141
VI.2.2. Génération du maillage par le logiciel ICEM-CFD.....	144
VI.2.3. Résolution du problème par le solveur FLUENT.....	146
VI.2.3.1. Affichage des résultats.....	147
VI.2.3.2. Influence du maillage sur la solution.....	155
VI.2.3.3. Evaluation des forces aérodynamiques.....	165
VI.3. L'étude d'un missile en écoulement supersonique.....	167
VI.3.1. Construction de la géométrie dans SOLIDWORKS.....	167
VI.3.2. Génération du maillage par le logiciel ICEM-CFD.....	170
VI.3.3. Résolution du problème par le solveur FLUENT.....	172
VI.3.3.1. Affichage des résultats.....	174
VI.3.3.2. Evaluation des forces aérodynamiques.....	187
VI.4. Conclusion.....	191
 Références bibliographiques.....	 192
 Annexes	 193

LISTE DES FIGURES

Chapitre I ----- Généralités sur l'écoulement supersonique

Figure (I.1) : Les trois approches de l'aérodynamique.....	05
Figure (I.2) : Différents régimes d'écoulements.....	19
Figure (I.3) : franchissement du mur de son.....	19
Figure (I.4) : Les différents aspects du cône de mach.....	25
Figure (I.5) : Progression à travers un convergent divergent	26

Chapitre II -----Notions d'onde de choc

Figure (II.1) : Système d'onde lié à un profil supersonique.....	30
Figure (II.2) : Schéma d'un choc droit.....	31
Figure (II.3) : Schéma d'un choc oblique.....	34
Figure (II.4) : choc faible et choc fort.....	36
Figure (II.5) : Variation de l'angle de choc en fonction de l'angle de déviation pour différents nombres de Mach.....	37
Figure (II.6) : Variation de l'angle de choc en fonction de l'angle de déviation pour différents nombre de Mach (suite).....	38
Figure (II.7) : Détente de Prandtl-Meyer.....	39
Figure (II.8) : Changement infinitésimal de vitesse à travers une onde de Mach....	40

Figure (II.9) : Triangle rectangle associé à l'angle de Mach.....	41
Figure (II.10): Evolution de $v(M) = \gamma$ en fonction de $M = x$ ($\kappa = 1.4$).....	43
Figure (II.11): les ondes de choc détachées.....	44
Figure (II.12) : Choc oblique et onde de détente.....	45
Figure (II.13) : Écoulement supersonique sur une plaque plane.....	47
Figure (II.14) : Écoulement supersonique autour d'un profil En forme de losange....	48
Figure (II.15): Evaluation de l'écoulement.....	48

Chapitre III ----- L'aile Delta et le missile

Figure (III.1) : avions à aile Delta.....	52
Figure (III.2) : Les ailes élancées.....	55
Figure (III.3) : Une aile $\Delta 60$ est une aile dont la flèche φ est égale à 60°	56
Figure (III.4) : Différents formes de génération.....	57
Figure (III.5) : Aile tronquée.....	58
Figure (III.6) : Aile à double Δ	58
Figure (III.7) : Aile en fer de lance.....	59
Figure (III.8) : Répartition de pression suivant un profil perpendiculaire à la vitesse.....	60
Figure (III.9) : La courbe $C_{Z\alpha}(M)$	62
Figure (III.10) : La courbe $\frac{C_{X1}}{C_Z^2}(M)$	63
Figure (III.11) : La courbe $\frac{C_{X0}}{(\frac{e}{l})^2}(M)$	64
Figure (III.12) : la courbe $\frac{\partial y C_Z}{\partial \alpha}(M)$	65
Figure (III.13) : la courbe $C_{X0}(M)$	66
Figure (III.14) : la courbe $\frac{X_F}{l_m}(M_0)$	66

Figure (III.15) : la courbe $C_z(C_m)$	67
Figure (III.16) : courbe $\frac{X_F}{l_m}(M_0)$ pour $C_z=0.10$	67
Figure (III.17) : Le missile air-air AIM-9 Sidewinder, à guidage infrarouge.....	69
Figure (III.18) : Missile V-1 allemand de la Seconde Guerre mondiale.....	69
Figure (III.19) : Coupe d'un missile antichar français ENTAC de 1 ^{re} génération, Entré en service dans les années 1950.....	71
Figure (III.20) : Un missile balistique intercontinental américain Titan II tiré depuis son silo.....	72
Figure(III.21) : Un missile de croisière air-sol américain AGM-86 ALCM.....	73

CHAPITRE IV-----Définition des outils

Figure (IV.1) : Interface de SOLIDWORKS.....	80
Figure (IV.2) : importation de la géométrie.....	86
Figure (IV.3) : Exemples de mailles utilisées en Volumes Finis.....	87
Figure (IV.4) : Maillage structuré et non structuré.....	88
Figure (IV.5) : indépendance de la solution du maillage.....	90
Figure (IV.6) : Géométrie à étudié.....	92
Figure (IV.7) : le solveur.....	95
Figure (IV.8) : le modèle de viscosité.....	96
Figure (IV.9) : le choix du matériel.....	97
Figure (IV.10) : les conditions d'opération.....	98
Figure (IV.11) : le choix de pression au champ lointain.....	99
Figure (IV.12) : le control de la solution.....	99
Figure (IV.13) : l'initialisation de la solution.....	100
Figure (IV.14) : moniteur du résiduel.....	101

Figure (IV.15) : dessin de flèche.....	102
Figure (IV.16) : Représentation du nombre de Mach.....	103
Figure (IV.17) : Sélection du contour.....	104
Figure (IV.18) : Représentation du contour du nombre de Mach.....	104
Figure (IV.19) : Les valeurs de références.....	105
Figure (IV.20) : Les valeurs de références.....	106
Figure (IV.21) : Contours du coefficient de pression pour un maillage grossier.	106
Figure (IV.22) : Contours du coefficient de pression pour un maillage moyen..	107
Figure (IV.23) : Contours du coefficient de pression pour un maillage fin.....	107
Figure (IV.24) : Contours du coefficient de pression pour la méthode de discrétisation du premier ordre.....	108
Figure (IV.25) : Contours du coefficient de pression pour la méthode de discrétisation du second ordre.....	109

CHAPITRE V..... Test de validation

Figure (V.1) : Le profil en forme de losange.....	112
Figure (V.2) : profil + domaine.....	113
Figure (V.3) : Les 4 domaines utilisés.....	114
Figure (V.4) : géométrie finale.....	114
Figure (V.5) : géométrie dans ICEM-CFD.....	117
Figure (V.6) : Définition des familles.....	118
Figure (V.7) : Génération du maillage pour la 1^{ère} géométrie.....	119
Figure (V.8) : Génération du maillage pour la 2^{ème} géométrie.....	119
Figure (V.9) : Génération du maillage pour la 3^{ème} géométrie.....	120
Figure (V.10) : Génération du maillage pour la 4^{ème} géométrie.....	120

Figure (V.11) : Génération du maillage pour la 5 ^{ème} géométrie.....	121
Figure (V.12) : Génération du maillage pour la 6 ^{ème} géométrie.....	121
Figure (V.13) : Génération du maillage pour la 7 ^{ème} géométrie.....	122
Figure (V.14) : Génération du maillage pour la 8 ^{ème} géométrie.....	122
Figure (V.15) : l'évolution des résidus pour le 1 ^{er} domaine.....	125
Figure (V.16) : l'évolution des résidus pour le 2 ^{ème} domaine.....	125
Figure (V.17) : l'évolution des résidus pour le 3 ^{ème} domaine.....	126
Figure (V.18) : Contour du nombre de Mach pour domaine 1.....	127
Figure (V.19) : Contour du nombre de Mach pour domaine 2.....	127
Figure (V.20) : Contour du nombre de Mach pour domaine 3.....	128
Figure (V.21) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 2^\circ$	129
Figure (V.22) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 6^\circ$	130
Figure (V.23) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 10^\circ$	130
Figure (V.24) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 20^\circ$	131
Figure (V.25) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 28^\circ$	132
Figure (V.26) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 32^\circ$	132
Figure (V.27) : Contour du nombre de Mach pour un profil cercle.....	133
Figure (V.28) : Contour de la pression statique pour un profil cercle.....	133
Figure (V.29) : Contour de la température statique pour un profil cercle.....	134
Figure (V.30) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 2^\circ$	136
Figure (V.31) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 6^\circ$	137
Figure (V.32) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 10^\circ$	137
Figure (V.33) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 20^\circ$	138
Figure (V.34) : écoulement supersonique autour d'un profil losangique.....	139

CHAPITRE VI ----- Application du calcul supersonique

Figure (VI .1) : la forme de l'aile Delta.....	142
Figure (VI .2) : Construction du domaine.....	142
Figure (VI .3) : géométrie finale.....	143
Figure (VI .4) : la géométrie dans ICEM-CFD.....	144
Figure (VI .5) : Décomposition de la géométrie.....	145
Figure (VI .6) : maillage de la géométrie.....	145
Figure (VI .7) : l'évolution des résidus.....	147
Figure (VI .8) : contour de la pression statique sur l'aile.....	148
Figure (VI .9) : contour de la température statique sur l'aile.....	148
Figure (VI .10) : contour du coefficient de la température totale sur l'aile.....	149
Figure (VI .11) : contour du nombre de Mach sur l'aile.....	149
Figure (VI .12) : contour de la pression statique (aile + plan de symétrie).....	150
Figure (VI .13) : l'évolution des résidus.....	150
Figure (VI .14) : contour du nombre de Mach sur l'aile.....	151
Figure (VI .15) : contour de la pression statique (aile + plan de symétrie).....	151
Figure (VI .16) : l'évolution des résidus.....	152
Figure (VI .17) : contour du nombre de Mach sur l'aile.....	152
Figure (VI .18) : contour de la pression statique (aile + plan de symétrie).....	153
Figure (VI .19) : l'évolution des résidus.....	153
Figure (VI .20) : contour du nombre de Mach sur l'aile.....	154
Figure (VI .21) : contour de la pression statique (aile + plan de symétrie).....	154
Figure (VI .22) : 1 ^{er} maillage du bord d'attaque.....	156
Figure (VI .23) : 2 ^{eme} maillage du bord d'attaque.....	156

Figure (VI .24) : l'évolution des résidus.....	157
Figure (VI .25) : contour de la pression statique sur l'aile.....	157
Figure (VI .26) : contour de la température statique sur l'aile.....	158
Figure (VI.27) : contour du nombre de Mach sur l'aile.....	158
Figure (VI .28) : contour de la pression statique (aile + plan de symétrie).....	159
Figure (VI .29) : l'évolution des résidus.....	159
Figure (VI.30) : contour du nombre de Mach sur l'aile.....	160
Figure (VI .31) : contour de la pression statique (aile + plan de symétrie).....	160
Figure (VI .32) : évolution du coefficient de pression de l'intrados et l'extrados à z =5.....	161
Figure (VI .33) : évolution du coefficient de pression de l'intrados et l'extrados à z =15.....	162
Figure (VI .34) : évolution du coefficient de pression de l'intrados et l'extrados à z =25.....	162
Figure (VI .35) : évolution du coefficient de pression de l'intrados et l'extrados à z =5.....	163
Figure (VI .36) : évolution du coefficient de pression de l'intrados et l'extrados à z =15.....	163
Figure (VI .37) : évolution du coefficient de pression de l'intrados et l'extrados à z =25.....	164
Figure (VI .38) : la forme du missile.....	168
Figure (VI .39) : Construction du domaine.....	168
Figure (VI .40) : géométrie finale.....	169
Figure (VI .41) : la géométrie dans ICEM-CFD.....	170
Figure (VI .42) : Décomposition de la géométrie.....	171
Figure (VI .43) : maillage de la géométrie.....	171

Figure (VI .44) : maillage du missile.....	172
Figure (VI .45) : l'évolution des résidus.....	174
Figure (VI .46) : contour de la pression statique à travers le missile.....	175
Figure (VI .47) : contour de la température statique à travers le missile.....	175
Figure (VI .48) : contour du coefficient de la température totale à travers le missile.....	176
Figure (VI .49) : contour du nombre de Mach à travers le missile.....	176
Figure (VI .50) : contour du nombre de Mach (missile + plan de symétrie).....	177
Figure (VI .51) : contour du nombre de Mach missile.....	177
Figure (VI .52) : l'évolution des résidus.....	178
Figure (VI .53) : contour du nombre de Mach à travers le missile.....	178
Figure (VI .54) : contour du nombre de Mach (missile + plan de symétrie).....	179
Figure (VI .55) : contour du nombre de Mach missile.....	179
Figure (VI .56) : l'évolution des résidus.....	180
Figure (VI .57) : contour du nombre de Mach à travers le missile.....	180
Figure (VI .58) : contour du nombre de Mach (missile + plan de symétrie).....	181
Figure (VI .59) : contour du nombre de Mach missile.....	181
Figure (VI .60) : l'évolution des résidus.....	182
Figure (VI .61) : contour du nombre de Mach à travers le missile.....	182
Figure (VI .62) : contour du nombre de Mach (missile + plan de symétrie).....	183
Figure (VI .63) : contour du nombre de Mach missile.....	183
Figure (VI .64) : l'évolution des résidus.....	184
Figure (VI .65) : contour du nombre de Mach à travers le missile.....	184
Figure (VI .66) : contour du nombre de Mach (missile + plan de symétrie).....	185
Figure (VI .67) : contour du nombre de Mach missile.....	185

LISTE DES TABLEAUX

Tableau (V.1) : nombre d'itération pour chaque domaine.

Tableau (V.2) : comparaison des valeurs du nombre de Mach après la première onde de choc oblique.

Tableau (V.3) : comparaison des valeurs du nombre de Mach pour $\alpha=28^\circ, 32^\circ$.

Tableau (V.4) : comparaison des valeurs du nombre de Mach pour la détente de Prandtl-Meyer.

Tableau (V.5) : comparaison des valeurs du nombre de Mach après la deuxième onde de choc oblique.

Tableau (VI.1) : définition des conditions aux limites.

Tableau (VI.2) : nombre d'itération pour chaque ζ (géométrie1).

Tableau (VI.3) : nombre d'itération pour chaque ζ (géométrie2).

Tableau (VI.4) : les valeurs de la trainée.

Tableau (VI.5) : les valeurs de la portance.

Tableau (VI.6) : les valeurs de la force latérale.

Tableau (VI.7) : les valeurs de la trainée.

Tableau (VI.8) : les valeurs de la portance.

Tableau (VI.9) : les valeurs de la force latérale.

Tableau (VI.10) : définition des conditions aux limites.

Tableau (VI.11) : nombre d'itération pour chaque M_∞ .

Tableau (VI.12) : les valeurs de la trainée.

Tableau (VI.13) : les valeurs de la portance.

Tableau (VI.14) : les valeurs de la force latérale.

Tableau (VI.15) : les valeurs de la trainée.

Tableau (VI.16) : les valeurs de la portance.

Tableau (VI.17) : les valeurs de la force latérale.

NOMENCLATURE

Symboles	Grandeurs	Unités
a	célérité du son.	$m s^{-1}$
c	corde de l'aile.	m
c	vitesse du son.	$m s^{-1}$
C_L	coefficient de portance.	---
C_D	coefficient de traînée.	---
C_x	coefficient de trainée.	---
C_{x0}	coefficient de trainée minimale.	---
C_z	coefficient de portance.	---
E, e	l'énergie totale.	$kg m^2 s^{-2}$
E	effilement.	---
e_{max}	épaisseur maximum.	m
F	force.	N
F_x, F_y, F_z	composantes cartésiennes de F.	$m s^{-2}$
F_D	force de traînée.	N
F_L	force de portance.	N
f	résultante des forces massiques.	$N kg^{-1}$
h	hauteur.	m
\bar{I}	tenseur unité.	---
K	coefficient de diffusion.	---
L	Longueur.	m
L	largeur.	m
L_o	corde du profil losangique.	m
M	masse molaire du fluide.	$Kg mol^{-1}$
M	nombre de Mach.	---
M	nombre de Mach à l'infini.	---
M₀	nombre de Mach initial.	---
M_c	nombre de Mach critique.	---
M_L	nombre de Mach limite.	---

$M_{n,1}$	nombre de Mach normal en amont.	---
$M_{n,2}$	nombre de Mach normal en aval.	---
m	masse d'une particule de fluide.	kg
n	vecteur normal.	---
P	pression.	Pa
P_∞	pression à l'infini.	Pa
$\overline{Q_s}$	force correspondant au terme source de surface.	N
Q_v	source de volume.	N
Q_s	source de surface.	N
\dot{q}	flux de chaleur.	$J m^{-2} s^{-1}$
R	constante des gaz parfaits.	$J kg^{-1} K^{-1}$
r	perte de chaleur volumique.	$J m^{-3} s^{-1}$
Re	nombre de Reynolds.	---
S	surface d'un corps	m^2
S	entropie.	$M^2 s^{-2} K^{-1}$
T	température	K
T_∞	température à l'infini	K
t	temps	s
u	composante cartésienne selon x du vecteur vitesse	$m s^{-1}$
V	volume	m^3
v	vitesse eulérienne d'une particule fluide	$m s^{-1}$
u, v, w	composantes cartésiennes de v	$m s^{-1}$
X	compressibilité	Pa^{-1}
X_T	compressibilité isotherme	Pa^{-1}
x, y, z	coordonnées cartésiennes	m
α	angle d'attaque	rad
α	angle d'inclinaison du dièdre	rad
γ	accélération	$m s^{-2}$
η	viscosité de volume du fluide	Po
λ	allongement	---
λ	conductivité thermique	$W K^{-1} m^{-1}$
μ	viscosité dynamique du fluide	Po
μ	angle de Mach	rad

θ	angle d'inclinaison du dièdre	rad
θ_{\max}	angle de déviation max.	rad
ψ	angle de déviation de l'écoulement.	rad
β	angle de déviation de l'onde de choc.	rad
β^*	angle de déviation critique correspondant à θ^* .	rad
β_{\max}	angle d'inclinaison Max. de l'onde.	rad
ρ	densité (masse volumique)	kg m ⁻³
ρ_0	Masse volumique du fluide non perturbé.	kg m ⁻³
Φ	la flèche	rad
τ	tenseur des contraintes visqueuses	N m ⁻²
Ω	volume de control	m ³
∇	gradient (vecteur).	m ⁻¹
∇	divergence (scalaire).	m ⁻¹
ϕ	potentiel de vitesse.	m ² s ⁻¹
ζ	angle d'incidence de l'écoulement	rad
$\nu = \mu / \rho$	viscosité cinématique.	M ² s ⁻¹
$\lambda = \sqrt{M_0^2 - 1}$	nombre sans dimension.	---
$\gamma = C_p / C_v$	coefficient adimensionnel de rapport des chaleurs spécifiques.	---
$\nu(M)$	fonction de PRANDTL MEYER.	rad
ν_{\max}	angle de déviation max.	rad
$\partial/\partial t$	dérivée locale.	s ⁻¹

Introduction Générale

. Introduction Générale :

L'histoire du CFD « Computational Fluid Dynamics » a commence au début des années 70. Depuis c'est devenue l'acronyme de la combinaison de la physique et les mathématiques numérique et pour certains c'est les sciences de calcul employés pour la simulation des fluides. Au début le CFD a vu le jour grâce a la possibilité d'avoir des calculateurs puissant ainsi que le développement du CFD est toujours lie à l'évolution de la technologie des calculateurs. Parmi les premières applications du CFD était la simulation des écoulements transsoniques basée sur la solution des équations potentielle non linéaires.

Et a l'arrivée des années 80, c'était la résolution du premier modèle en 2D, et quelque temps après la simulation des équations d'Euler en 3D s'est devenue possible. merci au développement rapide des supercalculateurs et au développement des différente techniques numériques d'accélération comme la technique multigrille qui a permis le calcul des fluides visqueux sur toute un avion ou a travers les turbomachines. Au milieu des années 80 on cherchait plus de la précision alors on s'intéressait aux équations de Navier-Stokes et au même temps une variété des modèles de turbulence on été mise en point c'était la simulation numérique directe DNS.

Septembre 1935, une conférence réunissant les grands noms de l'aérodynamique se tient à Rome sur le thème: "High Velocities in Aviation". G.I. Taylor, Arturo Crocco, Enrico Pistolesi, Theodore Von Karman, Ludwig Prandtl entre autres sont convaincus que l'avenir de l'aviation se trouve plus haut et plus vite. Parallèlement le mythe du mur du son commence à se propager dans le monde de l'aéronautique: les avions ne pourront pas dans l'état de la connaissance dépasser la vitesse du son. Parmi, les participants à la conférence de Volta, Adolf Busemann explique l'intérêt des ailes deltas pour atteindre les grandes vitesses; la trainée étant alors diminuée.

Introduction Générale

Un an plus tard la Luftwaffe classe ce concept secret militaire et une campagne de recherche est lancée conduisant à la création du Me-262. Mais il faut attendre 1947, pour que Charles Yeager franchisse pour la première fois le mur du son sur le célèbre avion Bell XS-1 lors d'un piqué.



Avion Bell ayant franchi le mur du son, Mach 1.06 le 14 Octobre 1947

Beaucoup de présentations lors de la conférence de Volta soulignèrent les effets de la compressibilité à grande vitesse. Un fluide est dit compressible s'il a la possibilité de changer de volume sous l'effet de la pression. C'est en particulier le cas des gaz. Cependant lors de l'étude de l'écoulement autour d'une voiture, les effets de compressibilité de l'air ne sont pas pris en compte et l'étude est faite dans le cadre d'un modèle incompressible. Récemment deux avions civils ont réalisé la performance de voler à une vitesse supérieure à la vitesse du son, le Topolev 144 russe et le Concorde qui ne sont plus en service.

Le comportement du fluide autour d'un mobile supersonique diffère considérablement de celui qu'on observe à des vitesses plus faibles. L'étude d'un mobile ponctuel fournit une explication qualitative simple alors qu'en subsonique, le mobile baigne constamment dans les perturbations (les bruits) qu'il a créées précédemment, en supersonique, il abandonne en permanence ces perturbations derrière lui.

Introduction Générale

Dans ce travail, on se propose de faire une validation de l'outil numérique Fluent sur des applications d'écoulement externe supersonique. Pour ce fait, on a effectué notre étude à travers six chapitres définis comme suit.

D'abord dans le premier chapitre on a présenté des généralités sur l'écoulement supersonique ainsi que les différentes notions de bases nécessaires à la compréhension du vol supersonique.

Dans le deuxième chapitre on a défini le phénomène de base qui se manifeste lors d'un vol supersonique, celui d'onde de choc, ainsi que les différents aspects de ce phénomène.

Dans le troisième chapitre on a défini les deux géométries qui ont été utilisés lors de notre calcul. La première est l'aile Delta et la deuxième est le missile, tout en citant leurs caractéristiques ainsi que les différentes notions liées à leurs comportements.

Dans le quatrième chapitre on a défini les différents outils numériques utilisés lors de notre calcul, ainsi qu'un exemple de calcul supersonique.

Enfin dans les deux derniers chapitres on a effectué trois études différentes, la première est une validation des résultats obtenus avec la théorie unidimensionnelle des ondes de choc et de détente sur un profil losangique, ensuite la deuxième étude s'est faite sur une aile Delta, et enfin la dernière étude sur un missile générique.

I.1. Introduction :

L'observation de la nature et de ses phénomènes est à la base de toute démarche scientifique. Comme toute branche de la physique, l'aérodynamique s'articule aujourd'hui autour de trois axes :

- L'expérimentation.
- La théorie.
- La simulation numérique.

Depuis le XVIIe siècle et les travaux de Newton, les études aérodynamiques se limitaient à l'expérimentation et à la théorie. Ce n'est que depuis les années 1960 que s'est adjoint à ce schéma la simulation numérique. Ces trois approches conservent de fortes interactions entre elles et ont chacune un rôle essentiel dans le développement scientifique et technologique. Ce schéma demeure le même pour les applications de l'aérodynamique, avec, comme nous le verrons par la suite, des dates d'apparition plus récentes :

- L'expérimentation depuis 1804.
- La théorie depuis 1902.
- La simulation numérique depuis 1960.

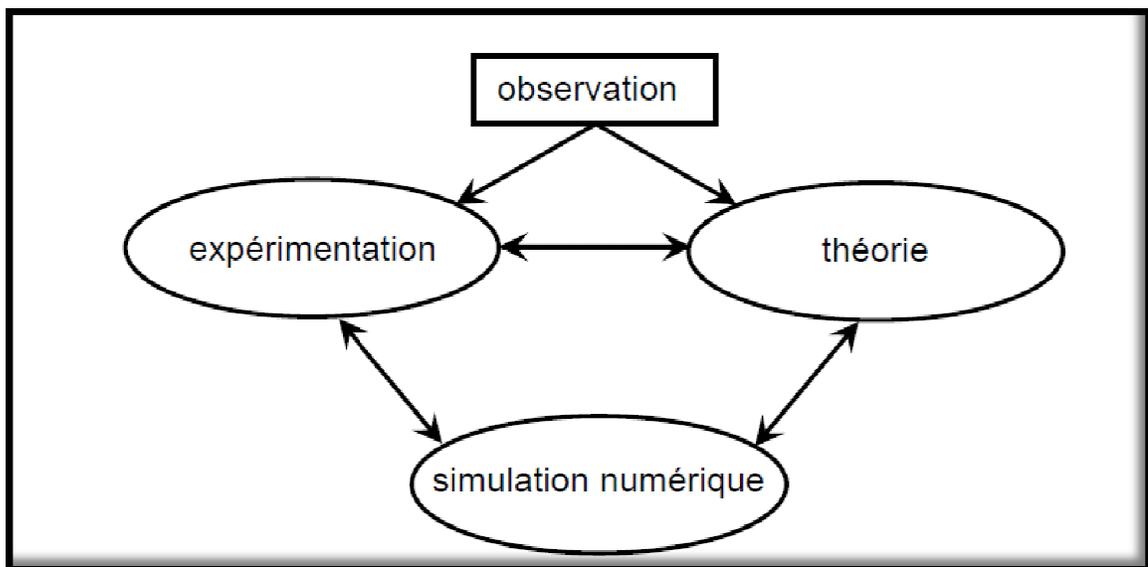


Figure (I.1) : Les trois approches de l'aérodynamique

I.2. Lois de Comportement :

I.2.1. Description mathématique de l'écoulement :

La dynamique des fluides est l'investigation du mouvement interactif d'un large nombre de particules. Cela veut dire qu'on suppose que la densité du fluide est suffisamment importante pour approximer le fluide à un milieu continu même si on prend un élément infinitésimal (dans le sens du calcul différentiel) il contiendra suffisamment de particules pour les quelles on peut définir une vitesse, pression, température, densité et autres quantités importantes en chaque point du fluide.

Les équations de la dynamique des fluides principales sont dérivées en se basant sur le fait que l'aspect dynamique du fluide soit déterminé par les lois de conservation suivantes :

- La conservation de masse.
- La conservation du moment.
- La conservation de l'énergie.

La conservation d'une quantité veut dire que sa variation totale dans un volume arbitraire peut être exprimée par le bilan de la quantité transportée à travers les frontières et toutes les forces et les sources internes ou externes qui affectent le volume. La quantité qui traverse les frontières est appelée flux ce dernier est divisé en un flux convectif et un flux diffusif.

I.2.2. Lois de conservation :

I.2.2.1. L'équation de continuité :

Pour un fluide mono phase la conservation de masse est basée sur le fait que la masse ne peut être créée ou disparaître d'elle-même, et n'importe qu'elle variation de masse implique un déplacement des particules du fluide. On considère un volume de contrôle fixe dans l'espace, en un point de la surface la vitesse est \vec{v} le vecteur normal est \vec{n} et la densité est ρ .

Pour une variation dans le temps de la masse totale dans le volume de control on a :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega \quad (I.1)$$

Le flux masse à travers une surface est :

$$\rho (\vec{v}, \vec{n}) dS \quad (I.2)$$

Puisqu'il n'y a pas de source la forme intégrale nous permet d'écrire :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho (\vec{v}, \vec{n}) dS = 0 \quad (I.3)$$

I.2.2.2. L'équation du moment :

En démarrant de la deuxième loi de Newton appliquée sur une portion infinitésimale du volume de control Ω : $\rho \vec{v} d\Omega$ la variation dans le temps est donnée par :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \vec{v} d\Omega \quad (I.4)$$

La contribution du tenseur du flux convectif à la conservation du moment est :

$$- \oint_{\partial\Omega} \rho \vec{v} (\vec{v}, \vec{n}) dS = 0 \quad (I.5)$$

Le flux diffusif étant nul parce qu'il n'y a pas une diffusion du moment possible quand le fluide est au repos, il reste à déterminer les forces agissant sur le volume de control :

- Les forces externes de volume.
- Les forces de surface (pression, contraintes normales et tangentielles).

On remarque que ces forces correspondent au terme source volumique et de surface.

$$\int_{\Omega} \rho \vec{f}_e d\Omega \quad (I.6)$$

$$\overline{\overline{Q_S}} = -p\vec{1} + \vec{\tau} \quad (I.7)$$

Alors, on somme le tout et on arrive a :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \vec{v} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho \vec{v} (\vec{v}, \vec{n}) dS = \int_{\Omega} \rho \vec{f}_e d\Omega - \oint_{\partial\Omega} p \vec{n} dS + \oint_{\partial\Omega} (\vec{\tau}, \vec{n}) dS \quad (I.8)$$

I.2.2.3. L'équation de l'énergie :

L'énergie totale par unité de volume d'un volume de control est :

$$E = e + \frac{|\vec{v}|^2}{2} = e + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \quad (\text{I.9})$$

La quantité conservée est ρE , sa variation dans le temps est :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E d\Omega \quad (\text{I.10})$$

La contribution du flux convectif est :

$$- \oint_{\partial\Omega} \rho E (\vec{v}, \vec{n}) dS = 0 \quad (\text{I.11})$$

Le flux diffusif est défini par :

$$\vec{F}_D = -\rho\gamma k \nabla e \quad (\text{I.12})$$

Où K est le coefficient de diffusion. Mais cette équation est généralement écrite sous forme de la loi de Fourier :

$$\vec{F}_D = -k \nabla T \quad (\text{I.13})$$

Le terme de source de volume rassemble l'échauffement et le travail des forces externes alors :

$$Q_V = \rho \vec{f}_e \cdot \vec{v} + \dot{q}_H \quad (\text{I.14})$$

La dernière contribution est la source de surface Q_S . Elle correspond au travail des forces de Pression et les forces de cisaillement :

$$\vec{Q}_S = -p \vec{v} + \vec{\tau} \cdot \vec{v} \quad (\text{I.15})$$

En rassemblant le tout :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho E (\vec{v}, \vec{n}) dS \quad (\text{I.16})$$

$$\oint_{\partial\Omega} k (\nabla T \cdot \vec{n}) dS + \int_{\Omega} (\rho \vec{f}_e \cdot \vec{v} + \dot{q}_H) d\Omega - \oint_{\partial\Omega} p (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS + \oint_{\partial\Omega} (\vec{\tau} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{n} dS \quad (\text{I.17})$$

I.2.3. Le système complet des équations de Navier-Stokes :

En mécanique des fluides, les équations de Navier-Stokes sont des équations aux dérivées partielles non-linéaires qui décrivent le mouvement des fluides dans l'approximation des milieux continus. Elles modélisent par exemple les mouvements de l'air de l'atmosphère, les courants océaniques, l'écoulement de l'eau dans un tuyau, et de nombreux autres phénomènes d'écoulement de fluides. Elles sont nommées d'après deux physiciens du XIX^e siècle, Claude Navier et George Stokes. Pour un gaz peu dense, il est possible de dériver ces équations à partir de l'équation de Boltzmann.

Il existe bien des formes des équations de Navier-Stokes. Nous n'en présenterons que certaines. Ces formes dépendent aussi des notations utilisées. Ainsi, il existe plusieurs façons équivalentes d'exprimer les opérateurs différentiels.

La formulation différentielle de ces équations est la suivante :

-Équation de continuité (ou équation de bilan de la masse)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (\text{I.18})$$

-Équation de bilan de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} + \rho \vec{f} \quad (\text{I.19})$$

-Équation de bilan de l'énergie

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [(\rho e + p) \vec{v}] = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{v}) + \rho \vec{f} \cdot \vec{v} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q} + r \quad (\text{I.20})$$

Dans ces équations :

. t : le temps (unité SI : s) ;

. ρ : la masse volumique du fluide (unité SI : kg.m^{-3}) ;

. $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$: la vitesse eulérienne d'une particule fluide (unité SI : m.s^{-1}) ;

. p : la pression (unité SI : Pa) ;

. $\vec{\tau} = (\tau_{i,j})_{i,j}$: le tenseur des contraintes visqueuses (unité SI : Pa) ;

. \vec{f} : la résultante des forces massiques s'exerçant dans le fluide (unité SI : N.kg⁻¹) ;

. e : l'énergie totale par unité de masse (unité SI : J.kg⁻¹) ;

. \vec{q} : le flux de chaleur perdu par conduction thermique (unité SI : J.m⁻².s⁻¹) ;

. r : la perte de chaleur volumique due au rayonnement (unité SI : J.m⁻³.s⁻¹) ;

En coordonnées cartésiennes, est un opérateur de dérivation spatiale du 1^{er} ordre. Les opérateurs gradient, divergence et laplacien peuvent s'écrire à l'aide de cet opérateur :

$$\text{Div}\vec{a} = \vec{\nabla} \cdot \vec{a} \quad (\text{I. 21})$$

$$\overrightarrow{\text{grad}} A = \vec{\nabla} A \quad (\text{I. 22})$$

$$\Delta A = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} A) \quad (\text{I. 23})$$

En coordonnées cartésiennes (x_1, x_2, x_3), les équations de Navier-Stokes s'écrivent :

-Équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0 \quad (\text{I. 24})$$

-Équation de bilan de la quantité de mouvement ($j = 1, 2, 3$) :

$$\frac{\partial (\rho v_j)}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i v_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + \rho f_i \quad (\text{I. 25})$$

-Équation de bilan de l'énergie :

$$\frac{\partial (\rho e)}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} [(\rho e + p)v_i] = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} (\tau_{ij} v_j) + \sum_{i=1}^3 \rho f_i v_i - \sum_{i=1}^3 \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + r \quad (\text{I. 26})$$

En première approximation, pour de nombreux fluides usuels comme l'eau et l'air, le tenseur des contraintes visqueuses est proportionnel à la partie symétrique du tenseur des taux de déformation (hypothèse de Newton) et le flux de chaleur est proportionnel au gradient de la température (loi de Fourier).

C'est-à-dire :

$$\vec{\tau} = \mu (\vec{\nabla} \otimes \vec{v}) + (\vec{\nabla} \otimes \vec{v})^t + \eta(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \vec{I} \quad (\text{I.27})$$

$$\vec{q} = -\lambda \vec{\nabla} T \quad (\text{I.28})$$

Où :

. μ : la viscosité dynamique du fluide (unité SI : Po (Poiseuille), 1Po = 1Pa.s) ;

. η : la viscosité de volume du fluide (unité SI : Po) ;

. \vec{I} : le tenseur unité ;

. λ : la conductivité thermique du fluide (unité SI : W.K⁻¹.m⁻¹) ;

. T : la température (unité SI : K).

L'ensemble des fluides pour lesquels cette hypothèse est vérifiée sont appelés fluides newtoniens. On leur adjoint généralement l'hypothèse de Stokes :

$$3\eta + 2\mu = 0 \quad (\text{I.29})$$

L'écoulement d'un fluide est dit incompressible lorsque l'on peut négliger ses variations de masse volumique au cours du temps. Cette hypothèse est vérifiée lorsque le nombre de Mach M est faible. En général, on considère l'écoulement incompressible lorsque $M < 0.3$. Dans le cas contraire, c'est-à-dire pour un écoulement compressible, on adjoint pour fermer le système une équation d'état du fluide, de la forme :

$$f(p, \rho, T) = 0 \quad (\text{I.30})$$

Pour un gaz parfait, cette équation d'état s'écrit :

$$p = \rho \frac{R}{M} T \quad (\text{I.31})$$

Où R désigne la constante des gaz parfaits et M la masse molaire du fluide.

I.2.4. Equation d'Euler :

L'équation d'Euler (établie par Euler en 1755) s'applique dans le cas d'un fluide parfait, c'est-à-dire un fluide non visqueux et sans conductivité thermique. Le fluide peut être incompressible ou compressible. Complétée par d'autres équations tirées de la dynamique des fluides parfaits, elle permet de caractériser un mouvement du fluide en calculant par exemple sa pression motrice.

Une intégration le long d'une ligne de courant de cette équation permet d'obtenir l'équation de Bernoulli.

L'équation d'Euler dérive de la relation fondamentale de la dynamique, appliquée à une particule fluide :

$$\sum \vec{F} = m\vec{\gamma} \quad (\text{I.32})$$

Faisons le bilan des forces appliquées à un élément de volume :

-les forces de volume $\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$, proportionnelles à l'élément de volume considéré ;

-les forces de pression, proportionnelles à l'élément de surface considéré ;

-les forces d'inertie, proportionnelles à l'accélération $\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \end{pmatrix}$ et au volume du fluide ;

On obtient donc :

$$\vec{F} - \overrightarrow{\text{grad}}(p) = \rho \vec{\gamma} \quad (\text{I.33})$$

C'est la forme condensée de l'équation d'Euler.

En développant, on a :

$$\rho \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} \rho \gamma_x \\ \rho \gamma_y \\ \rho \gamma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x - \frac{\partial P}{\partial x} \\ F_y - \frac{\partial P}{\partial y} \\ F_z - \frac{\partial P}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (\text{I.34})$$

Une autre forme de l'équation d'Euler (les équations, dans ce cas) s'écrit :

$$\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial t} \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (\text{I.35})$$

C'est-à-dire :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) = -\overrightarrow{\text{grad}}p + \vec{F} \quad (\text{I.36})$$

I.3. Notions de Compressibilité:

-Le nombre de Mach, $M = \frac{\text{vitesse de l'écoulement}}{\text{vitesse du son}} = \frac{U}{a}$

-Pour un gaz parfait :

$M < 0,3 \rightarrow$ écoulement incompressible (< 10% erreur)

$M > 0,3 \rightarrow$ écoulement compressible

Classification d'écoulements compressibles :

- Ecoulement subsonique : $0,8 > M$

- Ecoulement transsonique : $0,8 < M < 1,2$

-Ecoulement sonique : $M = 1$

-Ecoulement supersonique : $M > 1,2$

-Ecoulement hypersonique : $M > 5$

La compressibilité est une caractéristique d'un corps, définissant sa variation relative de volume sous l'effet d'une pression appliquée. C'est une valeur très grande pour les gaz, faible pour les liquides et très faible pour les solides usuels.

Elle se définit comme :

$$X = - \frac{1}{V} \frac{dV}{dP} \quad (\text{I.37})$$

Où V est le volume du corps et P la pression appliquée. Il s'exprime donc en Pa^{-1} .

La variation de volume avec la pression étant le plus souvent négative, cette définition rend la compressibilité χ positive.

Cette définition est le plus souvent insuffisante : sous l'effet d'une compression, les corps ont tendance à s'échauffer, et donc on définit une compressibilité isotherme pour un corps restant à température constante :

$$X_T = - \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \quad (\text{I.38})$$

Le T en indice de la dérivée indiquant que la dérivée est prise à température constante.

On remarquera que le coefficient de compressibilité est l'inverse du module d'élasticité isostatique du milieu, généralement noté K , aussi appelé module de compressibilité.

C'est une variable intensive toujours positive, le volume du corps ne pouvant diminuer que lorsqu'on augmente la pression.

Un fluide est appelé compressible si les changements de la densité du fluide ont des effets significatifs sur l'ensemble de la solution. Dans le cas contraire, il s'agit d'un fluide incompressible et les changements de densité sont ignorés.

Afin de savoir si le fluide est compressible ou incompressible, on calcule le nombre de Mach. Approximativement, les effets de la compression peuvent être ignorés pour les nombres de Mach en dessous de 0,3. Presque tous les problèmes impliquant des liquides se trouvent dans cette catégorie, à commencer l'eau, et sont définis comme incompressibles.

Les équations de Navier-Stokes incompressible sont des simplifications des équations de Navier-Stokes dans lesquelles la densité est considérée comme constante. Elles peuvent être utilisées pour résoudre les problèmes impliquant des fluides incompressibles de manière prépondérante, ce qui peut être assez restrictif.

Par exemple, en acoustique, la vitesse du son dans l'air étant finie, le fluide « air » doit être traité comme compressible. En effet, supposons que l'air soit un fluide incompressible : il se déplacerait alors en bloc et propagerait toute modification de pression locale à une vitesse infinie. La vitesse du son c dans un fluide compressible s'écrit d'ailleurs comme fonction de sa compressibilité X :

$$c^2 = (\rho_0 X)^{-1} \quad (\text{I.39})$$

Écoulement incompressible :

L'écoulement incompressible est défini et introduit lorsque l'on a une constance de la densité de chaque particule de fluide le long de sa trajectoire; d'où :

$$\frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (\text{I.40})$$

Où les particules fluides n'ont nécessairement pas la même densité, voulant dire seulement que la densité de chaque particule ne change pas durant son mouvement, d'où l'exemple concret du mélange d'eau et d'huile bien que cela représente un mélange hétérogène mais qui peut être traité comme incompressible et que la densité n'est pas constante dans l'espace.

Par conséquent, si à un instant initial (I.40) est vérifiée, alors la densité de la particule considérée reste invariable au cours du temps de déplacement de celle-ci. De ce fait, que si le fluide est homogène (respectivement hétérogène) à un instant initial, il restera homogène (respectivement hétérogène). Ainsi, pour le fluide incompressible et homogène, on admet que la densité ρ est constante.

L'équation de continuité définie par:

$$\begin{cases} \frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot (\rho \vartheta) = 0 \\ \rho \vartheta = \rho_0 \nabla \times A \end{cases} \quad (\text{I.41})$$

A : Vecteur potentiel

$$\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\vartheta \cdot \nabla) \rho + \rho (\nabla \cdot \vartheta) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho (\nabla \cdot \vartheta) = 0 \quad (\text{I.42})$$

Peut, être considérablement simplifiée pour un écoulement incompressible; à partir de

(I.24) on obtient alors -en le comparant avec (I.21) l'équation suivante :

$$\nabla \cdot v = 0 \quad (\text{I.43})$$

Un champ de vitesse incompressible est donc, sans divergence et de ce fait il est dit Solénoïdal. L'équation (I.43) peut être utilisée pour couvrir les écoulements incompressibles stationnaire de même pour l'instationnaire, pour ce dernier, il n'ya pas de dérivée par rapport au temps dans l'équation de continuité, quoique dépende du temps $\vartheta = \vartheta(r, t)$.

. Écoulement compressible :

Dans ce cas d'écoulement, l'équation de continuité s'écrit :

$$\nabla(\rho v) = 0 \quad (\text{I.44})$$

Où ρ n'est nullement considéré constant. Le vecteur du flux massique ' ρv ' est seulement fonction de r mais pas de t.

L'équation au potentiel des vitesses, en supposant que les perturbations de vitesse dues à la présence du profil sont petites devant la vitesse à l'infini, peut être mise sous la forme linéaire.

$$(1 - M_0^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{I.45})$$

Pour de faibles valeurs du Mach $M_0^2 \ll 1$, on aura, ainsi, l'équation du potentiel de vitesse pour l'incompressibilité.

Les évolutions de C_x , C_z et puis C_m , traduisent l'effet de compressibilité qui apparaît à des valeurs de M_0 d'autant plus petites que le profil est plus épais et que l'indice est plus grand.

La notion de compressibilité apparaît bien nettement pour des régimes transsoniques et supersoniques au moment où une onde de choc naît faisant une différence remarquable et notable de pression, de température statique et de masse volumique de part et d'autre de cette onde, cela s'explique par les relations de SAINT-VENANT.

I.4. Notion de viscosité :

Les problèmes dus à la viscosité sont ceux dans lesquels les frottements du fluide ont des effets significatifs sur la solution. Dans le cas où les frottements peuvent être négligés, le fluide est appelé non-visqueux.

Le nombre de Reynolds peut être employé pour estimer quel type d'équation est approprié pour résoudre un problème donné. Un nombre de Reynolds élevé indique que les forces d'inertie sont plus importantes que les forces de frottement.

Cependant, même lorsque le nombre de Reynolds est élevé, certains problèmes nécessitent de prendre en compte les effets de la viscosité. En particulier, dans les problèmes où l'on calcule les forces exercées sur un corps (comme les ailes d'un avion), il faut prendre en compte la viscosité. Comme illustré par le Paradoxe de D'Alembert, un corps immergé dans un fluide non visqueux n'est soumis à aucune force.

Les équations normalement utilisées pour l'écoulement d'un fluide non visqueux sont les équations d'Euler. Dans la dynamique des fluides numérique, on emploie les équations d'Euler lorsqu'on est loin du corps et équations tenant compte de la couche limite lorsqu'on est à proximité du corps.

Les équations d'Euler peuvent être intégrées le long d'une ligne de flux pour aboutir à l'équation de Bernoulli. Quand l'écoulement est partout irrotationnel et non visqueux, l'équation de Bernoulli peut être employée pour résoudre le problème.

I.5. Différents régimes d'écoulement :

L'aérodynamique couvre différents régimes d'écoulement, en fonction du nombre de Mach M , caractéristique des effets de compressibilité du fluide :

$$M = \frac{U}{a} \quad (I.46)$$

Où U est la vitesse de l'écoulement et a la célérité du son.

On considère ces effets de compressibilité à travers deux types d'écoulement :

– Incompressible ($M < 0,3$) où $\frac{d\rho}{dt} = \text{cst}$;

– Compressible ($M > 0,3$) où $\frac{d\rho}{dt} \neq \text{cst}$;

Il convient également de distinguer les régimes d'écoulement :

– Subsonique ($M < 1$) où les perturbations de l'écoulement se propagent aussi bien en amont qu'en aval ;

– Sonique ($M = 1$) ;

– Transsonique ($0,8 < M < 1,2$) qui présente des zones d'écoulement subsonique et des zones d'écoulement supersonique ;

– Supersonique ($1 > M > 5$) où les perturbations de l'écoulement ne peuvent pas se propager en amont, cet écoulement est aussi marqué par des zones de discontinuité (ondes de choc) ;

– Hypersonique ($M > 5$) avec des ondes de choc très intenses et de très hautes températures près des parois, ce qui entraîne des réactions chimiques (dissociation des molécules) et la création d'un plasma.

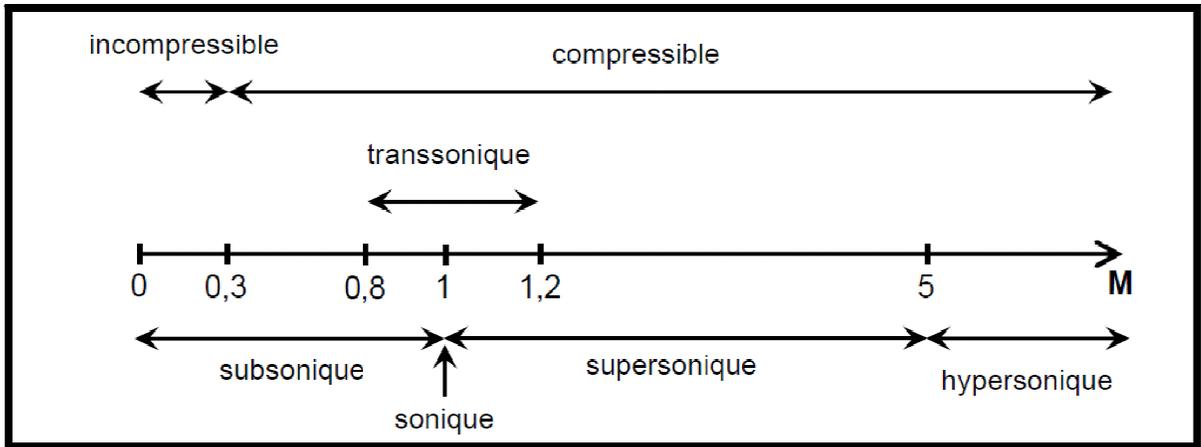


Figure (I.2) : Différents régimes d'écoulements

I.6. L'écoulement supersonique:

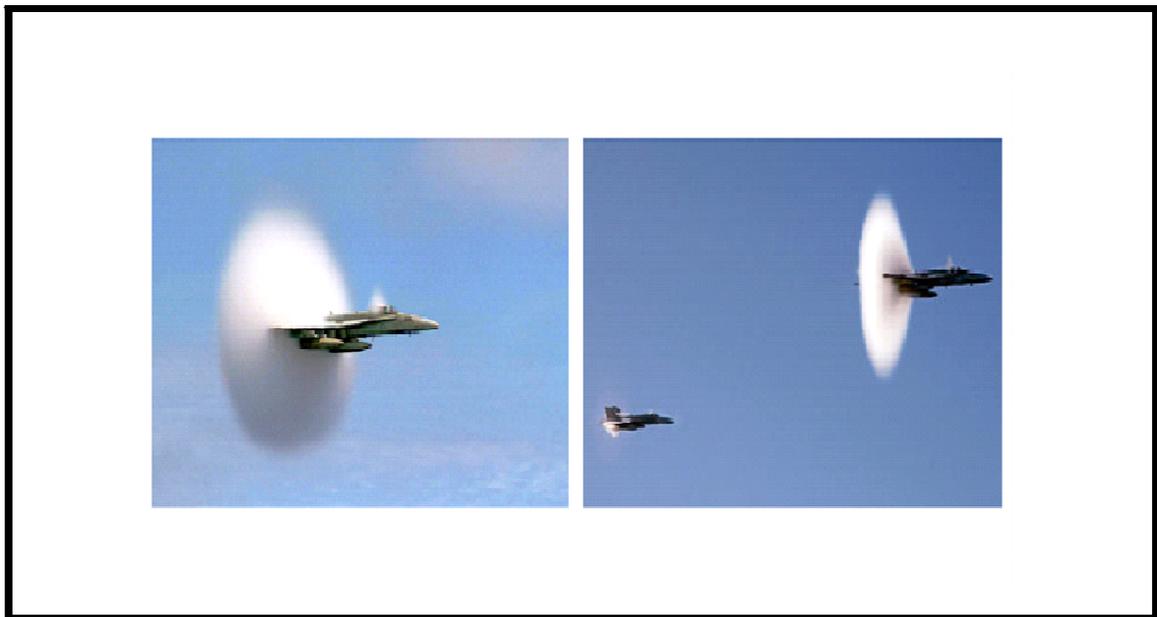


Figure (I.3) : franchissement du mur de son

I.6.1. Présentation de l'écoulement supersonique :

Un véhicule supersonique est un véhicule capable de se déplacer à une vitesse supérieure à la vitesse du son qui est de l'ordre de 343 mètres par seconde (environ 1 224 kilomètres par heure ou Mach 1) dans de l'air à 20°C au niveau de la mer.

Cette vitesse variant en fonction de la densité de l'air, elle diminue donc avec l'altitude, ce qui fait qu'un avion volant à Mach 1 en haute altitude aura une plus petite vitesse exprimée en km/h qu'au niveau de la mer.

Un écoulement supersonique est symétriquement un écoulement de fluide dont la vitesse loin des perturbations par un obstacle est supérieure à la vitesse du son dans ce même fluide.

Le comportement du fluide autour d'un mobile supersonique diffère considérablement de celui qu'on observe à des vitesses plus faibles. L'étude d'un mobile ponctuel fournit une explication qualitative simple (voir nombre de Mach) : alors que, en subsonique, le mobile baigne constamment dans les perturbations (les bruits) qu'il a créées précédemment, en supersonique, il abandonne en permanence ces perturbations derrière lui. Ainsi, elles se trouvent confinées dans le cône de Mach qui suit le mobile tandis que, hors de celui-ci, aucun son n'est audible.

C'est une représentation très parlante : l'onde de Mach forme une discontinuité entre deux zones aux comportements totalement différents mais ce n'est qu'une image. Le mobile ponctuel ne peut, en effet, produire que des perturbations infiniment petites, un mobile de dimensions finies produisant des perturbations finies nettement plus compliquées. L'image peut être considérée comme une approximation correcte des phénomènes observés à une échelle suffisamment petite pour que le mobile se réduise pratiquement à un point. Pour obtenir des résultats pratiques, il faut effectuer un agrandissement de manière à analyser la forme du mobile et ses conséquences précises sur le fluide situé à proximité.

I.6.2. Passage du subsonique au supersonique :



$$\textcircled{1} M_0 = M_c$$

- Apparition d'un point sonique à l'extrados. Le Mach critique M_c vaut environ 0,7.



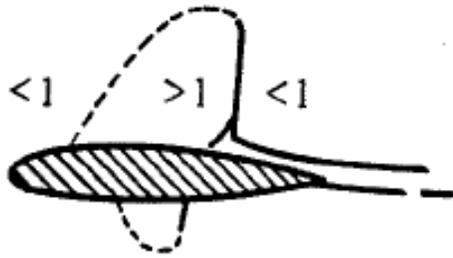
$$\textcircled{2} M_0 > M_c$$

- Supersonique réversible à l'extrados.



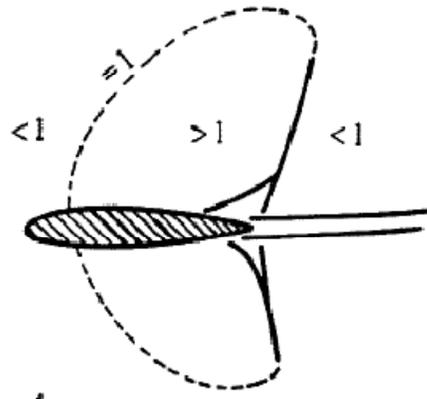
$$\textcircled{3} M_c < M_0 < 1$$

- Région supersonique limitée par un choc droit dont l'apparition caractérise le Mach limite M_l .



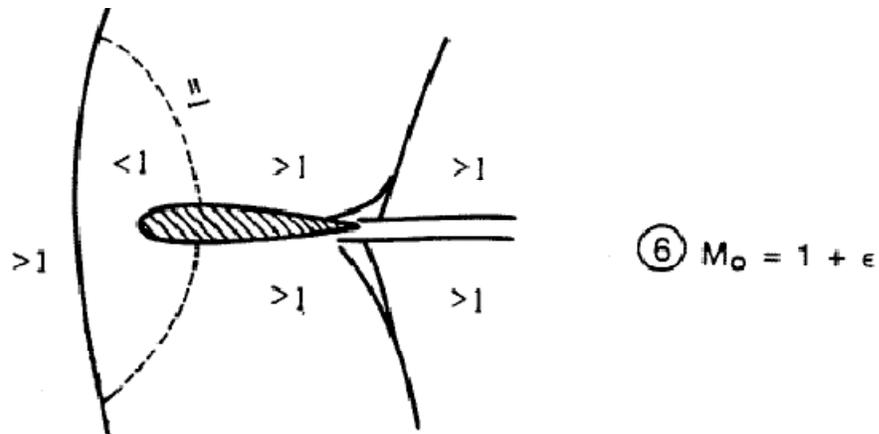
$$\textcircled{4} \quad M_L < M_o < 1$$

- Recul du choc extradós. Décollement de la couche limite. Apparition du λ (l'intrados à un tour de retard).



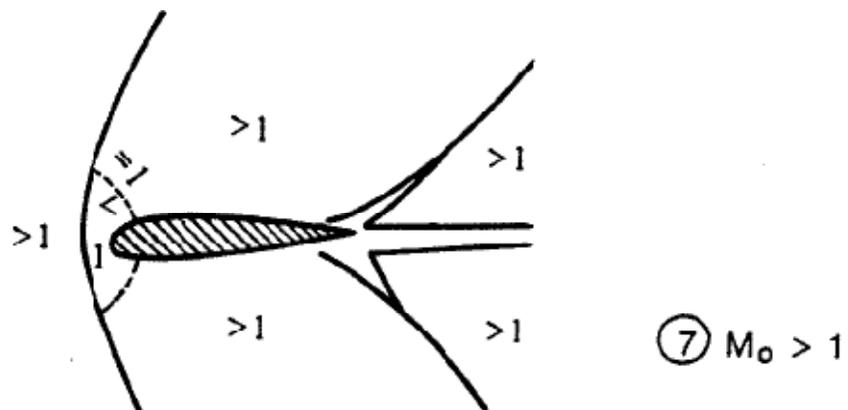
$$\textcircled{5} \quad M_o = 1 - \epsilon$$

- Recul des deux chocs au voisinage immédiat du bord de fuite. Les décollements (en aval du λ) sont de ce fait généralement très réduits.



- Depuis l'infini amont jusqu'au nez le régime passe du subsonique au supersonique.

Supersonique et subsonique étant séparés généralement par une ODC, on peut dire que, instantanément le supersonique est arrivé de l'infini amont en poussant devant lui une ODC droite qui vient s'immobiliser devant le nez. Le domaine subsonique devient fini.



- Le choc détaché se rapproche. Le domaine subsonique diminue.

I.6.3. Le vol transsonique et supersonique :

Quand on parle de la portance, il y est question de l'incompressibilité de l'air, de l'onde de pression qui "avertit" les molécules d'air en avant de l'avion, et de l'accélération qu'un manque de place provenant d'un objet ou d'un convergent (venturi) donne au flux d'air.

Tous ces faits sont liés, ils dépendent tous de l'incompressibilité de l'air à vitesse subsonique. Or, l'onde de pression qui "avertit" et permet l'accélération quand la place manque, se déplace à la vitesse du son. Alors, qu'arrivera-t-il si l'avion vole lui même à la vitesse du son ?

Lorsqu'un avion se déplace dans l'air, il génère des ondes de pression qui s'éloignent de lui comme les ronds dans l'eau autour d'un point de chute.

Au fur et à mesure que l'avion accélère, les ondes qui se déplacent dans le même sens que lui (vers l'avant), ont de plus en plus de mal à le distancer.

Arrivé à la vitesse du son (Mach 1), elle ne peut plus le distancer du tout (l'un comme l'autre se déplace à la même vitesse).

Si les ondes, qui partent vers l'avant, ne peuvent plus se détacher du nez de l'avion, elles vont s'accumuler au fur et à mesure qu'elles seront produites. En s'accumulant, elles formeront non plus une simple onde de pression, mais une onde de choc où la pression sera brutalement plus forte, et que nous ressentirons jusqu'au sol sous la forme d'un "bang".

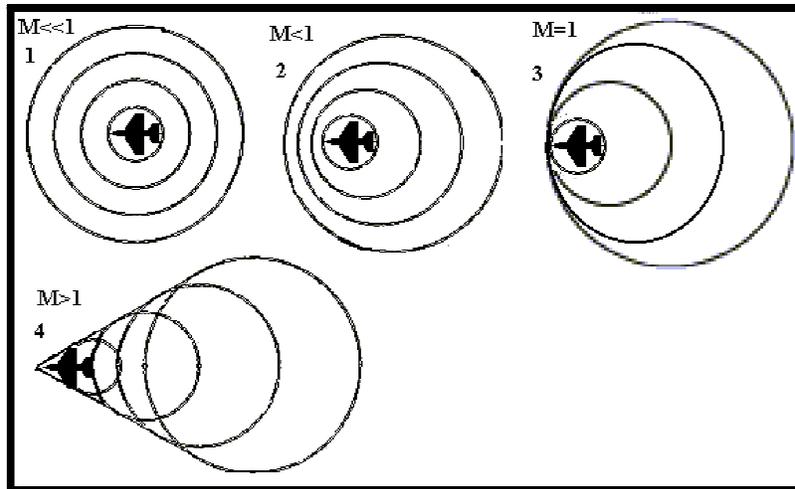


Figure (I.4) : Les différents aspects du cône de mach

Sur ce dessin, les ondes de pression s'éloignent dans toute la direction, façon "ronds dans l'eau" lorsque l'avion vole à une vitesse très inférieure à celle du son; ensuite, ces mêmes ondes un peu "poursuivies" quand l'avion va plus vite.

Lorsque l'avion atteint Mach1, il les "rattrape" et elles ne peuvent plus s'échapper devant lui (3). En (4), il les laisse derrière car il est plus rapide.

Lorsque la vitesse devient supersonique, le décalage progressif entre chaque cercle donne à l'ensemble l'aspect d'un cône (représenté, ici par les tangentes communes aux cercles).

Ce cône est appelé : "cône de mach", il est l'unique endroit où l'on peut entendre le "bang". Rien n'est perçu ni hors du cône ni même dans le cône, juste sur le cône lui même. En particulier, le pilote n'entend rien, En effet, il n'est pas sur le cône, il est dedans.

A vitesse subsonique, l'air était incompressible parce que l'onde de pression qui précédait l'avion "avertissait" la molécule en avant. Tout naturellement, maintenant que cette onde ne peut plus s'éloigner pour "avertir", l'air sera compressible à vitesse supersonique.

C'est l'incompressibilité de l'air en subsonique qui entraînait son accélération quand il manquait de place. Ainsi, d'ailleurs que son ralentissement dans un conduit divergent. A vitesse supersonique, c'est tout le contraire: l'air, devenu compressible, se comprimera et ralentira dans un conduit convergent, et au contraire, se détendra et accélèrera dans un conduit divergent.

Un dispositif comprenant une partie convergente suivie d'une partie divergente, pourra donc servir, sous certaines conditions à accélérer un gaz jusqu'à une vitesse supersonique.

Quelles sont ces conditions ?

Disons, pour faire simple, que la pression et/ou la vitesse de l'air soit (soient) suffisante(s) à l'entrée du système convergent/divergent.

Si les conditions de vitesse et/ou de pression sont faibles, l'air accélèrera dans le convergent sans atteindre la vitesse du son, puis il ralentira dans le divergent.

Pour des conditions plus avantageuses, la vitesse du son sera atteinte au point le plus étroit (A), mais l'air ralentira de nouveau dans le divergent (en fait, atteignant la vitesse du son en A, il se forme une onde de choc au point A et cette onde de choc a pour effet de refaire passer la vitesse en subsonique qui, dans le divergent qui suit, continuera de diminuer).

Pour des conditions encore plus avantageuses, la vitesse du son sera toujours atteinte en A, mais la pression est cette fois suffisante pour qu'une détente accélératrice se produise faisant passer la vitesse, dans le divergent en supersonique.

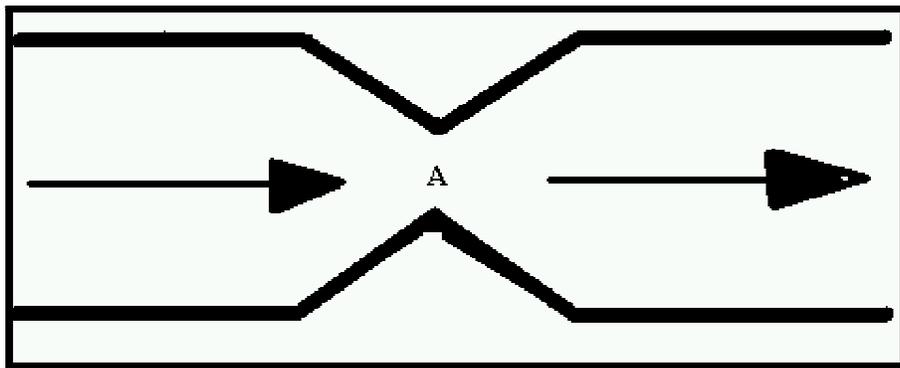


Figure (I.5) : Progression à travers un convergent divergent

La vitesse maximale atteinte dépend de la différence de pression entre l'entrée et la sortie.

A défaut de pression statique, la pression dynamique (la vitesse à l'entrée) compte aussi.

Mach1 étant la vitesse maximale pouvant être atteinte dans un convergent (sinon ça se comprime), elle sera atteinte en A et seulement en A, quel que soient les conditions de départ (qui doivent tout de même être suffisantes pour assurer au moins mach1 en A).

Cela signifie que mach1 ne peut pas être atteint avant A, et si le flux entrant est déjà presque à mach1, il n'accélèrera que peu dans la convergent, mais entamera la partie divergente avec beaucoup de pression et finira donc à une vitesse nettement supersonique.

On a dit que l'air, dont la vitesse est au moins égale à celle du son, accélère dans un divergent. En fait, il accélère lorsqu'il peut se détendre ou, si vous voulez, trouver une zone d'expansion.

II.1. Introduction :

Pour l'étude des écoulements supersoniques la compréhension du phénomène d'onde de choc est indispensable, dans ce chapitre on va traiter ce phénomène et les différents changements qui implique que sa soit pour le nombre de mach ou pour les variables caractérisant l'écoulement : p , ρ , T ...etc.

II.2. Origine et effet des ondes de choc :

Une onde de choc est un cas particulier d'onde, dont le profil a une très forte discontinuité. En réalité, il n'y a jamais de réelle discontinuité en physique, mais la variation au niveau de la « discontinuité » est telle que le phénomène devient qualitativement différent par rapport à ce qui se passe dans le reste de l'espace.

À l'issue de la phase transsonique qui voit l'apparition d'ondes de choc sur l'extrados puis sur l'intrados, lorsque tous les points de l'aile atteignent Mach 1, ces deux chocs sont repoussés au bord de fuite et deviennent obliques.

De plus, sur un profil d'aile classique avec un bord d'attaque arrondi, il se forme une onde de choc détachée devant ce bord d'attaque. Elle enferme un volume d'air qui est brutalement ralenti avec une forte surpression. Ce phénomène est à l'origine d'une augmentation de la traînée qui se substitue à la traînée liée au décollement en transsonique.

Il existe deux techniques pour réduire cette traînée. Comme en transsonique, l'utilisation d'une aile en flèche ou d'une aile delta diminue le nombre de Mach « vu » par l'aile. On peut également utiliser un profil supersonique symétrique avec une pointe au bord d'attaque comme au bord de fuite. L'inconvénient réside alors dans ses mauvaises performances en subsonique car un bord d'attaque aigu « traumatise » beaucoup plus un écoulement subsonique qu'un écoulement supersonique.

Si une masse d'air animée d'une vitesse supérieure à l'unité du Mach, s'écoule autour d'un corps (profil d'aile par exemple) arrondi, une onde de choc se forme en amont de celui-ci provoquant une région subsonique en aval de ce choc dont son calcul est particulièrement difficile vu l'inexistence d'expressions explicites des pressions locales est des efforts.

En revanche, lorsque le profil a un bord d'attaque pointu, une théorie de petites perturbations peut être employée (ACKERET, 1925), et conduit à des expressions très simples, applicables à des profils minces et aux incidences faibles. Cette théorie s'appuie sur les propriétés d'une déviation élémentaire d'un écoulement supersonique de fluide parfait.

Les expressions montrent que le bord d'attaque et le bord de fuite des profils supersonique doivent être aigus de façon à créer un choc oblique et d'éviter un choc détaché- nous verrons plus tard les causes de sa naissance.

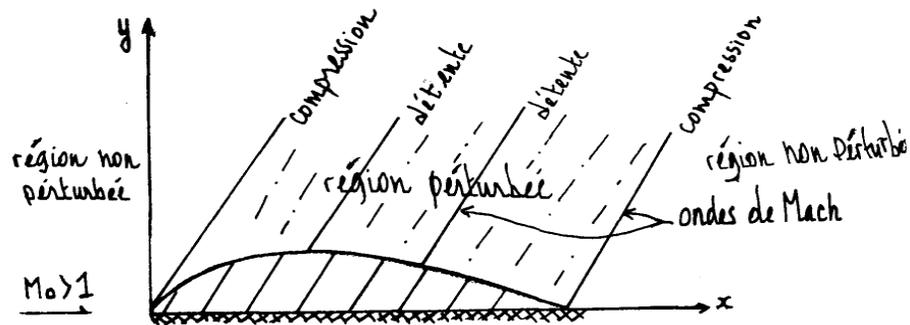


Figure (II.1) : Système d'onde lié à un profil supersonique.

Par rapport au cas de l'écoulement supersonique, il se produit donc autour du profil supersonique un écoulement de caractère complètement différent. La formation d'un domaine d'influence délimité par les lignes de Mach en aval du profil explique le parallélisme établi avec un système d'ondes attachées au profil et se déplacent avec lui (voir Figure II.1). Dans un "repère fixe" on parle d'un système d'ondes stationnaires. L'écoulement supersonique peut, donc, engendrer quatre types d'ondes -nous l'étudierons en détail dans ce qui suit à proximité d'un corps mouillé dans cet écoulement de fluide et qui sont les suivants:

- Onde de choc normale.
- Onde de choc oblique.
- Détente de Prandtl-Meyer.
- Onde de choc détachée.

II.3. Choc droit :

II.3.1. Équations d'une onde de choc droit :

Les hypothèses pour un écoulement présentant une onde de choc droit sont les suivantes :

- Écoulement stationnaire.
- Écoulement adiabatique en dehors des chocs.
- Absence d'effet visqueux.
- Absence de forces volumiques.
- Écoulement monodimensionnel.

Ce choc droit est une zone de discontinuité de l'écoulement. Comme l'écoulement est monodimensionnel, les composantes de vitesse de part et d'autre du choc sont :

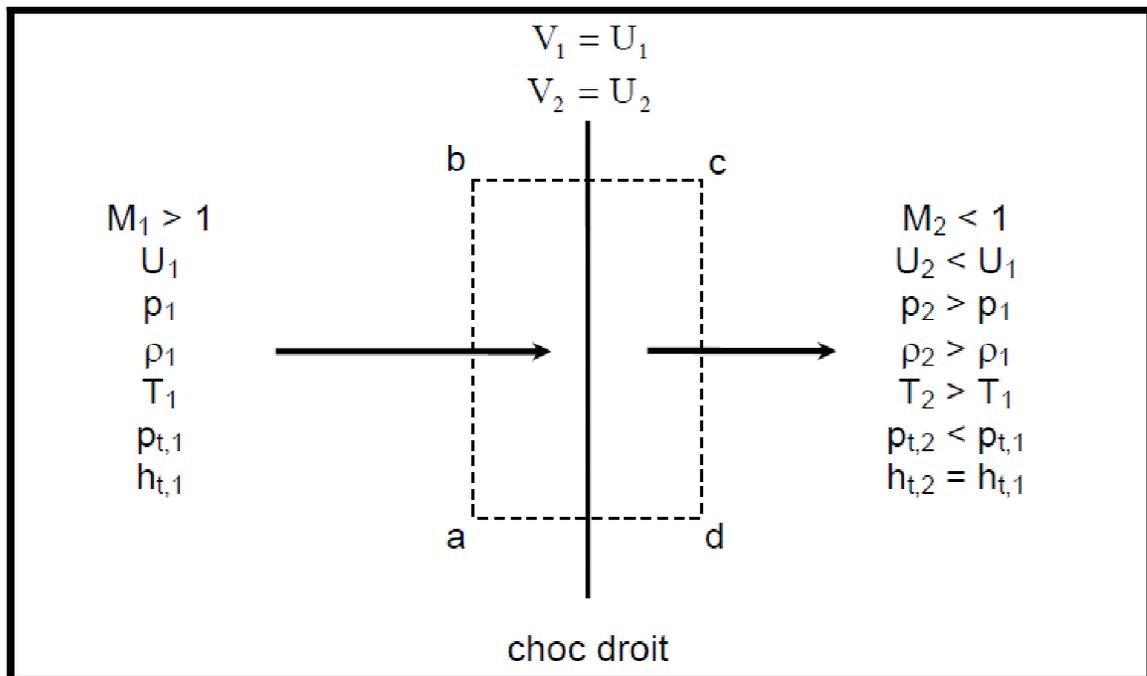


Figure (II.2) : Schéma d'un choc droit

Si l'on écrit sous forme intégrale les équations de conservation sur le domaine $\Sigma = (a, b, c, d)$ il vient :

– Pour la conservation de la masse:

$$\int_{\Sigma} \rho \vec{V} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (\text{II.1})$$

– Pour la conservation de la quantité de mouvement :

$$\int_{\Sigma} (\rho \vec{V} \cdot d\vec{S}) \vec{V} = - \int_{\Sigma} p d\vec{S} \quad (\text{II.2})$$

– Pour la conservation de l'énergie :

$$\int_{\Sigma} \rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right) \vec{V} \cdot d\vec{S} = - \int_{\Sigma} p \vec{V} \cdot d\vec{S} \quad (\text{II.3})$$

Avec la définition de l'enthalpie h par rapport à l'énergie interne :

$$h = e + pv = e + \frac{p}{\rho} \quad (\text{II.4})$$

En projetant ces relations selon la direction de l'écoulement :

– Conservation de la masse:

$$\rho U_1 = \rho U_2 \quad (\text{II.5})$$

– Conservation de la quantité de mouvement:

$$p_1 + \rho U_1^2 = p_2 + \rho U_2^2 \quad (\text{II.6})$$

– Conservation de l'énergie:

$$h_1 + \frac{U_1^2}{2} = h_2 + \frac{U_2^2}{2} \quad \text{Ou } h_{t,1} = h_{t,2} \quad (\text{II.7})$$

Pour un gaz calorifiquement parfait, $h = cpT$ d'où la conservation de l'énergie :

$$C_p T_1 + \frac{U_1^2}{2} = C_p T_2 + \frac{U_2^2}{2} \quad (\text{II.8})$$

II.3.2. Relations de Rankine-Hugoniot :

De part et d'autre d'un choc droit on a la relation de Prandtl :

$$a^{*2} = U_1 U_2 \quad (\text{II.9})$$

On en déduit l'expression du nombre de Mach de part et d'autre du choc droit :

$$M_2^2 = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{\gamma M_1^2 - \frac{\gamma-1}{2}} \quad (\text{II.10})$$

De même pour les autres grandeurs :

$$\begin{aligned} \frac{\rho_2}{\rho_1} &= \frac{U_1}{U_2} = \frac{(\gamma + 1)M_1^2}{2 + (\gamma - 1)M_1^2} \\ \frac{p_2}{p_1} &= 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1}(M_1^2 - 1) \\ \frac{T_2}{T_1} &= \frac{p_2 \rho_1}{p_1 \rho_2} \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

II.4. Choc oblique :**II.4.1. Équations d'une onde de choc oblique :**

Dans la plupart des cas, les ondes de choc sont des ondes de choc obliques, les chocs droits sont des cas particuliers pour un angle de 90° . Les hypothèses sont les mêmes que pour une onde de choc droit, sauf que l'écoulement est bidimensionnel.

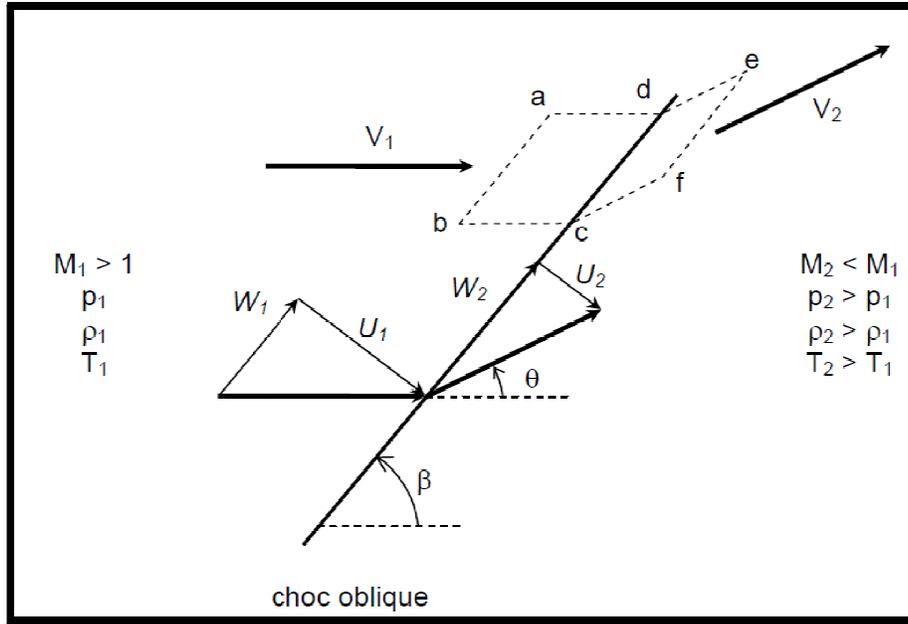


Figure (II.3) : Schéma d'un choc oblique

Si l'on écrit sous forme intégrale les équations de conservation sur le domaine $\Sigma = (a, b, c, d, e, f)$ et en les projetant sur les directions normale et tangentielle il vient :

- Conservation de la masse: relation (II.5)
- Conservation de la quantité de mouvement: relation (II.6)
- Conservation de l'énergie: relation (II.7)

On remarque que la composante tangentielle n'apparaît pas dans ces équations. Ainsi, les variations à travers un choc oblique sont régies uniquement par la composante normale de vitesse.

II.4.2. Relation de Rankine-Hugoniot :

Comme le nombre de Mach amont normal au choc oblique est :

$$M_{n,1} = M_1 \sin\beta \tag{II.12}$$

On en déduit l'expression du nombre de Mach normal en aval du choc oblique :

$$M_{n,2}^2 = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{n,1}^2}{\gamma M_{n,1}^2 - \frac{\gamma-1}{2}} \tag{II.13}$$

De même pour les autres grandeurs :

$$\begin{aligned} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{U_1}{U_2} &= \frac{(\gamma + 1)M_{n,1}^2}{2 + (\gamma - 1)M_{n,1}^2} \\ \frac{p_2}{p_1} &= 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(M_{n,1}^2 - 1) \\ \frac{T_2}{T_1} &= \frac{p_2 \rho_1}{p_1 \rho_2} \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

II.4.3. Diagramme $\theta - \beta - M$:

Le nombre de Mach en aval du choc oblique s'exprime en fonction de l'angle de déviation θ :

$$M_2 = \frac{M_{n,2}}{\sin(\beta - \theta)} \quad (\text{II.15})$$

On obtient également la relation entre θ , β et M :

$$\tan\theta = 2\cot\beta \frac{M_1^2 \sin^2\beta - 1}{M_1^2(\gamma + \cos 2\beta) + 2} \quad (\text{II.16})$$

La relation précédente est tracé sur les deux figure suivantes : il s'agit des courbes θ , β et M de la NACA qui permettent de retrouver facilement l'un des trois paramètres connaissant les deux autres. Notons sur ce diagramme quelques particularités :

. Pour chaque nombre de Mach amont, il y a un angle de déviation maximum θ_{\max} . Si la géométrie de l'écoulement impose $\theta > \theta_{\max}$ alors il n'y a pas de solution pour un choc oblique : il s'établit un choc courbe détaché en amont de l'obstacle.

. Pour $\theta > \theta_{\max}$ il y a deux solutions de choc oblique : la valeur la plus faible de β correspond à un choc faible (ligne continue du diagramme NACA) et la valeur la plus forte à un choc fort (ligne pointillée du diagramme NACA). La dénomination choc fort/choc faible est liée à l'amplitude du rapport de pression. Dans la nature, la solution la plus fréquente est celle qui correspond au choc faible.

La ligne continue qui relie toutes les valeurs de θ_{\max} est la limite entre choc faible et choc fort. Légèrement au-dessous de cette ligne, une seconde ligne discontinue correspond à la limite sonique, au dessus de cette ligne $M_2 > 1$ et en dessous $M_2 < 1$.

. Si $\theta = 0$ alors $\beta = 90^\circ$ (choc droit) où $\beta = \mu$ (onde de Mach). Dans un cas comme dans l'autre, il n'y a pas de déviation de l'écoulement.

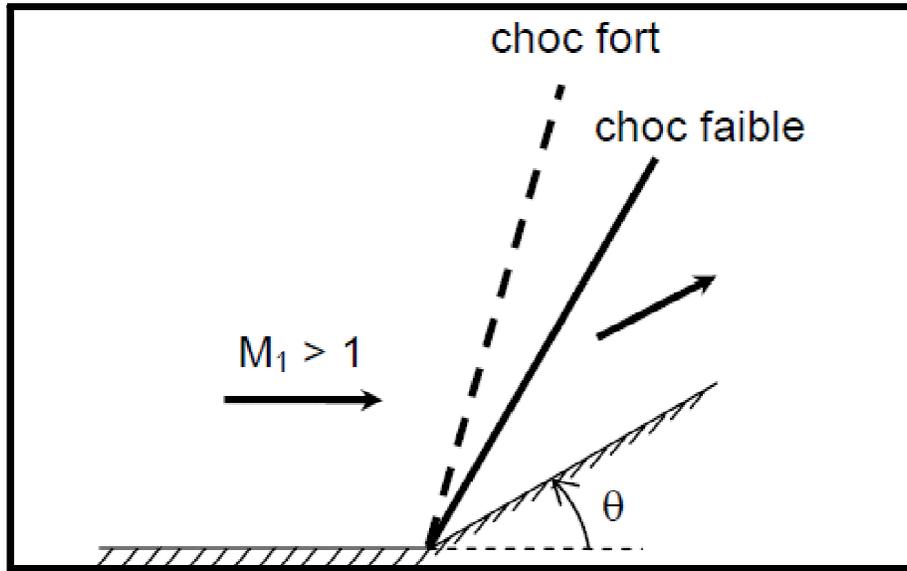


Figure (II.4) : Choc faible et choc fort

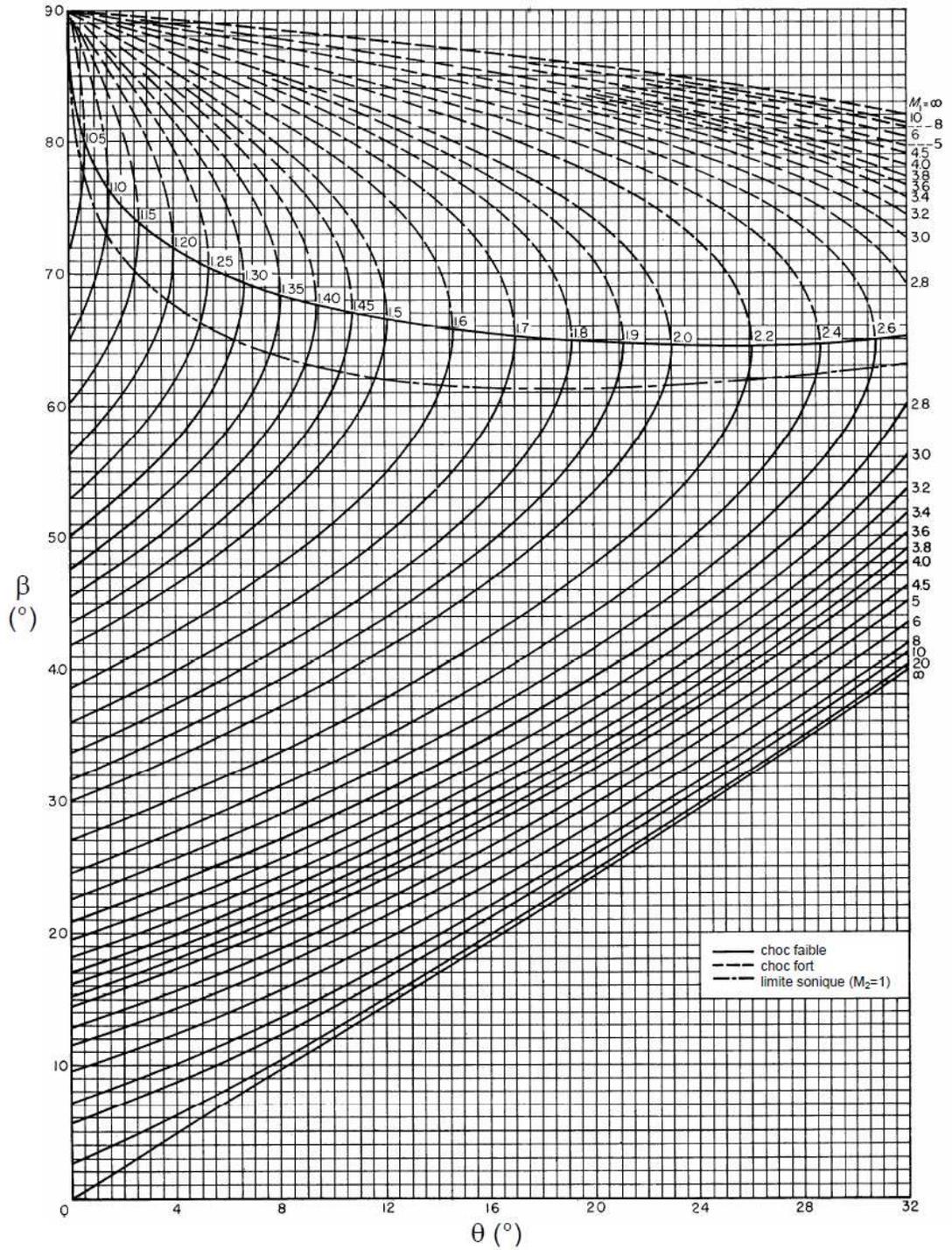


Figure (II.5) : Variation de l'angle de choc en fonction de l'angle de déviation pour différents nombres de Mach

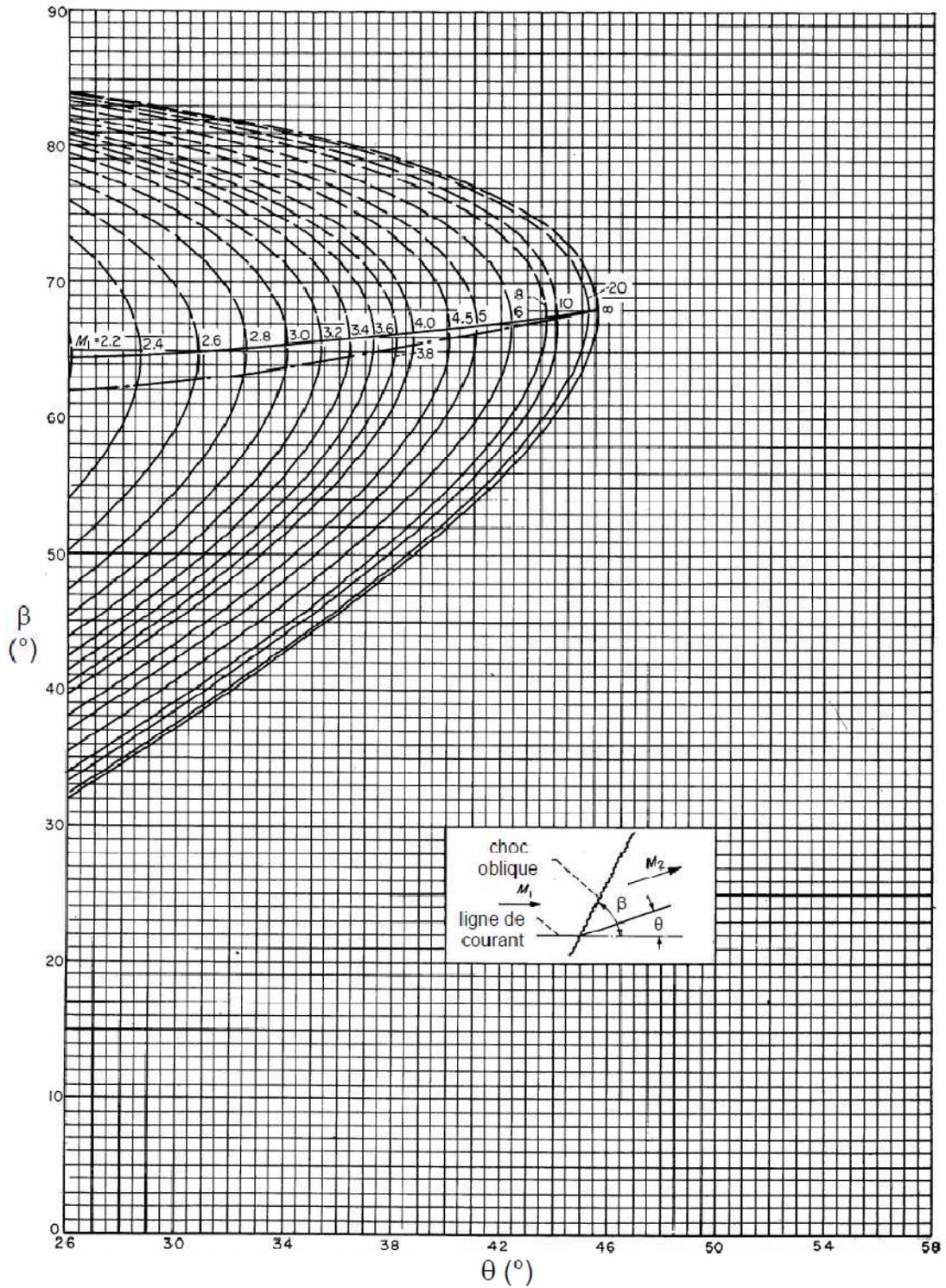


Figure (II.6) : Variation de l'angle de choc en fonction de l'angle de déviation pour différents nombres de Mach (suite)

II.5. Onde de détente :

De même qu'il y a une augmentation de pression discontinue à travers un choc, un écoulement supersonique est aussi caractérisé par une onde de détente qui est une région de détente continue d'ondes de Mach, chaque onde de Mach formant un angle μ avec la direction de l'écoulement amont. La zone de détente est limitée par l'angle de Mach amont μ_1 et l'angle de Mach aval μ_2 . Comme la détente est une succession continue d'onde de Mach,

L'écoulement est isentropique. Les ondes de détente ont été étudiées par Ludwig Prandtl et son étudiant Theodore Meyer en 1907-1908.

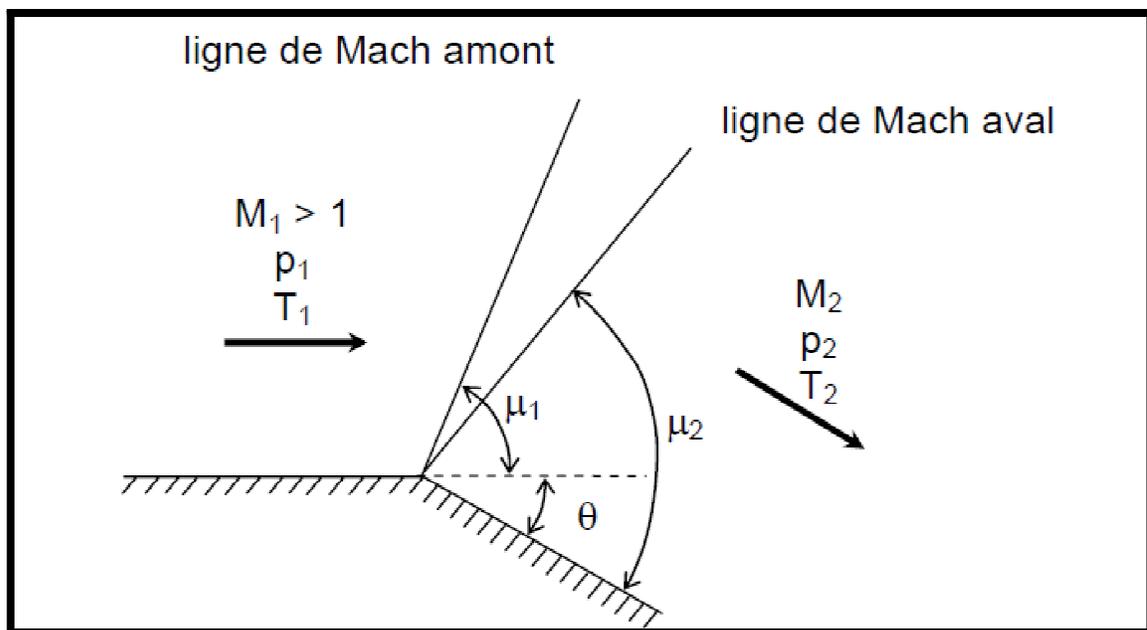


Figure (II.7) : Détente de Prandtl-Meyer

Considérons une onde de Mach très faible produite par une déflexion infinitésimale $d\theta$. La vitesse en amont de cette onde de Mach est V et la vitesse en aval $V + dV$. D'après les équations de conservation, il n'y a pas de changement de la vitesse tangentielle de part et d'autre de l'onde de Mach, seule la vitesse normale varie. Donc $[AB] = V$ et la ligne BC est perpendiculaire à l'onde de Mach sur la figure suivante.

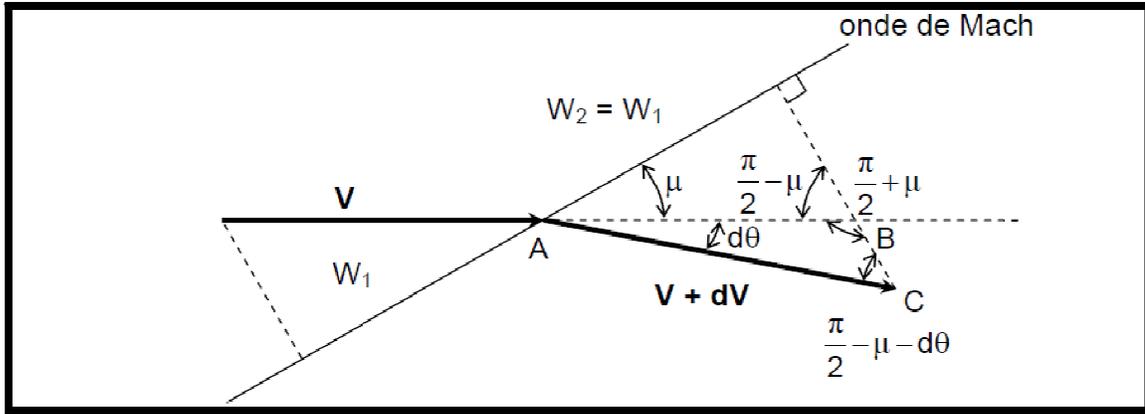


Figure (II.8) : Changement infinitésimal de vitesse à travers une onde de Mach

On a donc dans le triangle ABC :

$$\frac{V+dV}{V} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \mu)}{\sin(\frac{\pi}{2} - \mu + d\theta)} \quad (II.17)$$

Or comme :

$$\begin{aligned} \sin(\frac{\pi}{2} + \mu) &= \sin(\frac{\pi}{2} - \mu) = \cos\mu \\ \sin(\frac{\pi}{2} - \mu - d\theta) &= \cos(\mu + d\theta) = \cos\mu \cos d\theta - \sin\mu \sin d\theta \end{aligned} \quad (II.18)$$

Il vient :

$$1 + \frac{dV}{V} = \frac{\cos\mu}{\cos\mu \cos d\theta - \sin\mu \sin d\theta} \quad (II.19)$$

Pour $d\theta$ petit on a $\sin d\theta \approx d\theta$ et $\cos d\theta \approx 1$ donc :

$$1 + \frac{dV}{V} = \frac{\cos\mu}{\cos\mu - d\theta \sin\mu} = \frac{1}{1 - d\theta \tan\mu} \quad (II.20)$$

Par ailleurs on peut faire le développement limité pour $x < 1$ de :

$$\frac{1}{1-x} = 1 + X + X^2 + X^3 + \dots \quad (II.21)$$

D'où en négligeant les termes d'ordre 2 :

$$1 + \frac{dV}{V} = 1 + d\theta \tan \mu + \dots \quad (\text{II.22})$$

Ce qui peut également s'écrire :

$$d\theta = \frac{\frac{dV}{V}}{\tan \mu} \quad (\text{II.23})$$

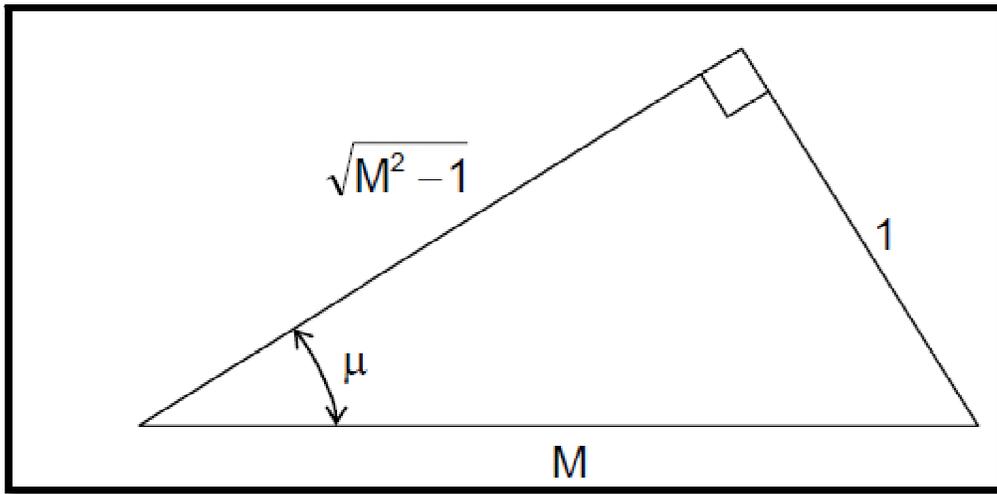


Figure (II.9) : Triangle rectangle associé à l'angle de Mach

Dans le triangle rectangle précédent, on a :

$$\tan \mu = \frac{1}{\sqrt{M^2 - 1}} \quad (\text{II.24})$$

En remplaçant \$\mu\$ par son expression il vient :

$$d\theta = \sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V} \quad (\text{II.25})$$

Cette relation est valable pour un changement infinitésimal de \$dV\$ à travers une onde d'amplitude très faible. Pour une onde de Mach \$dV\$ et \$d\theta\$ tendent vers 0.

L'équation précédente est donc une approximation pour $d\theta$ petit mais devient exacte pour $d\theta$ tendant vers 0. Comme une zone d'onde de détente est une région comprenant une infinité d'ondes de Mach, cette relation décrit précisément l'écoulement dans une onde de détente. Il faut donc intégrer $d\theta$ entre M_1 et M_2 .

$$\int_0^\theta d\theta = \theta = \int_{M_1}^{M_2} \sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V} \quad (\text{II.26})$$

Or comme selon la relation (1.40) :

$$M = \frac{V}{a}$$

Alors :

$$\frac{dV}{V} = \frac{dM}{M} + \frac{da}{a} \quad (\text{II.27})$$

Par ailleurs comme :

$$a^2 = \gamma RT \quad (\text{II.28})$$

Alors :

$$\left(\frac{a_0}{a}\right)^2 = \frac{T_t}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2$$

$$a = \frac{a_0}{\sqrt{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}}$$

$$\frac{da}{a} = -\frac{\frac{\gamma-1}{2} M}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} dM \quad (\text{II.29})$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} \frac{dM}{M}$$

Donc :

$$\theta = \int_{M_1}^{M_2} \frac{\sqrt{M^2-1}}{1+\frac{\gamma-1}{2}M^2} \frac{dM}{M} \quad (\text{II.30})$$

L'intégrale qui apparaît dans cette expression est appelée la fonction de Prandtl-Meyer :

$$v(M) = \int \frac{\sqrt{M^2-1}}{1+\frac{\gamma-1}{2}M^2} \frac{dM}{M} \quad (\text{II.31})$$

Sa valeur est :

$$v(M) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arctan \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}(M^2-1)} - \arctan \sqrt{M^2-1} \quad (\text{II.32})$$

D'où l'angle de déviation :

$$\theta = v(M_2) - v(M_1) \quad (\text{II.33})$$

La fonction $v(M)$ est connue sous le nom de fonction de Prandtl-Meyer.

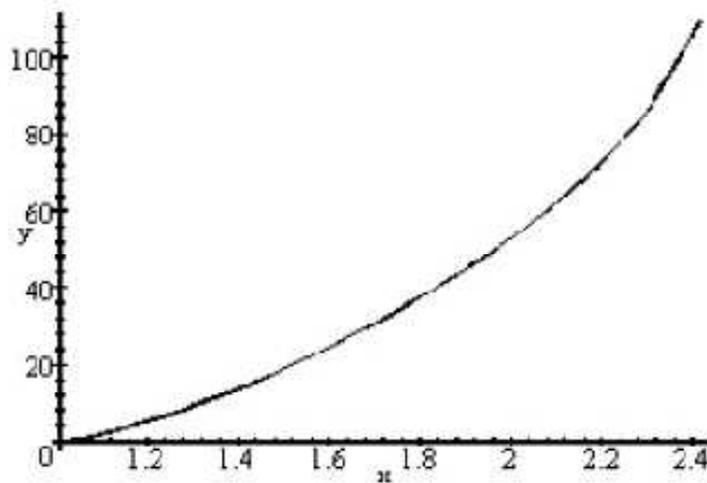
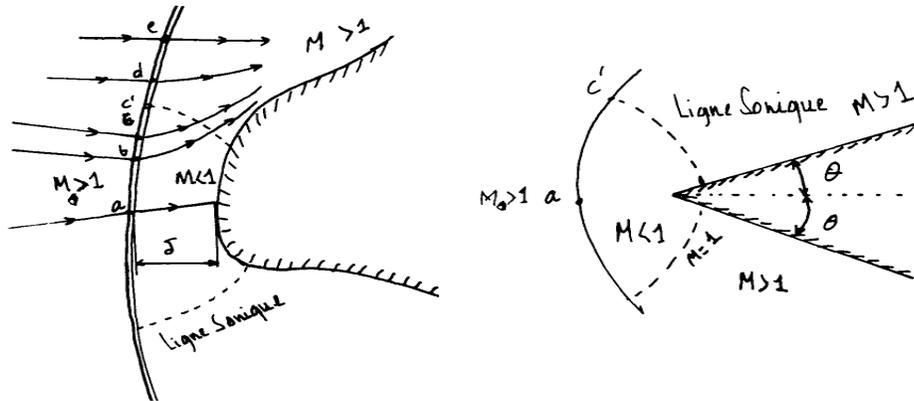


Figure (II.10) : Evolution de $v(M) = \nu$ en fonction de $M = x$ ($\kappa = 1.4$)

II.6. Onde de choc détachée :



A / Ecoulement supersonique autour d'un corps émoussé. B / Ecoulement supersonique d'un dièdre ($\theta > \theta_{\max}$).

Figure (II.11) : les ondes de choc détachées

Si nous faisons l'analyse d'un écoulement supersonique autour d'un corps émoussé

(Voir Figure (II.11.A)), nous remarquons que l'onde de choc est distante de ' δ ' du nez appelé la distance du détachement du choc. Au point a, le choc est normal à l'écoulement amont, de là, le point a correspond à l'onde de choc normale. Loin du point a, l'onde de choc, devient graduellement oblique ou courbée et faible. Et représente l'onde de Mach très faible, par contre b représente l'onde de Mach forte "Choc oblique fort"; le point c représente le maximum de déflexion de l'angle.

La forme de l'onde de choc détachée dépend de M_1 , de la forme et dimension du corps. La solution de ce champ d'écoulement est non triviale. En outre, le problème de ce type de corps supersonique était la majeure concentration et observation pour les aérodynamiciens supersoniques durant 1950 à 1960, mais grâce aux calculs numériques, cela allégea le problème et apporta des satisfactions considérables dans les recherches.

Si nous analysons, en revanche, le cas d'un écoulement supersonique autour d'un corps pointu, (voir Figure (I.11.B)), nous remarquons presque la même chose mais celui-ci présente, en plus, beaucoup d'autres avantages en retardant le détachement de l'onde du nez.

Le problème du choc détaché est difficile à résoudre car l'écoulement est du type mixte, c'est-à-dire partiellement subsonique ou supersonique, les équations du mouvement changent de type (elliptique ou hyperbolique) à travers des frontières (onde de choc et lignes soniques) inconnues à priori.

Pour n'importe quel nombre de Mach amont M_1 donné, on peut lui associer un angle de déflexion maximum θ_{\max} .

Si la géométrie physique est telle que $\theta > \theta_{\max}$, donc, il n'existe aucune solution pour une onde de choc oblique droite, du fait qu'une onde de choc détachée est née du dièdre ou du nez du corps. D'ici, aux grands nombres de Mach, la solution du choc oblique droit peut exister aux grands angles de déflexion. Par contre, il y a une limite où M_1 s'approchant de l'infini, θ_{\max} s'approche de $45,5^\circ$, pour $\gamma = 1,4$.

II.7. Application de la théorie des chocs aux profils supersoniques :

Dans le cas d'une paroi formant un coin concave, l'écoulement se replie sur lui-même, il y a donc compression et apparition d'une onde de choc oblique. Au contraire, pour une paroi formant un coin convexe, l'écoulement est déplié, il y a donc détente et présence d'une onde de détente.

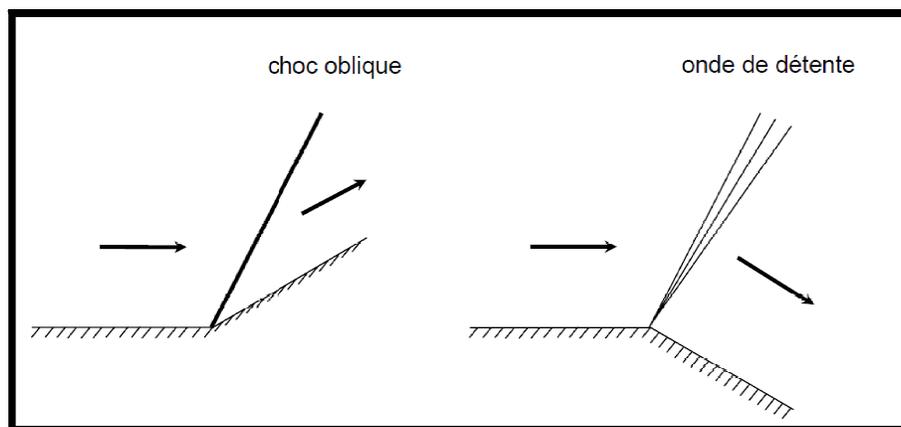


Figure (II.12) : Choc oblique et onde de détente

II.7.1. Portance et traînée :**. Force de portance F_L :**

La force de portance est la composante de la force F agissant sur le profil orientée perpendiculairement à l'écoulement incident.

. Coefficient de portance C_L :

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho_\infty u_\infty^2 L} = \frac{F_L}{\frac{1}{2}k p_\infty M_\infty^2 L} \quad (\text{II.34})$$

. Force de traînée F_D :

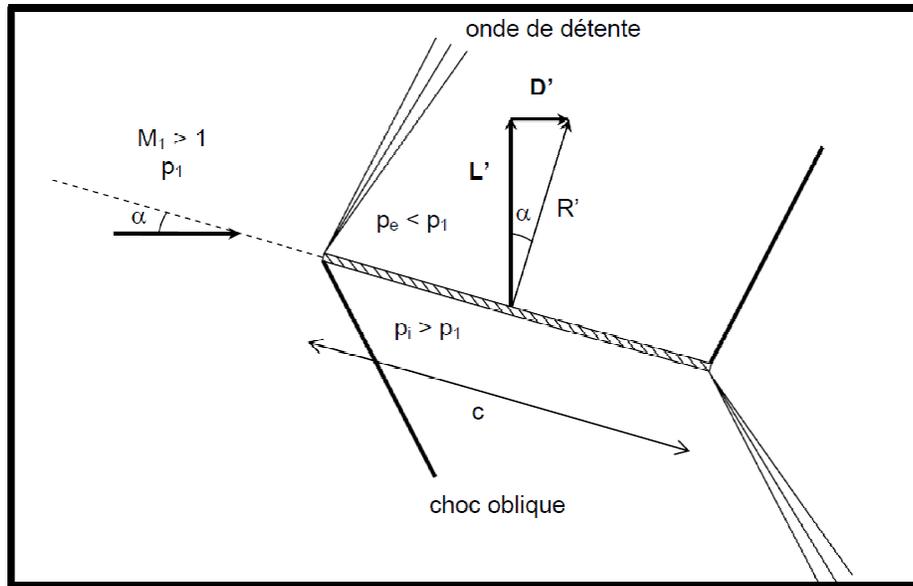
La force de traînée est la composante de la force F agissant sur le profil orientée selon la tangente à la trajectoire de l'objet.

. Coefficient de traînée C_D :

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho_\infty u_\infty^2 L} = \frac{F_D}{\frac{1}{2}k p_\infty M_\infty^2 L} \quad (\text{II.35})$$

II.7.2. Écoulement autour d'une plaque plane :

Considérons maintenant l'écoulement sur une plaque plane formant un angle d'incidence α par rapport à l'écoulement incident supersonique. Sur l'extrados au niveau du bord d'attaque, l'écoulement est déplié par rapport à sa direction incidente, il y a donc une onde de détente. Au contraire, au bord de fuite, il revient pratiquement dans la direction de l'écoulement amont, il se replie donc et il y a une onde de choc. Le comportement s'inverse du côté intrados avec présence d'un choc oblique au bord d'attaque et d'une onde de détente au bord de fuite. Côté extrados, derrière l'onde de détente la pression statique diminue donc $p_e < p_1$ et côté intrados, derrière l'onde de choc oblique la pression statique augmente et $p_i > p_1$.



Figure(II.13) : Écoulement supersonique sur une plaque plane

Les efforts aérodynamiques par unité d'envergure sont alors :

$$\begin{aligned} R' &= (p_i - p_e)c \\ L' &= (p_i - p_e)c \cos\alpha \end{aligned}$$

(II.36)

Les valeurs de p_i et p_e sont déterminées par le calcul des chocs et des détenteurs vus précédemment.

II.7.3. Écoulement autour d'un profil en losange :

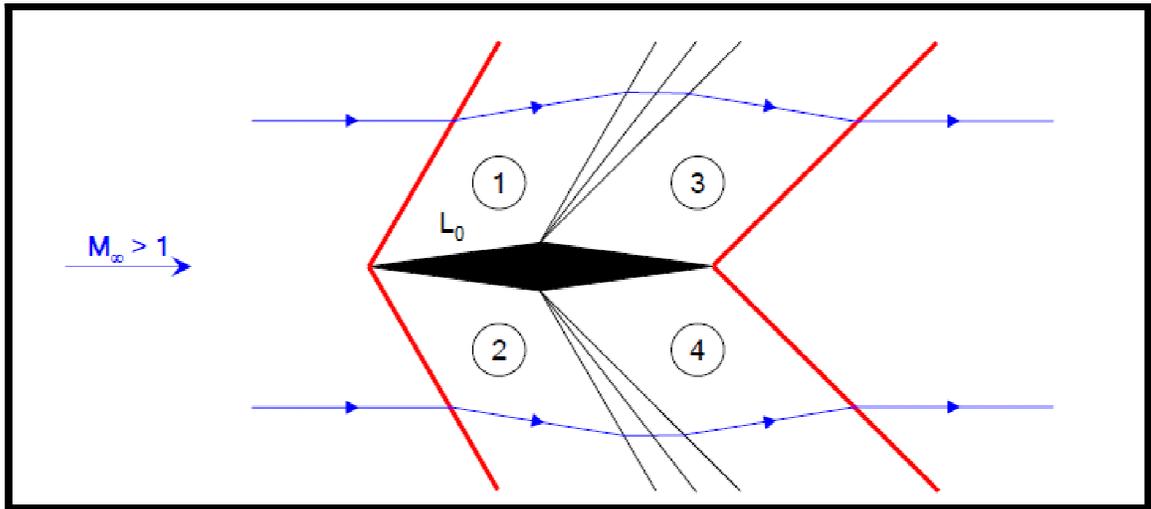


Figure (II.14) : Écoulement supersonique autour d'un profil En forme de losange

Considérons maintenant un profil d'épaisseur non nulle de corde L_0 . Pour simplifier, on prendra un profil symétrique en forme de losange, formé de quatre cotés identiques de longueur L . On supposera que l'angle d'attaque α est nul. Par conséquent, il n'y a pas de portance et la trainée d'onde due à la portance est aussi nulle. Pourtant la trainée n'est pas nulle. En effet, $p_1=p_2>p_3=p_4$. Calculons en effet, la trainée due à chaque plaque plane formant le corps.

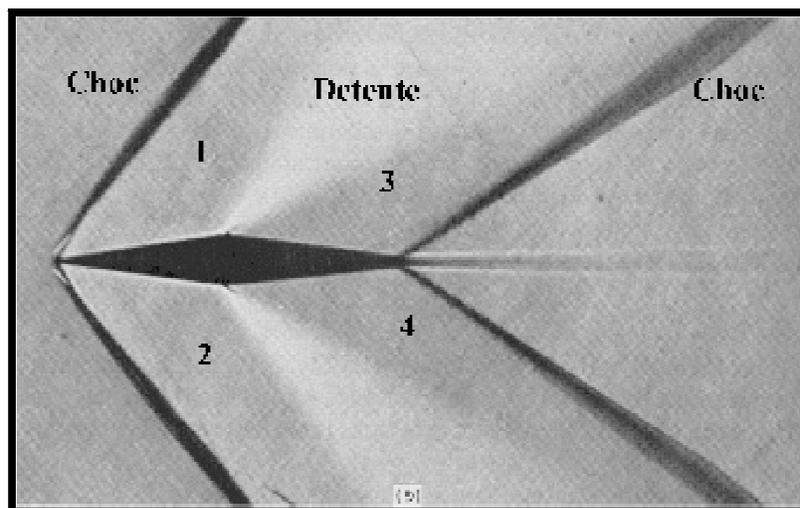


Figure (II.15) : Evaluation de l'écoulement

-Pour calculer le nombre de Mach après le choc oblique on utilise la relation du choc oblique ou par identification dans les tables du choc oblique selon le nombre de Mach amont et l'angle que fait la géométrie avec l'horizontale.

-Pour calculer le nombre de Mach après la détente de Prandtl –Meyer on utilise la relation (II.32).

Ou par l'utilisation des tables de la détente de Prandtl –Meyer.

Si on parle coté efforts aérodynamiques on utilise les relations suivantes :

On a:

$$F_{x1} = F_{x2} = p_1 L \sin\varphi \quad (\text{II.37})$$

Et :

$$F_{x3} = F_{x4} = p_3 L \sin(-\varphi) = -p_3 L \sin\varphi \quad (\text{II.38})$$

Par conséquent :

$$F_{x \text{ tot}} = F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4} = 2L (p_1 - p_3) \sin\varphi \quad (\text{II.39})$$

Par la géométrie on a :

$$L = \frac{L_0}{2 \cos\varphi} \quad (\text{II.40})$$

On obtient le coefficient de trainée :

$$C_x = \frac{2}{k M_\infty^2} \left[\frac{P_1}{P_\infty} - \frac{P_3}{P_\infty} \right] \tan \varphi \quad (\text{II.41})$$

Le rapport $\frac{P_1}{P_\infty}$ est le rapport de pression statique à travers le choc oblique tandis que le rapport $\frac{P_3}{P_\infty}$ est le rapport de pression à travers l'expansion de Prandtl-Meyer. La trainée est due ici uniquement à l'épaisseur finie du profil. C'est la trainée d'onde due à l'épaisseur.

II.8. Conclusion :

Au voisinage du bord d'attaque d'un profil supersonique, il y a deux écoulements analogues à celui qu'on peut observer sur un dièdre convergent. En chaque point de celui-ci, est attachée une ligne de Mach définie précédemment comme une discontinuité d'amplitude infinitésimale. La superposition de ces différentes discontinuités élémentaires crée une discontinuité d'amplitude finie, une onde de choc. À travers celle-ci, la pression augmente brutalement.

Si le choc est droit, de supersonique l'écoulement devient subsonique. Dans le cas oblique, illustré ci-contre, seule la composante normale, à travers le choc, est réduite : la résultante peut donc rester supersonique. La décroissance de la vitesse dépend donc de l'angle du dièdre.

De manière un tout petit peu plus précise, on peut dire que les lignes de Mach faisant avec les vitesses d'écoulement un angle défini par le seul nombre de Mach (son sinus est égal à l'inverse de celui-ci), celles qui seraient liées à des vitesses supersoniques le long de la paroi inclinée rencontreraient celles de l'écoulement non perturbé. Cette rencontre de lignes de discontinuité ne peut se résoudre que par un phénomène brutal, irréversible au sens de la thermodynamique. Autour d'un dièdre divergent, les lignes de Mach basculent progressivement pour produire un éventail de détente, phénomène réversible.

III.1. Introduction :

Une aile delta se distingue d'une aile classique à travers plusieurs caractéristiques qui justifient son emploi sur les avions de chasse : elles sont légères, rigides et génèrent par leur profil aminci une traînée d'onde présente en vol supersonique plus faible.

De plus, alors que les ailes classiques développent une portance grâce à leur cambrure, les ailes delta génèrent des nappes tourbillonnaires responsables de près de la moitié de la portance totale.

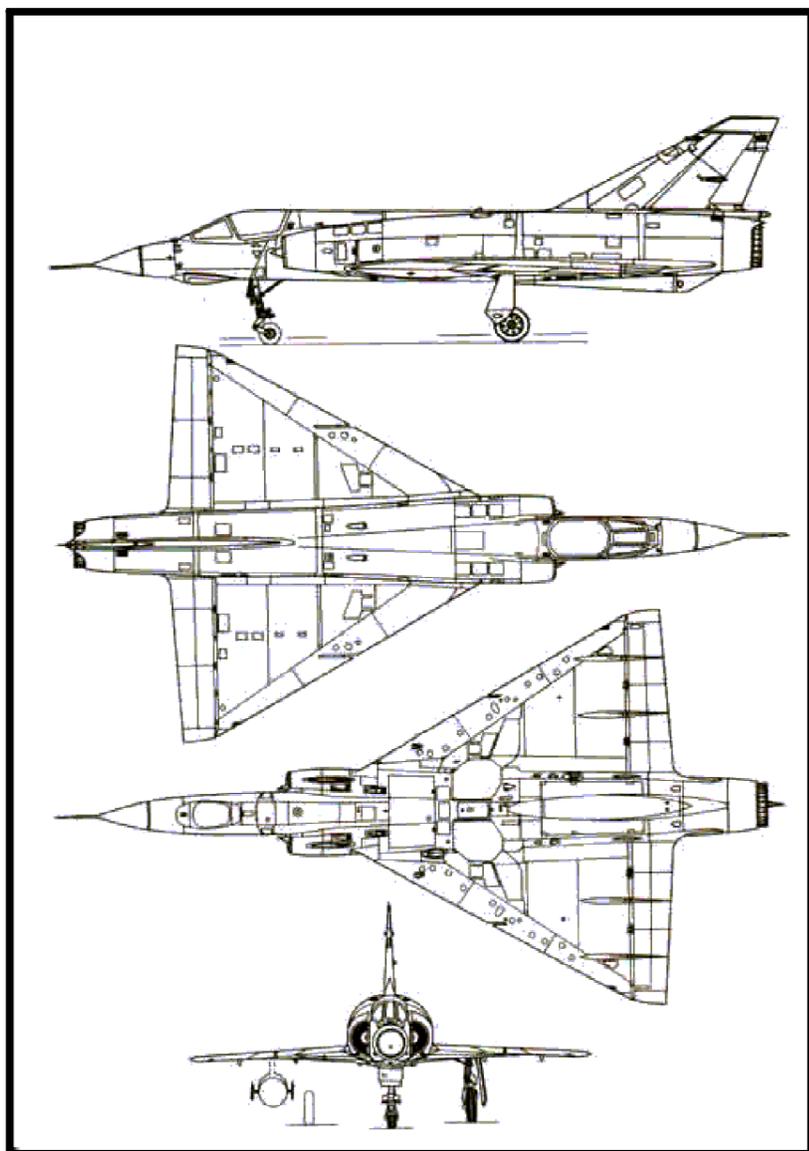


Figure (III.1) : avions à aile Delta

III.2. L'aile Delta :

III.2.1. Définition et historique :

Une aile delta est un type d'aile d'avion, caractérisé par une forme de Triangle isocèle. Ce nom provient de la majuscule grecque delta qui est de forme triangulaire (Δ).

Avion expérimental français Payen PA-49 utilisé pour la mise au point de l'aile Delta sur un avion à réaction en 1954. Il est en 2009 exposé au Musée de l'Air et de l'Espace.

Vers 1650, l'artilleur polonais Kazimierz Siemienowicz décrit la construction de fusées avec des stabilisateurs Delta. En 1867, les anglais James W. Butler et Edmund Edwards déposent un brevet pour un avion à aile delta propulsé par un jet de vapeur. Mais cette forme d'aile n'apparaît réellement que dans les années 1930, d'abord en France avec les prototypes de Nicolas Roland Payen, qui dépose un brevet en 1931, puis en Allemagne avec les travaux de Alexander Lippisch.

III.2.2. Avantages et inconvénients :

III.2.2.1. Avantages :

L'aile delta a la même caractéristique qu'une aile en flèche prononcée : elle est bien adaptée au vol à vitesse supersonique car sa forme est proche de celles du cône de Mach.

Avantages sur l'aile en flèche :

-la longue corde à l'emplanture, souvent supérieure à l'envergure, permet de concilier faible épaisseur relative (3 %) et épaisseur absolue suffisante pour la tenue structurelle (longerons) et le logement des accessoires (train, systèmes mécaniques, réservoirs).

-ayant généralement une surface plus grande, elle peut renfermer un volume de carburant plus important,

-avec une forme en plan d'aile en ogive (bord d'attaque à double courbure présentant une forte flèche au raccordement avec le fuselage), elle peut profiter d'une hypersustentation (portance tourbillonnaire) spécifique de cette forme (travaux ONERA, années 1950-1960) : le Concorde profite ainsi d'un supplément de portance d'environ 20 % ce qui permet de réduire la vitesse minimale et la vitesse de décrochage d'environ 10 %.

III.2.2.2. Inconvénients :

-Coefficient de portance (C_z) maximal limité par l'absence de dispositifs hypersustentateurs. Pour cette raison l'aile en flèche (avec empennage) offre une portance maximale plus élevée, favorable aux évolutions serrées. Cet inconvénient est en partie compensé par les suppléments de portance apportés par :

- la portance tourbillonnaire décrite ci-dessus,
- l'effet de sol important pour une aile basse en position cabrée, le bord de fuite étant près du sol,
- la composante verticale de la poussée au décollage compte tenu de l'angle d'attaque élevé. Cabré à 17° , 30 % de la poussée des moteurs (augmentée par la post-combustion) portent directement l'avion. Si un (ou le) moteur s'arrête...
- le montage de plans canards qui permet un léger braquage positif (vers le bas) des volets à grande incidence; voir Rafale, stabilité en tangage .

-Très forte traînée induite due au faible allongement.

-Les grandes incidences possibles (faible pente de portance) peuvent amener un masquage aérodynamique de l'empennage vertical.

III.2.3. Les ailes élancées et leur domaine de vol :

Dans ce chapitre, nous traiterons les ailes Δ (a) ainsi que les ailes qui dérivent de cette forme telles que les ailes Δ à bouts tronqués (b), à double Δ (c), les ailes en queue d'hirondelle (d), les ailes en fer de lance (e) et les ailes gothiques (f).

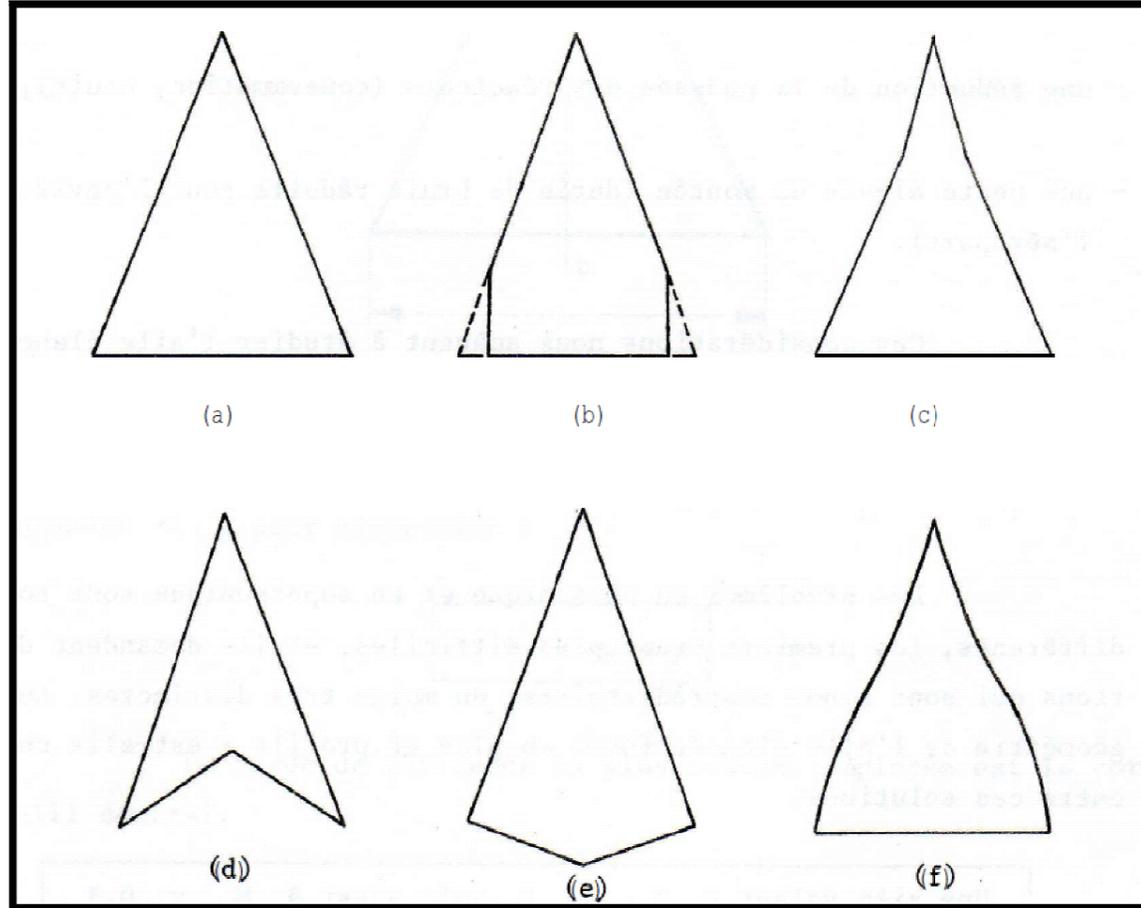


Figure (III.2) : Les ailes élancées

Toutes ces ailes ont en commun la propriété d'être élancées, c'est-à-dire d'avoir un très faible allongement ($\lambda \leq 2$, une grande flèche) ou encore d'avoir la dimension prise suivant le sens de l'écoulement nettement plus grande que les autres dimensions (envergure et épaisseur).

Elles sont employées pour les vols supersoniques où elles sont adaptées avec leur grande flèche. Toutefois, l'exécution d'un vol supersonique nécessite aussi des domaines de vol subsonique (décollage, accélération du subsonique au supersonique, approche, atterrissage) ; les performances d'une aile élancée en subsonique présentent donc un grand intérêt, elles doivent être élevées. Nous pouvons citer, par exemple, qu'une bonne finesse dans la configuration décollage entraîne :

- une réduction de la longueur de la piste.
- une réduction de la poussée des réacteurs (consommation, bruit).
- une pente élevée de montée (durée de bruit réduite pour l'environnement de l'aéroport).

Les problèmes en subsonique et en supersonique sont totalement différents, les premiers étant plus difficiles, et ils demandent des solutions qui sont sinon contradictoires, du moins très distinctes. Aussi la géométrie de l'aile élancée-forme en plan et profils - est-elle un compromis entre ces solutions.

Une aile volant à $M_0 \gg 1$ vole aussi à $M_0 \approx 0,3$

. Ailes Δ :

Elles sont définies en forme en plan par leur flèche au B.A. uniquement, angle que fait le B.A. avec la perpendiculaire au plan de symétrie.

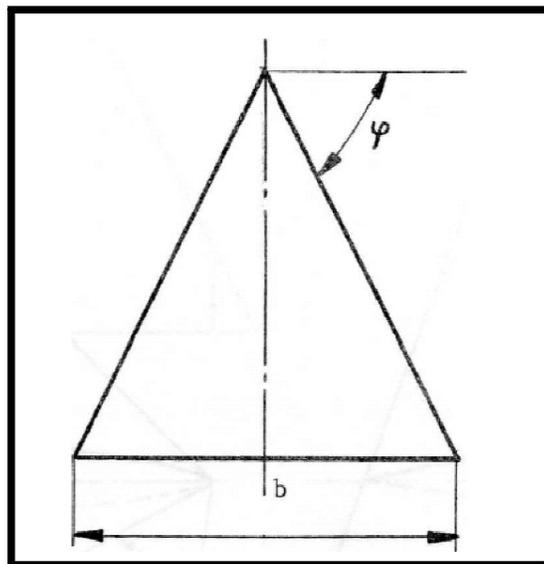


Figure (III.3) : Une aile Δ 60 est une aile dont la flèche φ est égale à 60° .

La surface S a pour valeur $S = b^2 tg \varphi$ et par suite l'allongement λ a pour expression :

$$\lambda = 4cotg \varphi \quad (III.1)$$

La corde de référence la plus souvent employée est la corde du profil central.

La génération de l'aile delta se fait à partir du profil central situé dans le plan de symétrie. La génération peut être :

- conique, le sommet du cône est l'extrémité de l'aile, la directrice est le profil central,

Par profils transversaux. Les profils transversaux, symétriques par rapport au plan de symétrie, s'appuient sur le profil central. Ces profils peuvent être losangiques, lenticulaires (circulaires, elliptiques ou paraboliques) ou quelconques.

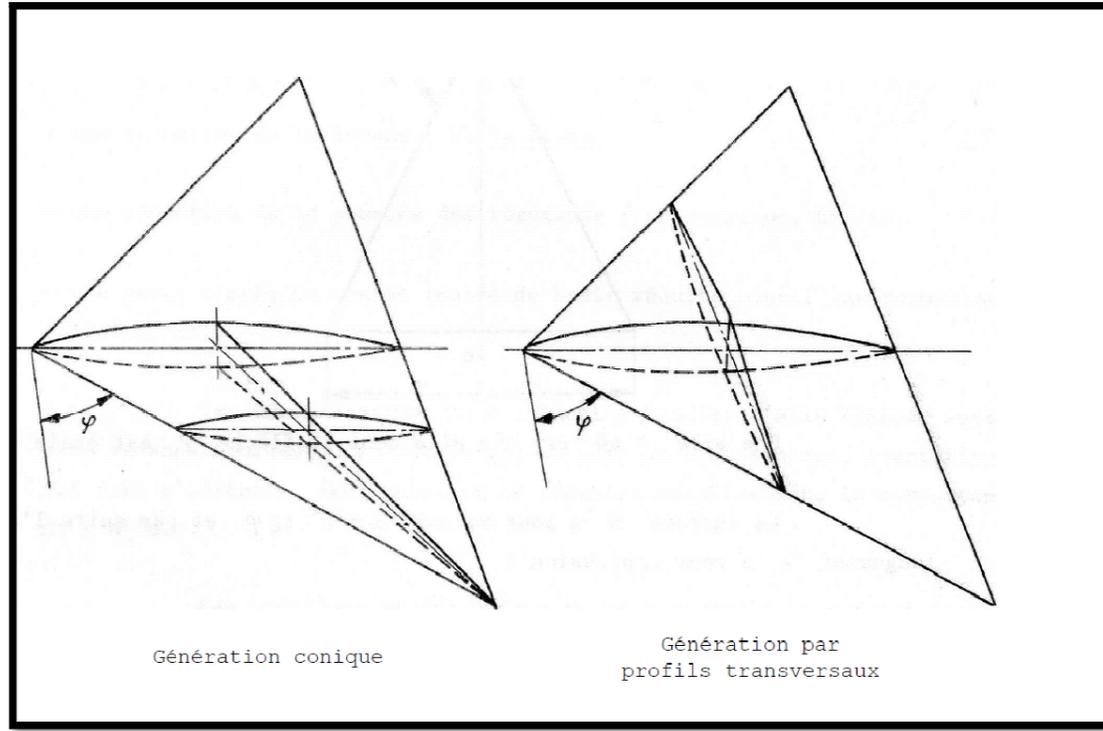


Figure (III.4) : Différents formes de génération

III.2.4. Ailes dérivées des ailes Δ :

A partir d'une aile delta, par modification de la forme en plan nous obtenons :

III.2.4.1. Ailes Δ tronquée :

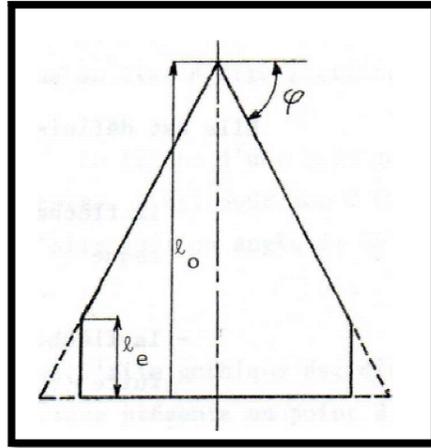


Figure (III.5) : Aile tronquée

Elle est définie par :

-la flèche φ

-l'effilement $e = \frac{l_e}{l_0}$

III.2.4.2. Aile à double Δ :

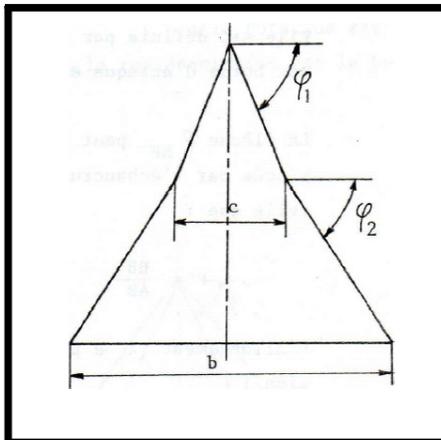


Figure (III.6) : Aile à double Δ

Elle est définie par :

-les flèches φ_1 et φ_2

-le rapport $\frac{c}{b}$

II.2.4.3. Aile en fer de lance :

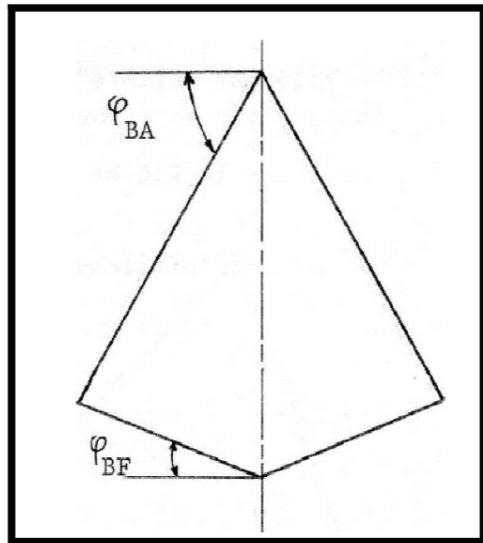


Figure (III.7) : Aile en fer de lance

Elle est définie par :

-la flèche au bord d'attaque

-la flèche au bord de fuite (φ_{BF} négative)

III.2.5. L'écoulement supersonique appliqué à l'aile :

III.2.5.1. Remarques préliminaires :

Ce chapitre traite l'écoulement supersonique. Le passage en transsonique n'étant qu'une transition.

Les caractéristiques aérodynamiques de l'aile dans cette plage de nombre de Mach présentent des variations différentes suivant les trois domaines ci-après :

-écoulement transsonique,

-écoulement supersonique avec B.A. subsonique,

-écoulement supersonique avec B.A. supersonique.

Le troisième domaine n'a qu'un intérêt très Limité puisqu'il se trouve en dehors du domaine de vol, l'aile ayant toujours une flèche correspondant au bord d'attaque sonique (cône de Mach tangent au B.A.).

Dans les deux premiers domaines (transsonique, supersonique à B.A. subsonique), l'aile conserve un écoulement du type subsonique, c'est-à-dire avec un décollement au B.A. et un recollement avec des nappes en cornet issues de l'apex.

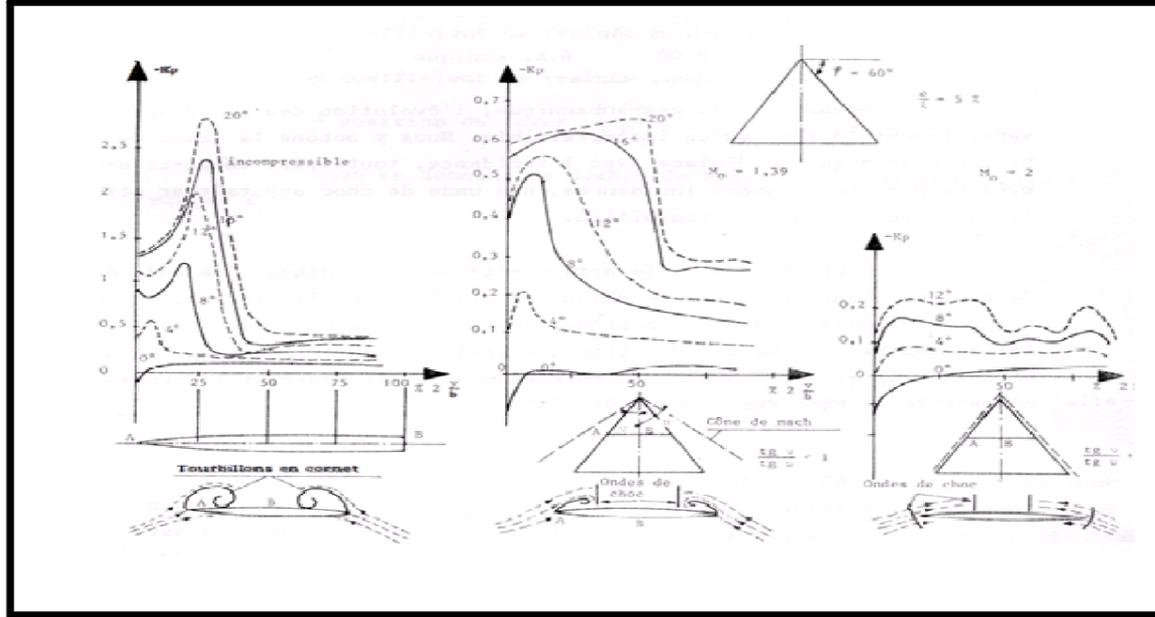


Figure (III.8) : Répartition de pression suivant un profil perpendiculaire à la vitesse

Nous avons tracé sur cette figure la répartition de pression suivant un profil perpendiculaire à la vitesse et située à 50 % de la corde centrale de l'aile. Cette répartition est donnée pour plusieurs incidences pour les nombres de Mach suivants :

$M_0 = 0$	incompressible
$M_0 = 1,39$	B.A. subsonique
$M_0 = 2,00$	B.A. sonique

Quand le B.A. est subsonique, l'évolution des pressions est très sensiblement la même qu'en incompressible. Nous y notons la trace du tourbillon d'apex qui se déplace avec l'incidence, toutefois, celui-ci est plus près du B.A. Aux grandes incidences, une onde de choc apparaît et altère les survitesses dues au tourbillon.

Pour $Mo = 2$, le bord d'attaque est sonique. Une onde détachée, de faible intensité, se forme devant celui-ci. Avec l'incidence, l'évolution des pressions est nettement différente et nous ne retrouvons plus l'effet du tourbillon. La distribution des pressions est plate et au-delà de 6° d'incidence, une brusque recompression apparaît montrant l'existence d'une onde de choc sur l'extrados.

III.2.5.2. Caractéristiques aérodynamiques :

Nous donnerons uniquement des résultats sur les principaux paramètres des caractéristiques aérodynamiques en fonction du nombre de Mach Mo :

-pente $A_1 = \frac{\partial C_z}{\partial \alpha}$,

-coefficient de traînée minimale C_{x0} ,

-coefficient de traînée induite $\frac{C_{xi}}{C_z^2}$,

-position du foyer $\frac{\partial C_{mA}}{\partial C_z}$,

Dans ce domaine de nombre de Mach, nous distinguons trois plages :

- $0,7 < Mo < 1$
- $1 < M < Ms$
- $Ms < Mo$

Où Ms est le nombre de Mach Mo pour lequel le bord d'attaque de l'aile est sonique, avec :

$$M = \frac{1}{\cos \varphi} \quad (\text{III.2})$$

Dans ces trois plages, les évolutions de ces paramètres sont nettement différentes et présentent à chaque frontière une discontinuité sur les pentes comme le montrent les courbes tracées à partir du résultat théoriques (fluide parfait) pour des ailes Δ . Notons, toutefois, qu'en fluide réel, pour des raisons physiques, il y a continuité sur les grandeurs globales (C_z , C_x).

Nous y observons sur :

- La courbe $C_{Z\alpha}$ (M) Figure (III.9)

- pour $Mo = 1$, la valeur est égale à $\frac{\pi\lambda}{2}$
- la variation de $C_{Z\alpha}$ pour $Mo < 1$ est d'autant plus grande que l'allongement est élevé,
- dans la plage du B.A. subsonique, une évolution pour chaque flèche,
- quand le B.A. est supersonique, la courbe est unique quelle que soit la flèche, en théorie :

$$C_{Z\alpha} = \frac{4}{m} \quad (III.3)$$

$$m = \sqrt{M_0^2 - 1} \quad (III.4)$$

α Exprimé en radian

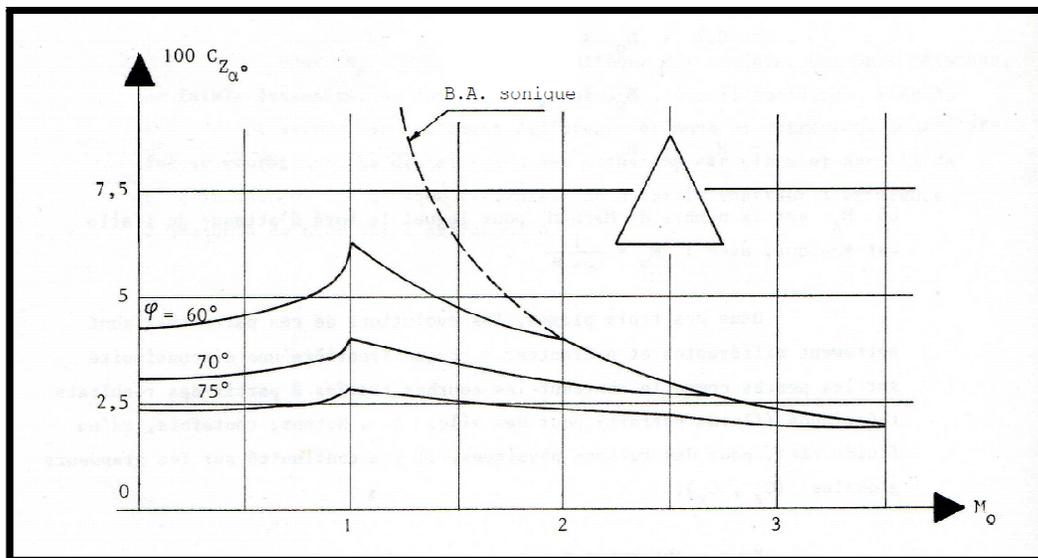


Figure (III.9) : La courbe $C_{Z\alpha}$ (M)

La courbe $\frac{C_{XI}}{C_Z^2}$ (M) **Figure (III.10)**

- le coefficient de traînée induite est constant pour $Mo < 1$, il dépend de l'allongement (ou de la flèche),
- quand le B.A. est supersonique, le coefficient est le même quelle que soit la flèche, il varie comme $\frac{m}{4}$, la résultante aérodynamique étant perpendiculaire au plan de la voilure,
- quand le bord d'attaque est subsonique, il y a un effet de succion dû au contournement intrados-extrados qui réduit la traînée induite.

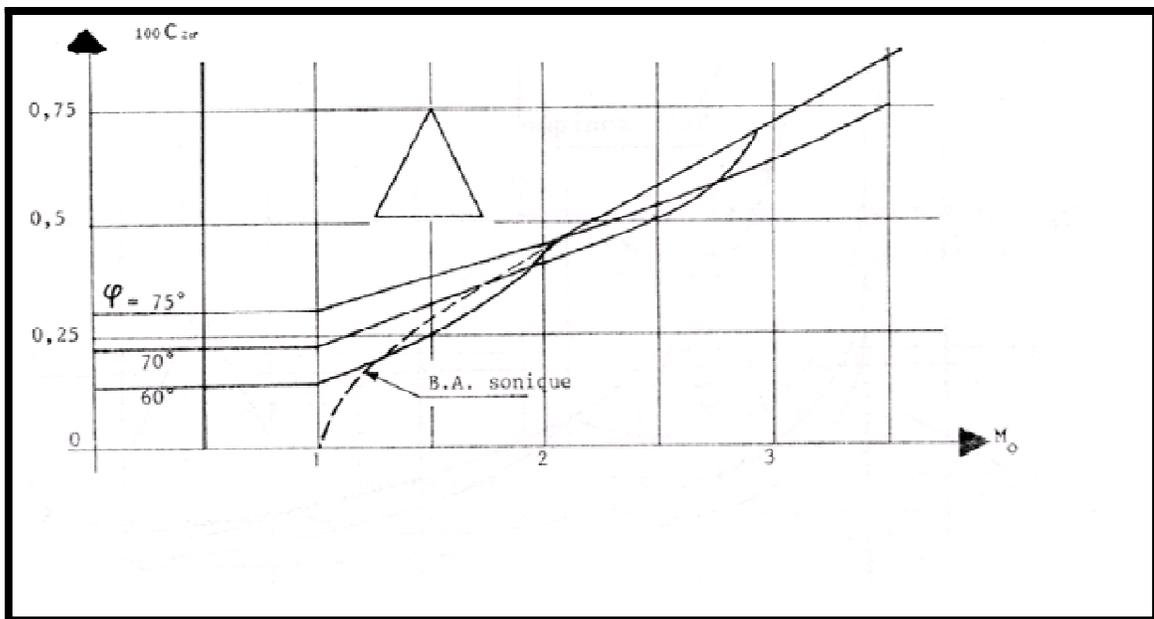
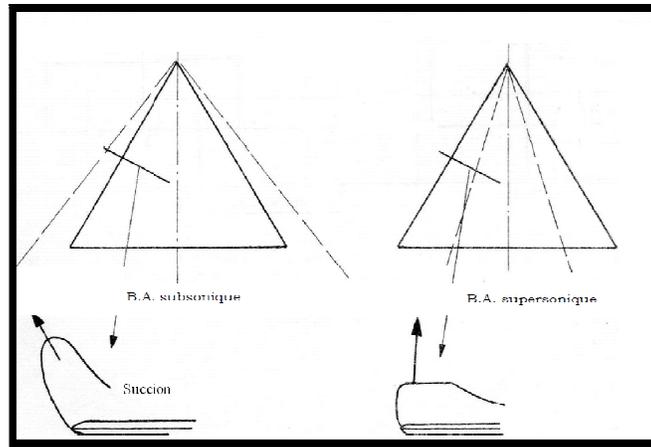


Figure (III.10) : La courbe $\frac{C_{XI}}{C_Z^2}$ (M)



La courbe $\frac{C_{x0}}{\left(\frac{e}{l}\right)^2} (M)$ Figure (III.11)

- la traînée est seulement une traînée d'onde, ces calculs étant faits en fluide parfait,
- la traînée rapportée au carré de l'épaisseur relative ne dépend que de la flèche,
- ce rapport présente un minimum dans la plage du B.A. subsonique, il décroît ensuite quand le B.A. est supersonique.

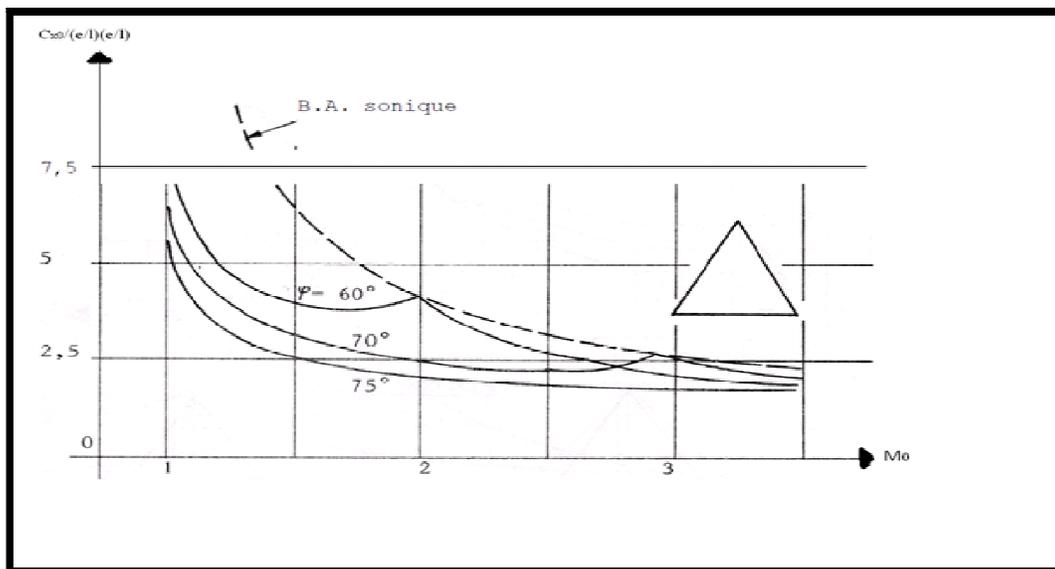


Figure (III.11) : La courbe $\frac{C_{x0}}{\left(\frac{e}{l}\right)^2} (M)$

A cette traînée d'onde, il est nécessaire d'ajouter en fluide réel la traînée de frottement et aussi la traînée due à l'interaction onde de choc - couche limite qui en transsonique bas ($Mo < 1$) provoque une augmentation brutale de celle-ci à partir du nombre de Mach de divergence.

Les résultats expérimentaux obtenus sur une aile $\Delta 60^\circ$ avec deux profils différents (5 et 7 %) et tracés sur les planches 14 à 16 sont conformes aux résultats théoriques.

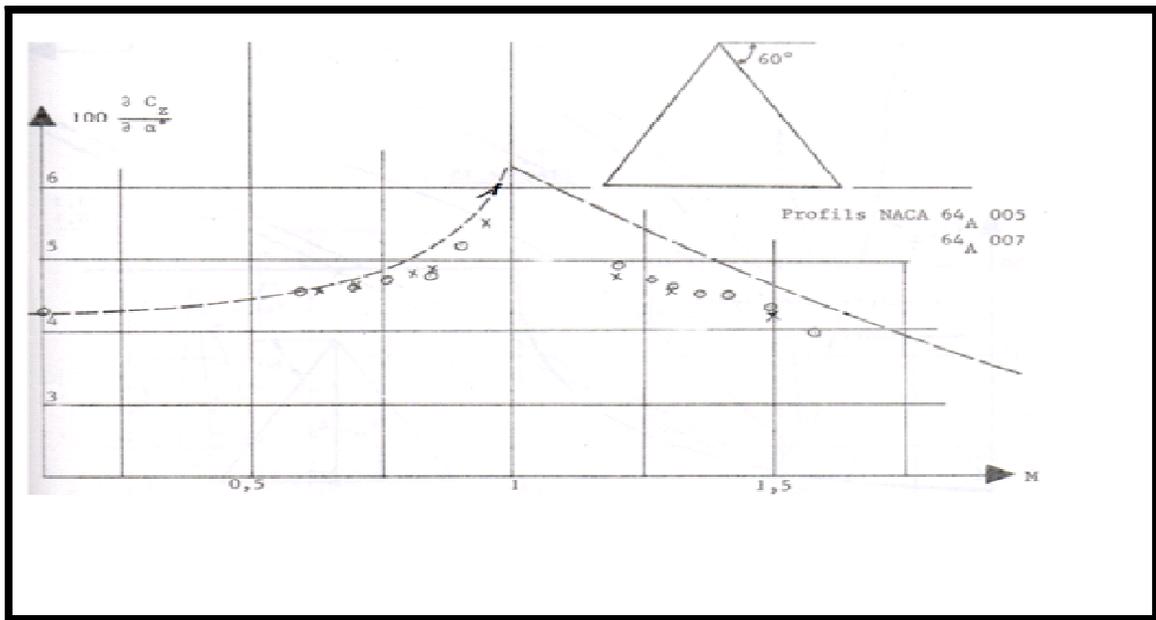


Figure (III.12) : la courbe $\frac{\partial yC_z}{\partial \alpha}$ (M)

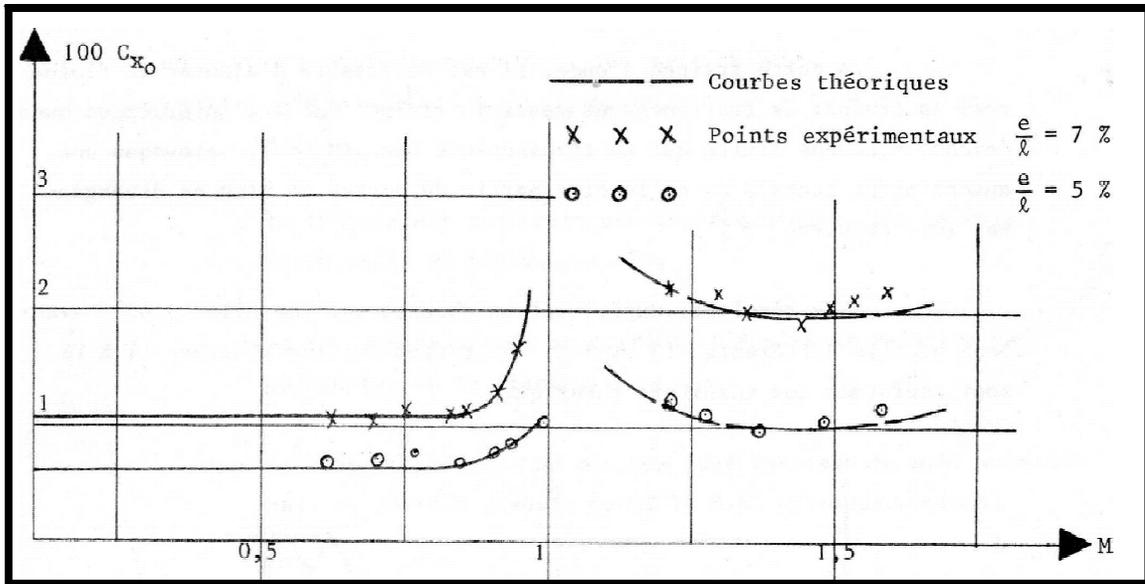


Figure (III.13) : la courbe $C_{X0}(M)$

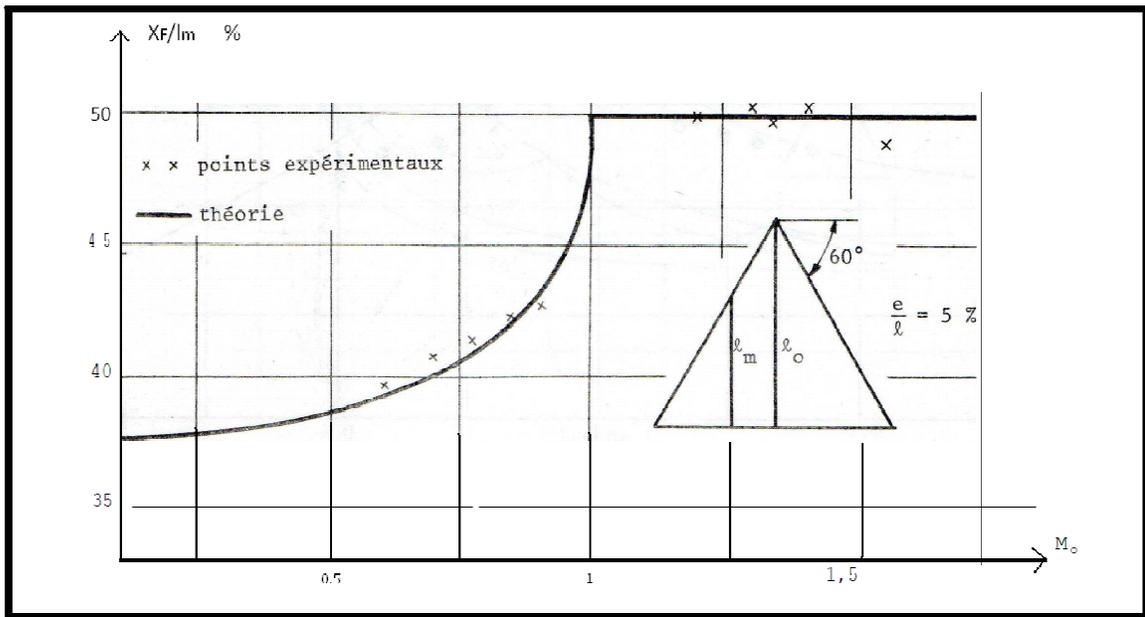


Figure (III.14) : la courbe $\frac{X_F}{l_m}(M_0)$

Nous observons sur la figure (III.12) comme sur la figure (III.14) une variation de la position du foyer en transsonique bas et une stabilisation après $Mo= 1$.

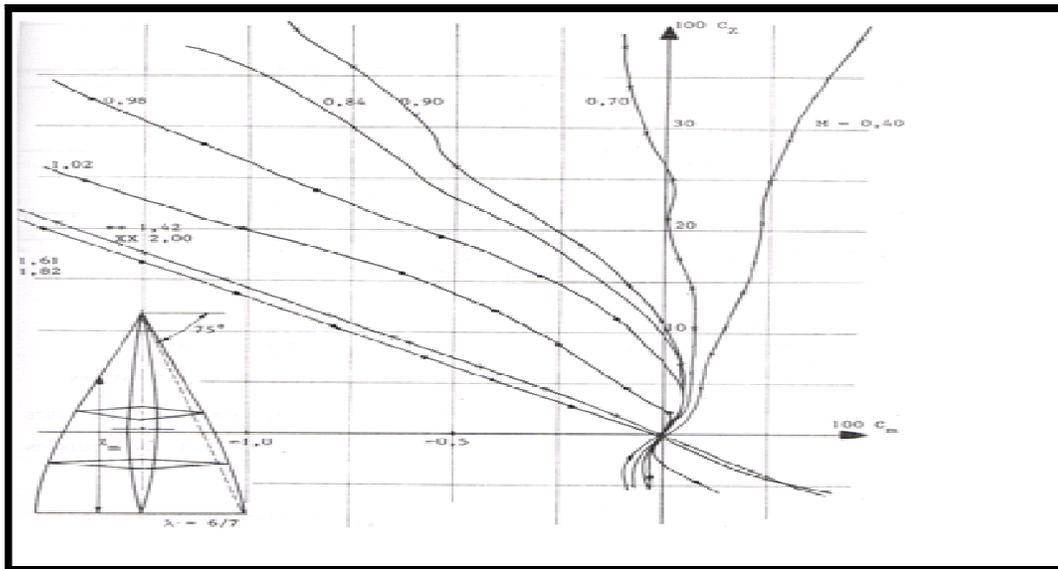


Figure (III.15) : la courbe $C_z(C_m)$

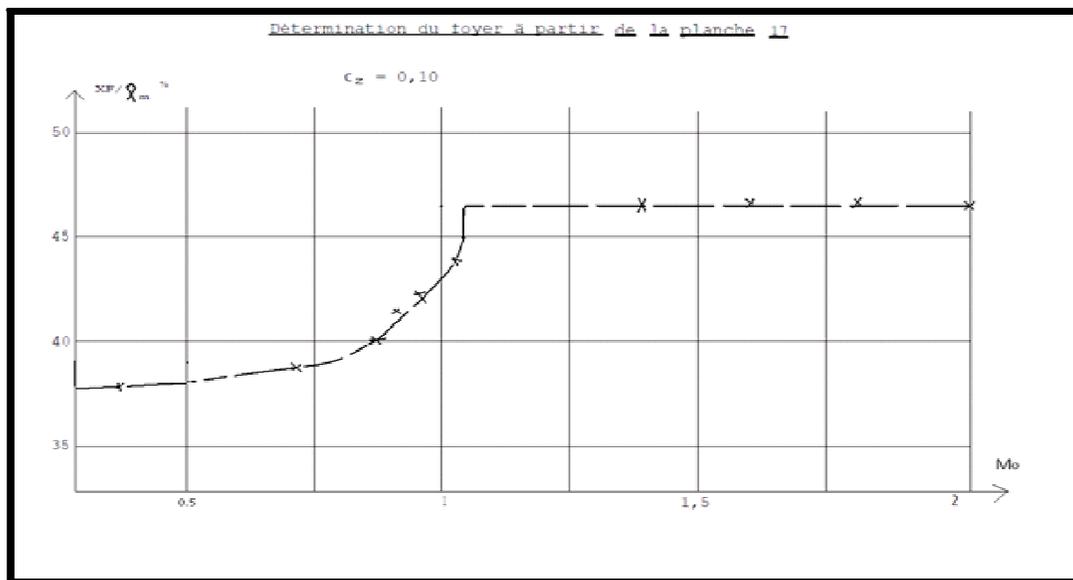


Figure (III.16) : courbe $\frac{X_F}{l_m}(M_0)$ pour $C_z=0.10$

III.3. Le missile :

Le missile est un projectile faisant partie d'un système d'arme à charge militaire classique ou nucléaire, doté d'un système de propulsion automatique et guidé sur tout ou partie de sa trajectoire.

Les missiles sont balistiques ou non selon que leur trajectoire comporte ou non une phase balistique après l'extinction des moteurs ou le missile a la façon d'un projectile. Est soumis aux seules forces de gravitations.

En langage militaire, ces derniers sont repartis en trois catégories :

On distingue les missiles tactiques, arme de combat terrestre naval ou aérien. Dont la portée peut atteindre quelques centaines de kilomètres.

Un autre type de missiles dont la portée est comprise entre 1100 et 12000 Km, ce sont les missiles stratégiques ou intercontinentaux.

Enfin, on distingue un autre type de missiles non moins important que les deux autres cités précédemment, il s'agit du missile de croisière qui est autopropulsé et autoguidé sur toute sa trajectoire à très basse altitude, et capable de transporter une charge nucléaire ou classique à très grande distance et avec une grande précision, ces missiles peuvent être lancés notamment d'un bombardier ou d'un sous-marin ce sont des missiles connus sous le nom d'ANS (Aster Navire Supersonique), ces derniers équipent les forces armées de nombreux pays occidentaux, et leur efficacité a été démontrée sur divers champs de combat.

Plusieurs axes de recherche sont lancés dans le but d'améliorer les performances des missiles Air-Surface déjà existants ou alors de faire la conception de nouveaux missiles qui seront opérationnels au début du siècle prochain.

Pour cela, plusieurs options sont envisageables pour franchir les défenses imaginables à cette époque, elles vont du missile subsonique extrêmement furtif au missile supersonique très manœuvrant.



Figure (III.17) : Le missile air-air AIM-9 Sidewinder, à guidage infrarouge

III.3.1. Historique :



Figure (III.18) : Missile V-1 allemand de la Seconde Guerre mondiale

Dès le VI^e siècle des fusées récréatives ou de guerre semblent attestées en Chine. À la fin du XVIII^e siècle et au début du XIX^e siècle, des fusées à têtes explosive ou incendiaire sont testées dans les armées régulières européennes. Le modèle le plus connu fut sans doute celui des modèles dit « de Congreve » utilisés par les armées anglaises.

Le perfectionnement des canons durant la seconde partie du XIX^e siècle entraînent l'abandon des fusées à tête explosive. Toutefois, des modèles éclairants et/ou incendiaires semblent avoir été utilisés.

En octobre 1914, durant la Première Guerre mondiale, l'armée allemande commence à développer un biplan armé de torpilles qui sera lancé depuis un Zeppelin. Les essais en vol ont lieu en avril 1917, mais cette arme ne sera jamais déployée. Durant cette même guerre, plusieurs ballons d'observation français furent abattus par des fusées incendiaires (ce qui poussa à l'adoption du parachute par les aéroliers). L'armée française utilisa aussi des fusées à poudre lancées par avion, pour abattre des ballons d'observation allemand.

Les premiers missiles opérationnels de l'Histoire furent utilisés par le Troisième Reich durant la Seconde Guerre mondiale. Leur mise au point avait commencé en 1932, dans un laboratoire de Kummersdorf. La première victime de ces armes fut l'escorteur *Egret* de la Royal Navy. Moins de deux semaines plus tard, en septembre 1943, lorsque l'Italie fait volte-face et épouse la cause des Alliés, une bombe planante radiocommandée Fritz X, larguée depuis un bombardier, coule le navire de ligne de 35 000 t *Roma* de la marine militaire italienne. L'efficacité de ces bombes guidées a été évaluée à 40 %.

Puis vinrent les V1 et V2 allemands mis au point en 1944 et utilisés pour bombarder Londres et Anvers. Ils avaient été conçus par Werner von Braun. Cet ingénieur se rendra aux forces américaines avec son équipe. C'est lui qui, après les échecs répétés des fusées Vanguard de la marine américaine construites sans son concours, allait devenir dans les années 1960 le père technique du programme astronautique américain (voir Opération Paperclip). Deux autres missiles furent mis au point par l'Allemagne pendant la Seconde Guerre mondiale : le missile antinavire Henschel Hs 293 A et le missile air-air Kramer X4 tandis que plusieurs autres projets dont quatre de missile sol-air et un missile antichar étaient en cours.

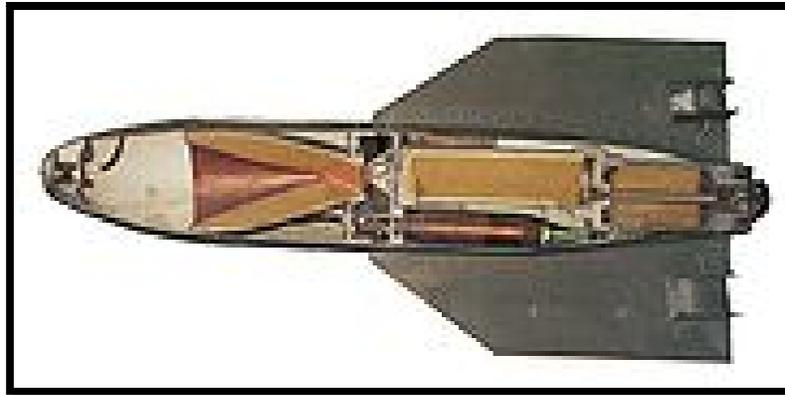


Figure (III.19) : Coupe d'un missile antichar français ENTAC de 1^{re} génération, entré en service dans les années 1950.

Les alliés étaient très en retard dans ce domaine, seuls les États-Unis ayant mis en service une bombe planante autoguidée (*Bat*) en 1945 qui fut utilisée à quelques reprises durant les campagnes du Pacifique.

Après la guerre furent développés les premiers missiles air-air, sol-air et sol-sol. On peut citer quelques dates :

- En 1955 entra en service le 1^{er} missile antichar opérationnel, il s'agit du SS.10 français.
- la première victoire aérienne obtenue par un missile intervint lorsqu'un AIM-9 Sidewinder tiré par un F-86 Sabre taïwanais abattit un MiG-15 de la République populaire de Chine, le 24 septembre 1958;
- l'URSS abattit un avion espion américain U-2 le 1^{er} mai 1960 grâce à ses missiles sol-air SA-2 ;
- en octobre 1962 éclata la Crise des missiles suite au déploiement de missiles nucléaires soviétiques à Cuba
- Dans les années 1970, l'industrie française a produit le missile anti-navire Exocet qui s'est rendu célèbre entre les mains de l'Argentine, en coulant des navires britanniques pendant la Guerre des Malouines.
- Durant la guerre Iran-Irak, on assista aux premiers bombardements massifs de villes par des missiles balistiques depuis 1945, des Scuds, utilisés par les deux parties en conflit.

III.3.2. Classification :



Figure (III.20) : Un missile balistique intercontinental américain Titan II tiré depuis son silo

Les missiles peuvent être catégorisés en fonction de nombreux critères.

En fonction de leur profil de mission (plate-forme de tir et objectif) :

- missile sol-sol : attaque d'une cible fixe ou mobile sur terre à partir d'une plate-forme de tir terrestre.
- missile sol-air : attaque d'une cible aérienne à partir d'une plate-forme de tir terrestre.
- missile air-sol : attaque d'une cible fixe ou mobile sur terre à partir d'un avion.
- missile air-air : attaque d'un avion par un autre avion (combat aérien).
- missile mer-mer : attaque d'un navire par un autre navire.

Uniquement en fonction de leur cible :

- missile anti-char : destiné à détruire un char.
- missile antinavire : destiné à détruire un navire.
- missile anti-aérien : destiné à détruire un aéronef (avion ou hélicoptère).
- missile antisatellite et ainsi de suite.

En fonction de leur portée :

- Très courte portée : quelques kilomètres maximum.
- Courte portée : quelques dizaines de kilomètres maximum.
- Longue portée : jusqu'à une centaine de kilomètres.

Dans le cas des missiles nucléaires :

- tactique : quelques centaines de kilomètres.
- stratégique : plusieurs milliers de kilomètres.

En fonction de leur type de vol :

- missile balistique.
- missile de croisière.

En fonction de leur système de guidage (voir ci-dessous).

Ces différentes catégorisations se recoupent partiellement et rendent une classification des différents missiles relativement complexe : ainsi, par exemple, un missile mer-sol peut être soit un missile balistique soit un missile de croisière, et un missile anti-char n'est qu'une version spécialisée du missile air-sol.

III.3.3. Guidage :



Figure (III.21) : Un missile de croisière air-sol américain AGM-86 ALCM

D'un point de vue technique, il existe de nombreux systèmes de guidage différents. Ils dépendent des caractéristiques de la cible et du degré de précision que la mission et la munition rendent nécessaires.

- Guidage inertiel : tout d'abord utilisé sur les missiles à longue portée (missiles stratégiques et missiles de croisière) ; il utilise une centrale inertielle associant trois gyroscopes (un pour chaque axe), ce qui leur permet de maintenir un cap de façon prolongée. Cependant, les gyroscopes étant victimes d'une certaine dérive sur les longues distances, on tend à leur adjoindre aujourd'hui un système de guidage par GPS pour recalibrer leur positionnement. Des bombes et missiles de dernière génération mis en œuvre par l'armée américaine fonctionnent ainsi.
- Guidage topographique : certains missiles de croisière comparent en permanence la topographie du terrain survolé à une carte préalablement établie qu'ils gardent en mémoire, repérant ainsi toute variation par rapport à l'itinéraire fixé.
- Guidage laser : lorsqu'une grande précision est requise (missile anti-char ou anti-bunker), on utilise généralement un guidage laser. La cible est « illuminée » par un laser dont la tache est perçue par le système d'autoguidage du missile qui s'aligne dessus pour assurer l'impact.
- Guidage vidéo : une caméra permettant généralement une vision nocturne est installée dans le nez du missile et permet de guider le missile à distance.
- Guidage infrarouge : essentiellement utilisé par les missiles sol-air et air-air de courte portée, un autodirecteur infrarouge permet de se caler sur le rayonnement infrarouge émis par les tuyères du turboréacteur ou du turbomoteur de l'appareil ennemi. L'avantage de ce genre de système est son autonomie et son fonctionnement passif (il ne produit que peu de signaux détectables). La portée du détecteur d'infrarouges n'excède toutefois guère une vingtaine de kilomètres.
- Guidage radio : avec le filoguidage et l'autoguidage inertiel, c'est le système le plus anciennement utilisé. Il a cependant été abandonné pour des applications militaires, sa sensibilité aux contres mesures électronique (brouillage, prise de contrôle) le rendant peu fiable.

- Guidage optique/astral : certains missiles semi-balistiques sont dotés d'un télescope leur permettant de repérer des étoiles servant de repère de navigation. Ce système n'est utilisable qu'hors atmosphère ou à très haute altitude, faute de quoi il ne serait possible de tirer les missiles que par des nuits sans nuages. Nota: ce système est toujours associé à d'autres systèmes.
- Guidage par variation de pesanteur : certains missiles semi-balistiques ont été équipés de systèmes détectant les variations de pesanteur. La croûte terrestre n'étant pas homogène, la pesanteur varie légèrement suivant l'endroit où l'on se trouve, et non uniquement suivant l'altitude. L'étude de ces variations est une technique traditionnelle de l'étude du sous-sol. À partir du moment où il a été possible de miniaturiser suffisamment un système d'évaluation de la pesanteur, il a été possible de se servir de cette information pour guider un missile. Une des difficultés rencontrées a été la constitution de cartes recensant ces variations. Les éventuelles cibles rechignant à laisser un ennemi potentiel avoir accès à de telles informations. De tels systèmes de mesure de pesanteur utilisent l'atténuation de la pesanteur entre 2 points superposés, et non le calcul de la pesanteur associé à la connaissance de l'altitude. Nota: ce système est toujours associé à d'autres systèmes.
- Guidage par détection des anomalies magnétiques : la cause de ces anomalies est, là aussi, les variations de composition et d'épaisseur de la croûte terrestre. Nota: ce système est toujours associé à d'autres systèmes.
- Filoguidage : certains missiles à courte portée (comme les missiles anti-char) utilisent un guidage par fibre optique ou par câble électrique. Ils dévident derrière eux, durant leur vol, un long fil grâce auquel un opérateur leur expédie des informations depuis la station de tir, souvent afin de les guider. Le poste de tir est généralement constitué d'un système de pointage optique opéré par un tireur.
- Guidage radar : tout d'abord employé sur les missiles sol-air et air-air de moyenne et longue portée, qui ont généralement recours à un guidage radar actif (le missile possède alors son propre radar) ou bien semi-actif (dans ce cas, le missile utilise le radar de l'avion lanceur). Le guidage radar semi-actif est utilisé par l'AH-64 Apache de dernière génération pour guider ses missiles antichar, à la place du filoguidage utilisé jusqu'à présent.

Certains missiles, souvent antinavires, utilisent successivement plusieurs types de guidage: inertiel juste après leur lancement, puis radar lorsqu'ils ont localisé leur cible. D'autres se calent sur les ondes électromagnétiques émises par leurs cibles (cas des missiles antiradar).

De nos jours, tous les missiles devant parcourir de grandes distances (balistique, semi-balistique, croisière) associent différentes techniques, complémentaires les unes des autres.

IV.1. INTRODUCTION :

Historiquement, les problèmes de mécanique (dynamique) des fluides ont été résolus en utilisant des méthodes analytiques (AFD : Analytical Fluid Dynamics) ou des techniques expérimentales (EFD : Experimental Fluid Dynamics). De nos jours, avec l'arrivée des calculateurs numériques, une nouvelle technique de résolution des problèmes de l'aérodynamisme est née. Elle s'appelle CFD et est de plus en plus populaire dans tous les domaines qui font appel à l'aérodynamique.

La compréhension du comportement des fluides est bien souvent un facteur important dans le développement du produit et du procès. Grâce à la capacité de calcul disponible toujours plus grande, l'analyse des écoulements a de plus en plus tendance à quitter le laboratoire pour entrer dans le monde de la simulation numérique. Des interfaces conviviales et intuitives ainsi que son intégration dans le processus de développement élargissent continuellement la palette d'utilisateurs de calcul fluide. Le rôle central pour ce type de calcul est détenu comme auparavant par l'ingénieur calcul spécialiste en CFD (Computational Fluid Dynamics), mais les environnements de nouvelle génération comme ICEM CFD et FLUENT donnent un accès à certaines applications aux ingénieurs de mécanique des fluides avec l'importance croissante des calculs couplés comme par exemple l'interaction fluide/structure.

Les applications du code de calcul FLUENT interviennent sous différentes formes dans de nombreux domaines : depuis la climatisation de grands bâtiments jusqu'à la simulation d'essais en soufflerie pour l'industrie automobile, en passant par l'optimisation de turbines, de pompes et par les calculs d'écoulements dans les domaines micro et nano-scopiques.

Dans ce chapitre on va traiter les différents outils numériques utilisés pour décrire les différents phénomènes régissant l'écoulement supersonique.

IV.2. Présentation de SOLIDWORKS :

Créé en 1993 par l'éditeur américain éponyme, SOLIDWORKS a été acheté le 24 juin 1997 par la société Dassault Systèmes. Parmi les plus grandes entreprises utilisant SOLIDWORKS, on peut citer Michelin, Patek Philippe, Mega Bloks, Axiome, ME2C, SACMO, le Boulch Robert Renaud.

SOLIDWORKS est un modéleur 3D utilisant la conception paramétrique. Il génère 3 types de fichiers relatifs à trois concepts de base : la pièce, l'assemblage et la mise en plan. Ces fichiers sont en relation. Toute modification à quelque niveau que ce soit est répercutée vers tous les fichiers concernés.

Un dossier complet contenant l'ensemble des relatifs à un même système constitue une maquette numérique. De nombreux logiciels viennent compléter l'éditeur SOLIDWORKS. Des utilitaires orientés métiers (tôlerie, bois, BTP...), mais aussi des applications de simulation mécanique ou d'image de synthèse travaillent à partir des éléments de la maquette virtuelle.

- Les pièces : La pièce est l'objet 3D monobloc. La modélisation d'une telle entité dépendra de la culture de l'utilisateur. Comme de nombreux logiciels conviviaux, SOLIDWORKS permet d'aboutir à un même résultat apparent par des voies souvent différentes. C'est lors de la retouche de ces fichiers ou de leur exploitation qu'on appréciera la bonne méthode.

Une pièce est la réunion d'un ensemble de fonctions volumiques avec des relations d'antériorité, des géométriques, des relations booléennes (ajout retrait)... Cette organisation est rappelée sur l'arbre de construction. Chaque ligne est associée à une fonction qu'on peut renommer à sa guise.



Figure (IV.1) : Interface de SOLIDWORKS.

Parmi les fonctions génératrices on trouve:

- **l'extrusion** : déplacement d'une section droite dans une direction perpendiculaire à la section. La section est définie dans une esquisse (qui apparaît alors dans l'arbre de création comme élément générateur de la fonction). Cette esquisse contient l'ensemble des spécifications géométriques (cotation) nécessaires à la complète définition de la section. Cet ensemble de cotes auquel il faut ajouter la (ou les) longueur d'extrusion constitue l'ensemble des paramètres de la fonction; il est possible de les modifier une fois la fonction validée.

- **la révolution** : déplacement d'une section droite autour d'un axe, ou extrusion suivant un cercle ou un arc de cercle.

- **le balayage** : déplacement d'une section droite le long d'une ligne quelconque.

Lorsque la génératrice de balayage est gauche, l'esquisse est en 3 dimensions. D'autres fonctions, plutôt orientées métier intègrent des notions qu'il serait fastidieux de modéliser :

- congés et chanfreins,
- nervures,
- dépouilles,
- coque (permettant d'évider un objet en lui conférant une épaisseur constante),
- trous normalisés (perçages, mortaises...),
- plis de tôle...

Des fonctions d'ordre logiciel comme la répétition linéaire, circulaire, curviligne ou par symétrie...

Les dernières versions autorisent la réalisation de pièces momentanément disjointes, ce qui permet de concevoir un objet fonctionnellement, c'est-à-dire en définissant d'abord les éléments fonctionnels, puis en joignant les différentes parties par de la matière (nervures, carter...).

L'édition de familles de pièces est possible en associant à SolidWorks, le tableur

Microsoft Excel: Un tableau devient ainsi éditeur des références (lignes) donnant la valeur des paramètres variables des fonctions (colonnes) :

- valeur de certaines cotes.
- valeur de certaines propriétés (nombre d'occurrence...).
- état de suppression d'une fonction.

Ainsi, il est possible d'obtenir à partir d'un seul fichier de type pièce, l'ensemble des modèles de vis d'assemblage (toutes forme de tête ou dimensions), ou encore toutes les combinaisons de briques LEGO (1x1, 1x2 etc.).

Avec tous ces outils, la méthode de conception d'une pièce très proche du métier du concepteur qui ne soucis plus de savoir où placer les traits du dessin mais les formes de la pièce.

Les possibilités d'éditations sont complétées par un ensemble d'outils de mesures géométriques. Ainsi il est possible de connaître le volume de la pièce, son poids, la position de centre de masse, sa matrice d'inertie, la surface...

- Les assemblages : Les assemblages sont obtenus par la juxtaposition de pièces. La mise en position de pièces est définie par un ensemble de contraintes d'assemblage associant, deux entités respectives par une relation géométrique (coïncidence, tangence, coaxialité...).

Dans une certaine mesure, ces associations de contraintes s'apparentent aux liaisons mécaniques entre les pièces. Le mécanisme monté, s'il possède encore des mobilités, peut être manipulé virtuellement. On peut alors aisément procéder à des réglages à l'aide des différents outils disponibles (déplacement composants, détection de collision, mesure des jeux, etc.)

Comme pour les pièces, la gestion de l'ensemble est portée par un arbre de création qui donne accès à l'arbre de création de chaque pièce. Il est d'ailleurs possible d'assembler des assemblages, donc de former des sous-groupes de pièces. Cette opération étant préalable ou en cours d'édition.

L'intérêt de cet outil, c'est qu'il rend possible la création d'une pièce dans l'assemblage, c'est qu'il propose la même méthode au concepteur que celle qu'il appliquait sur la table à dessin : tout concevoir en même temps. En effet, à part sur les petits ensembles simples (ou déjà définis), il n'est pas raisonnable de concevoir chaque pièce dans son coin pour corriger ensuite, lors de l'assemblage, les problèmes éventuels d'interférence, ou de coïncidence. La conception intégrée lie automatiquement les géométries des pièces entre elles, si bien qu'une modification sur une, est automatiquement répercutée sur les autres. Alors l'édition de pièce est la conséquence de l'édition de l'ensemble.

- Les mises en plan : Dessin de définition établi avec SOLIDWORKS

Les mises en plan concernent à la fois les pièces (dessin de définition) ou les assemblages (dessin d'ensemble). Pour aboutir à un plan fini d'une pièce on peut estimer mettre 2 fois moins de temps qu'avec un outil DAO (temps de conception et exécution du dessin).

En effet, en DAO, chaque trait est indépendant, et c'est au dessinateur de savoir quelles entités graphiques sont concernées par une modification.

Le logiciel 3D ne fait qu'une projection de l'objet. Les modifications éventuelles sont opérées sur l'objet représenté, et ne concernent pas directement le plan.

La projection sur plan du modèle ne pose aucun problème. Aujourd'hui il est très facile d'obtenir un plan, forcément juste (avec un logiciel de DAO il est possible d'éditer un plan faux!). Les vues en coupes, les vues partielles, perspectives, sont exécutées d'un simple clic.

Les seuls problèmes encore rencontrés concernent la représentation des filetages et taraudages dans les assemblages.

De plus, chaque vue peut être exécutée avec un habillage différent, filaire, conventionnel ou ombré rendant encore plus accessible la lecture de plans aux non initiés.

- Cotation : La cotation regroupe l'ensemble des spécifications géométriques définissant la pièce. Bien sûr, les paramètres déclarés des esquisses en font partie. Ils peuvent être automatiquement intégrés, de manière équilibrée, à la mise en plan. À ce niveau il est encore possible de modifier la pièce en changeant la valeur des cotes. L'indépendance de ces paramètres, se rapproche du principe dit d'indépendance (cotation GPS). Cependant, la mise en forme définitive de la cotation demande encore un peu de travail (avec un éditeur DAO ou sur le calque aussi!).

- Fond de plan : SOLIDWORKS par défaut propose ses propres fonds de plan. Mais il est possible de les faire soi-même ; Il existe deux types de fond de plan :

- Le fond de plan statique, où il faut remplir à la main chacun des champs.
- Le fond de plan dynamique, où il se remplit automatiquement suivant les paramètres mis dans l'assemblage ou dans la pièce. Des modèles sont proposés (équivalent du .dot de WORD).

- **Nomenclature** : Le fichier assemblage contient chacune des pièces qui composent l'assemblage, on peut donc sortir de façon automatique la nomenclature appartenant à la maquette 3D.

- **Les extensions des fichiers** : La simple ouverture d'un fichier dans une version ultérieure le rend inutilisable pour toutes versions antérieures. Vu leur très faible interopérabilité et le fait que leur contenu soit sauvé sans que l'on utilise la commande de sauvegarde, ces fichiers SOLIDWORKS ne doivent pas être considérés comme des sauvegardes à long terme d'un contenu, mais comme une simple extension de la mémoire physique ayant la propriété de rémanence.

Chaque type de fichier possède une extension qui lui est propre. On retrouve :

.sldprt, pour les fichiers pièce.

.sldasm, pour les fichiers assemblage.

.slddrw, pour les fichiers plans.

.sldprt, pour les fichiers de fond de plan.

C certains formats proposés par le logiciel permettent d'envisager une sauvegarde à long terme.

IV.3. Présentation d'ICEM CFD :

Le logiciel ICEM CFD est un mailleur 2D/3D; préprocesseur qui permet de mailler des domaines de géométrie d'un problème de CFD (Computational Fluid Dynamics). Il génère des fichiers *.msh pour Fluent. Fluent est un logiciel qui résout par la méthode des volumes finis des problèmes de mécanique des fluides et de transferts thermiques.

ICEM CFD regroupe trois fonctions : définition de la géométrie du problème (construction si la géométrie est simple ou bien import de la géométrie CAO), le maillage et sa vérification, la définition des frontières (Types de conditions aux limites) et définitions des domaines de calculs.

Avant de lancer une simulation sur un logiciel de CFD, il convient de régler les différents paramètres la régissant.

Les principaux éléments influençant le résultat d'une simulation sont les suivants :

- Le maillage
- La géométrie du domaine de calcul
- Les propriétés du fluide (gaz parfait, viscosité, ...)
- Le modèle de turbulence
- Le schéma numérique utilise
- Les conditions aux limites
-

Le choix de ces différents paramètres sera motivé et expliqué dans les différentes situations étudiées dans ce projet. Il convient cependant de détailler au préalable certains éléments récurrents.

IV.3.1. Construction De La Géométrie :

ICEM CFD 4.2 permet d'établir la géométrie du système étudié. La géométrie est construite à partir de points, de courbes, de surfaces et de volumes.

La finalité de la construction de la géométrie est de définir les domaines de calcul qui seront des faces dans un problème 2D et des volumes dans un problème 3D.

IV.3.2. Import De La Géométrie Et Nettoyage:

Souvent la géométrie est conçue par des logiciels de la CAO (SolidWorks, CATIA...). Dans le cas des turbomachines, elle peut être aussi conçue par des logiciels de dimensionnement (problème inverse) comme BladeGen+ et Turbo Gen. Dans ce cas, on a recours à l'importation de la géométrie. Il est conseillé d'importer des fichiers sous format TETIN (*.tin). Souvent il est indispensable de nettoyer la géométrie.

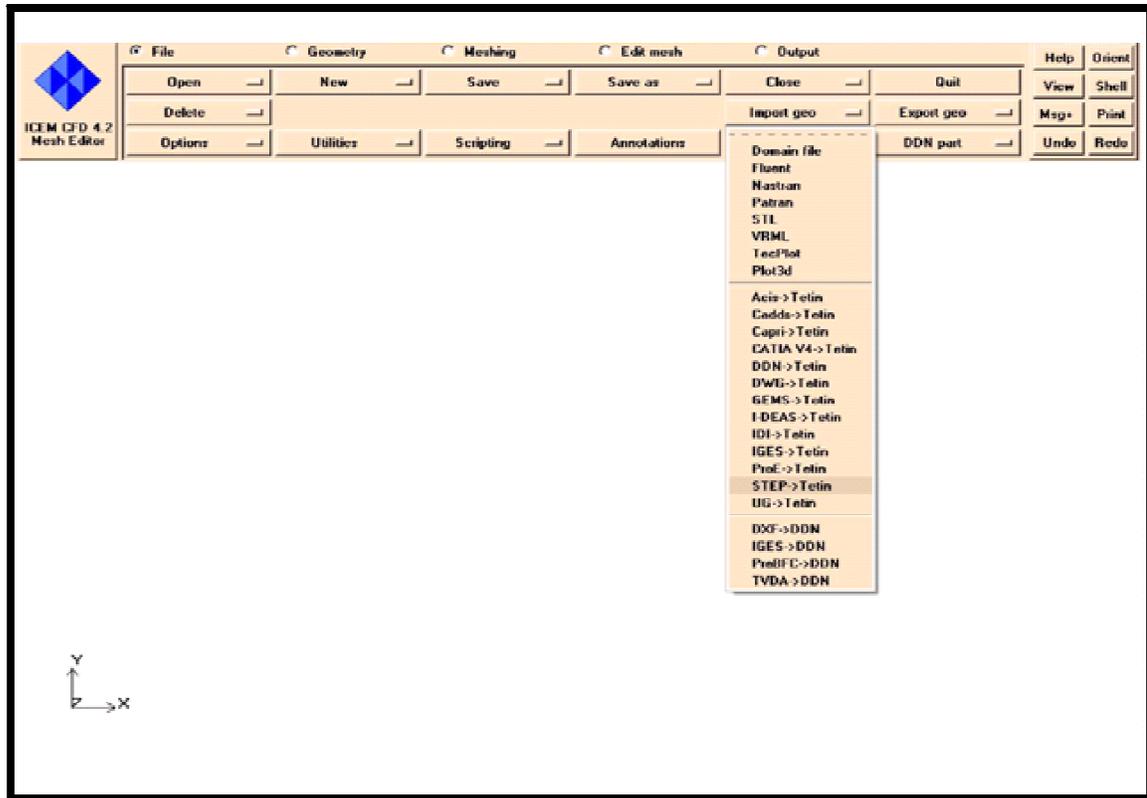


Figure (IV.2) : importation de la géométrie

IV.3.3. Maillage :

La génération du maillage (2D ou 3D) est une phase très importante dans une analyse CFD, vu l'influence de ses paramètres sur la solution calculée.

La technique de génération de maillage peut être résumée sous la forme suivante :

- La géométrie doit être préparée au préalable, avec la définition de tous les composants de la géométrie, moyeu, volute, stator, rotor ...etc., sous forme de données numériques, fichier CAD préétabli ou plutôt sous forme de fichier maillage qu'on peut importer sous Icem CFD.
- La géométrie qui représente les différents domaines fluides est décomposée en sous domaines « maillables ».
- Maillages des sous domaines fluides.

La réduction du temps nécessaire à la génération du maillage est un critère de bonne maîtrise de l'utilisation des outils CFD.

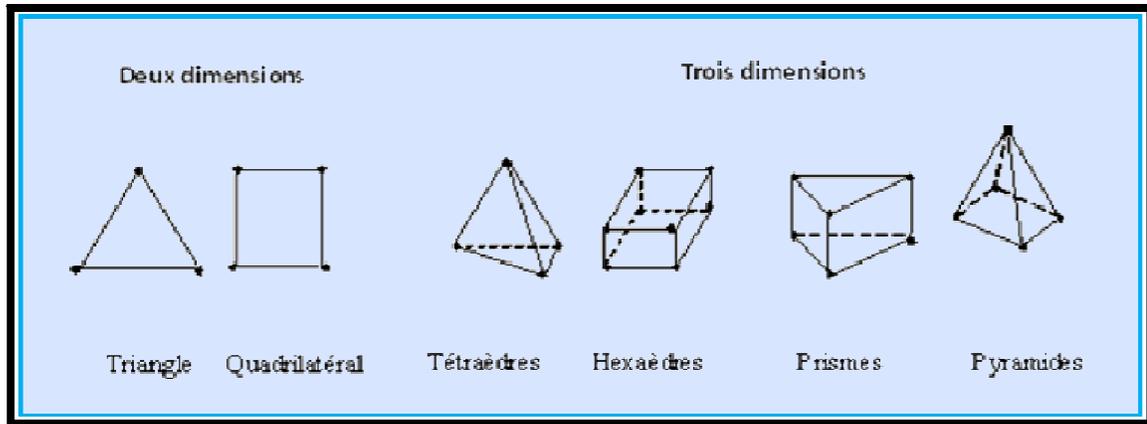


Figure (IV.3) : Exemples de mailles utilisées en Volumes Finis.

- **Choix Du Type De Maillage :**

. Maillage structuré (quadra/hexa) :

Il est beaucoup plus facile de le générer en utilisant une géométrie à multi bloc, il présente les avantages suivants :

- Economique en nombre d'éléments, présente un nombre inférieur de maille par rapport à un maillage non structuré équivalent.
- Réduit les risques d'erreurs numériques car l'écoulement est aligné avec le maillage.

Ses inconvénients :

- Difficile à le générer dans le cas d'une géométrie complexe
- Difficile d'obtenir une bonne qualité de maillage pour certaines géométries complexes

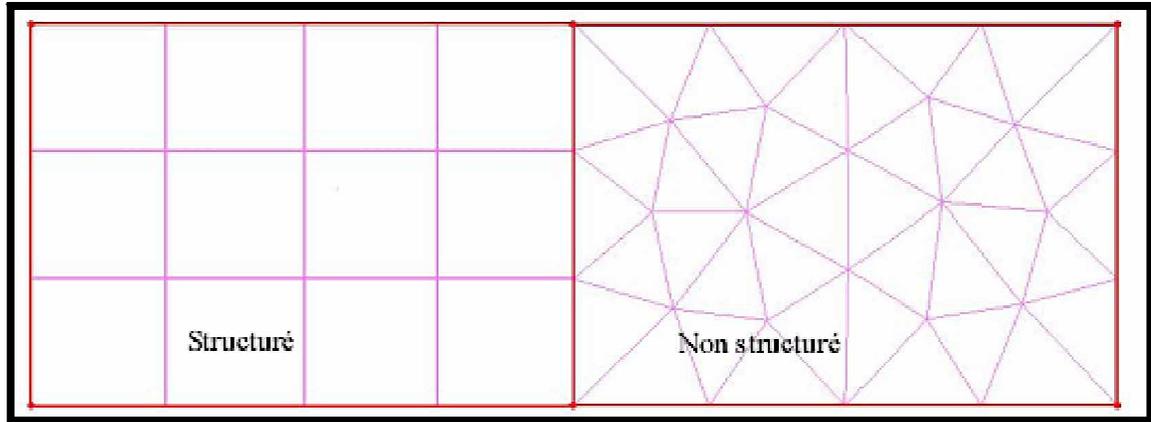


Figure (IV.4) : Maillage structuré et non structuré

. Maillage non structuré :

Les éléments de ce type de maillage sont générés arbitrairement sans aucune contrainte quant à leur disposition. Ses avantages :

- Peut être généré sur une géométrie complexe tout en gardant une bonne qualité des éléments.
- Les algorithmes de génération de ce type de maillage (tri/tétra) sont très automatisés.

Ses inconvénients :

- Très gourmand en nombre de mailles comparativement au maillage structuré
- Engendre des erreurs numériques (fausse diffusion) qui peuvent être plus importantes si l'on compare avec le maillage structuré.

. Maillage hybride :

Maillage généré par un mélange d'éléments de différents types, triangulaires ou quadrilatéraux en 2D, tétraédriques, prismatiques, ou pyramidaux en 3D.

Ses avantages :

- Combine entre les avantages du maillage structuré et ceux du maillage non structuré.

-Techniques Générales De Génération Du Maillage :

Pratiquement, il n'existe pas de règle précise pour la création d'un maillage valable, cependant il existe différentes approches qui permettent d'obtenir une grille acceptable.

Nous pouvons résumer ces règles ainsi :

- Maintenir une bonne Qualité des éléments.
- Assurer une bonne Résolution dans les régions à fort gradient.
- Assurer un bon Lissage dans les zones de transition entre les parties à maillage fin et les parties à maillage grossier.
- Minimiser le nombre Total des éléments (temps de calcul raisonnable)

- Qualité D'un Maillage :

La génération d'une très bonne qualité de maillage est essentielle pour l'obtention d'un résultat de calcul précis, robuste et signifiant.

Une bonne qualité de maillage repose sur les éléments suivants :

- Minimisation des éléments présentant des distorsions (skewness en anglais)
- Une bonne résolution dans les régions présentant un fort gradient (couches limites, ondes de choc ...etc.)

Enfin, la qualité de maillage à un sérieux impact sur la convergence, la précision de la solution et surtout sur le temps de calcul.

- Nombre total d'éléments :

Un nombre important d'éléments de maillage permet sans doute d'améliorer la précision des calculs, mais pénalise les ressources informatiques en terme de mémoire et alourdit le système. Par voie de conséquence, un compromis entre précision et temps de calcul s'impose.

Des techniques existent pour économiser un certain nombre d'éléments :

- Utilisation des maillages non uniformes, en concentrant la bonne qualité du maillage uniquement dans les zones où c'est nécessaire.
- Utilisation de la fonction adaptation de maillage pour raffiner uniquement sur des zones bien précises.
- Utilisation des éléments de maillage hexaédriques dans les zones adéquates.

- Indépendance De La Solution Du Maillage :

Dans une modélisation CFD, la solution doit être indépendante de la densité du maillage pour être sûr du réalisme de la solution que donne le solveur après convergence.

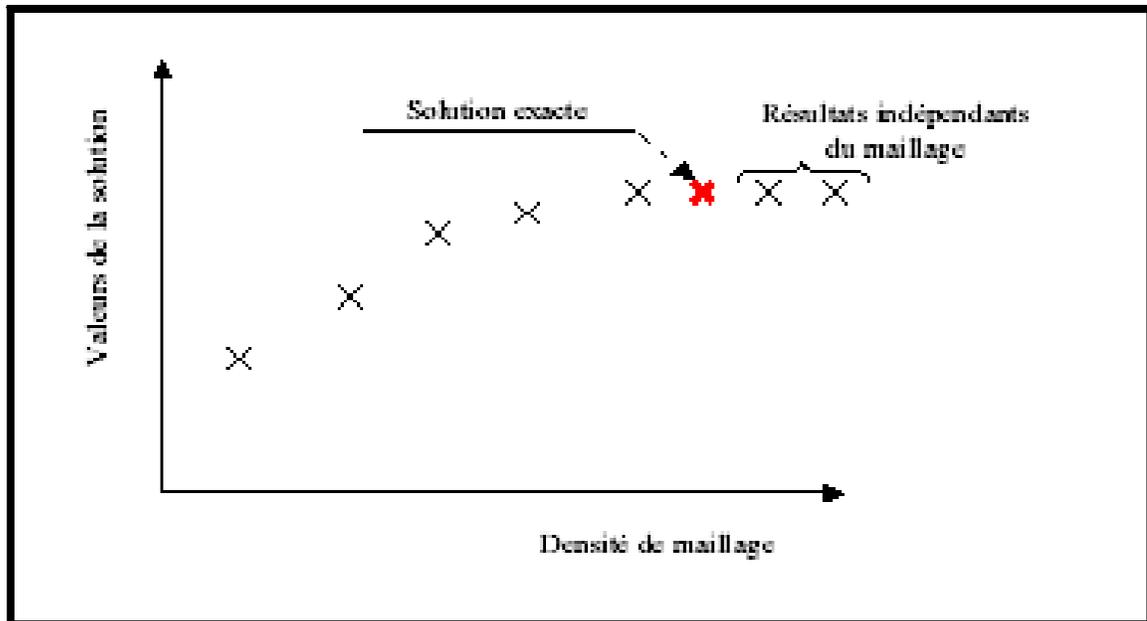


Figure (IV.5) : indépendance de la solution du maillage

Le raffinement du maillage peut se faire aussi sous Fluent et ce en utilisant la fonction « ADAPT », cette fonction adapte la grille de maillage à l'écoulement en intervenant particulièrement sur :

- Les zones à fort gradient
- Les zones définissant les frontières des volumes fluides
- A l'intérieur de certaines zones

Le but du raffinement du maillage sous un code mailleur (ICEM CFD), et de l'adaptation de la grille à la solution sous le solveur (Fluent), est d'obtenir une solution indépendante de la résolution et de la qualité du maillage, cela revient à dire que les paramètres de la solution deviennent insensibles au bout d'un certain nombre d'éléments.

IV.3.4. Conditions Aux Limites Et Définition De Domaines :

Le mailleur ICEM CFD peut générer des maillages que beaucoup de solveurs peuvent utiliser, ainsi nous devons spécifier le logiciel solveur avec lequel on veut traiter le fichier maillage. Comme conditions aux limites, on peut imposer un débit massique à l'entrée de la machine, en utilisant la condition Mass flow Inlet ou une Velocity inlet. La pression à la sortie en utilisant la condition Pressure Outlet.

Ensuite, on procède à la définition des domaines de calcul.

Plusieurs types de condition aux limites existe dans Fluent :

. Conditions de parois :

- Euler :

Pour des écoulements non visqueux, on impose le long d'une paroi solide :

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$$

- Navier Stokes :

Dans le cadre d'un écoulement visqueux, on a à la paroi :

$$u = v = w = 0$$

. Symétrie :

Afin de faciliter l'étude d'un phénomène et de ne pas avoir des cellules de calcul qui ne servent à rien, on utilise souvent les conditions de symétrie.

- Axe de symétrie

Les écoulements axisymétriques. Ce sont des écoulements présentant une symétrie circulaire par rapport à un axe de symétrie. Ces écoulements, à l'origine tridimensionnelles, deviennent ainsi bidimensionnelles et donc d'étude plus aisée. Dans ce cas, on résout des équations de Navier Stokes sous une autre forme : La forme axisymétrique. Ce n'est ainsi pas vraiment une condition aux limites.

- Plan de symétrie

Cette condition a été utilisée pour des calculs en 3D. Formellement, cette condition aux limites impose sur le plan de symétrie à toute grandeur scalaire U :

$$\overrightarrow{\text{grad}} U \cdot \vec{n} = 0$$

Avec \vec{n} la normale au plan de symétrie.

IV.4. Le Solveur Fluent :

Fluent est un solveur qui utilise des maillages non-structurés 2D ou 3D (avec la méthode des volumes finis). Ces maillages sont : soit des maillages triangulaires (tétraédriques en 3D), soit des maillages structurés interprétés en format non-structurés comme des rectangles (hexaèdres), pour une simulation de tous les écoulements fluides, compressibles ou incompressibles, impliquant des phénomènes physiques complexes tels que la turbulence, le transfert thermique, les réactions chimiques, les écoulements multiphasiques... et ce sur les géométries complexes industrielles. Ce produit inclut également un véritable environnement CAO et un mailleur paramétrique de dernière génération, permettant de mettre en place rapidement les modèles numériques ou de s'intégrer aux outils de conception déjà existants.

IV.4.1. Définition du Problème :

Pour bien comprendre le fonctionnement de ce solveur on illustre ce problème :

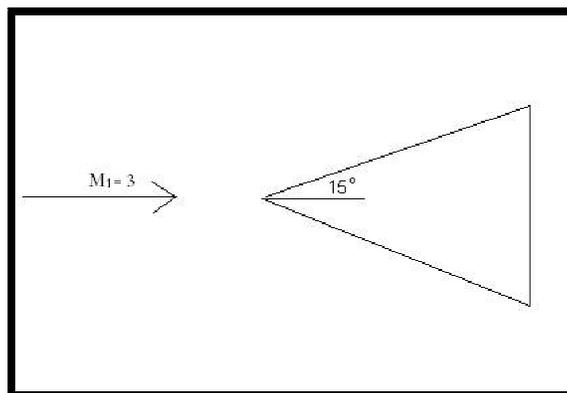


Figure (IV.6) : Géométrie à étudié

Considérons un coin de 15° avec un angle d'attaque nul. Les conditions d'écoulement entrant sont: $M1 = 3$, $P1 = 1 \text{ atm}$, $T1 = 300 \text{ K}$. On utilise FLUENT pour obtenir le champ d'écoulement à travers le coin. Comparer le coefficient de pression sur la surface du coin avec les résultats d'analyse d'un choc oblique.

IV.4. 2. Etapes de l'étude :

Après construction de géométrie par le logiciel SOLIDWORKS, ensuite la génération du maillage avec ICEM-CFD, on effectue les étapes suivantes pour trouver la résolution numérique du problème :

1. Créé le Problème dans FLUENT.
2. Résoudre.
3. Analyser les résultats.
4. Vérifier les Résultats.

Etape 1 : Créé le Problème dans FLUENT.

Lancement de FLUENT

Start > Programs > Fluent Inc > FLUENT 6.3.26

Sélectionner "2ddp" de la liste des options et cliquez sur "RUN".

Le "2ddp" option est utilisée pour sélectionner les deux dimensions (2D), en double précision (DP) solver. Dans le solveur double précision, chaque nombre à virgule flottante est représenté par 64 bits contrairement au solveur simple précision qui utilise 32 bits. Les bits supplémentaires augmentent non seulement la précision, mais aussi l'éventail des grandeurs qui peuvent être représentés. L'inconvénient de l'utilisation de la double précision est qu'il nécessite plus de mémoire.

Importer le fichier.

Main Menu > File > Read > Case...

Accédez à votre répertoire de travail et sélectionnez le fichier "wedge.msh". Cliquez sur OK.

Vérifiez que les informations affichées sont conformes à nos attentes.

Analyse du maillage.

Tout d'abord, nous vérifions le maillage afin de s'assurer qu'il n'y a pas d'erreurs.

Main Menu > Grid > Check

Toute erreur dans le maillage serait signalée à ce moment. Vérifiez la sortie et assurez-vous qu'il n'y a pas d'erreurs signalées.

Grid > Info > Size

Combien de cellules et de nœuds le maillage peut avoir?

Display > Grid

Vous pouvez regarder des parties spécifiques du maillage en choisissant les éléments que vous souhaitez consulter sous les surfaces (cliquez sur "select" pour sélectionner et cliquez à nouveau pour désélectionner une limite spécifique). Cliquez sur "Display again" lorsque vous avez sélectionné vos limites.

Définir des propriétés

Define > Models > Solver...

Nous voyons que FLUENT offre deux méthodes ("solveurs") pour résoudre les équations régissant: "Pressure-Based" et "Density-Based". Pour comprendre la différence fondamentale entre ces deux solveurs, tournons-nous à la documentation.

Main Menu > Help > utilisé le guide contenant ...

Aller au chapitre 25 du Guide de l'utilisateur, il traite les deux solveurs "Pressure-Based" - "Density-Based". L'article 25.1 introduit les deux solveurs:

Historiquement parlant, l'approche basée sur la pression a été développée pour les écoulements incompressibles à basses vitesses, alors que l'approche fondée sur la densité a été utilisée principalement pour les grandes vitesses des écoulements compressibles.

Toutefois, récemment, les deux méthodes ont été étendues et reformulé de manière à résoudre et d'exploiter un large éventail de conditions d'écoulement au-delà de leur intention traditionnelles ou originales.

Dans les deux méthodes le champ de vitesse est obtenu à partir des équations de mouvement. Dans l'approche fondée sur la densité, l'équation de continuité est utilisée pour obtenir le champ de densité alors que le champ de pression est déterminé à partir de l'équation d'état.

"D'autre part, dans l'approche basée sur la pression, le champ de pression est obtenue par la correction des équations de pression, ces derniers sont obtenus par la manipulation de l'équations de continuité et l'équation de moment.

Alors, quel solveur utilisons-nous pour notre problème de coin?

Tournez-vous vers la section 25.7.1 du chapitre 25:

Le solveur "pressure-based" a été utilisée traditionnellement pour l'incompressible et légèrement pour l'écoulement compressible. L'approche fondée sur la densité, d'autre part, a été initialement conçu pour la grande vitesse des écoulements compressibles. Les deux approches sont désormais applicables à une vaste gamme de flux (à partir de l'incompressible jusqu'au fort compressible), mais les origines de la formulation fondé sur la densité peut lui donner une précision (résolution de choc par exemple) avantage sur le solveur de pression basé à grande vitesse des écoulements compressibles.

Puisque nous nous attendons à un choc oblique pour notre problème et le solveur fondé sur la densité est de nature à résoudre mieux le cas du choc, choisissons ce solveur.

Dans le menu "Solver", sélectionnez "Density Based".

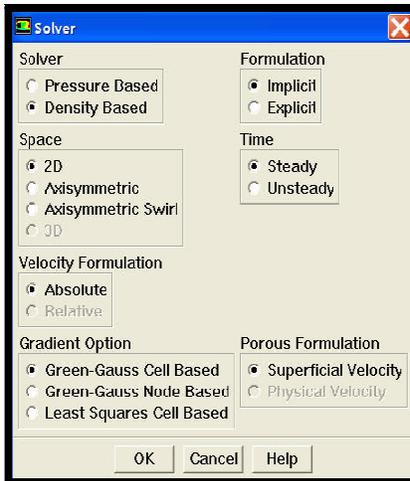


Figure (IV.7) : le solveur

Cliquer sur OK.

Define > Models > Viscous

Sélectionnez "Inviscid" (non visqueux) dans le modèle.

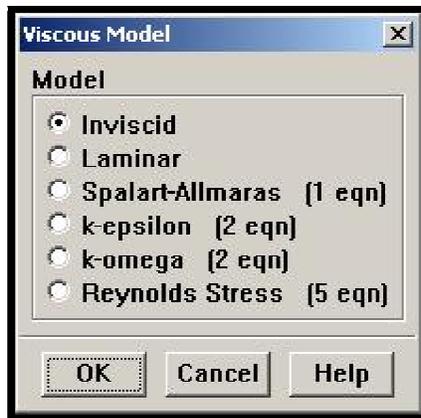


Figure (IV.8) : le modèle de viscosité

Cliquez sur OK. Cela signifie que le solveur néglige tous les termes visqueux dans les équations gouvernant.

Define > Models > Energy

Dans un écoulement compressible, l'équation de l'énergie est couplée à la continuité et la dynamique des équations. Nous devons donc résoudre l'équation de l'énergie pour notre problème.

Pour activer l'équation de l'énergie, cochez la case à côté de l'équation de l'énergie et cliquez sur OK.

Define > Materials

Assurez-vous que l'air est sélectionné dans "Fluid Materials". Fixer la densité au gaz idéal et assurez-vous que le Cp est constante est égale à 1006,43 J / kg-K. Assurez-vous aussi du poids moléculaire, il doit être constante est égale à 28.966 kg / kg.mol. En sélectionnant l'option "ideal-gas" cela signifie que FLUENT utilisera l'équation d'Etat des gaz parfaits donc de relier la densité à la pression statique et la température.

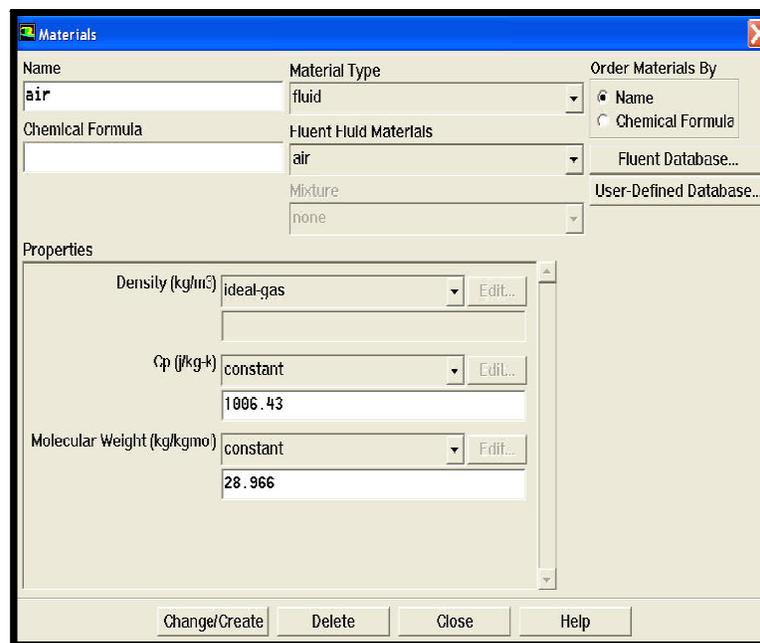


Figure (IV.9) : le choix du matériel

Cliquer sur «Change/Create».

Define > Operating Conditions

Pour comprendre la signification de la pression de fonctionnement, lisez la section 8.14.2 dans le guide de l'utilisateur. Nous voyons que pour tous les écoulements, FLUENT utilise

la pression manométrique interne afin de minimiser les erreurs d'arrondi. Chaque fois que la pression absolue est nécessaire, comme dans la loi des gaz parfaits, il est généré en ajoutant la pression de fonctionnement à la pression manométrique:

Pression absolue = pression de fonctionnement + pression manométrique

Des erreurs d'arrondi se produisent lorsque des changements de pression Δp dans l'écoulement sont beaucoup plus petites que les valeurs de la pression p . On obtient alors de petites différences d'un grand nombre. Pour notre écoulement supersonique, nous obtiendrons une variation significative de la pression absolue de sorte que les changements de pression Δp sont comparables à des niveaux de pression p .

Ainsi, nous pouvons travailler en termes de pression absolue, sans être harcelé par les erreurs d'arrondi. Pour avoir un bon travail dans FLUENT en termes de pression absolue, régler la pression de fonctionnement à 0.

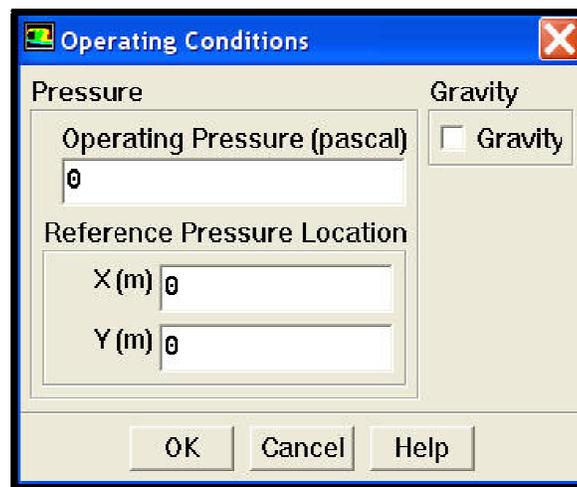


Figure (IV.10) : les conditions d'opération

Ainsi, dans notre cas, il n'ya aucune différence entre le manomètre et la pression absolue.

Cliquez sur OK.

Define > Boundary Conditions

Entrer dans la fenêtre "pressure-far-field"

Puis cliquez sur Définir Réglez la pression de jauge de 101325. Réglez le nombre de Mach à 3. Sous le sens de la composante x, attribuer à une valeur de 1.

Ensuite, cliquez sur l'onglet thermique. Changer la température à 300K. Nous sommes à la température ambiante.

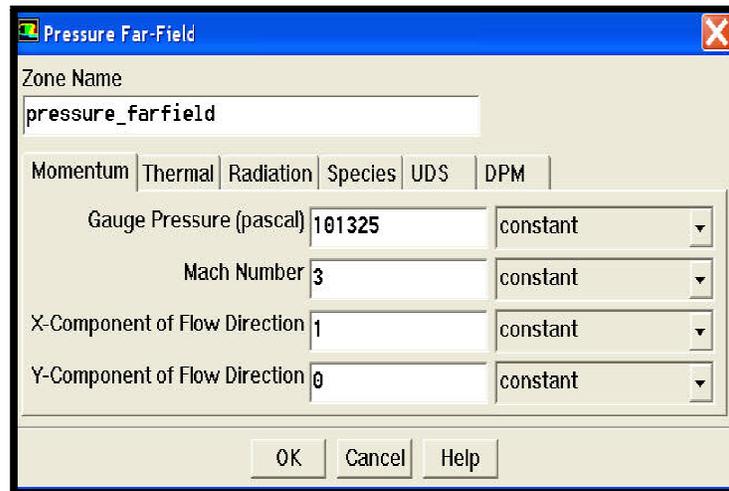


Figure (IV.11) : le choix de pression au champ lointain

Cliquez sur OK.

Etape 2 Résolution :

Solve > Control > Solution

Nous allons utiliser un schéma de discrétisation du second ordre. En vertu de discrétisation, on se fixe alors en Second ordre. Sous Paramètres du solveur, définissez le nombre de Courant à 0,1.

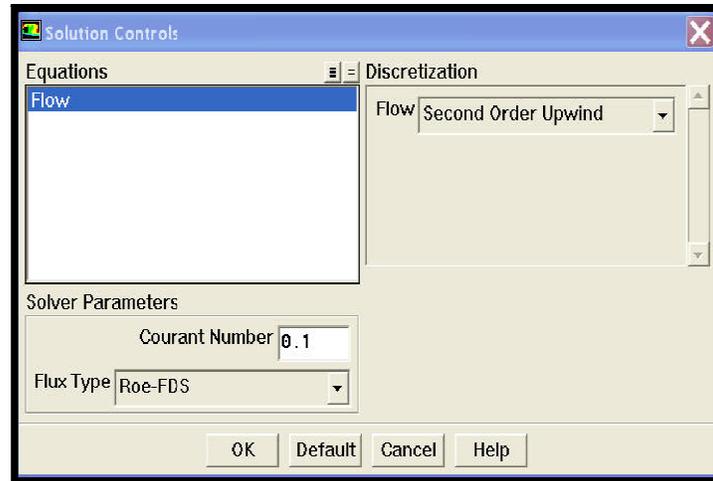


Figure (IV.12) : le control de la solution

Cliquez sur OK.

Solve > Initialize > Initialize...

C'est là que nous avons mis les valeurs initiales de la solution itérative. Nous allons utiliser les valeurs du champ lointain ($M = 3$, $p = 1$ atm, $T = 300$ K). Sélectionnez "Farfield" en "Compute From". Il remplit les valeurs de la limite du champ lointain dans les cases correspondantes.

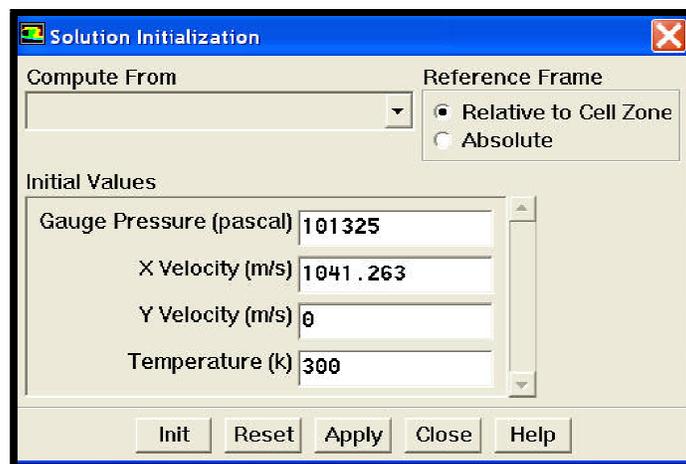


Figure (IV.13) : l'initialisation de la solution

Cliquez sur "Init". Maintenant, pour chaque cellule du maillage, $M = 3$, $p = 1$ atm, $T = 300$ K. Ces valeurs seront bien sûr mises à jour.

FLUENT fait état d'un résiduelle pour chaque résolution d'une équation. Le résidu est une mesure de la façon dont la solution actuelle satisfait la forme discrète de chaque équation régissant. Nous allons parcourir la solution jusqu'à ce que le résidu pour chaque équation soit inférieur à $1E-6$.

Solve > Monitors > Residual...

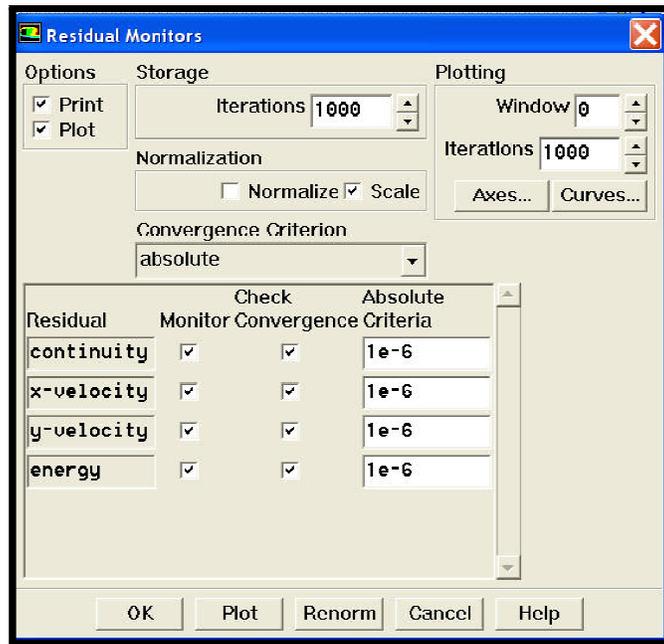


Figure (IV.14) : moniteur du résiduel

Aussi, sous Options, sélectionnez "Plot". Cela intrigue les résidus dans la fenêtre graphique comme ils sont calculés, vous donnant une impression visuelle sur la convergence du schéma.

Cliquez sur OK.

Main Menu > File > Write > Case...

Cela permettra la sauvegarde de vos paramètres FLUENT et le maillage dans un fichier «cas». Tapez "wedge.cas" pour le cas du fichier. Cliquez sur OK.

Solve > Iterate

Définir le nombre d'itérations à 1000. Cliquez itération.

Les résidus pour chaque itération sont imprimés ainsi que des tracés dans la fenêtre graphique comme ils sont calculés. Les résidus après 1000 itérations ne sont pas en dessous du critère de convergence de $1e-6$ spécifié avant. Alors exécuter la solution pour plus que 1000 itérations. La solution converge dans les environ de 1510 itérations ; les résidus pour toutes les équations qui régissent sont inférieurs à $1e-6$ sur ce point.

Enregistrer la solution dans un fichier de données:

Main Menu > File > Write > Data...

Entrez "wedge.dat" pour les données du fichier et cliquez sur OK. Vérifiez que le fichier a été créé dans votre répertoire de travail. Vous pouvez récupérer la solution actuelle de ce fichier de données à tout moment.

Etape 3 : Analyser les résultats.

Plot Velocity Vectors

Tracer les vecteurs de vitesse obtenue avec la solution FLUENT.

Display > Vectors

Sous couleur, sélectionnez nombre de Mach à la place de vitesse Magnitude puisque le premier est d'un intérêt accru pour l'écoulement compressible. Les couleurs des vecteurs de vitesse indiquent le nombre de Mach. Utilisez les paramètres par défaut en cliquant sur Afficher.

Ceci dessine une flèche au centre de chaque cellule. La direction de la flèche indique la direction de la vitesse et l'ampleur est proportionnelle à l'ampleur de vitesse. La couleur indique la valeur numérique correspondante du nombre de Mach. Les flèches indiquent un peu plus clairement si l'on réduit leur longueur. Changer l'échelle à 0,2. Cliquez sur Afficher.

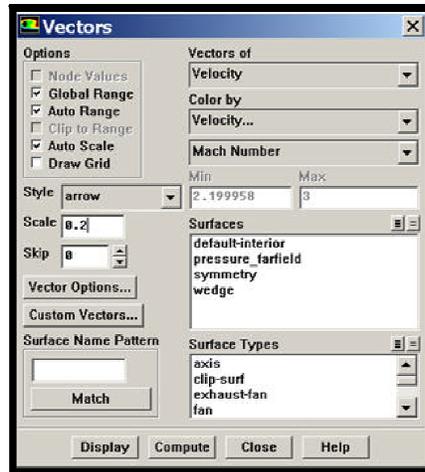


Figure (IV.15) : dessin de flèche

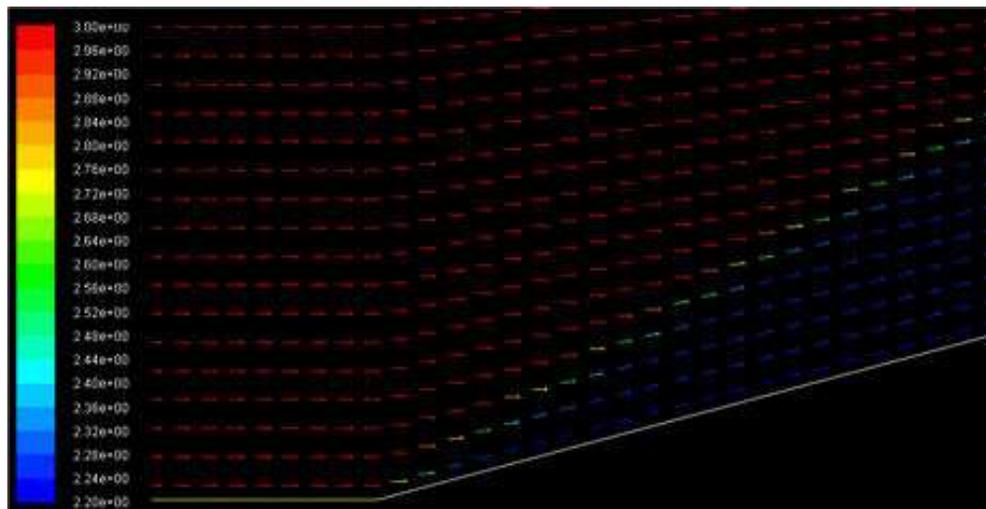


Figure (IV.16) : Représentation du nombre de Mach

On peut voir le flux tournant grâce à une onde de choc oblique comme prévu. Derrière le choc, l'écoulement est parallèle à la cale et le nombre de Mach est de 2,2. Sauvegarder ce chiffre dans un fichier:

Main Menu > File > Hardcopy

Sélectionnez "JPEG" ensuite "color". Orientation paysage Décochez. Enregistrez le fichier sous "wedge_vv.jpg" dans votre répertoire de travail. Cochez cette Image en ouvrant ce fichier dans une visionneuse d'images.

Plot du contour du nombre de Mach :

Display > Contours

En vertu du Contours, choisissez la vitesse... Ensuite Nombre de Mach. Sélectionnez l'option "**Filled**". Augmenter le nombre de niveaux de contour tracé: taux fixés à 100.

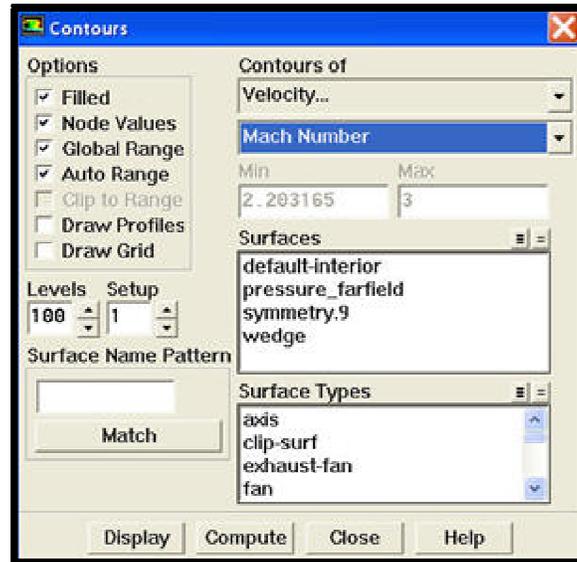


Figure (IV.17) : Sélection du contour

Cliquer sur "Display".

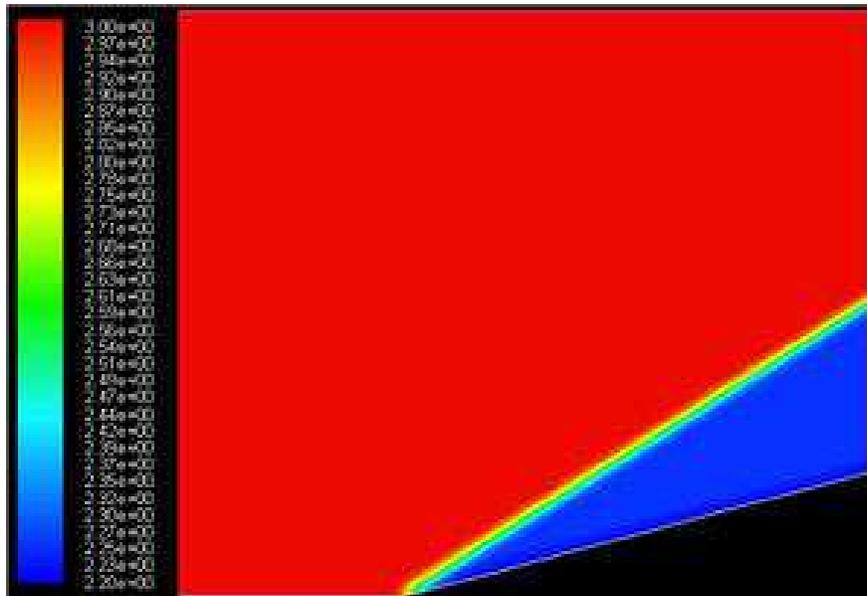
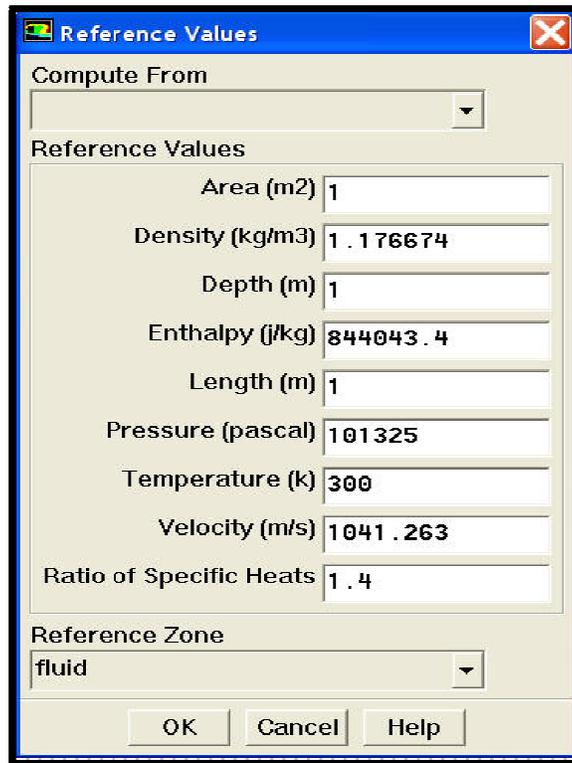


Figure (IV.18) : Représentation du contour du nombre de Mach

Nous voyons que le nombre de Mach derrière l'onde de choc est uniforme et égale à 2,2.
Comparez cela à la suite d'analyse correspondante.

Plot du contour du coefficient de pression :

Report > Reference Values



Reference Values	
Area (m2)	1
Density (kg/m3)	1 . 176674
Depth (m)	1
Enthalpy (j/kg)	844043 . 4
Length (m)	1
Pressure (pascal)	101325
Temperature (k)	300
Velocity (m/s)	1041 . 263
Ratio of Specific Heats	1 . 4

Figure (IV.19) : Les valeurs de références

Les valeurs de référence ci-dessus de la densité, la vitesse et la pression seront utilisés pour calculer le coefficient de pression de la pression. Cliquez sur OK.

Display > Contours...

Choisir pression, puis pression statique. Ensuite, sélectionnez Coefficient pression.

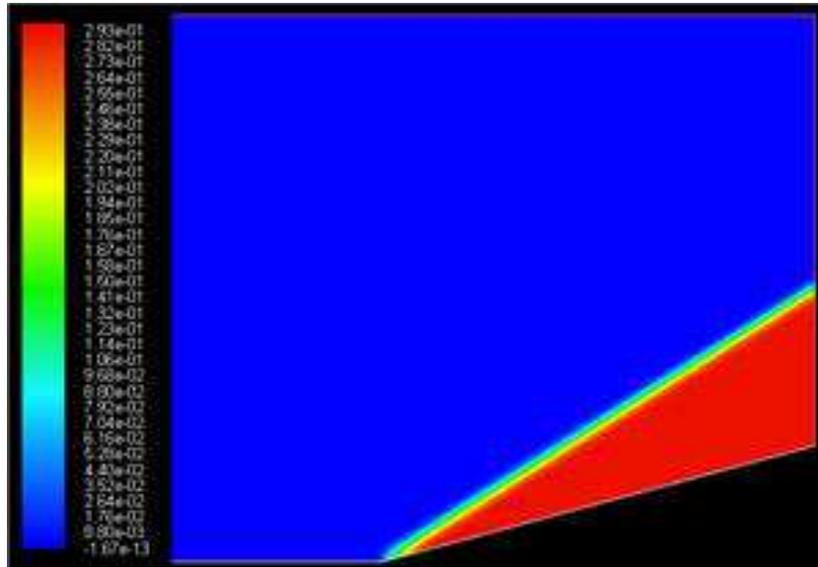


Figure (IV.20) : Les valeurs de références

Le coefficient de pression après l'onde de choc est 0,293, très proche de la valeur théorique de 0,289. La pression augmente après l'onde de choc.

Etape 7 : Vérification des résultats :

Comparaison des résultats par rapport à la taille du maillage :

Maintenant que nous avons observé le résultat que nous sommes censés obtenir, nous pouvons continuer à comparer les résultats avec une densité de maillage différent. Construire un maillage dans ICEM, puis obtenir la solution en utilisant Fluent.

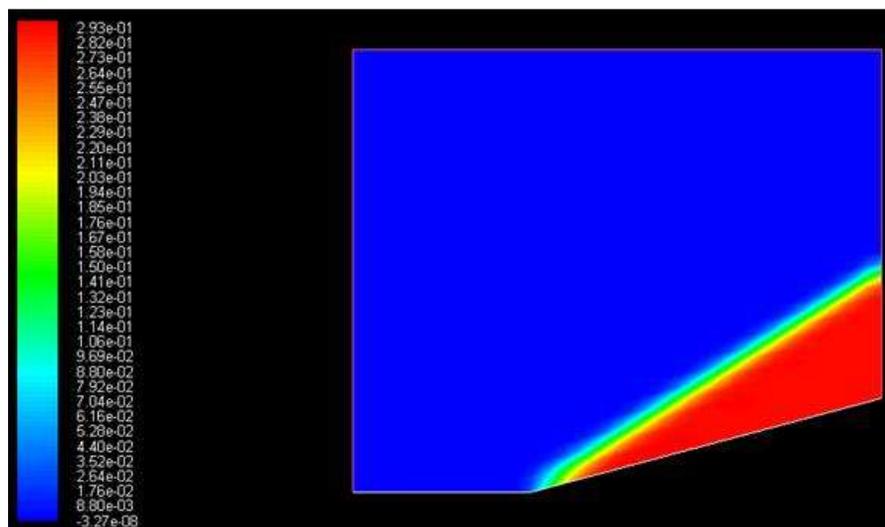


Figure (IV.21) : Contours du coefficient de pression pour un maillage grossier.

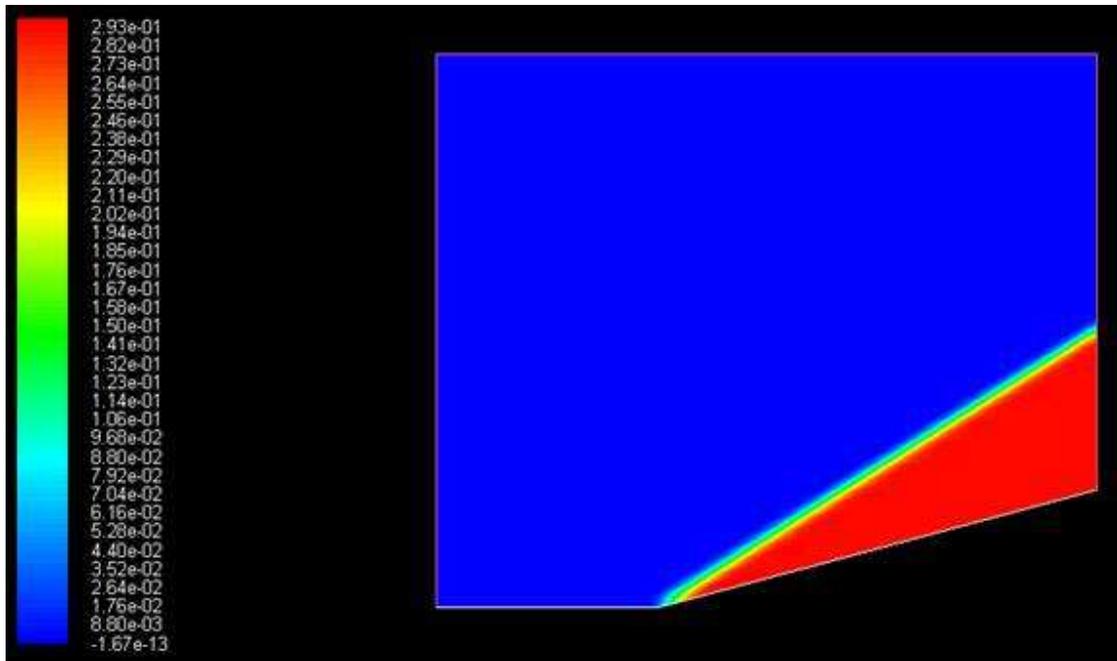


Figure (IV.22) : Contours du coefficient de pression pour un maillage moyen.

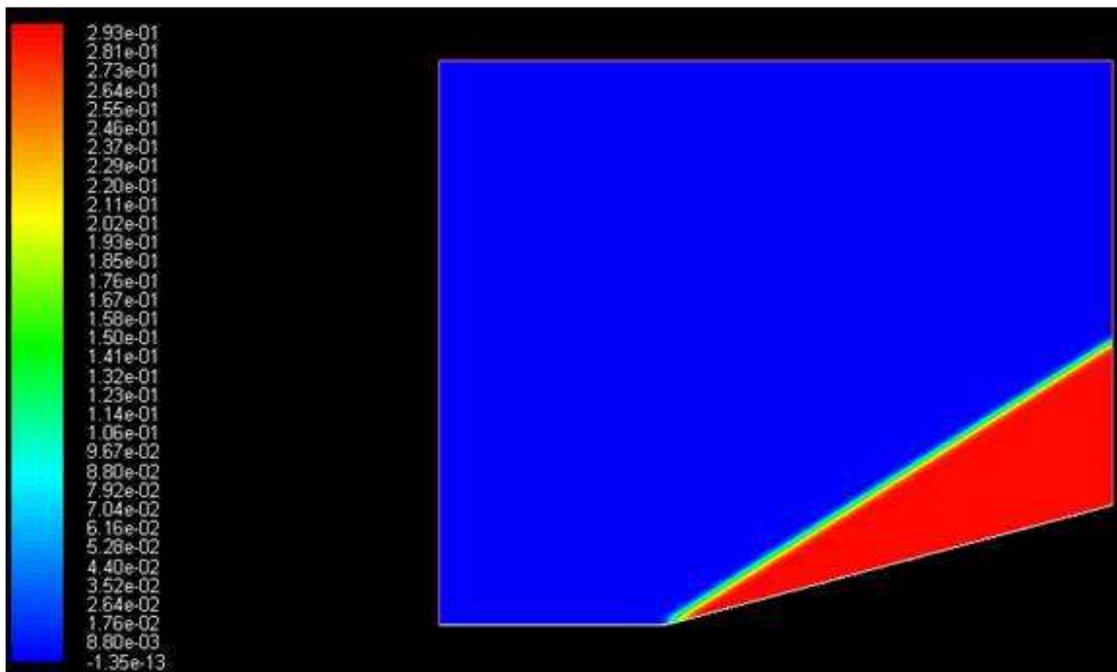


Figure (IV.23) : Contours du coefficient de pression pour un maillage fin.

De la comparaison du de densité du coefficient de pression pour les différents maillages, nous voyons que les valeurs de coefficient de pression sont toujours les mêmes. Cependant, l'onde de choc maigrir en fur et à mesure que le maillage est raffiner. Ces résultats suggèrent que la solution est plus précise dans le cas ou le maillage est plus raffiner.

. Comparaison des solutions en utilisant la méthode du Premier Ordre et du second ordre :

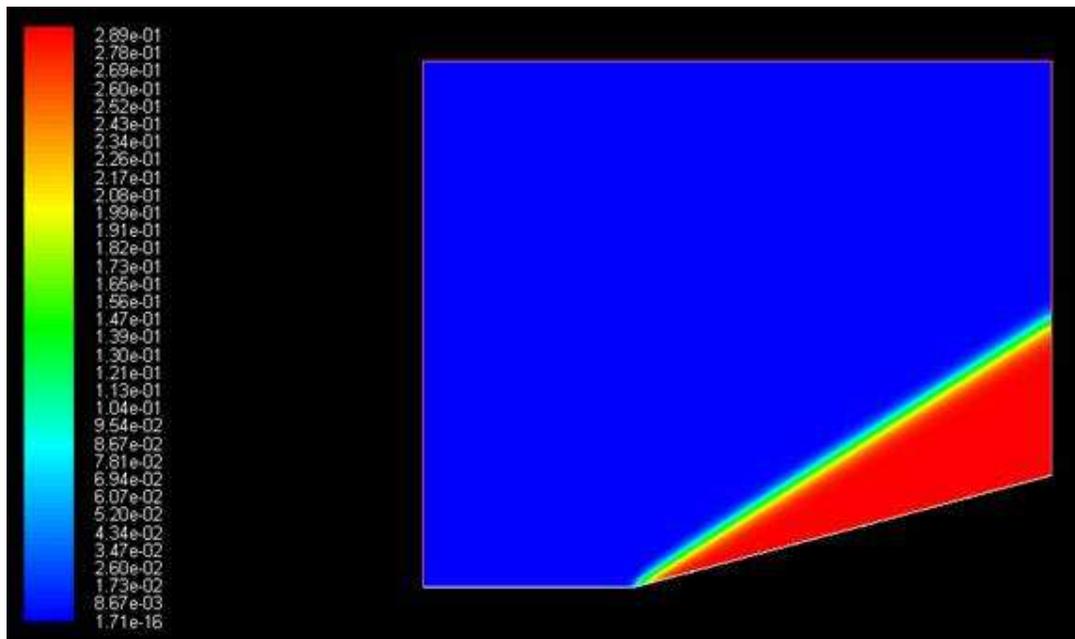


Figure (IV.24) : Contours du coefficient de pression pour la méthode de discrétisation du premier ordre.

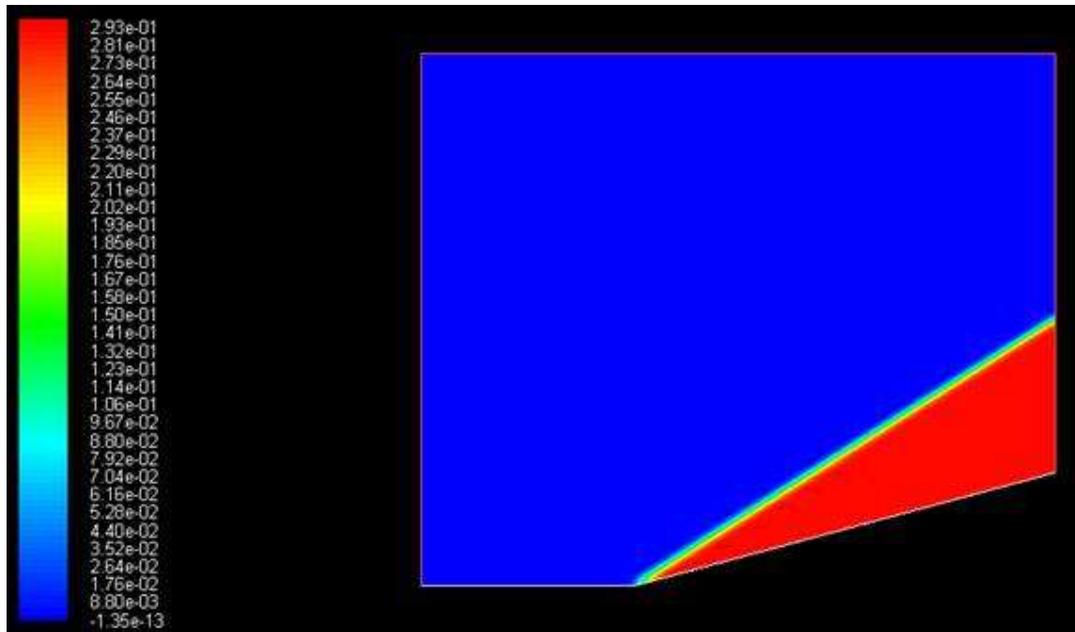


Figure (IV.25) : Contours du coefficient de pression pour la méthode de discrétisation du second ordre.

IV.4. 2. Conclusion :

Par comparaison, les deux méthodes donnent une valeur légèrement différente de coefficient de pression. L'onde de choc oblique est plus mince dans le cas de la méthode du second ordre. Ces résultats suggèrent que la méthode du second ordre fournit une simulation plus précise des écoulements supersoniques autour d'un coin.

En général, la deuxième méthode de discrétisation fournira une solution plus exacte, mais il est plus difficile d'obtenir des solutions de convergence si la géométrie est complexe. C'est donc c'est plus pratique de commencer par une solution de premier ordre, puis continuer de résoudre le problème en utilisant la méthode de discrétisation du second ordre.

V.1. INTRODUCTION :

L'objectif de ce travail est de faire une validation des résultats trouvés par le solveur Fluent, par la comparaison entre ces résultats avec ceux de la théorie unidimensionnelle des ondes de choc et de détente sur un profil losangique. Sachant que notre écoulement est non visqueux, compressible, 2D.

Notre étude s'est faite en quatre étapes :

- 1- Construction de la géométrie dans SOLIDWORKS.
- 2- Génération du maillage par le logiciel ICEM-CFD.
- 3- résolution du problème par le solveur FLUENT.
- 4- Comparaison entre les résultats calculés et les résultats théoriques.

V.2. Construction de la géométrie dans SOLIDWORKS :

Le profil étudié est en forme de losange de dimensions suivantes :

- Profil symétrique de cotés identiques de longueur $L = 50$ mm.
- La corde du profil est de 100 mm.
- L'angle α est l'angle que fait chaque cotés avec l'horizontale, dans notre cas on varie α entre 2° et 32° .

Dans le module pièce on clique sur nouveau et on suit les étapes suivantes :

Dans l'arbre de création, sélectionnez plan de face, puis on clique sur esquisse

On construit le profil à partir d'une esquisse de type "ligne" et à l'aide de la cotation intelligente on règle l'angle que fait la droite avec l'horizontale, puis à l'aide de la fonction "symétrie" on trace les quatre cotés identiques du losange, tous les dimensions sont réglés avec cotations intelligentes.

On a obtenu la géométrie suivante :

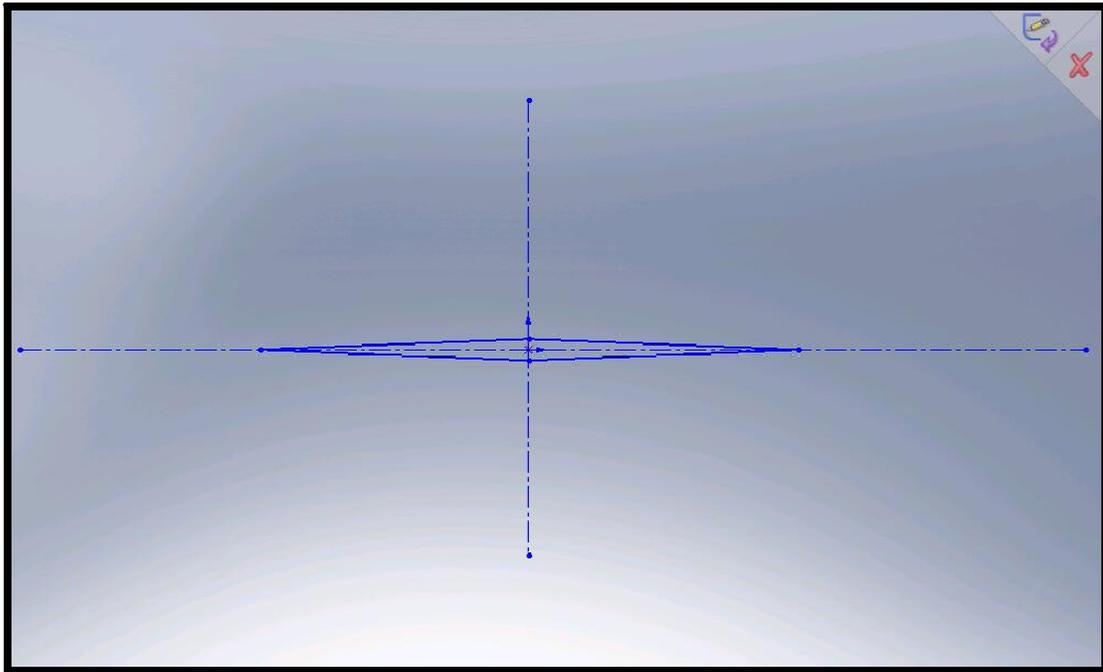


Figure (V.1) : Le profil en forme de losange

Ensuite on a construit le domaine contenant le profil, celui-ci est constitué d'une droite lié à une courbe, la courbe est obtenu grâce à l'esquisse "spline", de dimension variables suivant la taille nécessaire à l'étude.

Dans notre étude on a utilisés quatre types de domaine de dimensions suivantes :

- Domaine 1 :

Hauteur $h = 500$ mm

Longueur $l = 550$ mm

- Domaine 2 :

Hauteur $h = 800$ mm

Longueur $l = 650$ mm

- Domaine 3 :

Hauteur $h = 1000$ mm

Longueur $l = 950$ mm

- Domaine 4 :

Hauteur $h = 1600$ mm

Longueur $l = 1250$ mm

On a construit le domaine dans la même esquisse que le profil, d'abord on a tracé une droite à l'aide de l'esquisse "ligne", ensuite on a joint les deux extrémités de la droite à un point avec l'esquisse "spline", et on a réglé les dimensions grâce aux cotations intelligentes.

On obtient la figure suivante :

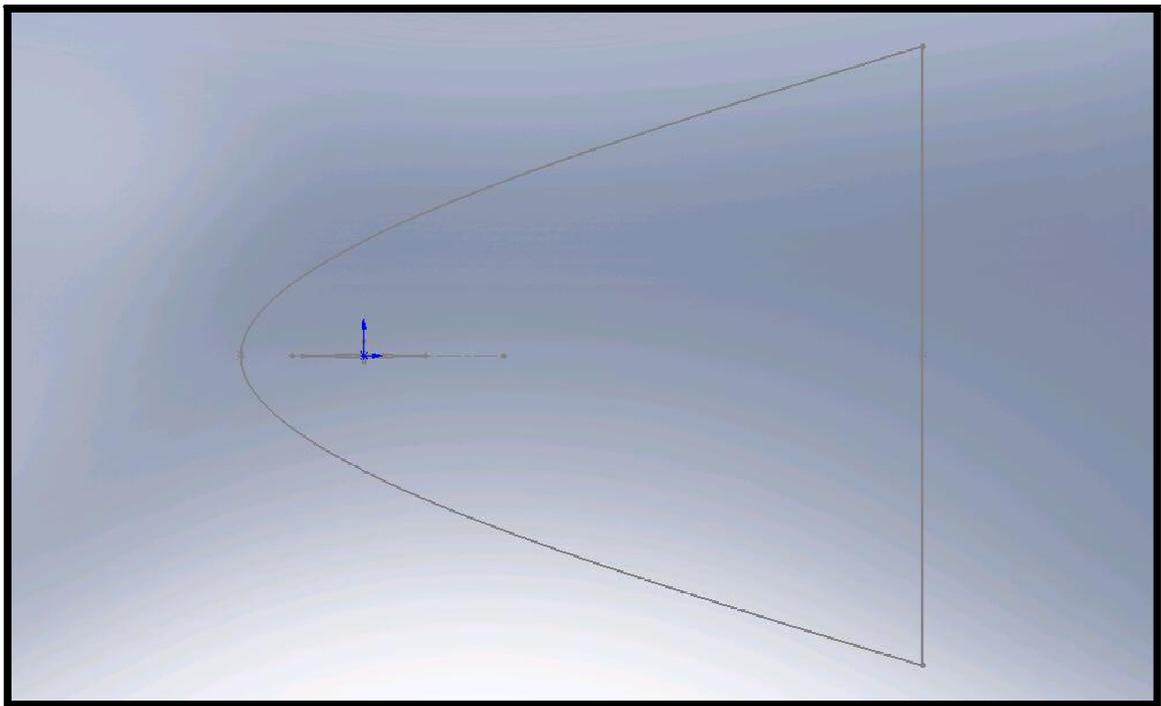


Figure (V.2) : profil + domaine

Pour mettre en évidence les différentes dimensions des domaines on a réalisé la figure suivante :

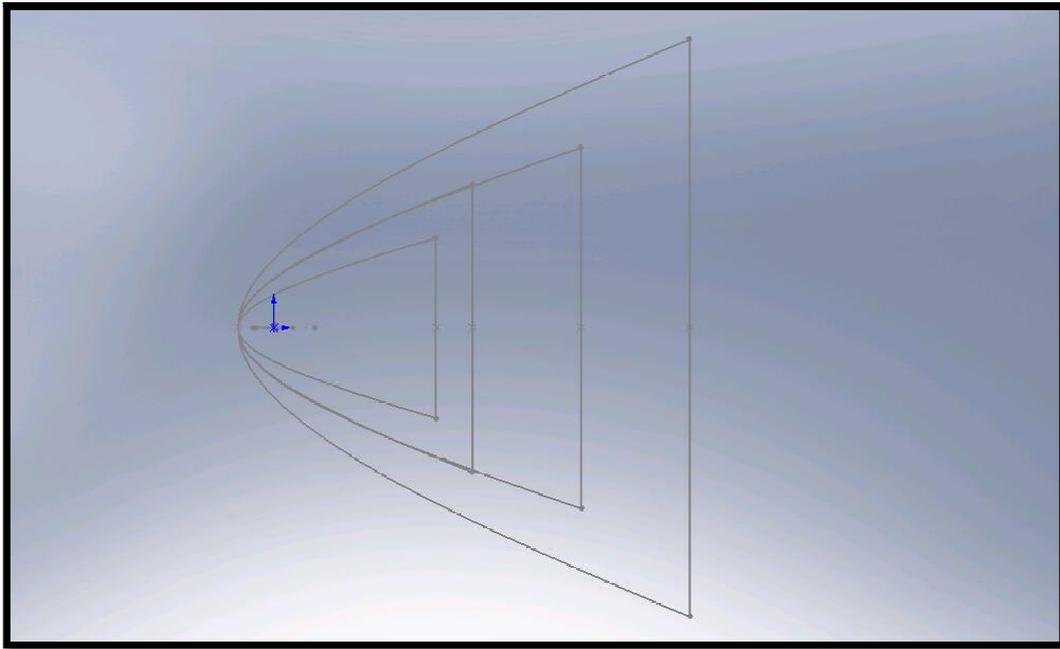


Figure (V.3) : Les 4 domaines utilisés

Finalement grâce à l'insertion d'une surface plane on obtient la géométrie suivante :

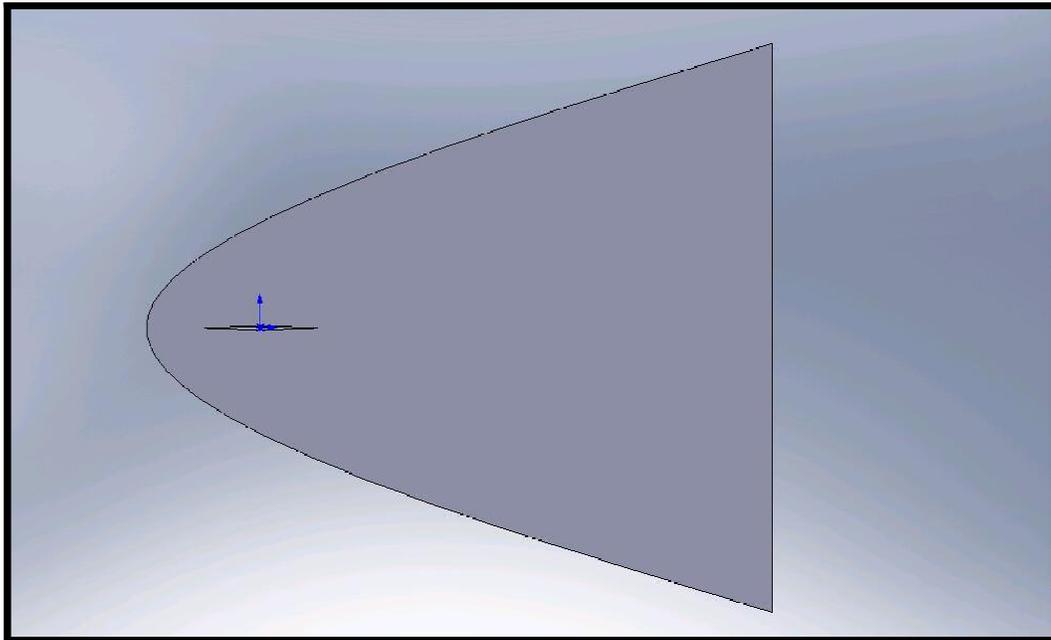


Figure (V.4) : géométrie finale

Dans cette étude on a utilisé plusieurs configurations de géométries chacune d'elles est faite de mêmes étapes effectués précédemment mais on a joué sur la taille du domaine et sur la valeur de l'angle de déviation du dièdre α , tel que :

- 1^{ère} Géométrie :

. $\alpha = 2^\circ$

.le domaine utilisé est le domaine 1

- 2^{ème} Géométrie :

. $\alpha = 2^\circ$

.le domaine utilisé est le domaine 2

- 3^{ème} Géométrie :

. $\alpha = 2^\circ$

.le domaine utilisé est le domaine 3

- 4^{ème} Géométrie :

. $\alpha = 6^\circ$

.le domaine utilisé est le domaine 2

- 5^{ème} Géométrie :

. $\alpha = 10^\circ$

.le domaine utilisé est le domaine 2

- 6^{ème} Géométrie :

. $\alpha = 20^\circ$

.le domaine utilisé est le domaine 3

- 7^{ème} Géométrie :

. $\alpha = 28^\circ$

.le domaine utilisé est le domaine 4

- 8^{ème} Géométrie :

. $\alpha = 32^\circ$

.le domaine utilisé est le domaine 4

Après réalisation des géométries dans SOLIDWORKS, on les enregistre sous format IGES, pour les exporter dans ICEM-CFD.

V.3. Génération du maillage par le logiciel ICEM-CFD:

Dans cette étape on réalise le maillage de la géométrie et pour cela nous avons utilisé un maillage non structuré de forme tétraédrale. Nous pouvant choisir la taille de chaque élément de maillage pour chaque surface de la géométrie.

Il est difficile de construire un bon maillage pour traiter les problèmes de la mécanique des fluides. L'analyse de la qualité du maillage ainsi que son influence sur les résultats est un point fondamental qui mérite une attention particulière. Théoriquement, les erreurs liées au maillage doivent disparaître pour des mailles de plus en plus fines tout en respectant les moyens de calcul disponibles, jusqu'à atteindre asymptotiquement des valeurs indépendantes de la taille des mailles. Ainsi, pour analyser la qualité du maillage et son influence sur la solution.

D'abord on démarre le logiciel ICEM-CFD, ensuite on importe la géométrie, qui est sous format ''IGES''. On obtient alors :

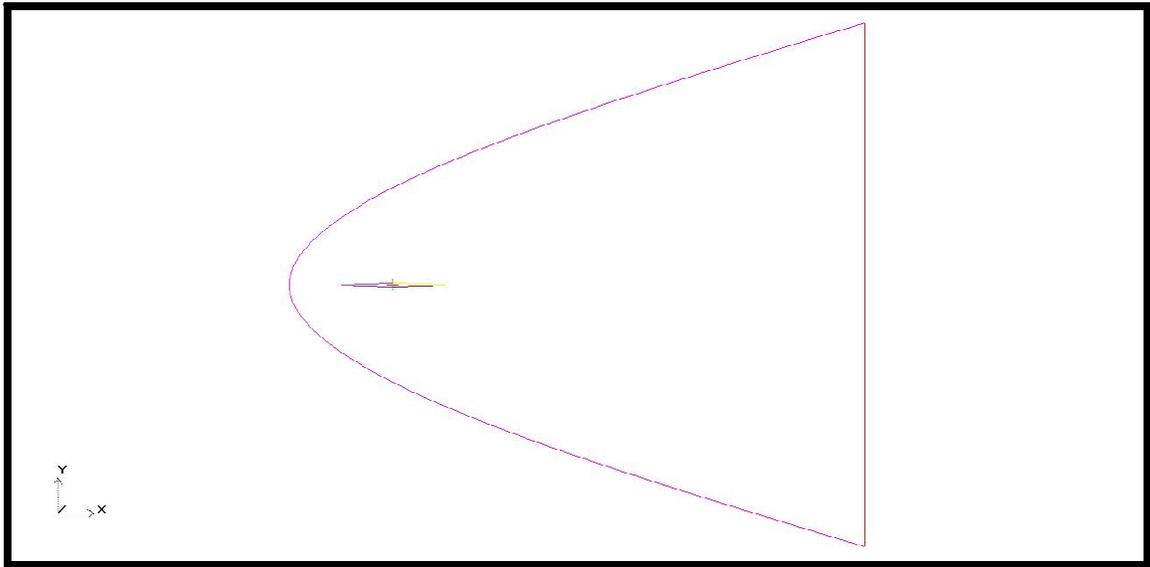


Figure (V.5) : géométrie dans ICEM-CFD

Grace aux options contenus dans ICEM-CFD, on devise la géométrie en plusieurs familles, pour ensuite contrôler le maillage à travers les différents zones de la géométrie, on utilise pour ceci l'option ''change family'' et on sélectionne soit des courbes soit des surfaces puis on donne des noms pour chaque famille. Pour toutes les géométries utilisées dans l'étude on a procédé de la même manière pour la sélection des familles.

On a obtenu alors :

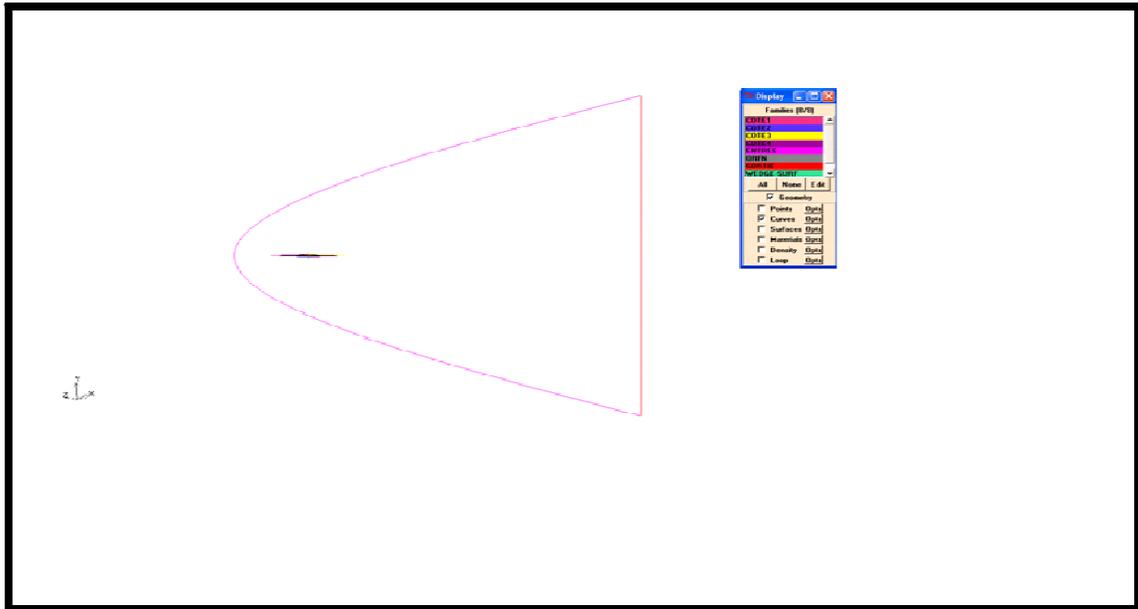


Figure (V.6) : Définition des familles

Après avoir préparé la géométrie à être mailler, l'étape suivante consiste à contrôler la taille du maillage dans chaque famille, pour cela on utilise l'option "entity params", ensuite on sélectionne la zone qu'on veut contrôler, et on donne une valeur pour la quelle le maillage s'effectuera.

Enfin on génère le maillage grâce à l'option "meshing " ensuite l'option "surface mesh" et enfin "patch independent mesh".

Pour chaque géométrie on a effectué une taille spécifique du maillage.

Les maillages obtenus sont comme suite :

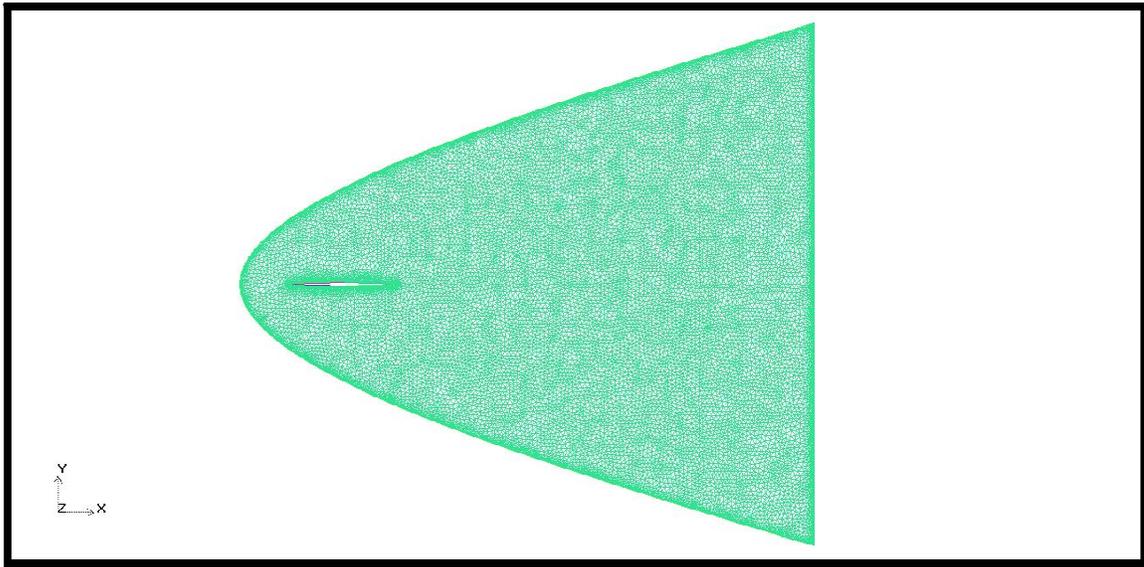


Figure (V.7) : Génération du maillage pour la 1^{ère} géométrie

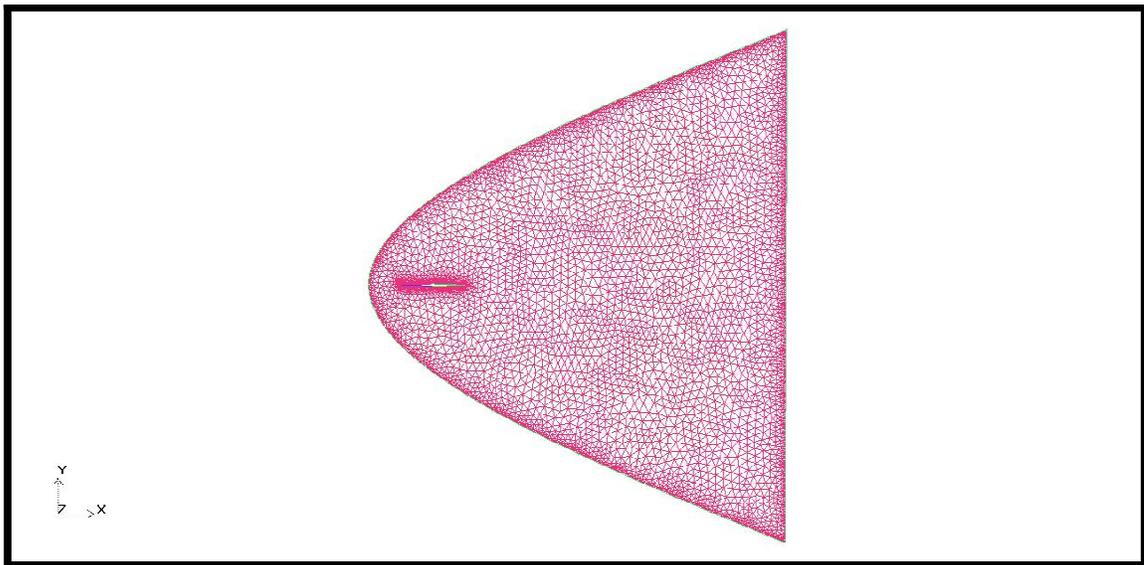


Figure (V.8) : Génération du maillage pour la 2^{ème} géométrie

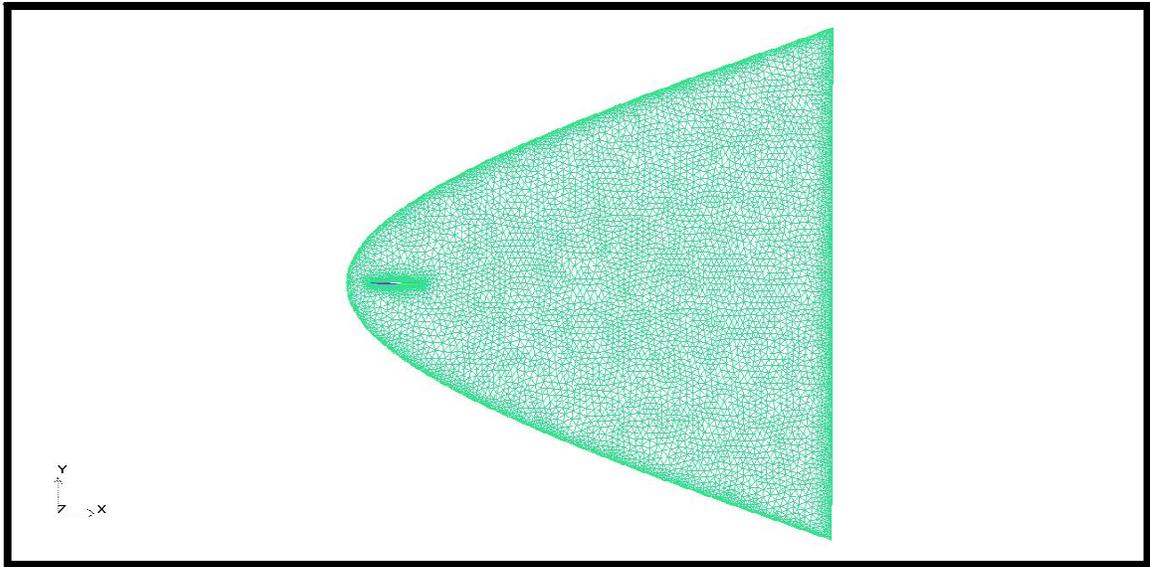


Figure (V.9) : Génération du maillage pour la 3^{ème} géométrie

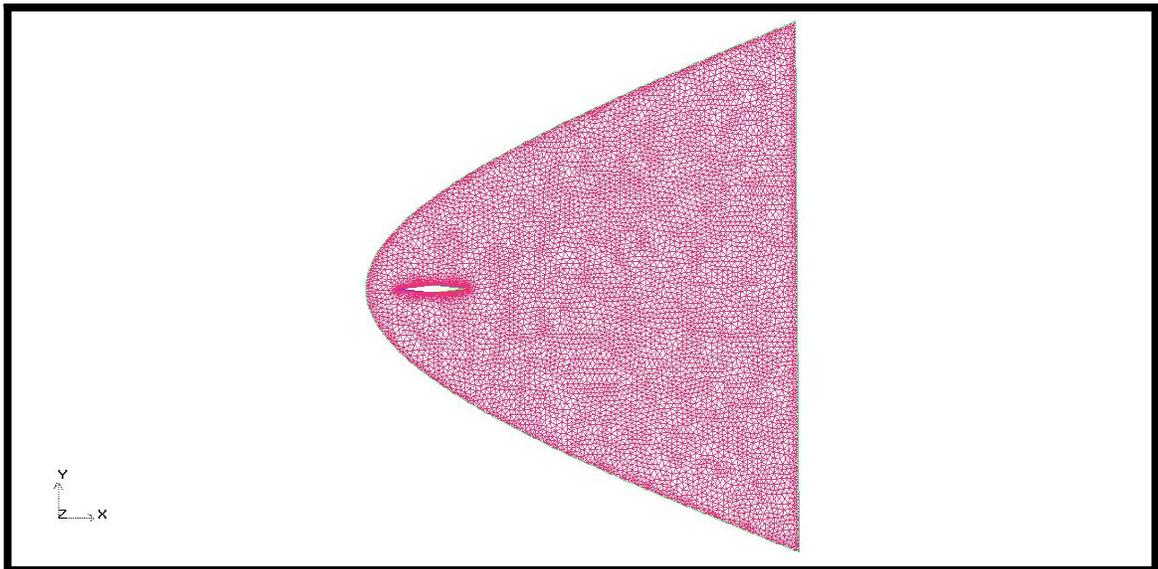


Figure (V.10) : Génération du maillage pour la 4^{ème} géométrie

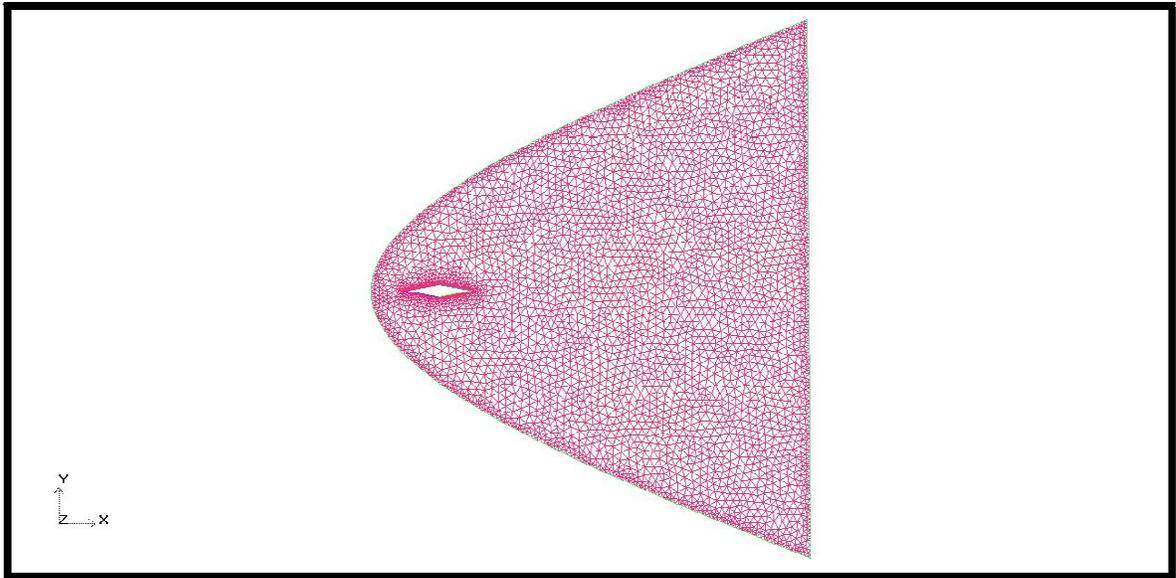


Figure (V.11) : Génération du maillage pour la 5^{ème} géométrie

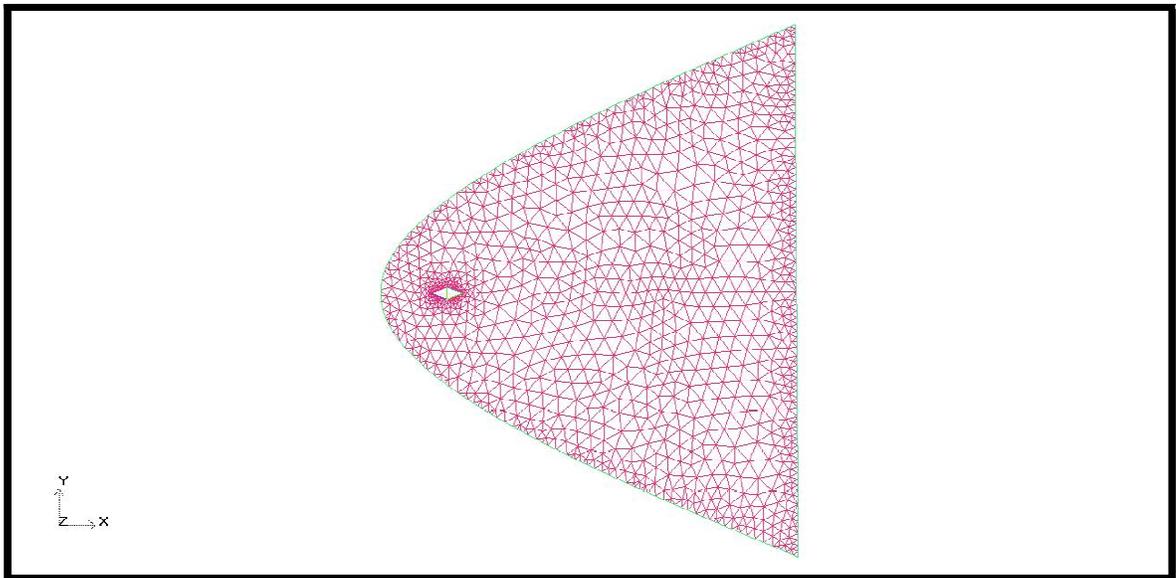


Figure (V.12) : Génération du maillage pour la 6^{ème} géométrie

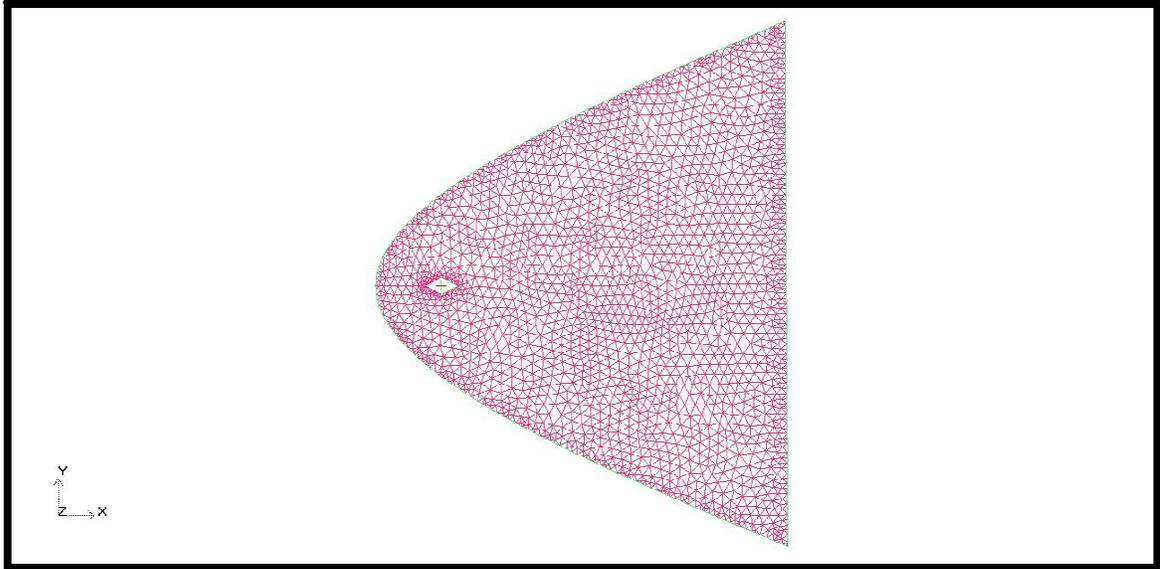


Figure (V.13) : Génération du maillage pour la 7^{ème} géométrie

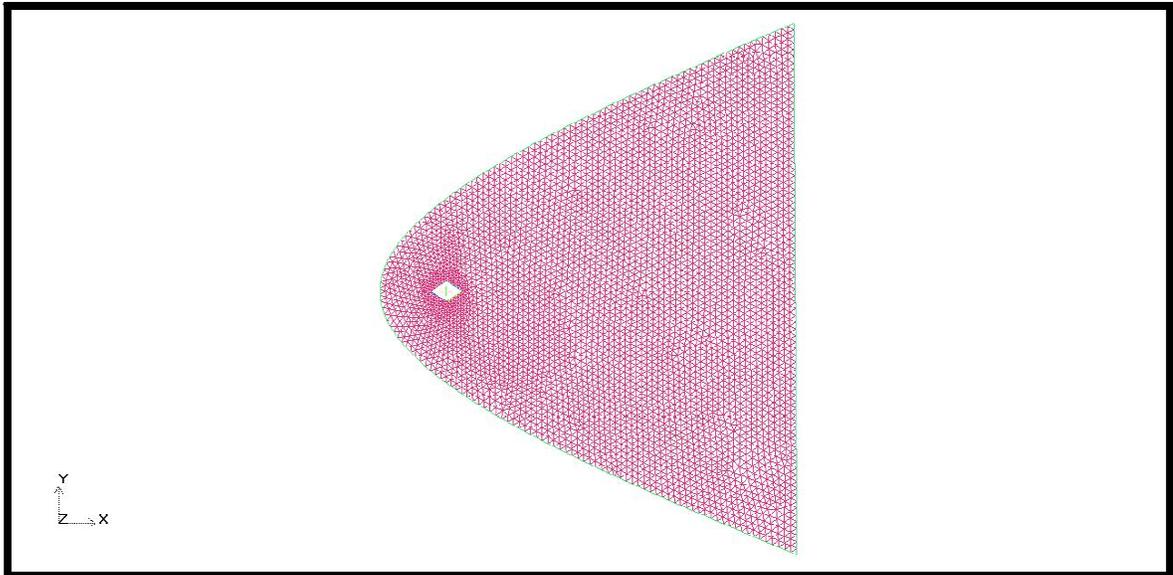


Figure (V.14) : Génération du maillage pour la 8^{ème} géométrie

Pour chaque géométrie il' a fallu effectuer plusieurs essais de maillage pour avoir le bon maillage, la difficulté s'est amplifier en fur et a mesure que l'angle de déviation α augmenté. C'est pour sa que pour chaque géométrie on a eu une taille de maillage différente de celle d'avant.

Les différentes caractéristiques du maillage de toutes ces géométries sont représentées dans l'annexe 1.

Après avoir générer les maillages, on les sauvegarde sous un format “.uns ”, et grâce à l’option out put, on sélectionne le solveur dans notre cas c’est Fluent-V5, et enfin on crée un fichier “.msh ” qui plus tard servira pour le calcul dans Fluent.

V.4. Résolution du problème par le solveur FLUENT :

D’abord on sélectionne la version 2D, mode full simulation.

Ensuite on lit le fichier “.msh ” grâce à l’option ”Read case”, on vérifie le maillage grâce à l’option ”check grid”, vient alors l’étape de définition du solveur, dans notre étude le solveur choisis est ”Pressure Based” pour une formulation implicite. Le calcul est non visqueux, gaz idéal.

Ensuite vient l’étape de définition des conditions aux limites comme suite :

Les 4 cotés du profil sont choisis comme ”wall”

L’entrée du domaine est choisie comme ”pressure-far-field”, à un nombre de Mach égale à 2.

La sortie du domaine est choisie comme ”pressure-far-field”, à un nombre de Mach égale à 2.

On initialise le calcul à l’entrée du domaine et enfin on lance le calcul, après avoir obtenus la convergence du calcul, on affiche les résultats pour chaque contour et on compare avec les résultats théoriques.

Pour chaque géométrie, on a utilisé les mêmes étapes.

Il faut bien noter que pour trouver ces différents conditions aux limites il’ a fallu effectuer plusieurs calculs, Ainsi que la qualité du maillage a eu une grande influence sur la lecture du maillage par Fluent.

Toute les étapes de calcul dans Fluent sont détailler dans l’annexe 2.

Les conditions initiales du calcul sont :

$$\left. \begin{array}{l} p_{\infty} = 101325 \text{ Pa} \\ T_{\infty} = 300 \text{ K} \\ M_{\infty} = 2 \end{array} \right\}$$

V.5. Comparaison entre les résultats calculés et les résultats théoriques :

Après avoir entrée les conditions aux limites et spécifier le type d'écoulement ainsi que sa nature, vient alors l'étape d'affichage de résultats. Dans cette partie on va analyser les différents résultats afficher par Fluent.

V.5.1. Influence du domaine :

Dans cette partie on a pris la même géométrie du losange avec un angle de déviation du dièdre $\alpha = 2^\circ$, et les mêmes conditions aux limites, dans 3 types différents de domaines, leurs dimensions sont :

- Domaine 1 :

Hauteur $h = 500$ mm

Longueur $l = 550$ mm

- Domaine 2 :

Hauteur $h = 800$ mm

Longueur $l = 650$ mm

- Domaine 3 :

Hauteur $h = 1000$ mm

Longueur $l = 950$ mm

Après avoir terminé le calcul effectué par Fluent on a pu avoir les résultats suivants :

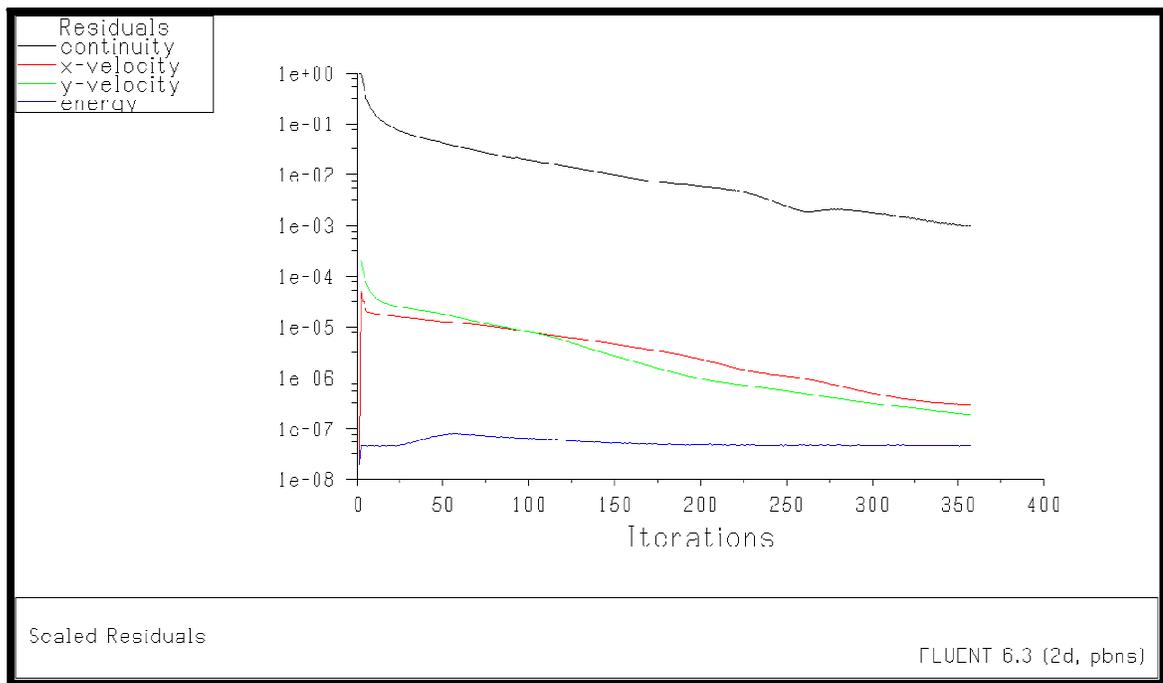


Figure (V.15) : l'évolution des résidus pour le 1^{er} domaine

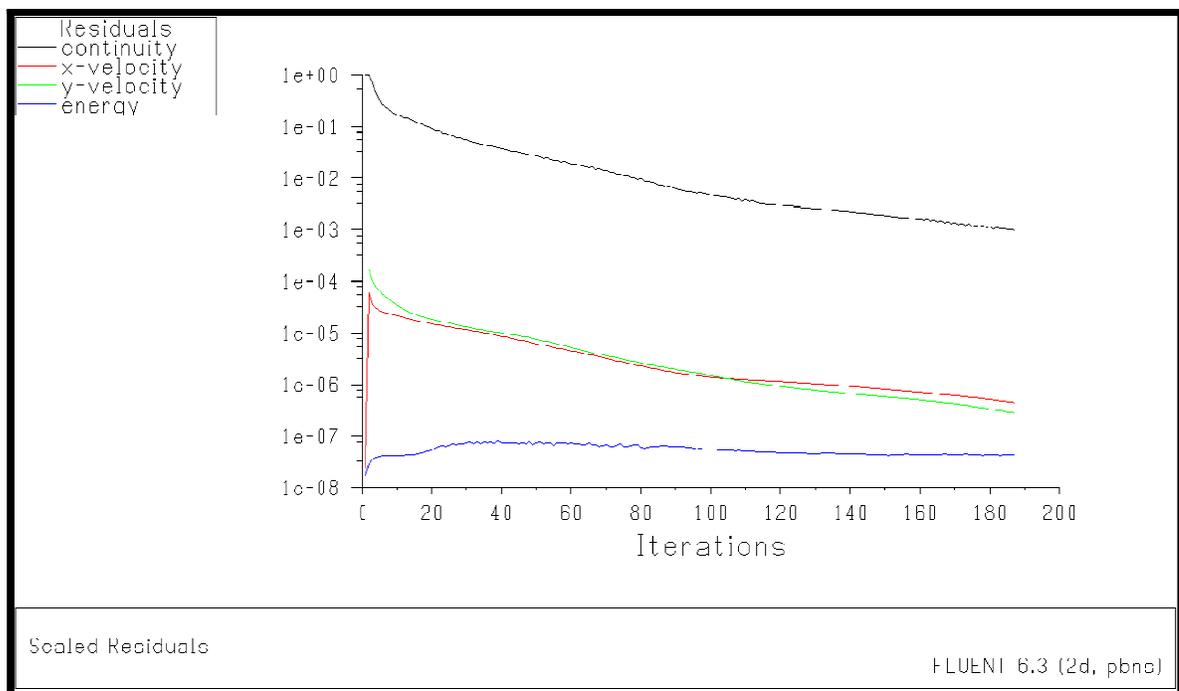


Figure (V.16) : l'évolution des résidus pour le 2^{eme} domaine

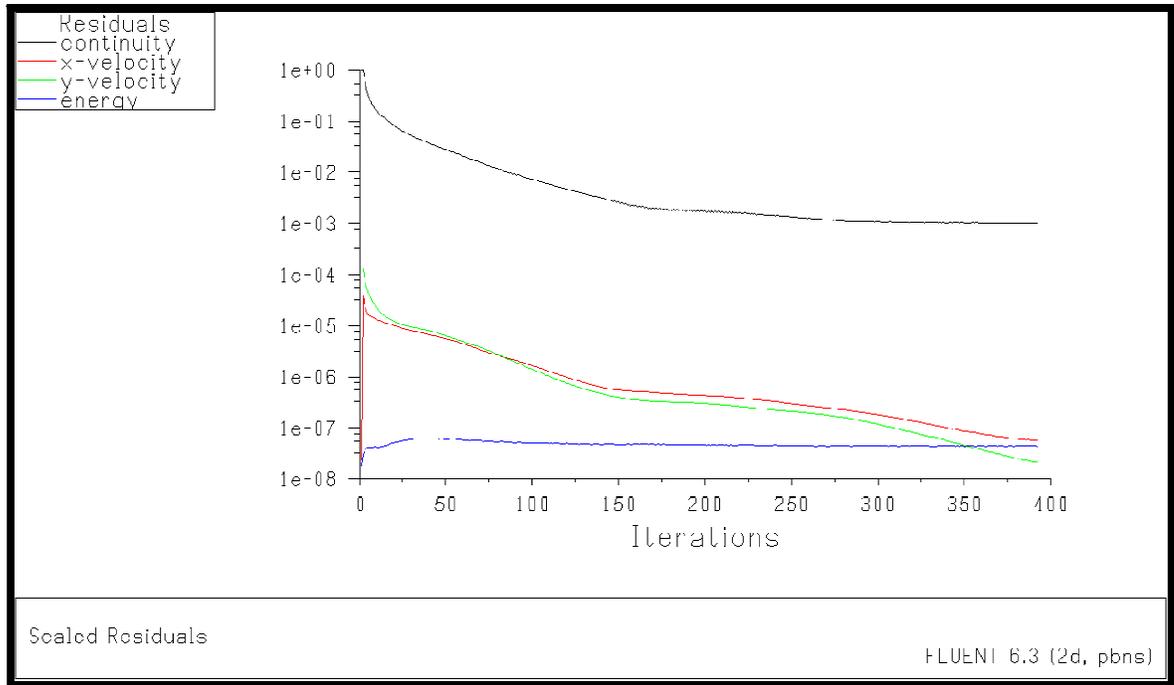


Figure (V.17) : l'évolution des résidus pour le 3^{ème} domaine

Nom du domaine	Nombre d'itération
Domaine 1	354
Domaine 2	185
Domaine 3	391

Tableau (V.1) : nombre d'itération pour chaque domaine

D'après les figures (V.23), (V.24), (V.25), on remarque que pour chaque domaine on a eu un nombre d'itérations différents cela s'explique par la différence de la taille du maillage, ainsi que la taille du domaine. Sachant qu'on a utilisé un 3^{ème} ordre de grandeurs.

Et on a obtenus les résultats suivantes :

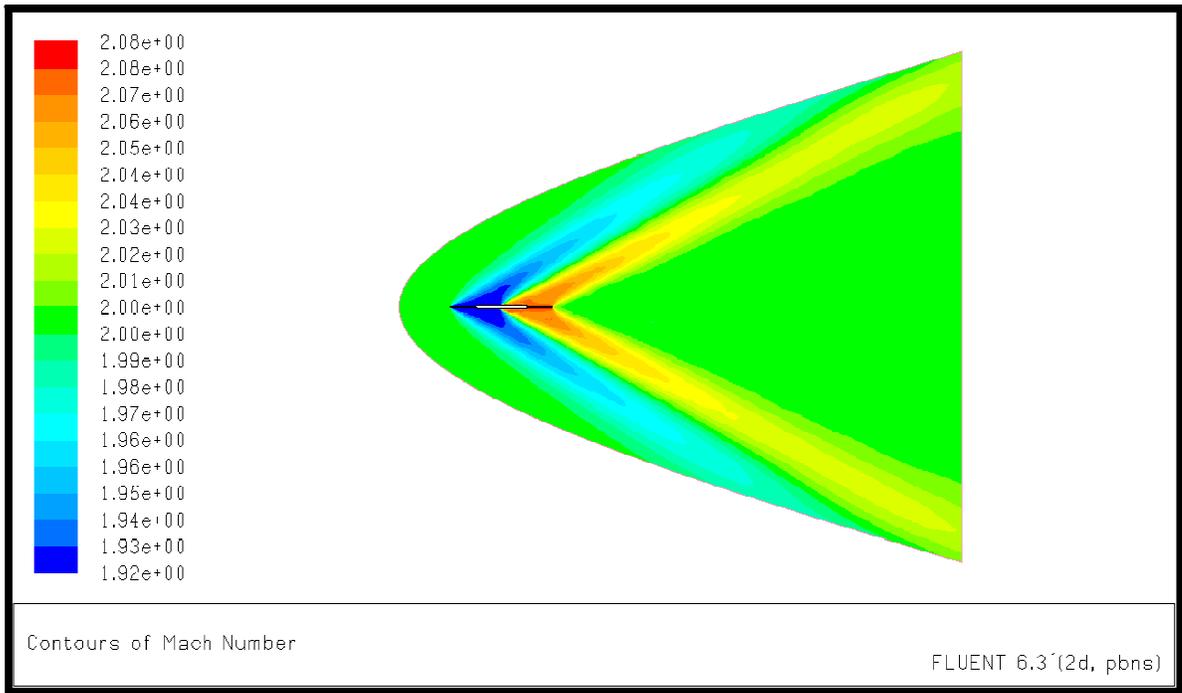


Figure (V.18) : Contour du nombre de Mach pour domaine 1

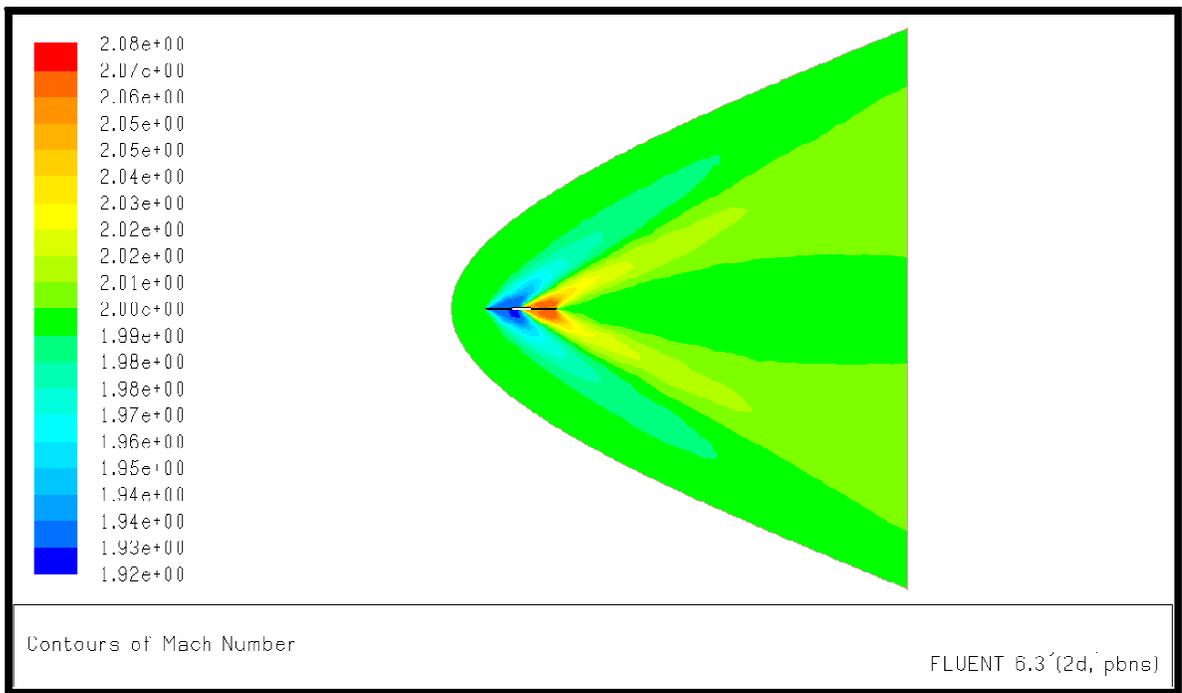


Figure (V.19) : Contour du nombre de Mach pour domaine 2

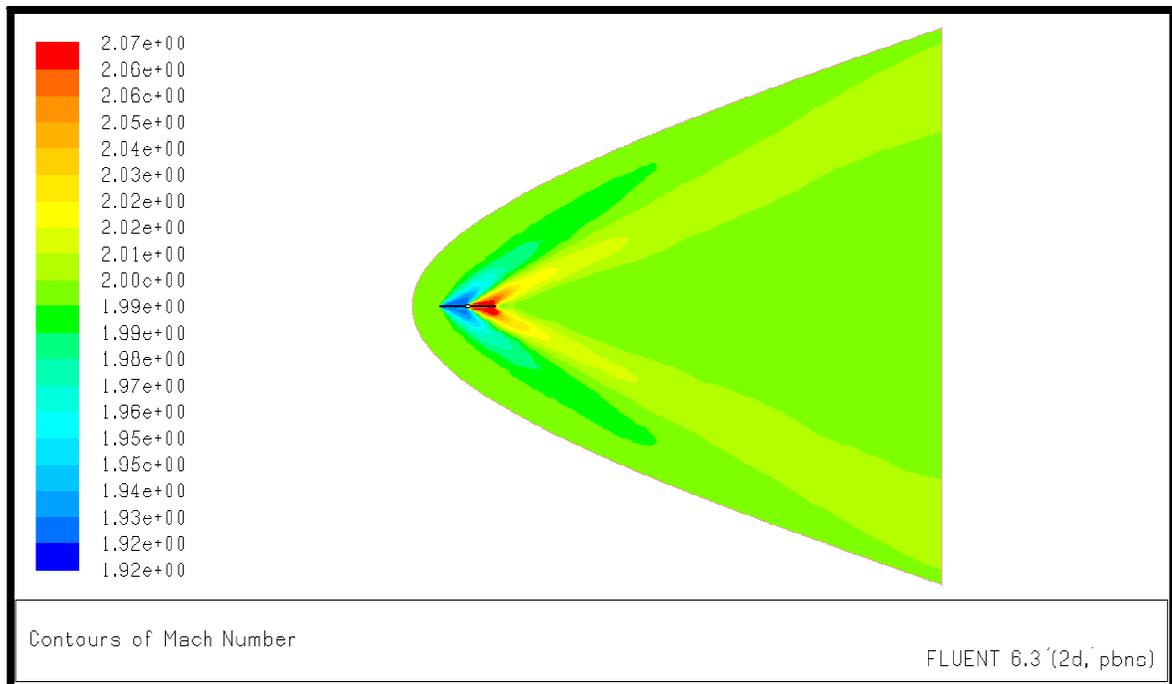


Figure (V.20) : Contour du nombre de Mach pour domaine 3

Les figures (V.23), (V.24), (V.25) représentent la variation du nombre de Mach le long de la géométrie pour 3 types de domaines différents, on remarque que malgré le changement de la taille du domaine on a obtenu toujours les mêmes résultats, ce qui signifie que la partie amont du domaine n'a pas d'influence sur les résultats affichés.

V.5. 2. Tableau de comparaison des valeurs après la première onde de choc oblique :

V.5. 2.1. Comparaison du nombre de Mach après le choc :

M_1	α	M_2 (théorique)	M_2 (calculé)
2	2	1.9281	1.92 - 1.95
2	6	1.7856	1.76 - 1.86
2	10	1.6405	1.62 - 1.78
2	20	1.2102	1.03 - 1.36

Tableau (V.2) : comparaison des valeurs du nombre de Mach après la première onde de choc oblique.

D'après le tableau ci-dessus qui représente les valeurs théoriques obtenus à partir des tables d'onde de choc oblique avec ceux obtenus par Fluent, on remarque que tous les valeurs théoriques du nombre de Mach M_2 sont inclus dans les intervalles calculé par Fluent.

V.5. 2.2. Comparaison de l'angle d'inclinaison de l'onde de choc oblique:

❖ Pour le cas $\alpha=2^\circ$ on' a β théorique = 31.65° :

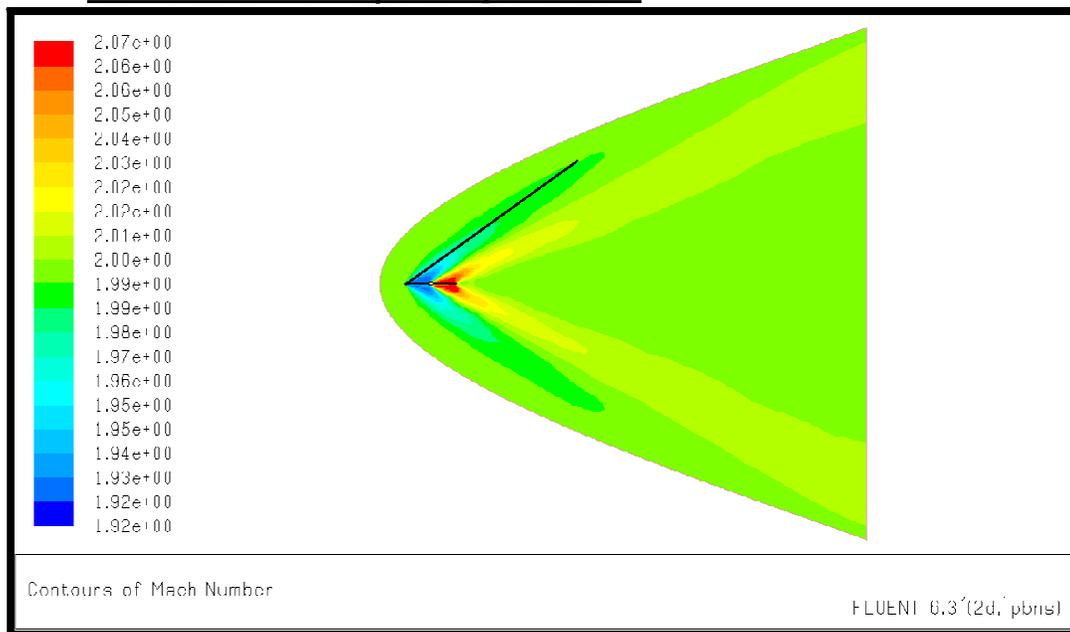


Figure (V.21) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 2^\circ$

❖ Pour le cas $\alpha=6^\circ$ on' a β théorique $=35.24^\circ$:

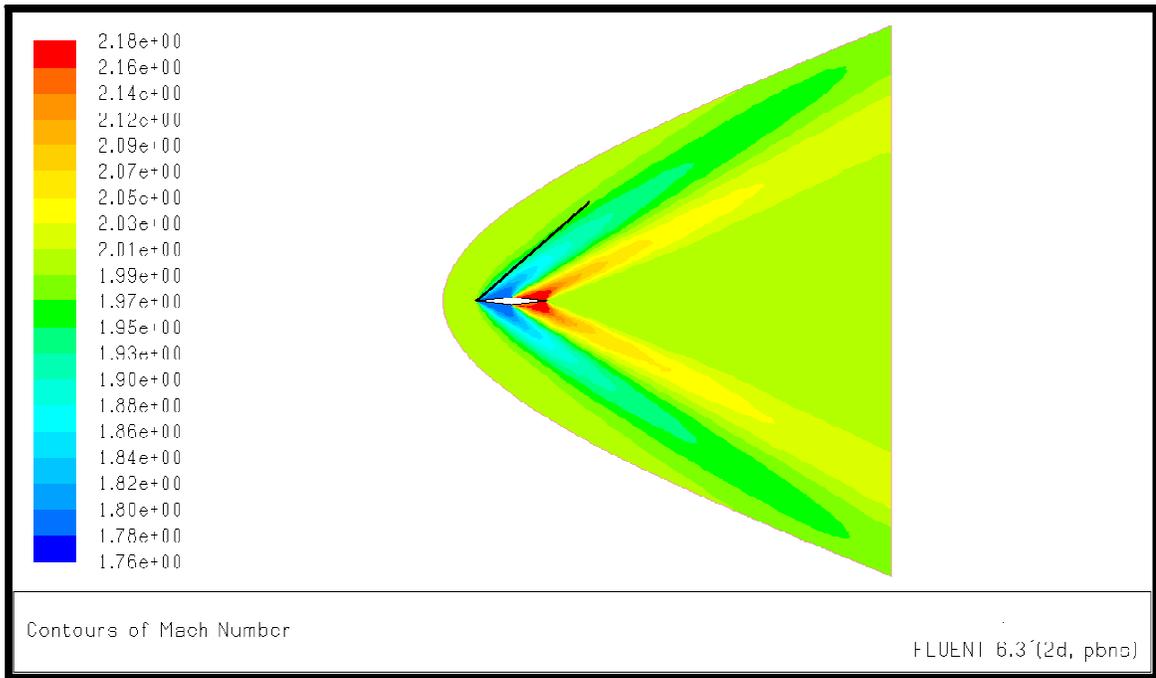


Figure (V.22) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 6^\circ$

❖ Pour le cas $\alpha=10^\circ$ on' a β théorique $=39.31^\circ$:

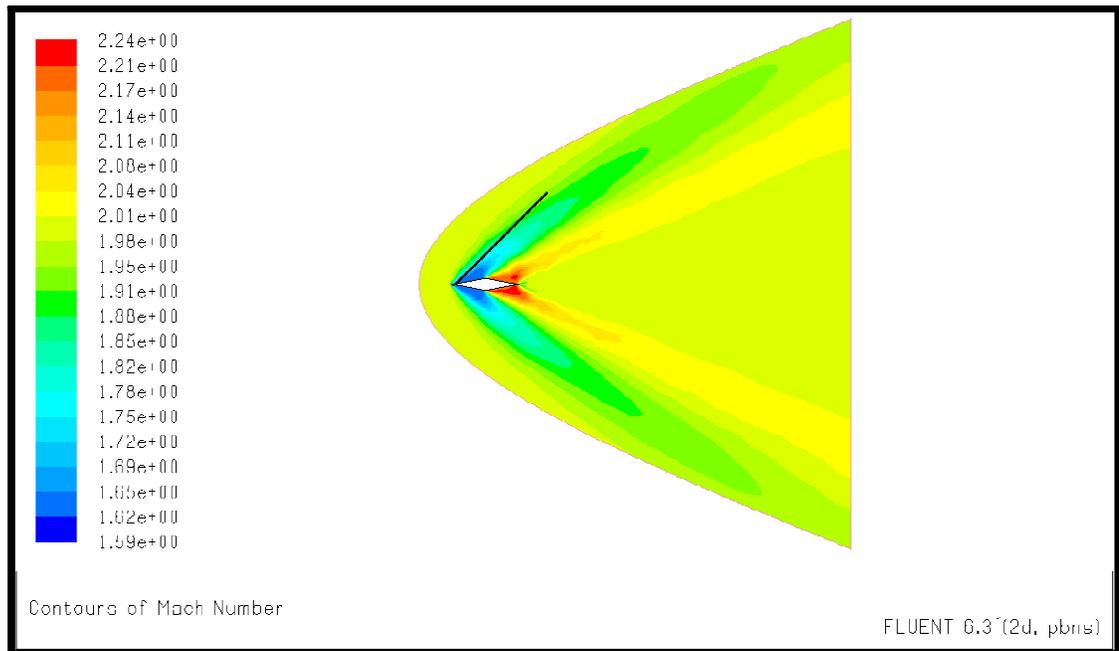


Figure (V.23) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 10^\circ$

❖ Pour le cas $\alpha=20^\circ$ on' a β théorique $=53.42^\circ$:

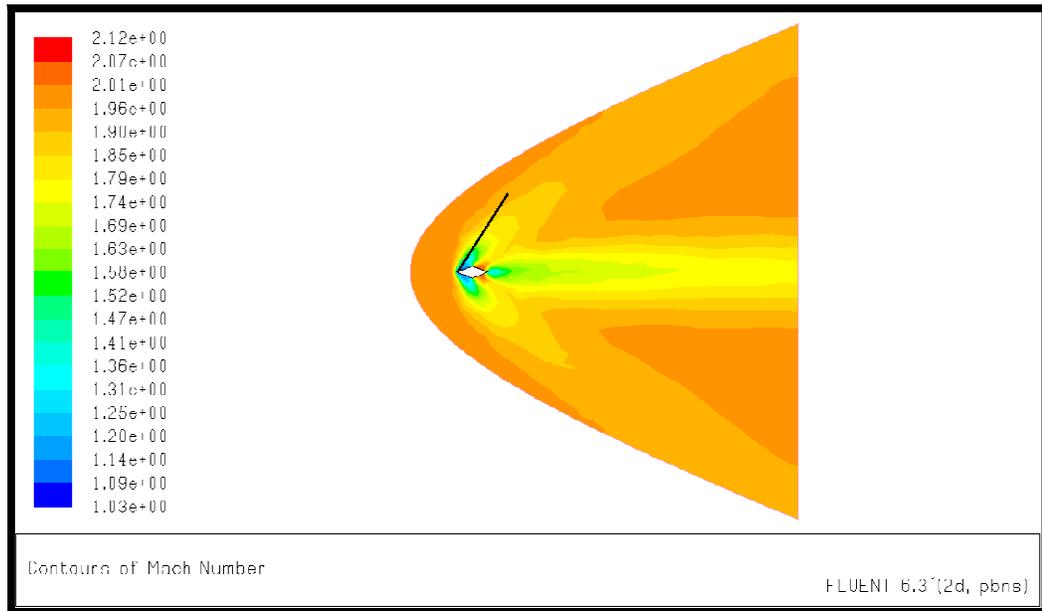


Figure (V.24) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 20^\circ$

D'après les figures (V.26), (V.27), (V.28), (V.29), qui représentent la variation du nombre de Mach pour plusieurs valeurs de α , on remarque que la droite définissant l'angle de déviation du choc β est au voisinage de la zone affichée par Fluent.

V.5. 2.3. Pour les cas ou $\alpha=28^\circ$, et 32° :

Dans ce cas on remarque qu'on' a une onde de choc curviligne avec une partie centrale qui correspond à une onde de choc normale, donc on utilise les tables du choc normale.

M_1	α	M_2 (théorique)	M_2 (calculé)
2	28	0.5774	0.529 - 0.91
2	32	0.5774	0.455 - 0.87

Tableau (V.3) : comparaison des valeurs du nombre de Mach pour $\alpha=28^\circ$, et 32°

Ce tableau représente les valeurs du nombre de Mach pour les valeurs de l'angle de déviation du dièdre α qui sont 28° , et 32° , pour ces deux valeurs on remarque que le

nombre de Mach devient subsonique après le choc, cela s'explique car après une certaine valeur de l'angle de déviation du choc le choc devient similaire à un choc normale et on aura une zone subsonique après ce choc.

❖ **Pour le cas $\alpha=28^\circ$:**

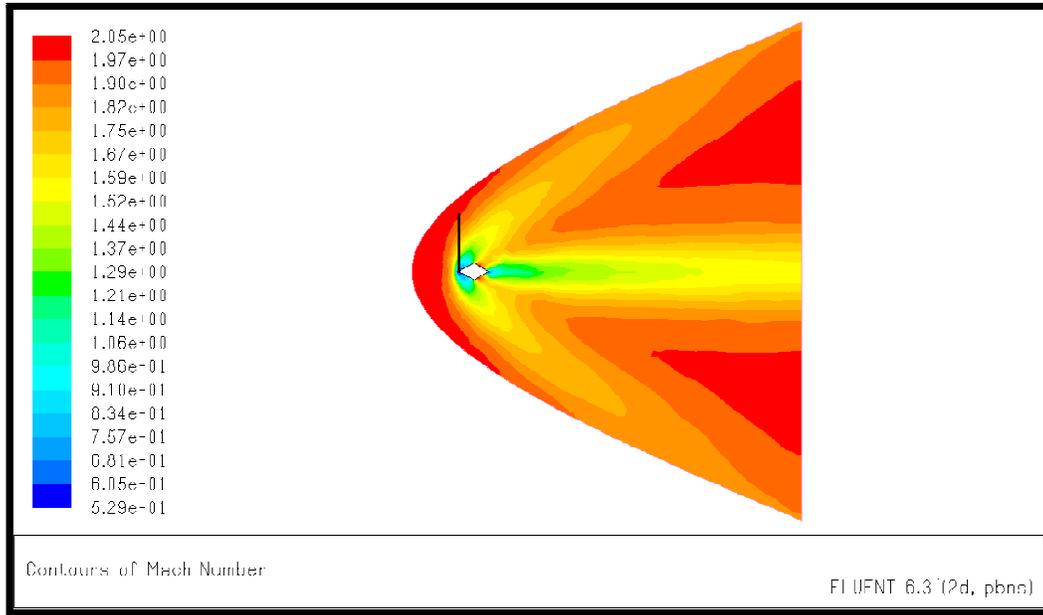


Figure (V.25) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 28^\circ$

❖ **Pour le cas $\alpha=32^\circ$:**

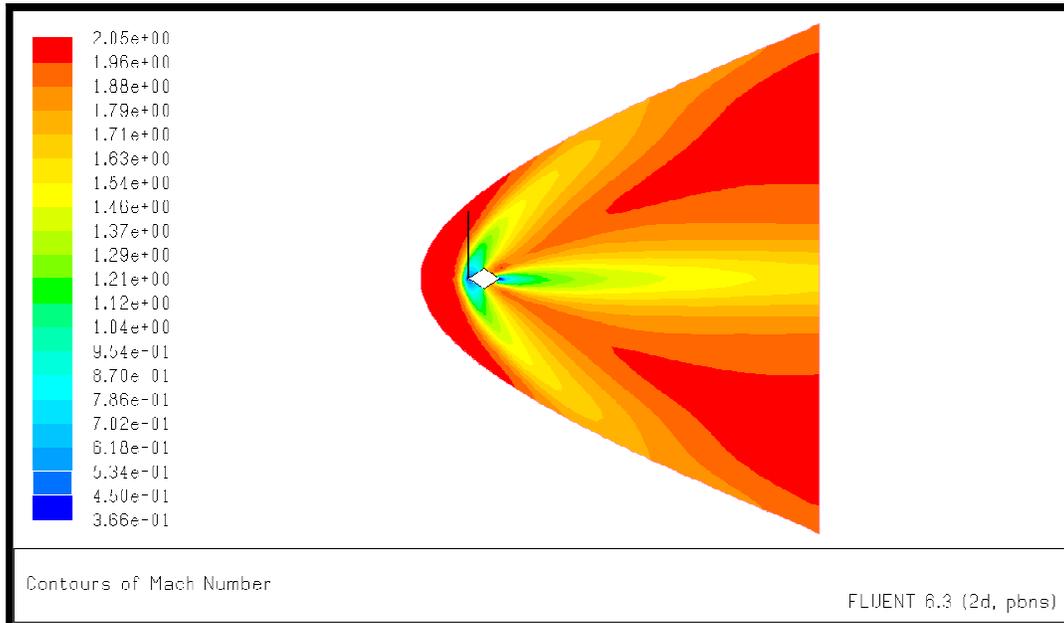


Figure (V.26) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 32^\circ$

D'après les figures (V.30), (V.31), qui représente la variation du nombre de Mach pour plusieurs valeurs d'angle de déviation du dièdre α , on remarque que l'angle de déviation du choc est au voisinage de celui du choc normal.

Pour bien visualiser cette onde de choc curviligne on a effectué le même calcul mais pour un profil en forme de cercle, et on a obtenus les résultats suivants :

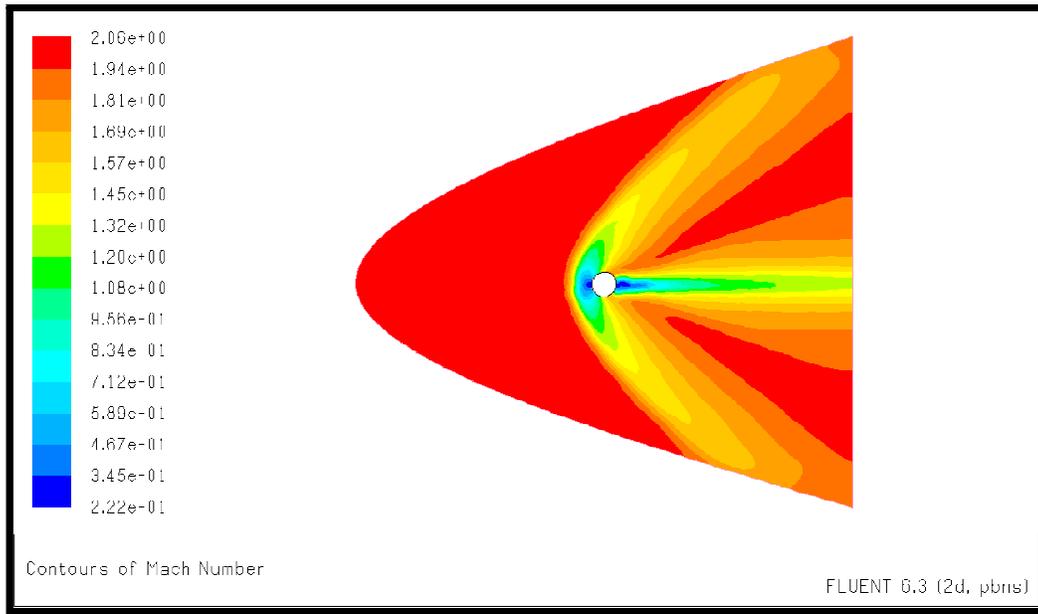


Figure (V.27) : Contour du nombre de Mach pour un profil cercle

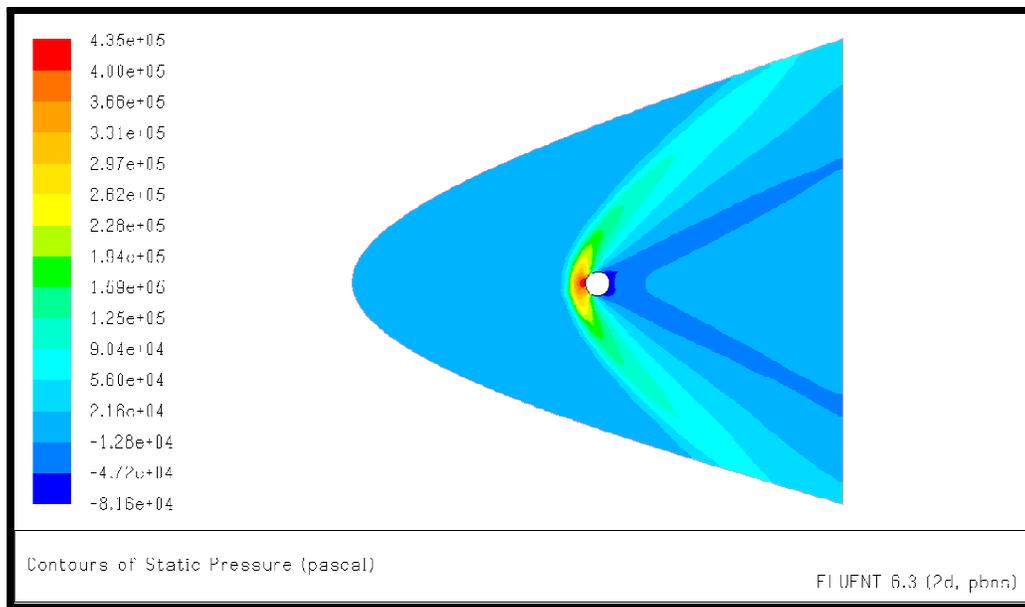


Figure (V.28) : Contour de la pression statique pour un profil cercle

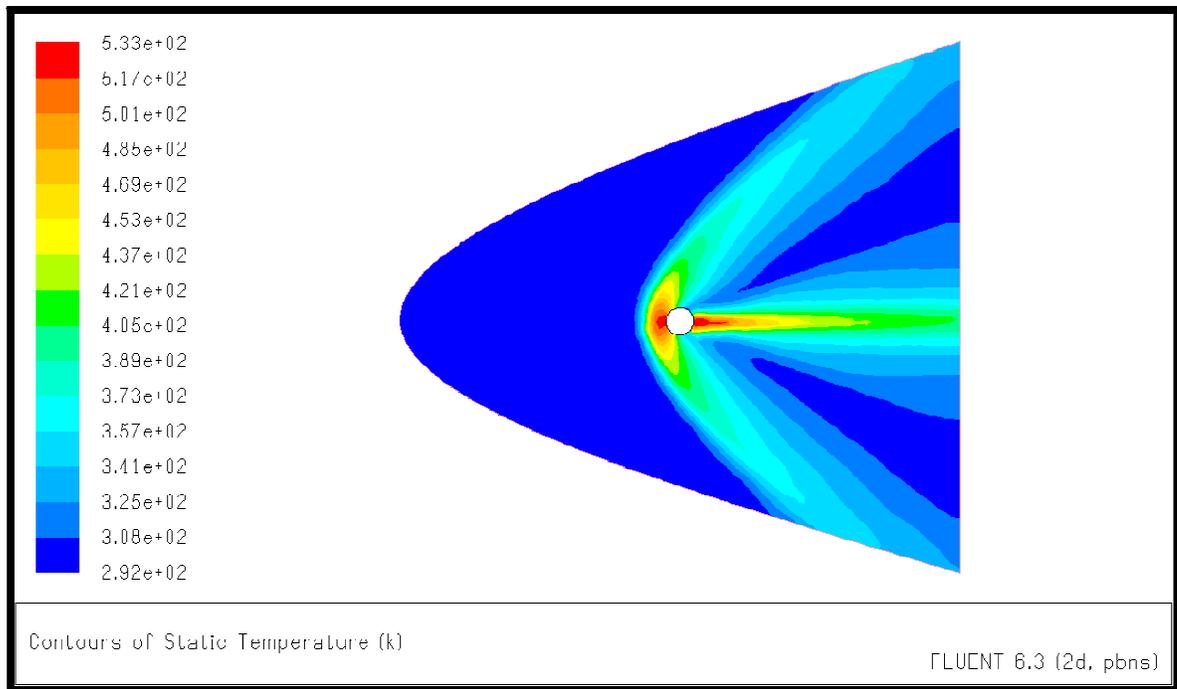


Figure (V.29) : Contour de la température statique pour un profil cercle

D'après les figures (V.35), (V.36), (V.37), on remarque la formation d'une onde de choc curviligne en forme d'arc de cercle, le saut de pression s'explique par la formation de l'onde de choc, avec la quelle on remarque que le nombre de Mach a atteint des valeurs subsoniques.

V.5. 3. Tableau de comparaison des valeurs après la détente de Prandtl-Meyer :

Pour le cas où l'écoulement passe par une détente de Prandtl-Meyer, on doit appliquer la relation (II.32) pour trouver la fonction $\gamma(M_2)$.

Avec :

$$\gamma(M_3) = \gamma(M_2) + \theta \dots\dots\dots(V.1)$$

α	M_2 (théorique)	$\gamma(M_2)$	θ	$\gamma(M_3)$	M_3
2	1.9281	24.378410	4	28.378410	2.07
6	1.7856	20.308232	12	32.308232	2.22
10	1.6405	16.057471	20	36.057471	2.37
20	1.2102	3.810951	40	43.810951	2.71
24	0.5774	-	-	-	-
28	0.5774	-	-	-	-
32	0.5774	-	-	-	-

Tableau (V.4) : comparaison des valeurs du nombre de Mach pour la détente de Prandtl-Meyer.

Dans cette partie on a utilisé la formule (II.32) pour trouver la fonction $\gamma(M_2)$ à partir de M_2 (Théorique), ensuite on a appliqué la relation (V.1) pour trouver la fonction $\gamma(M_3)$, en utilisant le tableau de la détente de Prandtl-Meyer on retrouve M_3 .

V.5. 4. Tableau de comparaison des valeurs après la deuxième onde de choc oblique :

V.5. 4.1. Comparaison du nombre de Mach après le choc :

M_3	α	M_4 (théorique)	M_4 (calculé)
2.07	2	1.996	2 - 2.07
2.22	6	1.991	1.99 - 2.18
2.37	10	1.976	2.01 - 2.24
2.71	20	1.81	1.69 - 1.90

Tableau (V.5) : comparaison des valeurs du nombre de Mach après la deuxième onde de choc oblique.

D'après le tableau ci-dessus qui représente les valeurs théoriques obtenus à partir des table d'onde de choc oblique avec ceux obtenus par Fluent, on remarque qu'il n'ya pas de grande différence entre les résultats théorique et les résultats calculé.

V.5.4.2. Comparaison de l'angle d'inclinaison de l'onde de choc oblique:

❖ Pour le cas $\alpha=2^\circ$ on' a β théorique $=29.60^\circ$:

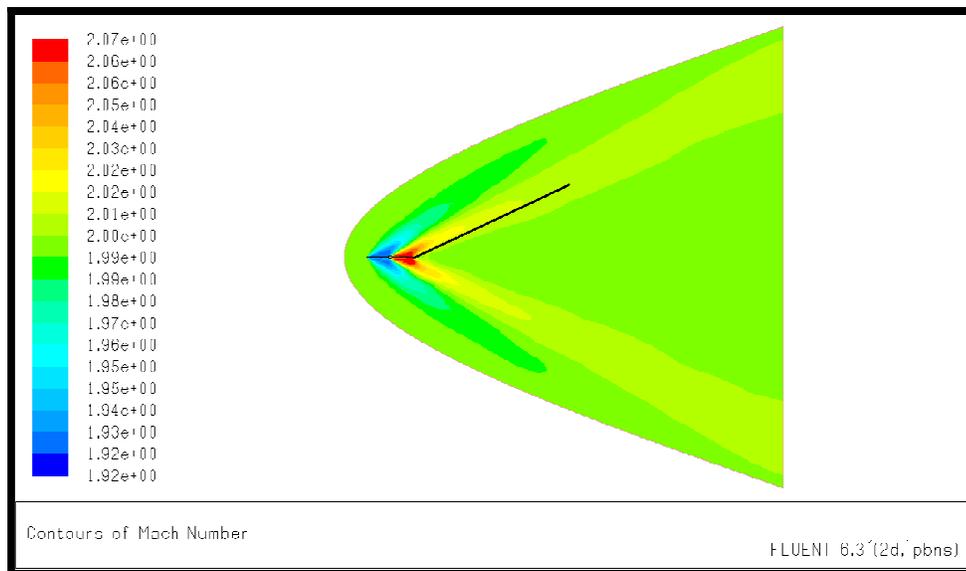


Figure (V.30) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 2^\circ$

❖ Pour le cas $\alpha=6^\circ$ on' a β théorique $=32.27^\circ$:

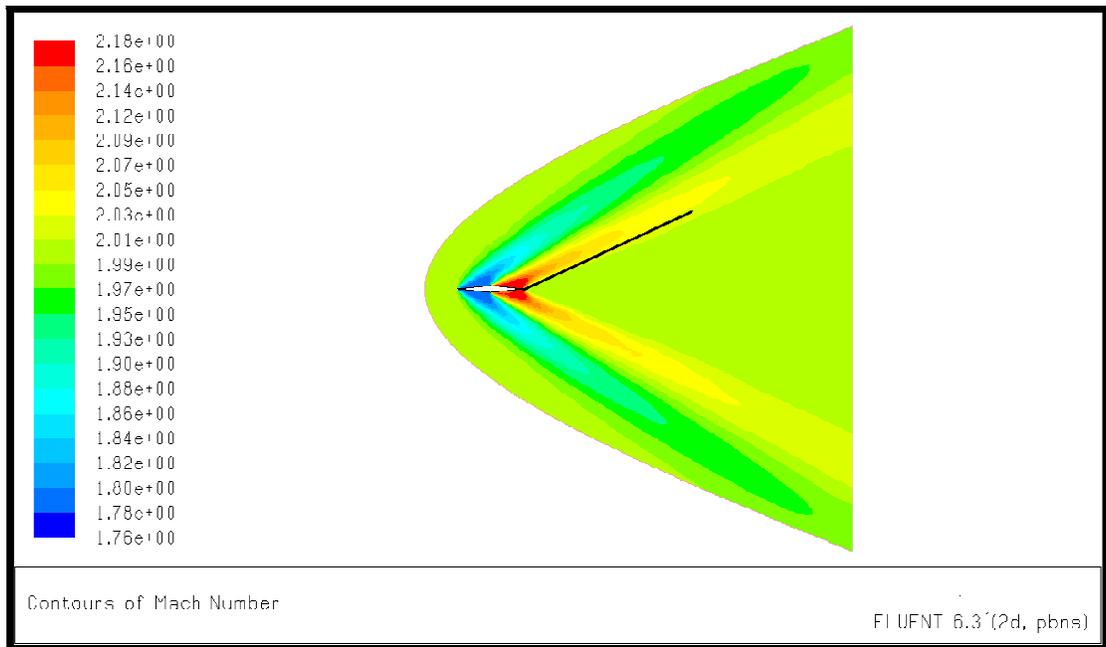


Figure (V.31) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 6^\circ$

❖ Pour le cas $\alpha=10^\circ$ on' a β théorique $=35.37^\circ$:

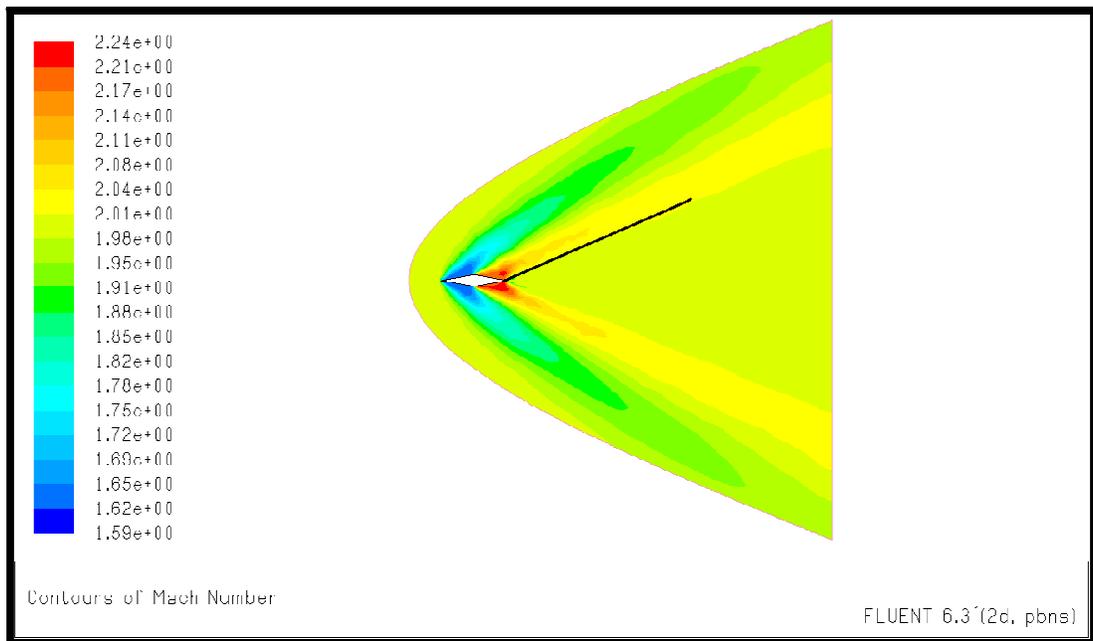


Figure (V.32) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 10^\circ$

❖ Pour le cas $\alpha=20^\circ$ on' a β théorique $=40.50^\circ$:

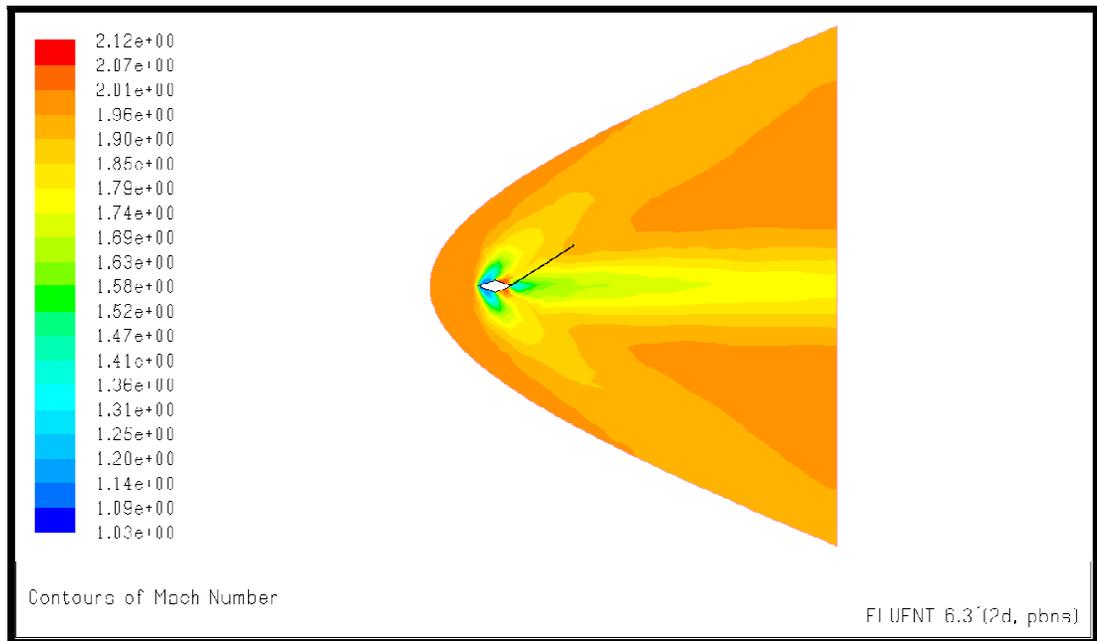


Figure (V.33) : Contour du nombre de Mach pour $\alpha= 20^\circ$

D'après ces figures qui représentent la variation du nombre de Mach pour plusieurs valeurs de l'angle de déviation de chaque côté α , on remarque que la droite définissant l'angle de déviation du choc est au voisinage de la zone affichée par Fluent.

Puisque le profil est symétrique de même côté et de même angle de déviation, on aura les mêmes phénomènes dans les deux parties supérieures et inférieures du profil.

V.6. Conclusion :

D'après les résultats obtenus on a pu visualiser les différents phénomènes caractérisant notre écoulement , D'abord l'écoulement initialement à un nombre de Mach $M_1 = 2$, avec un angle d'incidence nul , passant par un profil losangique , le premier phénomène est la formation d'une onde de compression car on' a un saut de pression qui s'accompagne avec un changement des caractéristiques de l'écoulement, notons que les différents caractéristiques de l'écoulement : le nombre de Mach M , la température T , et la pression P , suivent la même progression , on a pu distinguer deux cas , le premier étant la formation d'une onde de choc oblique car le nombre de Mach M_2 est devenu toujours supersonique mais inférieur à sa valeur initiale , ensuite le deuxième cas avec le quel on a eu un nombre de Mach M_2 subsonique ce qui nous a permis d'identifier l'onde de choc comme une onde de choc curviligne avec une partie centrale correspondant à un choc normale.

Après la formation d'une onde de choc oblique dans le premier coin on' a observer une détente dans le deuxième coin du losange s'accompagnons d'une augmentation du nombre de Mach M_1 , cela correspond à la détente de Prandtl-Meyer, enfin à cause du changement de l'angle de déviation de la géométrie on a pu observer une deuxième onde de choc oblique dans le troisième coin du losange s'accompagnons des mêmes phénomènes que la première onde de choc oblique. On peut donc résumer tous ces phénomènes comme suite :

- Les ondes de choc oblique.
- Les ondes de détente.

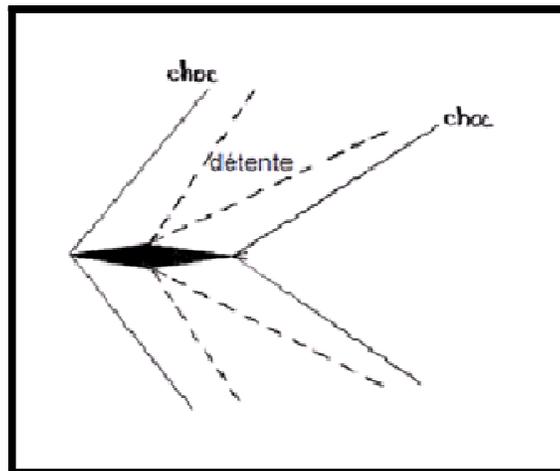


Figure (V.34) : écoulement supersonique autour d'un profil losangique

VI.1. Introduction :

Dans ce chapitre on va illustrer deux applications du calcul supersonique en 3D compressible non visqueux, la première est l'étude aérodynamique d'une aile Delta générique, la deuxième est l'étude aérodynamique d'un missile générique, pour la modélisation des différents phénomènes survenant lors du vol supersonique.

VI.2. L'étude de l'aile Delta en écoulement supersonique :

Cette étude se divise en trois étapes :

1-Construction de la géométrie dans SOLIDWORKS.

2-Génération du maillage par le logiciel ICEM-CFD.

3-résolution du problème par le solveur FLUENT.

L'étude de ce type d'aile nous permet de mieux comprendre les différents phénomènes qui se présente lors du vol supersonique, Ainsi on pourra voir les changements des variables caractérisant l'écoulement tel que la pression, le nombre de Mach, la température, ainsi que l'évolution des forces aérodynamiques.

VI.2.1. Construction de la géométrie dans SOLIDWORKS :

Dans cette étape on a construit la géométrie de l'aile à partir d'un lissage de deux profils symétriques de types NACA0006 de dimensions suivantes :

.Profil 1 de corde $C_1 = 40$ mm et d'épaisseur maximum $e_{\max} / c = 6\%$.

. Profil 2 de corde $C_2 = 1$ mm et d'épaisseur maximum $e_{\max} / c = 6\%$.

Chaque profil étant dans un plan différent, la distance entre ces deux plans est de 30 mm.

Après avoir fait le lissage entre les deux profils on obtient la forme finale de l'aile comme suite :

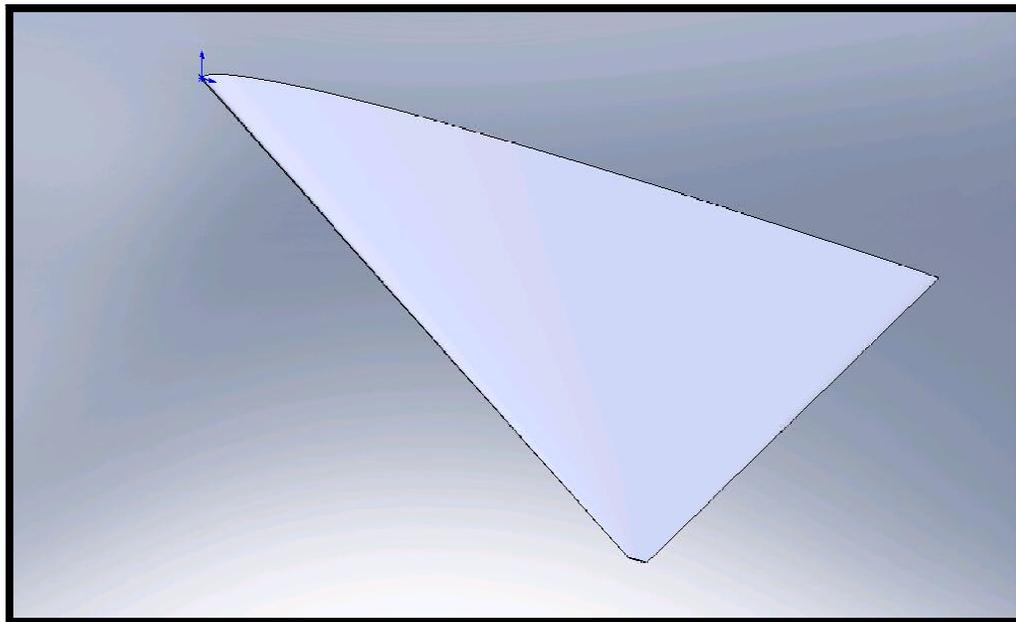


Figure (VI.1) : la forme de l'aile Delta

Ensuite on doit construire le domaine contenant l'aile, ce dernier a été construit à partir de la combinaison de deux esquisses la première de type "ligne" et la deuxième de type "spline", comme montre la figure suivante :

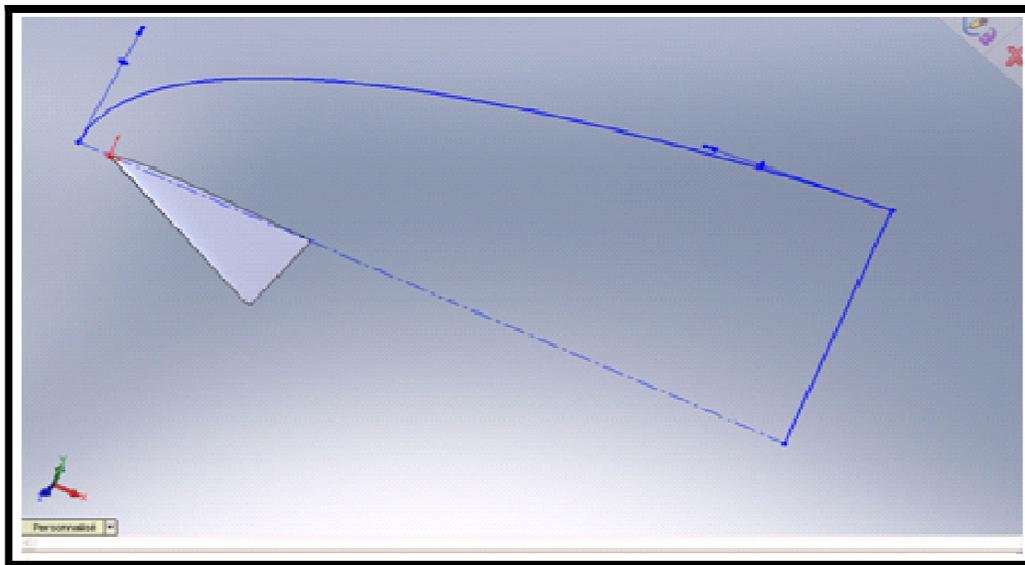


Figure (VI.2) : Construction du domaine

Les dimensions du domaine sont :

. La longueur $l = 140$ mm

. La largeur $L = 62$ mm

Puis à l'aide de la fonction "surface-révolution" on prolonge la forme obtenue à partir des deux esquisses.

Pour fermer le domaine et créer une face de symétrie on lie les deux extrémités du domaine avec les deux bords du profil 1, et grâce à la fonction "surface-cousue" on lie les trois surfaces de la face symétrie.

On obtient donc la forme finale de la géométrie à étudier :

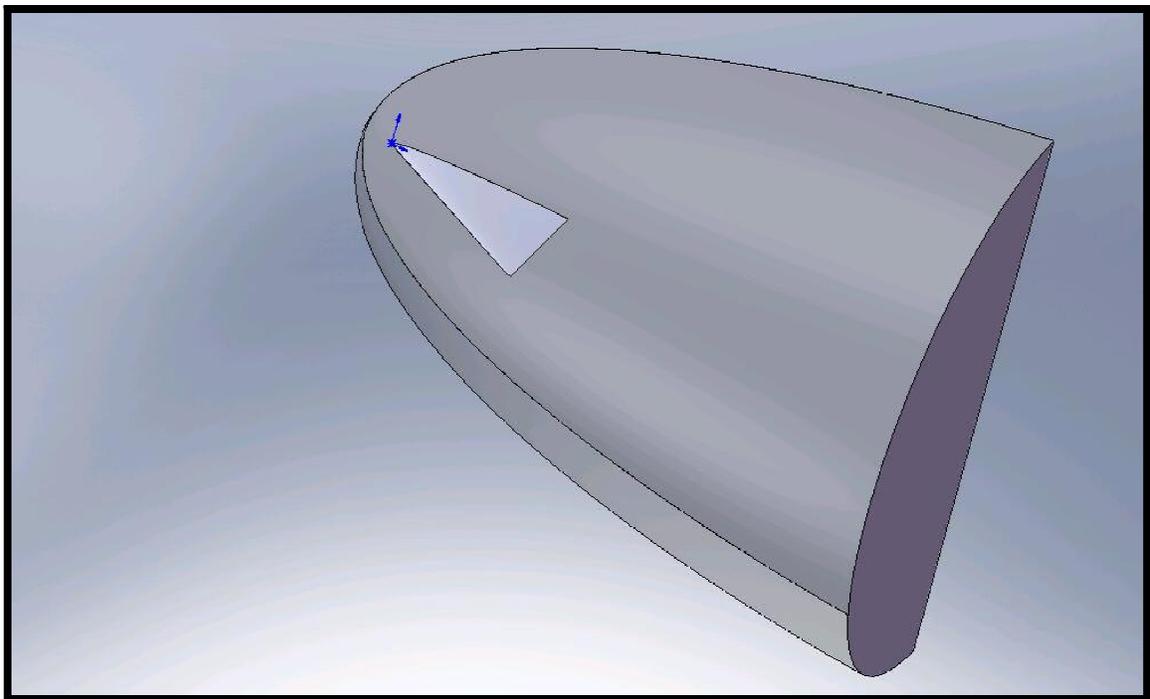


Figure (VI .3) : géométrie finale

Après réalisation de la géométrie dans SOLIDWORKS, on l'enregistre sous format "IGES", pour l'exporter dans ICEM-CFD.

VI.2.2. Génération du maillage par le logiciel ICEM-CFD :

D'abord on démarre le logiciel ICEM-CFD, ensuite on importe la géométrie ; qui est sous format IGES.

On obtient alors :

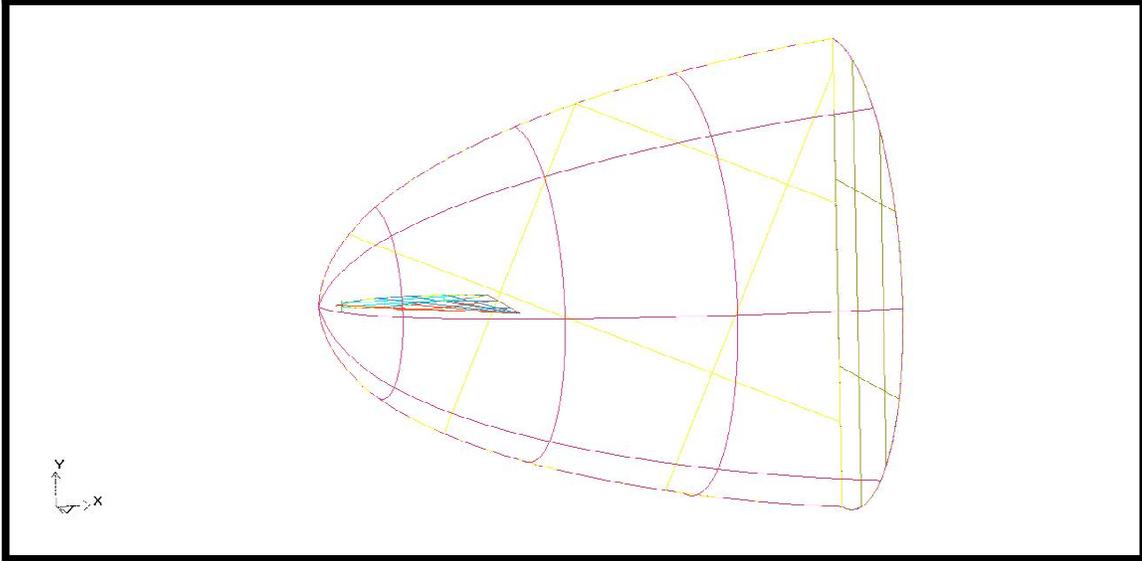


Figure (VI .4) : la géométrie dans ICEM-CFD

Après avoir importé la géométrie sous format "IGES", on la décompose en plusieurs familles grâce à l'option "change family", on donne pour chaque famille un nom, pour identifier chaque partie de la géométrie, en plus sa nous permettra de contrôler la taille du maillage dans chaque famille.

Les familles peuvent définir plusieurs types de géométrie tel que les courbes, les surfaces, les points, les points matérielsetc.

On obtient alors cette figure :

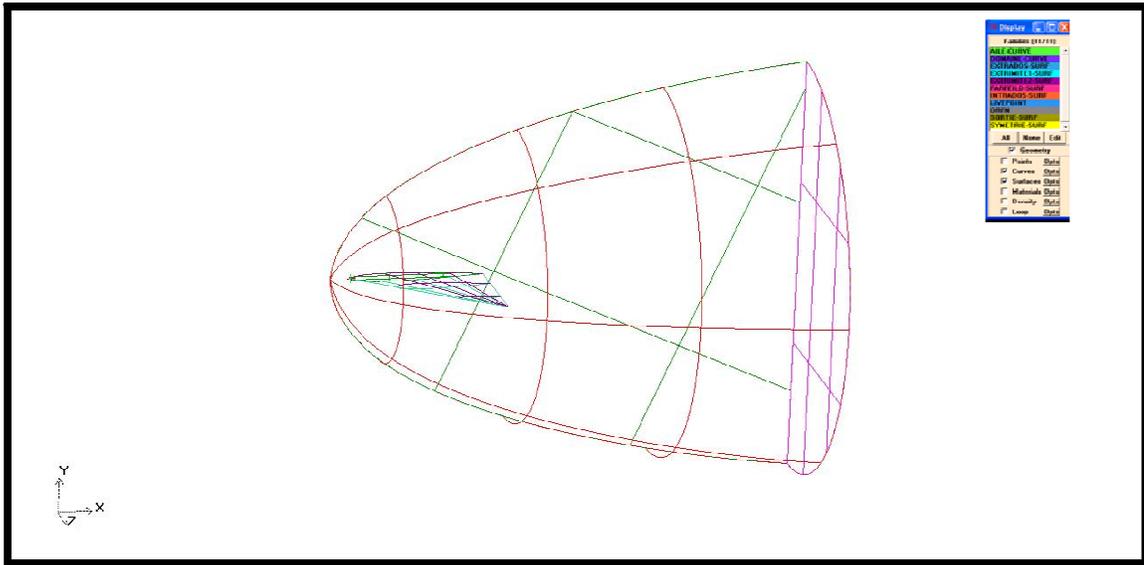


Figure (VI .5) : Décomposition de la géométrie

On donne pour chaque famille une taille différente du maillage grâce à l'option "mesh params", après avoir définis la taille du maillage de chaque famille on lance le maillage grâce à l'option "meshing-tetra-old-tetra-gui", sachant que le maillage est non structuré, on obtient alors :

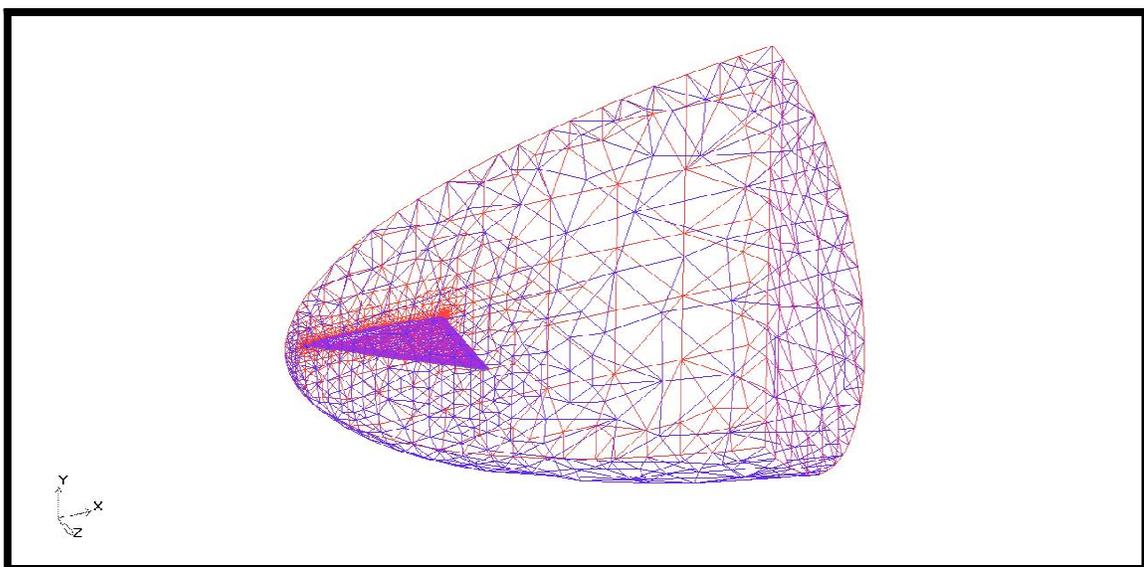


Figure (VI .6) : maillage de la géométrie

Les détails du maillage sont cités dans l'annexe (5-a).

Après avoir généré le maillage, on le sauvegarde sous un format ".uns", et grâce à l'option "out put", on sélectionne le solveur dans notre cas c'est Fluent-V5, et enfin on crée un fichier ".msh" qui plus tard servira pour le calcul dans Fluent.

VI.2.3. Résolution du problème par le solveur FLUENT:

D'abord on sélectionne la version 3D, "mode full simulation".

Ensuite on lit le fichier ".msh" grâce à l'option "Read case", on vérifie le maillage grâce à l'option "check grid", vient alors l'étape de définition du solveur, dans notre étude le solveur choisis est "Pressure Based" pour une formulation implicite. Le calcul est non visqueux, donc on choisi l'option "inviscid" comme model de viscosité ainsi que gaz idéal comme matériel.

Ensuite vient l'étape de définition des conditions aux limites comme suite :

Nom	Type
S-farfield	Pressure-far-field
S-sortie	Pressure-far-field
S-extrados	wall
S-intrados	wall
S-tip	wall
S-symètrie	wall
fluid	fluid
Int -fluid	interior

Tableau (VI.1) : définition des conditions aux limites

Le calcul non visqueux est fait pour les conditions suivante :

$$T_{\infty} = 300 \text{ K} ; P_{\infty} = 101325 \text{ Pa} ; M_{\infty} = 2.$$

On initialise le calcul à l'entrée du domaine et enfin on lance le calcul, après avoir obtenus la convergence du calcul, on affiche les résultats pour chaque contour.

Dans cette partie on' a varier l'angle d'incidence de l'écoulement, pour les valeurs suivantes : 0° , 5° , 10° , et 12° . Pour chaque changement d'angle d'incidence on donne un $\cos\zeta$ pour la direction suivant x, et $\sin\zeta$ pour la direction suivant y.

VI.2.3.1. Affichage des résultats :

❖ Pour $\zeta=0^\circ$:

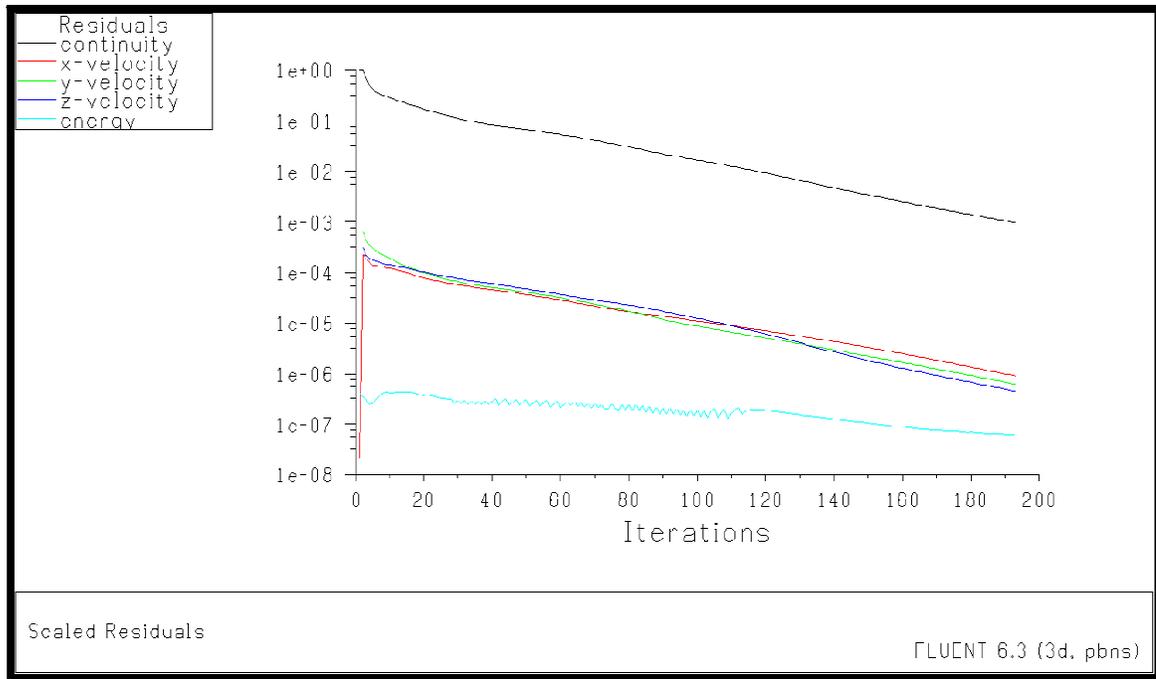


Figure (VI.7) : l'évolution des résidus

Les résultats de la simulation peuvent être exploités, tels que la vitesse, la pression et autres paramètres obtenus lors des calculs. Il est possible de visualiser les contours de pression sur l'extrados et l'intrados, le champ des vecteurs de vitesse, etc. Voici ci-dessous quelques résultats obtenus :

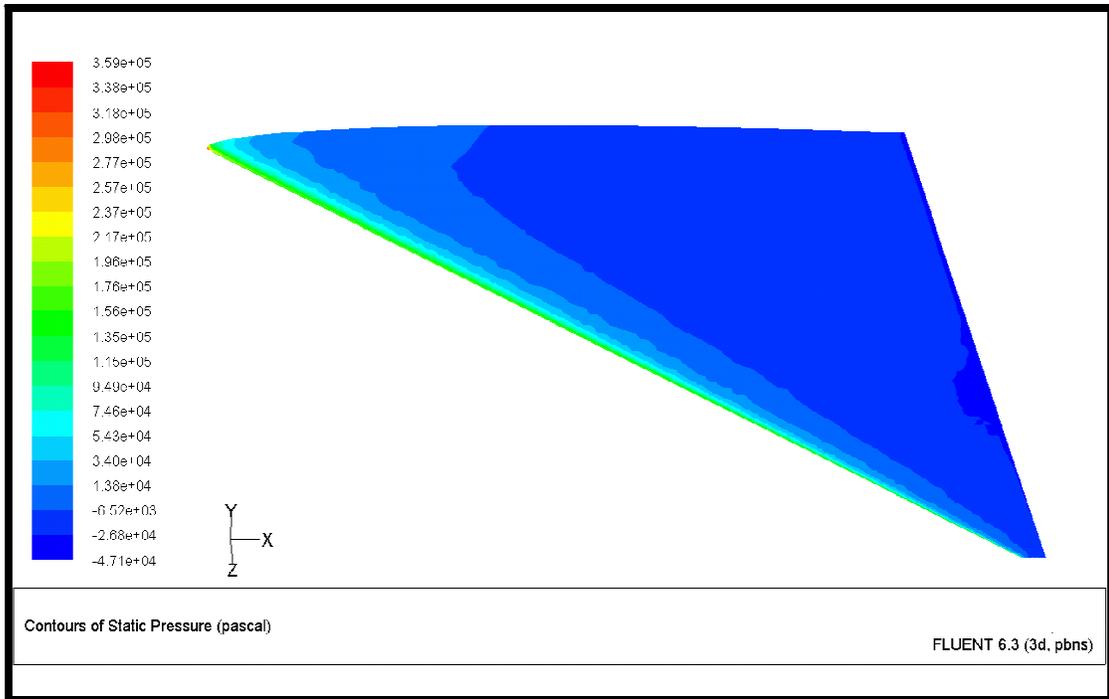


Figure (VI .8) : contour de la pression statique sur l'aile

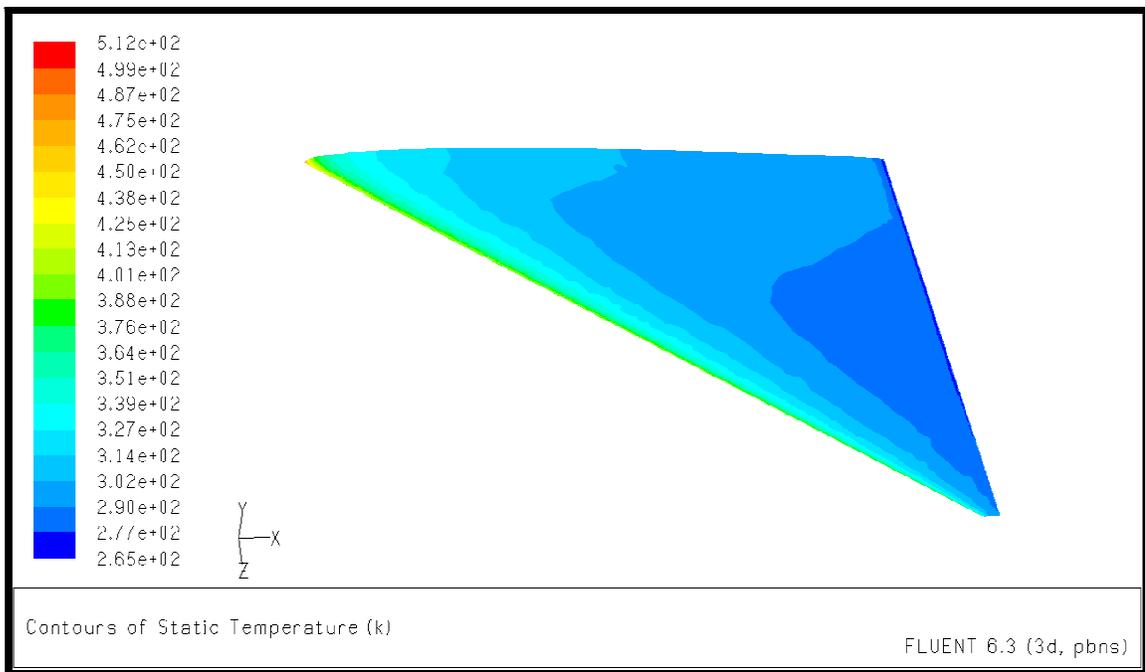


Figure (VI .9) : contour de la température statique sur l'aile

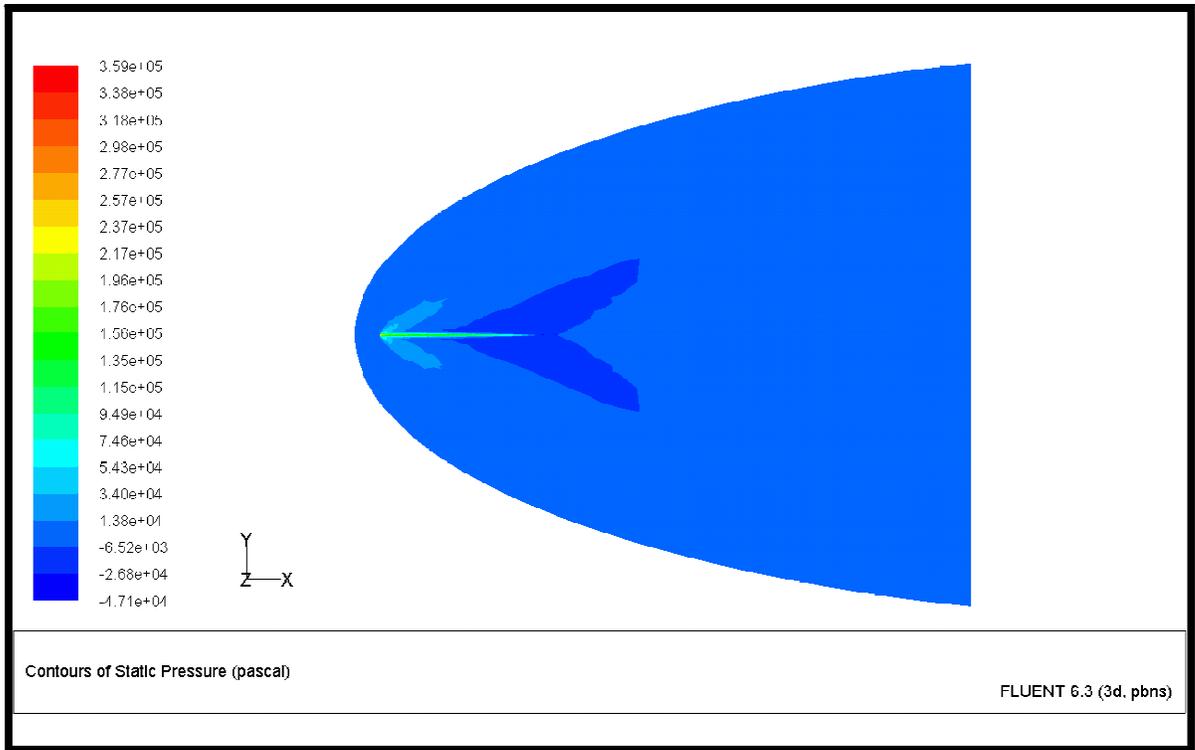


Figure (VI .12) : contour de la pression statique (aile + plan de symétrie)

❖ Pour $\zeta=5^\circ$:

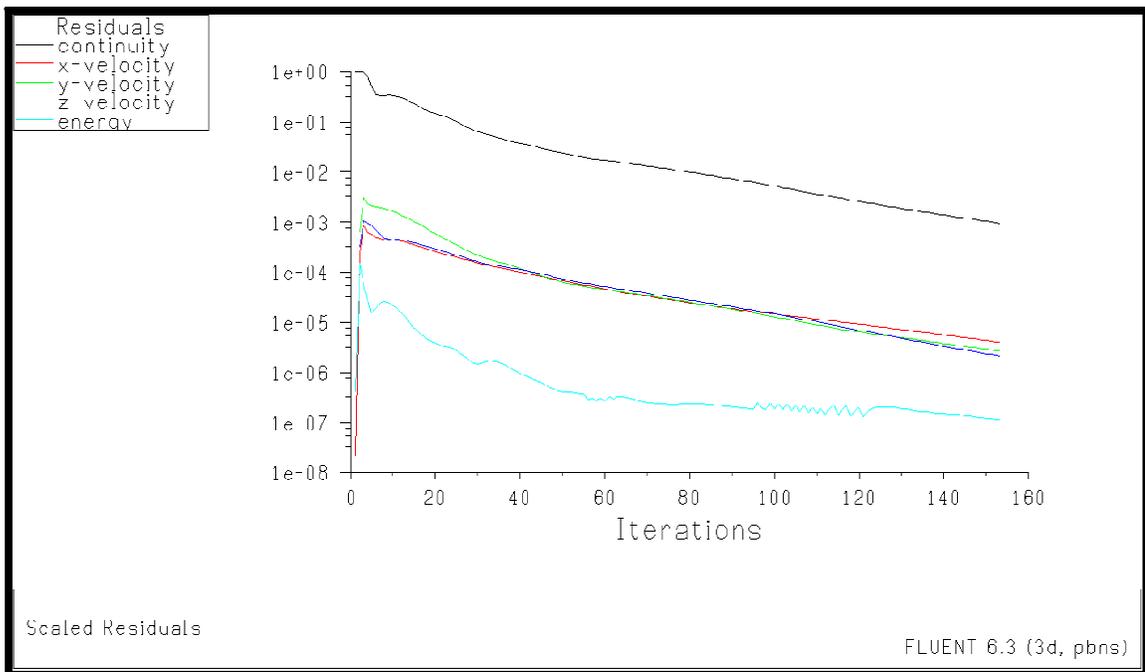


Figure (VI .13) : l'évolution des résidus

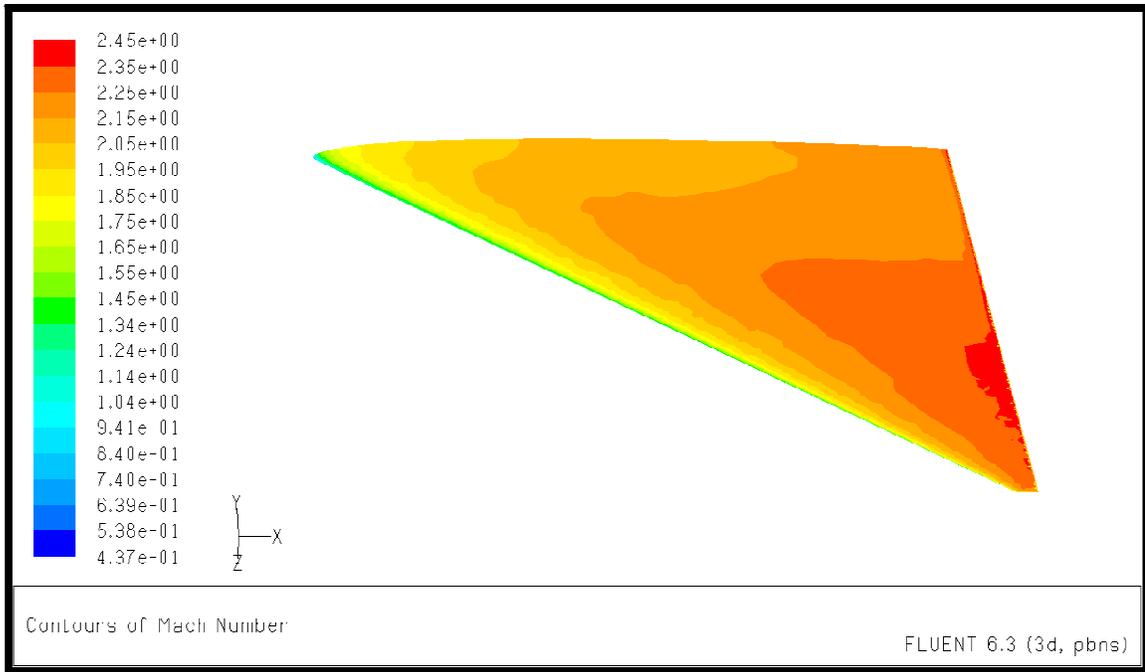


Figure (VI .14) : contour du nombre de Mach sur l'aile

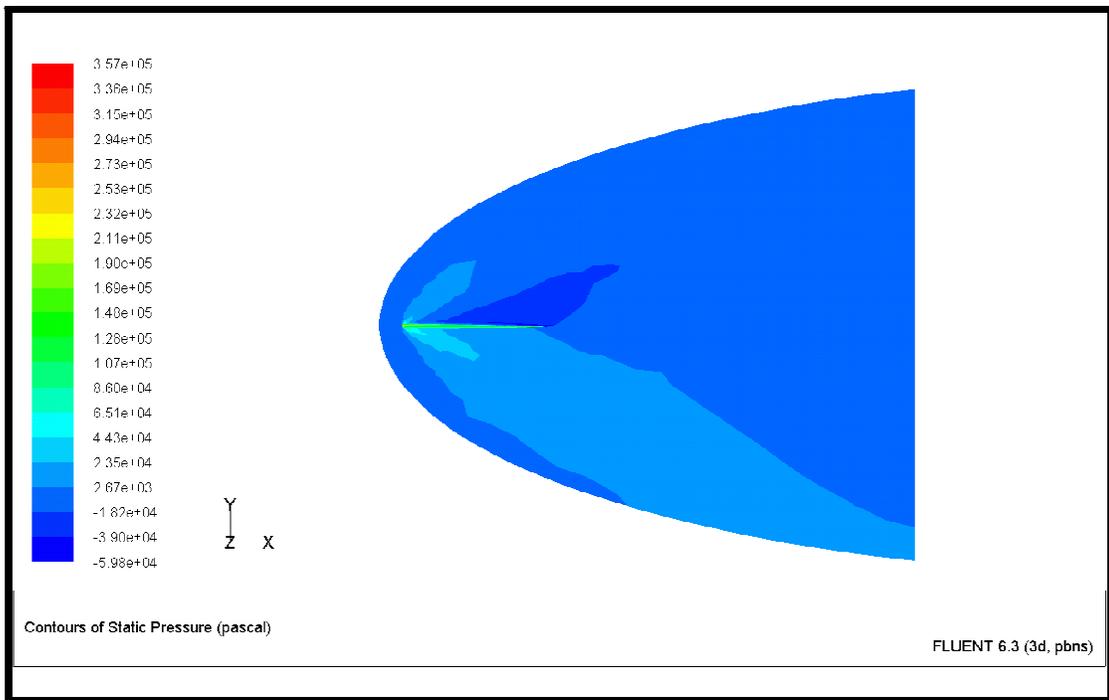


Figure (VI .15) : contour de la pression statique (aile + plan de symétrie)

❖ Pour $\zeta=10^\circ$:

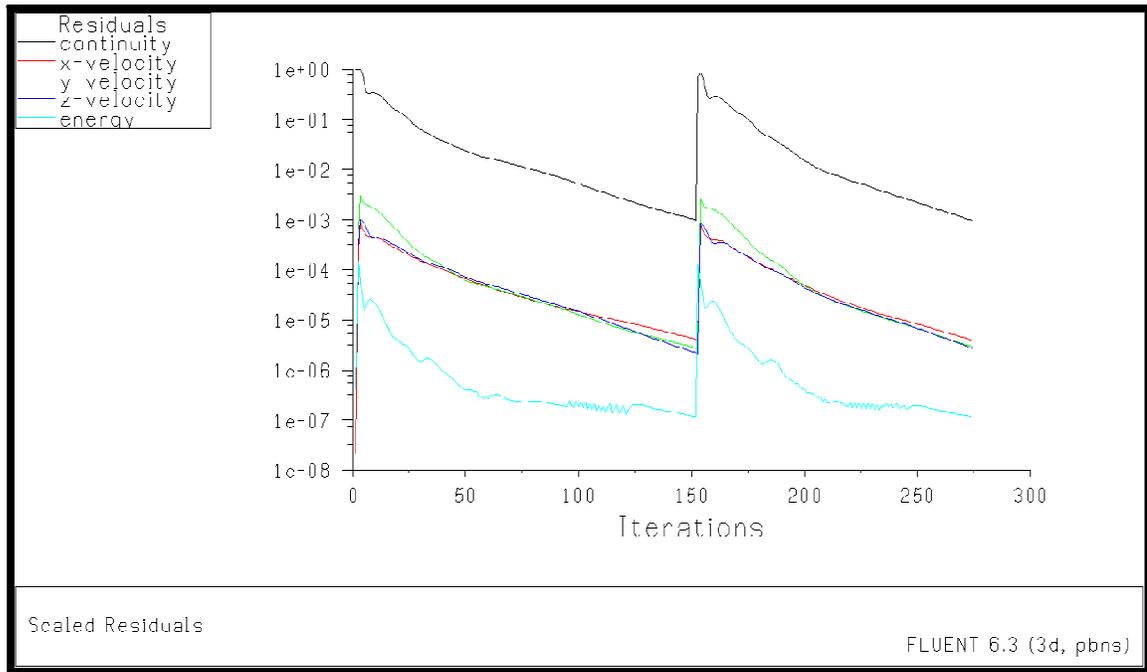


Figure (VI .16) : l'évolution des résidus

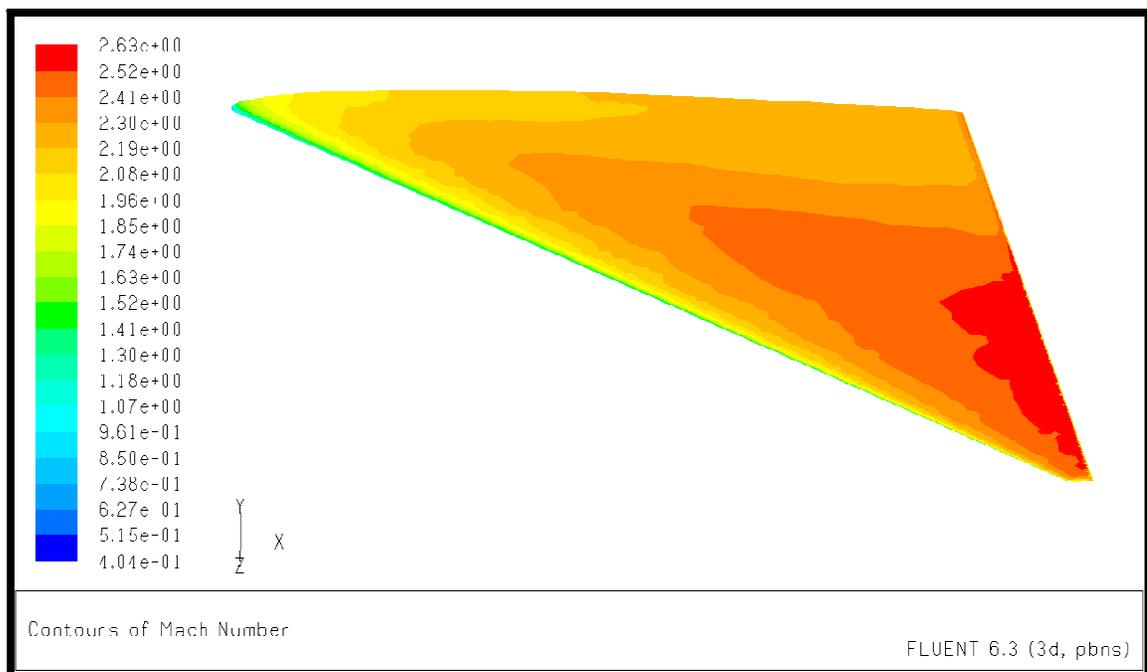


Figure (VI .17) : contour du nombre de Mach sur l'aile

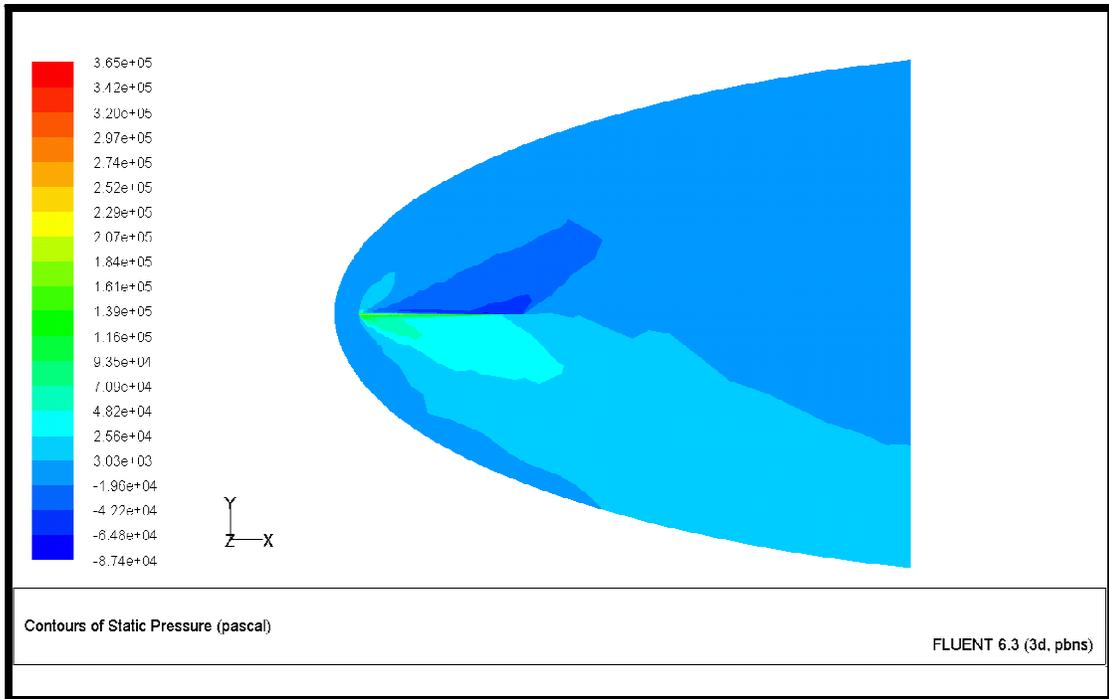


Figure (VI .18) : contour de la pression statique (aile + plan de symétrie)

❖ Pour $\zeta=12^\circ$:

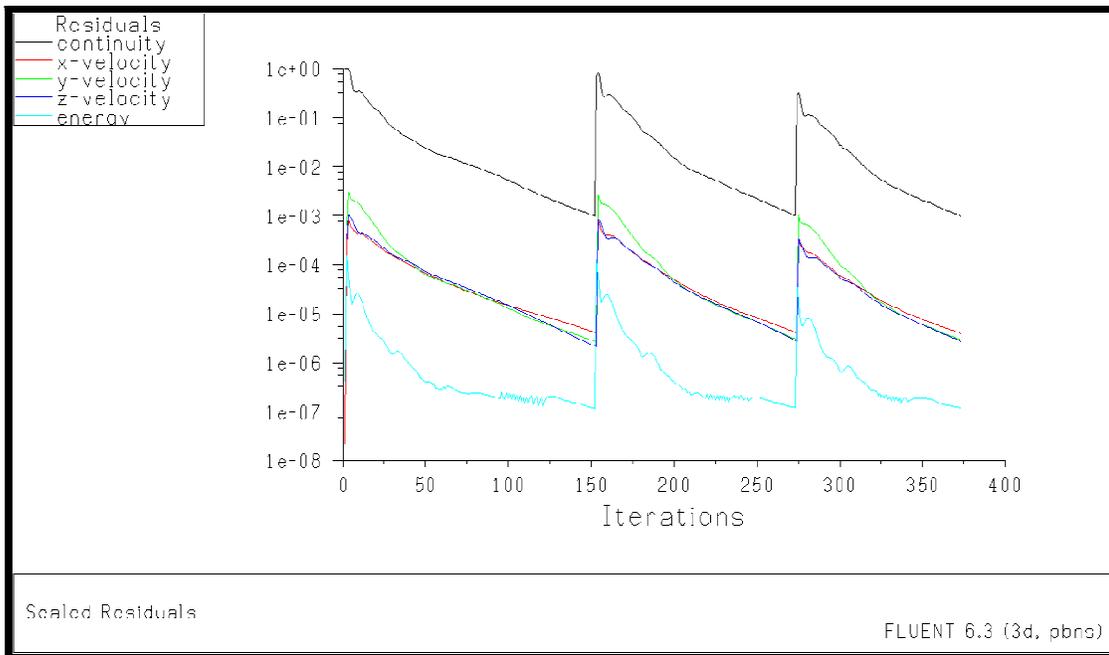


Figure (VI .19) : l'évolution des résidus

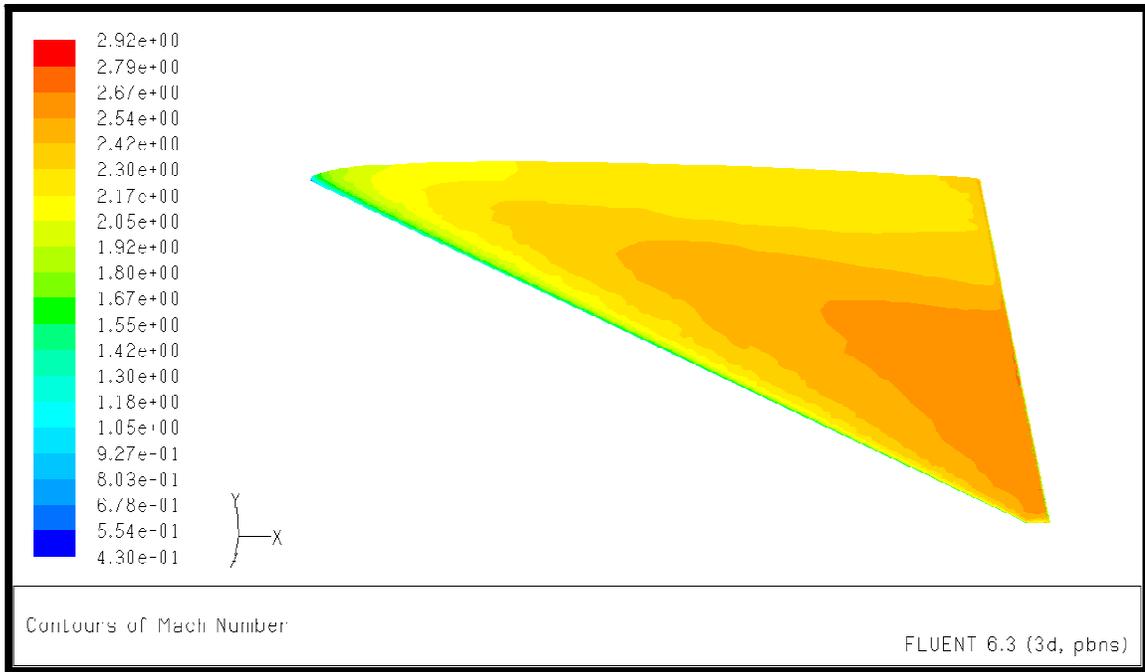


Figure (VI .20) : contour du nombre de Mach sur l'aile

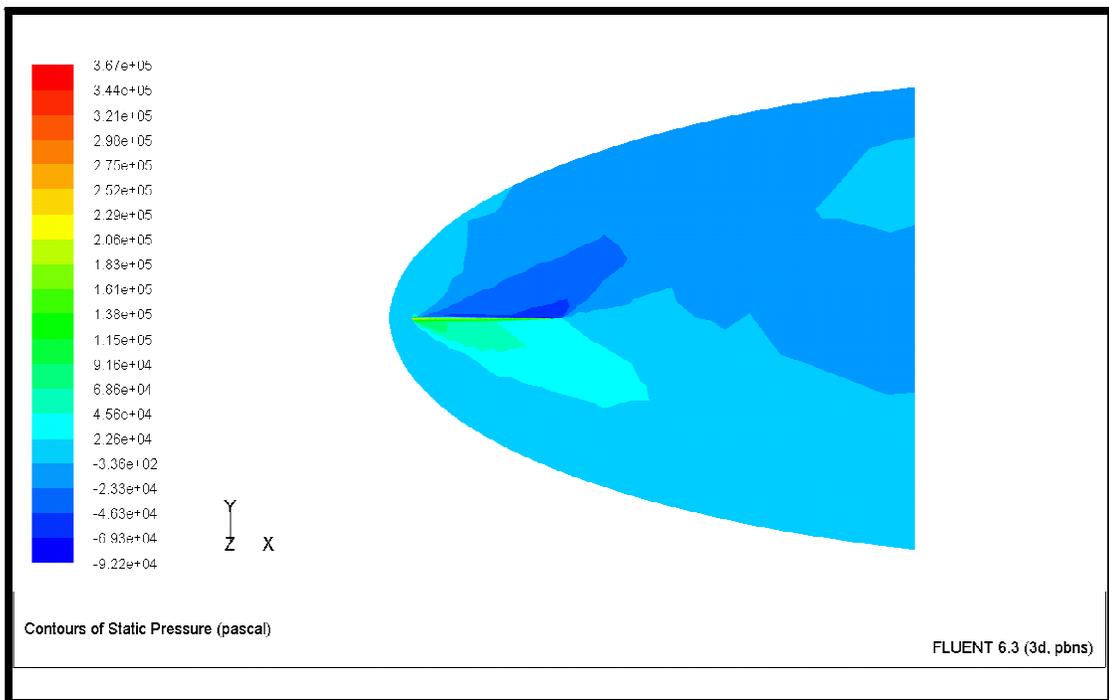


Figure (VI .21) : contour de la pression statique (aile + plan de symétrie)

Les figures (VI .7), (VI .13), (VI .16), (VI .19) montrent l'évolution des résidus pour le calcul de l'aile Delta ce tableau nous montre le nombre d'itérations pour chaque cas, sachant qu'on a utilisé 3 ordres de grandeurs.

Cas	Nombre d'itérations
Aile Delta pour $\zeta= 0^\circ$	192
Aile Delta pour $\zeta= 5^\circ$	152
Aile Delta pour $\zeta= 10^\circ$	273
Aile Delta pour $\zeta= 12^\circ$	373

Tableau (VI.2) : nombre d'itération pour chaque ζ (gèométrie1)

Dans ce calcul il a fallu raffiner au maximum le maillage car d'après les opérations effectués lors de la génération du maillage on a remarqué que pour obtenir la convergence du calcul il faut un très bon maillage, et il faut avoir une surface la plus lisse.

La figure (VI .8) nous montre qu'il ya eu un saut brutale de pression, ce qui nous indique la présence d'un choc, tous en remarquons d'après les figures (VI .11), (VI .14), (VI .17), (VI .20) que le nombre de Mach est devenu subsonique après la zone ou il ya eu le choc.

D'après les figures (VI .12), (VI .15), (VI .18), (VI .21), on remarque le contour d'une onde de choc à travers le bord d'attaque de l'aile ce qui confirme les résultats observés précédemment, le choc est détaché et curviligne, sachant que pour le cas ou $\zeta=0^\circ$ on a remarqué que le choc été symétrique dans l'intrados et l'extrados de l'aile, mais pour les cas ou $\zeta= 5^\circ, 10^\circ, \text{et } 12^\circ$, le choc été influencé différemment pour l'intrados et l'extrados.

Après la traversé de l'onde de choc on remarque une zone de détente la ou l'écoulement s'accélère.

VI.2.3.2. Influence du maillage sur la solution :

Pour bien montrer l'influence du maillage sur la solution on a effectué les même étapes de calcul pour l'aile Delta mais on' a raffiner le maillage au niveau du bord d'attaque, Les détails du maillage sont cités dans l'annexe (5-b).dans la deuxième géométrie.

Ces 2 figures montrent la différence entre le bord d'attaque de la première géométrie et celui de la deuxième géométrie.

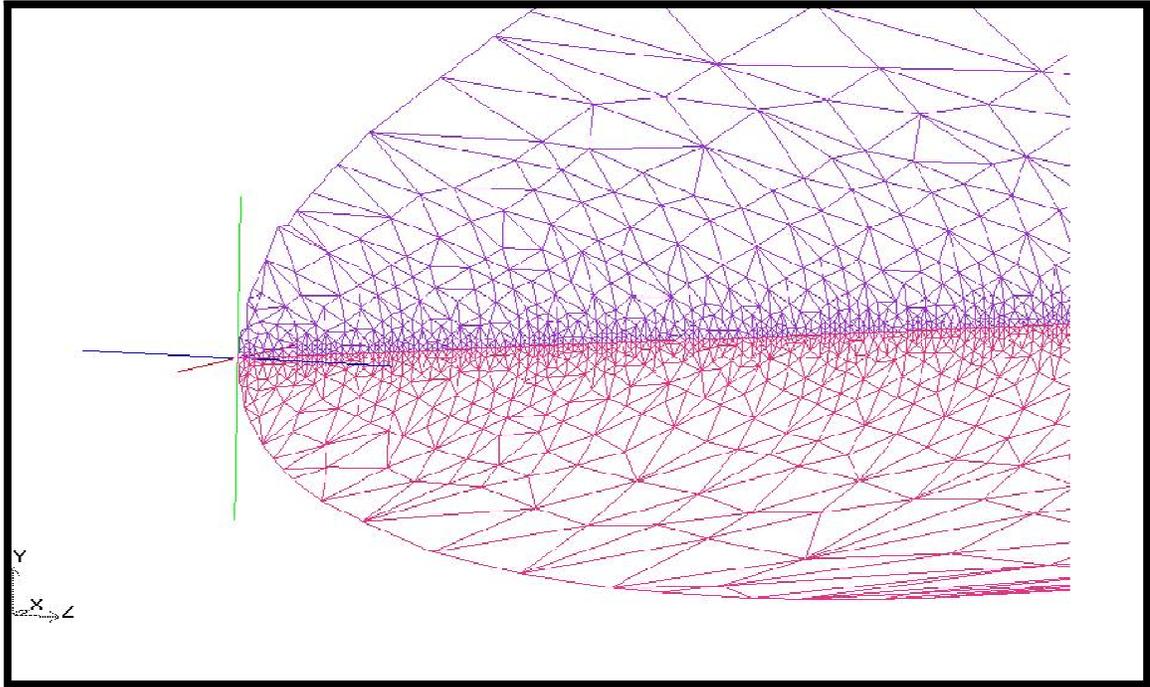


Figure (VI .22) : 1^{er} maillage du bord d'attaque

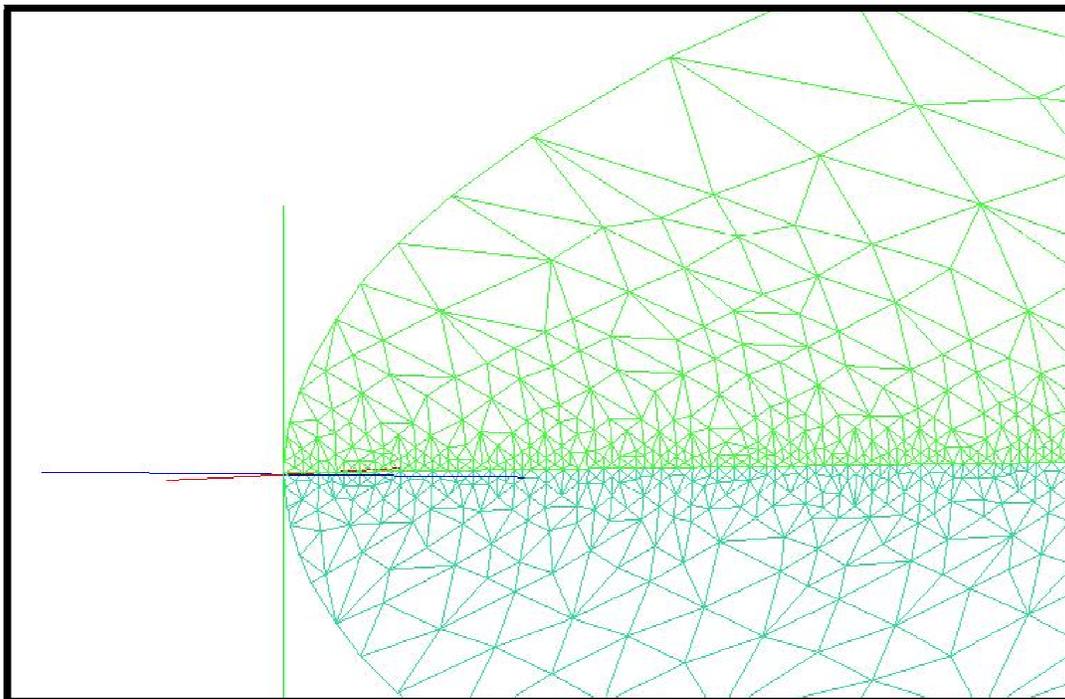


Figure (VI .23) : 2^{eme} maillage du bord d'attaque

Après avoir effectué le maillage dans ICEM-CFD on a effectué les mêmes étapes de calcul dans Fluent, dans 2 cas le premier on' a pris $\zeta=0^\circ$ et le deuxième on a pris $\zeta=12^\circ$, ce qui nous a permis d'avoir les résultats suivants :

❖ **Pour $\zeta=0^\circ$:**

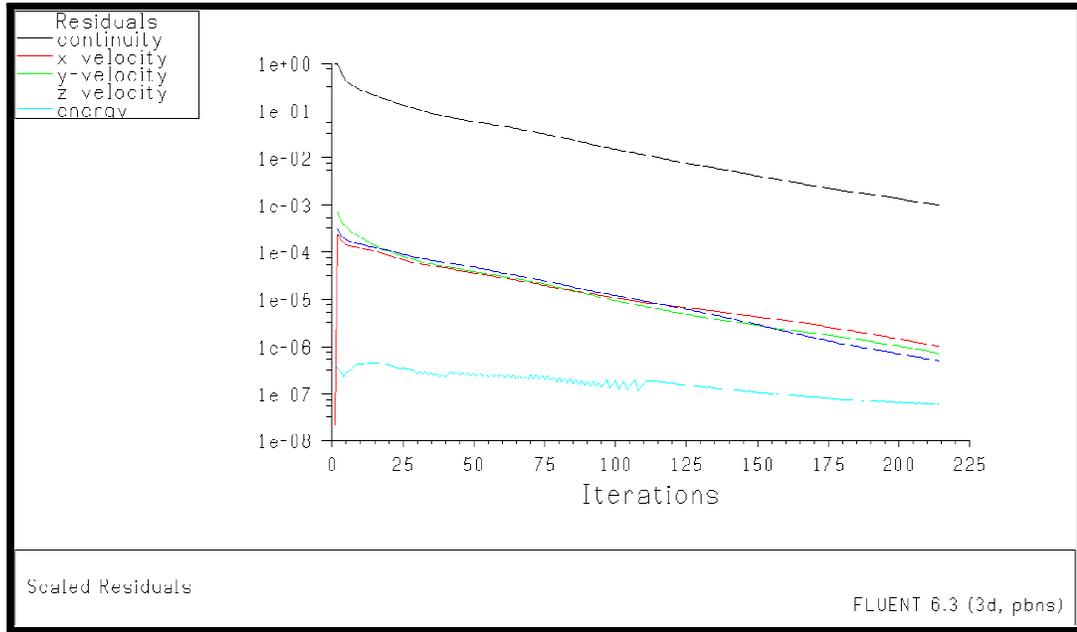


Figure (VI .24) : l'évolution des résidus

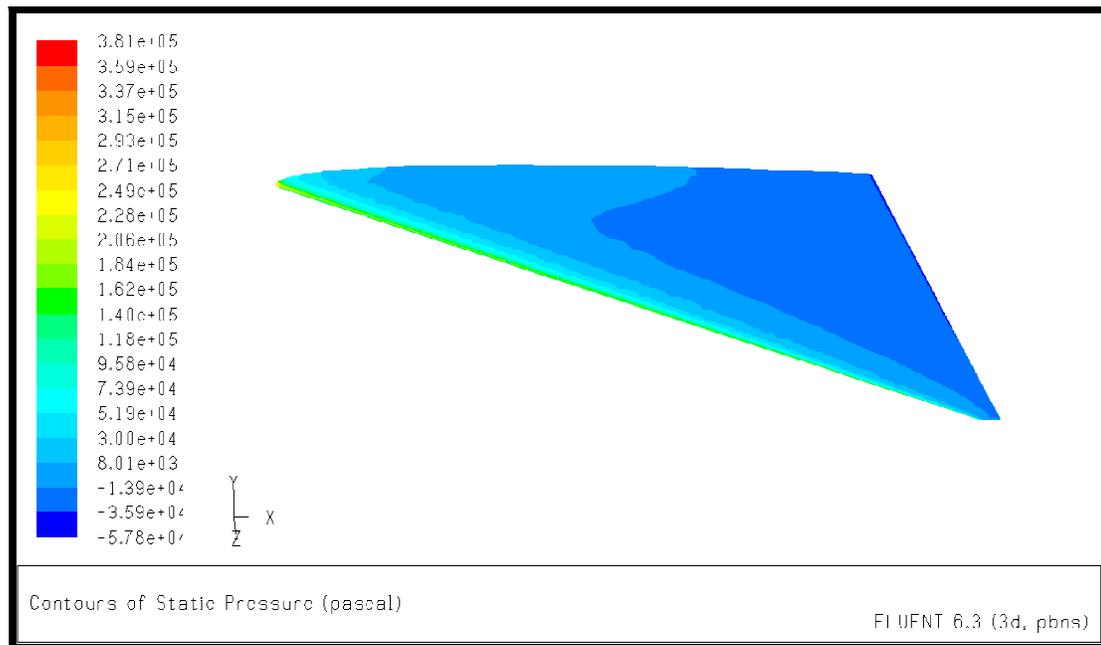


Figure (VI .25) : contour de la pression statique sur l'aile

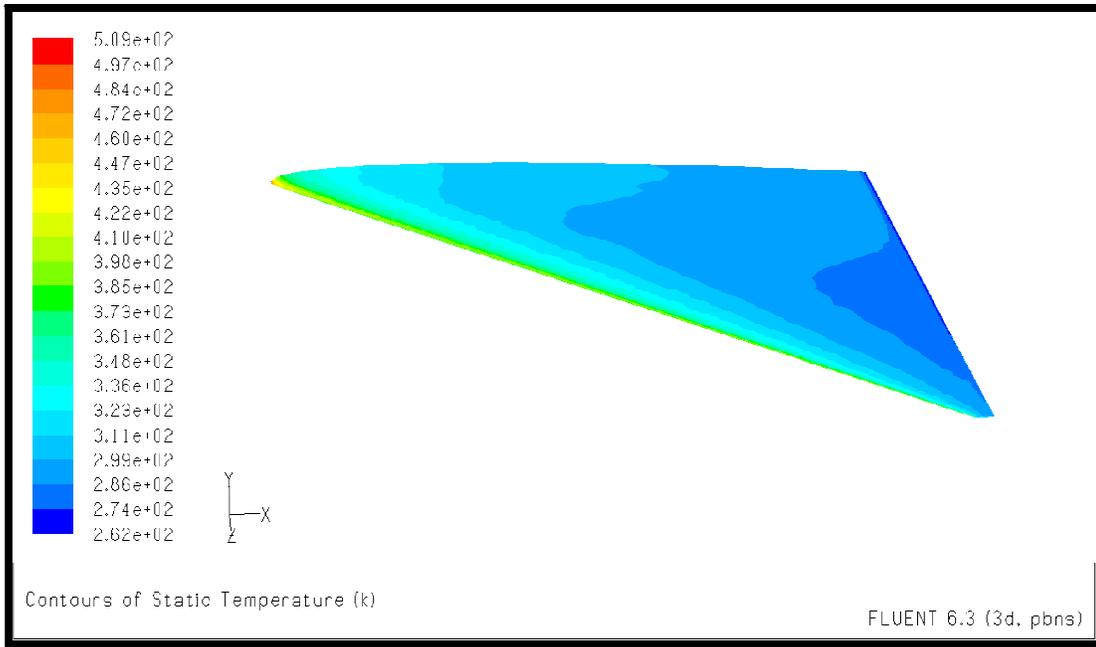


Figure (VI.26) : contour de la température statique sur l'aile

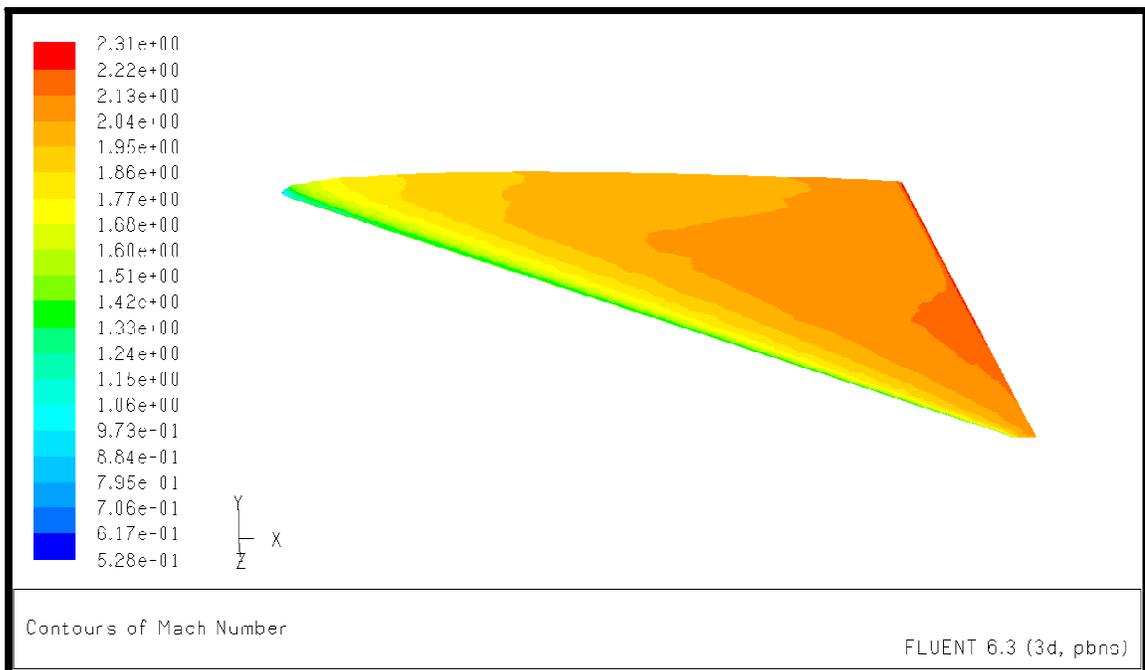


Figure (VI.27) : contour du nombre de Mach sur l'aile

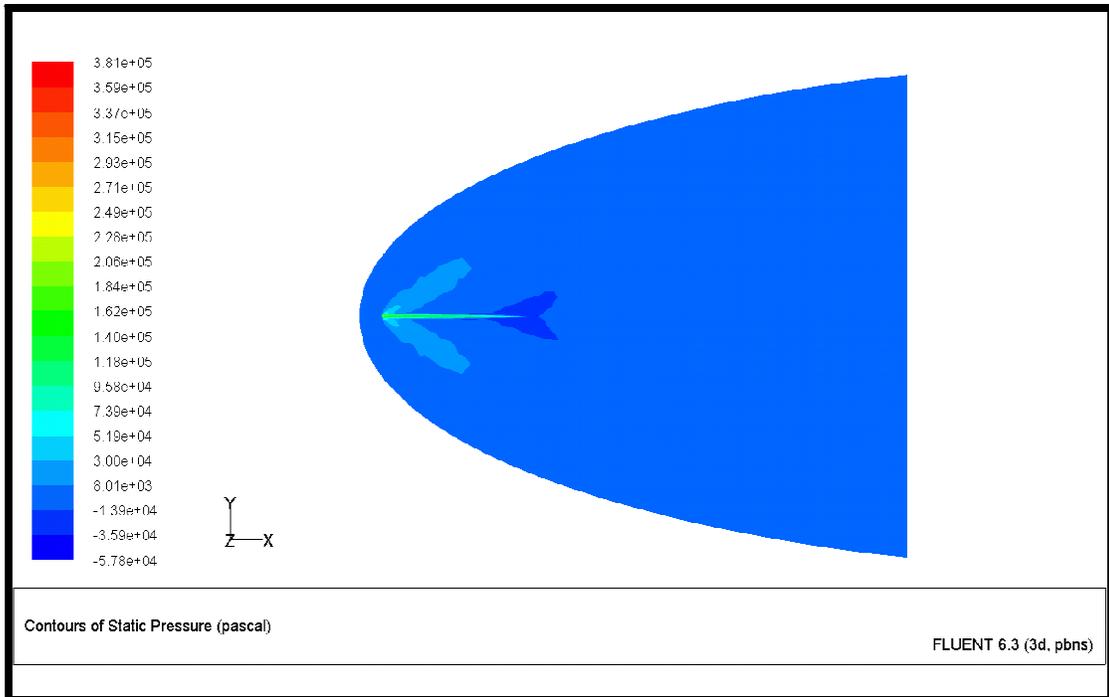


Figure (VI .28) : contour de la pression statique (aile + plan de symétrie)

❖ Pour $\zeta=12^\circ$:

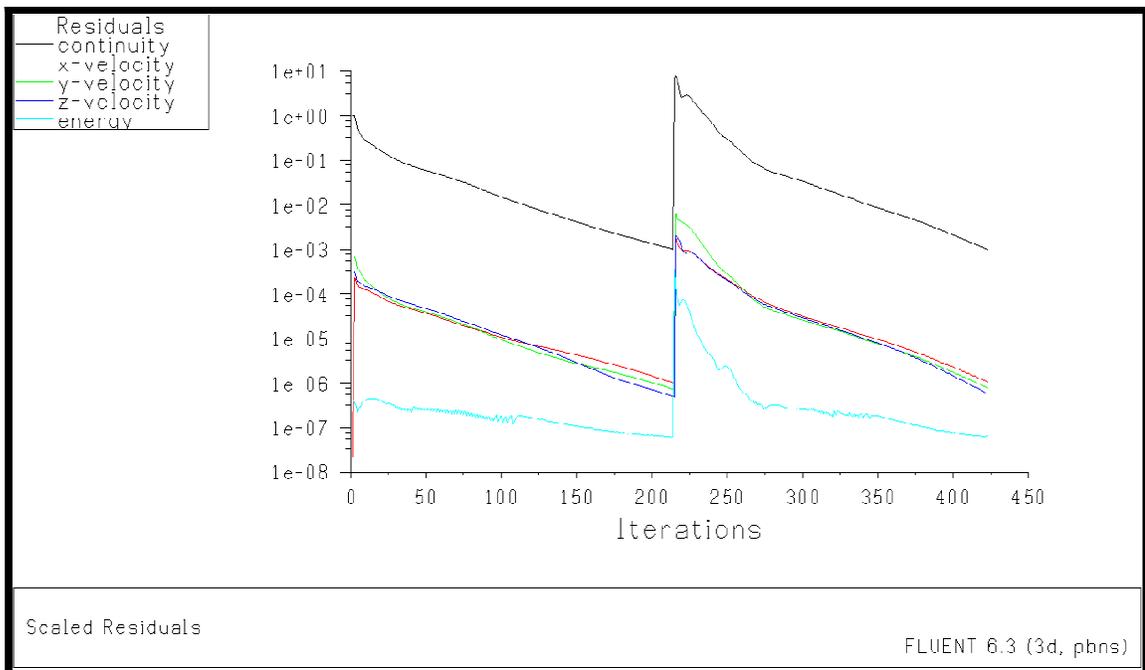


Figure (VI .29) : l'évolution des résidus

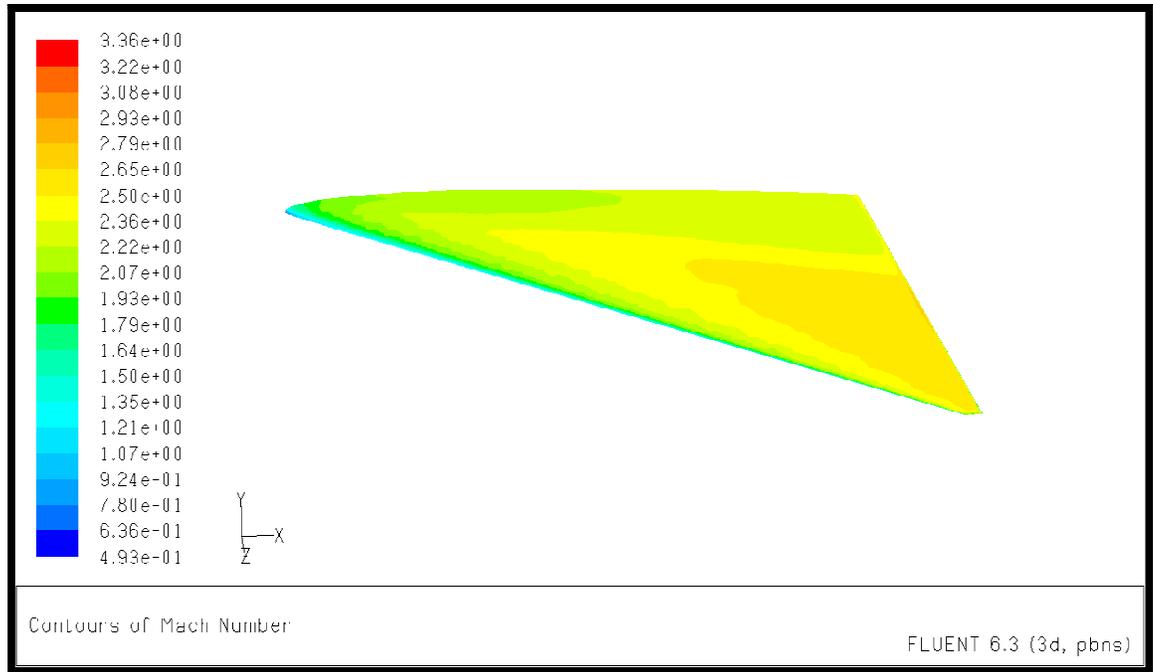


Figure (VI.30) : contour du nombre de Mach sur l'aile

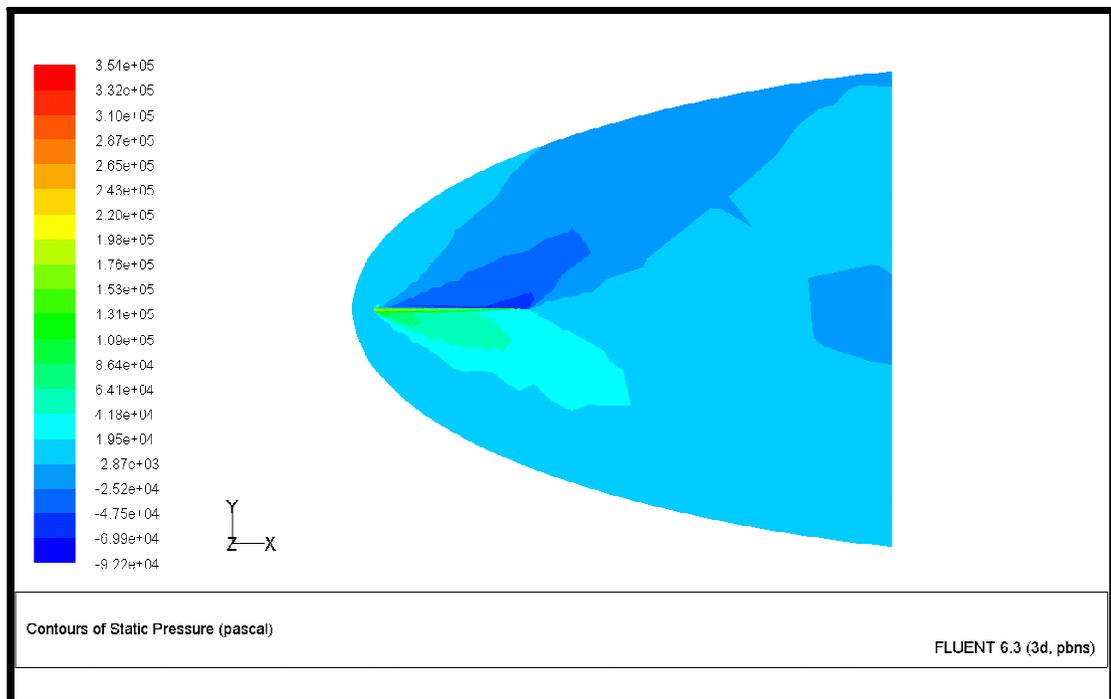


Figure (VI .31) : contour de la pression statique (aile + plan de symétrie)

Les figures (VI .24), (VI .29), montrent l'évolution des résidus pour le calcul de l'aile Delta ce tableau nous montre le nombre d'itérations pour chaque cas, sachant qu'on a utilisé 3 ordres de grandeurs.

Cas	Nombre d'itérations
Aile Delta pour $\zeta = 0^\circ$	214
Aile Delta pour $\zeta = 12^\circ$	423

Tableau (VI.3) : nombre d'itération pour chaque ζ (gèométrie2)

Dans ce calcul il a fallu raffiner au maximum le maillage car d'après les opérations effectués lors de la génération du maillage on a remarqué que pour obtenir la convergence du calcul il faut un très bon maillage, donc on a pu avoir une surface plus lisse au niveau du bord d'attaque, ce qui a influencé sur les résultats lors du calcul.

Après avoir obtenus la convergence on a pu tracer les courbes du coefficient de pression pour mieux comprendre le comportement de l'aile Delta dans le vol supersonique, on a exporté les résultats afficher par Fluent en format Tec plot,

Ce qui nous a permis d'avoir les résultats suivant :

❖ **Pour $\zeta = 0^\circ$:**

. Z = 5 :

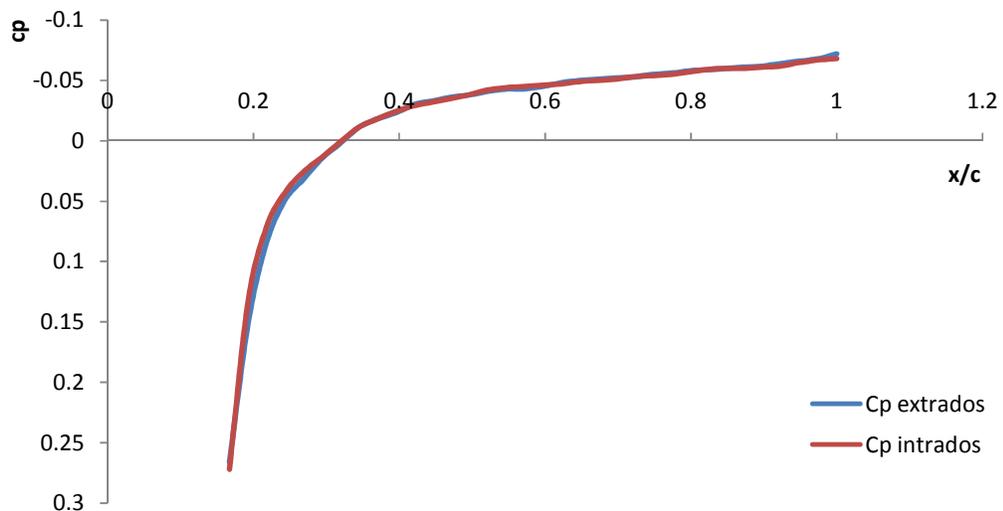


Figure (VI .32) : évolution du coefficient de pression de l'intrados et l'extrados à $z = 5$

. Z = 15 :

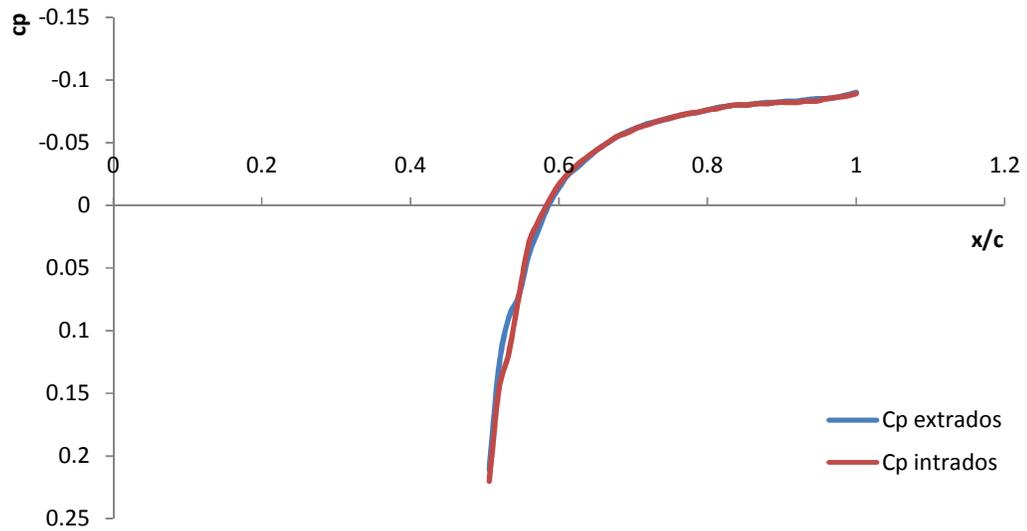


Figure (VI .33) : évolution du coefficient de pression de l'intrados et l'extrados à $z = 15$

. Z = 25 :

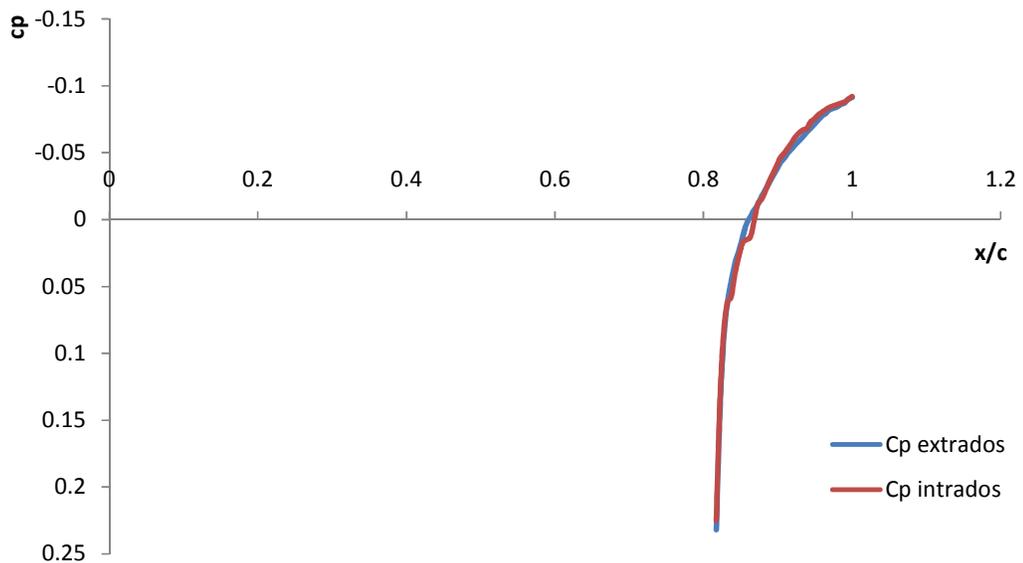


Figure (VI .34) : évolution du coefficient de pression de l'intrados et l'extrados à $z = 25$

❖ Pour $\zeta = 12^\circ$:

. $Z = 5$:

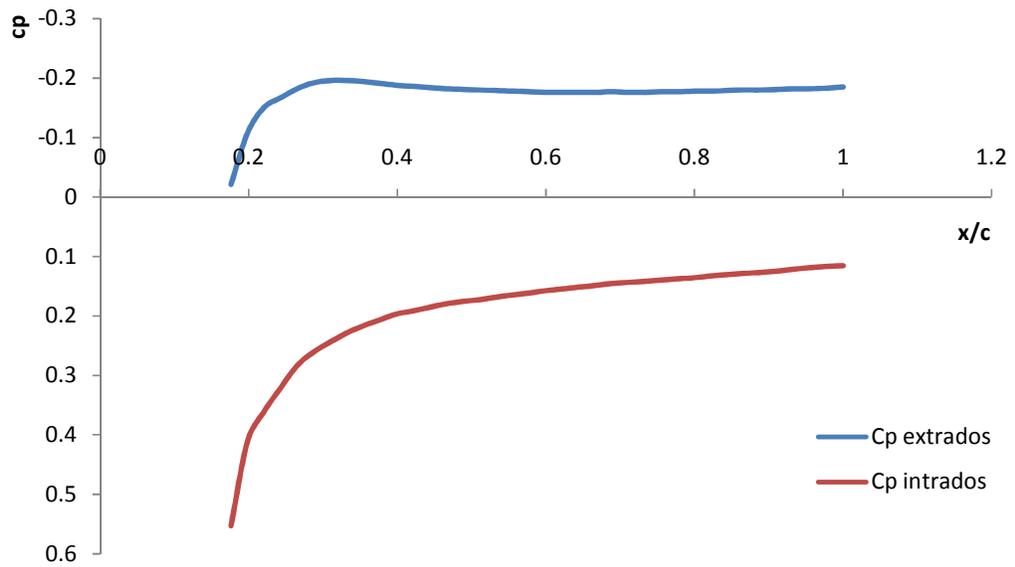


Figure (VI .35) : évolution du coefficient de pression de l'intrados et l'extrados à $z = 5$

. $Z = 15$:

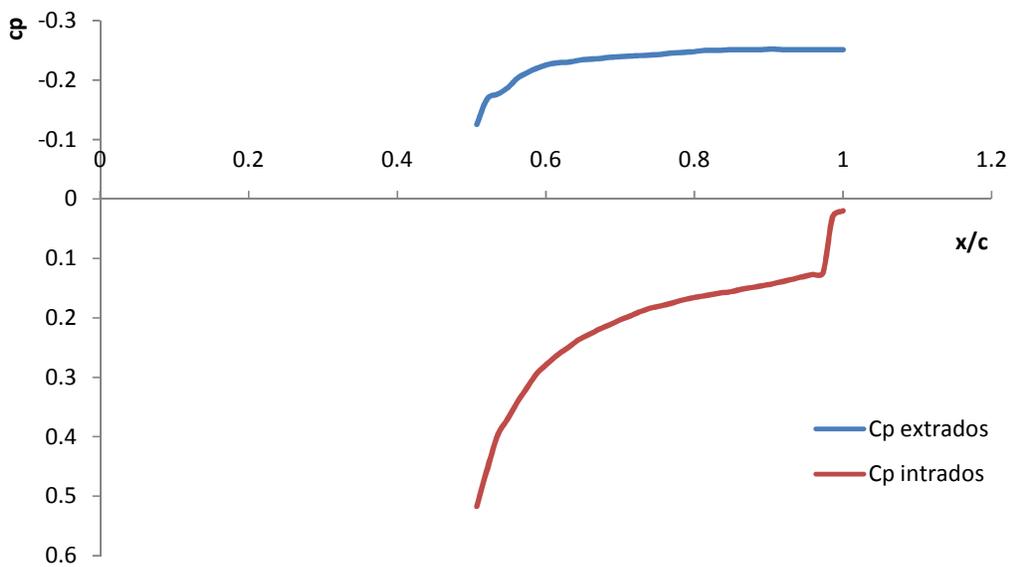


Figure (VI .36) : évolution du coefficient de pression de l'intrados et l'extrados à $z = 15$

. Z = 25 :

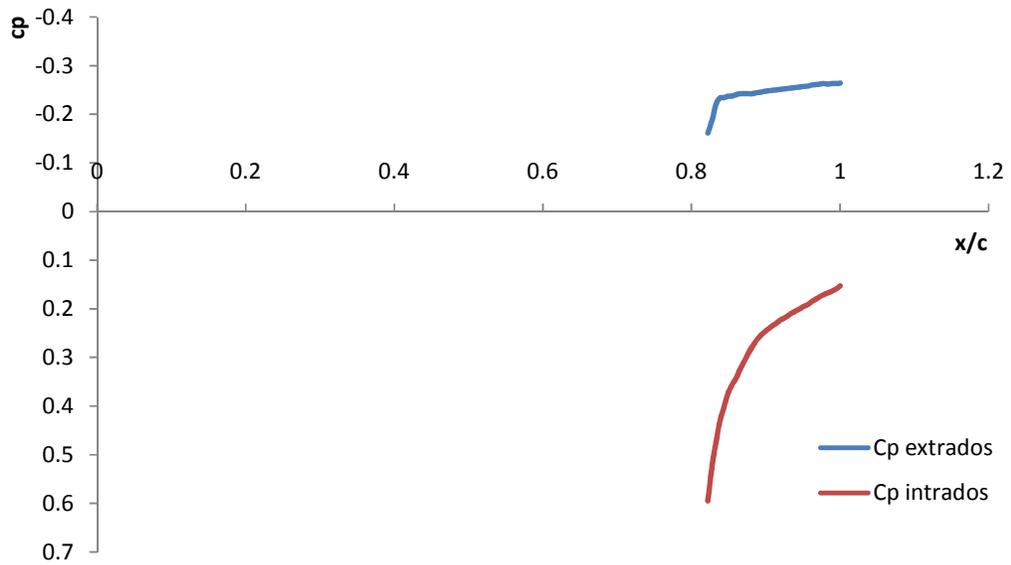


Figure (VI.37) : évolution du coefficient de pression de l'intrados et l'extrados à $z=25$

D'après les figures (VI.32), (VI.33), (VI.34), on remarque une diminution du coefficient de pression en fur et à mesure qu'on avance à travers la corde de l'aile. L'évolution du coefficient de pression est la même pour l'extrados et l'intrados, ce qui est normal car on a utilisé un profil symétrique avec un angle d'attaque $\zeta = 0^\circ$.

Les figures (VI.35), (VI.36), (VI.37), montrent une diminution du coefficient de pression à travers la corde de l'aile, cette diminution est plus importante à travers l'extrados, ce qui est normale car on a une surpression à travers l'intrados et une dépression à travers l'extrados due à l'existence d'un angle d'attaque de l'écoulement.

Tous les détails des résultats obtenus lors du traçage des courbes du coefficient de pression sont cités dans l'annexe 6.

VI.2.3.3. Evaluation des forces aérodynamiques :

Après avoir déterminé la distribution du coefficient de pression sur l'aile Delta, ainsi que les différents changements sur les caractéristiques initiaux de l'écoulement, on a pu déterminer l'évolution des forces agissant sur l'aile Delta pour les trois axes de mouvement, les deux cas choisis sont $\zeta = 0^\circ$ et 12° . Les résultats obtenus sont représentés dans les tableaux suivants :

❖ Pour le cas Pour $\zeta = 0^\circ$:

Nom de la zone	Les valeurs de la force de pression selon x	Les valeurs des forces de viscosité
s-extrados	1419079	0
s-intrados	1412209	0
s-tip	0	0
La valeur totale	2831288	0

Tableau (VI.4) : les valeurs de la trainée.

Nom de la zone	Les valeurs de la force de pression selon y	Les valeurs des forces de viscosité
s-extrados	5393060	0
s-intrados	-5503329	0
s-tip	0.0055219755	0
La valeur totale	-110269	0

Tableau (VI.5) : les valeurs de la portance.

Nom de la zone	Les valeurs de la force de pression selon z	Les valeurs des forces de viscosité
s-extrados	-1302801	0
s-intrados	-1322029	0
s-tip	247	0
La valeur totale	-2624830	0

Tableau (VI.6) : les valeurs de la force latérale.

❖ Pour le cas Pour $\zeta = 12^\circ$:

Nom de la zone	Les valeurs de la force de pression selon x	Les valeurs des forces de viscosité
s-extrados	8017120	0
s-intrados	9294903	0
s-tip	0	0
La valeur totale	17312023	0

Tableau (VI.7) : les valeurs de la trainée.

Nom de la zone	Les valeurs de la force de pression selon y	Les valeurs des forces de viscosité
s-extrados	34124110	0
s-intrados	35874585	0
s-tip	0.016023309	0
La valeur totale	69998695	0

Tableau (VI.8) : les valeurs de la portance.

Nom de la zone	Les valeurs de la force de pression selon z	Les valeurs des forces de viscosité
s-extrados	997412.25	0
s-intrados	-3711361.5	0
s-tip	3167.9939	0
La valeur totale	-2710781.3	0

Tableau (VI.9) : les valeurs de la force latérale.

VI.3. L'étude d'un missile en écoulement supersonique :

Cette étude se devise en trois étapes :

1-Construction de la géométrie dans SOLIDWORKS.

2-Génération du maillage par le logiciel ICEM-CFD.

3-résolution du problème par le solveur FLUENT.

L'étude de ce type de missile nous permet de mieux comprendre les différents phénomènes qui se présente lors du vol supersonique, ainsi on pourra voir les changements des variables caractérisant l'écoulement tel que la pression, le nombre de Mach, la température, ainsi que l'évolution des forces aérodynamique et leurs coefficients.

VI.3.1. Construction de la géométrie dans SOLIDWORKS :

Dans cette étape on a construit la géométrie du missile à partir d'une esquisse de type "ligne" associé à une esquisse de type "spline" qui nous a permis de tracer le contour du missile, puis grâce à la fonction "révolution" on obtient le corps principal du missile.

Puis vient l'étape de la construction des ailettes arrière du missile, cette étape a été réaliser par le lissage de deux profils construit avec l'esquisse "spline", ensuite grâce à la fonction "Répétition circulaire" on obtient les 4 ailettes arrières.

Les dimensions du missile sont :

.la longueur du missile $l = 210$ mm.

.l'épaisseur moyenne $e = 20$ mm.

.la corde des profils des ailettes $c = 38$ mm.

.l'épaisseur de chaque profils d'ailettes $e' = 1.2$ mm.

.la hauteur de chaque ailettes par rapport à la surface du corps du missile $h = 15$ mm.

Enfin grâce à l'association de l'esquisse ligne avec la fonction "Enlèvement de matière-révolution" on trace la forme finale des ailettes.

On obtient alors :

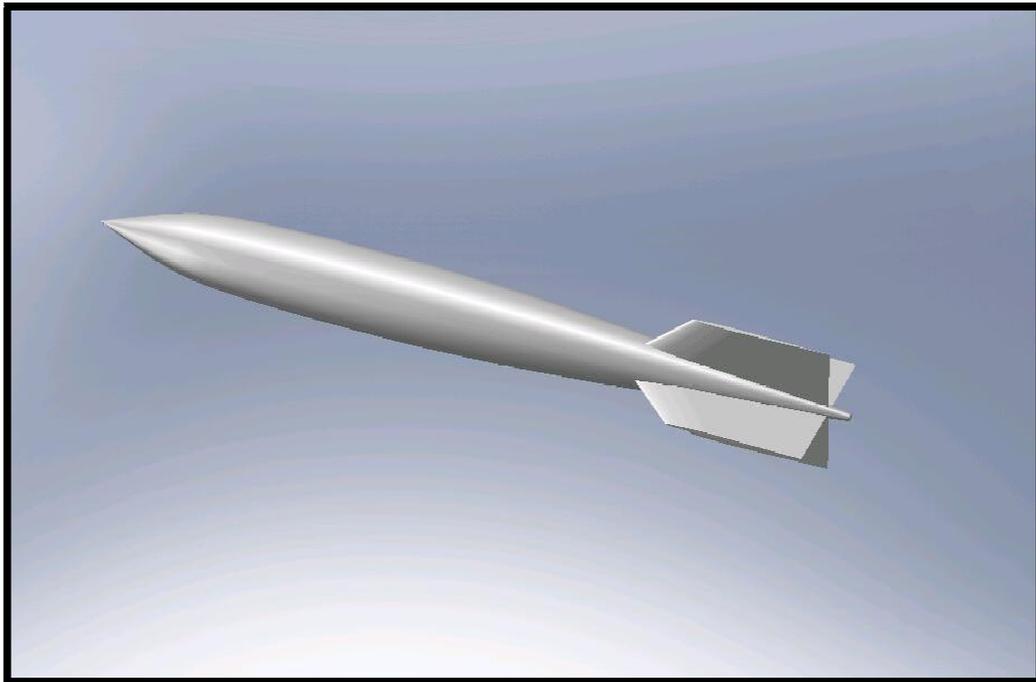


Figure (VI .38) : la forme du missile

Ensuite on doit construire le domaine contenant le missile, ce dernier a été construit à partir de la combinaison de l'esquisse "spline" avec la fonction "Surface-révolution" comme montre la figure suivante :

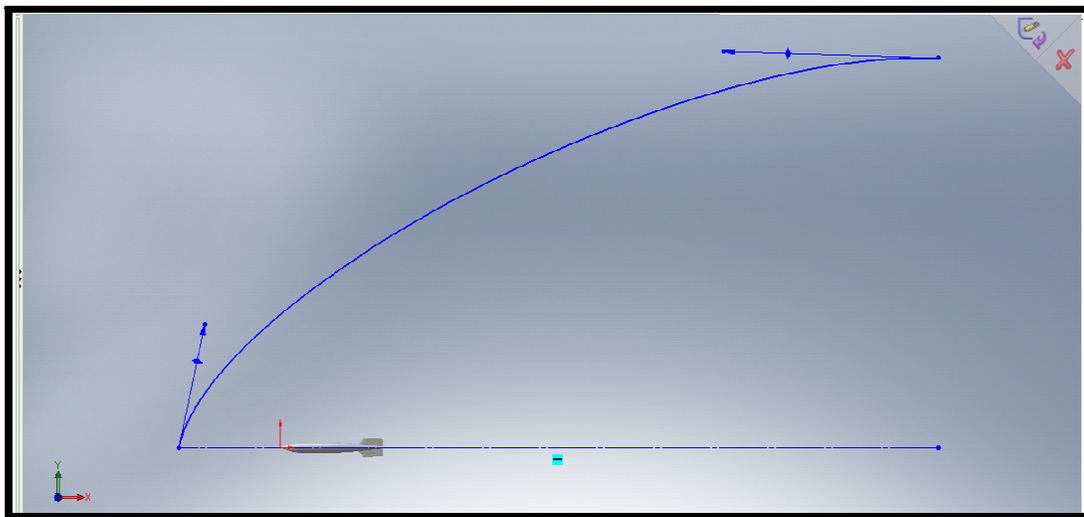


Figure (VI .39) : Construction du domaine

Les dimensions du domaine sont :

- . La longueur $l_d = 1500$ mm.
- . La largeur $L_d = 770$ mm.

Puis à l'aide de la fonction "surface-révolution" on prolonge la forme obtenue à partir de l'esquisse du contour du domaine.

Pour fermer le domaine on insère une face plane grâce à la fonction "Surface-plane" On obtient donc la forme finale de la géométrie à étudier :

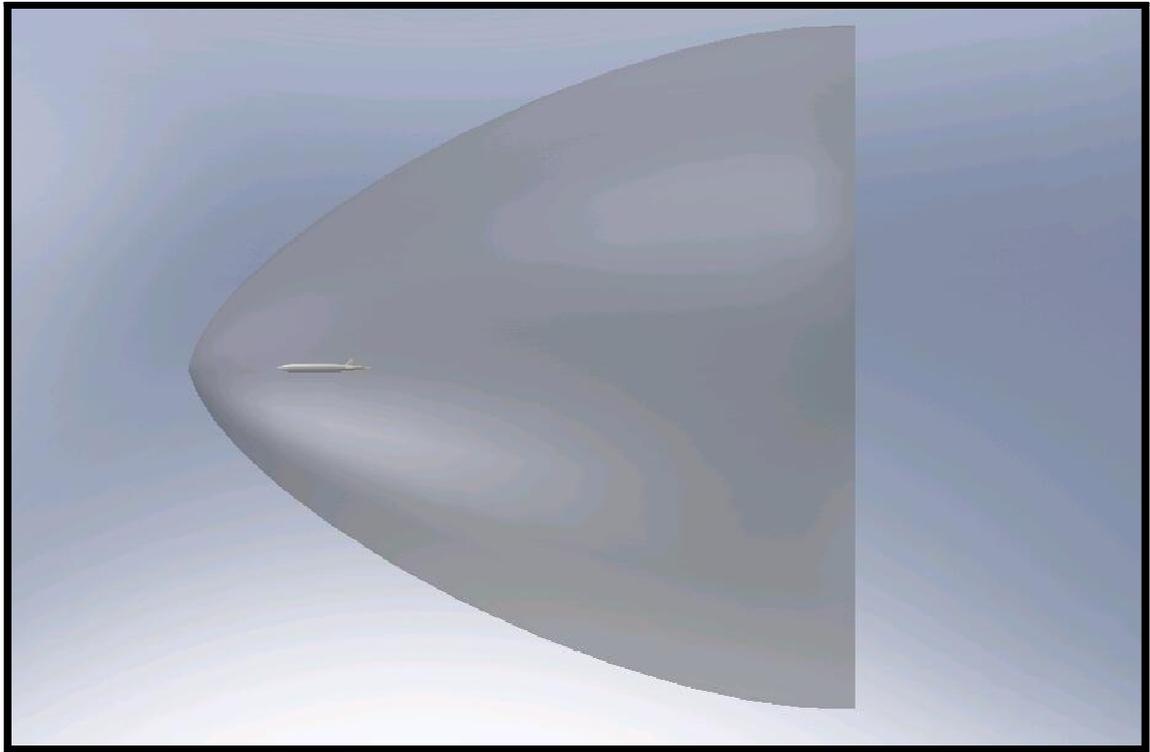


Figure (VI .40) : géométrie finale

Après réalisation de la géométrie dans SOLIDWORKS, on l'enregistre sous format "IGES", pour l'exporter dans ICEM-CFD.

VI.3.2. Génération du maillage par le logiciel ICEM-CFD :

D'abord on démarre le logiciel ICEM-CFD, ensuite on importe la géométrie ; qui est sous format IGES.

On obtient alors :

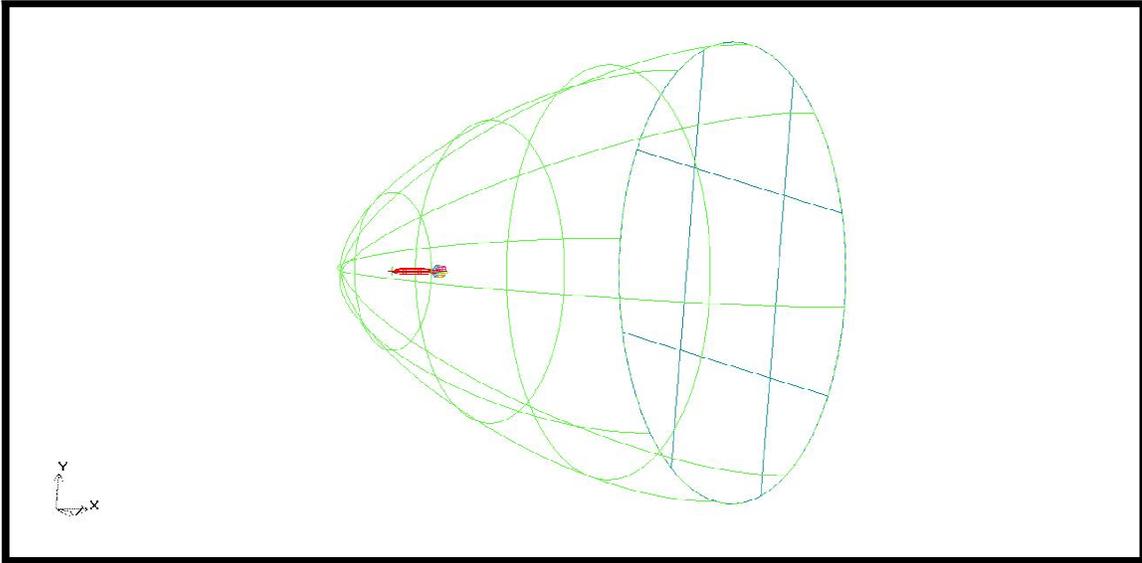


Figure (VI .41) : la géométrie dans ICEM-CFD

Après avoir importé la géométrie sous format "IGES", on la décompose en plusieurs familles grâce à l'option "change family", on donne pour chaque famille un nom, pour identifier chaque partie de la géométrie, en plus sa nous permettra de contrôler la taille du maillage dans chaque famille.

Les familles peuvent définir plusieurs types de géométrie tel que les courbes, les surfaces, les points, les points matérielsetc.

On obtient donc cette figure :

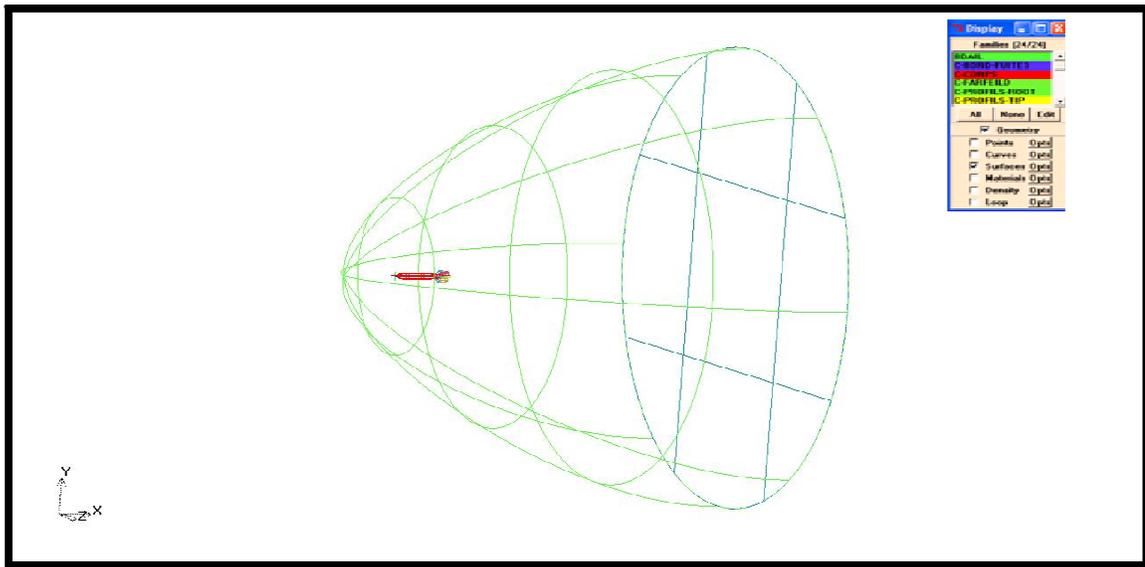


Figure (VI.42) : Décomposition de la géométrie

On donne pour chaque famille une taille différente du maillage grâce à l'option "mesh params", après avoir définis la taille du maillage de chaque famille on lance le maillage grâce à l'option "meshing-tetra-old-tetra-gui", sachant que le maillage est non structuré, on obtient donc :

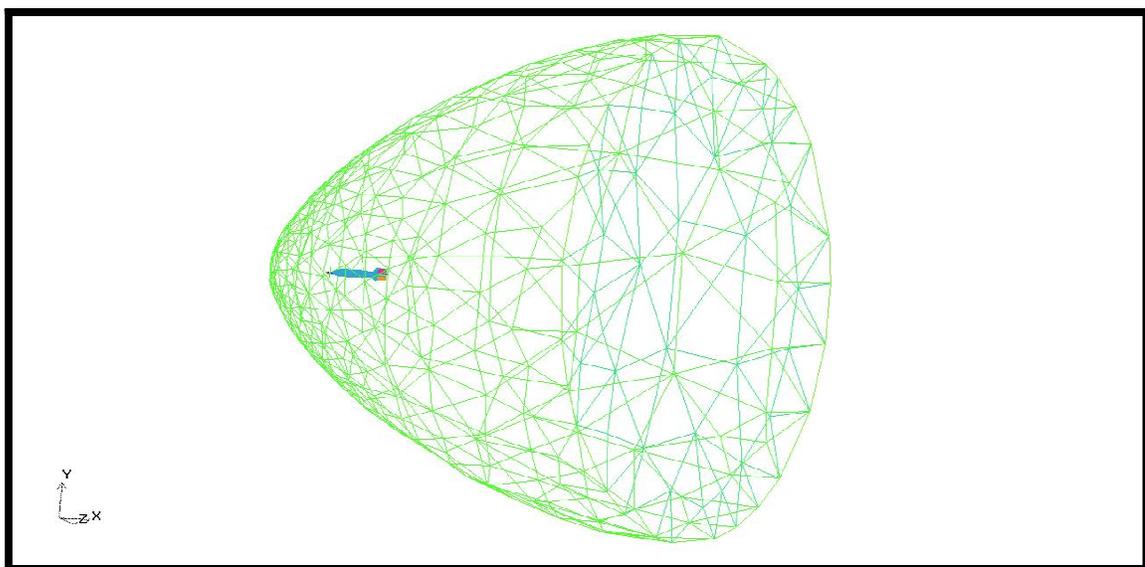


Figure (VI.43) : maillage de la géométrie

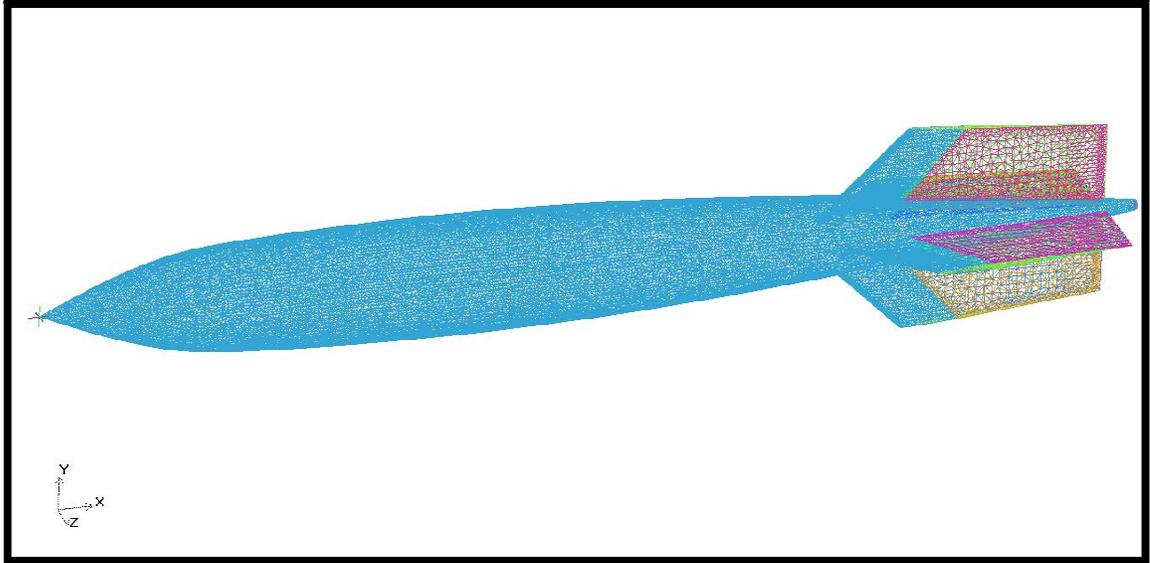


Figure (VI.44) : maillage du missile

Les détails du maillage sont cités dans l'annexe 7.

Après avoir généré le maillage, on le sauvegarde sous un format ".uns", et grâce à l'option "out put", on sélectionne le solveur dans notre cas c'est Fluent-V5, et enfin on crée un fichier ".msh" qui plus tard servira pour le calcul dans Fluent.

VI.3.3. Résolution du problème par le solveur FLUENT:

D'abord on sélectionne la version 3D, "mode full simulation".

Ensuite on lit le fichier ".msh" grâce à l'option "Read case", on vérifie le maillage grâce à l'option "check grid", vient alors l'étape de définition du solveur, dans notre étude le solveur choisis est "Pressure Based" pour une formulation implicite. Le calcul est non visqueux, donc on choisi l'option "inviscid" comme model de viscosité ainsi que gaz idéal comme matériel.

Ensuite vient l'étape de définition des conditions aux limites comme suite :

Nom	Type
S-entree	Pressure-far-field
S-sortie	Pressure-far-field
S-ailettes-extra1	wall
S-ailettes-extra2	wall
S-ailettes-extra3	wall
S-ailettes-extra4	wall
S-ailettes-intra1	wall
S-ailettes-intra2	wall
S-ailettes-intra3	wall
S-ailettes-intra4	wall
S-ailettes	wall
S-corps	wall
S-profils	wall
S-queue	wall
Live-fluid	fluid
Int-live-fluid	interior

Tableau (VI.10) : définition des conditions aux limites

Le calcul non visqueux est fait pour les conditions suivante :

$$T_{\infty} = 300 \text{ K} ; P_{\infty} = 101325 \text{ Pa} ; M_{\infty} = 1.2 ;$$

On initialise le calcul à l'entrée du domaine et enfin on lance le calcul, après avoir obtenus la convergence du calcul, on affiche les résultats pour chaque contour.

Dans cette partie on a varié le nombre de Mach M , tel que $M = 1.2, 1.4, 1.6, \text{ et } 1.8$. Pour chaque changement du nombre de Mach on définit une valeur donnée du nombre de Mach dans les conditions aux limites à l'entrée et à la sortie du domaine.

VI.3.3.1. Affichage des résultats :

❖ Pour $M_\infty = 1.2$:

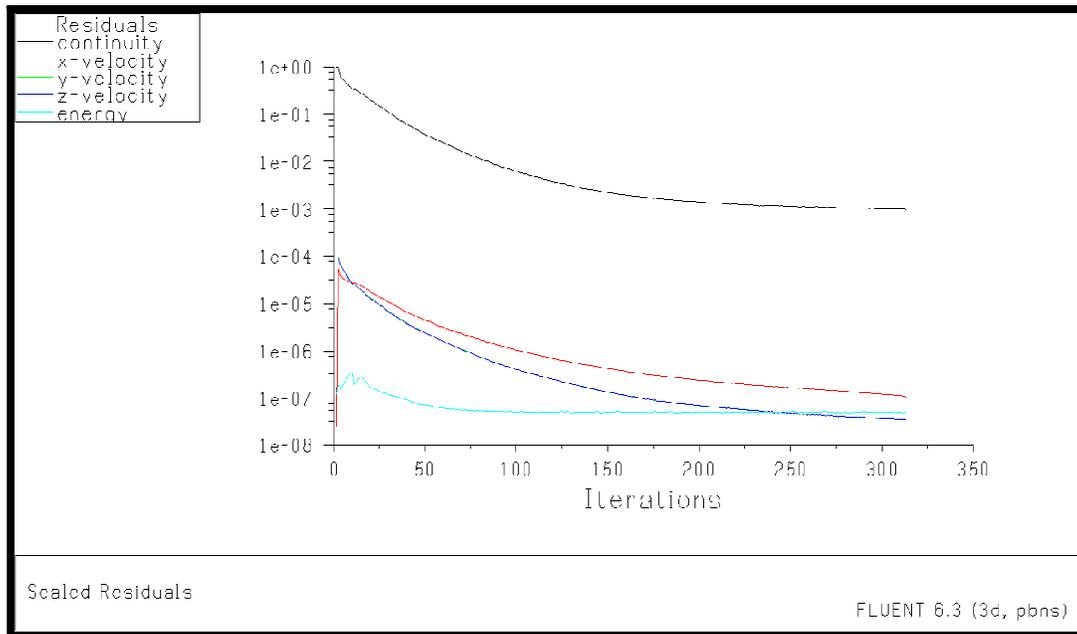


Figure (VI .45) : l'évolution des résidus

Les résultats de la simulation peuvent être exploités, tels que la vitesse, la pression et autres paramètres obtenus lors des calculs. Il est possible de visualiser les contours de pression sur l'extrados et l'intrados, le champ des vecteurs de vitesse, etc. Voici ci-dessous quelques résultats obtenus :

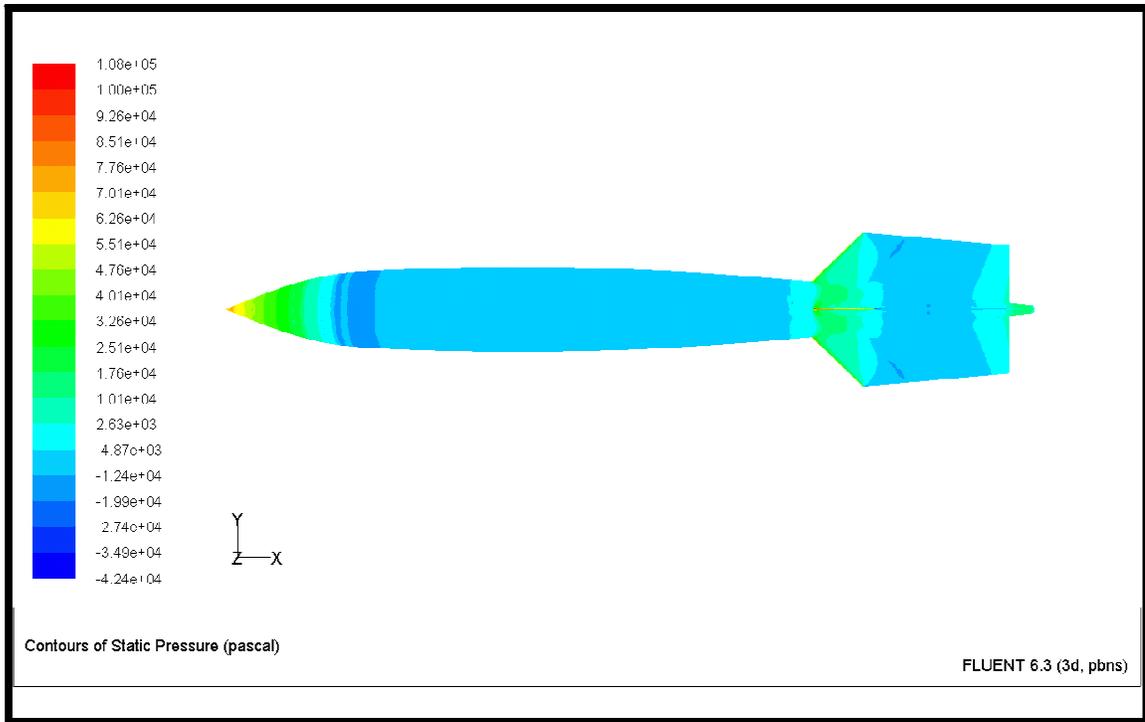


Figure (VI .46) : contour de la pression statique à travers le missile

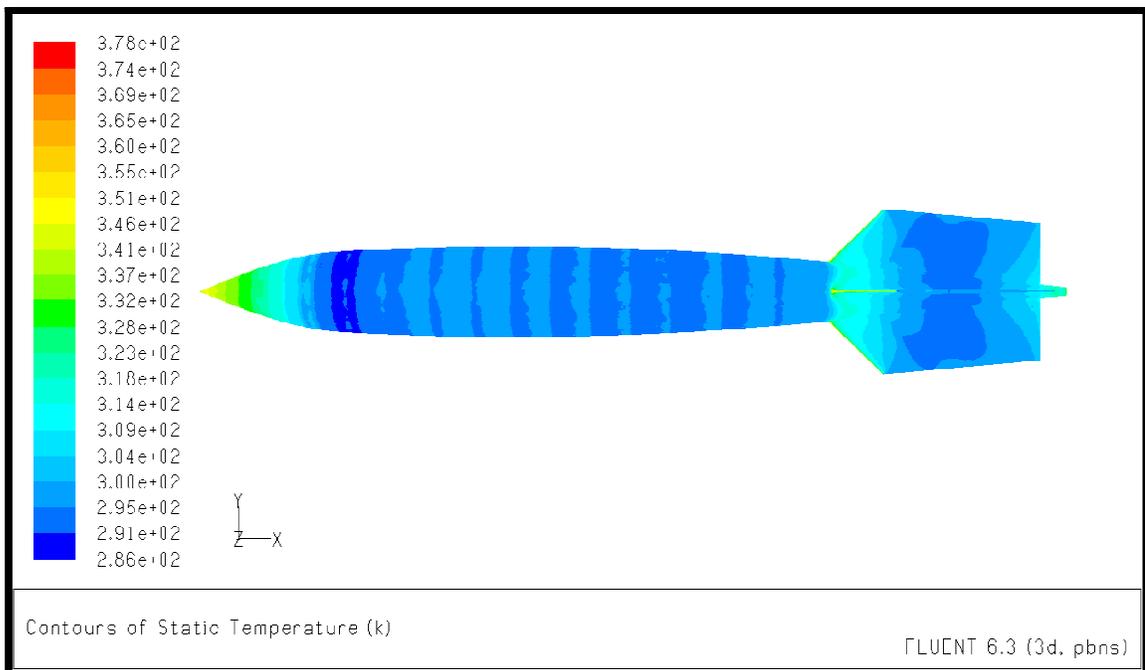


Figure (VI .47) : contour de la température statique à travers le missile

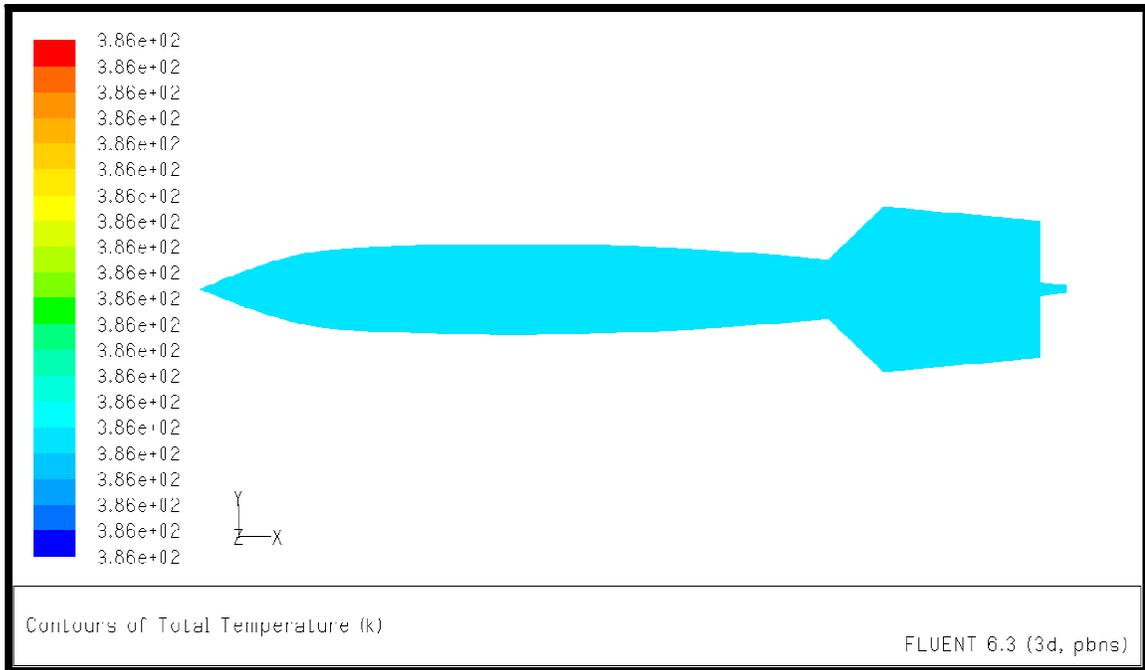


Figure (VI .48) : contour du coefficient de la température totale à travers le missile

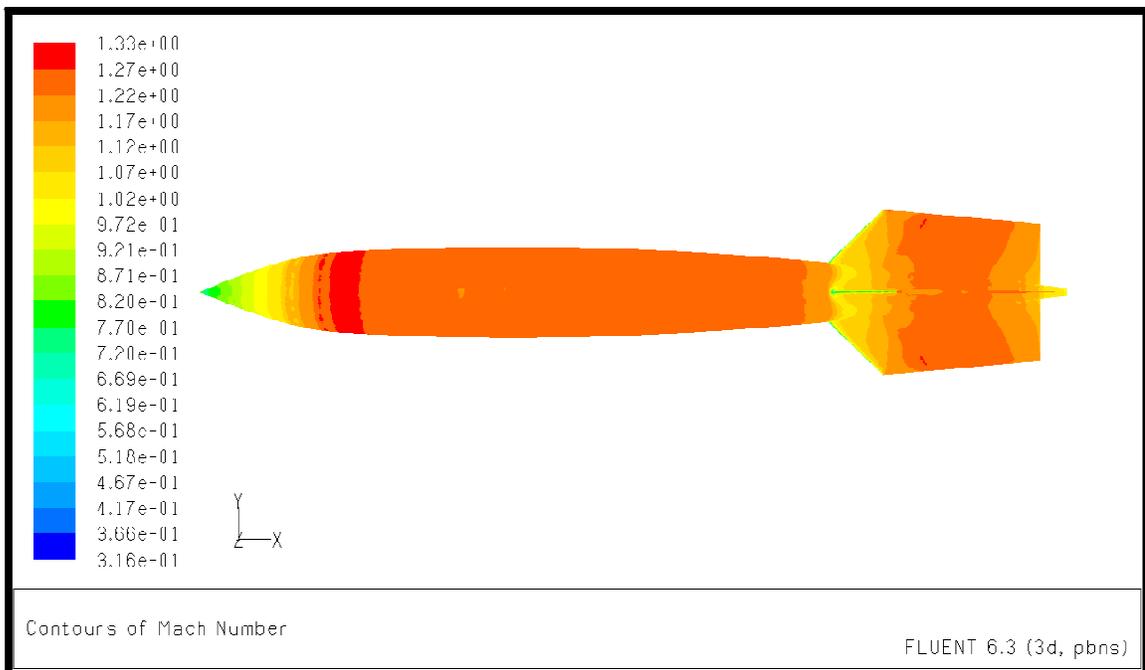


Figure (VI .49) : contour du nombre de Mach à travers le missile

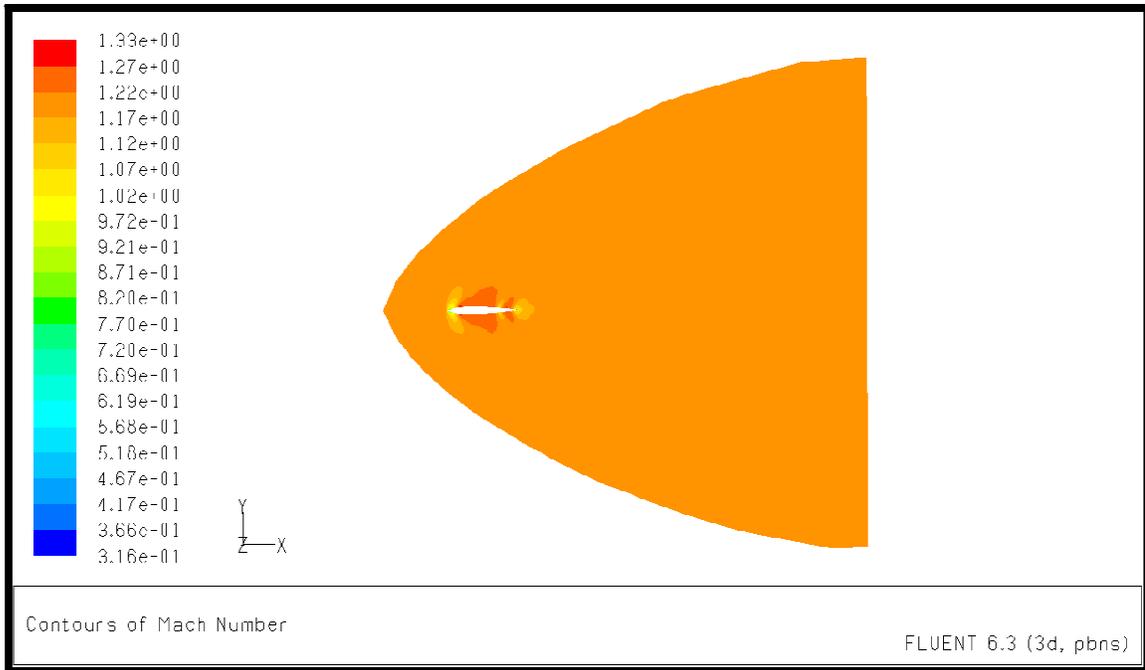


Figure (VI .50) : contour du nombre de Mach (missile + plan de symétrie)

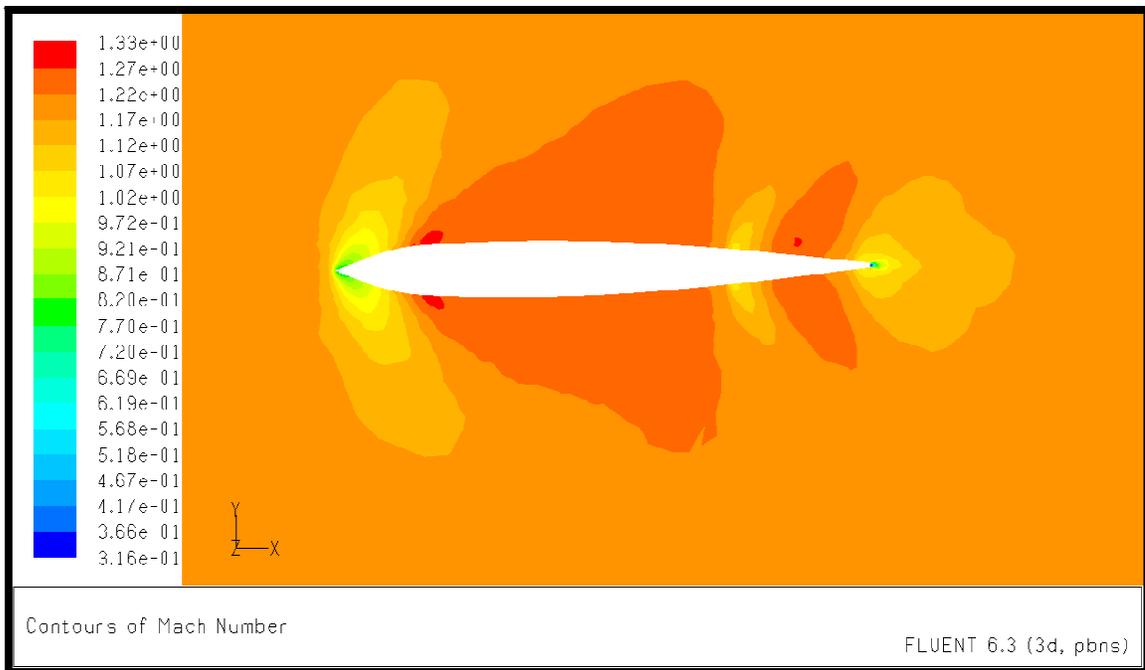


Figure (VI .51) : contour du nombre de Mach missile

❖ Pour $M_\infty = 1.4$:

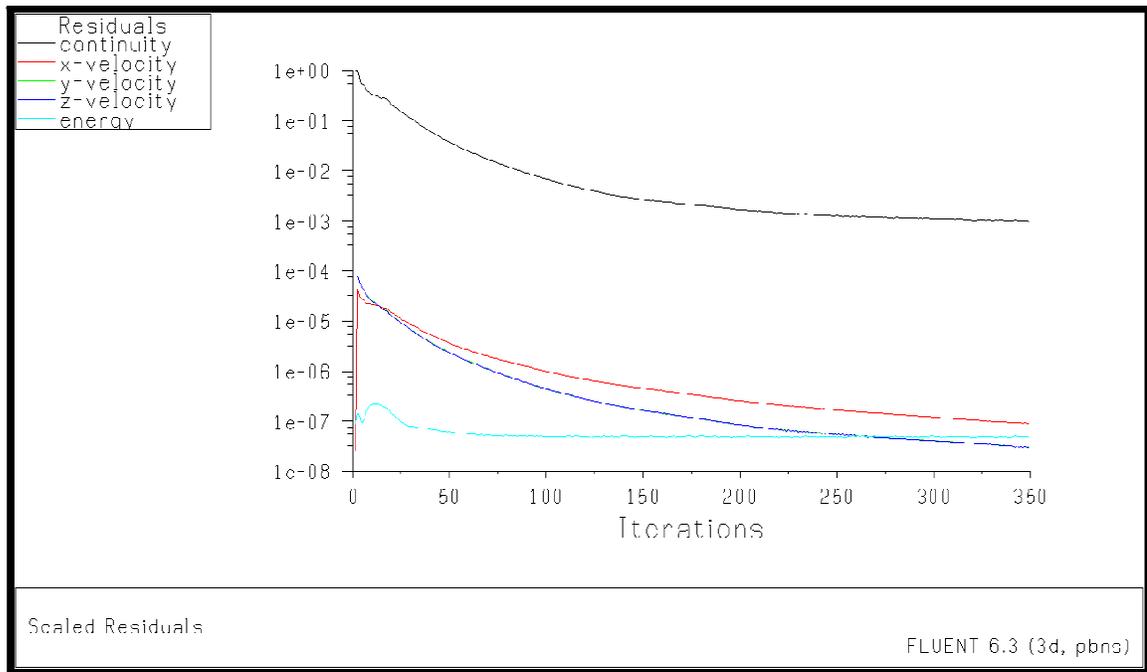


Figure (VI .52) : l'évolution des résidus

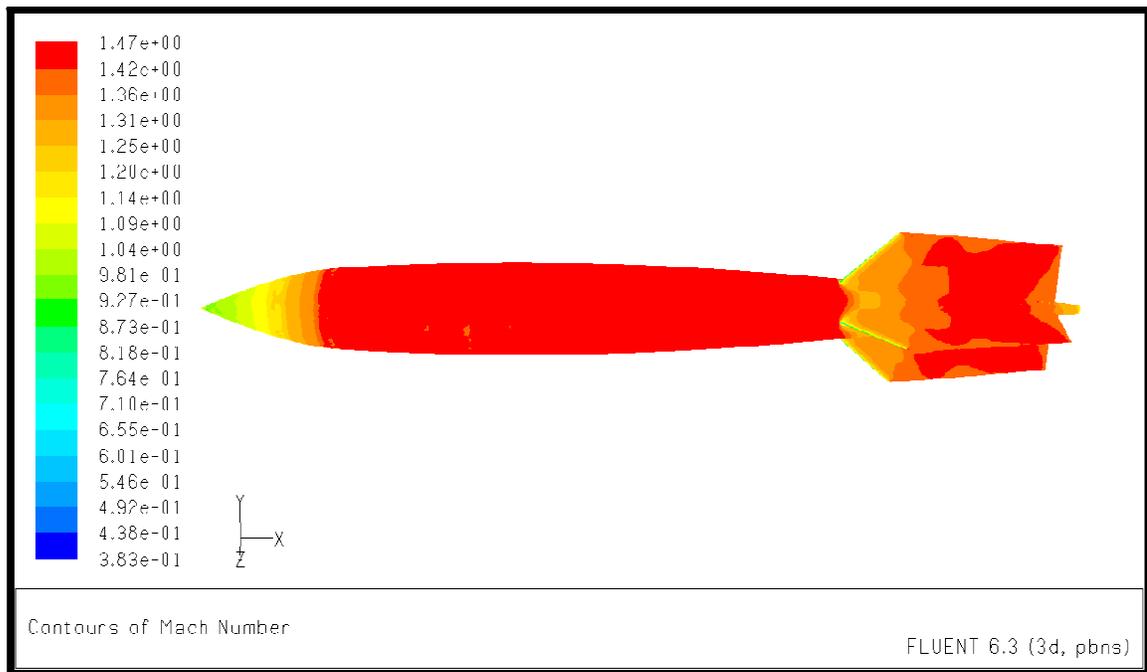


Figure (VI .53) : contour du nombre de Mach à travers le missile

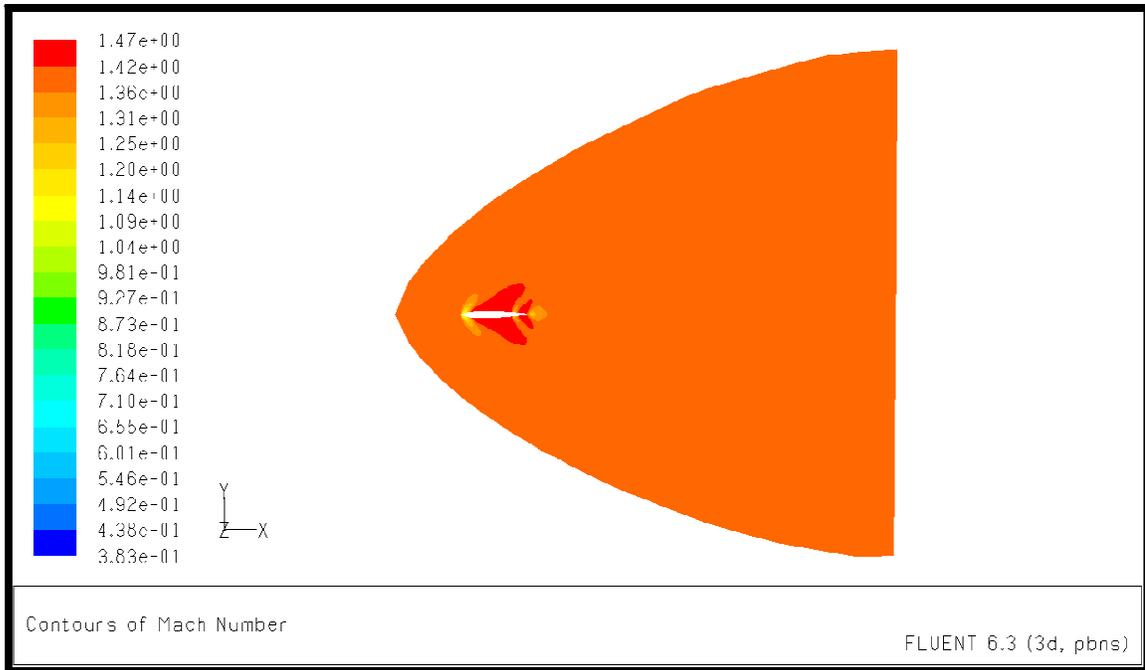


Figure (VI .54) : contour du nombre de Mach (missile + plan de symétrie)

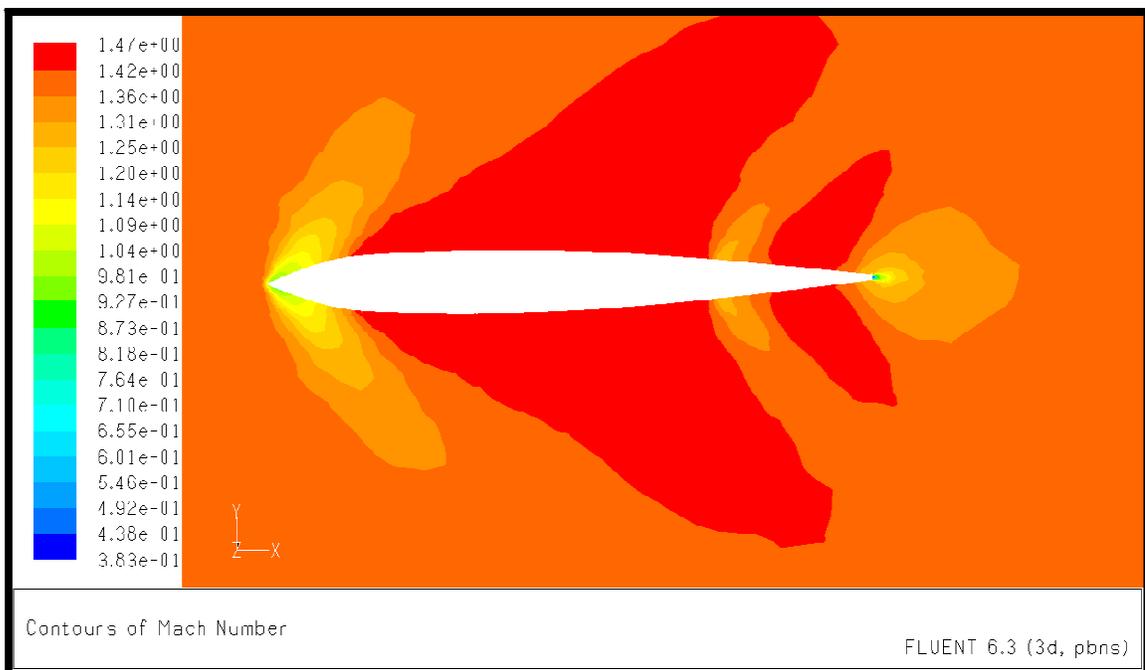


Figure (VI .55) : contour du nombre de Mach missile

❖ Pour $M_\infty = 1.6$:

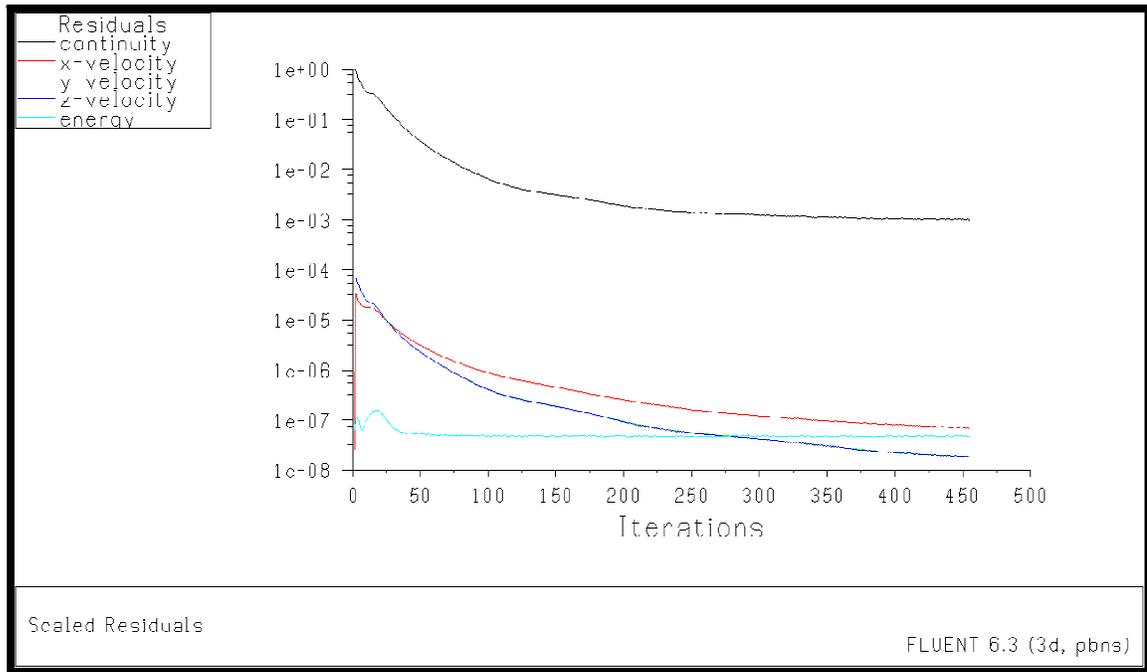


Figure (VI .56) : l'évolution des résidus

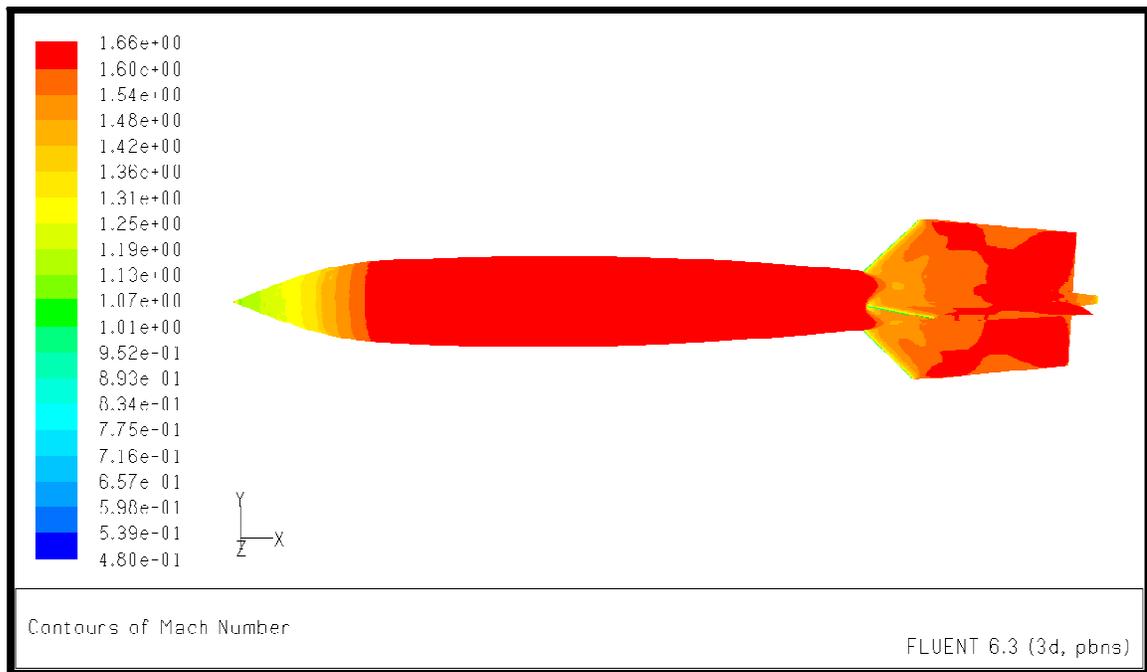


Figure (VI .57) : contour du nombre de Mach à travers le missile

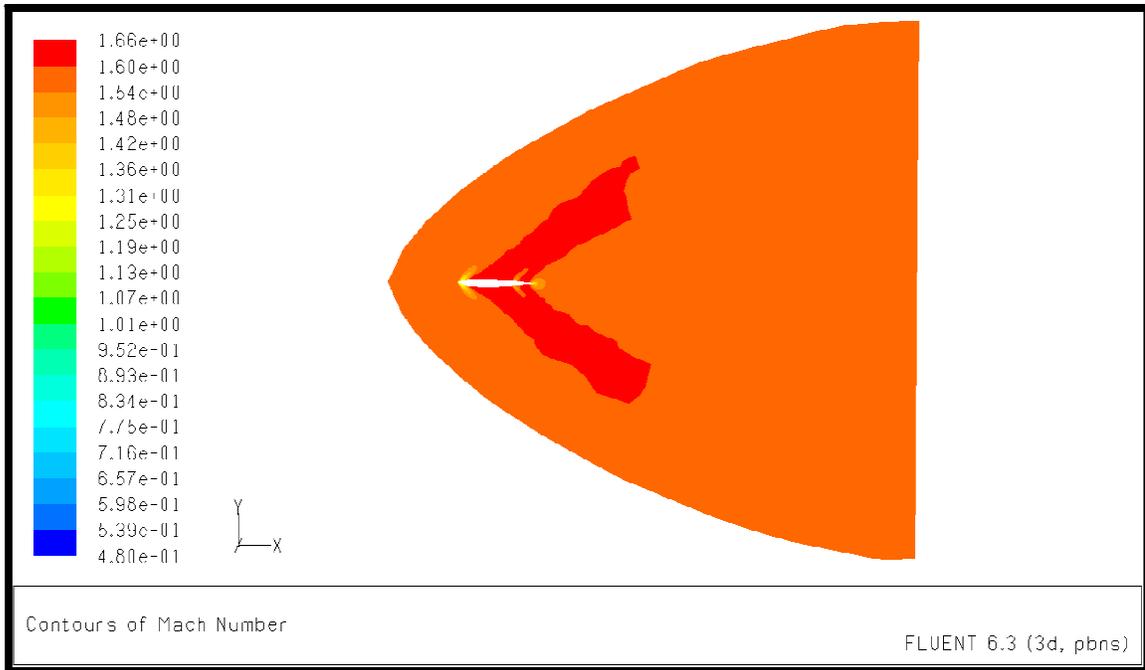


Figure (VI .58) : contour du nombre de Mach (missile + plan de symétrie)

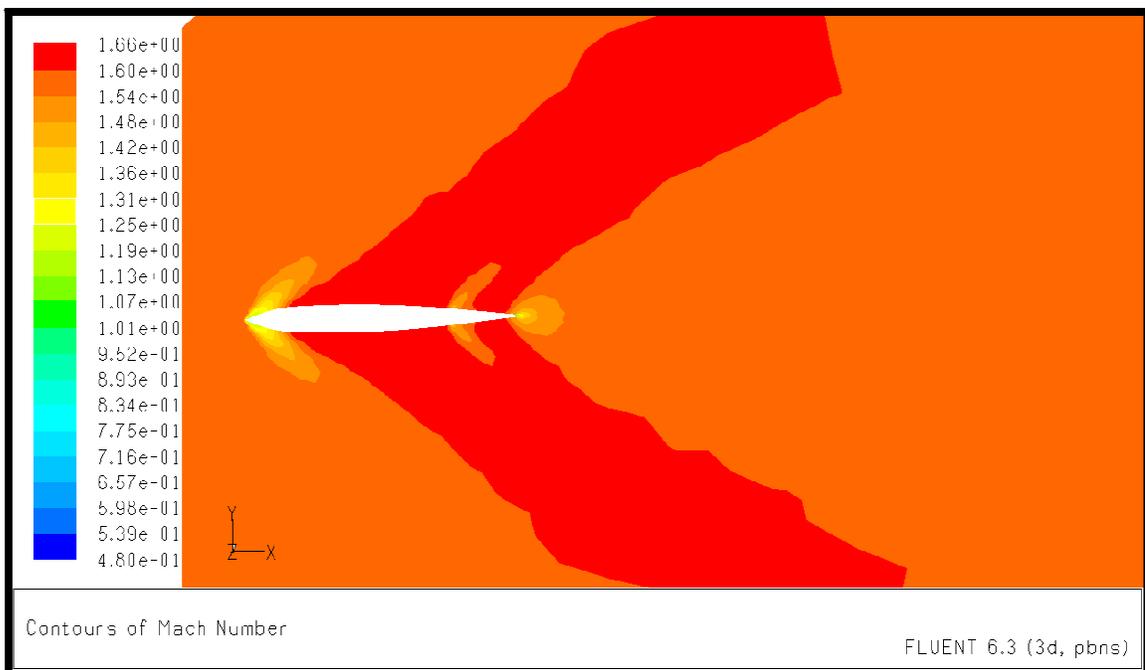


Figure (VI .59) : contour du nombre de Mach missile

❖ Pour $M_\infty = 1.8$:

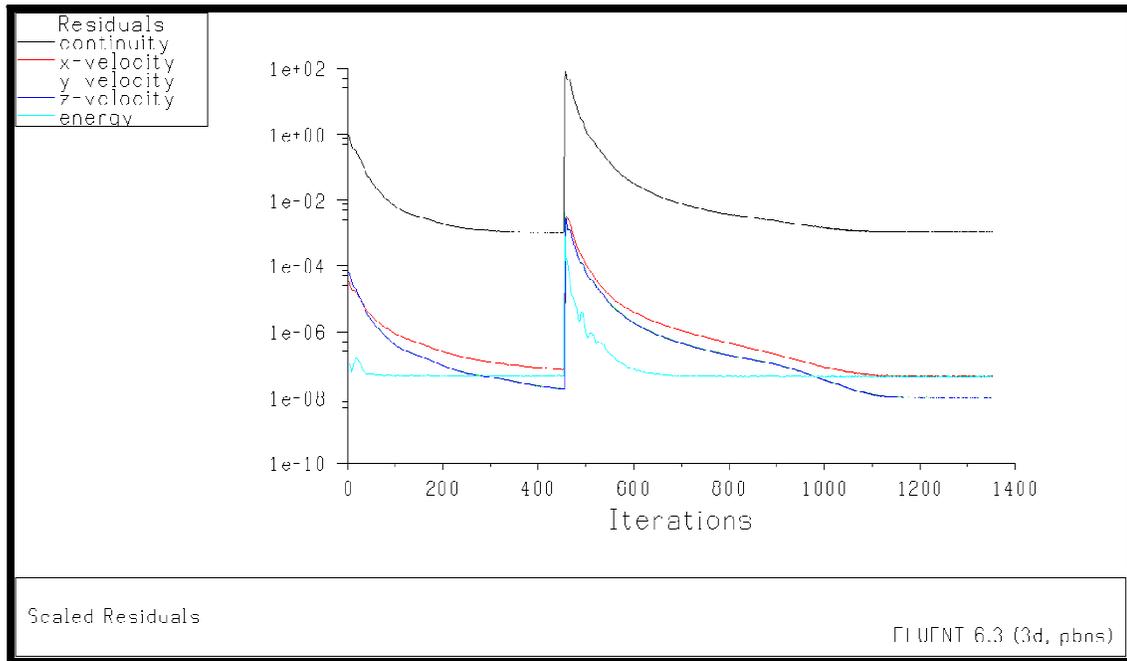


Figure (VI .60) : l'évolution des résidus

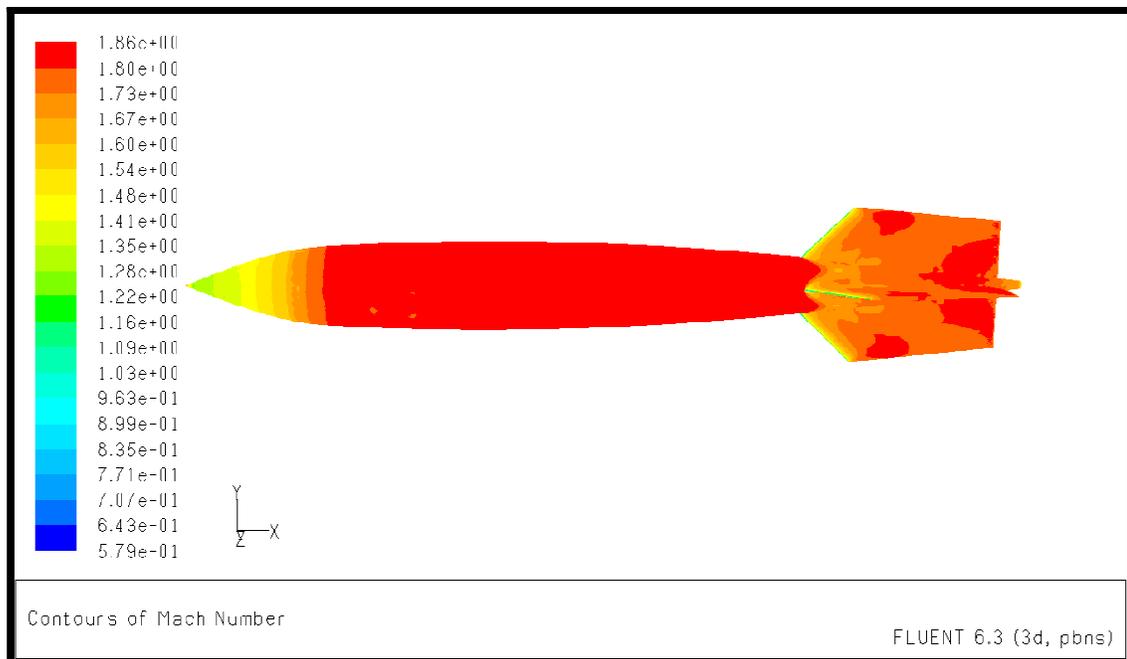


Figure (VI .61) : contour du nombre de Mach à travers le missile

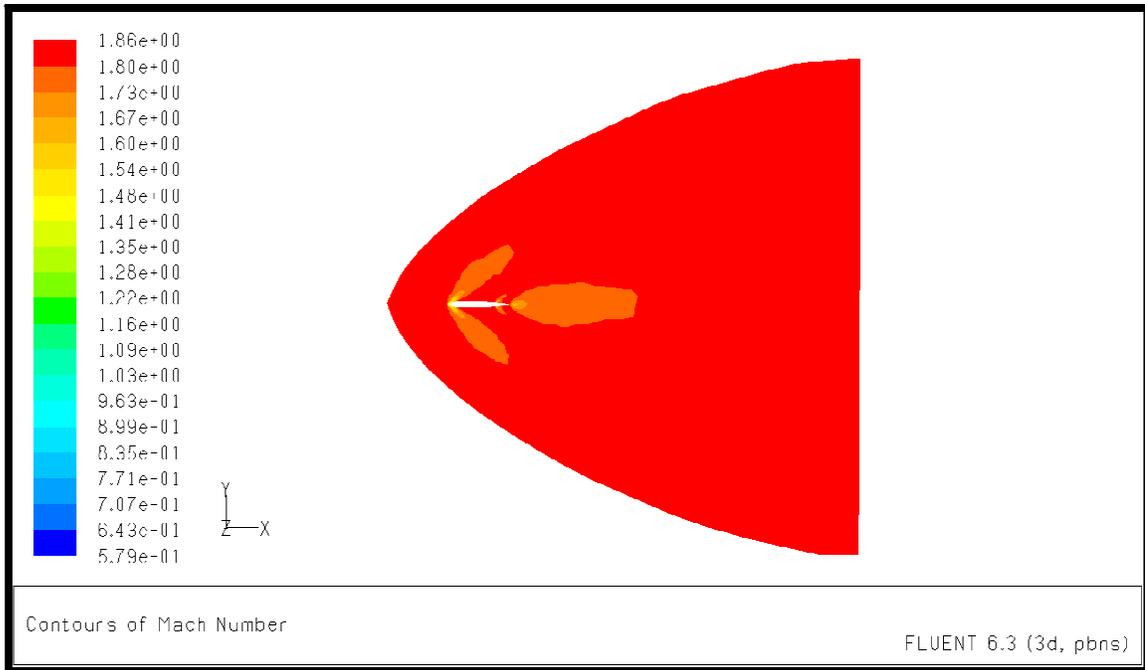


Figure (VI .62) : contour du nombre de Mach (missile + plan de symétrie)

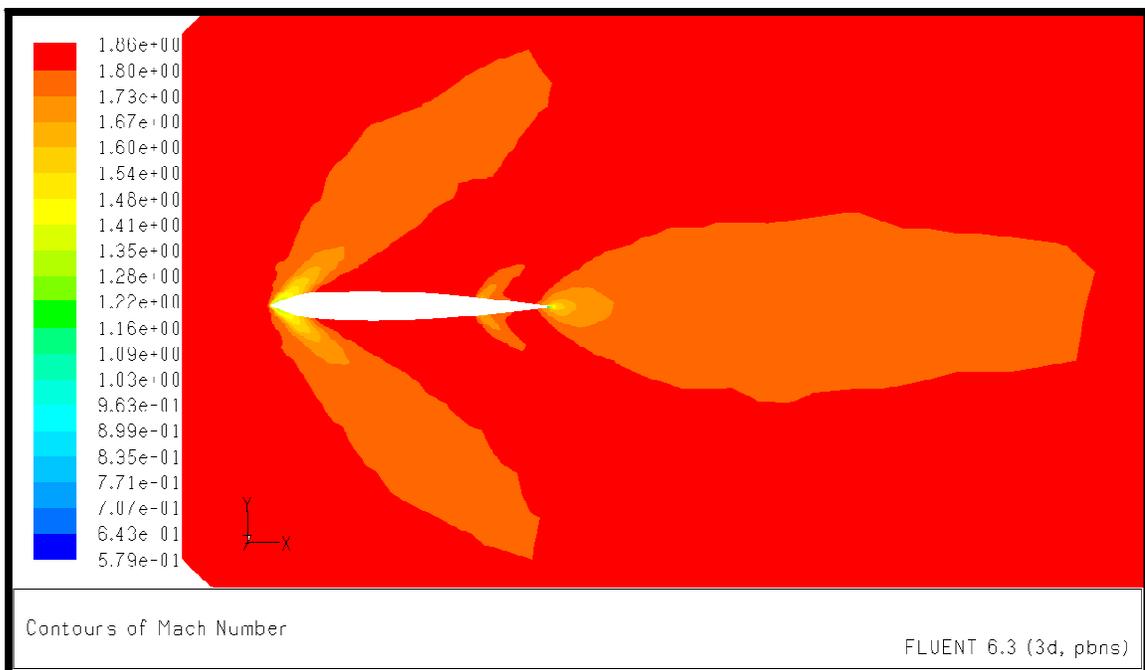


Figure (VI .63) : contour du nombre de Mach missile

❖ Pour $M_\infty = 2$:

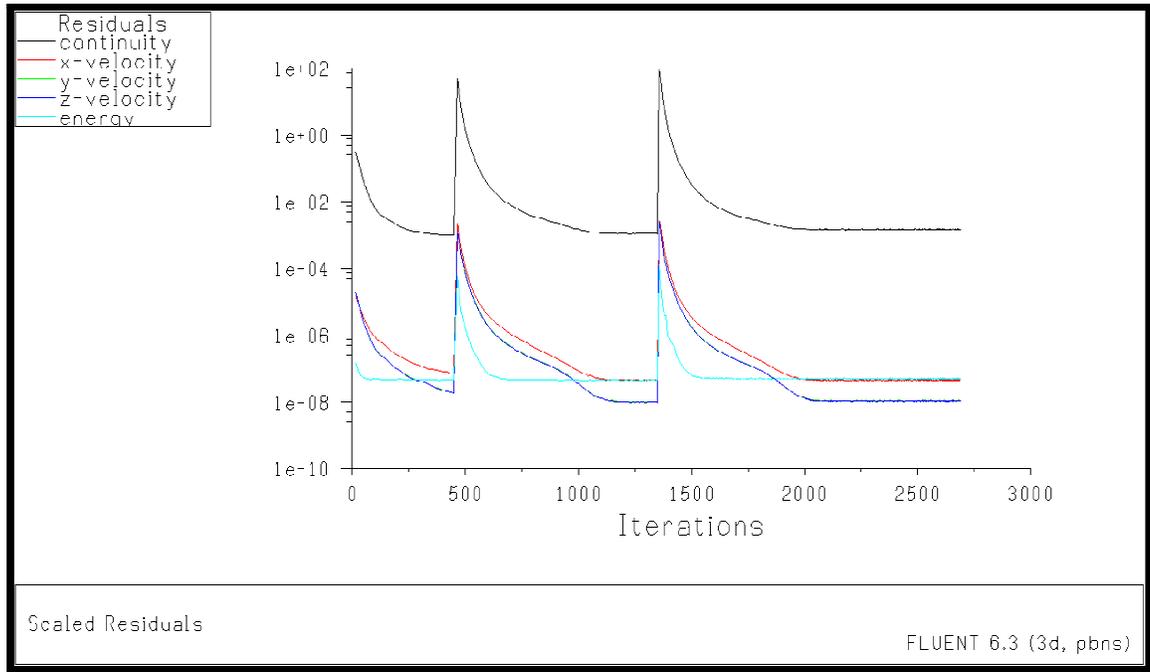


Figure (VI .64) : l'évolution des résidus

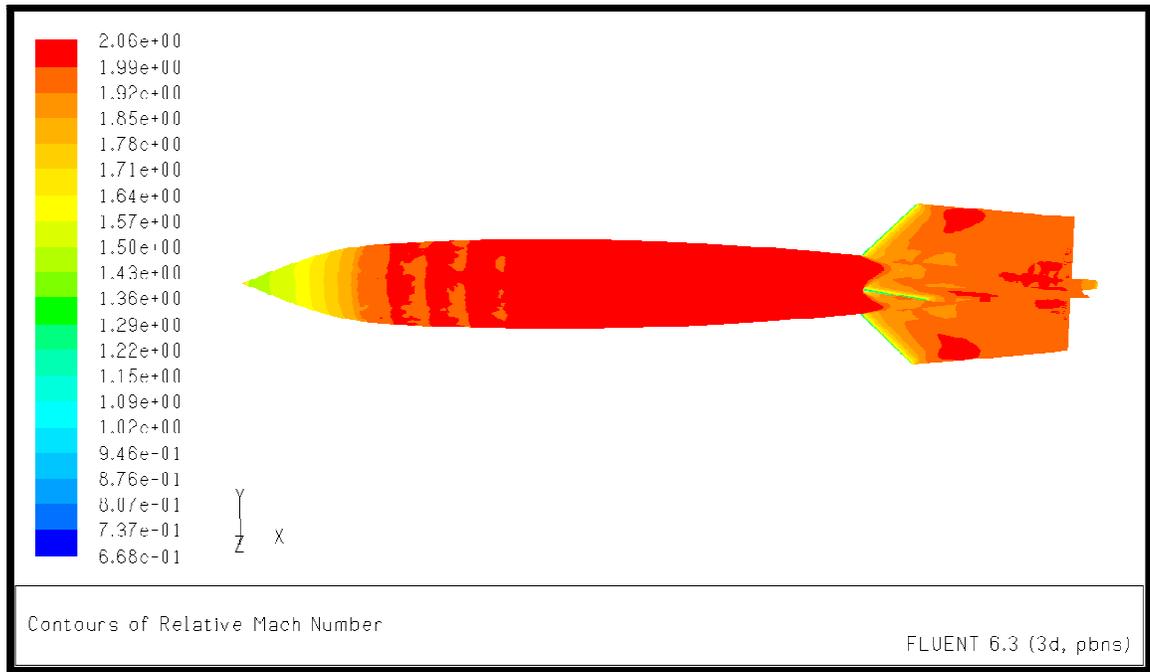


Figure (VI .65) : contour du nombre de Mach à travers le missile

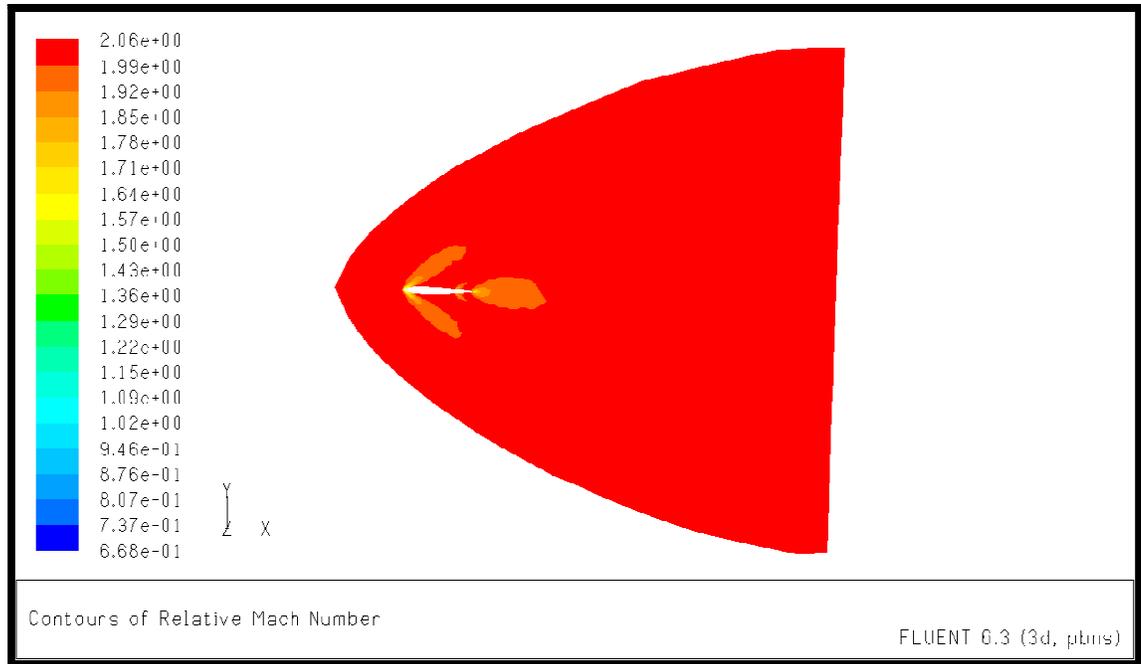


Figure (VI .66) : contour du nombre de Mach (missile + plan de symétrie)

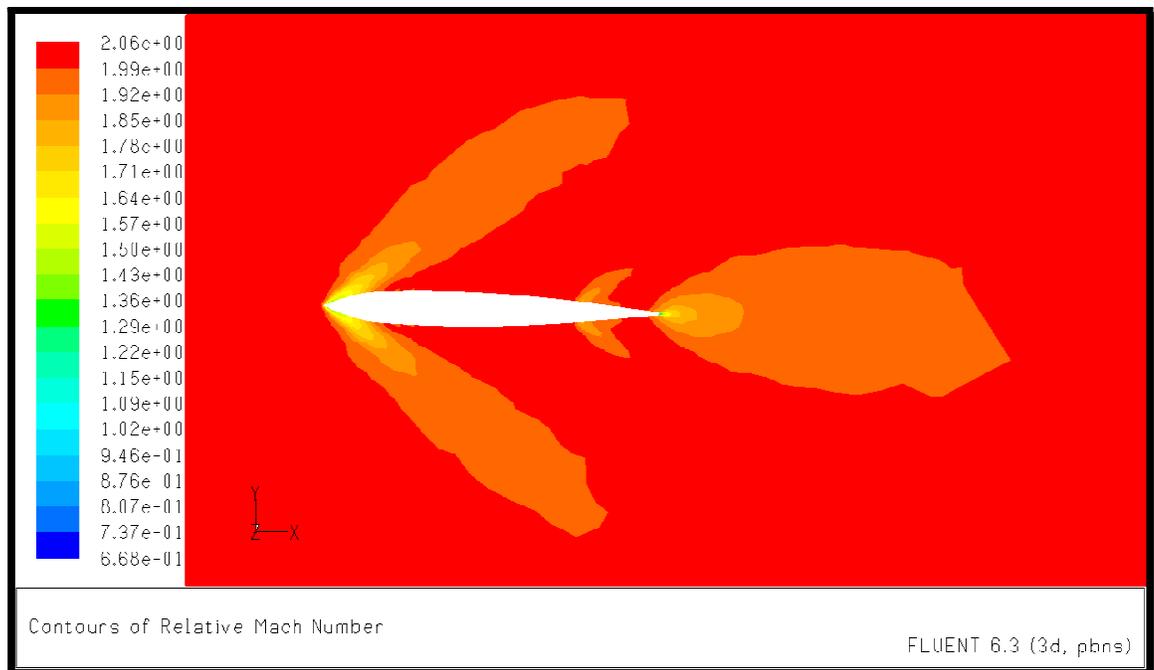


Figure (VI .67) : contour du nombre de Mach missile

Les figures (VI .45), (VI .52), (VI .56), (VI .60), (VI .64) montrent l'évolution des résidus pour le calcul du missile, ce tableau nous montre le nombre d'itérations pour chaque cas, sachant qu'on 'a utilisé 3 ordres de grandeurs.

Cas	Nombre d'itérations
missile pour $M_{\infty}= 1.2$	313
missile pour $M_{\infty}= 1.4$	349
missile pour $M_{\infty}= 1.6$	455
missile pour $M_{\infty}= 1.8$	1778
missile pour $M_{\infty}= 2$	2689

Tableau (VI.11) : nombre d'itération pour chaque M_{∞}

Dans ce calcul il a fallu raffiner au maximum le maillage car d'après les opérations effectuées lors de la génération du maillage on' a remarqué que pour obtenir la convergence du calcul il faut un très bon maillage, et il faut avoir une surface la plus lisse surtout au niveau des gouvernes arrière du missile. D'après les résultats affichés dans le tableau si dessus on remarque qu'à chaque fois que le nombre de Mach augmenté le nombre d'itérations augmenté aussi.

La figure (VI .46) nous montre qu'il ya eu un saut brutale de pression, au niveau du nez du missile et au niveau de ces gouvernes arrières, ce qui nous indique la présence d'un choc, tous en remarquons d'après les figures (VI .49), (VI .53), (VI .57), (VI .61), (VI .65) que le nombre de Mach est devenu subsonique après la zone ou il ya eu le choc.

D'après les figures (VI .51), (VI .55), (VI .59), (VI .63), (VI .67), on remarque le contour d'une onde de choc détachée à travers le nez du missile, ainsi qu'au niveau des gouvernes arrière, ce qui confirme les résultats observés précédemment.

VI.3.3.2. Evaluation des forces aérodynamiques :

Après avoir déterminé les différents phénomènes survenus lors d'un écoulement supersonique à travers un missile générique, ainsi que les différents changements sur les caractéristiques initiaux de l'écoulement, on a pu déterminer l'évolution des forces agissant sur le missile pour les trois axes du mouvement, les deux cas choisis sont $M_\infty=1.2$ et $M_\infty=2$. Les résultats obtenus sont représentés dans les tableaux suivants :

❖ Pour le cas Pour $M_\infty=1.2$:

Nom de la zone	Les valeurs de la force de pression selon x	Les valeurs des forces de viscosité
s-ailette-extra1	77793.727	0
s-ailette-intra1	77198.563	0
s-ailette-extra2	78197.594	0
s-ailette-intra2	77950.352	0
s-ailette-extra3	78346.234	0
s-ailette-intra3	77537.492	0
s-ailette-extra4	78093.352	0
s-ailette-intra4	77026.031	0
s-ailettes	1179160.5	0
s-corps	7454559	0
s-profil	79612.867	0
s-queue	54210.984	0
La valeur totale	9389686.7	0

Tableau (VI.12) : les valeurs de la trainée.

Nom de la zone	Les valeurs de la force de pression selon y	Les valeurs des forces de viscosité
s-ailette-extra1	3417852.5	0
s-ailette-intra1	-3391630.8	0
s-ailette-extra2	3432648.5	0
s-ailette-intra2	-3426846.8	0
s-ailette-extra3	207.37486	0
s-ailette-intra3	-12.246947	0
s-ailette-extra4	-223.05313	0
s-ailette-intra4	-1.514769	0
s-ailettes	-14306.759	0
s-corps	1023.494	0
s-profil	1103.1458	0
s-queue	0.27217668	0
La valeur totale	19814.213	0

Tableau (VI.13) : les valeurs de la portance

Nom de la zone	Les valeurs de la force de pression selon z	Les valeurs des forces de viscosité
s-ailette-extra1	67.53196	0
s-ailette-intra1	-44.48629	0
s-ailette-extra2	-122.19324	0
s-ailette-intra2	-26.37158	0
s-ailette-extra3	-3436048	0
s-ailette-intra3	3406982.8	0
s-ailette-extra4	-3424270	0
s-ailette-intra4	3384451.3	0
s-ailettes	18085.391	0
s-corps	-51510.059	0
s-profils	822.65564	0
s-queue	0.10276888	0
La valeur totale	-101611.43	0

Tableau (VI.14) : les valeurs de la force latérale.

❖ **Pour le cas Pour $M_\infty=2$:**

Nom de la zone	Les valeurs de la force de pression selon x	Les valeurs des forces de viscosité
s-ailette-extra1	100682	0
s-ailette-intra1	100018	0
s-ailette-extra2	101459	0
s-ailette-intra2	99756	0
s-ailette-extra3	100421	0
s-ailette-intra3	100302	0
s-ailette-extra4	99417	0
s-ailette-intra4	99981	0
s-ailettes	3279603	0
s-corps	20917274	0
s-profils	124992	0
s-queue	200087	0
La valeur totale	25323992	0

Tableau (VI.15) : les valeurs de la trainée.

Nom de la zone	Les valeurs de la force de pression selon y	Les valeurs des forces de viscosité
s-ailette-extra1	4424299	0
s-ailette-intra1	-4389757	0
s-ailette-extra2	4443698	0
s-ailette-intra2	-4383086	0
s-ailette-extra3	513	0
s-ailette-intra3	73	0
s-ailette-extra4	-557	0
s-ailette-intra4	-50	0
s-ailettes	112742	0
s-corps	153135	0
s-profil	1447	0
s-queue	1	0
La valeur totale	362459	0

Tableau (VI.16) : les valeurs de la portance

Nom de la zone	Les valeurs de la force de pression selon z	Les valeurs des forces de viscosité
s-ailette-extra1	-85	0
s-ailette-intra1	-182	0
s-ailette-extra2	-36	0
s-ailette-intra2	16	0
s-ailette-extra3	-4399699	0
s-ailette-intra3	4406892	0
s-ailette-extra4	-4354970	0
s-ailette-intra4	4392895	0
s-ailettes	130820	0
s-corps	-9321	0
s-profil	-6002	0
s-queue	0.9	0
La valeur totale	160327	0

Tableau (VI.17) : les valeurs de la force latérale

Dans les tableaux (VI.4), (VI.7), (VI.12), (VI.15) qui représentent les valeurs de la force de trainée appliquée à l'aile Delta et au missile. Cette trainée est générée par deux sources la première source est les ondes de chocs qu'on appelle trainée d'onde et la deuxième est générée par la distribution de pression qu'on appelle trainée de pression ou trainée de forme. L'onde de choc est un phénomène irréversible lors de ce phénomène l'entropie augmente, cette augmentation induit des pertes de pressions qui vont donner naissance à une trainée d'onde.

A cause de La différence de pression entre l'intrados et l'extrados des tourbillons marginaux se forme au niveau du bout de l'aile, ces tourbillons vont influencer l'angle d'attaque de l'écoulement, donc diminuer la portance et généré une trainée supplémentaire.

Pour les tableaux (VI.5), (VI.8), qui représentent les valeurs de la force de portance à travers l'aile Delta, on remarque que dans le cas ou $\zeta = 0^\circ$ la portance existe malgré qu'on'a un pfoil symétrique et un angle d'incidence nul ,cela s'explique par le rapport d'erreur qui est égale à 0.003.Pour le cas ou $\zeta = 12^\circ$ on remarque que la valeur de la portance est importante ,cela est du à l'existence de l'angle d'incidence.

Enfin pour les tableaux (VI.13),(VI.16) qui représentent les valeurs de la force de portance à travers le missile,on remarque que pour les cas $M_\infty=2$ on' a une portance très importante comparé a celle du cas $M_\infty=1.2$. Cette force de portance est générée par la pression.

VI.4. Conclusion :

Dans ce chapitre on a fait l'étude de deux géométries utilisés dans le domaine supersonique, la première est une aile Delta générique et la deuxième géométrie est un missile générique, on a pu observer les différents ondes de chocs qui se forment au niveau du bord d'attaque de l'aile Delta , et au niveau du nez du missile ainsi qu'au niveau de ses gouvernes arrières , ces ondes de chocs modifient les caractéristiques de l'écoulement amont , on a observé une augmentation de la pression , ainsi qu'une diminution du nombre de Mach , ce dernier peut être toujours supersonique si le choc est oblique , et peut être aussi subsonique si le choc est curviligne , comme on a observé dans les deux géométries , le choc curviligne peut être assimilé à un choc normal , donc il obéit aux relations du choc normal. On a pas pu comparer les résultats obtenus avec des résultats expérimentaux, car dans ce domaine la majorité des applications sont militaire et leurs disponibilité est très rare, mais nos calculs ont convergés vers des solutions logiques proche à la réalité.

Enfin on a pu constaté que dans le calcul supersonique il faut avoir un bon maillage qui induit des surfaces lisses, et toute amélioration des surfaces de la géométrie conduit à des bons résultats proches de la réalité.

Conclusion Générale

Dans ce travail on s'est proposé de faire une simulation des écoulements supersoniques en utilisant le logiciel Fluent. Pour cela on a utilisé les cas tests suivants: un profil losangique, une aile Delta, et un missile générique.

Malgré l'absence de résultats expérimentaux, on a fait une validation entre les résultats obtenus par le solveur Fluent et ceux obtenus à partir de la théorie des ondes de chocs et de détente 1D pour un profil losangique.

A partir de ce projet on a pu constater que :

- l'étendue de la partie amont du domaine du calcul n'influe pas sur les résultats obtenus.
- les résultats obtenus par Fluent sont proches de ceux de la théorie 1D.
- les différentes caractéristiques de l'écoulement : le nombre de Mach M , la température T , et la pression P , suivent la même progression.
- On a remarqué que pour un calcul supersonique, chaque défaut de surface génère des perturbations locales sous les deux formes : onde de détente, ou onde de compression, qui détériore la solution.
- On a également obtenu les forces qui s'appliquent sur les corps considérés dans cette étude. Particulièrement, la force de trainée dont la source pour un écoulement supersonique non visqueux est la pression (somme des deux contributions qui sont la trainée de forme et la trainée d'onde de choc).

En perspective, nous suggérons :

- Incorporé l'effet de viscosité au calcul effectué dans ce projet.
- Valider le calcul avec des résultats expérimentaux.
- Faire très attention dans la construction de la géométrie, la géométrie doit être parfaitement lisse.

ANNEXES

. Annexe 1 :

a. Tableau de la fonction de Prandtl-Meyer pour $\gamma=1.4$:

<i>M</i>	<i>v</i>	μ	<i>M</i>	<i>v</i>	μ
0.1000 + 01	0.0000	0.9000 + 02	0.1640 + 01	0.1604 + 02	0.3757 + 02
0.1020 + 01	0.1257 + 00	0.7864 + 02	0.1660 + 01	0.1663 + 02	0.3704 + 02
0.1040 + 01	0.3510 + 00	0.7406 + 02	0.1680 + 01	0.1722 + 02	0.3653 + 02
0.1060 + 01	0.6367 + 00	0.7063 + 02	0.1700 + 01	0.1781 + 02	0.3603 + 02
0.1080 + 01	0.9680 + 00	0.6781 + 02	0.1720 + 01	0.1840 + 02	0.3555 + 02
0.1100 + 01	0.1336 + 01	0.6538 + 02	0.1740 + 01	0.1898 + 02	0.3508 + 02
0.1120 + 01	0.1735 + 01	0.6323 + 02	0.1760 + 01	0.1956 + 02	0.3462 + 02
0.1140 + 01	0.2160 + 01	0.6131 + 02	0.1780 + 01	0.2015 + 02	0.3418 + 02
0.1160 + 01	0.2607 + 01	0.5955 + 02	0.1800 + 01	0.2073 + 02	0.3375 + 02
0.1180 + 01	0.3074 + 01	0.5794 + 02	0.1820 + 01	0.2130 + 02	0.3333 + 02
0.1200 + 01	0.3558 + 01	0.5644 + 02	0.1840 + 01	0.2188 + 02	0.3292 + 02
0.1220 + 01	0.4057 + 01	0.5505 + 02	0.1860 + 01	0.2245 + 02	0.3252 + 02
0.1240 + 01	0.4569 + 01	0.5375 + 02	0.1880 + 01	0.2302 + 02	0.3213 + 02
0.1260 + 01	0.5093 + 01	0.5253 + 02	0.1900 + 01	0.2359 + 02	0.3176 + 02
0.1280 + 01	0.5627 + 01	0.5138 + 02	0.1920 + 01	0.2415 + 02	0.3139 + 02
0.1300 + 01	0.6170 + 01	0.5028 + 02	0.1940 + 01	0.2471 + 02	0.3103 + 02
0.1320 + 01	0.6721 + 01	0.4925 + 02	0.1960 + 01	0.2527 + 02	0.3068 + 02
0.1340 + 01	0.7279 + 01	0.4827 + 02	0.1980 + 01	0.2583 + 02	0.3033 + 02
0.1360 + 01	0.7844 + 01	0.4733 + 02	0.2000 + 01	0.2638 + 02	0.3000 + 02
0.1380 + 01	0.8413 + 01	0.4644 + 02	0.2050 + 01	0.2775 + 02	0.2920 + 02
0.1400 + 01	0.8987 + 01	0.4558 + 02	0.2100 + 01	0.2910 + 02	0.2844 + 02
0.1420 + 01	0.9565 + 01	0.4477 + 02	0.2150 + 01	0.3043 + 02	0.2772 + 02
0.1440 + 01	0.1015 + 02	0.4398 + 02	0.2200 + 01	0.3173 + 02	0.2704 + 02
0.1460 + 01	0.1073 + 02	0.4323 + 02	0.2250 + 01	0.3302 + 02	0.2639 + 02
0.1480 + 01	0.1132 + 02	0.4251 + 02	0.2300 + 01	0.3428 + 02	0.2577 + 02
0.1500 + 01	0.1191 + 02	0.4181 + 02	0.2350 + 01	0.3553 + 02	0.2518 + 02
0.1520 + 01	0.1249 + 02	0.4114 + 02	0.2400 + 01	0.3675 + 02	0.2462 + 02
0.1540 + 01	0.1309 + 02	0.4049 + 02	0.2450 + 01	0.3795 + 02	0.2409 + 02
0.1560 + 01	0.1368 + 02	0.3987 + 02	0.2500 + 01	0.3912 + 02	0.2358 + 02
0.1580 + 01	0.1427 + 02	0.3927 + 02	0.2550 + 01	0.4028 + 02	0.2309 + 02
0.1600 + 01	0.1486 + 02	0.3868 + 02	0.2600 + 01	0.4141 + 02	0.2262 + 02
0.1620 + 01	0.1545 + 02	0.3812 + 02	0.2650 + 01	0.4253 + 02	0.2217 + 02

b. Le tableau du choc normal pour $\gamma=1.4$:

M_1	M_2	p_2/p_1	ρ_2/ρ_1	T_2/T_1	p_{02}/p_{01}
1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.0700	0.9360	1.1691	1.1179	1.0458	0.9996
1.0800	0.9277	1.1941	1.1349	1.0522	0.9994
1.0900	0.9196	1.2195	1.1520	1.0586	0.9992
1.1000	0.9118	1.2450	1.1691	1.0649	0.9989
1.1100	0.9041	1.2708	1.1862	1.0713	0.9986
1.1200	0.8966	1.2968	1.2034	1.0776	0.9982
1.1300	0.8892	1.3231	1.2206	1.0840	0.9978
1.1400	0.8820	1.3495	1.2378	1.0903	0.9973
1.1500	0.8750	1.3763	1.2550	1.0966	0.9967
1.1600	0.8682	1.4032	1.2723	1.1029	0.9961
1.1700	0.8615	1.4304	1.2896	1.1092	0.9953
1.1800	0.8549	1.4578	1.3069	1.1154	0.9946
1.1900	0.8485	1.4855	1.3243	1.1217	0.9937
1.2000	0.8422	1.5133	1.3416	1.1280	0.9928
1.2100	0.8360	1.5415	1.3590	1.1343	0.9918
1.2200	0.8300	1.5698	1.3764	1.1405	0.9907
1.2300	0.8241	1.5984	1.3938	1.1468	0.9896
1.2400	0.8183	1.6272	1.4112	1.1531	0.9884
1.2500	0.8126	1.6563	1.4286	1.1594	0.9871
1.2600	0.8071	1.6855	1.4460	1.1657	0.9857
1.2700	0.8016	1.7151	1.4634	1.1720	0.9842
1.2800	0.7963	1.7448	1.4808	1.1783	0.9827
1.2900	0.7911	1.7748	1.4983	1.1846	0.9811
1.3000	0.7860	1.8050	1.5157	1.1909	0.9794
1.3100	0.7809	1.8355	1.5331	1.1972	0.9776
1.3200	0.7760	1.8661	1.5505	1.2035	0.9758
1.3300	0.7712	1.8971	1.5680	1.2099	0.9738
1.3400	0.7664	1.9282	1.5854	1.2162	0.9718
1.3500	0.7618	1.9596	1.6028	1.2226	0.9697
1.3600	0.7572	1.9912	1.6202	1.2290	0.9676
1.3700	0.7527	2.0231	1.6376	1.2354	0.9653
1.3800	0.7483	2.0551	1.6549	1.2418	0.9630
1.3900	0.7440	2.0875	1.6723	1.2482	0.9607
1.4000	0.7397	2.1200	1.6897	1.2547	0.9582
1.4800	0.7083	2.3888	1.8278	1.3069	0.9360
1.4900	0.7047	2.4235	1.8449	1.3136	0.9329
1.5000	0.7011	2.4583	1.8621	1.3202	0.9298
1.5100	0.6976	2.4935	1.8792	1.3269	0.9266
1.6500	0.6540	3.0096	2.1152	1.4228	0.8760
1.6600	0.6512	3.0482	2.1318	1.4299	0.8720
1.6700	0.6485	3.0871	2.1484	1.4369	0.8680
1.6800	0.6458	3.1261	2.1649	1.4440	0.8639
1.6900	0.6431	3.1655	2.1813	1.4512	0.8599
1.7000	0.6405	3.2050	2.1977	1.4583	0.8557

1.7100	0.6380	3.2448	2.2141	1.4655	0.8516
1.7200	0.6355	3.2848	2.2304	1.4727	0.8474
1.8000	0.6165	3.6133	2.3592	1.5316	0.8127
1.8100	0.6143	3.6555	2.3751	1.5391	0.8082
1.8200	0.6121	3.6978	2.3909	1.5466	0.8038
1.8300	0.6099	3.7404	2.4067	1.5541	0.7993
1.8400	0.6078	3.7832	2.4224	1.5617	0.7948
1.8500	0.6057	3.8263	2.4381	1.5693	0.7902
1.8600	0.6036	3.8695	2.4537	1.5770	0.7857
1.8700	0.6016	3.9131	2.4693	1.5847	0.7811
1.8800	0.5996	3.9568	2.4848	1.5924	0.7765
1.8900	0.5976	4.0008	2.5003	1.6001	0.7720
1.9000	0.5956	4.0450	2.5157	1.6079	0.7674
1.9100	0.5937	4.0895	2.5310	1.6157	0.7627
1.9200	0.5918	4.1341	2.5463	1.6236	0.7581
1.9300	0.5899	4.1791	2.5616	1.6314	0.7535
1.9400	0.5880	4.2242	2.5767	1.6394	0.7488
1.9500	0.5862	4.2696	2.5919	1.6473	0.7442
1.9600	0.5844	4.3152	2.6069	1.6553	0.7395
1.9700	0.5826	4.3611	2.6220	1.6633	0.7349
1.9800	0.5808	4.4071	2.6369	1.6713	0.7302
1.9900	0.5791	4.4535	2.6518	1.6794	0.7255
2.0000	0.5774	4.5000	2.6667	1.6875	0.7209

c. tableau du choc oblique pour $\gamma=1.4$:

M_1	ν	β'	M_2	P_2/P_1	T_2/T_1
2.00	2.00	31.65	1.9281	1.1180	1.0324
	4.00	33.39	1.8568	1.2467	1.0654
	6.00	35.24	1.7856	1.3871	1.0991
	8.00	37.21	1.7137	1.5400	1.1339
	10.00	39.31	1.6405	1.7066	1.1702
	12.00	41.58	1.5651	1.8884	1.2081
	14.00	44.03	1.4866	2.0876	1.2483
	16.00	46.73	1.4034	2.3075	1.2913
	18.00	49.79	1.3131	2.5546	1.3384
	20.00	53.42	1.2102	2.8429	1.3922
	22.00	58.46	1.0760	3.2228	1.4616
	22.97	64.65	0.9246	3.6448	1.5372

. Annexe 2 :

. Caractéristiques du maillage pour les différentes géométries du profil losangique :

- 1^{ère} Géométrie :

Elément types		Total éléments	Total nodes
NODE	4	52858	26427
BAR_2	3953		
TRI_3	48901		

- 2^{ème} Géométrie :

Elément types		Total éléments	Total nodes
NODE	4	12000	5998
BAR_2	1264		
TRI_3	10732		

- 3^{ème} Géométrie :

Elément types		Total éléments	Total nodes
NODE	4	20165	10080
BAR_2	1833		
TRI_3	18328		

- 4^{ème} Géométrie :

Elément types		Total éléments	Total nodes
NODE	4	18520	9258
BAR_2	1193		
TRI_3	17323		

- 5^{ème} Géométrie :

Elément types		Total éléments	Total nodes
NODE	4	8596	4296
BAR_2	694		
TRI_3	7898		

- 6^{ème} Géométrie :

Elément types		Total éléments	Total nodes
NODE	4	2488	1242
BAR_2	294		
TRI_3	2190		

- 7^{ème} Géométrie :

Elément types		Total éléments	Total nodes
NODE	4	4302	2149
BAR_2	388		
TRI_3	3910		

- 8^{ème} Géométrie :

Elément types		Total éléments	Total nodes
NODE	4	8650	4322
BAR_2	261		
TRI_3	8383		

. Annexe 3 :

. Procédures du calcul dans Fluent pour le cas du profil losangique :

Lancement de FLUENT



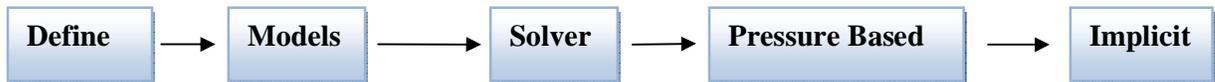
Sélection de la nature du calcul



Lecture du maillage



Définition du solveur



Définition du modèle de viscosité



Définition de la matière

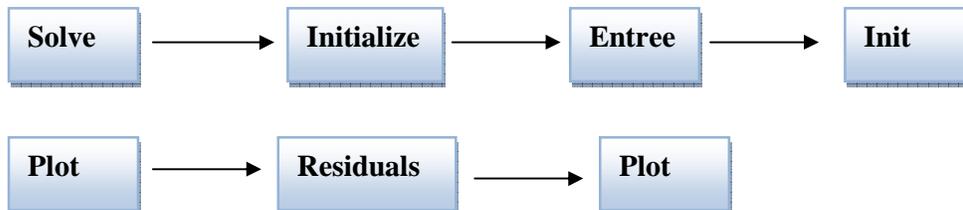


Définition des conditions aux limites



Nom	Type
Cote 1	Wall
Cote 2	Wall
Cote 3	Wall
Cote 4	Wall
entree	Pressure-far-field Mach=2
sortie	Pressure-far-fiel Mach=2
Wedge-surf	fluid
In_wedge-surf	interior

Initialisation du calcul



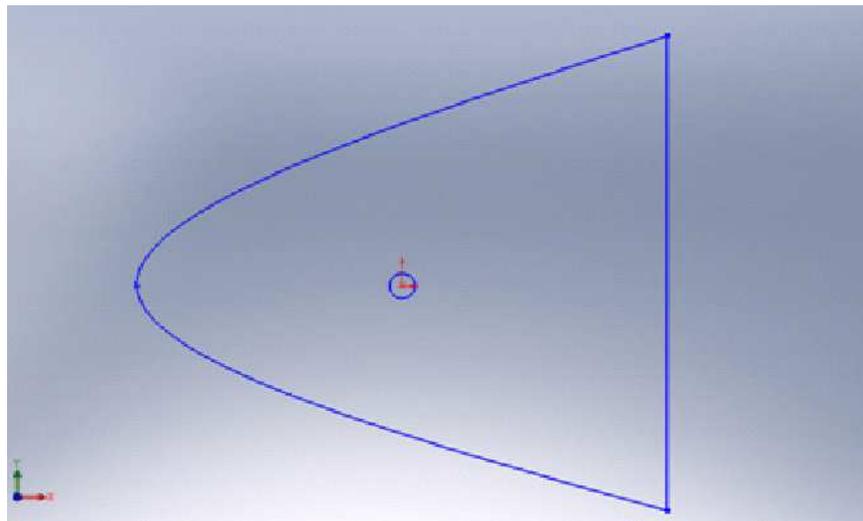
Démarrage du calcul



. **Annexe 4:**

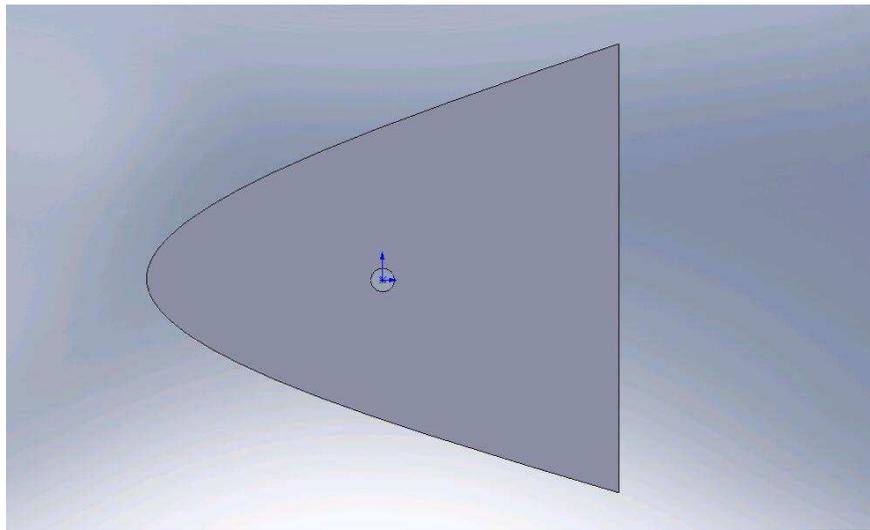
. **Étapes de calculs du profil en forme de cercle :**

Construction de la géométrie du profil en forme de cercle dans SOLIDWORKS, on trace un cercle dans un domaine composé d'une ligne attaché à une spline en deux points, on obtient la figure suivante :



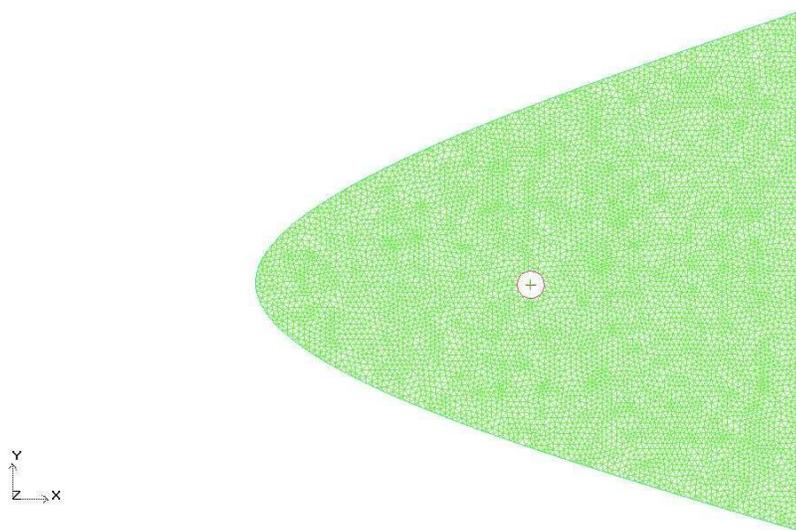
La forme du profil+domaine

On insère une surface plane qui va donner naissance au contour du profil, on obtient alors :



Géométrie finale

Ensuite on génère un maillage dans ICEM-CFD on obtient donc :



Maillage de la géométrie

Elément types		Total éléments	Total nodes
BAR_2	422	14984	7492
TRI_3	14562		

Enfin vient l'étape du calcul dans Fluent, après avoir effectué les mêmes étapes illustré dans l'annexe 3 on obtient la convergence du calcul à 217 itérations à 3ordres de grandeurs.

. Annexe 5 :

. Caractéristiques du maillage pour la géométrie de l'aile Delta :

a- 1^{ère} Géométrie :

Elément types		Total éléments	Total nodes
NODE	6	705942	124040
BAR_2	4280		
TRI_4	646560		
TRI_3	55096		

b- 2^{ème} Géométrie :

Elément types		Total éléments	Total nodes
NODE	6	729472	128565
BAR_2	3394		
TRI_4	669058		
TRI_3	57014		

. Annexe 6:

a. Pour $\zeta=0^\circ$:

. $z = 5$:

X/c	EXTRA	INTRA
0.167	0.276	0.272
0.193	0.150	0.131
0.218	0.084	0.071
0.243	0.049	0.043
0.268	0.032	0.026
0.293	0.015	0.014
0.319	0.002	0.001
0.344	-0.011	-0.011
0.369	-0.018	-0.018
0.394	-0.023	-0.024
0.42	-0.030	-0.029
0.445	-0.033	-0.032
0.47	-0.036	-0.035
0.495	-0.038	-0.038
0.521	-0.041	-0.042
0.546	-0.043	-0.044
0.571	-0.043	-0.045
0.596	-0.045	-0.046
0.621	-0.048	-0.047
0.647	-0.050	-0.049
0.672	-0.051	-0.050
0.697	-0.052	-0.051
0.722	-0.053	-0.053
0.748	-0.055	-0.054
0.773	-0.056	-0.055
0.798	-0.058	-0.057
0.823	-0.059	-0.059
0.849	-0.060	-0.060
0.874	-0.061	-0.060
0.899	-0.062	-0.061
0.924	-0.064	-0.062
0.95	-0.066	-0.065
0.975	-0.068	-0.067
1	-0.072	-0.068

. z = 15 :

X/c	EXTRA	INTRA
0.506	0.211	0.220
0.519	0.129	0.147
0.532	0.090	0.119
0.546	0.072	0.072
0.559	0.040	0.031
0.572	0.020	0.013
0.586	0.000	-0.003
0.599	-0.013	-0.016
0.612	-0.024	-0.025
0.626	-0.031	-0.033
0.639	-0.038	-0.039
0.653	-0.045	-0.045
0.666	-0.050	-0.050
0.679	-0.055	-0.055
0.693	-0.059	-0.058
0.706	-0.062	-0.062
0.719	-0.065	-0.064
0.733	-0.067	-0.067
0.746	-0.069	-0.069
0.759	-0.071	-0.071
0.773	-0.073	-0.073
0.786	-0.074	-0.074
0.800	-0.076	-0.076
0.813	-0.078	-0.077
0.826	-0.079	-0.079
0.840	-0.080	-0.080
0.853	-0.080	-0.080
0.866	-0.081	-0.081
0.880	-0.082	-0.081
0.893	-0.082	-0.082
0.906	-0.083	-0.082
0.920	-0.083	-0.082
0.933	-0.084	-0.083
0.947	-0.085	-0.083
0.960	-0.085	-0.085
0.973	-0.086	-0.086
0.987	-0.088	-0.087
1.000	-0.090	-0.089

. z = 25 :

X/c	EXTRA	INTRA
0.817	0.232	0.225
0.822	0.143	0.134
0.827	0.090	0.084
0.832	0.062	0.062
0.837	0.046	0.058
0.842	0.033	0.041
0.848	0.022	0.026
0.853	0.012	0.017
0.858	0.003	0.015
0.863	-0.002	0.013
0.868	-0.007	0.001
0.873	-0.011	-0.012
0.878	-0.017	-0.015
0.883	-0.022	-0.021
0.888	-0.027	-0.028
0.893	-0.032	-0.034
0.898	-0.037	-0.040
0.903	-0.042	-0.046
0.909	-0.046	-0.050
0.914	-0.050	-0.054
0.919	-0.053	-0.058
0.924	-0.056	-0.062
0.929	-0.059	-0.065
0.934	-0.062	-0.067
0.939	-0.065	-0.068
0.944	-0.068	-0.073
0.949	-0.071	-0.075
0.954	-0.074	-0.078
0.959	-0.077	-0.080
0.964	-0.079	-0.082
0.970	-0.082	-0.084
0.975	-0.083	-0.085
0.980	-0.084	-0.086
0.985	-0.086	-0.087
0.990	-0.087	-0.088
0.995	-0.090	-0.090
1.000	-0.091	-0.092

. Pour $\zeta=12^\circ$:

b. $z = 5$:

X/c	EXTRA	INTRA
0.176	-0.021	0.553
0.198	-0.107	0.412
0.220	-0.150	0.362
0.243	-0.167	0.321
0.265	-0.182	0.284
0.287	-0.192	0.261
0.310	-0.196	0.244
0.332	-0.196	0.229
0.354	-0.194	0.217
0.376	-0.191	0.207
0.399	-0.188	0.197
0.421	-0.186	0.192
0.443	-0.184	0.186
0.465	-0.182	0.180
0.488	-0.181	0.176
0.510	-0.180	0.173
0.532	-0.179	0.169
0.555	-0.178	0.165
0.577	-0.177	0.162
0.599	-0.176	0.158
0.621	-0.176	0.155
0.644	-0.176	0.152
0.666	-0.176	0.149
0.688	-0.177	0.146
0.710	-0.176	0.144
0.733	-0.176	0.142
0.755	-0.177	0.140
0.777	-0.177	0.138
0.800	-0.178	0.136
0.822	-0.178	0.133
0.844	-0.179	0.131
0.866	-0.180	0.129
0.889	-0.180	0.127
0.911	-0.181	0.125
0.933	-0.182	0.122
0.955	-0.182	0.119
0.978	-0.183	0.117
1.000	-0.185	0.116

. z = 15 :

X/c	EXTRA	INTRA
0.507	-0.125	0.517
0.521	-0.168	0.455
0.535	-0.176	0.398
0.548	-0.186	0.371
0.562	-0.203	0.341
0.576	-0.213	0.315
0.589	-0.220	0.292
0.603	-0.226	0.276
0.617	-0.229	0.261
0.631	-0.230	0.249
0.644	-0.233	0.237
0.658	-0.235	0.228
0.672	-0.236	0.219
0.685	-0.238	0.212
0.699	-0.239	0.204
0.713	-0.240	0.197
0.726	-0.241	0.190
0.740	-0.242	0.184
0.754	-0.243	0.180
0.767	-0.245	0.176
0.781	-0.246	0.171
0.795	-0.247	0.167
0.808	-0.249	0.164
0.822	-0.250	0.161
0.836	-0.250	0.158
0.849	-0.251	0.156
0.863	-0.251	0.152
0.877	-0.251	0.149
0.891	-0.251	0.146
0.904	-0.252	0.143
0.918	-0.251	0.139
0.932	-0.251	0.135
0.945	-0.251	0.131
0.959	-0.251	0.127
0.973	-0.251	0.124
0.986	-0.251	0.030
1.000	-0.251	0.020

. z = 25 :

X/c	EXTRA	INTRA
0.822	-0.161	0.595
0.828	-0.189	0.520
0.833	-0.220	0.475
0.838	-0.233	0.433
0.844	-0.234	0.401
0.849	-0.237	0.375
0.854	-0.237	0.358
0.860	-0.240	0.343
0.865	-0.242	0.326
0.871	-0.242	0.308
0.876	-0.242	0.293
0.881	-0.242	0.280
0.887	-0.244	0.266
0.892	-0.245	0.257
0.898	-0.247	0.248
0.903	-0.248	0.242
0.908	-0.249	0.236
0.914	-0.250	0.230
0.919	-0.251	0.224
0.925	-0.252	0.219
0.930	-0.253	0.214
0.935	-0.254	0.209
0.941	-0.255	0.204
0.946	-0.256	0.200
0.951	-0.257	0.195
0.957	-0.258	0.191
0.962	-0.260	0.185
0.968	-0.261	0.180
0.973	-0.262	0.175
0.978	-0.263	0.171
0.984	-0.262	0.167
0.989	-0.263	0.164
0.995	-0.263	0.159
1.000	-0.264	0.153

. Annexe 7 :

. Caractéristiques du maillage pour la géométrie du missile :

Elément types		Total éléments	Total nodes
NODE	35	869210	153149
BAR_2	3058		
TRI_4	794213		
TRI_3	71904		