

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET  
POPULAIRE**  
**MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA**

**Faculté des sciences de l'ingénieur**  
**Département d'Aéronautique**

**Mémoire pour l'obtention du diplôme d'ingénieur  
d'état en Aéronautique**

**Spécialité : Structure**

**Détermination des contraintes dans les matériaux par les  
courants de Foucault (CF)**

**Présenté par :**

**BOUKHARROUBA Khaled**

**MEDJRAB Chérifa**

**Encadré par :**

**Mr :ZERGOUG Mourad**

**Melle : MAKHLOUF Sara**

# remerciements

*Tout d'abord nous remercions le bon Dieu tout puissant de la bonne santé, de la volonté et de la patience qu'il nous a accordée tout au long de nos études. Nous tenons en premier lieu à remercier cordialement, notre cher encadreur M<sup>r</sup> ZERGOUG Mourad pour sa précieuse collaboration et sa pertinent conseil, qu'il n'ait cessé de nous donner tout au long de l'élaboration de ce modeste travail également nous tenons à remercier M<sup>r</sup> NATHAN Ida qui nous aide avec énormément de ces travaux et enrichie notre connaissance. Nous tenons à remercier notre Co-promotrice M<sup>me</sup> MAKHLOUF Sarahi à ces aident pour effectuer notre thèse.*

*Ce travail a été réalisé principalement au niveau du centre de recherche scientifique et technique de soudage et contrôle (CSC de Cheraga).*

*Au terme de ce travail, nous remercions :*

➤ *Monsieur T.ZABICHE, président de jury de thèse d'avoir accepté de présider la soutenance.*

➤ *Madame et Monsieur les membres de jury M<sup>r</sup> et M<sup>me</sup> SARJ*

*-les membres de laboratoire de procédés électriques et magnétiques de CSC notamment Mr Omar.*

*-Mr BANNOUN qui nous aide par des idées.*

*Que tout le monde ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet, trouvent par ces quelques mots, le témoignage de mes sincères remerciements.*

# Dédicaces

*A mes parents.*

*A tous mes frères.*

*A toutes mes sœurs.*

*A toute la famille*

*A tous mes professeurs.*

*A ma binôme et sa famille.*

*A tous ceux qui m'ont aidé.*

*A tous mes amis.*

*Je remercie et je dédie ce projet à tous ceux qui transmettent  
le savoir à l'humanité.*

*Khaled*

# Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail à mes chères parents et mes chère frères et sœurs ; Donia et son mari FARHI Fouad et ses enfants Ayoub Abd El Djalil et Mohammed Salah Dine, Hichem et sa fille Malek, Sofian et sa fille, Sobhi, surtout Khodir et ma petite sœur Dida(Lynda).*

*A ma Grand-mère et mon grand- père.*

*Spécialement à M .M.C.A MOHAMMED BELARBI Adel.*

*A tout la famille MEDJRAB et FARHI,*

*A toute la famille MOHAMMED BELARBI*

*Je dédie également à mon binôme Mr BOUKHARROUBA Khaled et toute sa famille respectueuse BOUKHARROUBA.*

*Je dédie également à mes ami(e)s : Lyla, Ghania, Hassina, Khadidja chérie Killy , Faiza, Nadia, Hichem et Khadidja, Hamoud, Hassen, Khadijda, Rosa, Hadjira et sa fille , Bahia, Kaltoum, Fatima, Amal, Mouni, Aida, Hafsa, Narimène, Zineb, Khawwadj , Farida, Imane, Rahma, Nassima .*

*A tous les étudiants de l'aéronautique.*

*Chérifa (Chirine)*



# Résumé

## *Résumé :*

L'objectif de ce travail est de caractériser les structures d'aéronef généralement en alliage d'aluminium sont soumises à des conditions et des sollicitations spécifiques, pour arriver à une compréhension des modifications structurales et de trouver le moyen d'évaluer ses transformations par le contrôle non destructif.

Les propriétés électromagnétiques des matériaux dépendent de leurs microstructures et des contraintes appliquées, notre travail s'inscrit dans ce cadre.

Les différentes techniques de contrôle non destructif deviennent plus en plus la solution adéquate et économique dans l'industrie, on rencontre parmi les la méthode du contrôle par les courants de Foucault, nous avons pu automatiser la chaîne de contrôle par les courants de Foucault et élaborer un logiciel permettant la détection de toute anomalie située à quelque dixièmes de millimètres de la surface de matériaux conducteurs. Ce logiciel permet en plus la reconstitution des structures contrôlées en deux dimensions.

L'application des courants de Foucault dans le contrôle non destructif et en particulier dans le domaine d'aéronautique offre une solution aux exigences de ce domaine.

## *Abstract :*

The objective of this work is to generally characterize the structures of aluminum alloy aircraft are subjected to specific conditions and requests, as an arrival a comprehension of the structural modifications has and to find the means of evaluating its transformations by the non destructive testing.

The electromagnetic properties of materials depend on their microstructures and applied constraints, our work entered in this framework. The different techniques of non destructive testing become more in more the solution adequate and economic in industry, one meets among the method of control by the eddy currents, we could automate the control lines by the eddy currents and work out a software allowing the detection of any anomaly located at some tenth of millimeters of the conducting material surface. This software allows in more the reconstitution of the structures controlled in two dimensions.

The application of the eddy currents in the non destructive testing and in particular in the field of aeronautics offers a solution to the requirements of this field.



# Sommaire

Chap. I Etude bibliographique des modèles.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
I-1-1. Définition : .....	20
I-1-2. Objectifs : .....	20
I-1-3. Champs d'application actuelle:.....	20
I-1-4. Stades dans la vie d'une pièce : .....	20
I-1-5. Procédure de CND : .....	21
I-1-5-1.Origines des défauts : .....	21
I-1-5-2. Caractéristiques des défauts : .....	21
I-1-7. Domaines d'application : .....	22
<i>Centrales nucléaires</i> : .....	22
<i>Avion</i> : .....	23
<i>Turboréacteur</i> : .....	23
I-2-Description des CF: .....	24
I-2-1. La profondeur de pénétration standard (Epaisseur de peau) : .....	25
I-2-2. Paramètres significatifs : .....	29
I-2-3. Principe de détection : .....	30
Choix de fréquence : .....	31
Détection de défaut : .....	31
I-2-4. Le théorème de Poynting : [11] .....	32
Chap. II Etude bibliographique des modèles existants.....	36
II. Etude bibliographique des modèles existants : .....	36
II-1-Formulation du problème : .....	36
II-1-1.Equation de propagation dans un milieu conducteur : .....	36
II-2. Les modèles en absence de défauts : .....	37
II. 2-1 Modèles axisymétriques : .....	38
II. 2-2. Les modèles en présence de défaut : .....	40
II. 2-3. Le défaut vu comme une source : .....	40
II-3. Le modèle N .Ida : .....	42
Chap. III Le modèle 'IDA' et l'approche physique.....	44
III.2. La Formulation Tridimensionnelle Des Élément Finis : .....	44
III.2.1-L'énergie fonctionnelle pour les problèmes de magnétostatique Tridimensionnels : .....	45
III. 2.2- Énergie Fonctionnelle pour les problèmes de courant de Foucault 3-D : .....	48
III.3. Discrétisation du domaine : .....	49
III.3.1-Le maillage (Élément Tétraédrique) : .....	49
III.3.2-Les conditions aux limites : .....	51
III.4. Les quantités mesurables : .....	52
III.4. 1-La densité de flux : .....	52
III.4.2-Densité de courant de Foucault dans des conducteurs : .....	52



III.4.3-Les énergies :	52
III.4.4-Impédance des enroulements :	53
III.5. Les techniques de solution pour les équations en éléments finis :	54
III.5.1. Solution des systèmes linéaires des équations (Méthodes Directes) :	54
III.5.2-Solution des systèmes linéaires des équations (Méthodes Itératives) :	55
Conclusion :	57
Chap. IV expérimentale et interprétation des résultats	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
IV.1. Introduction :	59
IV.2. Le maillage :	59
IV.3. Hypothèses simplificatrices :	60
IV.4. Formulation [19, 20,21 ,22] :	60
IV.5 .Approche physique et experimental :	61
IV.5.1 Approche numérique de calcul de la répartition de courant de Foucault [J]:	62
IV.5. 2.Approche numérique de calcul de $Z ( Z = R + j\omega L )$ en simulant sans et avec défaut de dimension choisie :	63
IV. 5.3 Approche numérique de calcul de $Z ( Z = R + j\omega L )$ en simulant la présence d'une contrainte axiale choisie avec simulation de présence et non présence de défaut :	65
IV.6. Modèle considéré en 2D :	68
IV.6.1. Applications proposées :	69
VI.7 .Les résultats et les interprétations :	69
VI. 7.1. Approche numérique de calcul de la répartition de courant de Foucault [J]:	69
IV.7.1.1Maillage du domaine d'étude	69
IV.7.2 Approche numérique de calcul de $Z ( Z = R + j\omega L )$ en simulant sans et avec défaut de dimension choisie:	72
IV.8. Partie expérimentale :	77
IV.9. Approche numérique de calcul de $Z ( Z = R + j\omega L )$ en simulant la présence d'une contrainte axiale choisie avec simulation de présence et non présence de défaut:	79
Conclusion :	87

# Liste des figures

Figure -1-1	-	CND dans les centres nucléaires	Application de
Figure -1-2	-	CND en Aéronautique	Application de
Figure -1-3	-	courant de Foucault dans le contrôle du fuselage des avions	Application du
Figure -1-4	-	fatigue qui origine de l'impact d'un éclair	Fissure de
Figure -1-5	-	CND dans le contrôle des turboréacteurs	Application de
Figure I- 6	-	courants induits.	Création des
Figure I.7	-	Le rapport existant entre les densités de courants à la surface et un point interne situé à une distance x de la surface.	
Figure I.8	-	courants de Foucault sous une surface plane.	Répartition des
Figure I.9	-	Répartition des courants de Foucault sous un cylindre.	
Figure I. 10	-	Représentation des variations d'impédance d'une bobine	
Figure I.10	-	Réponse de la sonde (Plan d'impédance)	
Figure I-10-a	-	Cas d'une barre métallique non magnétique	
Figure I-10 - b	-	Cas d'une barre d'acier magnétique d'un coefficient de remplissage $\eta = 1$	
Figure I-11	-	Un volume arbitrairement formé qui contient une source d'énergie électromagnétique.	
Figure II - 1	-	Bobine au dessus de deux conducteurs plans illimites.	
Figure II- 2	-	Bobine entourant deux conducteurs cylindriques illimites coaxiaux.	
Figure II -3	-	Bobine focalisée d'une plaque de ferrite	
Figure III-1	-	élément triangulaire et ces coordonnées (cartésiennes) globales.	
Figure IV-1	-	Organigramme de la répartition de courant de Foucault [J].	
Figure IV-2	-	Approche numérique de calcul de $Z ( Z = R + j\omega L )$ en simulant sans et avec défaut de dimension choisie	
Figure IV-3	-	Organigramme Approche numérique de calcul de $Z ( Z = R + j\omega L )$ en simulant la présence d'une contrainte axiale choisie avec simulation de présence et non présence de défaut	
Figure IV-4	-	Géométrie du dispositif en 2D	
Figure IV-5	-	Maillage du domaine de résolution	
Figure IV-6	-	: Représentation de la densité de courant	
Figure IV-7	-	Représentation de champ électrique	
Figure IV-8	-	$J=f(d)$	
Figure IV-9	-	balayage d'une plaque avec défaut de 0.2 cm et 0.12cm de profondeur	

Figure IV-10	- présentation de maillage 10133 nœuds et 19904 triangles.
Figure IV-11	- la détection de défaut
Figure IV-12	- la détection de défaut
Figure IV -13	- $p=f(x)$
Figure IV -14	- Présentation de densité de courant pour deux défauts (concentrations)
Figure IV-15	- Pièce en présence de défaut
Figure IV -16	- la propagation de la fissure
Figure IV -17	- la forme de triangle avant la déformation
Figure IV-18	- élargissement d'élément triangulaire après la déformation
Figure IV -19	- élargissement d'élément rectangulaire après la déformation
Figure IV -20	- comparaison des valeurs de l'inductance en fonction de $x$ dans le maillage triangulaire et rectangulaire
Figure IV -21	- comparaison des valeurs de la résistance en fonction de $x$ dans le maillage triangulaire et rectangulaire

## Liste des tableaux

Tableau IV.1. Les mesures des résistances inductances et des courants induites dans une plaque en Aluminium sans défaut.

Tableau IV.2. Les mesures des résistances inductances et des courants induites dans une plaque en Aluminium avec défaut de 0.12 cm de profondeur.

Tableau IV.3. Les mesures des résistances inductances et des courants induites dans une plaque en Aluminium avec défaut de 0.2 cm de profondeur.

Tableau IV. 4 comparaisons des résultats simulés par matlab avec les valeurs expérimentales.

Tableau IV- 5. Représentation des valeurs des résistances et des inductances sans défaut et avec défaut sans contrainte dans le maillage triangulaire.

Tableau IV-6. Représentation des valeurs des résistances et des inductances avec défaut et avec contrainte de  $F=5N$ .

Tableau IV-7. Représentation des valeurs des résistances et des inductances avec défaut et avec contrainte de  $F=10N$  de maillage triangulaire et rectangulaire.

Tableau IV-8. Représentation des valeurs des résistances et des inductances avec défaut et avec contrainte de  $F=15N$  de maillage triangulaire et rectangulaire.

# Nomenclature

$\vec{A}$	: le vecteur potentiel (vecteur réel) en (Weber/m)
$\overset{\square}{A}$	: le vecteur potentiel (vecteur complexe) en (Weber/m)
$A_x, A_y, A_z$	: les composantes de vecteur potentiel suivant $x, y$ et $z$
$\{A\}$	: la matrice réel des valeurs inconnues du potentiel vecteur
$\left\{ \overset{\square}{A} \right\}$	: la matrice complexe des valeurs inconnues du potentiel vecteur
$A_{jk}$	: $\frac{\partial}{\partial k} A_j$
$a_{ij}$	: coefficients dans la matrice $[G]$
$\vec{B}$	: densité de flux (vecteur réel) en (Tesla)
$B$	: l'excitation magnétique (Tesla)
$B_x, B_y, B_z$	: les composantes de la densité de flux suivant $x, y$ et $z$
CCF	: les capteur à courant de foucault
CF	: les courant de foucault
CND	: Controle Non Destructif
$d$	: la profondeur de défaut en (mm)
$D$	: l'excitation électrique ( $C.m^2$ )
$D(\vec{\chi}')$	: la fonction de pondération
$E$	: le champ électrique en ( $V.m^{-1}$ )
$EF$	: élément finis
$\vec{E}_0$	: le champ électrique en absence du défaut en ( $V.m^{-1}$ )
$\Delta E$	: la différence de champ électrique en présence de défaut et en absence en ( $V.m^{-1}$ )
$f( )$	: fonction à intégrer dans l'énergie fonctionnelle
$f(\vec{\chi}) g(\vec{\chi})$	: les fonctions approchées de la densité de courant
$f$	: la fréquence en KHz
$f_c$	: la fréquence caractéristique (ou fréquence limite)
$F$	: énergie fonctionnelle
$F(\vec{A})$	: énergie fonctionnelle en terme de vecteur magnétique

$G$	: le noyau de Green
$[G]$	: matrice globale des coefficients réels
$H$	: le champ magnétique (A.m <sup>-1</sup> )
$\vec{H}_0$	: le champ magnétique en absence du défaut en (A.m <sup>-1</sup> )
$i_{exc}$	: le courant d'excitation en (Ampère)
$I_s^{\square}$	: la valeur de la courant de source (Ampere)
$[I]$	: la matrice d'identité
$j$	: l'opérateur complexe
$j_0$	: la densité de courant à la surface en (Ampère)
$\vec{J}$	: vecteur de la densité de courant (réel) en A/m <sup>2</sup>
$J_0$	: la densité du courant en absence du défaut (A.m <sup>-2</sup> )
$\Delta \vec{J}$	: les courants différentielles (A.m <sup>-2</sup> )
$j$	: l'opérateur complexe
$j_0$	: la densité de courant à la surface en (Ampère)
$\vec{J}$	: vecteur de la densité de courant (réel) en A/m <sup>2</sup>
$J_0$	: la densité du courant en absence du défaut (A.m <sup>-2</sup> )
$\Delta \vec{J}$	: les courants différentielles (A.m <sup>-2</sup> )
$J^{\square}$	: vecteur de la densité de courant (complexe) en A/m <sup>2</sup>
$\{J\}$	: vecteur de la densité de courant (réel)
$\left\{J^{\square}\right\}$	: vecteur de la densité de courant (complexe)
$[J]$	: Jacobian
$j_s$	: la densité de courant à la surface en (Ampère)
$J_x, J_y, J_z$	: les composantes de la densité de courant suivant $x, y$ et $z$ (A/m <sup>2</sup> )
$J_{ex}, J_{ey}, J_{ez}$	: les composantes de la densité de courant de Foucault suivant $x, y$ et $z$ (A/m <sup>2</sup> )
$j_x$	: la densité de courant à un point interne situé à une distance $x$ de la surface en (Ampère)
$J_z$	: la densité de courant à la profondeur $z$
$\vec{k}(\vec{\chi}, \vec{x}')$	: le courant au point $\vec{\chi}$
$L$	: inductance de la sonde en (Henry)
$L_0$	: l'inductance du bobine à vide en (H)
$L'$	: l'inductance en présence du défaut en (H)
$L_i$	: les coordonnées naturelles de l'élément tétraédrique
$[L]$	: matrice triangulaire inférieur

$m$	: la condition d'interface limité
$N$	: nombre des noeuds
$P_i$	: énergie dissipée dans in élément (Joule)
$P$ ou $P_d$	: énergie dissipée <i>totale</i> (Joule)
$R$	: résistance de la sonde (Ohm)
$R_o$	: la résistance du bobine à vide en ( $\Omega$ )
$R'$	: la résistance en présence du défaut en ( $\Omega$ )
$r_{cj}$	: distance centroidal de l'élément j de l'axe de z (metre)
$s$	: surface
$S$	: le vecteur de poynting
$S_F$	: la surface fermée
$[S]$	: la partie réel de la matrice des coefficients dans l'équation des éléments finis
$[U]$	: matrice triangulaire supérieure
$v$	: volume
$v_i$	: volume de l'élément i
$W_i$	: l'énergie stokée dans i <sup>ème</sup> élément en (Joule)
$W$ ou $W_s$	: l'énergie stokée (totale)
$X$	: réactance d'une sonde de courant de Foucault (Ohm)
$\hat{x}$	: vecteur d'unité dans la direction de x
$x$	: coordonnée (cartisien) suivant x (metre)
$\hat{y}$	: vecteur d'unité dans la direction de y
$y$	: coordonnée (cartisien) suivant y (metre)
$Z$	: impédance de la sonde (Ohm)
$Z_o$	: l'impédance du bobine à vide en ( $\Omega$ )
$Z_{probe}$	: impédance totale d'une sonde de courant de Foucault (ohm)
$\Delta Z$	: la variation d'impédance ( $\Omega$ )
$\hat{z}$	: vecteur d'unité dans la direction de z
$z$	: coordonnée (cartisien) suivant z (metre)
$\Phi$	: le flux émis par le capteur à courants de Foucault en (Weber)
$\Phi_s$	: la phase des courants induits à la surface
$\Phi_z$	: la phase des courants induits à une surface de profondeur z

$\psi$	: le potentiel scalaire
$\nabla$	: opérateur différentiel
$\partial()$	: différentiel partiel
$\delta$	: la profondeur de pénétration en mm
$\tau$	: la distance à une extrémité de fissure
$\varepsilon$	: le coefficient diélectrique en (V/m)
$\varepsilon_0$	: le coefficient diélectrique à vide en (V/m)
$\eta$	: le coefficient de remplissage
$\omega$	: la pulsation
$\rho$	: la charge volumique (C.m <sup>-3</sup> )
$\nu$	: $\frac{1}{\mu}$ (m/Henry)
$\mu$	: la perméabilité magnétique en (F/m)
$\mu_r$	: la perméabilité magnétique en (F/m)
$\sigma$	: la conductivité électrique en $\Omega\text{m}^{-1}$
$\sigma_0$	: la conductivité électrique du conducteur $\Omega\text{m}^{-1}$
$\sigma_f$	: la conductivité électrique de défaut $\Omega\text{m}^{-1}$
$\Delta\sigma$	: la différence conductivité électrique en $\Omega\text{m}^{-1}$
$(.)$	: produit scalaire
$[ ]^{-1}$	: inverse d'une matrice
$\rightarrow$	: notation de vecteur
$\square$	: notation complexe de vecteur



# Introduction

L'utilisation de la méthode des éléments finis pour l'analyse des champs électromagnétiques dans les machines électriques ont été suivis par des applications dans le domaine de " NDT "(Les propriétés de base de la méthode d'élément fini (en particulier la facilité de manipuler des conditions aux limites), de la capacité de suivre des formes maladroites,).

Pour cela on a suivi une méthode se basant sur la modélisation des phénomènes électromagnétiques de NDT en l'occurrence le modèle de *Nathan Ida*

L'Approches analytiques à la modélisation des interactions électromagnétiques (champ/défaut) ont été infructueux en grande partie dû aux frontières maladroites sous contraintes et liées aux formes et aux géométries de défaut .Les solutions d'analyse numérique telles que **la méthode des éléments finis** ont été développées avec succès pour l'étude des courants de Foucault et des champs électromagnétiques à des hautes fréquences dans les machines électriques et les grandes applications de fusion. Dans le domaine de l'évaluation non destructive (NDF) l'analyse par éléments finis a été particulièrement utile pour modéliser l'interaction complexe de défaut/champ où les solutions de forme complexe sont très difficiles d'obtenir en raison de la présence de discontinuité (défaut) Ces facteurs sont nécessaires pour la simulation des techniques électromagnétiques de NDT et par conséquent mettent en parallèle des développements sont pris en charge.

Les **contraintes résiduelles** dans les structures sont souvent introduites par les différentes phases d'usinage. Une méthode de mesure de ces contraintes utilise la mesure de vitesse de propagation des courants sur la surface. En effet, la loi de comportement des matériaux dépend de l'état de contrainte si l'on tient compte de sa non linéarité. La vitesse de propagation des courants Foucault au surface régit par cette loi varie en fonction de l'état de contrainte.

Le but du stage est de simuler ces effets à l'aide d'un logiciel basé sur les **éléments finis** qui signifie qu'il peut tout à la fois simuler un état de contrainte statique et la propagation en dynamique. Le couplage entre les deux approches se fait par la modification de modèle de *NATHAN Ida* qui est basé sur l'**aspect énergétique des courants de Foucault**, donc à partir de l'énergie fonctionnelle on doit calculer la variation à travers les énergies dissipées et stockées.

Cependant, la mise au point des techniques de CND passe nécessairement par une phase de modélisation, à l'aide de logiciels basés sur la méthode des Eléments Finis. Reste alors à bien traiter et interpréter les résultats numériques.

Le sujet proposé consiste à utiliser un sous environnement pour simuler, les variations des impédance a travers les énergies stockées et emmagasinées au présence des défauts surfaciques.une approche par l'utilisation de ce modèle nous permettra de déterminer d'abord les impédances dans des pièces saines par l'analyse numérique ,suivi par la présence de défaut et enfin nous allons simuler des contraintes axiales et leur influence sur l'impédance. Le sous environnement **MATLAB** permettra d'effectuer le traitement des données.

A ce titre notre travail est devisé en quatre chapitres.

Le premier chapitre sera consacré à une recherche bibliographique concernant le contrôle non destructif et les techniques du CND ainsi que leurs domaines d'application notamment en aéronautique

Le deuxième chapitre énonce différents modèles existants dans la littérature.

Divers solutions sont alors proposées pour des cas spécifique de géométrie. Le modèle Ida a été étudié en appliquant certaines conditions, ou approches prisent en compte pour l'élaboration du modèle expérimental proposé et développé dans notre étude.

Le troisième chapitre consiste uniquement de modèle Ida qui utilise l'énergie fonctionnelle en tient compte les conditions aux limites Dirichlet et les technique de solution en élément finis.

Le dernier chapitre développe l'approche physique et expérimentale et cite les moyens mis en ouvre ainsi que les procédés expérimentaux ayant service à notre étude qui est de quantifier l'aspect énergétique des courants de Foucault à travers les contraintes .La description des résultats et observations obtenues à travers le modèle **Ida**.

Finalement nous terminons notre manuscrit par une conclusion générale commentant certains résultats apportée dans notre étude.

# Chapitre I

## CND et contrôle par les Courant de Foucault

### **I-1-1. Définition :**

Les techniques de contrôle non destructif désignent des procédés aptes à fournir des informations sur la santé d'une pièce ou d'une structure sans qu'il en résulte des altérations préjudiciables à leur utilisation ultérieure.

En fait, l'objectif des contrôles non destructifs est la mise en évidence de toutes les défauts susceptibles d'altérer la disponibilité, la sécurité d'emploi et/ou, plus généralement, la conformité d'un produit à l'usage auquel il est destiné [1].

### **I-1-2. Objectifs :**

- Avant de sélectionner une méthode de CND pour inspecter une pièce, il faut connaître les types de discontinuités qui risquent d'y être détectées.
- Cette connaissance vient de la compréhension des interactions possibles entre les matériaux, les procédés de fabrication et les conditions d'utilisation de la pièce [2].

### **I-1-3. Champs d'application actuelle:**

- Détection et évaluation des discontinuités
- Détection de contaminant
- Détection de fuite
- Mesure dimensionnelle (épaisseur d'une paroi ou d'un revêtement, ...)
- Estimation des propriétés mécaniques et physiques d'un matériau
- Mesure de contrainte
- Détermination de la microstructure et de la composition chimique d'un matériau [1] .

### **I-1-4. Stades dans la vie d'une pièce :**

Le contrôle non destructif d'une pièce peut être effectué à différents stades de sa vie

- **Matériau brut**
- **En cours de fabrication** pour repérer ou trier les pièces défectueuses
- **En service** lors d'opérations de maintenance ou à la suite de détection d'anomalies

### **I-1-5. Procédure de CND :**

L'opération de contrôle non destructif d'un objet ne se borne généralement pas à la **détection** d'éventuels défauts. En effet, même si le choix du procédé, de la méthode et du matériel a été effectué au préalable, il faut envisager toute une **procédure** ayant les objectifs suivants :

Fiabilité de l'examen, reproductibilité, localisation des défauts, identification, caractérisation de ceux-ci, en particulier par leur taille, classement, présentation visuelle, décision concernant l'affectation de l'objet, enfin archivage des résultats et des conditions d'examen.

Ce sont des opérations d'étalonnage, de calibrage, de balayage de la sonde, de traitement des données qui permettent d'atteindre ces objectifs désormais dans de bonnes conditions, grâce à l'apport intensif de l'informatique en temps réel.

#### **I-1-5-1. Origines des défauts :**

Les origines et les causes des défauts sont multiples. On peut citer sans être exhaustifs les exemples suivants :

- Défauts de moulage ;
- Défauts de soudage ou de brasage des pièces mécaniques ;
- Détection de fissuration (interne ou débouchante) ;
- Endommagement (délaminage) de composites ;
- Hétérogénéité dans les matériaux ;
- Défauts de collage :
  - absence de colle ;
  - défaut d'adhésion ;
  - fissuration de colle.
- Défauts de fixation des composants électroniques, [3].

#### **I-1-5-2. Caractéristiques des défauts :**

Un nombre quelconque de défauts peut être positionné dans tout le volume d'une pièce quelconque (géométrie complexe ou canonique, homogène ou hétérogène). Ces défauts sont de différents types

Réflecteurs étalons : trou génératrice, trou à fond plat et trou à fond hémisphérique, sphère ;

Défauts plans, de taille et d'orientation quelconque ;

Défauts multi-facettes et défauts à contour ;

Inclusions (de forme cylindrique ou elliptique) : défauts constitués d'un matériau solide.

### **I-1-6. Différentes techniques du CND :**

Les procédés de contrôle non destructif résultent de la mise en œuvre des principes et techniques physiques. Ils sont assez nombreux. Certains sont anciens, d'autres récents ; certains sont simples, d'autres complexes ; certains sont très employés, d'autres peu. On les classe habituellement en deux familles selon qu'ils favorisent la détection des défauts de surface ou des défauts internes. la liste des procédés actuellement utilisés en contrôle industriel et résume leurs principes et leurs champs d'application spécifiques.

Les performances des procédés de contrôle non destructif résultent à la fois de considérations théoriques et pratiques.

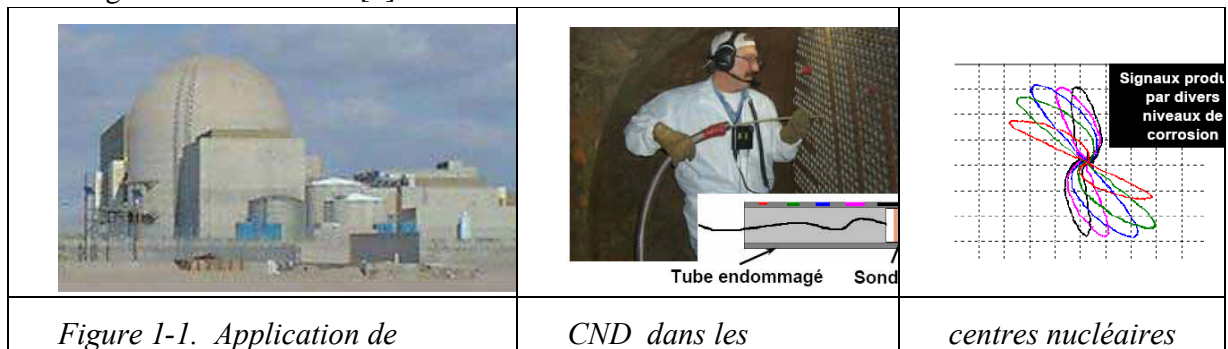
Il y a six méthodes communes [1]:

- Procédés optiques
- Ressuage
- Magnétoscopie
- Courants de Foucault
- Ultrasons
- Radiographie

### **I-1-7. Domaines d'application :**



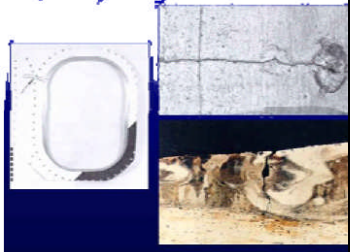
#### ***Centrales nucléaires :***

Périodiquement, les centrales sont mises hors service afin d'être inspectées. Des sondes à courant de Foucault sont introduites dans les tubes échangeur de chaleur pour vérifier la présence de dommage dû à la corrosion [1].



**Avion :**

- Les contrôles non destructifs sont utilisés intensivement lors de la fabrication d'avions.
- Les CND sont également utilisés pour détecter des fissures et de la corrosion sur les avions en service.

		
<p><i>Figure -1-2. Application de CND en Aéronautique</i></p>	<p><i>Figure -1-3. Application du courant de Foucault dans le contrôle du fuselage des avions</i></p>	<p><i>Figure -1-4. Fissure de fatigue qui origine de l'impact d'un éclair</i></p>

**Turboréacteur :**

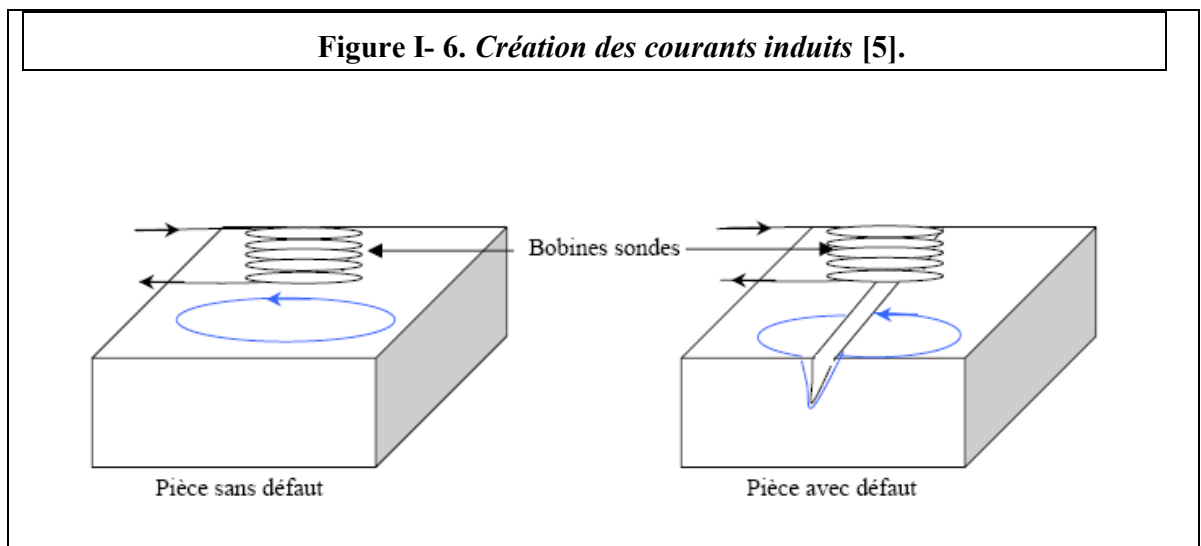
- Les moteurs d'avion sont révisés après un certains nombre d'heures de service.
- Ils sont complètement désassemblés, inspectés puis réassemblés.
- Le ressuage est utilisé sur plusieurs pièces afin de s'assurer de l'absence de fissures.

		
<p><i>Figure -1-5. Application de CND dans le contrôle des turboréacteurs</i></p>		

## I-2-Description des CF:

Les courants de Foucault peuvent facilement être mis en évidence en faisant osciller un pendule constitué d'une plaque métallique dans un champ magnétique : le mouvement du pendule est fortement freiné. Une force magnétique de Laplace agit sur la plaque (plongée dans le champ magnétique) parcourue par des courants induits par son mouvement. D'après la loi de Lenz, tout courant induit s'oppose au phénomène qui lui a donné naissance ; le pendule est donc freiné par la force magnétique et non accéléré, car cette force s'oppose au mouvement qui a donné naissance aux courants induits. Parallèlement la masse conductrice parcourue par les courants s'échauffe par effet Joule.

Une expérience assez spectaculaire consiste à présenter un petit aimant au-dessus d'une plaque supraconductrice : celui-ci reste en lévitation magnétique. En effet, dès que l'aimant tend à bouger, il crée, par induction, des boucles de courants dans la plaque, qui engendrent sur l'aimant une force qui s'oppose à son mouvement. Comme la plaque est supraconductrice, elle n'oppose aucune résistance au passage des courants et ceux-ci ne disparaissent jamais : ainsi, l'aimant demeure en équilibre stable. Ce phénomène est mis en œuvre dans la réalisation de trains à lévitation magnétique [4].



✓ **Influence d'une bobine sur un conducteur :**



La figure 1.1, traduit l'influence des courants induits sur une bobine, le champ primaire créé par la bobine génère des courants induits dans la plaque conductrice qui à leur tour génèrent un champ secondaire. Ces courants diminuent avec l'augmentation de l'épaisseur de pénétration [5].

### **I-2-1. La profondeur de pénétration standard (Epaisseur de peau) :**

On a défini une profondeur de pénétration conventionnelle  $\delta$  pour laquelle le module du courant à la surface est divisée par  $e = 2.718$  la base des logarithmes népériens, [6, 7].

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad (\text{I-1})$$

$$\omega = 2\pi f \quad (\text{I-2})$$

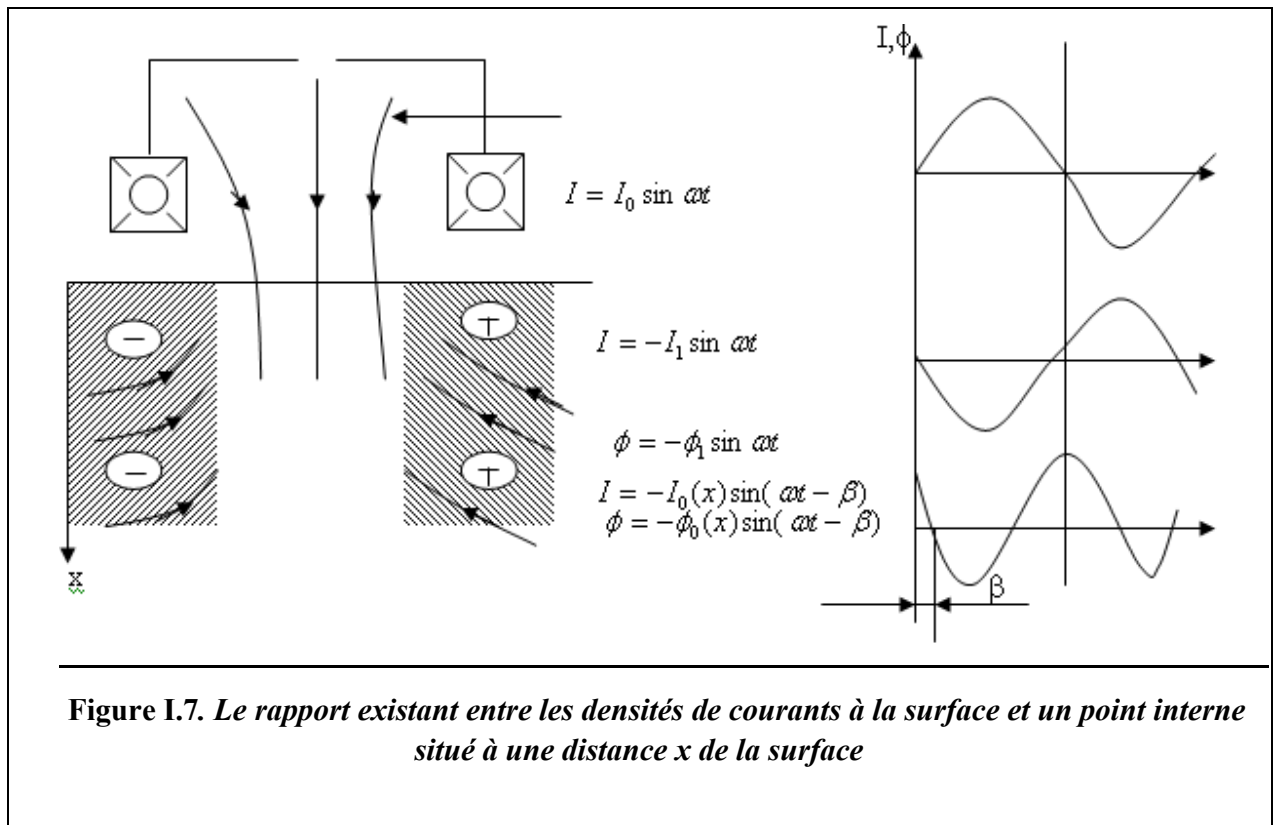
$\omega$  = Pulsation

$\mu$  = Perméabilité

$f$  = Fréquence

$\sigma$  = conductivité

*1-Cas plan :*



Le rapport existant entre les densités de courants à la surface et un point interne situé à une distance  $x$  de la surface.

$$\frac{j_x}{j_0} = e^{-\beta} \sin(\omega t - \beta) \quad \text{(I-3)}$$

❖ **Définition:**

la profondeur de pénétration standard, la profondeur  $\delta$  pour laquelle l'amplitude du courant diminue dans le rapport 1/e.

$$\frac{J_0}{j_0} e^{-x/\delta} = \frac{1}{e} \quad \text{(I-4)}$$

$j_0$  = densité du courant de surface

$$x/\delta = 1 \Rightarrow x = \delta$$

Cette profondeur est pure convention. Appelée profondeur de pénétration ou épaisseur de peau, seuls 63% des courants de Foucault circulent dans cette épaisseur, se sont les couches les plus importantes du point de vue de la sensibilité aux interactions avec les défauts de surface.

en remplaçant  $\mu = \mu_0 \mu_r$  avec  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$

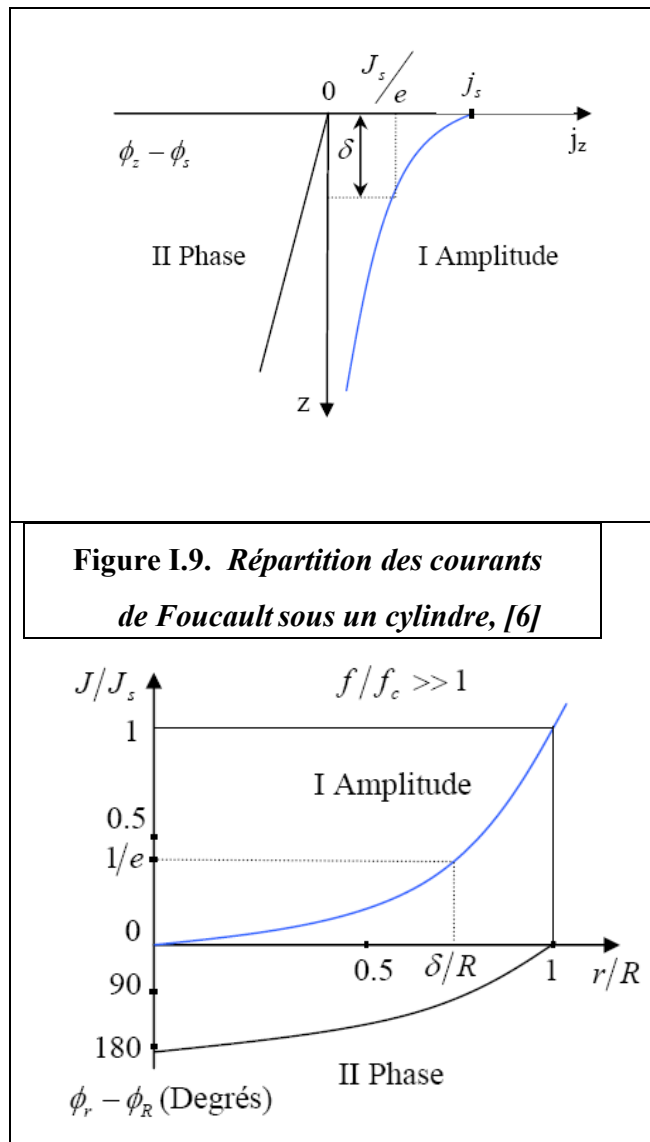
$$\delta = \frac{503}{\sqrt{\sigma \mu_r f}} \quad (I-5)$$

$\delta = [m]$ ,  $\sigma = [\delta/m]$ ,  $\mu_r = \text{perméabilité}$

La conductivité, la perméabilité magnétique, la fréquence augmente  $\Rightarrow$  pénétration diminue ;

1. les courants de Foucault circulent de plus en plus en surface. « l'effet de peau »
2. conductivité électrique moins d'influence sur la pénétration magnétique.
3. A priori un matériau ferromagnétique est plus difficile à contrôler qu'un non magnétique.

**Figure I.8. Répartition des courants de Foucault sous une surface plane, [6]**



$R$  : Rayon de la barre pleine ;

$J$  : Densité de courant ;

$J_s$  : Densité de courant en surface ;

$J_z$  : Densité de courant à la profondeur  $z$  ;

$\Phi_s$  : Phase des courants induits à une surface de profondeur  $z$  ;

$d/Z$  : peut remplacer par  $r/R$  dans le cas plan

$d$  : la distance par rapport au surface

$Z$  : la profondeur de pièce

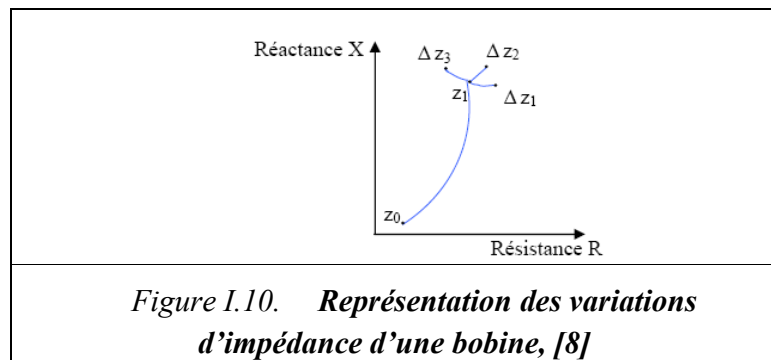
$\Phi_s$  : Phase des courants induits à la surface ;

$f_c$  : Fréquence caractéristique (ou fréquence limite)

## I-2-2. Paramètres significatifs :

Les capteurs à courants de Foucault sont utilisés pour contrôler les pièces métalliques. Les paramètres caractérisant la nature du matériau tel que : la perméabilité relative  $\mu_r$  et la conductivité électrique  $\sigma$

d'un objet métallique dépendent fortement des contraintes mécaniques et thermiques que le matériau a subit et permettent donc d'apprécier sa qualité de fabrication. Par ailleurs, la distance entre le capteur et la pièce contrôlée constitue l'un des paramètres les plus influents sur les données brutes fournies par le capteur, [10]. Par ce fait, les paramètres influents sur le sondage se partagent en deux catégories : ceux qui sont liés au matériau à sonder (propriétés du matériau) et ceux qui sont liés au montage (lift-off, fréquence d'excitation, ...etc).



La figure I.1 0 Présente les variations d'impédance d'une bobine à vide, au contact du métal et celles due à l'effet des variations des paramètres du sondage.

$Z_0$  : Impédance dans l'air à vide ;

$Z_1$  : Impédance au contact du métal ;

$\Delta Z_1$  ,  $\Delta Z_2$  ,  $\Delta Z_3$  : Petites variations de l'impédance dues à l'effet des variations des paramètres du sondage.

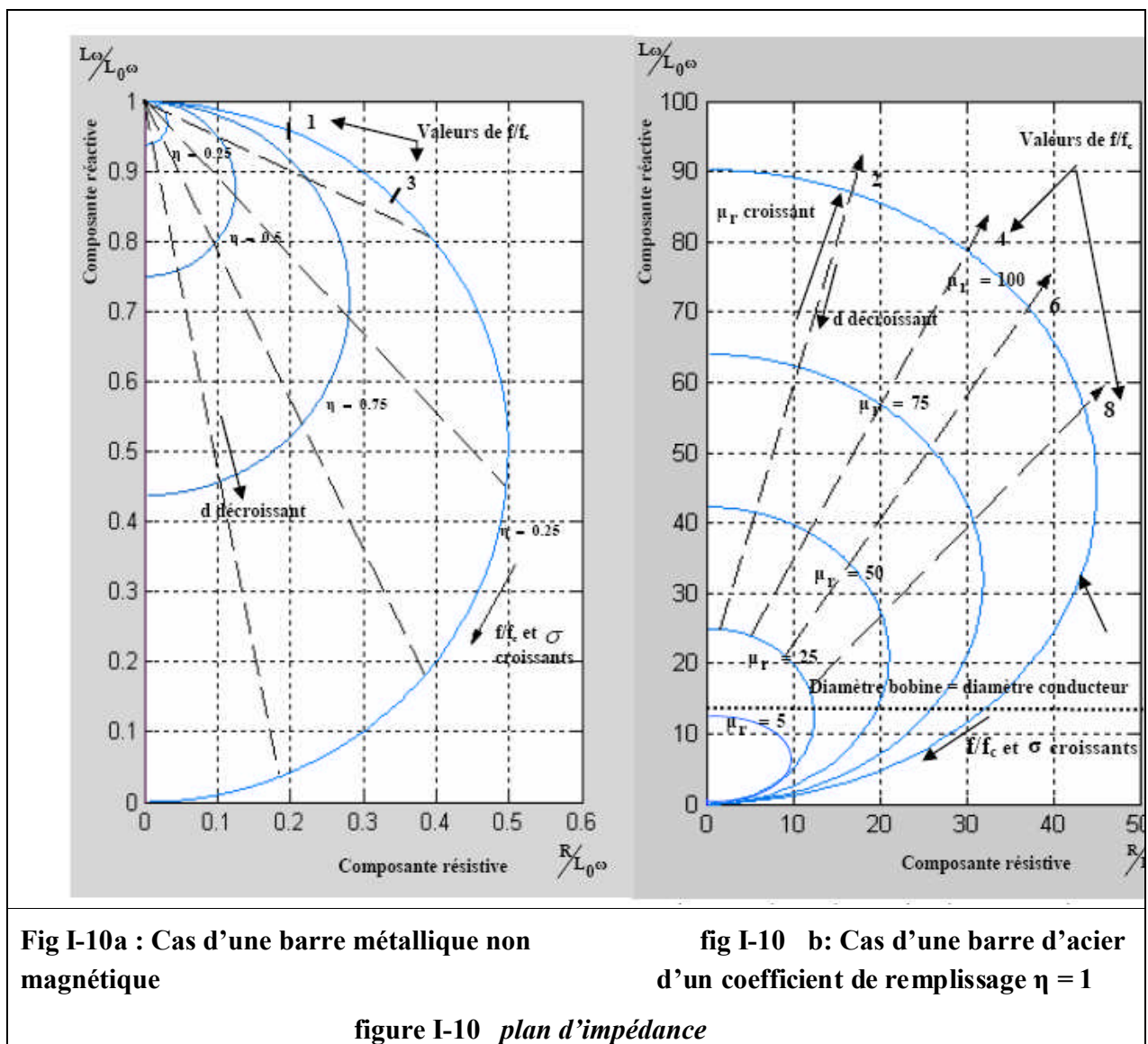
### I-2-3. Principe de détection :

$\eta$  Étant le coefficient de remplissage tel que :

$$\eta = \frac{d^2}{D} \quad (1-6)$$

$d$  : diamètre de la barre métallique

$D$  : diamètre de la bobine



### ***Choix de fréquence :***

Le premier facteur qui intervient dans le choix de la fréquence est la pénétration des courants de Foucault.

- pour des pénétrations importantes, il faudrait choisir des fréquences basses

$\sigma$  est indépendante de la variation du diamètre.

La variation  $\Delta z$  de l'impédance est fonction de la conductivité et du diamètre. Le choix judicieux de la fréquence permet la séparation de ces deux paramètres. Les autres paramètres essentiels sont

1. Sensibilité élevée implique généralement une fréquence basse
2. Variation linéaire implique une fréquence élevée
3. Petit défaut implique une fréquence élevée

### ***Détection de défaut :***

Soit une pièce plane de matériau non ferromagnétique contenant des défauts artificiels (fissure) perpendiculaire à la surface et de profondeur croissante.

Le point figuratif se situe sur le diagramme d'impédance.

Une fissure réelle débouchante correspond à une augmentation d'entrefer.

Le point de fonctionnement se déplace vers le centre (0,1) au fur et à mesure que la profondeur augmente. Le point de fonctionnement décrit les points 1.2.3

La position 4 correspond à un entrefer infini.

Toutefois le bord des pièces se situe dans la zone d'action des palpeurs, il en résulte une perturbation du signal qui se traduit par une diminution du couplage magnétique mais surtout par une augmentation de la composante résistive (interruption des lignes de courant).

Comme si l'élément circuit équivalent matériau bobine devenaient plus résistif c'est le phénomène de bord.

Amplitude et la phase changent avec la profondeur du défaut.

#### I-2-4. Le théorème de Poynting : [11]

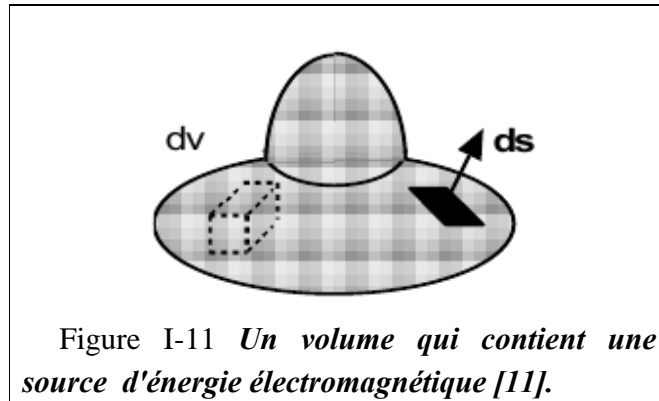


Figure I-11 *Un volume qui contient une source d'énergie électromagnétique [11].*

Pour obtenir le **théorème de Poynting** pour un volume arbitraire représenté sur la figure I-17, nous exigerons de deux équations de maxwell et une identité de vecteur. Les deux équations de maxwell qui sont exigées pour cette dérivation sont :

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (1-7)$$

$$\nabla \times H = \frac{\partial D}{\partial t} + J \quad (1-8)$$

Prenons le produit scalaire de E avec l'équation (I-7 )

et soustrayons-le du produit scalaire H avec l'équation (1I-8)

en effectuant l'opération ; on obtient :

$$H \cdot \nabla \times E - E \cdot \nabla \times H = H \cdot \frac{\partial B}{\partial t} - E \cdot \left[ \frac{\partial D}{\partial t} + J \right] \quad (1-9)$$

Le côté gauche de cette équation peut être remplacé en utilisant l'identité de vecteur

$$\nabla \cdot (A \times B) = B \cdot \nabla \times A - A \cdot \nabla \times B \quad (1-10)$$



Par conséquent, nous obtenons :

$$\nabla \cdot (E \times H) = -H \cdot \frac{\partial B}{\partial t} - E \cdot \frac{\partial D}{\partial t} - E \cdot J$$

(I-11)

Après l'introduction des relations constitutives (II-7-a), (II-7-b), (II-8) de chapitre II, les dérivés de temps peuvent être écrits comme :

$$-H \cdot \frac{\partial B}{\partial t} - E \cdot \frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} [\mu H \cdot H + \varepsilon E \cdot E] = -\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} [\mu H^2 + \varepsilon E^2]$$

(I-12)

En Substituant (I-12) dans (I-11) et intégrant les deux côtés de l'excédent résultant d'équation de même volume  $\Delta V$ . Ce volume est complètement joint par la surface  $s$ . en effectuant cette intégration nous obtenons :

$$\int \nabla \cdot (E \times H) dv = -\frac{d}{dt} \int_{\Delta v} \frac{1}{2} [\mu H^2 + \varepsilon E^2] dv - \int_{\Delta v} E \cdot J dv$$

(I-13)

L'intégrale de volume du coté gauche de l'équation (I-13) peut être convertie en intégrale de surface fermé par l'intermédiaire du théorème de divergence. Avec la loi d'ohm de substitution  $J = \sigma E$ , nous obtenons finalement :

$$\oint (E \times H) \cdot ds = -\frac{d}{dt} \int_{\Delta v} \frac{1}{2} [\mu H^2 + \varepsilon E^2] dv - \int_{\Delta v} \sigma E^2 dv$$

(I-14)

Où :

$S = H \cdot E$  s'appelle le vecteur de Poynting. C'est la densité de puissance des champs électromagnétiques rayonnés. La direction de la puissance rayonnée est incluse dans ce vecteur. Maintenant donnons une interprétation physique à chacune des trois limites qui apparaissent dans cette équation. Les unités de l'intégrale extérieure fermée sont des WATTS.

Cette limite correspond au dérivé de temps de l'énergie électromagnétique stockée dans le volume. Les unités de la deuxième intégrale de volume correspondent au chauffage de Joule dans le volume et elles sont également en termes de watts.

La référence au chauffage de Joule indique que la puissance électromagnétique est convertie en chaleur et cette puissance ne peut pas être récupérée. Un grille-pain emploie le chauffage de Joule. Par conséquent, le théorème de Poynting déclare que la puissance qui laisse une région est égale à l'affaiblissement temporel dans l'énergie qui est stockée dans le volume sans la puissance qui est absorbée comme chaleur.. Des applications additionnelles de ce théorème important seront trouvées dans le dernier chapitre de ce livre qui décrit le rayonnement. L'équation de la conservation d'énergie **(I-31)** peut également être écrite en forme différentielle. Rappelant que la densité électromagnétique

D'énergie est définie comme :

$$W = \frac{1}{2} [\mu H^2 + \varepsilon E^2] \quad \text{(I-15)}$$

et la densité de perte de puissance est indiquée ci- dessous :

$$P_L = \sigma E^2 \quad \text{(I-16)}$$

Nous pouvons réinterpréter de l'équation (I-13) sous la forme différentielle suivante de la conservation d'énergie du système.

$$\nabla \cdot \mathbf{S} + \frac{\partial W}{\partial t} = -P_L \quad \text{(I-17)}$$

Cette équation est un peu semblable à l'équation de la continuité avec une limite qui correspond à l'effet de Joule.

# Chapitre II

## Etude bibliographique des modèles

## **II. Etude bibliographique des modèles existants :**

L'objectif est d'étudier un modèle "inverse", permettant d'estimer la géométrie et les dimensions des défauts, à partir des signaux courants de Foucault mesurés. Un tel modèle nécessite la connaissance d'un modèle dit "direct", permettant d'évaluer les signaux de courants de Foucault, connaissant la géométrie et les dimensions du défaut. Dans ce paragraphe, nous présentons une synthèse des modèles directs existants.

Une distinction est à noter entre les modèles directs : les "modèles en absence de défaut" et les "modèles en présence de défaut". Les premiers décrivent les phénomènes physiques dans le cas où les objets contrôlés sont sans défaut. Les seconds les décrivent dans le cas où les mêmes objets contrôlés présentent un défaut. L'élaboration de certains modèles en présence d'un défaut requiert la connaissance des champs électrique et magnétique calculés par les modèles en absence de défaut.

### **II-1-Formulation du problème :**

#### **II-1-1.Equation de propagation dans un milieu conducteur :**

- Les équations de Maxwell dans leur généralité traduisent les interactions entre les grandeurs magnétiques  $B$  et  $H$  et électriques  $E$  et  $D$ . En introduisant les caractéristiques  $\sigma$  et  $\mu$  du milieu, et en appelant  $J$  la densité de courant, ces relations s'écrivent :

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{II-1})$$

$$\operatorname{div}\vec{D} = \rho \quad (\text{II-2})$$

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{J} \quad (\text{II-3})$$

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II-4})$$

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \quad (\text{II-5})$$

Chacune de ces équations traduit les propriétés physiques des grandeurs électromagnétiques. C'est ainsi que (II-1) caractérise la conservation du flux, (II-2) le théorème de Gauss (II-3) le théorème d'Ampère, (II-4) la loi de Lenz et (II-5) la loi d'Ohm. Dans ces expressions, on suppose que le courant de conduction est prépondérant vis-à-vis du courant de déplacement, hypothèse largement vérifiée dans le domaine des courants forts.

A ces équations, il convient d'ajouter l'expression de la loi de Lorentz lorsque le repère lié au dispositif étudié se déplace à la vitesse  $V$  par rapport au repère fixe. Le champ électrique  $E'$  vu par le repère mobile est alors relié au champ  $E$  du repère fixe par la relation :

$$E' = E + V \wedge B \quad (\text{II-6})$$

Dans un grand nombre de cas pratiques, on est amené à introduire le potentiel vecteur  $A$ .

Le potentiel vecteur  $A$  est relié à l'induction  $B$  par la relation :

$$B = \text{rot}A \quad (\text{II-7})$$

On fait les hypothèses suivantes :

a) matériau parfait :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II-7-a})$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{II-7-b})$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II-8})$$

$\varepsilon$ ,  $\mu$  et  $\sigma$  constants au sein du matériau.

b) milieu conducteur : Le courant de déplacement  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  est petit devant  $J$ .

On a donc:

On obtient l'équation générale de propagation d'un champ magnétique dans un milieu conducteur.

$$\Delta B - jk^2 B = 0 \quad (\text{II-9})$$

La solution de propagation et de répartition des CF dans le cas plan est donnée en ananex1

## **II-2. Les modèles en absence de défauts :**

Dans la plupart des modèles en absence de défaut, le conducteur est de conductivité et de perméabilité uniforme ; sa géométrie est définie soit par un demi-espace, soit par un tube parfait infini, soit par une plaque infinie d'épaisseur constante.

Les modèles axisymétriques sont élaborés pour des configurations (capteur et conducteur) qui admettent une symétrie suivant un axe de révolution. Les grandeurs physiques peuvent être exprimées qu'en fonction des deux coordonnées  $(r, z)$  d'un système de coordonnées

cylindriques  $(r,\theta,z)$ . Les modèles axisymétriques sont une classe particulière des modèles bidimensionnels.

## II. 2-1 Modèles axisymétriques :

L'un des premiers modèles en absence de défaut a été développé par Dodd et Deeds [12]. Sous l'approximation des régimes quasi-stationnaires, ils déterminent la formule analytique du potentiel vecteur en tout point de l'espace. Sa connaissance permet de déduire les autres grandeurs physiques (impédance, courants induits, champs magnétique et électrique...). Le calcul du champ potentiel est réalisé pour les deux configurations axisymétriques suivantes :

- bobine au-dessus de deux conducteurs plans illimités (figure II-1),
- bobine entourant deux conducteurs cylindriques illimités coaxiaux (figure II-2).

Dans le cas de la figure II-1, le conducteur 1 est une plaque infinie d'épaisseur finie, alors que le conducteur 2 est un demi-espace.

Dodd et Deeds étendent leurs calculs à des régimes non quasi-stationnaires et à d'autres configurations axisymétriques. Luquire et al. [12] et Cheng et al. [12] généralisent les modèles de Dodd et Deeds à des conducteurs plans multicouches. Uzal et Rose [12] appliquent le modèle de Cheng à des conducteurs plans dont la perméabilité et la conductivité varient continûment en fonction de la profondeur.

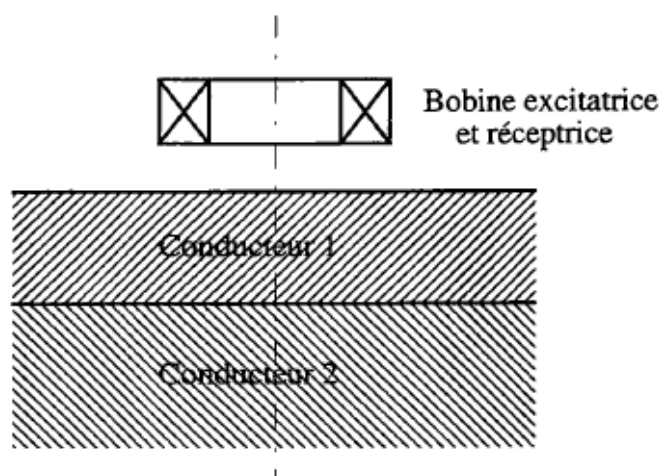


Figure II- 1: Bobine au dessus de deux conducteurs plans illimités.

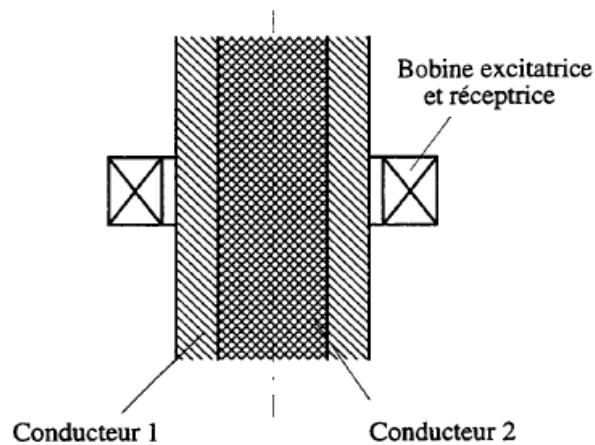


Figure II- 2: Bobine entourant deux conducteurs cylindriques illimités coaxiaux.

A partir du modèle de Dodd et Deeds [12], Skopal et al. [12] étudient la "sensibilité à la variation de conductivité" d'un capteur en fonction de la fréquence. La "sensibilité à la variation de conductivité" est définie par la dérivée de la variation d'impédance par rapport à la conductivité. Ils étudient aussi la variation d'impédance en fonction de la hauteur et de l'épaisseur du capteur. A l'aide du modèle de Dodd et Deeds [12], Mottl [12] compare la profondeur de pénétrations standard  $\delta$  et la profondeur de pénétration réelle en fonction du rayon moyen de la bobine.

Les bobines excitatrices des modèles de Dodd et Deeds et ceux qui en dérivent sont sans noyau de ferrite (circuit magnétique utilise pour concentrer le champ H produit par une bobine). Lê et Placko [12] s'inspirent du modèle de Dodd et Deeds [12] et de Cheng et al. [12] pour modéliser la réponse d'une bobine coiffée d'une plaque de ferrite linéaire considérée comme infinie, placée au dessus de deux conducteurs plans infinis (figure II-3).

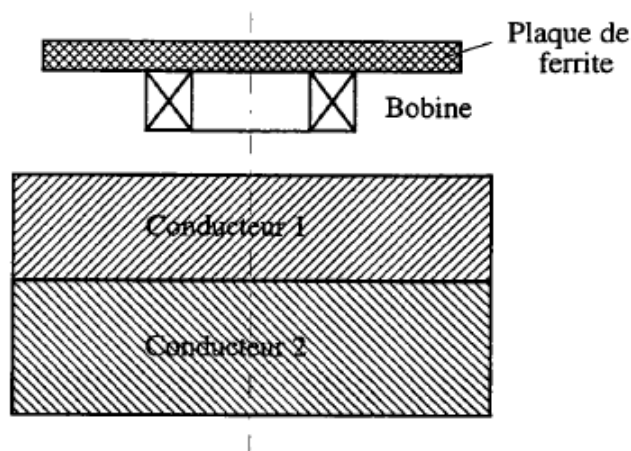


Figure II-3: Bobine focalisée d'une plaque de ferrite

Sabbagh [12] détermine les champs créés par une bobine enroulée autour d'un noyau de ferrite, dans une configuration axisymétrique. Le noyau en ferrite est supposé linéaire et isotrope et le conducteur est un demi-espace homogène. A la différence des modèles de Dodd et Deeds, le modèle de Sabbagh n'est pas entièrement analytique, l'équation intégrale, résultante de la résolution des équations de Maxwell, est résolue par la méthode des moments. Cette méthode numérique consiste à discrétiser le volume d'intégration et à approcher l'équation intégrale par un système d'équations linéaires. Les inconnues du système sont les composantes de l'induction  $\vec{B}$ , considérées comme constantes dans chaque élément de discrétisation. Le système d'équations linéaires est résolu par la méthode du gradient conjugué.

Burke [12] propose un modèle semi-empirique pour déterminer la variation d'impédance d'une bobine, de même type que celle considérée par Sabbagh, mais située au dessus d'une plaque illimitée d'épaisseur finie. La variation d'impédance est exprimée en fonction du champ d'induction magnétique  $\vec{B}_0$  en absence de la plaque. La mesure de ce champ permet ainsi de connaître la variation d'impédance, causée par la présence de la plaque.

## **II. 2-2. Les modèles en présence de défaut :**

Souvent les mêmes hypothèses, les mêmes approximations et les mêmes approches s'appliquent indifféremment aux modèles bidimensionnels et aux modèles tridimensionnels en présence de défaut. La classification "modèles bidimensionnels" et "modèles tridimensionnels", utilisée pour les modèles en absence de défaut, ne peut être faite avec pertinence pour les modèles en présence de défaut.

Nous avons donc choisi de classer les modèles suivant leur approche. Trois approches sont dégagées :

- le défaut est vu comme une source électrique ou magnétique,

## **II. 2-3. Le défaut vu comme une source :**

L'un des premiers modèles en présence de défaut a été développé par Burrows [12]. Dans ce modèle, les défauts sont supposés éloignés de la surface du conducteur et sont de taille très inférieure à  $\delta$  et aux dimensions de la bobine d'excitation. Par ces hypothèses, Burrows suppose qu'à l'intérieur des défauts, le champ électrique et le champ magnétique sont constants dans l'espace et égaux à ceux qui existent en absence de défaut. Les champs électrique et magnétique en présence de défaut sont calculés analytiquement en considérant les défauts comme des dipôles électrique et magnétique et en approchant leur géométrie par des ellipsoïdes. Hill et Wait [12] utilisent la même méthode pour calculer les champs électrique et magnétique produit par un défaut, situé dans un câble métallique, considéré comme infiniment long.



Kincaid [12] améliore le modèle de Burrows [12]. En considérant que le champ (électrique ou magnétique) est uniforme à l'intérieur du défaut, le modèle de Burrows ne peut pas prédire la variation de phase de l'impédance, variation qui sert à distinguer les défauts des variations de l'entrefer (distance entre le conducteur et le capteur). Le modèle de Kincaid suppose que le champ varie linéairement sur la dimension du défaut. Ce modèle est appliqué à des fissures débouchantes et non débouchantes.

Burke et Rose [12] modélisent une fissure comme une distribution continue de sources élémentaires de courant, appelées "vortex". Ce modèle ne s'applique qu'aux plaques contenant des fissures traversantes, dont l'épaisseur  $c$  est largement inférieure à  $\delta$  ( $c \ll \delta$ ). Les vortex engendrent les courants différence  $\Delta \vec{J}$ , correspondant à la différence des courants  $\vec{J}$  en présence de la fissure et ceux  $\vec{J}_0$  en absence de la fissure.  $\Delta \vec{J}$  sont égaux à la somme pondérée des courants engendrés par les vortex de la fissure

$$\Delta \vec{J}(\vec{x}) = \int_c D(\vec{x}') \vec{K}(\vec{x}, \vec{x}') d\vec{x}' \dots \dots \dots \quad (\text{II-10})$$

où  $\vec{x}$  et  $\vec{x}'$  sont des coordonnées bidimensionnelles dans le plan de la plaque,  $D$  est la fonction de pondération,  $\vec{K}(\vec{x}, \vec{x}')$  est le courant au point  $\vec{x}$ , produit par un vortex situé au point  $\vec{x}'$  et  $C$  est la courbe décrite par la fissure. Sur la surface de la fissure, la composante normale de  $\vec{J}$  est supposée nulle :

$$\Delta \vec{J} = -\vec{J}_0 \cdot \vec{n} \dots \dots \dots \quad (\text{II-11})$$

Où  $\vec{n}$  étant la normale à la surface de la fissure.

Où on a :

$$\int_c D(\vec{x}') \vec{K}(\vec{x}, \vec{x}') d\vec{x}' = -\vec{J}_0(\vec{x}) \cdot \vec{n}(\vec{x}), \forall \vec{x} \in C \dots \dots \dots \quad (\text{II-12})$$

La variation d'impédance  $\Delta Z$  due à la présence de la fissure est égale à la somme, pondérée par  $D$ , des variations d'impédance  $\Delta Z^V$  dues à chaque vortex :

$$\Delta Z = \int_c D(\vec{x}') \Delta Z^V(\vec{x}') d\vec{x}' \dots \dots \dots \quad (\text{II-13})$$

La difficulté de ce modèle réside dans la détermination de la fonction de pondération D.

La variation d'impédance est calculée analytiquement pour les fissures droites

de longueur a, soit infinie soit très courte ( $\frac{ac}{\delta^2} \ll 1$ , c: épaisseur de la plaque).

Pour les fissures de longueur intermédiaire, la variation d'impédance ne peut être déterminée que par des méthodes numériques. Burke et Rose [12]

étudient en détail le cas de la fissure droite très courte, la variation d'impédance est calculée à partir des deux premiers termes de son développement asymptotique

suivant  $\frac{ac}{\delta^2}$ . Burke étend le modèle au cas d'une plaque fine fissurée située au dessus ou en dessous d'une plaque non fissurée.

### **II-3. Le modèle N.Ida :**

Dans notre travail on a le modèle **Ida** qui a utilisé la méthode des énergies pour déterminer les impédances.

D'abord l'énergie générale fonctionnelle pour des problèmes de champ électromagnétique peut être écrit comme [13] :

$$F = \int_V (\text{énergie stockée} - \text{énergie d'entrée} + \text{énergie de dispersion}) dV \quad (\text{II-14})$$

L'énergie stockée dans le champ magnétique peut être calculée à partir de la densité de flux pour un N:

$$W = \sum_{i=1}^N W_i = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} (\nu_x B_{xi}^2 + \nu_y B_{yi}^2 + \nu_z B_{zi}^2) \nu_i \quad (\text{II-15})$$

$\nu_i$  : Le volume de l'élément i.

L'énergie de dispersion :

$$P = \sum_{i=1}^N P_i = \sum_{i=1}^N \nu_i |J_{ei}|^2 / \sigma \quad (\text{II-16})$$

$J_{ei}$  : Densité du courant de Foucault moyen

Donc l'impédance est donnée par :

$$Z = R + j\omega L = \frac{1}{I^2} (P + j\omega 2W) \quad (\text{II-17})$$

# Chapitre III

Le modèle 'IDA' et l'approche physique

### **III .1. Introduction : [14]**

La thèse de N.IDA (1983) décrit la formule tridimensionnelle des éléments finis pour équations magnétostatique et de courant de Foucault et de son utilisation en modélisant théoriquement les champs et les impédances de la sonde en présence des défauts tridimensionnels. La formulation est basée sur un concept de bilan énergétique tenant compte de l'énergie d'entrée (les sources des courantes), l'énergie stockée dans le champ magnétique et l'énergie dissipée par les courants de Foucault.

Les éléments finis utilisent les équations qui sont déterminés par le vecteur potentiel magnétique .D'autres quantités mesurables telles que des densités de flux sont calculées.

Dans les problèmes de courant de Foucault la quantité d'intérêt est l'impédance d'enroulement qui est calculée à partir des énergies stockées (réactance) et absorbées (de résistance).

### **III.2. La Formulation Tridimensionnelle Des Élément Finis :**

Parmi les nombreuses méthodes disponibles pour la formulation des éléments finis de problèmes généraux, la méthode résiduelle (**Galerkin**) et l'utilisation **d'une énergie fonctionnelle** provenant d'un concept global de bilan énergétique.

La méthode de **Galerkin** est plus commande quand seulement les équations différentielles et leurs états de frontière sont disponibles et quand l'interprétation physique du problème est importante, la formulation de bilan énergétique offre les meilleurs résultats.

L'approche de bilan énergétique est présentée ici :

Une énergie générale fonctionnelle pour des problèmes de champ électromagnétique peut être écrite comme

$$F = \int_V (\text{énergie stockée} - \text{énergie d'entrée} + \text{énergie dissipée}) dv \dots \dots \dots (III-1)$$

Là où l'énergie stockée est due au champ magnétique, l'énergie d'entrée est dérivé des densités de courant appliquées et de l'énergie dissipée résulte des densités de courant de Foucault dans les parties conductrice, à l'exclusion des sources.

**III.2.1-L'énergie fonctionnelle pour les problèmes de magnétostatique Tridimensionnels :**

L'énergie fonctionnelle peut être écrite pour les applications magnétostatiques :

$$F(\vec{A}) = \int_V (\vec{H} \cdot d\vec{B} - \vec{J} \cdot d\vec{A}) dx dy dz = \int_V (f) dx dy dz \dots\dots\dots(III-2)$$

Ou :

$$f = \int \nu_x B_x dB_x + \int \nu_y B_y dB_y + \int \nu_z B_z dB_z - \int J_x dA_x - \int J_y dA_y - \int J_z dA_z \dots\dots\dots(III-3)$$

Et :

$$f = \frac{1}{2}(\vec{B} \cdot \vec{H}) - \vec{J} \cdot \vec{A} \dots\dots\dots(III-4)$$

En exécutant les produits scalaires dans Eq. (III-4) :

$$\vec{B} \cdot \vec{H} = \nu_x B_x^2 + \nu_y B_y^2 + \nu_z B_z^2 \dots\dots\dots(III-5)$$

$$\vec{J} \cdot \vec{A} = J_x A_x + J_y A_y + J_z A_z \dots\dots\dots(III-6)$$

En outre les relations entre  $\vec{B}$  et  $\vec{A}$  les composants de la densité de flux sont :

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \dots\dots\dots(III-7)$$

$$B_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \dots\dots\dots(III-8)$$

$$B_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \dots\dots\dots(III-9)$$

Utilisant la notion  $A_{jk} = \frac{\partial}{\partial k} A_j$  et les équations précédentes on obtient :

$$F(\vec{A}) = \int_V \left[ \frac{1}{2} (\nu_x (A_{2y} - A_{yz})^2 + \nu_y (A_{xz} - A_{zx})^2 + \nu_z (A_{yx} - A_{xy})^2) - (J_x A_x + J_y A_y + J_z A_z) \right] dx dy dz \dots \dots \dots \text{(III-10)}$$

Pour vérifier que ce fonctionnel est équivalent à l'équation aux dérivés partiels .la fonction à intégrer (f) est substituées dans les équations appropriées d'Euler.

$$F(\vec{A}) = \int_V f(x, y, z, A_x, A_y, A_z, A_{xx}, A_{yy}, A_{zz}, A_{xy}, A_{xz}, A_{yx}, A_{yz}, A_{zx}, A_{zy}) dx dy dz \dots \dots \dots \text{(III-11)}$$

Pour trouver un point stationnaire de ce fonctionnel la première variation doit être égal à zéro :

$$\delta F(\vec{A}) = \int_V \left[ \begin{aligned} & \frac{\partial f}{\partial A_x} \delta A_x + \frac{\partial f}{\partial A_z} \delta A_z + \frac{\partial f}{\partial A_y} \delta A_y + \frac{\partial f}{\partial A_{xx}} \delta A_{xx} + \\ & \frac{\partial f}{\partial A_{xy}} \delta A_{xy} + \frac{\partial f}{\partial A_{xz}} \delta A_{xz} + \frac{\partial f}{\partial A_{yx}} \delta A_{yx} + \frac{\partial f}{\partial A_{yy}} \delta A_{yy} + \frac{\partial f}{\partial A_{yz}} \delta A_{yz} \\ & + \frac{\partial f}{\partial A_{zx}} \delta A_{zx} + \frac{\partial f}{\partial A_{zy}} \delta A_{zy} + \frac{\partial f}{\partial A_{zz}} \delta A_{zz} \end{aligned} \right] dx dy dz = 0 \dots \dots \dots \text{(III-12)}$$

En utilisant la propriété suivante  $\frac{\partial f}{\partial A_{jk}} \delta A_{jk} = \frac{\partial f}{\partial A_{jk}} \frac{\partial}{\partial k} (\delta A_j)$  on obtient :

$$\begin{aligned} \delta F(\vec{A}) = & \int_V \left[ \frac{\partial f}{\partial A_x} \delta A_x + \frac{\partial f}{\partial A_z} \delta A_z + \frac{\partial f}{\partial A_y} \delta A_y \right] dx dy dz + \\ & \int_V \left[ \frac{\partial f}{\partial A_{xx}} \frac{\partial}{\partial x} (\delta A_x) + \frac{\partial f}{\partial A_{xy}} \frac{\partial}{\partial y} (\delta A_x) + \frac{\partial f}{\partial A_{xz}} \frac{\partial}{\partial z} (\delta A_x) \right] dx dy dz + \\ & \int_V \left[ \frac{\partial f}{\partial A_{yx}} \frac{\partial}{\partial x} (\delta A_y) + \frac{\partial f}{\partial A_{yy}} \frac{\partial}{\partial y} (\delta A_y) + \frac{\partial f}{\partial A_{yz}} \frac{\partial}{\partial z} (\delta A_y) \right] dx dy dz + \\ & \int_V \left[ \frac{\partial f}{\partial A_{zx}} \frac{\partial}{\partial x} (\delta A_z) + \frac{\partial f}{\partial A_{zy}} \frac{\partial}{\partial y} (\delta A_z) + \frac{\partial f}{\partial A_{zz}} \frac{\partial}{\partial z} (\delta A_z) \right] dx dy dz = 0 \dots \dots \dots \text{(III-13)} \end{aligned}$$

On prend en considération :

- 1- le théorème de Gauss :

$$\int_V \nabla \cdot \vec{Q} dv = \iint_S \vec{Q} \cdot d\vec{s} \dots \dots \dots (III-14)$$

2- les variations sont arbitraires dans tout le volume.

3- les conditions de frontière normales sur la surface s.

$$f = \frac{1}{2} (\nu_x B_x^2 + \nu_y B_y^2 + \nu_z B_z^2) - (J_x A_x + J_y A_y + J_z A_z) \dots \dots \dots (III-15)$$

Donc :

$$f = \frac{1}{2} [\nu_x (A_{zy} - A_{yz})^2 + \nu_y (A_{xz} - A_{zx})^2 + \nu_z (A_{yx} - A_{xy})^2] - (J_x A_x + J_y A_y + J_z A_z) \dots \dots \dots (III-16)$$

De ceci ce qui suit peut être écrit par différentiation :

$$\frac{\partial f}{\partial A_x} = -J_x \dots \dots \dots (III-17)$$

$$\frac{\partial f}{\partial A_y} = -J_y \dots \dots \dots (III-18)$$

$$\frac{\partial f}{\partial A_z} = -J_z \dots \dots \dots (III-19)$$

### III. 2.2- Énergie Fonctionnelle pour les problèmes de courant de Foucault 3-D :

L'énergie fonctionnelle pour les problèmes de courant de Foucault peut être écrite près y compris l'énergie dissipée. Ainsi Eq. (10) devient :

$$F(A) = \int_V \left[ \frac{1}{2} \left[ \nu_x (A_{zy} - A_{yz})^2 + \nu_y (A_{xz} - A_{zx})^2 + \nu_z (A_{yx} - A_{xy})^2 \right] - (J_x A_x + J_y A_y + J_z A_z) + \frac{1}{2} j\omega\sigma (A_x^2 + A_y^2 + A_z^2) \right] dx dy dz \dots\dots\dots(III-20)$$

La formulation des deux premiers termes sont les mêmes avec la formulation présentée dans la section précédente et n'est pas répétée ici. Seulement les changements à la formulation précédente due aux courants de Foucault sont indiqués. La fonction à intégrer pour ce problème, équivalente à Eq.(16) est :

$$f = \frac{1}{2} \left[ \nu_x (A_{zy} - A_{yz})^2 + \nu_y (A_{xz} - A_{zx})^2 + \nu_z (A_{yx} - A_{xy})^2 \right] - (J_x A_x + J_y A_y + J_z A_z) + \frac{1}{2} j\omega\sigma (A_x^2 + A_y^2 + A_z^2) \dots\dots(III-21)$$

Avec :

$$\frac{\partial f}{\partial A_x} = -J_x + j\omega\sigma A_x \dots\dots\dots(III-22)$$

$$\frac{\partial f}{\partial A_y} = -J_y + j\omega\sigma A_y \dots\dots\dots(III-23)$$

$$\frac{\partial f}{\partial A_z} = -J_z + j\omega\sigma A_z \dots\dots\dots(III-24)$$

Donc:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ \nu_z (A_{yx} - A_{xy}) \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[ \nu_y (A_{xz} - A_{zx}) \right] = J_x - j\omega\sigma A_x \dots\dots\dots(III-25)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ \nu_x (A_{zy} - A_{yz}) \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \nu_z (A_{yx} - A_{xy}) \right] = J_y - j\omega\sigma A_y \dots\dots\dots(III-26)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \nu_y (A_{xz} - A_{zx}) \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[ \nu_x (A_{zy} - A_{yz}) \right] = J_z - j\omega\sigma A_z \dots\dots\dots(III-27)$$



Et cette formulation est ainsi équivalente à l'équation originale décrivant le problème de courant de Foucault.

Le vecteur potentiel est défini en termes de composants de  $\vec{A}$  :

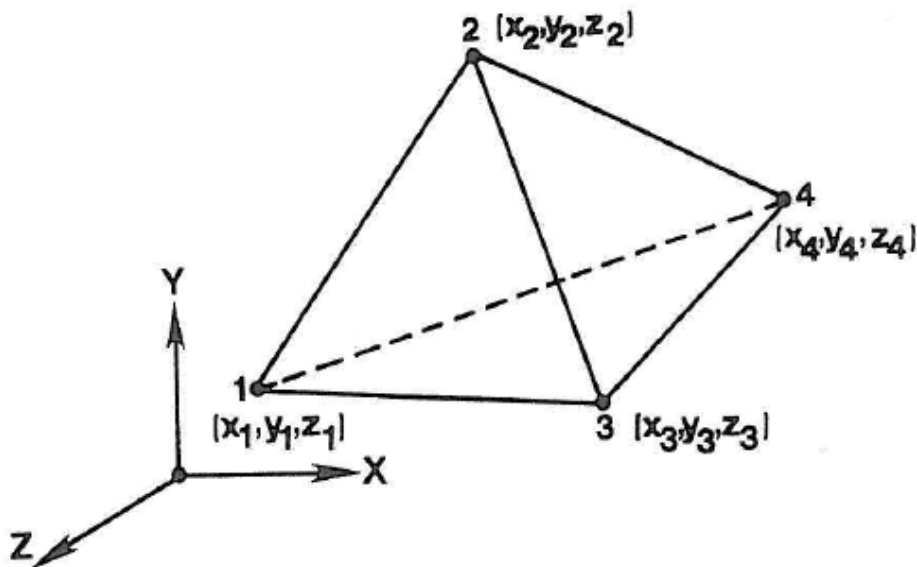
$$B = \nabla \times \vec{A} = x(A_{zy} - A_{yz}) + y(A_{xz} - A_{zx}) + z(A_{yx} - A_{xy}) \dots \dots \dots (III-28)$$

### **III.3. Discrétisation du domaine :**

La solution de la formulation de la magnétostatique ou des équations de courant de Foucault présentées dans les sections précédentes est exécutée en trouvant un ensemble de fonctions A qui réduisent au minimum l'énergie fonctionnel F (A).

#### **III.3.1-Le maillage (Élément Tétraédrique) :**

Le procédé de discrétisation est un procédé géométrique et par lui-même n'est pas suffisant pour s'assurer que les éléments choisis peuvent être employés pour la solution. Un ensemble des fonctions spéciales, appelé des fonctions d'interpolation doit être choisi pour élément.



La figure. (III-1) Élément tétraédrique et ses coordonnées (cartésiennes) globales.

Les fonctions d'interpolation  $L_i$  peuvent être dérivées en termes d'ensemble de coordonnées cartésiennes. Vu le tétraèdre dans fig. (III-1), les coordonnées cartésiennes globales peuvent être liées aux coordonnées cartésiennes en résolvant le système suivant des équations :

$$x = L_1x_1 + L_2x_2 + L_3x_3 + L_4x_4 \dots \dots \dots (III-29)$$

$$y = L_1y_1 + L_2y_2 + L_3y_3 + L_4y_4 \dots \dots \dots (III-30)$$

$$z = L_1z_1 + L_2z_2 + L_3z_3 + L_4z_4 \dots \dots \dots (III-31)$$

$$L_1 + L_2 + L_3 + L_4 = 1 \dots \dots \dots (III-32)$$

Où les indices (1.2.3.4) indiquent le nombre de nœud dans l'élément. La solution pour  $L_i$  peut écrire les coordonnées cartésienne du tétraèdre comme :

$$L_i = \frac{1}{6v} (a_i + b_i x + c_i y + d_i z), i = 1, 2, 3, 4 \dots \dots \dots (III-33)$$

Le vecteur potentiel peut être écrit :

$$A_x(x, y, z) = A_{x1}L_1 + A_{x2}L_2 + A_{x3}L_3 + A_{x4}L_4 \dots \dots \dots (III-34)$$

$$A_y(x, y, z) = A_{y1}L_1 + A_{y2}L_2 + A_{y3}L_3 + A_{y4}L_4 \dots \dots \dots (III-35)$$

$$A_z(x, y, z) = A_{z1}L_1 + A_{z2}L_2 + A_{z3}L_3 + A_{z4}L_4 \dots \dots \dots (III-36)$$

L'équation matricielle pour chaque élément dans la maille est de la forme :

$$v_i \{ [s] + j[R] \} \cdot \begin{Bmatrix} \square \\ A \end{Bmatrix} - \frac{v_i}{4} \begin{Bmatrix} \square \\ J \end{Bmatrix} = 0 \dots \dots \dots (III-37)$$

Où :

$v_i$  : Le volume de l'élément et 4 c'est le nombre des nœuds dans l'élément.

$[s]$   $12 \times 12$  C'est une matrice qui représente la partie réelle de la matrice élémentaire et  $[R]$   $12 \times 12$  c'est une matrice de la partie imaginaire.  $\begin{Bmatrix} \square \\ A \end{Bmatrix}$   $12 \times 1$  C'est le vecteur potentiel complexe qui est inconnu aux nœuds de l'élément et  $\begin{Bmatrix} \square \\ J \end{Bmatrix}$  est le vecteur  $12 \times 1$  des densités de

courant complexes. Pour des problèmes magnétostatiques la partie imaginaire de la matrice élémentaire disparaît et  $\{A\}$  et  $\{J\}$  sont toutes les deux réelles.

$$v_i [s] \cdot \{A\} - \frac{v_i}{4} \{J\} = 0 \dots \dots \dots \text{(III-38)}$$

$[s]$  Et  $[R]$  sont symétriques.

En additionnant toutes les matrices élémentaires on obtient un système global des équations :

$$\begin{bmatrix} \square \\ G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \square \\ A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \square \\ Q \end{bmatrix} \dots \dots \dots \text{(III-39)}$$

Ou pour les problèmes magnétostatiques :

$$[G] \cdot \{A\} = \{Q\} \dots \dots \dots \text{(III-40)}$$

Et la générale est de problème (courant de Foucault):

$$\{[S] + j\omega\sigma [R]\} \{A\} = \{Q\} \dots \dots \dots \text{(III-41)}$$

**III.3.2-Les conditions aux limites :**

Les équations formulées en termes d'éléments finis dans les équations du problème magnétostatiques et pour le problème de courant de Foucault peut être résolu on fournit un ensemble correct d'états de frontière. Soit l'état de frontière de **Dirichlet** ou l'état de frontière de **Neumann**.

### **III.4. Les quantités mesurables :**

#### **III.4. 1-La densité de flux :**

Après avoir le vecteur potentiel la densité de flux est donnée par :

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \dots\dots\dots(III-42)$$

$$B_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \dots\dots\dots(III-43)$$

$$B_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \dots\dots\dots(III-44)$$

#### **III.4.2-Densité de courant de Foucault dans des conducteurs :**

$$J_{ex} = -j\omega\sigma A_x \dots\dots\dots(III-45)$$

$$J_{ey} = -j\omega\sigma A_y \dots\dots\dots(III-46)$$

$$J_{ez} = -j\omega\sigma A_z \dots\dots\dots(III-47)$$

#### **III.4.3-Les énergies :**

L'énergie stockée est donnée par:

$$W = \sum_{i=1}^N W_i = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} (\nu_x B_{xi}^2 + \nu_y B_{yi}^2 + \nu_z B_{zi}^2) \nu_i \dots\dots\dots(III-48)$$

L'énergie dissipée :

$$P = \sum_{i=1}^N P_i = \sum_{i=1}^N \nu_i |J_{ei}|^2 / \sigma \dots\dots\dots(III-49)$$

Ou :

$\nu_i$  : est le volume de l'élément i.

$J_{ei}$  : est la densité moyenne de courant de Foucault dans l'élément i.

Et :

$$v = \frac{1}{\mu}$$

### III.4.4-Impédance des enroulements :

L'impédance pour une sonde différentielle où les deux enroulements sont identiques mais les courants sont inversés :

$$\bar{Z}_{probe} = \frac{j\omega 2 \Pi J_s}{I_s^2} \left[ \sum_{j=1}^{N_a} r_{cj} \Delta_j A_{cj} - \sum_{j=1}^{N_b} r_{cj} \Delta_j A_{cj} \right] \dots\dots\dots(III-50)$$

La résistance de l'enroulement peut être écrite comme :

$$R = \frac{P}{I^2} \dots\dots\dots(III-51)$$

P : c'est l'énergie dissipée

L'inductance est donnée par :

$$L = \frac{2W}{I^2} \dots\dots\dots(III-52)$$

Donc :

$$Z = R + j\omega L = \frac{1}{I^2} (P + j\omega 2W) \dots\dots\dots(III-53)$$

**III.5. Les techniques de solution pour les équations en éléments finis :**

**III.5.1. Solution des systèmes linéaires des équations (Méthodes Directes) :**

Méthodes directes pour résoudre des systèmes de N équations linéaires sont basées sur l'algorithme d'élimination de Gauss. L'algorithme d'élimination de Gauss peut être récapitulé par :

$$a_{ij}^{k+1} = a_{ij}^k - a_{ik}^k [a_{kk}^k]^{-1} a_{kj}^k \quad i,j > k \dots \dots \dots (III-54)$$

$$q_i^{k-1} = q_i^k - a_{ik}^k [a_{kk}^k]^{-1} q_k^k \quad i > k \dots \dots \dots (III-55)$$

Ce qui exprime les opérations effectuées à la kème étape ; k=1,2 ..... , N-1

Commençant par  $[G] = [G]$  et  $\{Q\} = \{Q\}$

Après cette étape, connue sous le nom de l'étape d'élimination le système des équations est triangulaire et la solution est obtenue :

$$X_k = [a_{kk}^k]^{-1} (q_k^k - \sum_{j=k+1}^N a_{kj}^k X_j) \quad , k=N, N-1, \dots \dots \dots, 1 \quad \dots \dots \dots (III-56)$$

La forme triangulaire résultant du processus d'élimination dépend de la matrice originale. Pour les matrices symétriques elle prend la forme :

$$[G] = [U][D][U] \dots \dots \dots (III-57)$$

Là où [U] est la matrice triangulaire supérieure et [D] est la matrice diagonale

. Dans les matrices non-symétriques la matrice décomposée prend la forme :

$$[G] = [L][D][U] \dots \dots \dots (III-58)$$

**III.5.2-Solution des systèmes linéaires des équations (Méthodes Itératives) :**

Ce sont plus simples pour mettre en application et il n'y a aucune décision de convergence et d'exactitude à faire.

Une méthode itérative de forme :

$$\{X\}^{k+1} = \Phi \{X\}^k \dots\dots\dots(\text{III-59})$$

Est considéré. Un algorithme itératif peut être établi en présentant une matrice non singulière  $[S]$  de  $n \times n$  :

$$[S]\{X\} + [G] - [S]\{X\} = Q \dots\dots\dots(\text{III-60})$$

Et par la mise de :

$$[S]\{X\}^{k+1} + [G] - [S]\{X\}^k = \{Q\} \dots\dots\dots(\text{III-61})$$

Et ceci peut alors être résolu pour l'étape (k+1) de l'étape précédente :

$$\{X\}^{k+1} = \{X\}^k - [S]^{-1} [G]\{X\}^k - \{Q\} = \{I\} - [S]^{-1} [G]\{X\}^k + [S]^{-1} \{Q\} \dots\dots\dots(\text{III-62})$$

En utilisant la décomposition de matrice  $[G]$  :

$$[G] = [D] - [E] - [F] \dots\dots\dots(\text{III-63})$$

Ou :

$$[D] = \begin{bmatrix} a_{11} & & & 0 \\ & a_{22} & & \\ & & \cdot & \\ 0 & & & a_{nn} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(\text{III-64})$$

$$-[E] = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 \\ a_{21} & \cdot & & \cdot \\ & & 0 & \cdot \\ a_{n1} & \dots & a_{n,n-1} & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(\text{III-65})$$

$$-[F] = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} \dots & \dots & a_{1n} \\ 0 & 0 & & \cdot \\ & & & \cdot \\ & & 0 & a_{n-1,n} \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(\text{III-66})$$

Et les abréviations :

$$[L] = [D]^{-1} [E] \dots\dots\dots(\text{III-67})$$

$$[U] = [D]^{-1} [F] \dots\dots\dots(\text{III-68})$$

$$[J] = [L] + [U] \dots\dots\dots(\text{III-69})$$

$$[H] = ([I] - [L]^{-1}) [U] \dots\dots\dots(\text{III-70})$$

On peut définir les méthodes bien connues de Jacobi et de Gauss-Seidel comme suit :

1) Dans la méthode de Jacobi  $[B] = [D]$  et  $[J] = [I] - [S]^{-1} [G]$  et là l'itération est écrite comme :

$$a_{jj} X_j^{k+1} + \sum_{i \neq j} a_{ji} X_i^k = q_j \quad ; j=1,2,\dots,n; \quad k=0,1,2,\dots \quad \dots\dots\dots(\text{III-71})$$

Ou :

$$X^k = \{ X_1^k, \dots, X_n^k \}^T$$

2-Dans la méthode de Gauss-Seidel,  $[B] = [D] - [E]$  et  $[H] = ([I] - [S]^{-1}) [U]$

Le processus itératif est défini :

$$\sum_{i < j} a_{ji} X_i^{k+1} + a_{jj} X_j^{k+1} + \sum_{i > j} a_{ji} X_i^k = q_j \quad ; j=1,2,\dots,n; \quad k=0,1,2,\dots \quad \dots\dots\dots(\text{III-72})$$



### **Conclusion :**

Le travail qui sera traité dans ce manuscrit s'inspire du modèle d'**IDA**. Des modifications ont été effectuées et qui ne traite que les courants de Foucault:

- La géométrie de la pièce (notre c'est une plaque plane alors que lui a utilisé un tube).
- Le maillage triangulaire et le nombre de nœuds.
- 2 D
- les défauts.
- les contraintes.
- La nuance de la pièce

Nous avons opté pour les conditions aux limites de **Dirichlet**. Les solutions de notre travail seront effectuées grâce au logiciel MATLAB

# Chapitre IV

Expérimentale et interprétation des  
résultats

## **IV.1. Introduction :**

- La discrétisation d'un domaine de problème par la méthode des éléments finis permet de réaliser des solutions précises, spécifiques, a été un champ de recherche ces dernières années. L'approche traditionnelle dans la modélisation numérique en utilisant la méthode des éléments finis fournit des solutions avec une précision satisfaisante pour la plupart des problèmes en science et en construction. L'erreur de discrétisation actuelle, dans un problème donné, limite l'exactitude de la solution. En raffinant uniformément la maille, la précision de la solution peut être améliorée dans une certaine mesure, avec plus de mémoire et de plus grand effort informatique. Cela peut être réalisé par un raffinement adaptatif automatique de maillage et des aides de calcul pour réaliser des solutions avec une grande précision. Également en présence d'une singularité dans le domaine de problème, l'exactitude de solution peut être améliorée par un procédé sélectif de discrétisation en utilisant une technique adaptative des éléments finis. Ceci est réalisé en identifiant les régions critiques du domaine de problème, en les raffinant localement, et en calculant la solution et les paramètres correspondants de raffinement (estimateurs d'erreurs) [15] .

Pour le raffinement automatique des problèmes à 2D, de telle façon à limiter les problèmes en 3D [15-22], L'élément à raffiner est d'augmenter le nombre des nœuds.

## **IV.2. Le maillage :**

La discrétisation de domaine est un processus indispensable dans un calcul des EF. L'erreur de discrétisation dépend de la taille et de la distribution des éléments dans le domaine du problème. Par conséquent il est nécessaire de raffiner le domaine de problème sélectivement, basé sur une stratégie d'évaluation fiable des erreurs afin d'améliorer la précision de la solution.

L'optimisation de la maille et l'exactitude désirée de la solution peuvent être attribuées à la fiabilité des données produites pendant le procédé d'itération.

Les diverses étapes impliquées dans le procédé algorithmique pour la méthode des éléments finis sont les suivant :

- (1) Générer une première maille brute ( $\Omega_0$ ) et spécifier la tolérance d'erreur.
- (2) Résoudre pour une première solution ( $\Phi_0$ ).
- (3) Choisir une stratégie d'évaluation appropriée des erreurs et calculer l'erreur dans la solution utilisée (dans notre cas nous avons travaillé avec les énergies).
- (4) Comparer l'estimation d'erreurs  $\|e\|_{\Omega}$  avec la tolérance.
- (5) classer les éléments ayant les grandes erreurs (dans la région choisie) et procéder au raffinement.
- (6) Pour le raffinement, ajouter les nouveaux degrés de liberté à l'élément.

(7) Employer une technique appropriée de solution pour résoudre et réitérer la solution.

### **IV.3. Hypothèses simplificatrices :**

On a pris le modèle de N .Ida qui traite l'évaluation non destructif des courants de Foucault avec l'aspect énergétique .l'énergie fonctionnelle permet de déterminer les variations des impédances (les résistances et les inductances). Dans notre cas nous avons considéré les hypothèses suivantes :

1-La variation de champ électrique E suivant les directions x et y est négligeable .nous avons pris comme hypothèse que la variation électromagnétique due au CF est suivant la profondeur uniquement (selon l'axe Z)

$$E_x = E_y = E \quad (\text{IV-1})$$

2-L'inductance B est donnée par la relation suivante :

$$B = \frac{j}{\omega} E \quad (\text{IV-2})$$

3-On a supposé que nôtre sonde est de forme cylindrique de section droite .nous avons assimilé la surface de contact à un point ponctuelle.

### **IV.4. Formulation [19, 20,21 ,22]**

Comme cité précédemment, dans la technique de courant de Foucault, la détection de défaut est effectuée en mesurant la variation d'impédance de l'enroulement. L'impédance de l'enroulement est une somme complexe de sa résistance et réactance donnée pars :

$$Z = R + j\omega L \quad (\text{IV-3})$$

L'impédance de n'importe quelle source dans la région de solution est calculée à partir des considérations d'énergie. La partie réelle de l'impédance de la source, est calculée à partir de Résistance :

$$R = \frac{P_d}{I^2} \quad (\text{IV-4})$$

Où :

$P_d$  : énergie dissipée. De même, l'inductance est :

$$L = \frac{W_s}{I^2} \quad (IV-5)$$

Où :

$W_s$  : est l'énergie stockée.

Tels que :

**Energie dissipée,**

$$P = \sum_{i=1}^N P_i = \sum_{i=1}^N v_i |J_{ei}|^2 / \sigma \dots \dots \dots (IV-6)$$

Où : le  $v_i$  est le volume de l'élément,

$J_{ei}$  : est la densité moyenne de courant de Foucault dans l'élément i.

$\sigma$  : la conductivité électrique.

**Energie stockée,**

$$W = \sum_{i=1}^N W_i = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} (v_x B_{xi}^2 + v_y B_{yi}^2 + v_z B_{zi}^2) \cdot v_i \dots \dots \dots (IV-7)$$

Où : le  $v_i$  est le volume de l'élément, et

$J_{ei}$  : est la densité moyenne de courant de Foucault dans l'élément i.

$v$  :  $\frac{1}{\mu}$  (m/Henry)

$B_x, B_y, B_z$  : les composantes de la densité de flux suivant x, y et z

### **IV.5 .Approche physique et expérimentale:**

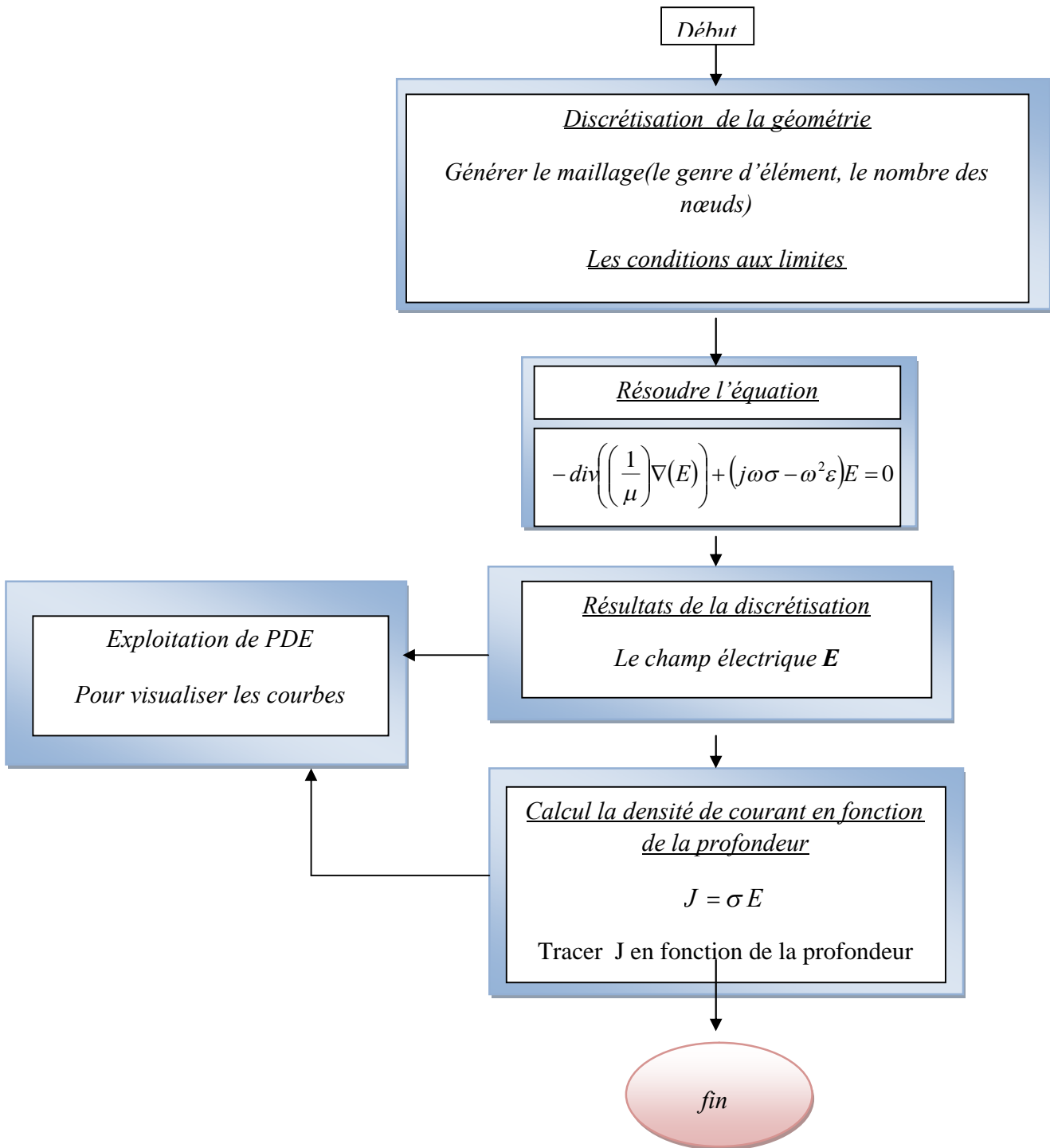
Afin de procéder aux calculs des différents paramètres du contrôle par CF en utilisant le modèle de IDA, nous avons opté pour l'approche suivante :

- 1-Approche numérique de calcul de la répartition de courant de Foucault (J).
- 2-Approche numérique de calcul de Z ( $Z = R + j\omega L$ ) en utilisant la simulation sur des pièces sans et avec défaut de dimension choisie.
- 3- Approche numérique de calcul de Z ( $Z = R + j\omega L$ ) en simulant la présence d'une contrainte axiale choisie avec simulation de présence et non présence de défaut.

Une approche expérimentale a été effectuée pour valider les résultats obtenus par simulation en particulier les résultats rentrant dans le cas de la présence et de l'absence de défaut.

#### IV.5.1 Approche numérique de calcul de la répartition de courant de Foucault [J]:

Figure IV.1.Organigramme de la répartition de courant de Foucault [J].



### **Explication :**

Cet organigramme nous explique les étapes qu'on a fait pour étudier le phénomène (effet de peau) :

#### ***1-Discretisation de la géométrie :***

Générer le maillage (le genre d'élément, le nombre des nœuds) à l'aide de logiciel **Matlab** et on a choisi le maillage triangulaire.

#### **2- les conditions aux limites : Dirichlet**

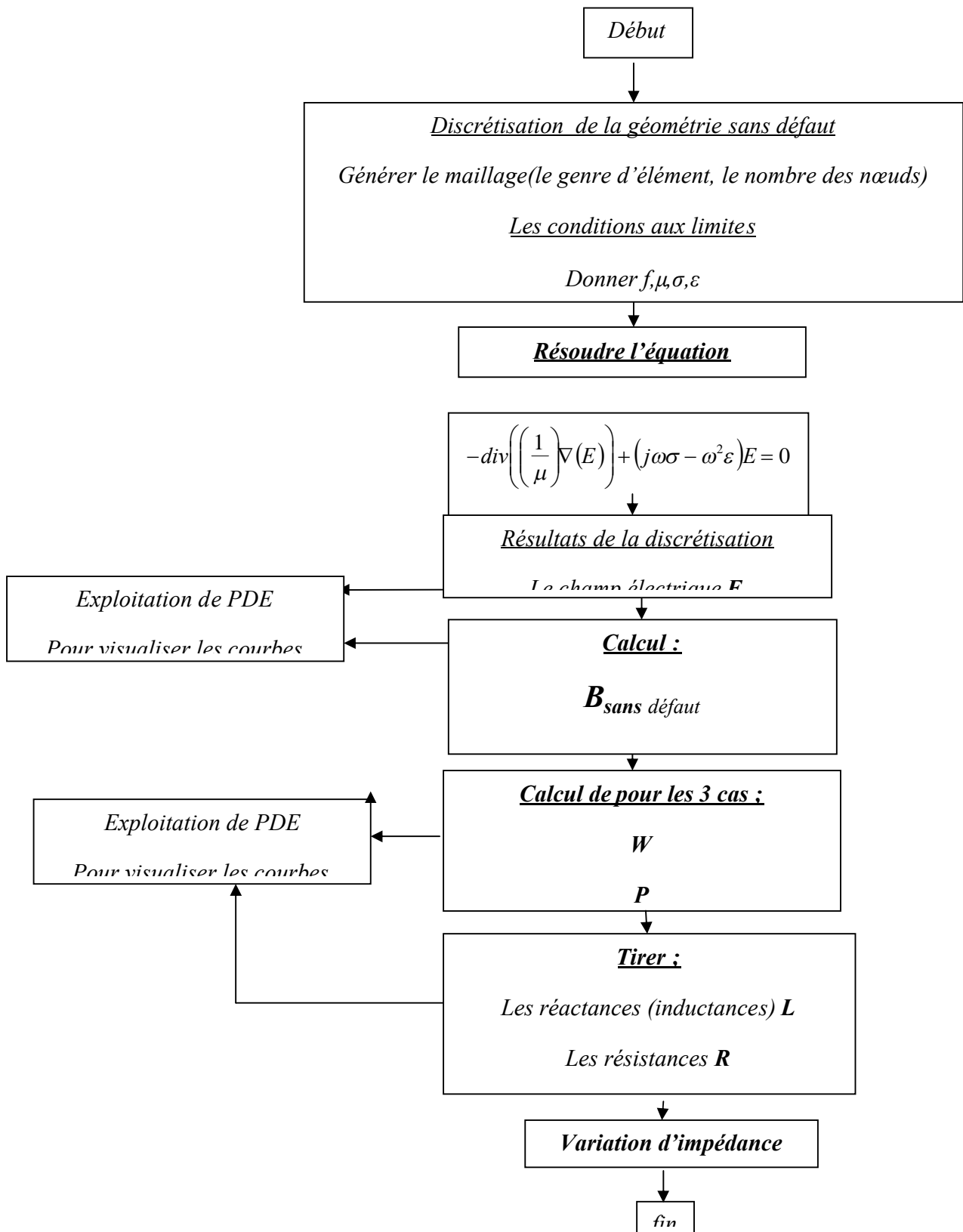
#### **3- entrer les données ( $f, \mu, \sigma, \varepsilon$ )**

#### **4-Résoudre le PDE de problème :**

On obtient après la résolution les valeurs de E (champ électrique) dans chaque nœuds et après on choisi des nœuds suivant la profondeur en calculant J (densité de courant)

5-tracer J en fonction de la profondeur.

### **IV.5. 2.Approche numérique de calcul de $Z$ ( $Z = R + j\omega L$ ) en simulant sans et avec défaut de dimension choisie :**





**Figure IV.2.** Approche numérique de calcul de  $Z$  ( $Z = R + j\omega L$ ) en simulant sans et avec défaut de dimension choisie.

**Explication :**

Cet organigramme nous explique les étapes qu'on a faites pour étudier le phénomène (effet de peau):

**1-Discretisation de la géométrie :**

Générer le maillage(le genre d'élément, le nombre des nœuds) effectué sous environnement MATLAB et on a choisi le maillage triangulaire.

**2- les conditions aux limites :** Dirichlet

3- **entrer les données** ( $f, \mu, \sigma, \varepsilon$ ) et a chaque fois on change la fréquence.

**4-Résoudre le PDE de problème :** pour les cas suivant

1-sans défaut

2-avec défaut 0.2 cm

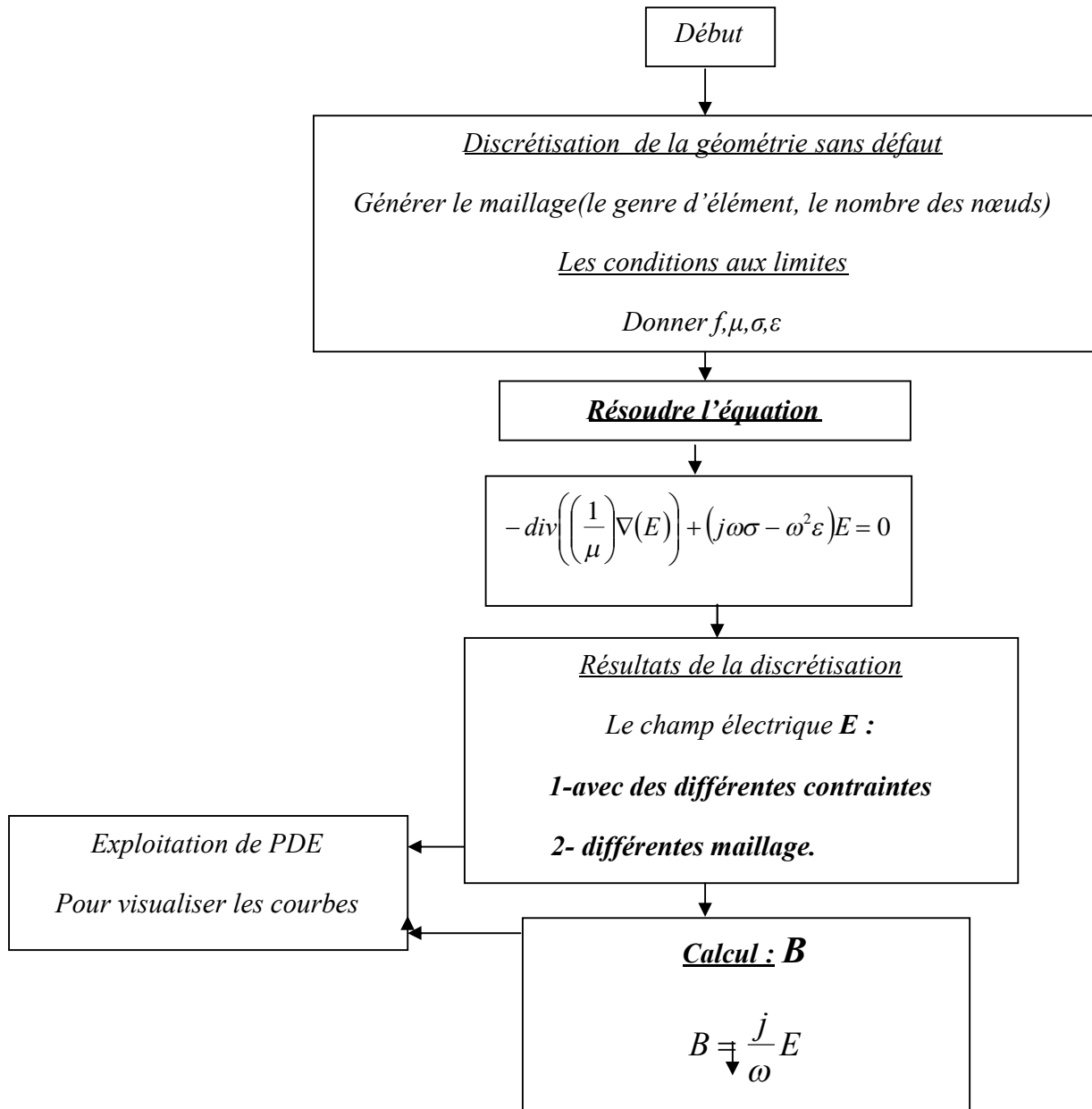
3- avec défaut 0.12 cm

-On obtient après la résolution les valeurs de E dans chaque nœuds, après on peut calculer le B (à l'aide des hypothèses) .A partir de B on peut calculer W et P c.-à-d. R

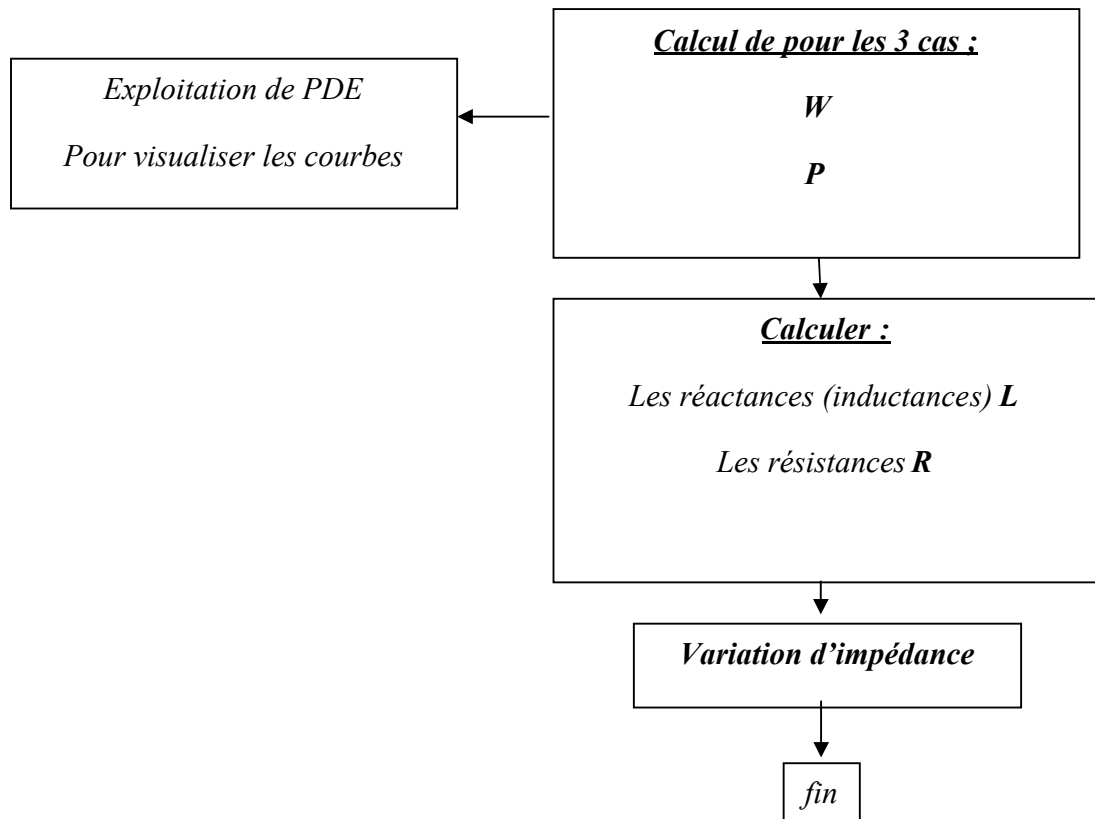
- Notre modèle nous permet de détecter le défaut et sa largeur.

**IV. 5.3 Approche numérique de calcul de  $Z$  ( $Z = R + j\omega L$ ) en simulant la présence d'une contrainte axiale choisie avec simulation de présence et non présence de défaut :**

Tableau IV.3. Les mesures des résistances inductances et des courants induites dans une plaque en Aluminium avec défaut de 0.2 cm et 0.12cm de profondeur.



**Figure IV.3.** Organigramme Approche numérique de calcul de  $Z$  ( $Z = R + j\omega L$ ) en simulant la présence d'une contrainte axiale choisie avec simulation de présence et non présence de défaut



### 1-Discretisation de la géométrie :

Générer le maillage (le genre d'élément, le nombre des nœuds) à l'aide de logiciel **Matlab** et on a choisi le maillage triangulaire.

### 2- les conditions aux limites : Dirichlet

3- **entrer les données** ( $f, \mu, \sigma, \varepsilon$ ) et a chaque fois on change la fréquence.

4- **Résoudre le PDE de problème** : pour les cas suivant :

1- Avec et sans défaut en absence des contraintes.

1- contrainte 5N avec contrainte et un maillage triangulaire et d'autre rectangulaire.

2- contrainte 10N avec contrainte et un maillage triangulaire et d'autre rectangulaire.

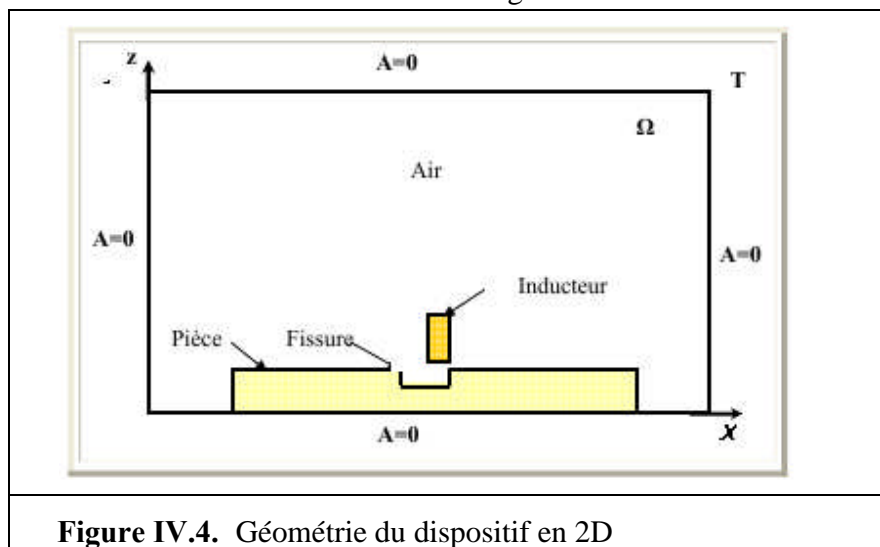
3- contrainte 15N avec contrainte et un maillage triangulaire et d'autre rectangulaire.

-On obtient après la résolution les valeurs de E dans chaque nœuds, après on peut calculer le B (à l'aide des hypothèses). A partir de B on peut calculer W et P c.-à-d. R

## IV.6. Modèle considéré en 2D :

Notre modèle consiste à déterminer la largeur et la position de défaut.

Le modèle à deux dimensions est constitué de trois régions :



• L'air de caractéristiques suivantes :

$$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ F/m}$$

$$\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ V/m}$$

- La pièce conductrice (Aluminium) 7075T6 avec les caractéristiques suivantes :

$$\mu_r = 1 \text{ F/m}$$

$$\sigma = 33\% \text{ IACS}$$

- une sonde absolue plane de diamètre  $d = 6,5 \text{ mm}$

#### **IV.6.1. Applications proposées :**

Pour valider le programme développé nous avons choisi trois applications dont les quelles nous avons exprimé la variation des impédances.

-on a calculé les 'R 'et 'L' dans des points :

1-sans défaut.

2-défaut de 0.12 cm

3- défaut de 0.2 cm

4- avec les contraintes

#### **Remarque :**

-les conditions sont les conditions de Dirichlet.

-la fissure est dans le plan XZ et la profondeur suivant l'axe Z.

### **VI.7 .Les résultats et les interprétations :**

#### **VI.7.1. Approche numérique de calcul de la répartition de courant de Foucault [J]:**

Cette application concerne une plaque en Aluminium 7075T6 sans défaut nous avons fait un balayage le long de la plaque.

- Nous avons appliqué les conditions aux limites de Dirichlet.
- Nous avons utilisé le Matlab pour la solution numérique de notre travail.
- Nous avons obtenu les valeurs de champs électriques **E** qui permettent de calculer l'inductance magnétique **B**.
- Après nous avons calculé les énergies dissipées et emmagasinées.
- A partir de ces résultats nous avons calculé les résistances et les inductances.

#### **IV.7.1.1Maillage du domaine d'étude**

On a réalisé le maillage par Matlab, il en résulte trois matrices caractéristiques:

- La matrice "p", ou matrice des points (nœuds), comprend les coordonnées des points du maillage.
- La matrice "e", ou matrice des segments (arrêtes), englobe les indices et le sous domaines de chaque segment.
- La matrice "t", ou matrice des triangles (éléments), contient les indices des points et les sous domaines de chaque triangle.

a. **Le matériau et les propriétés physiques :** Pour la partie expérimentale, nous avons choisi de tester une plaque plane (**Aluminium 7075**) sans défaut caractérisée par :

- **Perméabilité magnétique :**  $\mu = 4\pi 10^{-7} F / m$
- **Conductivité électrique :**  $\sigma = 19.10^6 (\Omega m)^{-1}$
- **Coefficient diélectrique :**  $\varepsilon = 8.810^{-12} V / m$

b- **le maillage :** On a choisi un maillage de 18417 nœuds et 36352 triangles (**Figure IV-7**)

c- **les conditions aux limites :**

On a choisi les conditions de **Dirichlet**.

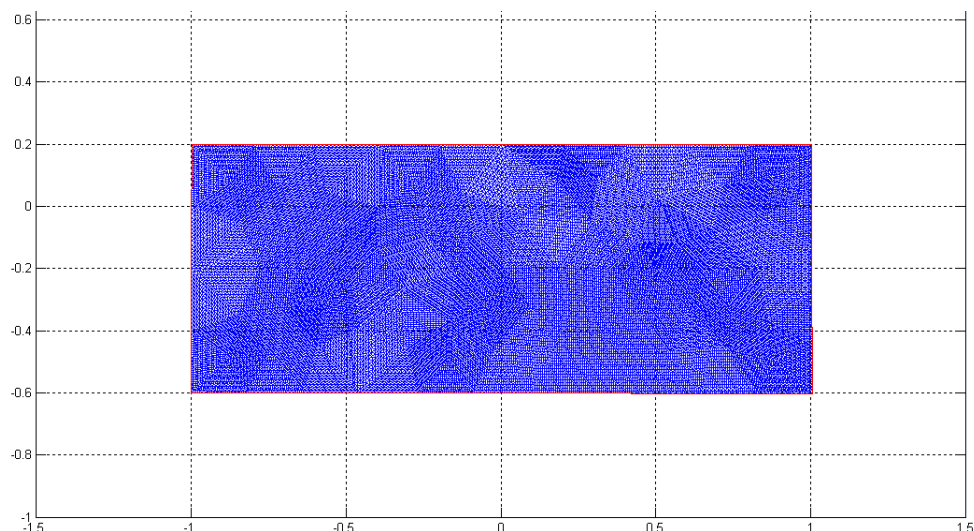
d- **PDE (équation au dérivé partielle)** c'est une équation **Elliptique** :

$$-\nabla \cdot \left( \frac{1}{\mu} \nabla E \right) + (J\omega\sigma - \omega^2\varepsilon)E = 0 \quad (\text{IV} - 8)$$

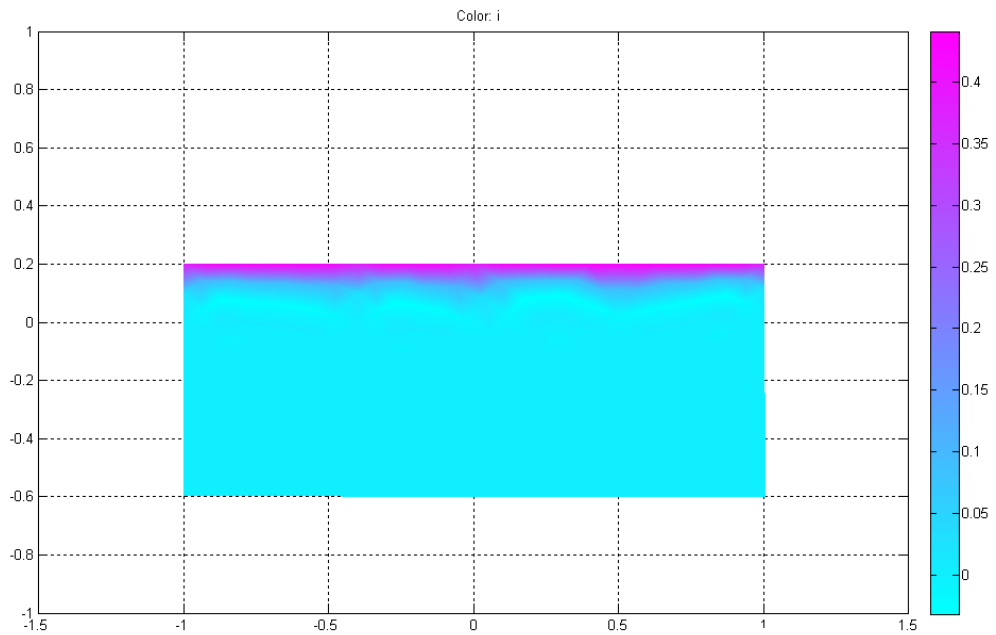
▪ Avec :

$$\omega = 2\pi f$$

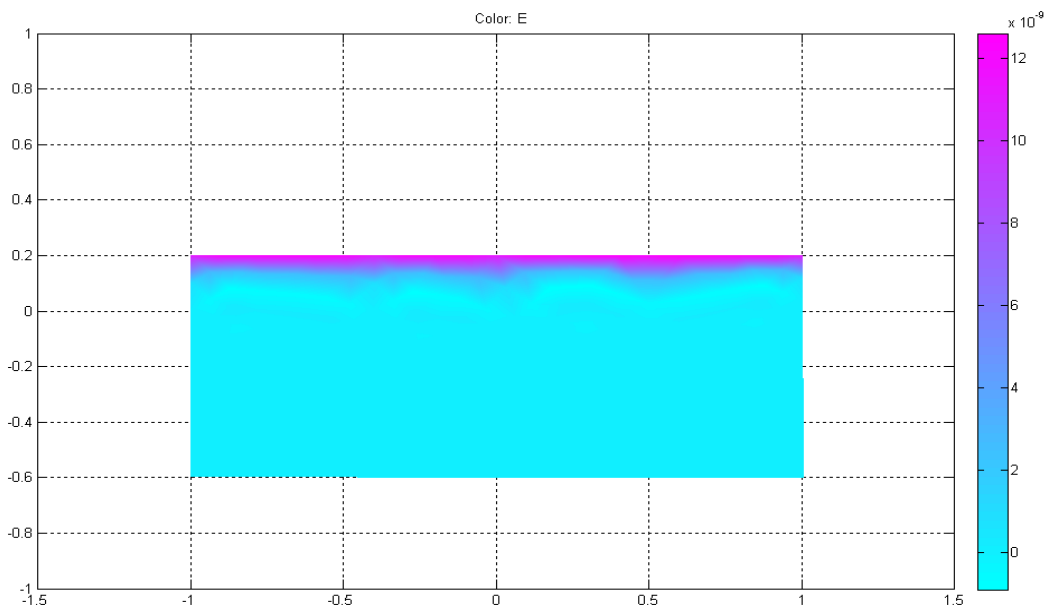
$$f = 300\text{KHz}$$



- **Figure IV-5: Maillage du domaine de résolution**

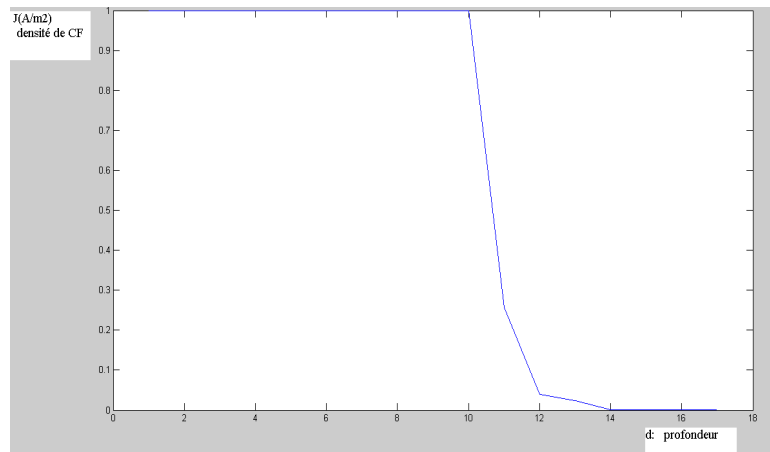


- **Figure IV-6: Représentation de la densité de courant**



- **Figure IV-7 : Représentation de champ électrique**

- Et pour comprendre ce phénomène on a tracé la courbe de la densité de courant de Foucault en fonction de la profondeur



**Figure IV-8:  $J=f(d)$**

➤ **Interprétation des résultats :**

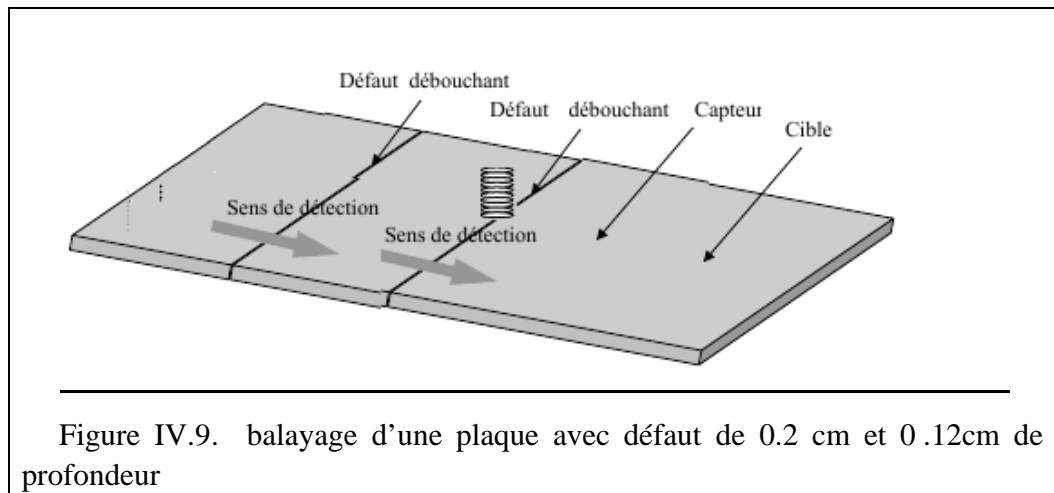
Les résultats de simulation obtenus dans le cas d'une plaque sans défaut sont illustrés dans la tableau et par un ensemble des figures. La figure correspond à la distribution du champ électrique E, elle montre une forte concentration de ce dernier au niveau de la surface de la pièce avec des faibles valeurs en profondeur, et cela est dû à l'utilisation d'une fréquence élevée : **c'est l'effet de peau.**

Les résultats de simulation et de programmation sous **Matlab** pour cette partie sont illustrés par les figures ci-dessus.

Après avoir mesuré la valeur de J en fonction de la profondeur, on constate comme il est l'indiqué dans la **figure IV-10**, que la valeur de J est maximale à la surface puis elle décroît exponentiellement en fonction de la profondeur du matériau (**effet de peau**).

**IV.7.2 Approche numérique de calcul de  $Z$  ( $Z = R + j\omega L$ ) en simulant sans et avec défaut de dimension choisie:**





### Caractérisation du défaut :

Caractérisation du défaut dans une plaque en Aluminium

Si le capteur est placé au dessus de la plaque de l'aluminium avec défaut. Le défaut considéré ici c'est un vide de perméabilité  $\mu=1$  F/m

- **1<sup>ier</sup> défaut de 0.12cm :**
- **2<sup>ier</sup> défaut de 0.2cm :**

Pour la deuxième application, nous avons choisi de tester une plaque plane avec défaut. on a choisi le même matériau (**Aluminium 7075**) .nous avons choisi les même conditions aux limites et de PDE cité auparavant avec les hypothèses :

1- On a considéré que le défaut comme une **source de champ électrique**.

2-La variation de champ électrique E suivant les directions x et y est négligeable .nous avons pris comme hypothèse que la variation électromagnétique due au CF est suivant la profondeur uniquement (selon l'axe Z)

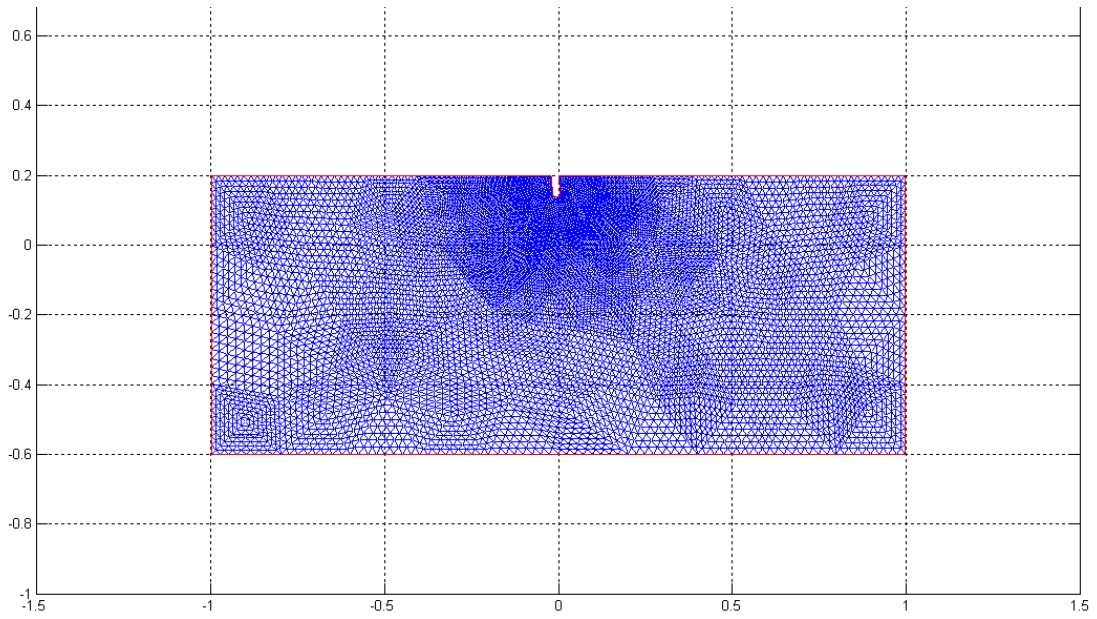
$$E_x = E_y = E$$

3-L'inductance B est donnée par la relation suivante :

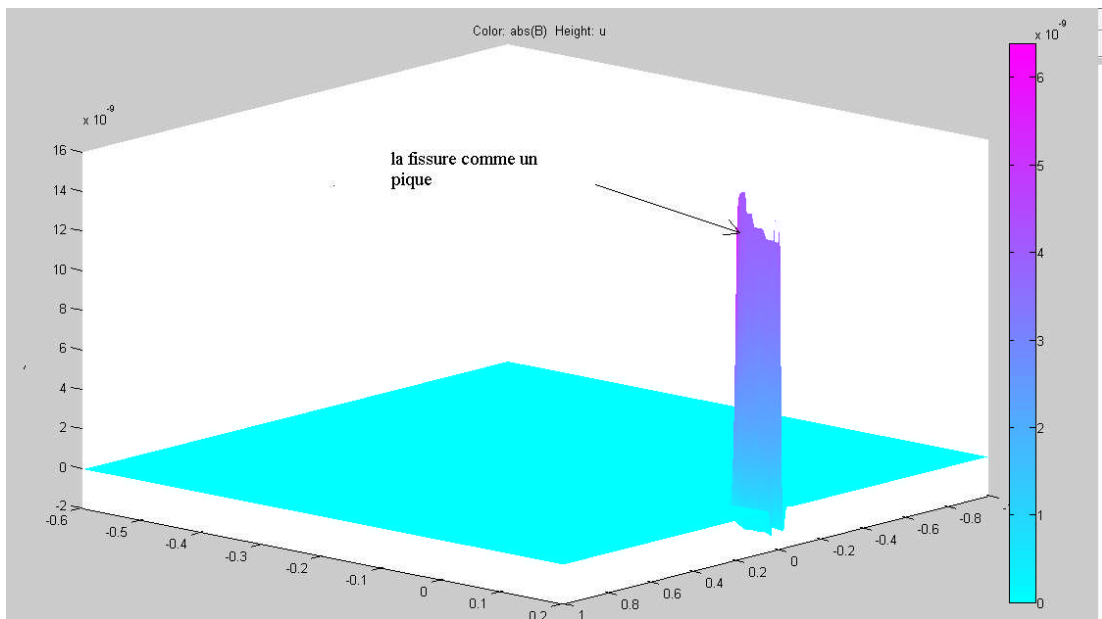
$$B = \frac{j}{\omega} E$$

3-On a supposé que nôtre sonde est de forme cylindrique de section droite .nous avons assimilé la surface de contact à un point ponctuelle.

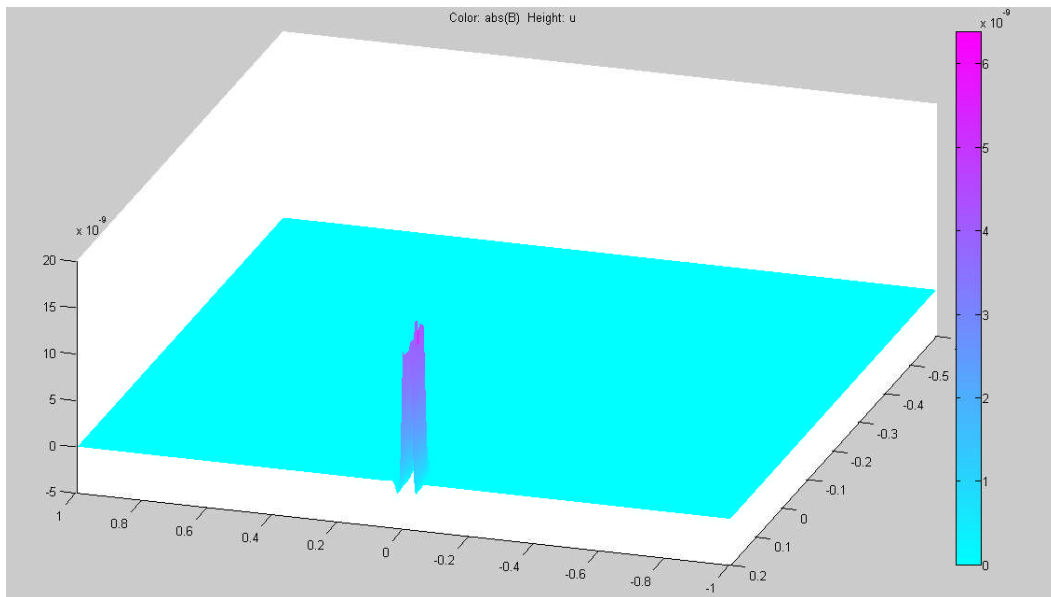
Notre modèle nous permet de déterminer la position de défaut ( la forme pique Figure IV-11 et Figure IV-12) et sa largeur (Figure IV-13).



**Figure IV-10 :** présentation de maillage 10133 nœuds et 19904 triangles.

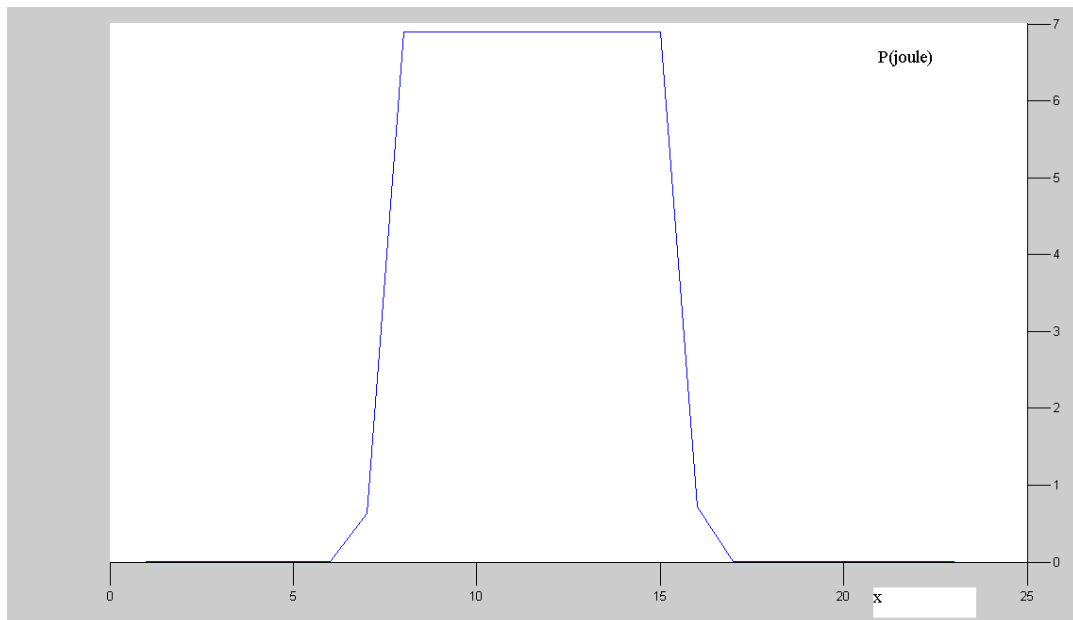


**Figure IV-11 :** la détection de défaut



**Figure IV-12 : la détection de défaut**

- Après avoir placé le capteur à sa position initiale, on le déplace linéairement pour balayer toute la surface à inspecter, on constate comme l'indique la **figure (IV-12)** et on calcule les énergies et les impédances à partir de modèle **IDA**



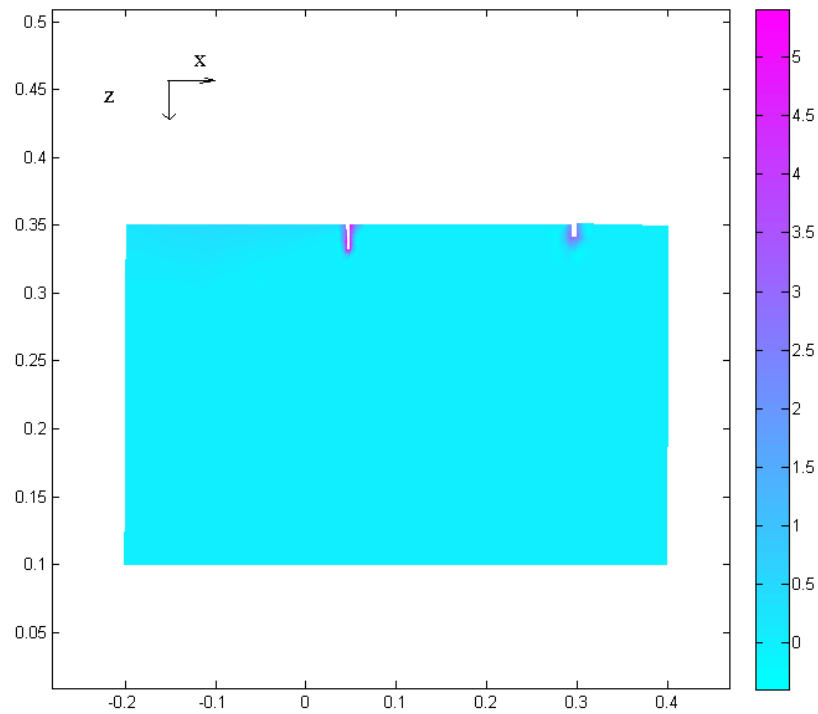
**Figure IV-13 :  $p=f(x)$**

On constate comme l'indique la figure (IV-13), que la valeur de P au début reste invariable puis elle commence à augmenter au niveau de défaut. Au-delà du défaut, elle commence à diminuer au fur à mesure que le capteur s'éloigne du défaut vers la limite de la

plaque.

➤ **Validation de modèle :**

Pour cela on a comparé nos résultats par des résultats expérimentaux.



**Figure IV-14 :** *Présentation de densité de courant pour deux défauts (concentrations)*

-on a calculé le 'R 'et 'L' dans des points :

1-sans défaut.

2-défaut de 0.12 cm

3- défaut de 0.2 cm

les résultats obtenues :

$L_{exp}$  : *L expérimentale*

$L_m$  : *L mesurée*

$R_{exp}$  : *R expérimentale*

$R_m$  : *L mesurée*

## **IV.8. Partie expérimentale :**

On a effectué notre travail au niveau de **laboratoire de centre de soudage et contrôle de Chéraga**, on utilisant les instruments suivants :

- La plaque conductrice en Aluminium 7075T6 sans défaut et avec défauts.
- Une sonde absolue plane de diamètre de 6,5 mm
- On a réglé l'appareillage à certain calibre pour donner plus de précision aux grandeurs mesurées

### ✓ **But de l'expérience :**

Nous avons réalisé cette expérience pour obtenir les résistances et les réactances (variations d'impédances) qui doivent être comparés avec les résultats numériques pour estimer l'erreur de calcul.

➤ On a fait un balayage de la sonde sur la plaque sans défaut et nous avons varié la gamme de fréquence de 50KHZ à 500KHZ on a choisi six fréquences.

➤ La même procédure a été appliquée sur une plaque avec défaut surfacique de dimensions suivantes : 1 mm, 0.5 cm, 0.12 cm ,et 1 mm, 0.5 cm, 0.2 cm avec la même gamme de fréquence .

➤ Le circuit est alimenté avec une tension 220 V et nous avons excitée la plaque un courant d'excitation alternatif  $I=1$  mA

Les résultats obtenus sont mentionnés aux tableaux IV.1,IV.2,IV.3

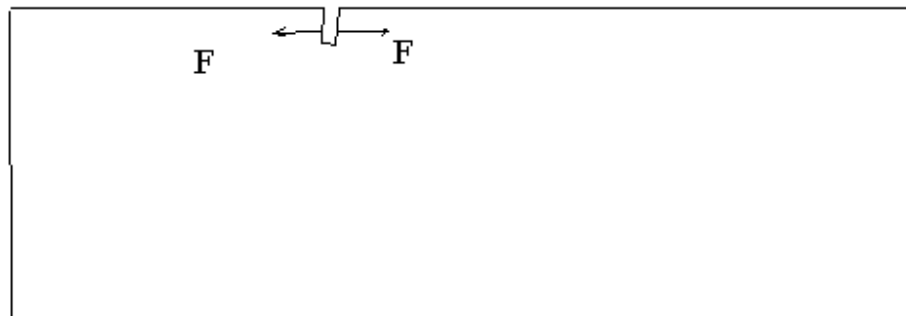
	Le courant (mA)	fréquence	L ( $\mu H$ )		Erreur %	R ( $\Omega$ )		Erreur%
			$L_{exp}$	$L_m$		$R_{exp}$	$R_m$	
<b>Sans défaut</b>	7.385	20	633.441	696.68	<b>9.983</b>	11.0094	10.63	<b>1.27</b>
	4.443	50	631.62	653	<b>3.38</b>	11.6514	11.8	<b>1.28</b>
	2.443	100	634.097	594.18	<b>6.3</b>	12.7636	13.4	<b>4.99</b>
	1.227	200	650.16	588.87	<b>9.43</b>	15.6421	16.6	<b>6.12</b>
	0.7865	300	680.56	627.88	<b>7.74</b>	19.8908	21.01	<b>5.63</b>
	0.4052	500	799.856	784	<b>1.86</b>	37.916	36.54	<b>3.62</b>
<b>Avec défaut 0.12(Cm)</b>	7.386	20	633.133	598	<b>5.54</b>	10.976	11.47	<b>4.56</b>
	4.444	50	631.44	573.48	<b>9.18</b>	11.6020	12.30	<b>6.02</b>
	2.444	100	633.954	582	<b>8.1</b>	12.6939	10.84	<b>14.57</b>
	1.227	200	650.41	577	<b>11.16</b>	15.5383	14.31	<b>7.85</b>
	0.7866	300	680.46	624	<b>8.29</b>	19.7447	17.41	<b>11.8</b>
	0.4012	500	807.752	881.26	<b>9.10</b>	38.5682	36.54	<b>3.35</b>
<b>Avec défaut 0.2(Cm)</b>	7.392	20	631.664	695.36	<b>10.08</b>	10.9904	10.59	<b>3.63</b>
	4.453	50	629.901	649	<b>3.03</b>	11.6261	12.6	<b>8.43</b>
	2.45	100	632.339	632	<b>13.18</b>	12.7348	13.32	<b>4.63</b>
	1.231	200	648.255	708	<b>9.33</b>	15.59	17.55	<b>12.58</b>
	0.789	300	678.418	766.7	<b>13.01</b>	19.7827	21.36	<b>7.98</b>
	0.4055	500	799.287	783.8	<b>1.93</b>	38.0422	40.13	<b>5.488</b>

Tableau IV. 1. comparaisons des résultats simulés par matlab avec les valeurs expérimentales.

### Interprétation :

-on remarque que les résultats obtenus sont acceptables en effet l'erreur obtenue est de 9.98 3 pour le cas sans défaut alors que l'erreur augmente dans le cas avec défaut (erreur max=14.57) .ce résultats est obtenus en optimisant le nombre de nœuds.

### **IV.9. Approche numérique de calcul de $Z$ ( $Z = R + j\omega L$ ) en simulant la présence d'une contrainte axiale choisie avec simulation de présence et non présence de défaut:**



**une pièce en présence de défaut et des contraintes**

Figure IV.15. Pièce en présence de défaut et des contraintes

-on a fait un balayage de la sonde sur la surface.

-on a fait une mesure différentielle de R et L d'une pièce avec maillage rectangulaire et une autre avec maillage triangulaire en présence d'une contrainte au niveau de la fissure.

-on remarque que les R et L sont presque confondus hors de défaut (absence des contraintes) alors qu'on constate la différence au niveau de défaut (présence des contraintes). Les résultats sont mentionnés dans le **tableau IV.2**.

**Tableau IV- 2.** Représentation des valeurs des résistances et des inductances sans défaut et avec défaut sans contrainte dans le maillage triangulaire.

	Le courant (mA)	Fréquence (kHz)	L( $\mu H$ )	R( $\Omega$ )	erreur $\Delta L$	Erreur $\Delta R$
Avec défaut et avec contrainte (maillage triangulaire) Pour <b>F=5N</b>	7.386	20	276.93	5.31	53.69	53.7
	0.4012	50	265.5	5.6964	53.70	53.63
Avec défaut et avec contrainte (maillage rectangulaire) Pour <b>F=5N</b>	7.386	20	184.62	3.5434	69.12	69.13
	0.4012	50	177	3.7976	69.13	74.12



	Le courant (mA)	Fréquence (kHz)	L ( $\mu H$ )	R ( $\Omega$ )
Sans défaut (maillage triangulaire)	7.385	20	696.68	10.63
	4.443	50	653	11.8
Avec défaut et sans contrainte (maillage triangulaire)	7.386	20	598	11.47
	4.444	50	573.48	12.30

**Tableau IV-3.** Représentation des valeurs des résistances et des inductances avec défaut et avec contrainte de  $F=5N$  de maillage triangulaire et rectangulaire.

	Le courant (mA)	Fréquence (kHz)	L( $\mu H$ )	R ( $\Omega$ )	erreur $\Delta L$	Erreur $\Delta R$
Avec défaut et avec contrainte (maillage triangulaire) Pour <b>F=10N</b>	7.386	20	1107.72	21.26	46	46
	0.4012	50	1062	22.78	85.18	85.20
Avec défaut et avec contrainte (maillage rectangulaire) Pour <b>F=10N</b>	7.386	20	738.48	14.1735	<b>19.02</b>	<b>19.05</b>
	0.4012	50	708	15.1905	<b>23.45</b>	<b>23.49</b>

**Tableau IV-4.** Représentation des valeurs des résistances et des inductances avec défaut et avec contrainte de F=10N de maillage triangulaire et rectangulaire.

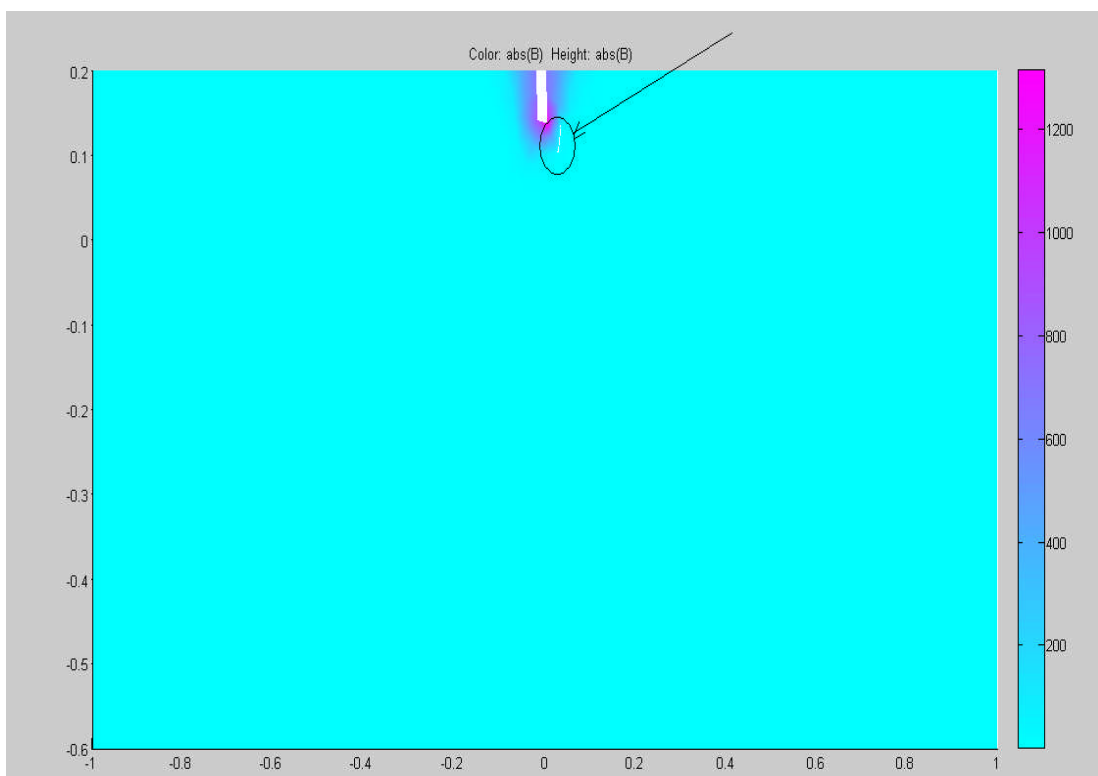
	Le courant (mA)	Fréquence (kHz)	L ( $\mu H$ )	R ( $\Omega$ )	erreur $\Delta L$	Erreur $\Delta R$
Avec défaut et avec contrainte (maillage triangulaire)	7.385	20	2550	47.83	76.54	76.01
	0.4052	50	2400	51.268	318.49	316.8
Avec défaut et avec contrainte (maillage rectangulaire)	7.386	20	1700	31.8905	64.82	64.03
	0.4012	50	1600	34.1787	178.99	177.8

**Tableau IV-5.** Représentation des valeurs des résistances et des inductances avec défaut et avec contrainte de  $F=15N$  de maillage triangulaire et rectangulaire.

On remarque que les valeurs sont acceptables au voisinage de la valeur de 10N puis elles divergent au-delà de cet intervalle.

- D'après les résultats obtenus dans le tableau IV-8 on remarque que l'erreur dans les inductances et les résistances pour un maillage triangulaire est plus important que dans le rectangulaire à cause la déformation intense de triangle que le rectangle.

- -pour le maillage triangulaire on remarque qu'il y a un élargissement et même une déformation importante qui change la forme de triangle. on peut le remplacer par un maillage rectangulaire.



**Figure IV-16:** la propagation de la fissure

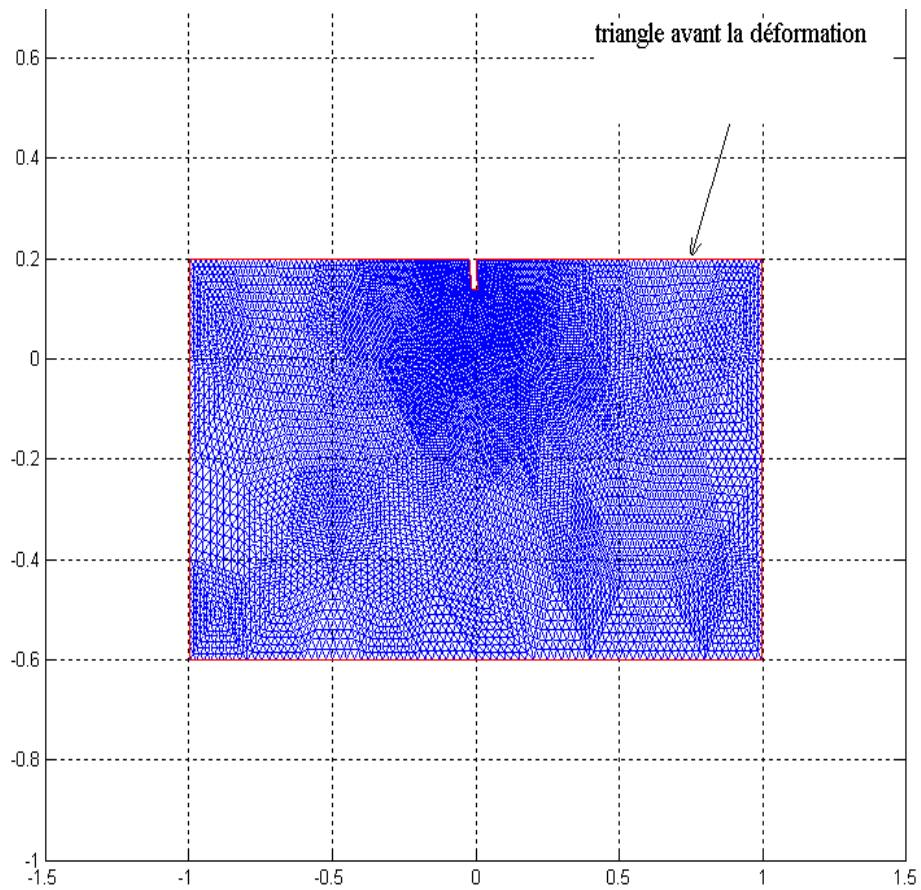
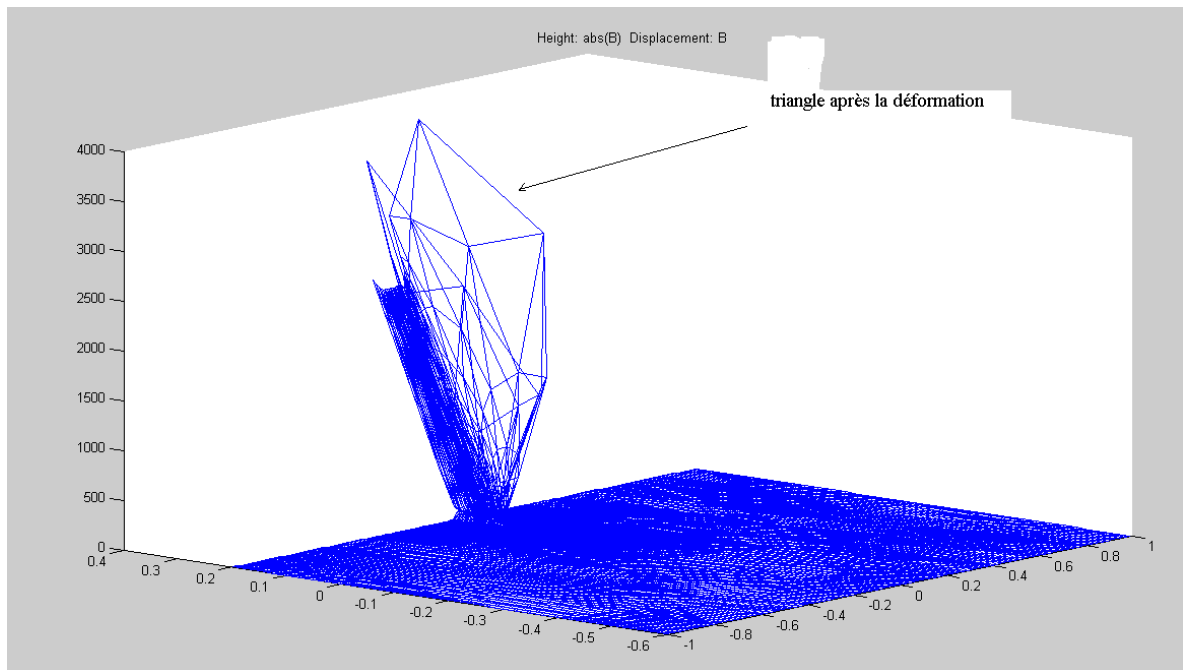
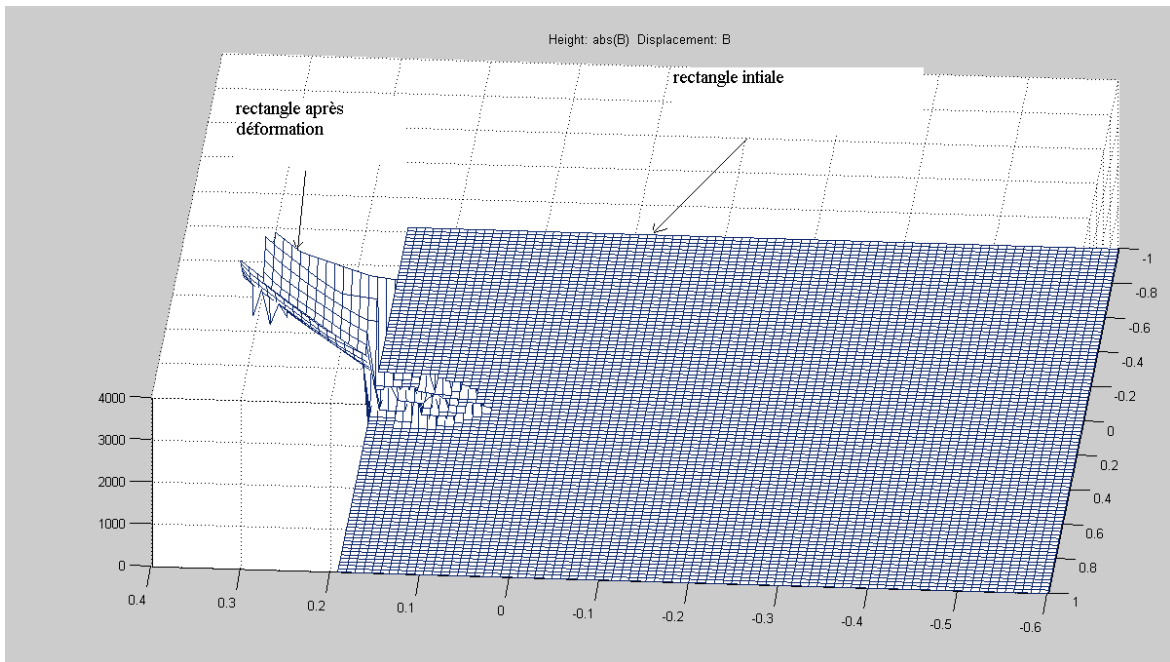


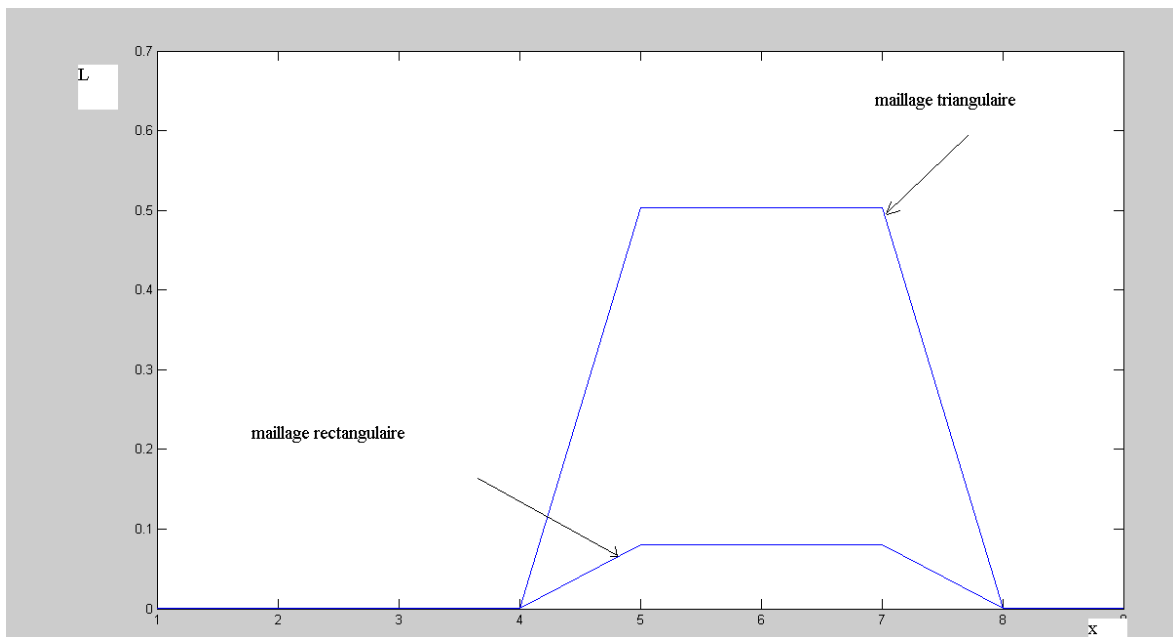
Figure IV-17 : la forme de triangle avant la déformation



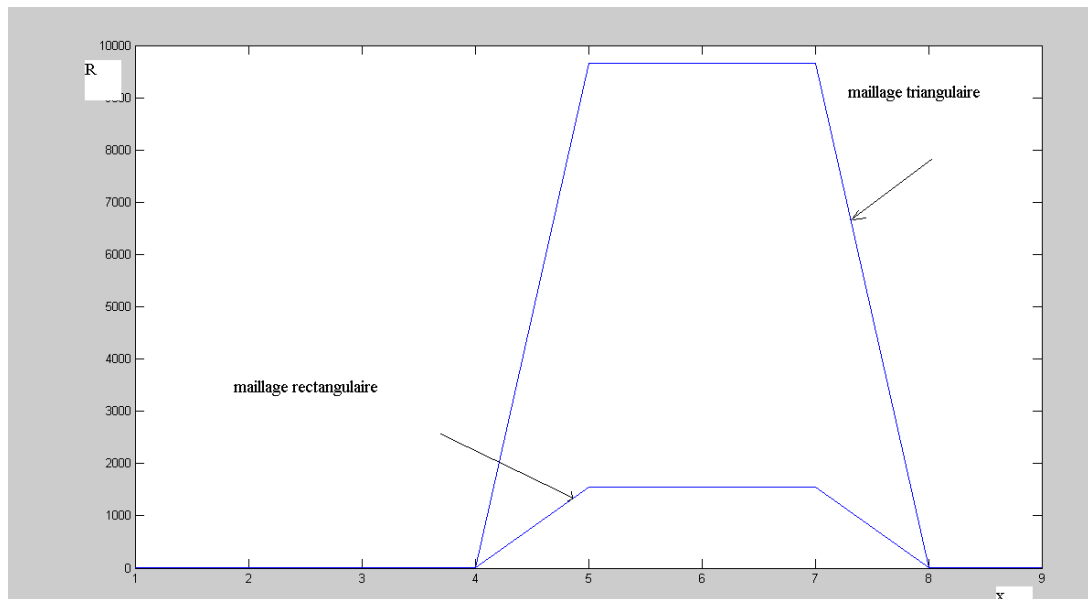
**Figure IV-18:** élargissement d'élément triangulaire après la déformation



**Figure IV-19:** élargissement d'élément rectangulaire après la déformation



**Figure IV-20 :** comparaison des valeurs de l'inductance en fonction de  $x$  dans le maillage triangulaire et rectangulaire



**Figure IV-21** : comparaison des valeurs de la résistance en fonction de x dans le maillage triangulaire et rectangulaire

A fin de quantifier la variation de R et L nous avons tracé  $R=f(X)$  et  $L=f(X)$  en fonction de type de maillage la courbe IV-21 représente la variation de l'inductance L dans le maillage triangulaire et rectangulaire on a remarqué que les valeurs des inductances sont importantes dans le maillage triangulaire que celui rectangulaire. La même remarque est constatée pour R (courbe IV-22)

#### Conclusion :

-en présence des contraintes les triangles s'élargissent trop et même se déforment (losanges) .Cela pose un problème dans le calcul de R et L (volume de maillage) alors que les rectangles s'élargissent peu mais conservent leurs formes et nous donne des résultats acceptables.

- dans notre cas on préfère de travailler avec le maillage rectangulaire car il donne des résultats satisfaisant.

# Conclusion

les méthodes numériques sont d'un apport important dans la solution des problèmes engendrés par le CND par CF, ils permettent de les solutionner.

La méthode par éléments finis EF est une des solutions de ces La méthode par éléments finis EF est une des solutions de ces problèmes. Nous avons voulu calculer les impédances lors du contrôle par CF .

L'utilisation du modèle de N.IDA est atout qui permet de déterminer les impédances. Ace modèle nous avons voulu effectué quelques modifications se rapportent aux études actuelles, en particulier le travail sous environnement **MATLAB**.

Les résultats trouvés sont satisfaisants. Une autre étude a été effectuée est qui concerne une contrainte axiale, le calcul d'impédance permet de constater que les résultats trouvés sont acceptables. Le nombre de nœuds et la géométrie de la maille sont importants dans la précision de mesure.

Pour le calcule de Z sur les pièces soumises à des sollicitations, nous avons constaté que l'erreur augmente avec l'augmentation de la charge.



Les erreurs sont dues principalement aux hypothèses en particulier les conditions aux limites.

Nous dirons que le travail réalisé dans ce projet nécessite une grande précision à cause de sa sensibilité à de nombreux paramètres qui interviennent lors du contrôle par CF.

Enfin, cette étude nous a permis de travailler dans une équipe de recherche, d'approfondir nos connaissances en EF et informatique et d'assimiler la théorie des CF.



# Annexes

## Annexe 1

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (1)$$

E et D champ et excitation électriques ( $\text{V.m}^{-1}$  et  $\text{C.m}^{-2}$ )

H et B excitation et champ magnétiques ( $\text{A.m}^{-1}$  et T)

$\epsilon$  et  $\mu$  permittivité et perméabilité ( $\text{F.m}^{-1}$  et  $\text{H.m}^{-1}$ )

$\sigma$  conductivité ( $\Omega.\text{m}^{-1}$  ou  $\text{S.m}^{-1}$ )

$\rho$  charge volumique ( $\text{C.m}^{-3}$ )

J densité du courant ( $\text{A.m}^{-2}$ )

On a :

$$\text{rot } B = \mu \text{ rot } H \quad (2)$$

$$= \mu J = \mu \sigma E$$

$$\text{rot rot } B = \mu \sigma \text{ rot } E \quad (3)$$

Donc :

$$\text{rot rot } B = \mu \sigma \frac{\partial B}{\partial t} \quad (4)$$

L'analyse vectorielle nous donne :

$$\text{rot rot } B = \text{grad}(\text{div}B) - \Delta B \quad (5)$$

Avec :

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (6)$$

Finalement :

$$\Delta \vec{B} = \mu \sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (7)$$

$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A} \quad (8)$$

et satisfait à la condition

$$\operatorname{div} \vec{A} = \varphi \quad (9)$$

Où :  $\varphi$  représente un potentiel scalaire, nul dans un grand nombre de cas. En introduisant  $\vec{A}$  dans les expressions précédentes, et en tenant compte de :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (10)$$

Si le champ magnétique est une fonction sinusoïdale du temps :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 e^{j(\omega t - \varphi)} \quad (11)$$

On obtient l'équation différentielle complexe :

$$\Delta \vec{B} - j\mu\sigma\omega \vec{B} = 0 \quad (12)$$

$\omega$  est la pulsation ;  $\omega = 2\pi f$  (  $f$  en HZ)

En posant

$$K = \sqrt{\mu\sigma\omega} \quad (13)$$

On obtient l'équation généralisée de propagation d'un champ sinusoïdal dans un milieu conducteur.

$$\Delta \vec{B} - jk^2 \vec{B} = 0 \quad (14)$$

Pour chaque géométrie particulière (forme de la pièce, forme de la bobine inductrice) on obtient le champ  $\vec{B}$  en développant cette équation et en l'intégrant compte tenu des conditions aux Limites.

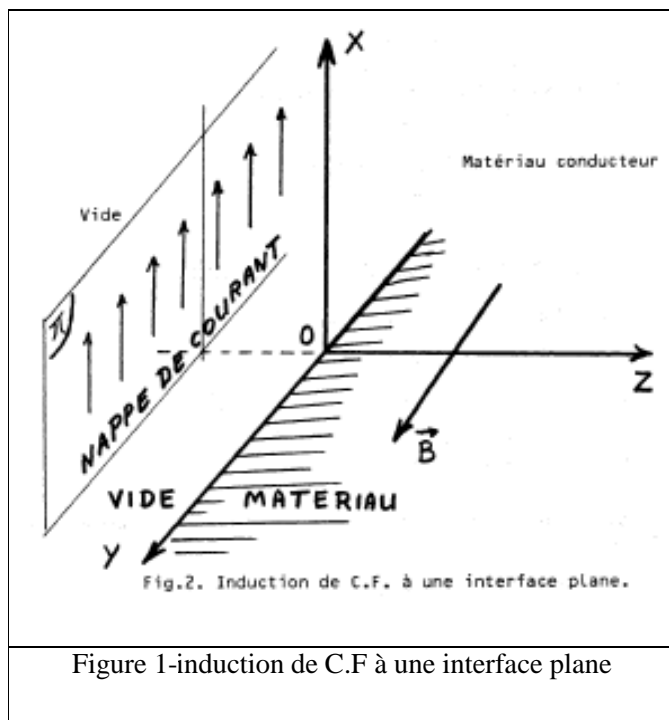
On obtient ensuite J :

$$\vec{J} = \text{rot}\vec{H} = \text{rot}\left(\frac{B}{\mu}\right) \quad (15)$$

- Cas particulier d'un matériau plan :

*A) Recherche de l'équation caractéristique particulière :*

Considérons un matériau ayant une face plane (plan  $(o, \vec{x}, \vec{y})$  ) et occupant tout le demi-espace défini par  $Z > 0$  (figure 1).



Le matériau est excité par une nappe de courant, plane, uniforme et infinie, contenue dans un plan  $\pi$  parallèle à la face et coupant l'axe  $(o, \vec{z})$  en un point de cote négative. Le courant est sinusoïdal, de pulsation  $\omega$ .

Une telle nappe crée un champ perpendiculaire à  $(o, \vec{x})$

Pour respecter la symétrie du système, Le champ est également parallèle au plan  $(o, \vec{x}, \vec{y})$  .

Le vecteur champ  $\vec{B}$  garde donc toujours la même direction : il est porté par  $(o, \vec{y})$  .

On peut se contenter de le décrire à l'aide d'un réel  $B = \vec{B} \cdot \vec{y}$

La grandeur  $\vec{B}$  garde une valeur constante dans tout plan parallèle à  $\pi$ .

La valeur du champ ne dépend que de la distance qui sépare le point considéré de la nappe de courant, c'est-à-dire de la cote  $Z$  :

Donc  $\vec{B}$  est une fonction de  $Z$  et de  $t$ , exclusivement.

L'équation de propagation s'écrit alors :

$$\frac{\partial^2 B}{\partial z^2} - jK^2 B = 0 \quad (16)$$

**B) Intégration de l'équation différentielle :**

L'équation caractéristique est :

$$r^2 - jK^2 = 0 \quad (17)$$

$$r = \pm k\sqrt{j} = \pm(1+j) \frac{k}{\sqrt{2}} \quad (18)$$

**Ainsi :**

$$B = c_1 e^{(1+j)K \frac{Z}{\sqrt{2}}} + c_2 e^{-(1+j)K \frac{Z}{\sqrt{2}}} \quad (19)$$

Pour un matériau s'étendant jusqu'à l'infini Le Long de L'axe  $(o, \vec{z})$  Le champ tend vers D :

$$D = c_1 \cdot e^{\infty} + c_2 \cdot e^{\infty} \quad (20)$$

$$c_1 = 0 \quad \text{et} \quad B = c_2 e^{-(1+j)k \frac{z}{\sqrt{2}}} \quad (21)$$

$C_2$  : représente donc le champ magnétique en surface ( $Z=0$ ).

C'est une fonction du temps (pulsation  $\omega$ ).

On pose que :

$$C_2 = B_0 e^{j\omega t} \quad (22)$$

La phase du champ en surface est ainsi prise pour origine.

Finalement;

$$B = B_0 e^{-k \frac{z}{\sqrt{2}}} e^{j(\omega t - k \frac{z}{\sqrt{2}})} \quad (23)$$

# Références

[1] MEC761 - Martin Viens, prof.

Essai mécanique et contrôle non destructif

[2] Techniques de l'ingénieur ,traité mesures et contrôle **R1 400**

[3] "Contrôle non destructif", **HOLO 3**, 7 rue du Général Cassagnou F-68300 Saint-Louis, [www.http://www.holo3.com](http://www.holo3.com), **1999**.

[4] C. Marchand, Y. Le Bihan, P-Y. Joubert, "Conception de multi-capteurs à courants de Foucault et inversion des signaux associés pour le contrôle non destructif", Proposition de thèse, Laboratoire de Génie Electrique de Paris, Universités Paris VI et Paris XI, **2005**.

[5] C. Marchand, Y. Le Bihan, P-Y. Joubert, "Modélisation et conception de sondes multicapteurs pour le contrôle non destructif par courants de Foucault", Universités Paris VI et Paris XI, **2005**.

[6] J. Dumont-Fillon, "Contrôle non destructif (CND)", Technique de l'ingénieur, traité mesureNet contrôle **R1400**, **1996**.

[7] M. Lacroix, "Essais non destructifs", Techniques de l'ingénieur **7-1986**.

"Courants de Foucault", Encyclopédie multimédia, Atlas et organise-notes, Microsoft encarta, collection **2006**.

[8] [G.PEIX], [1988], INSA de Lyon,.

[9] M. Q Lê, D. Placko, "Nouvelle structure de capteur à courants de Foucault et algorithme associé pour la mesure des propriétés électrique et magnétique du métal", Journal de Physique, France, **Mai 1995**.

[10] E. Pelletier, M. Grenier, A. Chahbaz, T. Bourgelas, "Array eddy current for fatigue crack detection of aircraft skin structures", Proceeding, V<sup>th</sup> International workshop, Advances in signal processing for Non destructive evaluation of materials, Québec City, Canada, August

[11] FUNDAMENTAL OF ELECTROMAGNETIC WITH MATLAB



[12] -Rémy LA ., “Modélisation phénoménologique des signaux courants de Foucault en vue de la caractérisation des défauts des tubes de générateurs de vapeur“, Rapport CEA-R-5747,(1997),p17-43 .

[13] Nathan Ida Joao P.A. Bastos Electromagnetics and Calculation of Fields Second Edition  
SPRINGER

[14] - thesis Nathan Ida., “Three dimensional finite element modeling of electromagnetic nondestructive testing phenomena“, department of Electrical Engineering ,Colorado State University, Fort Collins,Colorado,Spring,1983

[15] M.C.Rivara, “Design and data structure of fully adaptive, multigrid,finite element software” **10 (3),pp 242-264, 1984.**

[16] W.C.Rhenboldt and C.K, Mesztenyi, ‘On a data structure for adaptive finite element mech refinement’,A.C.M Trans.Math software **6 (2), pp,166,1980.**

[17] G.F. carey, M.Sharma and K.C.Wang “A class of Data Structures for 2-D Adaptive refinement” Int.J.Numer.Methods Eng **26,pp2607-2622,1988.**

[18]L, Demkowicz, JT.Oden,W.Rachowicz and O.Hardy,”Toward a universal h-p adaptive finite strategy, part1. Constrained approximation and data structure”,comput. Methods Mech.Eng **77, pp, 79-112,1989.**

[19] W.F.Michel,”A comparison of adaptive refinement technique for elliptic problems ” ,ACM Trans Math ,software **15 (4),PP, 326-1989.**

[20] H.Shahnasser, W.Morgan and A.Raghuram, “ Adynamic data structure of adaptive mech refinement in finite element method” , Finite Elements in Analysis and Design **4,pp,237-247,1988.**

[21] A.Raizer,G.Meunier and J.L.Coulomb, “An approach for automatic adaptive mech refinement in finite element computation of magnetic fields” ,IEEE Tran, Magnetics **25 (4), pp,2965,1989.**

[22] J.Penman and M.D,Grive, “An approach to self adaptive mesh generation”,IEEE Trans.Magnetics **21 (6),pp,2965, 1989.**

[23] S.V. Kiran Kumar et Krishnan Balasuhramaniam , 3Finite Element Modeling of eddy current NDE Journal of non destructive testing & evaluation, vol (6) **4 March 2008.**

[24] Nathan Ida «Numerical modeling for Electromagnetic Non Destructive Evaluation » Chapman and Hall,New York,**1995.**

[25] Nathan Ida and William Lord , “A Finite Element Model for Three –Demensional Eddy Current NDT phenomena “,IEEE Transactions on Magnetics, Mag **21(6) November 1985,2615-2643.**

[26] Nathan Ida and William Lord , “A Finite Element Model for Three –Demensional Eddy Current NDT phenomena “,IEEE Transactions on Magnetics, Mag **19(5) ,1983,2260-2265.**