

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université SAAD DEHLEB BLIDA  
Faculté des Sciences de l'Ingénieur  
Département : Aéronautique



Mémoire de fin d'études  
En vue d'obtention  
Du diplôme d'ingénieur en Aéronautique  
Spécialité : Navigation Aérienne  
Option : installation

---

## THEME

**ELIMINATION DES INTERFERENCES AU NIVEAU  
DU RECEPTEUR GPS PAR FILTRAGE ADAPTATIF**

---

**Présenté par :**

**M<sup>r</sup>: BERROUANE M<sup>ed</sup> NADJIB  
M<sup>r</sup>: HADDANE AEK REDHWANE**

**Encadré par :**

**M<sup>r</sup>: BENACHENHOU. K**

**ANNEE UNIVERSITAIRE 2007 /2008**

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## **Résumé**

Ce travail s'inscrit dans le cadre de l'amélioration des caractéristiques de robustesses des récepteurs à spectre étalé du type GPS. On étudie d'abord les sources et la nature des brouilleurs susceptibles à déstabiliser le fonctionnement du récepteur. L'impact de ces brouilleurs est analysé et conduit à des critères de classifications et à la définition de différents seuils de brouillage relatifs au dysfonctionnement des divers composants du récepteur. Cela permettra enfin l'identification des brouilleurs les plus pénalisants pour l'aviation civile.

On étudie ensuite diverses techniques susceptibles d'apporter la robustesse nécessaire au prix d'une modification matérielle mineure. Pour cela un filtre à encoche adapté par des algorithmes du type RLS, LMS et NLMS sera présenté comme une technique très prometteuse du point de vue d'une réalisation matérielle intégrale, une étude de : convergence, stabilité et précision sera effectuée pour ses deux structure ARMA et MAAR. Cette étude est renforcée par une simulation (MATLAB), où l'on fait appelle aux techniques de traitement numérique du signal.

## **Abstract**

This work deals with the improvement of spread spectrum receivers' jamming vulnerability especially the GPS receivers for aircraft navigation. We will first identify the source and the nature of interference able to destabilize operations of the receiver, their impacts are analysed to define some classification criteria and to specify important jamming thresholds for GPS receivers. At the end of the study, the objective and the filter specifications are elaborated after the identification of the most harmful and penalizing interference for civil aviation

Techniques will be recommended for adoption in appropriate standards, this adoption requiring the minimum GPS receiver hardware modification. So, a non linear technique is also presented as well as an adaptive notch filter with RLS, LMS and NLMS algorithms. This method is the most promising from a development. We study the two filter structures ARMA and MAAR in details with theirs: convergence, stability and precision. This study is reinforced by a simulation (MATLAB), where we calls upon the techniques of digital signal processing.

## ملخص

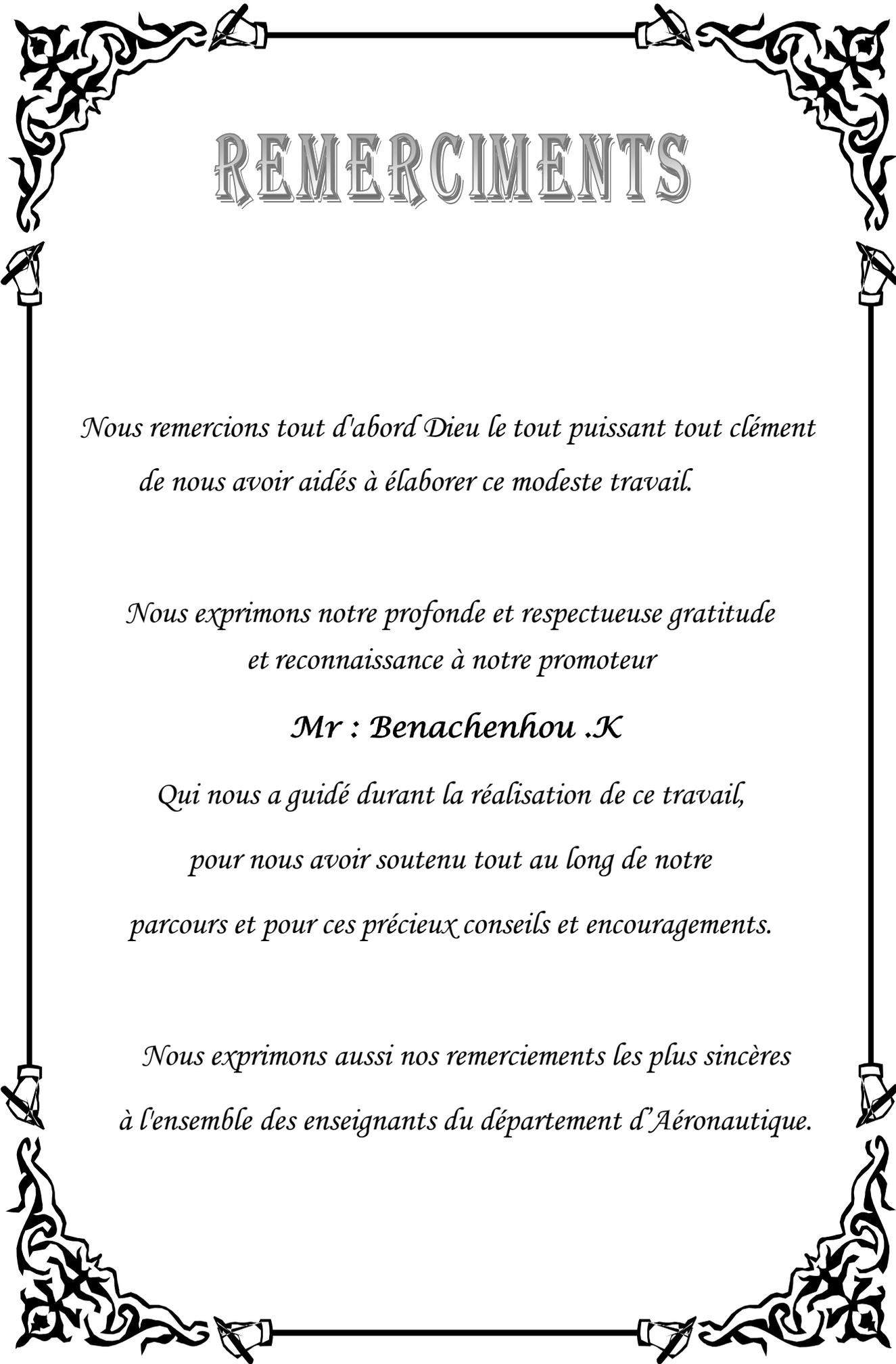
هذا العمل يدخل في إطار تحسين خصائص المتانة لأجهزة الاستقبال ذات الطيف الساكن من نوع النظام العالمي لتحديد المواقع (GPS)، ندرس في البداية مصادر وطبيعة المشوشات القادرة على إحداث خلل بعمل هذه الأجهزة وتأثيرها سيحلل لتصنيفها حسب الضرر الملحق بأجهزة الاستقبال والخلل الذي تحدثه بالسير الحسن للملاحة الجوية .

لذا ندرس مختلف التقنيات لتأقلم هذه الأجهزة و تحسين مناعتها ضد أنواع المشوشات بالحد الأدنى لتجهيزات التعديل. في هذا الصدد نقترح تقنية المصفاة ذات السن المكيفة بخوارزمية من نوع LMS ,RLS و NLMS , التي ستعرض كتقنية واعدة من حيث تحقيق مادي متكامل.في هذا النمط ندرس تقارب , استقرار و دقة هذه التقنية بتركيبتيها المختلفتين ARMA و MAAR. هذه الدراسة مدعمة بصورية برامج "مطلب" أين نقوم باستدعاء تقنيات المعالجة الرقمية للإشارة.

## ملخص

هذا العمل يدخل في إطار تحسين خصائص المتانة لأجهزة الاستقبال الرقمية ذات الطيف الساكن من نوع النظام العالمي لتحديد المواقع (GPS)، ندرس في البداية مصادر وطبيعة المشوشات القادرة على إحداث خلل بعمل هذه الأجهزة وتأثيرها سيحلل لتصنيفها حسب الضرر الملحق بأجهزة الاستقبال والخلل الذي تحدثه بالسير الحسن للملاحة الجوية .

لذا ندرس مختلف التقنيات لتأقلم هذه المستقبلات وتحسين مناعتها ضد هذه المشوشات بالحد الأدنى لتجهيزات التعديل. في هذا الصدد نقترح تقنية المصفاة ذات السن المكيفة بخوارزمية محددة، التي ستعرض كتقنية واعدة من حيث تحقيق مادي متكامل. في هذا النمط ندرس تقارب، استقرار ودقة هذه التقنية. هذه الدراسة مدعمة بصورية تحت برامج "MATLAB" أين نقوم باستدعاء تقنيات المعالجة الرقمية للإشارة.



# REMERCIEMENTS

*Nous remercions tout d'abord Dieu le tout puissant tout clément  
de nous avoir aidés à élaborer ce modeste travail.*

*Nous exprimons notre profonde et respectueuse gratitude  
et reconnaissance à notre promoteur*

***Mr : Benachenhou .K***

*Qui nous a guidé durant la réalisation de ce travail,  
pour nous avoir soutenu tout au long de notre  
parcours et pour ces précieux conseils et encouragements.*

*Nous exprimons aussi nos remerciements les plus sincères  
à l'ensemble des enseignants du département d'Aéronautique.*

# DEDICACE

*Par le biais de cet humble et modeste travail,  
je dédie le fruit de ma patience, de ma persévérance :*

*A ma raison de vivre et ma fleur de vie, ma mère, symbole  
d'amour et d'affection, pour son soutien et ses sacrifices,*

*A mon père en reconnaissance de tout ce qu'il a fait pour moi  
tout au long de mon existence, son encouragement et bienveillance,*

*A ma chère sœur Faiza et l'adorable Foufane*

*A mes très chers frères : Khaled et M<sup>ed</sup> Redha, symbole  
d'ambiance et de solidarité.*

*A la mémoire de ma grande mère*

*Pour l'exceptionnel Meriem en témoignage de son soutien*

*Au Fidel Wahid symbole de complicité et d'amitié*

*A mon binôme Haddane A.E.K Redhwane pour son courage*

*A tous mes amis, camarades de promotion et aux gens  
qui m'aiment et m'estiment.*

BERROUANE .M<sup>ed</sup>.N





# SOMMAIRE

**RESUMEE**

**LISTE DES FIGURES**

**LISTE DES TABLEAUX**

**LISTE DES ABREVIATIONS**

<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	1
<b>CHAPITRE I Généralités sur le système GPS</b>	
I. Introduction.....	3
I.1.Composition du système GPS.....	4
I.1.1.Le segment spatial.....	4
I.1.2. Le segment de contrôle.....	4
I.1.3. Le segment utilisateur.....	5
I.2.Calcul de position.....	6
I. 3.Le Signal GPS.....	7
I.4.La génération du code C/A.....	9
I. 5.Le message de navigation.....	10
I.5.1. Format du message de navigation.....	10
I.5.2.Contenu du message.....	11
I.6.Le récepteur GPS.....	13
I.6.1.Les récepteurs multi-canaux (ou récepteurs à canaux parallèles).....	13
I.6. 2. Les Récepteurs Séquentiels.....	13
I.6.3.Les Récepteurs Multiplex (ou Récepteurs multiplexés).....	14
I.6. 4. Le Schéma Général D'un Récepteur.....	14
I.7.L' Acquisition du signal GPS.....	17
I.7. 1. Acquisition série.....	17
I.7.2 Acquisition parallèle sur la fréquence. ....	19

I.7.3 Acquisition parallèle sur le code phase.....	21
I.8.Poursuite du signal GPS.....	23
I. 8. 1. La boucle PLL.....	26
I.8.2.La boucle DLL.....	27
<b>CHAPITRE II Les brouilleurs</b>	
II. Introduction.....	30
II.1. Vulnérabilité d'un récepteur GPS.....	30
II.1.1. Vulnérabilité de l'étage de réception RF.....	31
II.1.2. Vulnérabilité de la boucle de code.....	32
II.1.3. Vulnérabilité de la boucle de phase.....	32
II.1.4. Détections de message de navigation.....	33
II.2. Equations fondamentales du brouillage.....	34
II.3. Brouillage non-intentionnel.....	36
II.3.1. Enumération Des Types De Brouilleurs non-intentionnel.....	36
II.3.2. Sources de brouillages non intentionnels.....	37
II.3.3. Brouillage par les harmoniques VHFCOM (ATC).....	41
II.3.4. Brouillage Par Les Emetteurs SATCOM.....	42
II.3.5. Brouillage par les harmoniques des stations de TV.....	43
II.3.6. Brouillages par les harmoniques de la diffusion FM.....	45
II.4. Brouillage intentionnel.....	46
II.5. Analyse du risque potentiel.....	48
<b>CHAPITRE III Filtre à encoche et algorithmes adaptatifs</b>	
III. Introduction.....	53
III. 1. Filtre réjecteur de bande.....	53
III.2.Différence entre FIR et IIR.....	53

III.3.Les filtres à encoches.....	54
III.3.1.Présentation du filtre à encoche.....	54
III.3.2.Structures du filtre à encoche.....	57
III.3.3.influence du filtre à encoche sur l'acquisition.....	58
III. 4 Filtrage adaptatif.....	61
III.4.2. Algorithme RLS (Recursive Least Square).....	61
III.4. 3. Algorithme LMS (Least Mean Square).....	65
III.4.4. Algorithme LMS normalisé NLMS (Normalised Least Mean Square).....	66
III.4.5. Choix de l'algorithme d'adaptation.....	67
<b>CHAPITRE IV Résultats et simulations</b>	
IV. Introduction.....	69
IV. 1.Principe d'adaptation du filtre à encoche.....	70
IV.2 Adaptation du filtre à encoche avec l'algorithme RLS.....	71
IV. 3.Adaptation du filtre à encoche avec l'algorithme NLMS.....	77
IV.3.1 adaptation par la structure MAAR.....	79
IV.3.2 Adaptation par la structure ARMA.....	82
IV.4 Comparaison entre les méthodes.....	88
IV.5 Filtrage d'un brouilleur à bande étroite.....	89
IV.6 Filtrage de plusieurs brouilleurs.....	96
<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....	99
<b>ANNEXES</b>	
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	

# LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Le segment spatial.....	4
Figure 1.2 : Le segment de contrôle.....	5
Figure 1.3 : Le segment utilisateur.....	5
Figure 1.4: Principe de positionnement.....	6
Figure 1.5 : Génération du signal GPS.....	8
Figure 1.6 : La densité spectrale de puissance correspondante du signal GPS.....	9
Figure 1.7 : La génération du code C/A.....	10
Figure 1.8 : Format du message de navigation du signal GPS.....	11
Figure 1.9 : Organisation d'un récepteur GPS.....	15
Figure 1.10 : Schéma de l'acquisition série.....	18
Figure 1.11 : Schéma de l'acquisition parallèle.....	19
Figure 1.12: Extraction de la porteuse du signal GPS.....	20
Figure 1.13 : Schéma de l'acquisition parallèle sur le code phase.....	22
Figure 1.14 : Schéma de base de la démodulation .....	23
Figure 1.15 : Structure de base de la boucle d'asservissement de phase.....	26
Figure 1.16 : les trois répliques E L P.....	28
Figure 1.17 : les trois répliques E L P.....	28
Figure 1.18 : L'étage de poursuite.....	29
Figure 2.1 : Sources potentiels de brouillage.....	30
Figure 2.2 : Schéma bloc des modules d'un récepteur GPS générique.....	31
Figure 2.3 : Correspondance entre $[J/S]_{\text{seuil}}$ et $[C/N_0]_{\text{équivalent}}$ .....	35
Figure 2.4 : Définition des régions fréquentielles du système GPS.....	37
Figure 2.5 : Représentation spectrale de brouillage par les harmoniques des communications ATC.....	41
Figure 2.6 : Brouillage par les communications SATCOM.....	42
Figure 2.7 : Représentation spectrale de brouillage par des canaux de TV.....	44
Figure 2.8 : Représentation spectrale de brouillage par des canaux F.M.....	45
Figure 2.9 : Représentation spectrale d'un brouillage intentionnel.....	47

Figure 2.10 : Environnement électromagnétique typique.....	48
Figure 2.11 : Perturbations du brouillage en fonction des phases de vol.....	49
Figure 2.12 : Les limites du tunnel en précision d'approche et d'atterrissage.....	51
Figure 2.13 : Intensité maximale du champ électrique dans un environnement de décollage/atterrissage aux Etats-Unis, Angleterre et en France.....	51
Figure 3.1 : Les zéros et pôles d'un filtre à encoches.....	54
Figure 3.2 : Module et phase d'un filtre à encoche 2 <sup>eme</sup> ordre.....	56
Figure 3.3 : Module d'un filtre à encoche 2 <sup>eme</sup> ordre pour différentes valeurs de $\alpha$ .....	57
Figure 3.4 : Structures du filtre à encoche.....	58
Figure 3.5 : Positionnement d'une encoche sur un spectre GPS .....	58
Figure 3.6 : Pertes de corrélation après filtrage.....	59
Figure 3.7: structure d'estimation des pertes de corrélation.....	60
Figure 3.8 : Pertes de corrélation après filtrage pour plusieurs $\alpha$ .....	60
Figure 3.9 : Synoptique de l'algorithme RLS.....	62
Figure 3.10 : Schématisation du principe de minimisation par la méthode du Gradient.....	65
Figure 4.1: Schéma général d'un système de filtrage adaptatif.....	70
Figure 4.2 : Convergence de l'algorithme RLS pour différents rapports J/N.....	72
Figure 4.3 : Elimination d'une interférence par une encoche adaptée $\alpha=0.999$ .....	73
Figure 4.4 : Elimination d'une interférence par une encoche adaptée $\alpha=0.89$ .....	73
Figure 4.5 : Acquisition du signal GPS sans interférence et sans bruit.....	75
Figure 4. 6 : Acquisition du signal GPS avec bruit.....	75
Figure 4.7 : Acquisition du signal GPS avec bruit et interférence.....	76
Figure 4.8: Acquisition du signal GPS après filtrage.....	76
Figure 4.9 : Structure MAAR.....	79
Figure 4.10 : Acquisition du signal GPS avec bruit et interférence.....	81
Figure 4.11 : Convergence de filtre à encoche vers la fréquence du brouilleur .....	81
Figure 4.12 : Acquisition du signal GPS après filtrage.....	82
Figure 4.13 : Structure ARMA.....	82
Figure 4.14 : Acquisition du signal GPS avec bruit+interférence.....	84

Figure 4.15 : Convergence de filtre à encoche vers la fréquence du brouilleur.....	85
Figure 4.16: Acquisition du signal GPS après filtrage.....	85
Figure 4.17 : Courbes de gain du rapport l'interférence / bruit.....	86
Figure 4.18 : Courbes de gain du bruit.....	87
Figure 4.19: Courbes de gain de l'interférence.....	87
Figure 4.20 : Spectre d'un brouilleur affecté d'un doppler.....	89
Figure 4.21 : Convergence de filtre à encoche vers la fréquence du brouilleur.....	90
Figure 4.22 : Acquisition après filtrage.....	90
Figure 4.23: Spectre du brouilleur à bande étroite après filtrage .....	91
Figure 4.24 : Acquisition après filtrage .....	91
Figure 4.25 : Module d'une cascade de filtre à encoche pour $\alpha=0.99$ .....	93
Figure 4.26 : Acquisition du signal GPS avec bruit et interférence.....	93
Figure 4.27 : Convergence de filtre à encoche vers la fréquence du 1 <sup>er</sup> brouilleur....	94
Figure 4.28 : Elimination du spectre de la première interférence.....	94
Figure 4.29 : Convergence de filtre à encoche vers la fréquence du 2 <sup>eme</sup> brouilleur..	95
Figure 4.30: Elimination du spectre de la deuxième interférence.....	95
Figure 4.31 : Convergence de filtre à encoche vers la fréquence du 3 <sup>eme</sup> brouilleur..	96
Figure 4.32 : Elimination du spectre de la troisième interférence.....	96
Figure 4.33: Acquisition du signal GPS après filtrage.....	97



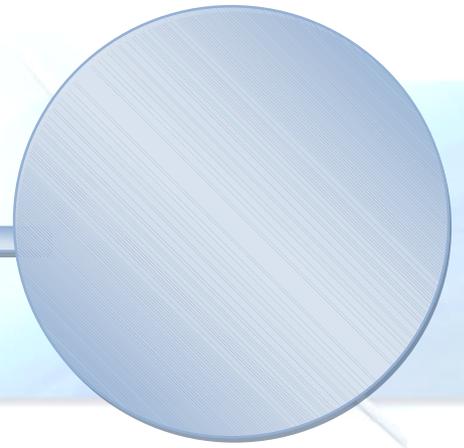
# LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1 : Puissance minimale de réception du signal GPS.....	7
Tableau 1.2 : Contenu du message de navigation GPS.....	12
Tableau 2.1 : Sources potentielles de brouilleur.....	39
Tableau 2.2 : Services générant des harmoniques dans la bande GPS.....	40
Tableau 2.3 : Puissances typiquement émises par une station de TV.....	43
Tableau 2.4 : Résumé des canaux TV brouilleur en France et Etat unis.....	43
Tableau 2.5 : Portée du brouillage par les canaux de TV.....	44
Tableau 2.6 : Bandes de fréquences des émetteurs FM.....	45
Tableau 2.7 : la portée de brouilleurs FM.....	46
Tableau 2.8 : Grandeurs impliquées en fonction de la PIRE du brouilleur.....	47
Tableau 2.9 : Pourcentage des accidents en fonction de phases de vol.....	49
Tableau 2.10: Sources de brouillage en fonction des phases de vol.....	50
Tableau 4.1 : Résumé des valeurs du rapport J/N la fréquence et $\alpha$ .....	88

# LISTE DES ABREVIATIONS

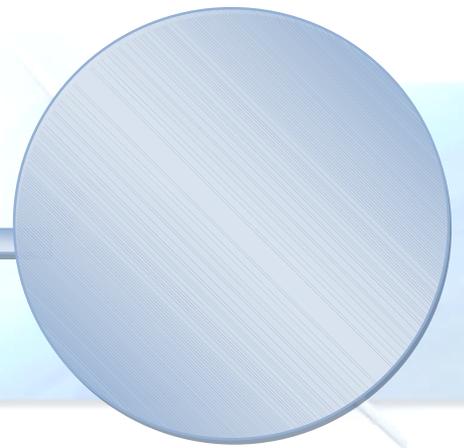
<b>GPS :</b>	(Global Positioning System), Le système de Positionnement Global.
<b>CDMA :</b>	Code Division Multiple Access.
<b>P(y) :</b>	(Precision code), code de précision.
<b>C/A :</b>	( Coarse /Acquisition).
<b>PPS :</b>	Precise Positioning Service.
<b>SPS :</b>	Standard Positioning Service.
<b>PRN :</b>	Pseudo Random Noise.
<b>D(t) :</b>	données de navigation.
<b>BPSK:</b>	(Binary Phase Shift keying), modulation binaire avec déplacement de phase.
<b>PLL :</b>	(Phase Lock Loop), boucle à verrouillage de phase.
<b>DLL:</b>	(Delay Lock Loop)
<b>CAN :</b>	Convertisseur Analogique Numérique
<b>Voie I :</b>	voie en phase.
<b>Voie Q :</b>	voie en quadrature.
<b>TF :</b>	Transformée de Fourier.
<b>DFT :</b>	(Discret Fourier Transformation), transformée de Fourier discrète.
<b>L<sub>1</sub>:</b>	Frequence de la première porteuse $L_1= 1575.42$ MHz.
<b>L<sub>2</sub></b>	Frequence de la deuxième porteuse $L_2=1227.6$ MHz.
<b>S(t)</b>	signal transmis par un satellite
<b>A</b>	l'amplitude du signal transmis par le satellite.
<b>D (t)</b>	les données de navigation.
<b>IF</b>	Fréquence intermédiaire

<b><math>\Delta f</math> :</b>	Résolution en fréquence.
<b>VCO :</b>	(Voltage Control Oscillator), oscillateur contrôlé en tension.
<b>Early :</b>	Réplique en avance.
<b>Prompt :</b>	Réplique de référence.
<b>Late :</b>	Réplique en retard.
<b>LNA :</b>	Low Noise Amplificator.
<b>RF :</b>	Radio Fréquence.
<b>TEB :</b>	Taux d'Erreur Binaire
<b>PIRE :</b>	Puissance Isotropique Rayonnée Equivalente.
<b>FIR :</b>	Filtre à Réponse Impulsionelle Finie.
<b>RII :</b>	Filtre à Réponse Impulsionelle Infinie.
<b>MAAR :</b>	Mean Average Auto Regressive
<b>ARMA:</b>	Auto Regressive Mean Average.
<b>CWI</b>	Carrier Wave Impulse



# **INTRODUCTION GENERALE**

---



**CONCLUSION**

**GENERALE**

---

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

Le système GPS (Global Positioning System) a été conçu pour permettre d'obtenir, partout dans le monde et rapidement, des données de navigation tridimensionnelles, avec une précision de l'ordre de la centaine de mètres. Il se base sur une constellation de satellites, qui émettent en permanence un signal daté, et un réseau de stations au sol qui surveillent et gèrent les satellites. Les récepteurs sont passifs et le nombre d'utilisateurs est donc illimité. La localisation est possible dès lors que quatre satellites sont visibles. Le système GPS a de nombreuses applications, aussi bien civiles que militaires, telles que la navigation (air, terre, mer) ou le relevé de positions géographiques.

Cependant, son principe de fonctionnement le rend sensible à plusieurs types de perturbations : bruit thermique, brouilleurs non-intentionnelles, effet Doppler... Les sources de brouillages non-intentionnelles sont essentiellement les systèmes de télécommunications opérant sur des bandes voisines ou partagées. Pour cela plusieurs techniques ont été étudiées en profondeur dans le domaine du GPS pour faire face à ce problème, sauf que l'importance des moyens mis à la disposition de ces études et pour la réalisation des dispositifs impose un cahier des charges très sévère par conséquent les solutions disponibles sont généralement assez coûteuses.

Dans ce contexte, notre travail consiste à étudier le principe du filtrage adaptatif pour la réjection d'un ou plusieurs signaux brouilleurs situés dans la bande du code C/A du signal GPS reçu. Or le filtre associé au dispositif d'adaptation doit apporter un minimum de dégradation du signal GPS pour conserver l'intégralité du message de navigation utile. Les caractéristiques que l'on recherche sont une protection efficace du signal GPS, entaché d'un ou plusieurs brouilleurs, selon les normes de l'aviation civile et un coût de réalisation le plus faible possible pour un tel dispositif.

Pour ce faire, nous effectuerons dans ce travail des simulations pour concrétiser le fonctionnement du filtre adapté et caractériser l'effet d'un brouilleur ou une série de brouilleurs sur l'opération d'acquisition du signal GPS reçu.

Notre travail est divisé en quatre chapitres:

- Dans le chapitre I, nous présenterons le système GPS, la composition de son signal ainsi que le fonctionnement de son récepteur numérique et les opérations effectuées par ce dernier.
- Le chapitre II sera consacré à l'étude des types de brouilleurs susceptibles de nuire au signal reçus au niveau du récepteur GPS après avoir définie leurs sources potentielles, ainsi que leurs effets sur les phases de vol.
- Dans le chapitre III, nous présenterons le filtre à encoche, ses principales caractéristiques et les algorithmes utilisés pour l'adaptation ainsi que leur effet sur l'opération d'acquisition.
- Nous terminons par le chapitre IV où l'on présente toutes nos simulations MATLAB qui correspondent au déroulement du dispositif adaptatif avec les différents algorithmes utilisés ainsi que la simulation de l'acquisition du signal GPS avant et après filtrage. ainsi que l'étude du comportement de notre dispositif vis -à-vis un brouilleur à bande étroite et une série de brouilleurs.

## Introduction

L'objet de ce chapitre est de recenser les sources potentielles de brouillage sur les signaux de GPS. Il est question alors du brouillage non intentionnel et celui volontaire (Intentionnel) qui pourrait également être présent à cause des limitations imposées par les règles de cohabitation des systèmes dans les bandes considérées, il faut savoir que la puissance nominale de réception des porteuses à l'entrée du récepteur est de l'ordre de  $-158$  dBW pour un satellite vu sous  $10^\circ$  d'angle de site et en supposant un gain d'antenne du récepteur de '0' dB. Le faible niveau de ce signal fait qu'un nombre de signaux extérieurs d'origines diverses peuvent se retrouver à l'entrée du récepteur avec des niveaux comparables, voire largement supérieurs. Heureusement le gain de traitement apporté par la procédure de désétalement de spectre permet de réduire l'influence de ces brouilleurs.

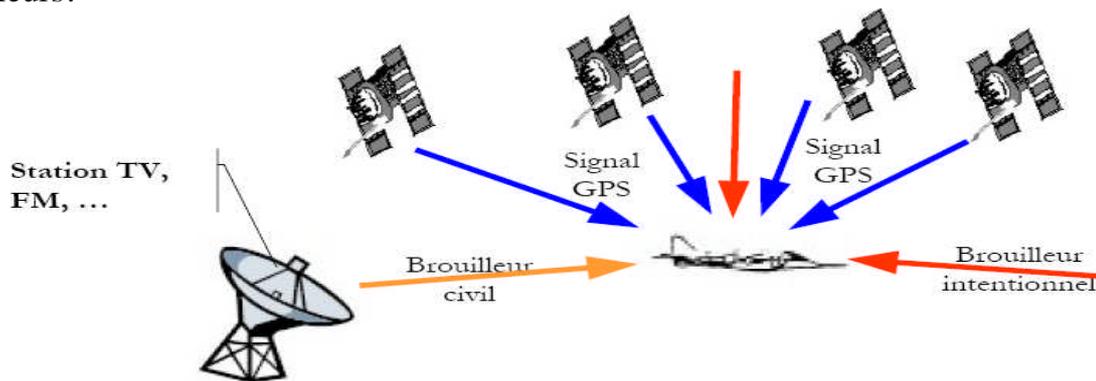


Figure 2.1 : Sources potentiels de brouillage

### II.1. Vulnérabilité d'un récepteur GPS :

Cette section introduit l'architecture interne générique d'un récepteur GPS par l'identification de ses modules qui sont les plus vulnérables aux brouilleurs radiofréquences. La résistance aux brouillages dépendra de la structure du signal GPS, du design du récepteur ainsi que de l'architecture du système global.

L'analyse qui suit est basée sur le schéma bloc de la figure (2.2) représentant l'ensemble des parties d'un récepteurs GPS générique. Il existe quatre régions où le récepteur numérique est vulnérable. Ces régions incluent (1) l'étage de réception RF comprenant un module d'amplification et de filtrage,(2) un control automatique du

gain(CAG) et un convertisseur analogique numérique (CAN),(3) la boucle de code(DLL) qui isole un code particulier en provenance d'un satellite GPS,(4) la boucle de phase (PLL) qui maintien la phase de la porteuse placée en fréquence intermédiaire et (5) l'étage de modulation des données qui extrait le message de navigation .

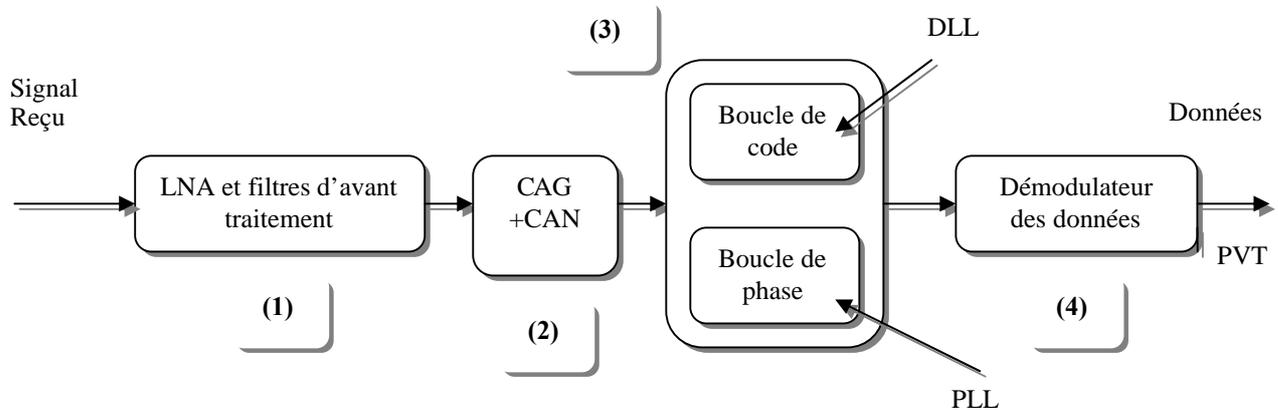


Figure 2.2 : Schéma bloc des modules d'un récepteur GPS générique

### II.1.1. Vulnérabilité de l'étage de réception RF :

Les brouilleurs captés par l'antenne rencontreront typiquement un amplificateur à faible bruit (LNA) utilisé pour amplifier le signal GPS noyé dans le bruit.

Deux types de brouillage peuvent être identifiés ; il s'agit des brouilleurs dans la bande GPS et ceux proches de la bande GPS. Les brouilleurs dans la bande GPS contribuent à augmenter le niveau de bruit dans la bande passante du récepteur et à dégrader ainsi ses performances. Principalement, les signaux tels que les harmoniques, les produits d'intermodulation ou simplement les bruits hauts fréquences contribuent aux brouillages des signaux GPS. Les brouilleurs proches de la bande GPS peuvent perturber la réception en désensibilisant la chaîne RF ou en pénétrant l'étage de traitement de signal.

Le niveau de puissance des brouilleurs juste au dessus du niveau de puissance du signal GPS traversera facilement cet étage d'amplification. De plus, les brouilleurs de puissance moyenne peuvent amener l'amplificateur à travailler en région non-linéaire. La sortie devient rapidement instable et l'amplificateur sera saturé. A cause des signaux de brouillages le signal GPS de faible intensité est soumis a un système non-linéaire et le fonctionnement dans ce régime, même pour une courte période, entraîne des perturbations pouvant aller jusqu'au décrochage des boucles de maintien (DLL et PLL).

### II.1.2. Vulnérabilité de la boucle de code :

Le signal en provenance de l'étage de réception RF (antenne, LNA et filtre) entrera dans la section d'acquisition du code et de maintien de la synchronisation après que le signal ait traversé un ACG. Dans notre modèle, le signal GPS en fréquences intermédiaire qui est échantillonné par le CAN rencontrera la boucle de code qui poursuit la phase de l'un des codes provenant du satellite GPS. La plupart des récepteurs actuels utilisent une boucle de verrouillage avance et retard 'early-late' DLL (Delay Lock Loop). La boucle de maintien de code réalise une poursuite par asservissement sur le maximum de corrélation. La corrélation du signal reçu avec le signal local de désétalement s'effectue sur la voie en avance et la voie en retard. Les résultats de corrélations sont comparés afin d'ajuster les répliques locales.

La boucle de maintien de code a une bande passante faible (moins de 1Hz) et s'est pourquoi elle peut fonctionner à des niveaux élevés de rapport brouilleur à signal ( $\frac{J}{S}$ ). Elle constitue la section la plus résistante du récepteur, le bruit étant atténué dans un rapport égal au gain d'étalement suite à la corrélation. On note que le choix d'espacement entre les deux répliques 'Early' et 'Late' possède une influence importante sur les brouilleurs à spectre étroit.

Une boucle de code ne peut pas maintenir sa synchronisation lorsque la puissance de bruit est supérieure à la puissance du signal (après désétalement). On définit typiquement le point de décrochage de la boucle de code par un seuil du rapport  $\frac{J}{S}$  de 0dB. De cette façon, la puissance minimale du brouilleur nécessaire pour désynchroniser une boucle de code doit être à un minimum de 24dB supérieur à la puissance du signal utile soit supérieur à -134 dBW nécessaire pour le maintien.

### II.1.3. Vulnérabilité de la boucle de phase :

Il existe également différents types de configuration de boucle à verrouillage de phase, à chaque étape est associée une largeur de bande d'opération. A l'intérieur de la boucle, le signal incluant le brouilleur est d'abord filtré avant d'être appliqué au VCO qui estime la phase de la porteuse du signal d'entrée. La bande passante du filtre passe-bas de la boucle de phase est très faible en comparant avec la largeur de bande des données de navigation (~100Hz).

Ceci permet de minimiser l'effet du spectre de données sur l'acquisition de la porteuse. La bande passante typique de la boucle de phase d'un récepteur GPS est de l'ordre de 1 à 10Hz. Ainsi, le brouilleur étalé doit avoir une puissance suffisante à l'intérieur de la bande passante du filtre pour affecter le processus d'acquisition de la porteuse.

En effet, la boucle d'acquisition du code GPS étale le brouilleur avant que le signal atteigne la boucle de phase. Ceci réduit de façon considérable la puissance d'un brouilleur dans la bande passante de la boucle de phase. L'effet du bruit provenant du brouilleur étalé qui entre dans la boucle de phase dépend de la conception de la boucle.

#### II.1.4. Détections de message de navigation :

L'étape finale du processus d'acquisition d'un signal GPS mène à la démodulation des données de navigation. Le signal brouilleur à ce point a été étalé par le code d'étalement local apportant un gain de 24 dB. Sous des conditions normales d'opération, le rapport signal à bruit (S/N) à l'entrée du modulateur est approximativement de 18 dB.

Le démodulateur de données est caractérisé vis-à-vis du brouillage en termes de TEB (taux d'erreur binaire). Il est évident que l'on aura une dégradation du TEB au fur et à mesure que l'on diminue le SNR. On prend en général comme référence pour établir un niveau minimum de performances, un TEB de  $10^{-3}$ . Une augmentation du TEB ne provient pas systématiquement de la perte du signal mais elle indique simplement une diminution de la qualité de la liaison BPSK.

Le cas extrême pour le démodulateur de données correspond à une puissance effective de brouillage (en sortie de boucles) égale à la puissance du signal utile, soit un rapport signal à brouilleur de 0 dB (après désétalement). La performance se dégradera graduellement entre ces deux limites (18 dB et 0 dB) ainsi, il est utile de définir le seuil du taux d'erreur binaire maximum en présence du brouilleur. De façon à réduire l'impact d'une seule erreur sur la démodulation des données de navigation, nous adoptons une limite du TEB à  $10^{-5}$  en présence d'un brouilleur. Ainsi, le rapport acceptable du signal sur brouilleur  $\left(\frac{S}{J}\right)$  est approximativement de 13.9 dB après désétalement.

## II.2. Equations fondamentales du brouillage :

On s'intéresse dans notre étude au signal GPS module en code C/A. L'équation qui détermine le rapport  $\frac{C}{N_0}$  non brouillé en bande de base (après les boucles) est la suivante :

$$\frac{C}{N_0} = S_r + G_a - 10 \log (k \cdot T_0) - N_f - P_i \quad [\text{dB-Hz}] \quad (2.1)$$

Où :

$\frac{C}{N_0}$  : Rapport de puissance entre le signal utile et la densité spectrale du bruit thermique (dB-Hz).

$S_r$  : puissance du signal GPS reçu (dBW).

$G_a$  : gain de l'antenne de réception (dBic).

$T_0$  : température de référence du bruit thermique = 290°(K).

$k$  : la constante de Boltzmann =  $1.38 \cdot 10^{-23}$  (W – sec / K).

$10 \log (k \cdot T_0)$  : la densité de puissance du bruit thermique = -204 (dBW/Hz).

$N_f$  : le facteur de bruit de l'antenne + les pertes des câbles (dBW-Hz).

$P_i$  : les pertes d'implémentation + perte de conversion A / D (dB).

On peut considérer un récepteur muni d'une antenne de gain unitaire (0 dB) et chiffrer pour un récepteur typique dont le facteur de bruit est de 4 dB et les pertes d'implémentation à 2 dB. Avec ces hypothèses, on obtient en bande de base un rapport en dB du  $[\frac{C}{N_0}]_{NB}$  non-brouillé de :

$$[\frac{C}{N_0}]_{nb}^{dB} = -159.6 + 0 - (-204) - 4 - 2 = 38.4 \quad (\text{dB-Hz}) \quad (2.2)$$

Les mêmes conditions conduisent à une valeur du rapport  $[\frac{C}{N_0}]_{NB}$  non-brouillé de 35.4dB.Hz pour le code  $L_1 P(Y)$  et 32.8 dB. Hz pour le code  $L_2 P(Y)$ .

En présence d'un bruit, on définit le rapport  $\frac{C}{N_0}$  équivalent par :

$$[\frac{C}{N_0}]_{nb}^{dB} = -10 \log \left[ 10^{\frac{[\frac{C}{N_0}]_{nb}^{dB}}{10}} + \frac{10^{\frac{[S_i]_{dB}}{10}}}{QR_c} \right] \quad \text{dB - Hz} \quad (2.3)$$

C'est la puissance du signal ramené à la puissance du bruit thermique augmentée de celle du brouilleur étalé (que l'on associe donc au bruit). Il s'agit du  $\frac{C}{N_0}$  vu par le récepteur après les boucles. A l'équation (2.3), on a indiqué :

$\left[ \frac{C}{N_0} \right]_{nb}^{dB}$  : Le rapport de la puissance du signal utile dans 1 Hz de bande passante sur la densité spectrale de puissance du bruit thermique en absence du brouilleur [dB.Hz].

$\left[ \frac{J}{S} \right]_{dB}$  : Le rapport de la puissance du brouilleur sur le signal utile [dB].

Q : un facteur d'ajustement du gain d'étalement.

Le facteur Q tient compte de la largeur de bande des brouilleurs .Il vaut respectivement :

Q = 1 : pour les brouilleurs bande étroite ( $\ll 10\text{KHz}$ ).

Q = 1.5 : pour les brouilleurs large bande à spectre étalé.

Q = 2 : pour les bruits gaussiens à large bande.

A l'aide de ces équations, on peut déterminer l'équivalent de la dégradation sur le rapport signal à bruit introduit par un brouilleur .Si on fixe un seuil de  $\left[ \frac{C}{N_0} \right]_{eq}$  minimum pour le fonctionnement de notre récepteur. On peut déterminer le niveau de brouillage correspondant à partir de l'équation (2-3). En réorganisant cette dernière on obtient :

$$\left[ \frac{J}{S} \right]_{seuil} = 10 \log \left( QR_c \left( \frac{1}{10^{-\frac{\left[ \frac{C}{N_0} \right]_{eq}^{dB}}{10}}} - \frac{1}{10^{-\frac{\left[ \frac{C}{N_0} \right]_{nb}^{dB}}{10}}} \right) \right) \quad [dB] \quad (2.4)$$

On rappelle que le rapport  $\left[ \frac{C}{N_0} \right]_{eq}$  est toujours supposé connu puisqu'il s'agit de celui qui est mesuré par le récepteur .Les courbes correspondants à l'équation (2.4) sont montrées à la figure (2.3).

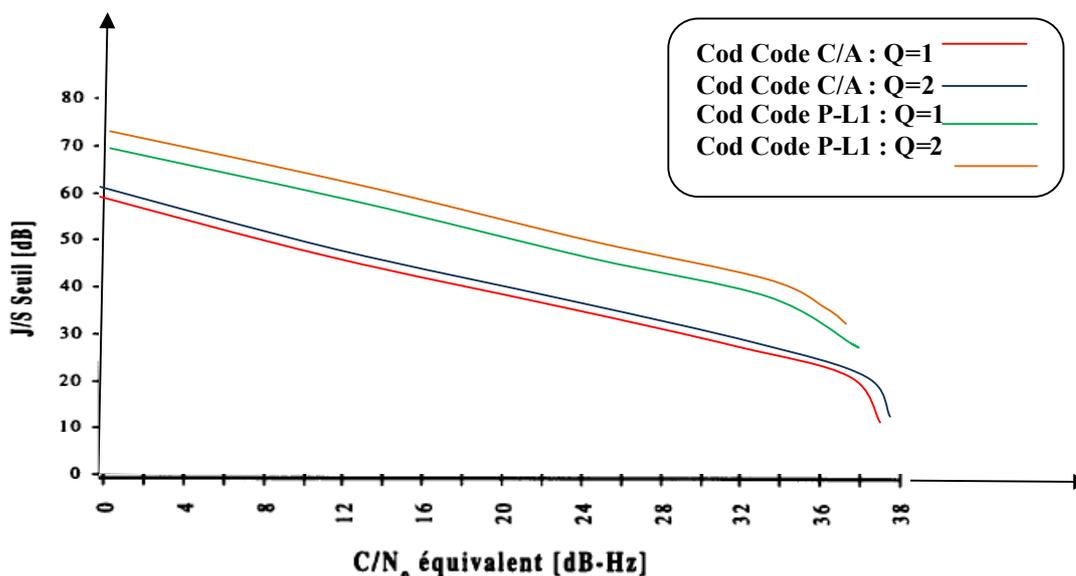


Figure 2.3 : Correspondance entre  $\left[ \frac{J}{S} \right]_{seuil}$  et  $\left[ \frac{C}{N_0} \right]_{equivalent}$

Pour évaluer l'influence des sources potentielles de brouillage, on peut donc se servir de l'équation (2.4). Si on établit un seuil pour le  $\left[ \frac{C}{N_0} \right]$  équivalent, on peut à partir de celui-ci établir un seuil pour le rapport  $\left[ \frac{J}{S} \right]$  au delà duquel le signal brouilleur devient nuisible.

### II.3. Brouillage non-intentionnel :

Plusieurs sources potentielles de brouilleurs pour un récepteur GPS peuvent être répertoriées. Il existe dans un environnement électromagnétique normal de nombreux signaux en mesure de créer des problèmes pour un récepteur GPS.

#### II.3.1. Enumération Des Types De Brouilleurs non-intentionnel :

Trois classes principales de brouillages non intentionnels peuvent être identifiées lors de la réception de porteuse à spectre étalé de type GPS :

- La première concerne le brouillage dit «Co-canal» causé par les systèmes continus ou pulsés fonctionnant dans les mêmes bandes que les signaux de navigation
- Le second groupe concerne les brouillages dits «de canal adjacent» causés par les systèmes continus ou pulsés fonctionnant dans les bandes adjacentes à celles des signaux de navigation. Ces interférences peuvent être dues à un découplage et une réjection insuffisante du spectre émis par rapport à la bande des signaux de navigation, ou à des produits d'intermodulation résultant notamment des caractéristiques non-linéaires des amplificateurs de forte puissance lorsqu'ils servent à amplifier plusieurs porteuses de fréquences voisines.
- La troisième classe concerne les brouillages hors-bande correspondant à des rayonnements de systèmes éloignés des bandes de navigation et peuvent être dus aux harmoniques et aux produits d'intermodulation générés par des systèmes radioélectriques dans l'environnement plus ou moins proche du récepteur, et à des bruits large bande.

Dans la figure ci-dessous, les types de brouilleurs nuisibles à un récepteur GPS ont été répertoriés, on précise leur position fréquentielle par rapport à la bande GPS dans un premier temps, les brouilleurs potentiels qui se situent à l'intérieur de la bande GPS sont énumérés et caractérisés puis ceux qui se trouvent à l'extérieur (près de la bande GPS). Pour notre analyse, cette bande GPS est définie pour un récepteur fonctionnant avec corrélateur étroit à plus ou moins 4 MHz de la fréquence  $L_1$  (1575.42 MHz) soit de 1571.42 à 1579.42 MHz.

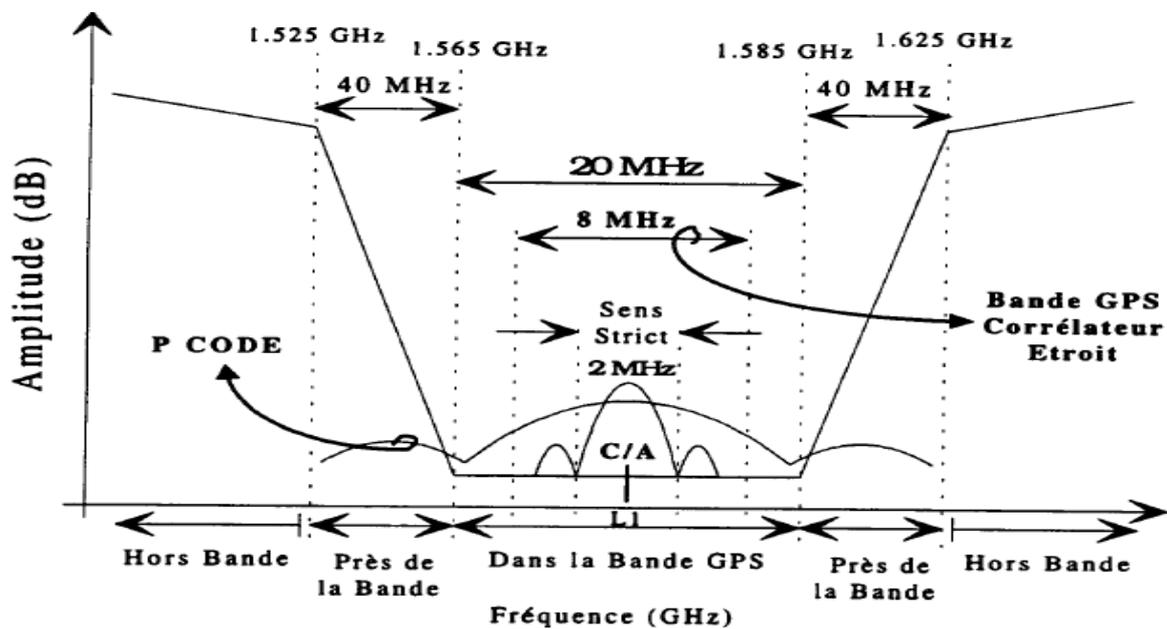


Figure 2.4 : Définition des régions fréquentielles du système GPS

Les récepteurs de haute qualité utilisent une bande plus large par exemple 20 MHz. Un récepteur GPS à corrélateur étroit utilisera typiquement les 8 MHz autour de  $L_1$ , tandis que les récepteurs simples commercialisés sont définis au sens strict comme des récepteurs utilisant seulement le lobe principal du signal GPS (code C/A).

### II.3.2. Sources de brouillages non intentionnels :

De ce fait Les sources de brouillages non intentionnels potentiels sur les récepteurs de navigation des signaux GPS en les distinguant selon les trois groupes précédents :

- Les systèmes fonctionnant dans les mêmes bandes que le GPS: systèmes de radionavigation aéronautique DME/TACAN, système de communications militaires JTIDS/MIDS, Radars primaires de contrôle aérien (ATC)...
- Les systèmes fonctionnant dans les bandes adjacentes: Radars primaires de la surveillance du trafic aérien (ATC), Radars de Défense, services mobiles par satellite, autres systèmes de radionavigation aéronautique (SSR, TCAS, IFF, ADS-B)...
- Les systèmes fonctionnant dans des bandes éloignées (interférences par harmoniques principalement): émetteurs TV et FM, systèmes de radionavigation aéronautique VOR et ILS, systèmes de communications VHFCOM, service Radioamateurs...

Ces problématiques de brouillage se posent évidemment dans les deux sens: les systèmes de navigation par satellite eux mêmes doivent réglementairement respecter différentes contraintes (limitation de puissance rayonnée par exemple) afin de ne pas perturber les autres systèmes existants (Radar primaire et systèmes DME/TACAN par exemple). Il est donc nécessaire d'étudier l'impact de chacune de ces sources potentielles sur les différents sous-ensembles, fonctionnalités et performances finales du récepteur de navigation : chaîne RF (saturation de l'amplificateur, effet sur la boucle de contrôle de gain, sur la numérisation...), processeur de traitement du signal (pertes sur les traitements de pré-corrélation, décrochages sur les boucles de phase et de code dans les phases d'acquisition et de poursuite...).

Cet impact est fonction des caractéristiques propres des sources d'interférences et fonction de chacune des bandes. Les caractéristiques spectrales bien sûr, mais aussi les caractéristiques temporelles (largeur et fréquence de répétition des impulsions par exemple) sont importantes. La distance entre la source de brouillage et le récepteur de navigation est un facteur essentiel dans le niveau de perturbation. Au final, il s'agit d'évaluer la dégradation de performances attendues (erreurs sur les pseudo-distances...), et de mettre en place des techniques de mitigation des effets des brouillages.

Le tableau (2.1) résume l'ensemble des sources potentielles de brouilleurs :

Sources Des Brouilleurs	Type	Origines
<b>Harmoniques ATC</b>	Dans la bande GPS	Autre mobile Externe au mobile
<b>Harmoniques ACARS</b>	Hors de la bande GPS	Provenant du mobile Autre mobile Externe au mobile
<b>Harmoniques des communications VHF et produits d'intermodulations passifs</b>	Dans la bande GPS	Provenant du mobile Autre mobile
<b>Services de téléphonie embarquée</b>	Hors de la bande GPS	Provenant du mobile Autre mobile
<b>DME</b>	Hors de la bande GPS	Provenant du mobile Autre mobile Externe au mobile
<b>MODE S</b>	Dans la bande GPS Hors de la bande GPS	Provenant du mobile Autre mobile Externe au mobile
<b>Communication SATCOM (AMSS)</b>	Dans la bande GPS Hors de la bande GPS	Provenant du mobile Autre mobile
<b>Radioamateur</b>	Dans la bande GPS	Externe au mobile
<b>Harmoniques FM et intermodulations passives</b>	Dans la bande GPS	Externe au mobile
<b>Services de mobiles par satellites (MSS, ellipso, Globalstar, iridium et odyssey)</b>	Dans la bande GPS Hors de la bande GPS	Externe au mobile
<b>Harmoniques VHF/UHF des véhicules au sol</b>	Dans la bande GPS	Externe au mobile
<b>Harmonique VOR</b>	Dans la bande GPS	Externe au mobile
<b>Equipements électroniques personnels</b>	Dans la bande GPS	Provenant du mobile
<b>Harmonique HF</b>	Dans la bande GPS	Provenant du mobile
<b>RADAR</b>	Prés de la bande GPS Dans la bande GPS	Provenant du mobile Autre mobile Externe au mobile

Tableau 2.1 : Sources potentielles de brouilleurs

Dans la colonne origines, on spécifie si la source de brouillage est interne ou externe au véhicule équipé du récepteur. La colonne type nous indique si le brouilleur est retrouvé dans la bande GPS ou à l'extérieur de sa bande utile. En général, pour une application avionique, il faut prendre en compte surtout CWI et les brouilleurs générés par les systèmes tels VHF, SATCOM, TV et FM.

### Autres services capables de générer des harmoniques dans la bande GPS :

Ils peuvent être obtenus en divisant une bande de fréquence à protéger par l'ordre de l'harmonique potentiellement nuisible. Le tableau (2.2) identifie les services utilisant des fréquences auront l'harmonique indiquée dans le spectre GPS.

Ordre de l'harmonique	Bande fréquentielle considérée (MHz)	Usage
L1 (GPS)	1571,42 - 1579,42	C/A -GPS
2 <sup>ème</sup>	785,71 - 788,71	UHF TV
3 <sup>ème</sup>	523,807 - 526,473	UHF TV
4 <sup>ème</sup>	392,855 - 394,855	Mobile/Station
5 <sup>ème</sup>	314,204 - 315,884	Mobile/Station
6 <sup>ème</sup>	261,903 - 263,237	Mobile/Station
7 <sup>ème</sup>	224,488 - 225,631	Radiodiffusion
8 <sup>ème</sup>	196,427 - 197,428	VHF TV
9 <sup>ème</sup>	174,602 - 175,491	VHF TV
10 <sup>ème</sup>	157,142 - 157,942	VHF Maritime
11 <sup>ème</sup>	142,856 - 143,584	VHF Militaire
12 <sup>ème</sup>	130,952 - 131,618	VHFCOM
13 <sup>ème</sup>	120,878 - 121,494	VHFCOM
14 <sup>ème</sup>	112,244 - 112,816	VOR/ILS
15 <sup>ème</sup>	104,761 - 105,295	FM
16 <sup>ème</sup>	98,214 - 98,714	FM

Tableau 2.2 : Services générant des harmoniques dans la bande GPS

### II.3.3. Brouillage par les harmoniques VHFCOM (ATC) :

La figure (2.5) donne une représentation spectrale du brouillage potentiel provenant des harmoniques des communications ATC (Air Traffic Control) connues aussi en France sous le nom de VHFCOM .Ce système de communication utilise la bande de fréquence [118-137 MHz].

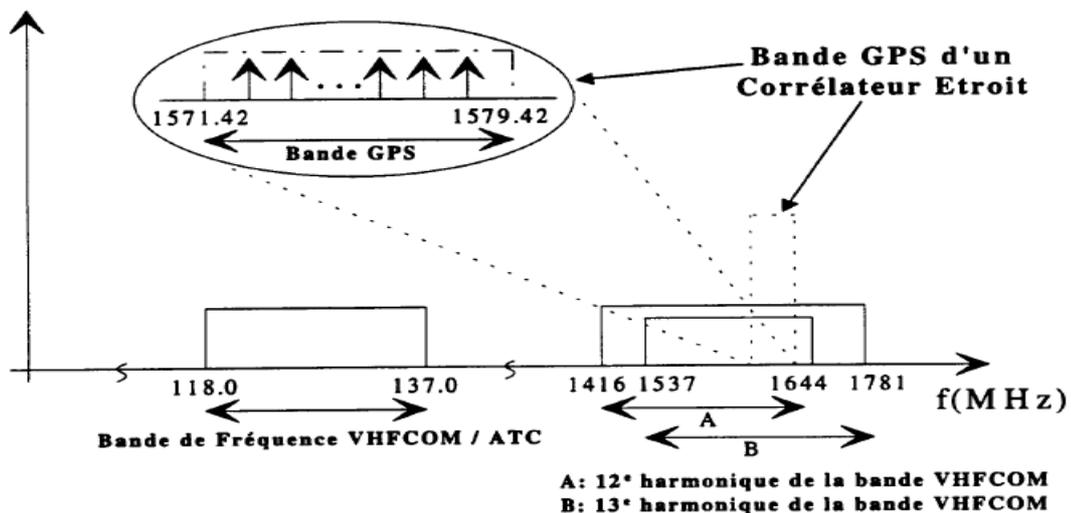


Figure 2.5: Représentation spectrale de brouillage par les harmoniques des communications ATC

Le mode de communication VHFCOM réservé au control aérien possède 24 de ses 760 canaux qui génère des harmoniques du 13<sup>e</sup> ordre dans la bande GPS (120.878-121.494 MHz). De plus, 26 canaux supplémentaires génèrent des harmoniques du 12<sup>e</sup> ordre dans la bande GPS. Il s'agit des canaux de la bande allant de 130.952 à 131.618 MHz .Bien entendu, l'ensemble de ces 50 sources d'harmoniques a été spécifié en considérons la bande GPS d'un corrélateur étroit, c'est-à-dire la bande définie sur 8MHz.

On comprendra aussi qu'il existe d'autres canaux VHFCOM qui sont près de la bande GPS et qui peuvent perturber un récepteur GPS à corrélateur plus étroit.

La PIRE (puissance isotopique rayonnée équivalente) de l'émetteur VHFCOM est de 25W (14dBW) en mode A / S (air-sol) et de 50W (17dBW) maximum en mode S/A (sol-air) .De plus, il est spécifié que l'harmonique d'ordre 12 se trouve à seulement 28dB au-dessous de la PIRE de la puissance du canal VHFCOM.

Cette source de brouillage est considérée comme très néfaste alors que chaque canal VHFCOM a une largeur de bande de 25KHz seulement. La dégradation du signal due aux brouillages harmoniques VHFCOM intervient lorsque le récepteur embarqué dans un mobile se situe à une distance telle que :

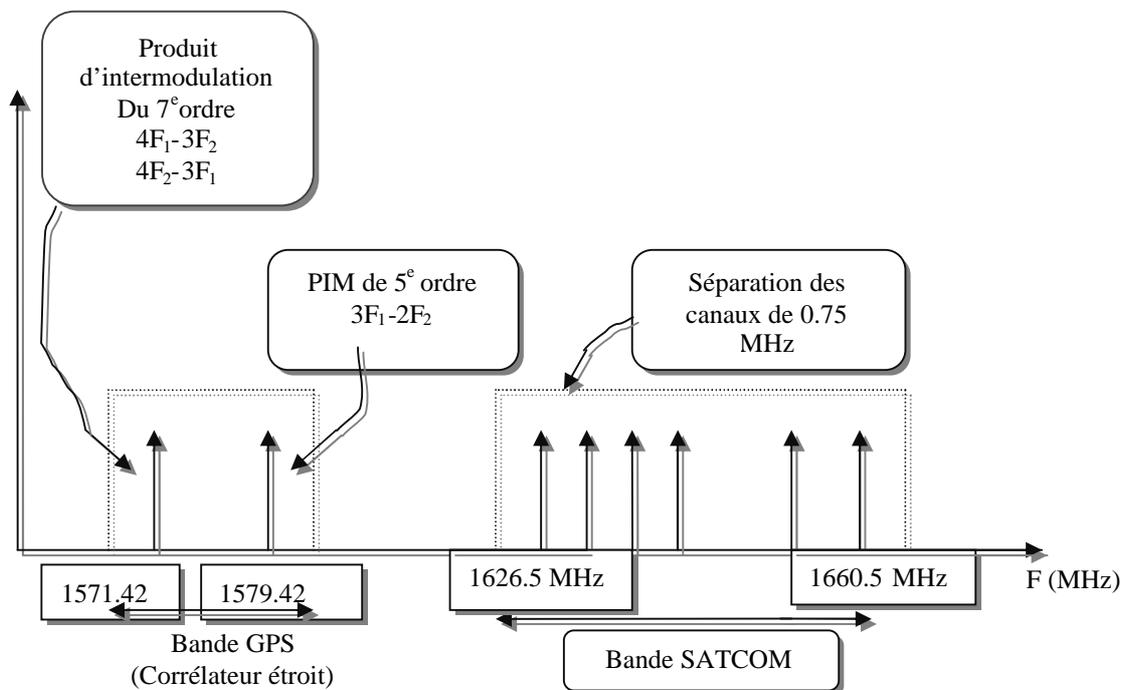
Pour le signal S/A :

$$-11\text{dBW} + \text{réjection du filtre} -20\log(4\pi d/\lambda) \geq -136 \text{ dB} \quad (2.5)$$

Pour le signal A/S :

$$-14\text{dBW} + \text{isolation de l'antenne} + \text{réjection du filtre} \geq -136 \text{ dBW} \quad (2.6)$$

### II.3.4. Brouillage par les émetteurs SATCOM :



**Figure 2.6 :** Représentation spectrale de Brouillage par les communications SATCOM

Ce type de brouilleurs est considéré comme la source de brouillage la plus néfaste au bon fonctionnement des boucles internes d'un récepteur GPS. Leurs origines proviennent de deux sources; soient des émetteurs SATCOM à bord du même mobile que le récepteur GPS soit des émetteurs SATCOM provenant d'un autre mobile. La puissance des canaux dans la bande GPS varie selon plusieurs facteurs (demande, période de temps, durée de la communication, etc...).

Les communications SATCOM utilisent la bande de fréquence [1626.5-1660.5MHz] comme montre la figure (2-6) La largeur de bande des canaux est de 20KHz et ils sont espacés en fréquence de 0.75MHz. La PIRE moyenne est de 18dBW et la réjection minimale est de 100dB dans la bande  $L_1$ . Les émetteurs SATCOM génèrent plusieurs produits d'intermodulation (PIM) qui peuvent tomber à l'intérieur de la bande GPS. Par exemple, les canaux  $f_1 = 1626.5$  MHz et  $f_2 = 1652$  MHz génère des PIM du 5<sup>e</sup> ordre  $3f_1 - 2f_2 = 1575.5$  MHz qui sont directement à l'intérieur de la bande  $L_1$ . Les deux causes telles les PIM des SATCOM et la proximité de leurs bandes sont considérées comme de réelles sources de perturbation potentielle.

### II.3.5. Brouillage par les harmoniques des stations de TV :

Il existe un minimum de six canaux de TV qui génèrent des harmoniques dans la bande GPS. Le tableau (2.4) montre les bandes de fréquences utilisées par ces canaux de TV français et les compare avec les canaux américains équivalents.

Les Pires maximums typiquement émises sont résumés ci-dessous :

	Vidéo	Audio
VHF	55 dBW	48 dBW
UHF	67 dBW	60 dBW

**Tableau 2.3 :** Puissances typiquement émises par une station de TV

La figure (2.7) montre la représentation spectrale de la 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup>, 8<sup>e</sup> et 9<sup>e</sup> harmonique pouvant entrer en interférence avec la bande GPS.

Canaux français	Bande de fréquence	Canaux américain équivalents	Bande de fréquence équivalente
Canal 4	174-182 MHz	VHF 7	174 -180 MHz
Canal 6	190 -198 MHz	VHF 10	192 -198 MHz
Canal 27	518- 526 MHz	UHF 22	518 -524 MHz
Canal 28	526 -534 MHz	UHF 23	524- 530 MHz
Canal 60	782 -790 MHz	UHF 66	782 -788 MHz
Canal 61	790 -798 MHz	UHF 67	788 -795 MHz

**Tableau 2.4 :** Résumé des canaux TV brouilleur en France vs Etat unis

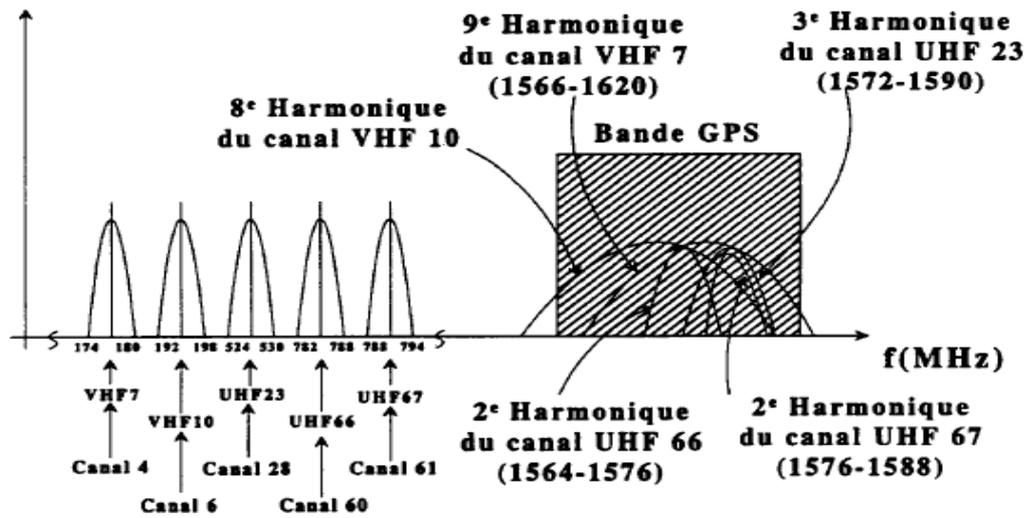


Figure 2.7 : Représentation spectrale de brouillage par des canaux de TV

Le PIRE maximum des harmoniques des canaux de TV permise à l'émission est de -60 dB au-dessous de la PIRE de la porteuse du canal TV.

Ainsi, la dégradation du signal GPS due au brouillage par les harmoniques provenant des canaux de TV qui ont été énumérés intervient lorsque le récepteur embarqué dans un mobile se situe à une distance telle que :

$$PIRE_{\text{harmonic brouilleuse}}^{\text{porteuse}} - 60 - 20 \log \left[ \frac{4\pi d}{\lambda} \right] \geq -136 \text{ dBW} \quad (2.7)$$

Le tableau (2.5) illustre la portée du brouillage par les canaux de TV :

CANAL	% de la puissance en interférence		PIRE du brouilleur	Portée du brouillage maximum
	VIDEO	AUDIO		
VHF 7	5%		42.0	12008
VHF 10	5%		42.0	12008
UHF 23	11.4%		57.7	72186
UHF 66		99%	60.0	95020
UHF 67	5%		34.0	4780.0

Tableau 2.5 : Portée du brouillage par les canaux de TV

### II.3.6. Brouillages par les harmoniques de la diffusion FM :

Plusieurs fréquences provenant de la diffusion FM [87.5-108 MHz] constituent des sources de brouillage potentiel pour un récepteur GPS. La figure (2.8) montre la représentation spectrale des canaux situés en fréquences 104.9 et 105.1 MHz ayant par exemple leur harmonique du 15<sup>e</sup> ordre dans la bande GPS.

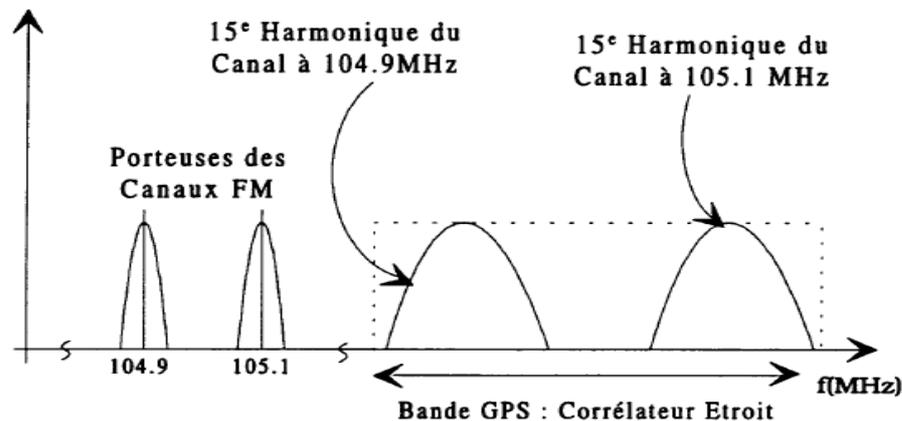


Figure 2.8 : Représentation spectrale de brouillage par des canaux F.M

Le tableau (2.6) montre les bandes de fréquences des émetteurs FM avec leurs harmoniques correspondantes entrant dans la bande GPS d'un corrélateur étroit ( $L_1 \pm 4$  MHz).

Bande (MHz)	Harmoniques FM potentiellement nuisibles
104.3-105	15 <sup>e</sup>
97.8- 99.1	16 <sup>e</sup>
92.1- 93.2	17 <sup>e</sup>
87.5 -88.1	18 <sup>e</sup>

Tableau 2.6 : Bandes de fréquences des émetteurs FM

Les canaux FM sont séparés de 150KHz et la puissance de transmission du canal FM est de 50 dB. La dégradation du signal GPS due a ces canaux FM intervient lorsque le récepteur embarqué dans un mobile se situe a une distance telle que :

Pour le canal à 104.9 MHz :

$$50 \text{ dBW} - 80 + 10\log(0.25) - 20\log\left[\frac{4\pi r d}{\lambda}\right] \geq -136 \text{ dBW} \quad (2.8)$$

Pour le canal à 105.1 MHz :

$$50 \text{ dBW} - 80 + 10\log(0.5) - 20\log\left[\frac{4\pi r d}{\lambda}\right] \geq -136 \text{ dBW} \quad (2.9)$$

Le tableau (2.7) est une analyse de la portée de brouilleurs FM en fonction de la puissance de l'harmonique lors de la réception à l'antenne GPS.

Distance entre le récepteur et la source FM (m)	Niveau de puissance de l'interférence au récepteur (dBW)	
	Signal a 104.9 MHz	Signal a 105.1 MHz
200	-118.15	-115.4
400	-124.5	-121.5
600	-128	-125.0
800	-130.5	-127.5
1000	-132.4	-129.4
1200	-134	-131.0
1400	-135.4	-132.0
1600	-136.5	-133.5
1800	-137.5	-134.5
2000	-138.5	-135.5
2200	-139.3	-136.5

**Tableau 2.7 :** la portée de brouilleurs FM

En résumé, ce type de brouilleur devient un problème pour un récepteur GPS lorsque se situe à l'intérieur d'un rayon de 2Km de la source d'émission FM.

#### II.4. Brouillage intentionnel :

Bien que ce ne soit pas l'objet de notre étude, on donne ici quelques indications sur le brouillage intentionnel, la figure (2.9) montre la représentation d'un scénario de brouillage intentionnel. Il ne s'agit que de recevoir à l'antenne d'un récepteur GPS un signal de forte puissance.

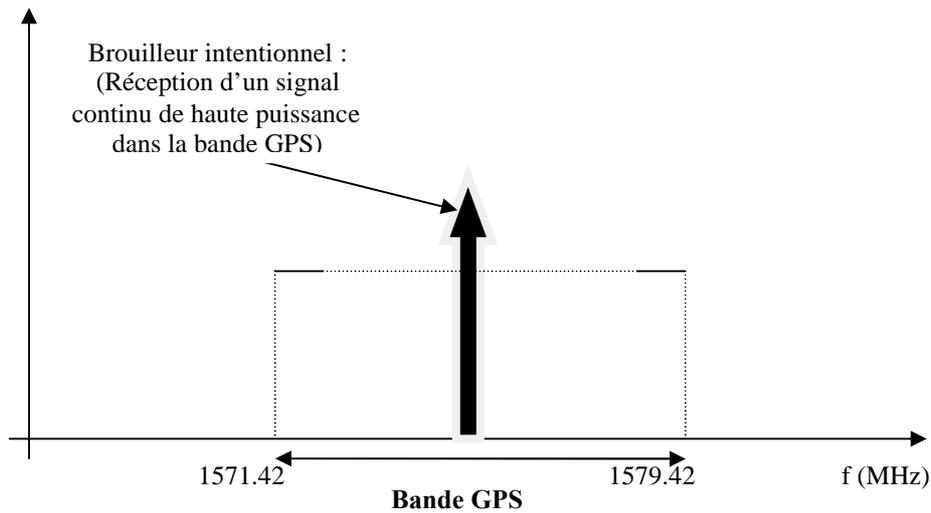


Figure 2.9 : Représentation spectrale d'un brouillage intentionnel

Un signal brouilleur constant et de puissance suffisante peut détruire la réception d'un signal GPS dans une zone donnée. Le rayon de perturbation centré sur la source de brouilleur est fonction de la puissance d'émission et de la fréquence centrale du brouilleur. Si l'on assume une antenne omnidirectionnelle dont le gain est 1, le rayon de perturbation est donné par la formule suivante :

$$d = \frac{10\lambda \left[ \frac{160 - 24 + \text{PIRE}_{\text{Brouilleur}}}{20} \right]}{4\pi} \quad (2.10)$$

Le tableau (2.8) suivant donne une idée de l'ordre des grandeurs impliquées en fonction de la PIRE du brouilleur.

PIRE à L'émission (dBW)	Puissance de l'émetteur (W)	Portée du brouilleur (m)
30	1000	3016777.0
20	100	953989.0
10	10	301678.0
0	1	95398.9
-10	0.1	30167.8
-20	0.01	9539.9
-30	0.001	3016.8
-40	0.0001	954.0
-50	0.00001	301.7
-60	1E -6	95.4
-70	1E -7	30.2

Tableau 2.8 : Grandeurs impliquées en fonction de la PIRE du brouilleur

### II.5. Analyse du risque potentiel :

Il nous a semblé intéressant de présenter une petite analyse statistique du risque encouru de rencontrer un des brouilleurs précédemment définis lors d'un vol civil. Le GPS embarqué sera soumis à un éventaire de signaux brouilleurs provenant des sources diverses qui ont été énumérées ci-dessus. La figure (2.10) illustre l'environnement électromagnétique typique pour un mobile équipé d'un récepteur GPS.

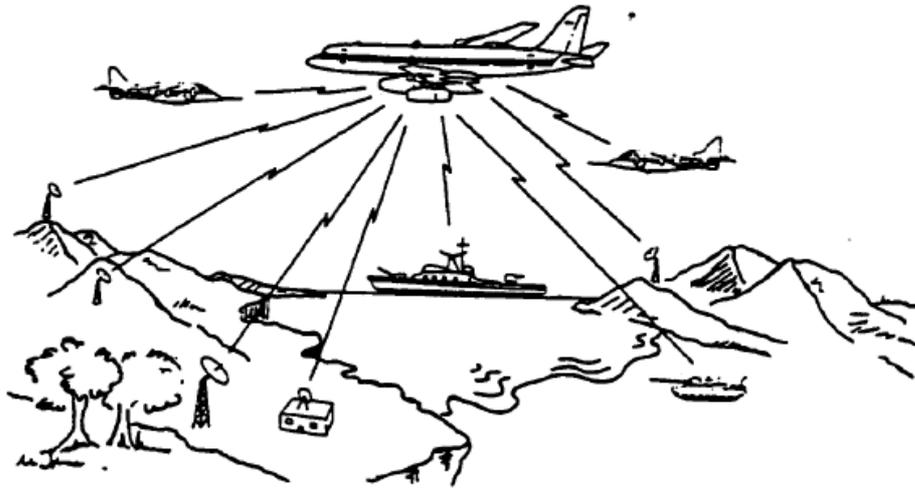


Figure 2.10 : Environnement électromagnétique typique

Au cours de sa mission, l'avion fera face à différentes phases de vol qui le placeront dans des situations particulières par rapport à son environnement et tout particulièrement face à la multiplicité des différentes sources de brouillage.

D'abord, il faut noter que dans cette analyse le temps moyen d'une mission est de 1.47 heure. Pour seulement 2 % et 4 % du temps total de la mission des phases de décollage et d'atterrissage, on trouve 26.1% et 40.5 % de tous les accidents recensés et ce, à travers le monde. Au contraire, la phase en-route dure 60% du temps alors que le pourcentage de tous les accidents est de 4.5%. Le tableau 2-23 résume le pourcentage des accidents et de temps de vol en fonction de différentes phases de vol. L'intérêt porte aussi sur les causes primaires de ces accidents. Ainsi plus de 70% de tous les accidents proviennent des erreurs de pilotage alors que seulement 10% résultent des défauts techniques des avions. Les 20% restants proviennent de la maintenance, température, mauvaise communication avec la station de contrôle et de plusieurs autres raisons inconnues.

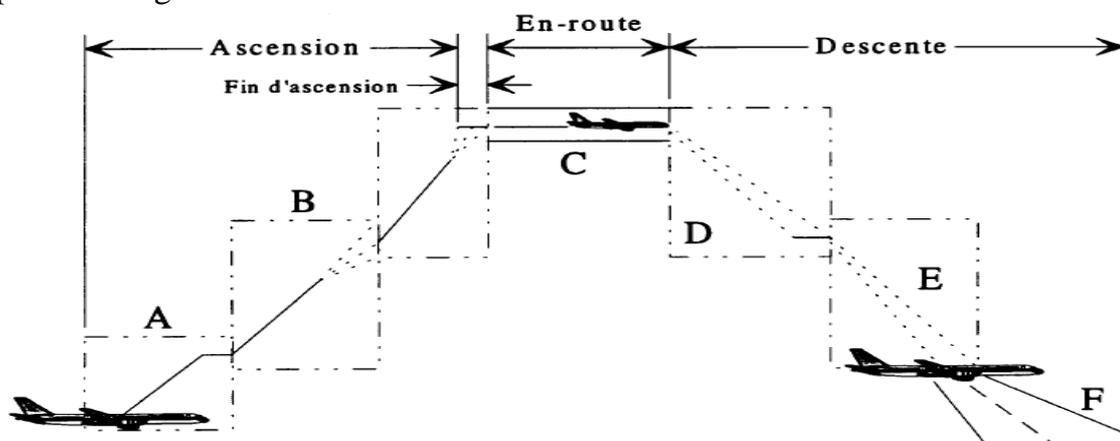
Le tableau (2.9) résume le pourcentage des accidents en fonction de phases de vol :

	Pourcentage du temps de vol de la mission	Pourcentage des accidents Totaux
<b>Décollage</b>	1 %	14.3%
<b>Initiation de la montée</b>	1 %	11.8%
<b>Montée</b>	13 %	6.8%
<b>En route</b>	60 %	4.5%
<b>Descente</b>	10 %	7.5%
<b>Approche initiale</b>	11 %	12.5%
<b>Approche final</b>	3 %	26.6%
<b>Atterrissage</b>	1 %	13.9%

**Tableau 2.9 :** Pourcentage des accidents en fonction de phases de vol

Face à ces trois facteurs (le pourcentage du temps de vol d'une mission, le pourcentage d'accidents et les facteurs de causes primaires), on conclut que phases de décollage et d'atterrissage sont les zones les plus vulnérables aux risques technologiques et humains.

D'où l'intérêt de cette étude statistique puisqu' l'on serait tenté de se poser la même question au sujet de brouilleurs radiofréquences qu'un avion rencontre au cours de ses phases de vol. Tout particulièrement dans la zone de décollage et d'atterrissage où les trois éléments fondamentaux de navigation ILS tels le radiophare d'alignement de piste VHF, le radiophare d'alignement de descente UHF et les radiobornes VHF perturbent la réception des signaux GPS.



**Figure 2.11 :** Perturbations du brouillage en fonction des phases de vol

La figure (2.11) ci-dessus illustre la décomposition des phases de vol qui sont résumées comme suit:

- **Phase A:** décollage et début de monte de l'avion.
- **Phase B:** la montée proprement dite.
- **Phase C:** la zone en-route.
- **Phase D:** la descente.
- **Phase E:** l'approche.
- **Phase F:** l'atterrissage.

Le tableau (2.10) résume les répartitions des sources de brouillage en fonction des phases de vol, car chaque zone sera soumise à un type de brouilleur particulier.

Phase de vol	Sources de brouilleur
<b>Décollage</b>	VOR, ATC, ACARS, équipements électroniques
<b>Initiation de la montée</b>	ATC, VHF, équipements électroniques
<b>Montée</b>	VHF/UHF, RADARS, MODE S, MSS
<b>En route</b>	SATCOM, TFTS, MSS, TV, Radars, radioamateur, MODE S
<b>Descente</b>	ATC, VHF, DME, Radars, MODE S, MSS
<b>Approche finale</b>	VOR VHF DME Radars
<b>Atterrissage</b>	VOR, ATC, VHF, ACARS, DME, équipements électroniques

**Tableau 2.10 :** Sources de brouillage en fonction des phases de vol

Les émetteurs nuisibles sont diversifiés puisqu'ils incluent les radars au sol, ceux sur les bateaux et sur les avions en plus des communications commerciales, des stations de TV et des communications mobiles.

Bien entendu, outre ces sources de brouillage non-intentionnel, le brouillage intentionnel peut être observé durant presque toutes les phases de vol. Par contre pour des raisons de simplicité et de performances, les techniques de brouillage intentionnel des équipements de navigation tels un récepteur GPS seront plutôt mise en fonction lors de l'atterrissage et du décollage (par ordre décroissant de priorité).

La figure (2.12) montre la géométrie du tunnel d'approche de précision qu'un pilote doit respecter lors de l'atterrissage. A cet endroit en particulier où, comme nous l'avons vu, le risque d'accident est plus élevé les senseurs électroniques de l'avion sont soumis à un environnement radioélectrique intense.

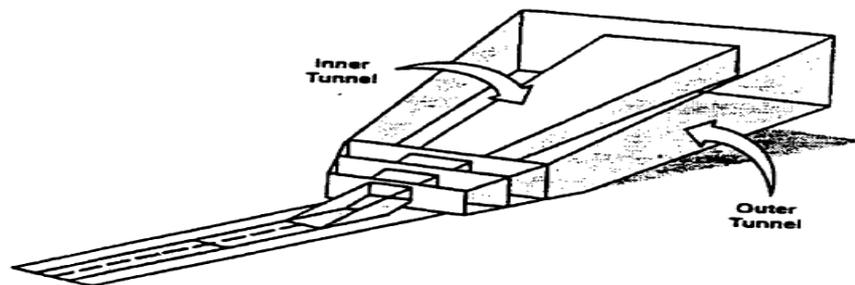


Figure 2.12 : Les limites du tunnel en précision d'approche et d'atterrissage

La figure (2.13) illustre l'intensité du champ électrique basée sur les niveaux d'énergie retrouvés autour d'un transporteur commercial du aux sources de radiation internes et externes de l'avion. L'influence de ce champ magnétique intense est une augmentation au niveau de la puissance de bruit de récepteur et une diminution du seuil de tolérance du rapport signal brouilleur à signal utile.

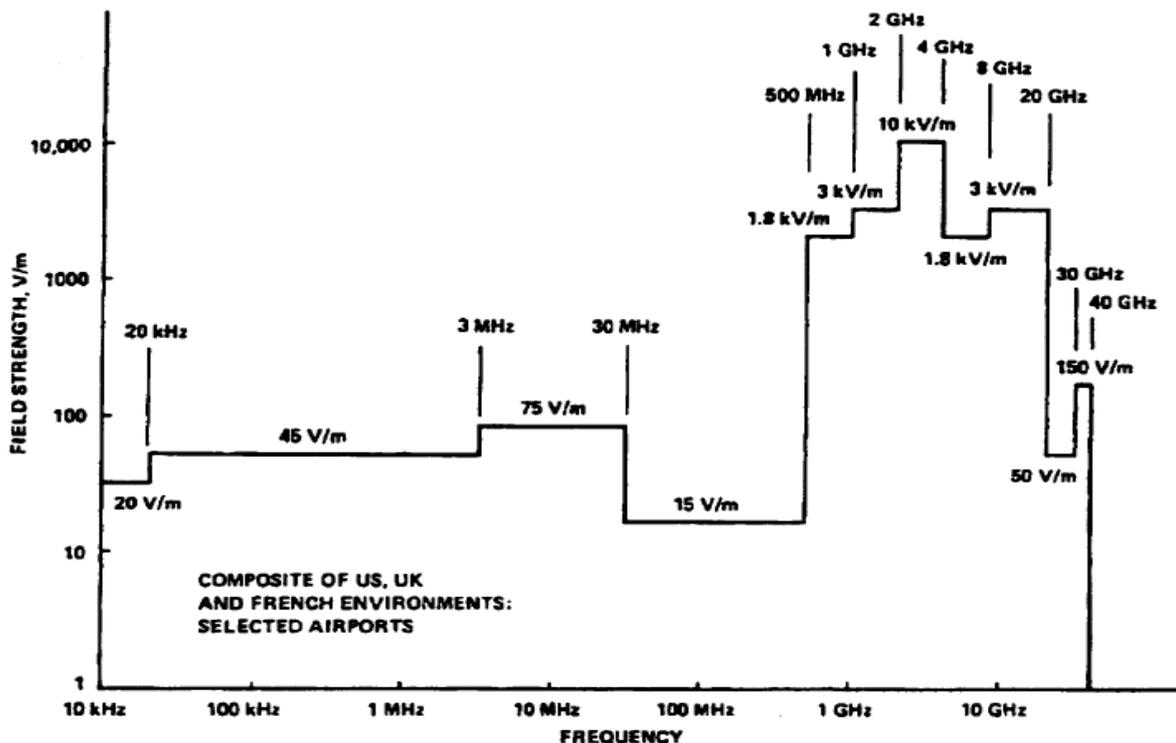


Figure 2.13 : Intensité maximale du champ électrique dans un environnement de décollage/atterrissage aux Etats-Unis, Angleterre et en France

En conclusion, vu les difficultés à définir parfaitement les zones de couverture des sources de brouilleurs en fonction de leurs probabilité d'apparition par rapport aux phases de vol, nous pensons toutefois que suite à la liste des sources de brouilleur potentielles décrites précédemment les brouilleurs à spectre étroits demeurent la source principale de perturbation des récepteurs GPS.

En effet, plusieurs des types de communication qui sont potentiellement dangereuses pour un récepteur GPS ont une largeur de bande d'au plus 25 KHz (ACARS, VHF, ATC, FM). En fait, même la plupart des autres sources n'ont d'ailleurs pas une largeur de bande bien supérieure (en téléphonie TFS-TDMA = 60KHz/ canal). En général, ce sont des harmoniques pures (ou des canaux très étroits) de puissance moyenne ou des signaux impulsionnels comme ceux des Radars qui sont dans la bande GPS et qui perturbe la réception.

## Introduction

Comme clarifié dans le chapitre précédent plusieurs types d'interférences (brouilleurs) peuvent nuire au bon fonctionnement d'un récepteur GPS par conséquent à l'exploitation du message de navigation. La suppression de ces interférences est envisageable en différents points de la chaîne de traitement: en radio fréquence (RF), en fréquence intermédiaire (IF), après échantillonnage du signal en fréquence intermédiaire ou encore dans les boucles de maintien. Pour cela on proposera dans notre travail l'application du filtrage adaptatif avant l'étage d'acquisition comme solution.

Dans ce chapitre on analysera la possibilité d'utilisation d'un filtre à encoche adapté à la fréquence du brouilleur détecté, et cela par le biais de plusieurs méthodes qui sont autres que les algorithmes d'adaptation RLS, LMS et NLMS.

Tout d'abord, on présentera les caractéristiques d'un filtre à encoche (rejecteur de bande) puis on analysera son influence sur la fonction d'acquisition réalisée au niveau du récepteur. On présentera les différents algorithmes d'adaptations, sujet de notre simulation, différentes structures seront proposées afin de réaliser une étude comparative.

### III. 1. Filtre réjecteur de bande :

Un filtre coupe-bande est un filtre numérique conçu pour atténuer une bande de fréquence  $\Delta f$  bien déterminé autour d'une fréquence centrale défini  $f_0$ . Ce type de filtre est aussi nommé filtre rejecteur de bande utilisée surtout pour éliminer certaines fréquences parasites (fréquences de brouilleurs).

### III.2. Différence entre RIF et FIR :

On note qu'un filtre numérique est un système linéaire, fonctionnant en temps discret, dont l'objet est de modifier d'une façon précise le contenu fréquentiel (spectral) d'une séquence appliquée à l'entrée de ce système, on distingue deux types de filtre numérique les RIF (réponse impulsionnelle finie) et ceux RII (réponse impulsionnelle infinie).

Les filtres FIR offrent en général une réponse de phase plus linéaire et ils n'entrent jamais en oscillation (c'est-à-dire deviennent instable) puisqu'ils sont dépourvus de récusions. Mais ils requièrent un grand nombre de termes dans leurs équations et sont ainsi plus coûteux en temps de calcul. Un filtre FIR avec une coupure très nette (bande de transition très courte) peut requérir jusqu'à des centaines de délais.

Les filtres IIR, quant à eux, sont très efficaces et peuvent donner des pentes de coupure très raides. Toutefois, vu les caractéristiques de feedback, ils ont tendance à entrer en oscillation et à résonner.

### III.3. Les filtres à encoches :

#### III.3.1. Présentation du filtre à encoche :

Le filtre à encoche est un filtre coupe-bande dont la largeur de bande est très étroite, qui est normalement utilisée pour retirer ou amplifier une fréquence du spectre. La fonction de transfert associée possède des zéros et des pôles conjugués, en plus la position des pôles est définie relativement à la position des zéro par un coefficient constant  $\alpha$ . La figure (3.1) illustre la position des zéros et des pôles de la fonction de transfert d'un filtre deuxième ordre :

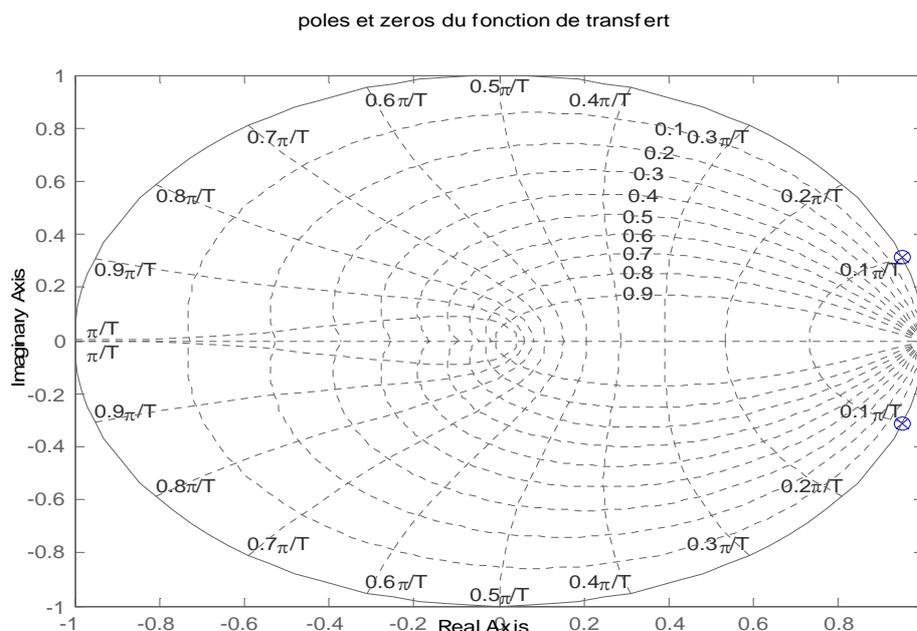


Figure 3.1 : Les zéros et pôles d'un filtre à encoches

Dans le cas d'un filtre à encoche premier ordre la fonction de transfert présente un zéro  $z_0$  et un pôle  $p_0$  d'argument  $2\pi f_0$  il est centré sur la fréquence  $f_0$ .

L'annulation d'une interférence de fréquence  $f_0$  est obtenue pour  $z_0$  de module unitaire la fonction de transfert est de la forme :

$$H(Z) = \frac{1 + \alpha_0 \left( \frac{Z - Z_0}{Z - P_0} \right)}{2} \quad (3.1)$$

Pour un filtre à encoche du deuxième ordre la fonction de transfert présente deux zéro  $z_0$  et un deux  $p_0$  d'argument  $2\pi f_0$  il est centré sur la fréquence  $f_0$ . Dans ces conditions, on peut écrire la fonction de transfert du filtre comme :

$$\begin{aligned} H(z^{-1}) &= \frac{(z - z_1)(z - z_1^*)}{(z - P_1)(z - P_1^*)} = \frac{z^2 - 2\Re(z_1)z + z_1 z_1^*}{z^2 - 2\Re(P_1)z + P_1 P_1^*} \\ &= \frac{1 - 2\Re(z_1)z^{-1} + z_1 z_1^* z^{-2}}{1 - 2\Re(P_1)z^{-1} + P_1 P_1^* z^{-2}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Si on met en évidence la relation entre le pole et le zéro :

$$\begin{aligned} |z_1| &= 1 \\ |P_1| &= \alpha |z_1| \end{aligned}$$

Avec :  $0 < \alpha < 1$

La contrainte imposée sur le module du pôle ( $p_0 = \alpha_0 z_0$ ;  $\alpha_0 < 1$ ) permet de garantir la stabilité du filtre et d'ajuster la largeur de l'encoche

On a :

$$H(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})}{B(z^{-1})} = \frac{1 + a_1 z^{-1} + z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + \alpha^2 z^{-2}} = \frac{A(z^{-1})}{A(\alpha z^{-1})} \quad (3.3)$$

Ou on a posé :

$$a_1 = -2\Re(z_1) \quad (3.4)$$

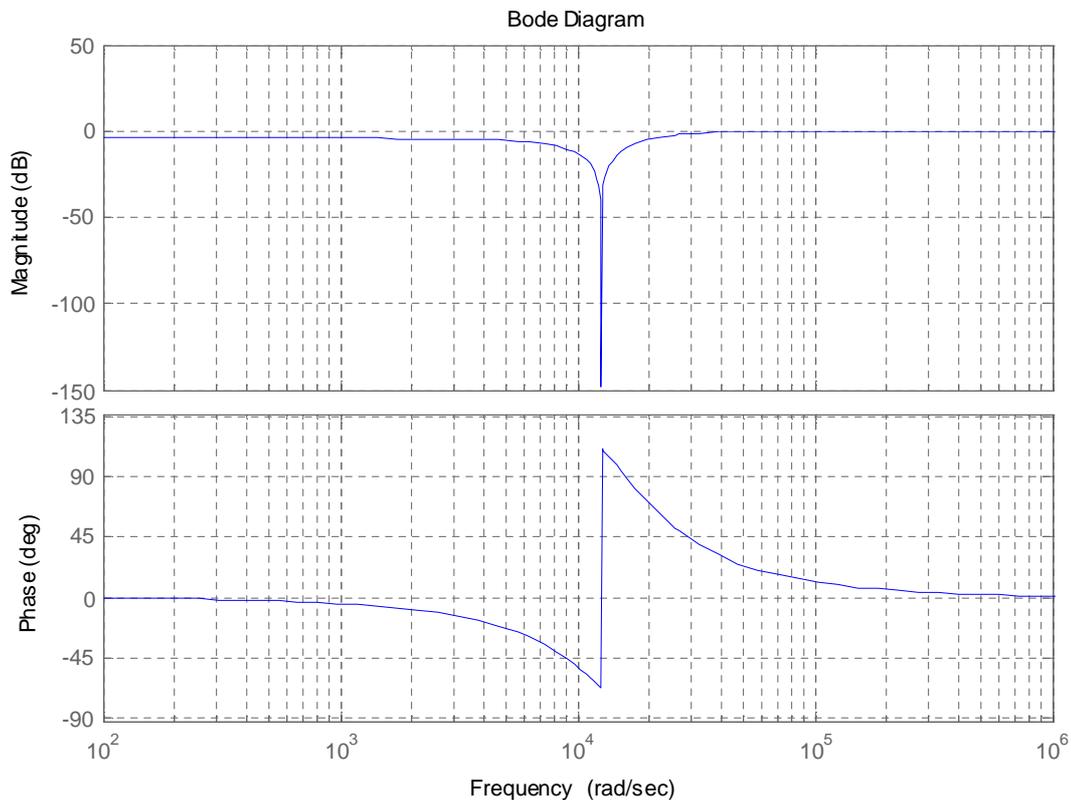
En coordonnée polaire la fonction de transfert devient :

$$H(Z^{-1}) = \frac{1 - 2\alpha \cos(\theta)Z^{-1} + (Z)^{-2}}{1 - 2\alpha \cos(\theta)Z^{-1} + (\alpha Z)^{-2}} \quad (3.5)$$

Ou  $\theta$  représente l'angle entre l'axe X et le pole on a :

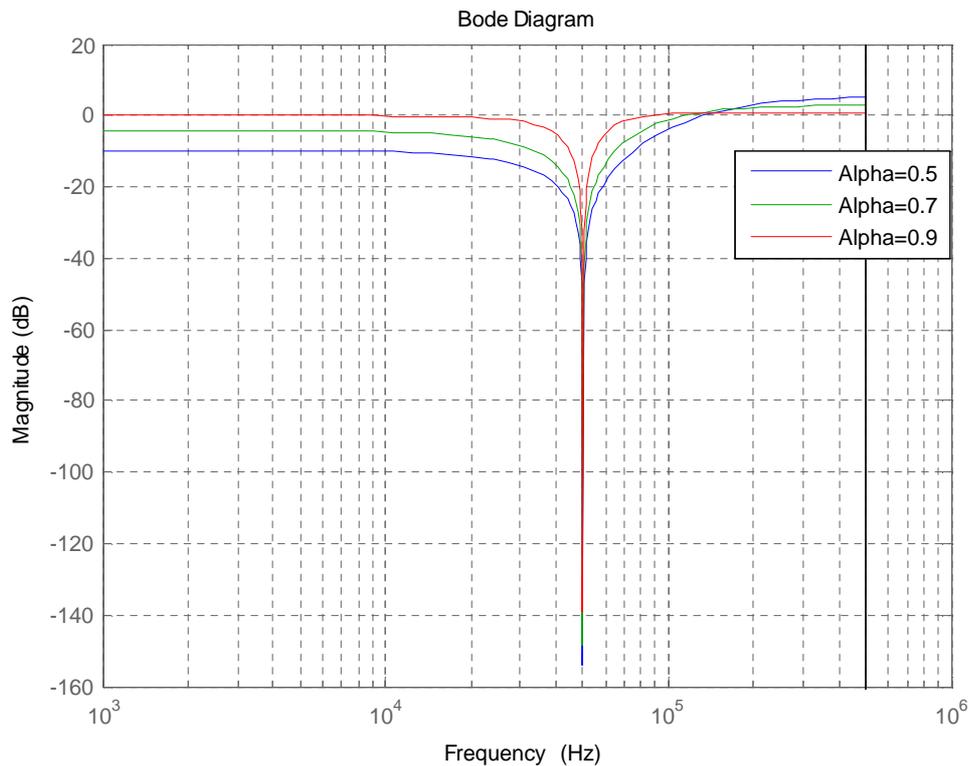
$$a_1 = -2 \cos(\theta) \quad (3.6)$$

La stabilité de ce filtre est garantie si tous les pôles sont à l'intérieur du cercle unité, on peut imposer la stabilité du filtre en vérifiant les conditions simples sur les coefficients c'est-à-dire si  $0 < \alpha < 1$  et  $|\alpha_1| \leq 2$ . On peut alors tracer le module et la phase de H comme dans la figure (3.2):



**Figure 3.2** : Module et phase d'un filtre à encoche 2<sup>ème</sup> ordre

Sachant que le paramètre  $\alpha$  détermine directement la largeur de bande de l'encoche, On constate que pour des  $\alpha$  proches de 1, un tel filtre élimine une bande de fréquence très étroite du spectre. La figure (3.3) illustre la variation de l'ouverture de l'encoche du filtre pour différentes valeurs de  $\alpha$  on remarque que plus  $\alpha$  est grand (mais  $< 1$ ) plus l'encoche est étroite.



**Figure 3.3 :** Module d'un filtre à encoche 2<sup>ème</sup> ordre pour différentes valeurs de  $\alpha$

De plus le filtre à encoche est facile à contrôler puisqu'il n'a que deux paramètres que l'on relie aisément à ses zéros et pôles. Il ne faut cependant pas que l'élimination d'une bande de fréquence par un tel filtre se fasse au détriment de la bonne tenue du système GPS: il faut donc que le corrélateur soit peu influencé par l'ajout du filtre. On retrouve en particulier le même pic étroit qu'en absence de filtre, et les maximums locaux engendrés par le filtre ne sont pas assez importants pour entraîner une mauvaise synchronisation.

### III.3.2. Structures du filtre à encoche:

On peut écrire la fonction de transfert (3-5) selon une cascade de deux blocs correspondants respectivement aux pôles et aux zéros du filtre. Ces blocs peuvent être ordonnés de deux manières différentes selon les configurations présentées sur la figure (3.4) ci-dessous :

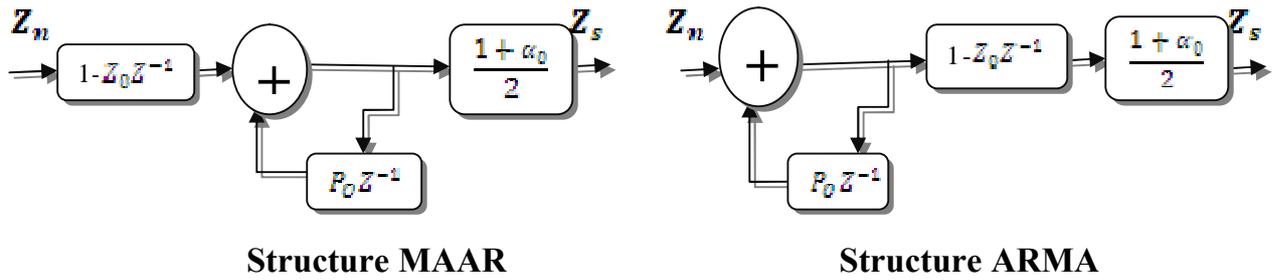


Figure 3.4 : Structure MAAR et ARMA

III.3.3. influence du filtre à encoche sur l'acquisition :

Après la présentation du filtre à encoche on a pu vérifier que pour avoir une bande du filtre (ouverture de l'encoche) très faible il suffit que  $\alpha$  soit de plus en plus proche de 1; cette propriété est nécessaire pour un comportement satisfaisant du filtre, son influence sur l'adaptation sera traité par dans le chapitre suivant, on s'intéresse ici à l'efficacité du filtrage et aux effets sur la signal GPS.

Une encoche est capable de filtrer de façon idéale une raie spectrale si sa position est connue exactement comme montre la figure (3.5) :

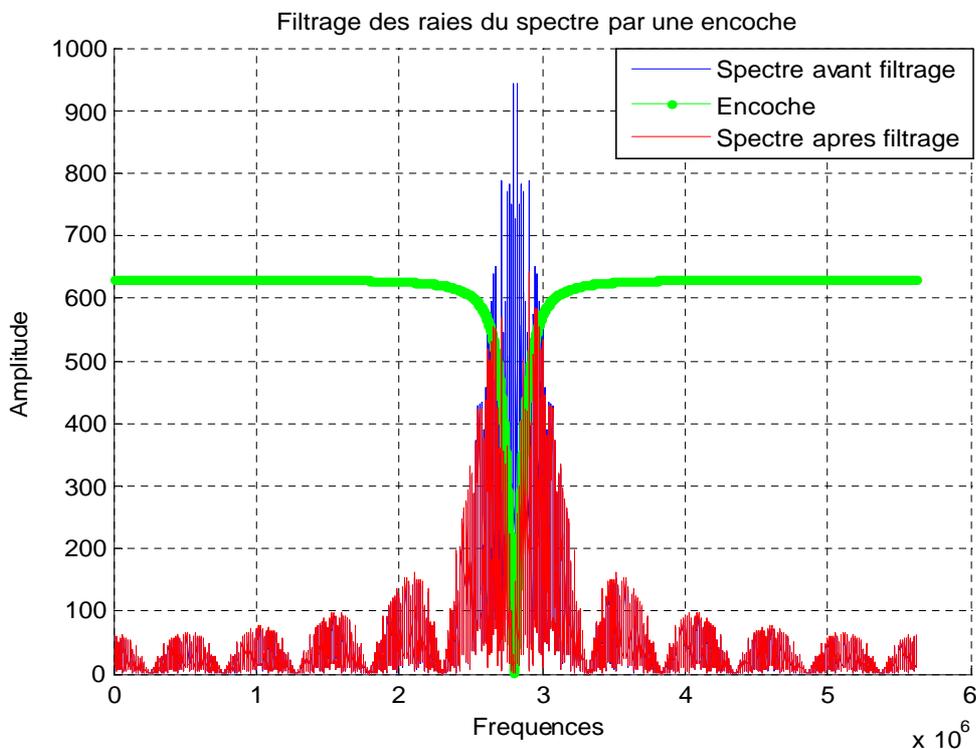
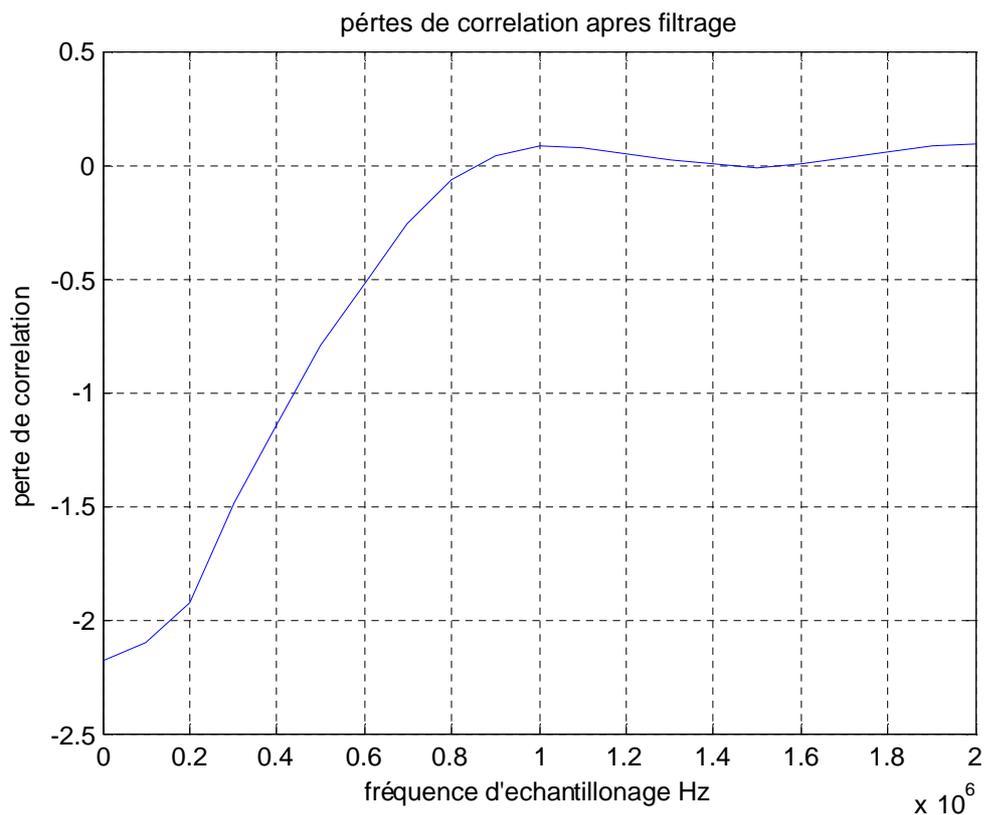


Figure 3.5 : Positionnement d'une encoche sur un spectre GPS

Si la position de la raie n'est pas connue de façon exacte ou si le brouilleur a une faible largeur de bande, on peut à diminuer la valeur de  $\alpha$  pour élargir la bande coupée. Ceci a une efficacité sur un brouilleur à large bande qui reste limitée car l'atténuation est considérable dans une bande très étroite, on obtint par contre de fortes variations de phase en dehors de la bande coupée, ce qui introduit une dégradation sur le signal GPS due à la non linéarité dans la bande coupée et à l'énergie coupée du signal utile.

Pour cela, et dans le but d'évaluer la dégradation introduite sur le signal GPS, on a mesuré les pertes de corrélation d'un signal GPS idéale filtré par un filtre à encoche pour  $\alpha=0.9$ . La figure (3.6) montre les résultats obtenus pour un signal échantillonné à  $11*1.023e6$  Hz.



**Figure 3.6 :** Pertes de corrélation après filtrage

Les pertes représentées ont été réalisées à partir de la structure suivante :

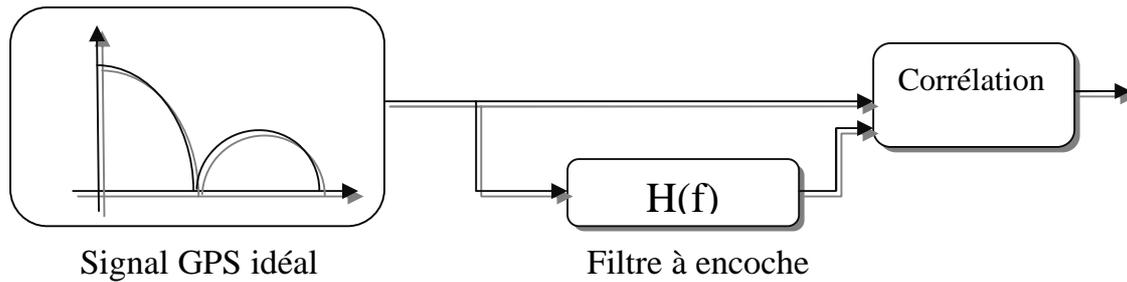


Figure 3.7: structure d'estimation des pertes de corrélation

La figure (3.8) montre l'influence du paramètre  $\alpha$  sur les pertes de corrélation, en effet une encoche fine ( $\alpha=0.99$ ) introduit une perturbation assez faible sur la corrélation, on peut considérer que seul le maximum est modifié. La mesure de perte de corrélation correspond à la diminution de ce maximum.

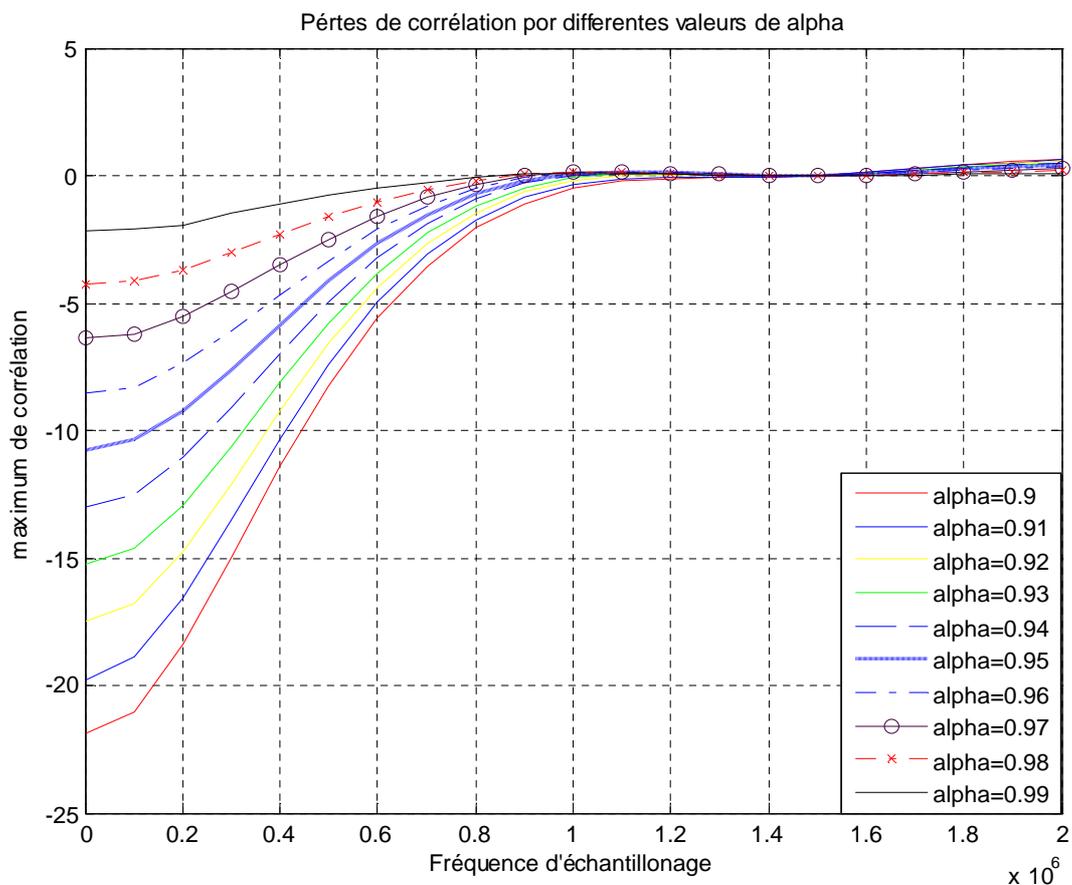


Figure 3.8 : Pertes de corrélation après filtrage pour plusieurs  $\alpha$

Enfin on peut conclure que la dégradation sur la fonction de corrélation dépend de la fréquence centrale de l'encoche, en fait, la même perturbation a un effet plus important là où il y a plus d'énergie. D'où en diminuant la largeur de l'encoche (on augmente  $\alpha$ ), on diminue la dégradation du signal GPS traité d'où une légère distorsion de phase hors bande coupée pratiquement négligeable.

#### **III.4. Filtrage adaptatif :**

Lors du traitement du signal GPS reçu au niveau d'un récepteur on a vu que pour assurer l'immunité de ce signal et réduire les pertes de corrélation et la dégradation de ce dernier, le filtre à encoche utilisé doit avoir une valeur de  $\alpha$  assez grande, mais cependant il faut qu'elle soit assez petite pour avoir un filtrage efficace car dans une réalisation adaptative, on a toujours une erreur de précision sur la fréquence centrale du filtre et cela pour n'importe quelle structure ou algorithme adaptatif utilisé.

Dans ce passage on va présenter la modélisation mathématique liée aux différents algorithmes d'adaptation ainsi que leurs caractéristiques avant de procéder à énoncer les critères de comparaison qui seront utilisés par la suite.

L'adaptation nécessite une séquence d'apprentissage et une stratégie de mise à jour des coefficients du filtre dont l'objectif est la minimisation d'une erreur. C'est pour cela qu'on utilise des algorithmes d'optimisation. Les algorithmes adaptatifs sont un puissant moyen pour parvenir à optimiser un système de structure spécifiée en fonction d'un paramètre donné. On donnera ici les grandes lignes des trois approches largement utilisées en filtrage adaptatif : RLS, LMS et le NLMS.

##### **III.4.1. Algorithme RLS (Recursive Least Square):**

La méthode adaptative RLS est une extension du filtre optimal de Wiener pour le cas instationnaire, elle repose sur le même principe de minimisation de l'erreur quadratique entre un signal de référence et un autre estimé. Le filtre RLS peut être représenté par le synoptique suivant :

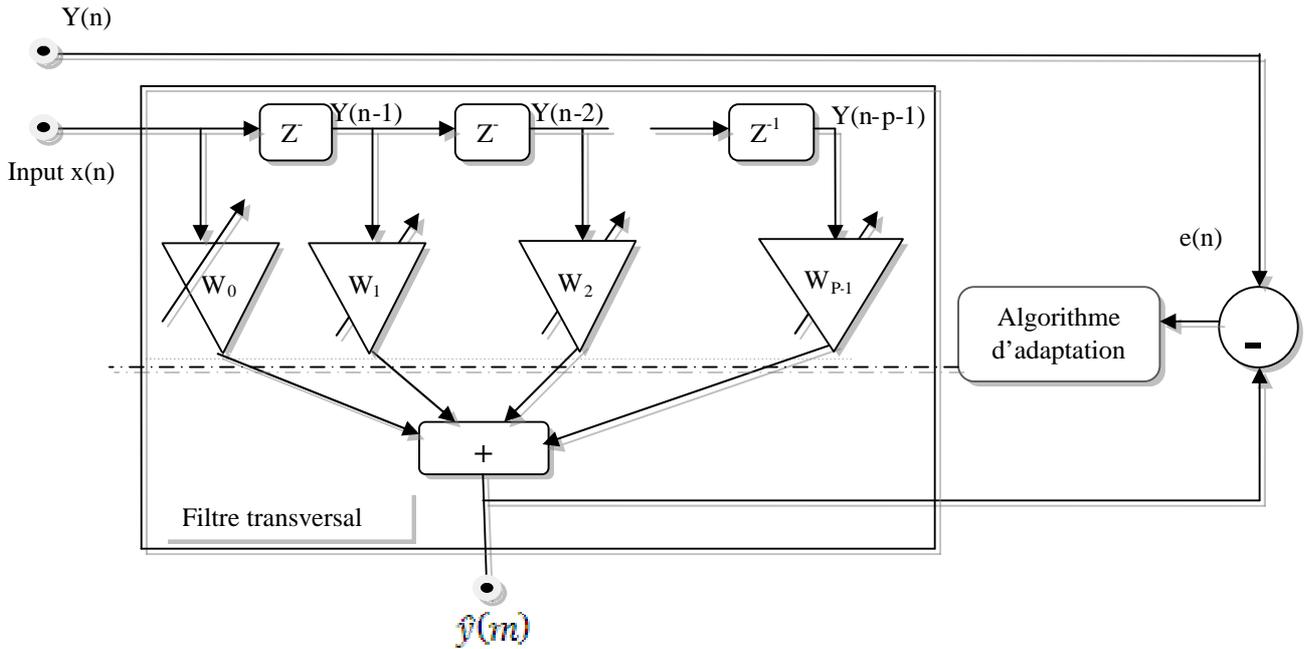


Figure 3.9 : Synoptique de l'algorithme RLS

Sur ce synoptique  $x(n)$  représente l'entrée du système tandis que  $y(n)$  est la sortie. Les coefficients  $w = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{P-1}(n)]$  sont ajustables en fonction du temps afin de réaliser l'adaptation voulue. Dans ce cas la sortie du filtre peut être exprimée par :

$$\hat{y}(n) = w^T(n)x(n) \tag{3.7}$$

Avec  $\hat{y}(n)$  est l'estimée du signal désiré  $y(n)$ , l'erreur correspondante à l'estimation est donnée par :

$$\begin{aligned} e(n) &= y(n) - \hat{y}(n) \\ &= y(n) - w^T(n)x(n) \end{aligned} \tag{3.8}$$

Le processus d'adaptation RLS est basé sur la minimisation d'un critère quadratique sur l'erreur défini par :

$$\begin{aligned} E[e^2(n)] &= E\{[y(n) - w^T(n)x(n)]^2\} \\ &= E[y^2(n)] - 2w^T(n)E[x(n)y(n)] + w^T(n)E[x(n)x^T(n)]w(n) \\ &= r_{yy}(0) - 2w^T(n)r_{xy}(n) + w^T(n)R_{xx}(n)w(n) \end{aligned} \tag{3.9}$$

Le filtre RLS est obtenu en minimisant cette dernière expression par adaptation des coefficients  $w$ . On note que dans le cas stationnaire l'algorithme converge vers la solution optimale de Wiener donnée par :

$$w = R_{xx}^{-1}r_{xy} \tag{3.10}$$

$R_{yy}$  : est la fonction de corrélation de  $y$ .

$R_{xy}$  : est la fonction d'intercorrélation  $x$  et  $y$ .

Comme nous sommes dans le cas instationnaire, on considère l'estimation de la fonction de corrélation sur  $N$  échantillons comme suit :

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{X}^T \mathbf{X} = \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^T(n) \quad (3.11)$$

Avec :  $\mathbf{x}(n) = [x(n), \dots, x(n-P)]^T$

Cette dernière sommation peut être évaluée par un filtre passe-bas défini par la formule de récurrence suivante :

$$\mathbf{R}_{xx}(n) = \mathbf{R}_{xx}(n-1) + \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n) \quad (3.12)$$

Afin de régler la convergence de ce filtre on peut introduire un coefficient d'oubli  $\lambda$  par conséquent le filtre sera donné par :

$$\mathbf{R}_{xx}(n) = \lambda \mathbf{R}_{xx}(n-1) + \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n) \quad (3.13)$$

Sachant que  $\lambda$  est compris entre 0 et 1.

De même la fonction d'intercorrélation  $\mathbf{R}_{xy}$  est donnée par :

$$r_{xy} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)y(n) \quad (3.14)$$

Évaluée sous forme récursive par :

$$r_{xy}(n) = r_{xy}(n-1) + x(n)y(n) \quad (3.15)$$

L'introduction du coefficient d'oubli  $\lambda$  nous permet d'écrire :

$$r_{xy}(n) = \lambda r_{xy}(n-1) + x(n)y(n) \quad (3.16)$$

Afin d'obtenir la fonction de corrélation d'une manière récursive on utilise une mise à jour temporelle définie par la forme suivante :

$$\mathbf{R}_{xx}^{-1}(n) = \mathbf{R}_{xx}^{-1}(n-1) + \text{Update}(n) \quad (3.17)$$

Dans cette dernière expression on constate l'apparition d'une inversion matricielle, opération coûteuse en temps de calcul et qui présente un problème de convergence chaque fois que la taille de la matrice devient importante. L'algorithme RLS propose une méthode d'inversion matricielle par formule de récurrence. Pour ce faire on rappelle ce lemme de calcul matriciel pour deux matrices  $A$  et  $B$  de dimension  $P \times P$  :

$$\mathbf{A} = \mathbf{B}^{-1} + \mathbf{C}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{C}^T \quad (3.18)$$

$\mathbf{D}$  : est une matrice  $N \times N$

$\mathbf{C}$  : est une matrice  $P \times N$

On peut écrire :

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B} - \mathbf{B}\mathbf{C}(\mathbf{D} + \mathbf{C}^T\mathbf{B}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{C}^T\mathbf{B} \quad (3.19)$$

Par application de ce lemme sur la formule de la mise à jour et en considérant :

$$R_{xx}(n) = A \quad (3.20)$$

Et :

$$\lambda^{-1} R_{xx}^{-1}(n-1) = B \quad (3.21)$$

$$x(n) = C \quad (3.22)$$

D : est une matrice identité.

Puis en substituant les deux équations (3.19) et (3.20) dans (3.18) on obtient :

$$R_{xx}^{-1}(n) = \lambda^{-1} R_{xx}^{-1}(n-1) - \frac{\lambda^{-2} R_{xx}^{-1}(n-1) y(n) y^T(n) R_{xx}^{-1}(n-1)}{1 + \lambda^{-1} x^T(n) R_{xx}^{-1}(n-1) x(n)} \quad (3.23)$$

On considère la matrice phi suivante :

$$\phi_{xx}(n) = R_{xx}^{-1}(n) \quad (3.24)$$

Et la matrice k donnée par :

$$k(n) = \frac{\lambda^{-1} R_{xx}^{-1}(n-1) x(n)}{1 + \lambda^{-1} x^T(n) R_{xx}^{-1}(n-1) x(n)} \quad (3.25)$$

On remarque que :

$$k(n) = \frac{\lambda^{-1} \phi_{yy}(n-1) x(n)}{1 + \lambda^{-1} x^T(n) \phi_{xx}(n-1) x(n)} \quad (3.26)$$

En utilisant les deux équations (3.24) et (3.26), la forme récursive (3.23) peut être obtenue par :

$$\phi_{xx}(n) = \lambda^{-1} \phi_{xx}(n-1) - \lambda^{-1} k(n) x^T(n) \phi_{xx}(n-1) \quad (3.27)$$

A partir des deux équations (3.26) et (3.27), nous avons :

$$\begin{aligned} k(n) &= [\lambda^{-1} \phi_{xx}(n-1) - \lambda^{-1} k(n) x^T(n) \phi_{xx}(n-1)] x(n) \\ &= \phi_{xx}(n) x(n) \end{aligned} \quad (3.28)$$

Ces deux dernières équations seront utilisées maintenant pour dériver l'algorithme RLS, comme suit :

$$\begin{aligned} w(n) &= R_{xx}^{-1}(n) r_{xy}(n) \\ &= \phi_{xx}(n) r_{xy}(n) \end{aligned} \quad (3.29)$$

En remplaçant la forme récursive de la corrélation déjà obtenue dans cette dernière équation, les coefficients d'adaptation seront donnés par:

$$\begin{aligned} w(n) &= \phi_{xx}(n) [\lambda r_{xy}(n-1) + x(n) y(n)] \\ &= \lambda \phi_{xx}(n) r_{xy}(n-1) + \phi_{xx}(n) x(n) y(n) \end{aligned} \quad (3.30)$$

En substituant la forme récursive de la matrice  $\phi(n)$  et  $k(m) = \phi(m)x(m)$  de l'équation (3.28) dans la partie droite de l'équation (3.30), on obtient:

$$w(n) = [\lambda^{-1}\phi_{xx}(n-1) - \lambda^{-1}k(n)x^T(n)\phi_{xx}(n-1)]\lambda r_{xy}k(n)y(n) \quad (3.31)$$

Or:

$$w(n) = \phi_{xx}(n-1)r_{xy}(n-1) - k(n)x^T(n)\phi_{xx}(n-1)r_{xy}(n-1) + k(n)x(n) \quad (3.32)$$

En remplaçant :

$$w(n-1) = \phi(n-1)r_{xy}(n-1) \quad (3.33)$$

Dans l'équation (3.32), on a:

$$w(n) = w(n-1) - k(n)[y(n) - x^T(n)w(n-1)] \quad (3.34)$$

Cette dernière expression peut être écrite selon la forme suivante :

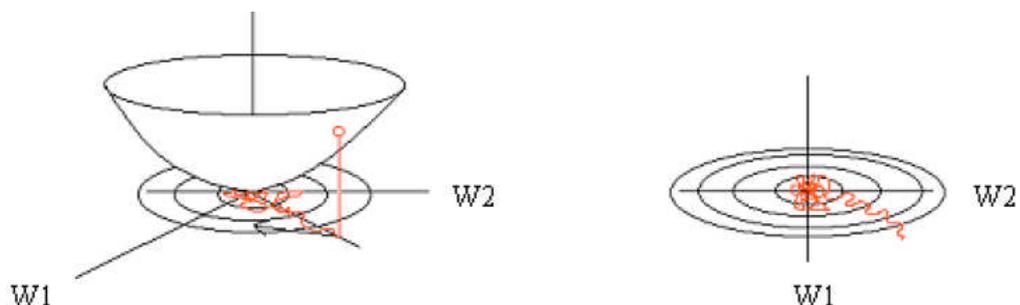
$$w(n) = w(n-1) - k(n)\epsilon(n) \quad (3.35)$$

C'est l'adaptation en fonction du temps proposée par l'algorithme adaptatif RLS.

### III.4.2. Algorithme LMS (Least Mean Square):

D'autres techniques d'optimisation basées sur la descente en gradient peuvent être mise en œuvre. L'algorithme LMS (Least Mean Squares) dont le détail est donné ci-dessous est souvent utilisé dans les systèmes de filtrage adaptatif.

L'algorithme LMS (Least Mean Square) est l'un des algorithmes les plus utilisés en traitement du signal. Pour trouver les mêmes paramètres optimaux démontrés par Wiener, on peut penser à formuler la meilleure descente le long d'un parabololoïde correspondant au critère quadratique utilisé afin d'atteindre son minimum. Cette descente se fait mathématiquement dans le sens opposé à celui du gradient selon la figure suivante:



**Figure 3.10:** Schématisation du principe de minimisation par la méthode du Gradient

Ce gradient est donné par :

$$\frac{\partial J}{\partial w} = -2 r_{xy} + 2 R_{xx} w. \quad (3.36)$$

Et on atteint le point optimum lorsque le gradient s'annule, c'est à dire:

$$w = R_{xx}^{-1} r_{xy} \quad (3.37)$$

On imagine bien que cette solution peut être atteinte récursivement en corrigeant les valeurs des coefficients 'w<sub>i</sub>' en chaque instant n dans le sens opposé à l'évolution de l'erreur quadratique par rapport au vecteur des coefficients w (n) :

$$w(n) = w(n-1) - \mu \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \varepsilon^2(n)}{\partial w} \right) \quad (3.38)$$

Comme l'erreur quadratique à l'instant n vaut :

$$\begin{aligned} \varepsilon^2(n) &= \left( y(n) - \sum_{i=0}^{p-1} w_i x(n-i) \right)^2 \\ &= \left( y(n) - x(n)^T w \right)^2 \\ \Rightarrow \frac{\partial \varepsilon^2(n)}{\partial w} &= 2 \varepsilon(n) \frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial w} = -2 \varepsilon(n) x(n). \end{aligned} \quad (3.39)$$

On en déduit que la recherche de l'optimum peut se faire avec l'algorithme récursif suivant :

$$w(n) = w(n-1) + \mu \varepsilon(n) x(n). \quad (\text{LMS}) \quad (3.40)$$

Avec :  $\mu$  très inférieur à 1.

#### III.4.4. Algorithme LMS normalisé (NLMS: Normalised Least Mean Square):

Un gain d'adaptation stable compris entre 0 et 1 peut être utilisé si on le normalise par (p) le nombre de paramètres du vecteur w et par la puissance ou la variance  $\sigma_x^2$  du signal d'entrée x(n). Pour ce faire, On choisit un gain initial  $\mu_0$  entre 0.01 et 0.1 qui après normalisation donne un gain d'adaptation évoluant en fonction de la puissance du signal d'entrée:

$$\mu = \frac{\mu_0}{p \sigma_x^2} \quad (3.41)$$

Afin d'éviter une division par zéro ce qui correspond à un gain infini on pose :

$$\mu = \frac{\mu_0}{\varepsilon + p \sigma_x^2} \quad (3.42)$$

Avec:  $\varepsilon \ll 1$ .

L'algorithme s'écrit alors :

$$w(n) = w(n-1) + \frac{\mu_0}{a + p \sigma_x^2} \varepsilon(n) x(n) \quad (3.43)$$

Dans le cas où le signal n'est pas stationnaire on doit évaluer sa puissance  $p_x = \sigma_x^2$  en tout instant :

$$p_x(n) = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n x^2(k). \quad (3.44)$$

Cette valeur moyenne peut également être évaluée à l'aide d'un filtre passe-bas en oubliant progressivement les anciennes valeurs, ce dernier peut être défini par :

$$H(z) = \frac{1-\lambda}{1-\lambda z^{-1}} \quad (3.45)$$

Avec :  $0 < \lambda < 1$ .

La formule de récurrence équivalente dans le domaine temporel est donnée par :

$$s(n) = (1-\lambda)e(n) + \lambda s(n-1) \quad (3.46)$$

Le calcul de  $p_x(n)$  se fait de la manière suivante :

$$p_x(n) = (1-\lambda)x^2(n) + \lambda p_x(n-1). \quad (3.47)$$

Avec :  $\lambda = 0.90 \dots 0.98$  suivant l'horizon de mémoire désiré.

### III.4.5. Choix de l'algorithme d'adaptation :

A ce niveau, le problème qui se pose est celui du choix de l'algorithme d'adaptation. Ce choix va être réalisé selon les critères suivants :

- La rapidité de convergence qui sera le nombre d'itérations nécessaires pour se rapprocher de la solution optimale de Wiener dans le cas stationnaire.
- La mesure de cette 'proximité' entre cette solution optimale et la solution obtenue.
- La capacité de poursuite des variations (non stationnarités) du processus.
- La robustesse au bruit.
- La complexité.

- La structure, par conséquent la simplicité de réalisation pratique.
- Les propriétés de stabilité et précision.

Ces critères seront utilisés au niveau du chapitre suivant afin de choisir le meilleur algorithme adaptatif pour l'élimination des interférences.

**Introduction :**

Les algorithmes adaptatifs présentent la solution la plus efficace pour éliminer les brouilleurs à bande étroite et ceux du type CWI qui peuvent nuire au signal GPS et dégrader la performance des boucles de poursuite de code et de phase par conséquent l'obtention d'un message de navigation erroné.

L'objectif de ce chapitre est la réalisation d'un filtre à encoche adaptatif à l'aide des algorithmes présentés précédemment et cela comme moyen de détection et d'élimination des signaux brouilleurs. On analysera l'efficacité de chaque algorithme afin d'établir une étude comparative, par conséquent dégager la méthode la plus performante et la plus adaptée à notre contexte.

En premier lieu on adaptera notre filtre à encoche avec un algorithme de type RLS en montrant ses avantages et ses inconvénients par simulation, puis nous implémentons les deux algorithmes adaptatifs LMS et NLMS. Ce dernier sera analysé selon deux structures, la première de type MAAR tandis que la deuxième est de type ARMA. On choisira celle qui permettra de détecter aisément le brouilleur considéré.

Une fois la méthode d'adaptation est réalisée on passera à la simulation de l'acquisition circulaire présentée précédemment, dans le but de tirer des conclusions sur l'efficacité de la méthode proposée. On analysera aussi l'influence des brouilleurs à bande étroite ainsi que la présence de plusieurs brouilleurs.

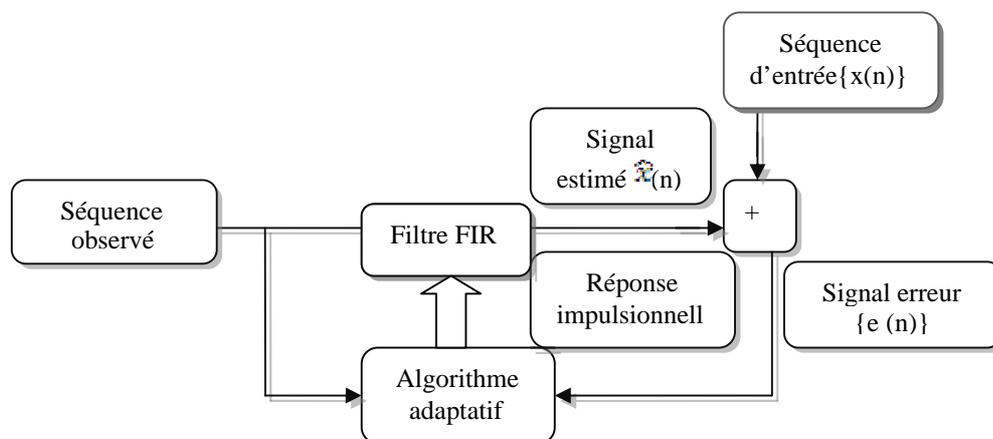
#### IV. 1.Principe d'adaptation du filtre à encoche :

Un filtre adaptatif est un filtre dont les coefficients se modifient eux-mêmes en fonction des signaux externes. Il est constitué de deux parties distinctes :

- Un filtre numérique de coefficients ajustables.
- Un algorithme de modification des coefficients basé sur un critère d'optimisation.

La mise en œuvre d'un filtre optimal de Wiener demande la connaissance des caractéristiques du signal et du bruit et elle se limite au cas stationnaire. Cela implique également que ces caractéristiques soient stables au cours du temps, ce qui n'est pas le cas en pratique.

Le filtrage adaptatif a pour objet d'approcher ces filtres optimaux. Pour cela, les coefficients de la réponse impulsionnelle du filtre sont adaptés en fonction de l'erreur par une boucle de retour comme le montre la figure (4.1) ci-dessous :



**Figure 4.1:** Schéma général d'un système de filtrage adaptatif

Cette adaptation nécessite une stratégie de mise à jour des coefficients du filtre dont l'objectif est la minimisation d'une erreur généralement de type quadratique. Pour cela, on utilisera des algorithmes d'optimisation, dont les plus utilisés sont:

- **RLS** : (Recursive Least Square)
- **LMS** : (Least Mean Square)
- **NLMS** : (Normalised Least Mean Square)

La réponse impulsionnelle d'un filtre adaptatif est donc variable dans le temps. Elle dépend du signal reçu, de l'algorithme d'optimisation utilisé et aussi de la structure du filtre. Ces filtres peuvent être de type RII (réponse impulsionnelle infinie) ou RIF (réponse impulsionnelle finie).

Le signal estimé  $\hat{x}(n)$  s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\hat{x}(n) &= \sum_{i=0}^{N-1} h_i(n-1)y(n-i) \\ \hat{x}(n) &= \mathbf{h}^T(n-1)\mathbf{y}\end{aligned}\quad (4.1)$$

Ce qui signifie qu'un point à l'instant (n) est calculé en utilisant la réponse impulsionnelle du filtre calculée le coup précédent par l'algorithme d'optimisation.

#### IV.2. Adaptation du filtre à encoche avec l'algorithme RLS :

Nous allons appliquer l'algorithme RLS déjà présenté afin de réaliser l'adaptation du filtre à encoche, sachant que dans notre cas on ne dispose pas d'un signal de référence pour cela on considérera par la minimisation d'une différence comme présenté précédemment mais on minimise directement la puissance du signal à la sortie du filtre à encoche comme suit:

$$\xi = \sum_{k=0}^n y(k)^2 \quad (4.2)$$

$\xi$  : correspond à la puissance du signal composite bruit plus brouilleur CWI à la sortie du filtre.

Une fois la minimisation de puissance est réalisée, le filtre à encoche se placera sur la fréquence du brouilleur CWI ceci en changeant successivement le paramètre 'a<sub>1</sub>' de la fonction de transfert. Notre algorithme RLS appliqué est présenté par l'organigramme ci-dessus :

$$\alpha(m) = \frac{\lambda^{-1} \phi_{yy}(m-1)y(m)}{1 + \lambda^{-1} y^T(m) \phi_{yy}(m-1) y(m)} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{e}(m) = \mathbf{x}(m) - \mathbf{w}^T(m-1) \quad (4.4)$$

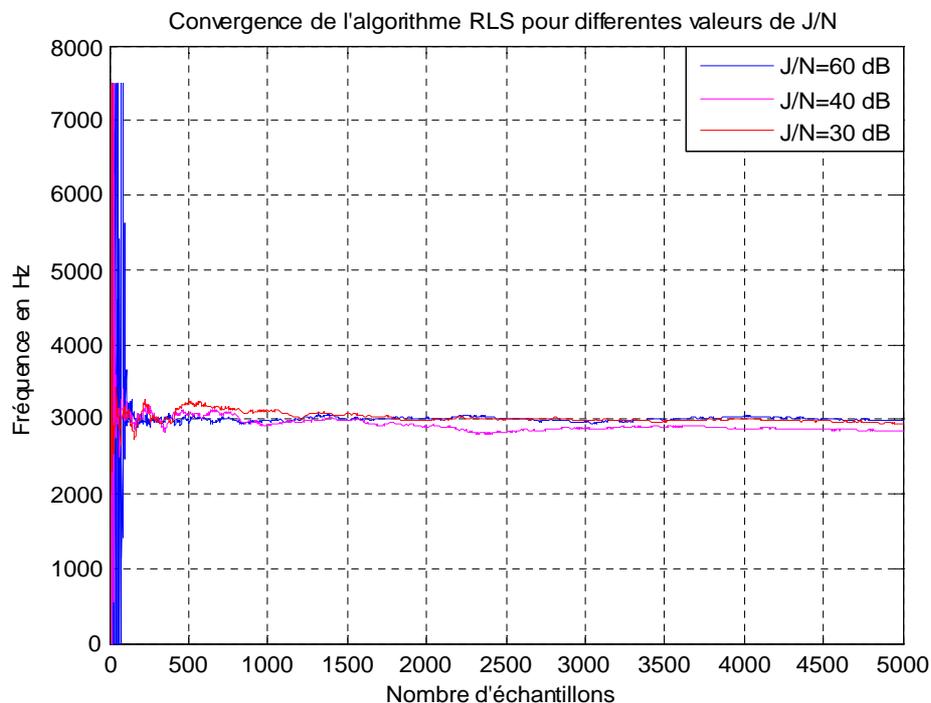
$$\mathbf{w}(m) = \mathbf{w}(m-1) - \alpha_1(m) \mathbf{e}(m) \quad (4.5)$$

Avec :

$$\phi_{yy}(m) = \lambda^{-1} \phi_{yy}(m-1) - \lambda^{-1} a_1(m) y^T(m) \phi_{yy}(m-1) \quad (4.6)$$

### Simulation Sans le signal GPS :

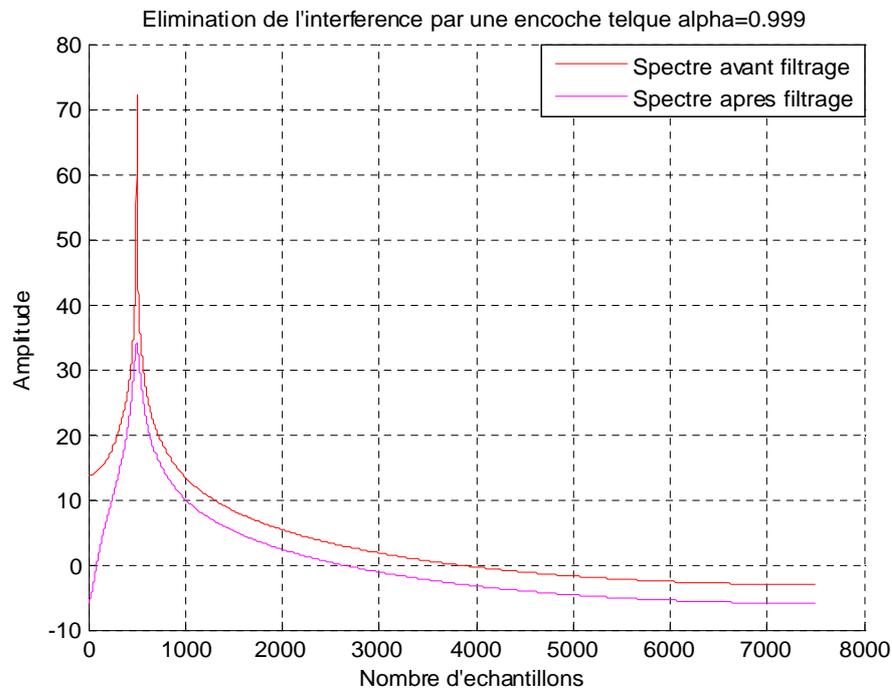
Nous avons simulé l'algorithme RLS associé au filtre à encoche pour différentes valeurs du rapport J/N (puissance brouilleur sur puissance bruit thermique) afin de tirer des conclusions sur la convergence, la précision et le domaine de variation du coefficient 'a<sub>1</sub>'. Les résultats sont présentés par la figure (4.2) suivante :



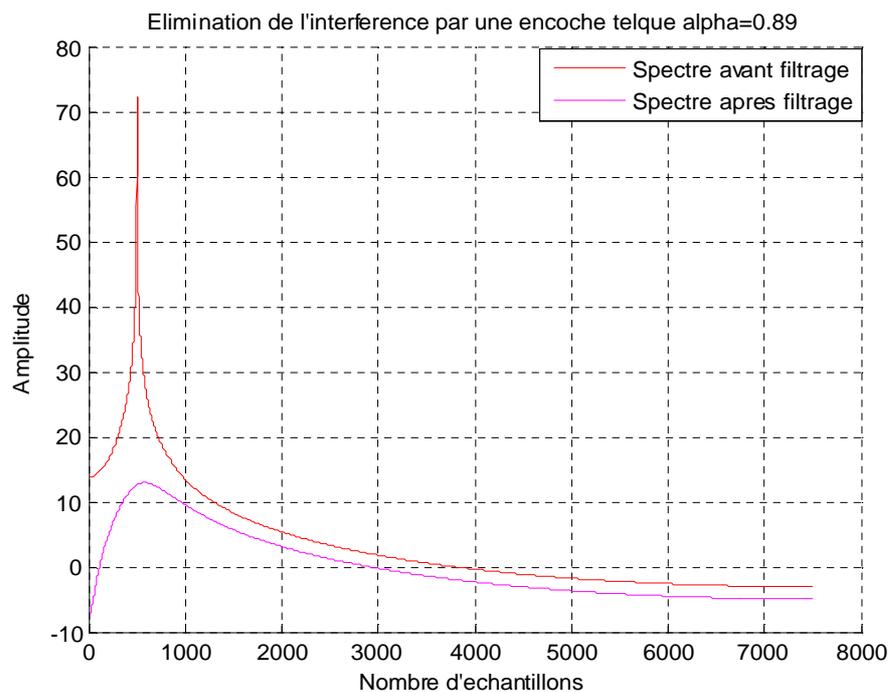
**Figure 4.2 :** Convergence de l'algorithme RLS pour différents rapports J/N

D'après cette figure, on constate que l'algorithme RLS converge exactement vers la fréquence du brouilleur pour les différents rapports J/N, mais selon un temps de convergence différent, car pour le cas J/N=30dB, ce temps est de 350 échantillons ce qui correspond à 31.1028170 ns, ce qui diffère de 84.1028170 ns associé au rapport J/N=50dB.

En termes de précision, on remarque que l'algorithme présente une petite erreur de quelques KHz, cette erreur possède une influence directe sur le choix du paramètre  $\alpha$  de la fonction de transfert. La figure (4.3) analyse cette influence car on remarque que pour une bande très étroite c'est-à-dire  $\alpha=0.999$ , le filtre à encoche ne peut pas éliminer le brouilleur, contrairement au cas  $\alpha=0.89$  présentée par la figure (4.4) :



**Figure 4.3** : Elimination d'une interférence par une encoche adaptée  $\alpha=0.999$



**Figure 4.4** : Elimination d'une interférence par une encoche adaptée  $\alpha=0.89$

A partir de ces dernières figures on observe malgré la précision de l'algorithme RLS un inconvénient, c'est bien la variation très importante du coefficient 'a<sub>1</sub>' en régime transitoire ( $|a_1| \leq 2$ ), ce qui n'est pas acceptable pour des considérations pratique.

### **Simulation avec signal GPS :**

Dans ce qui suit nous allons simuler l'algorithme RLS appliqué sur le signal GPS entaché d'un bruit blanc et interféré par un brouilleur CWI pour différentes valeurs du rapport S/J (puissance signal sur puissance interférence), on analysera l'influence de cet algorithme sur la fonction acquisition réalisée au niveau du récepteur GPS, sachant que la méthode d'acquisition adoptée est l'acquisition circulaire présentée au chapitre 1.

La figure (4.5) présente l'acquisition d'un signal GPS en absence du brouilleur et du bruit thermique, on observe que l'acquisition du signal est réalisée correctement elle permet de récupérer le code phase du code 'PRN' utilisé ainsi que sa fréquence porteuse sans aucune ambiguïté.

On a considéré dans une deuxième étape le bruit thermique, de même on constate a partir de la figure (4.6) que l'acquisition est réalisée correctement car cette opération permet au signal GPS d'avoir un niveau nettement plus important que la puissance du bruit thermique qui est fonction de la bande de fréquence utilisé selon la relation :

Maintenant on injectera un brouilleur CWI de fréquence  $3.5 * 1.023$  MHz, est dont la puissance est définie par un rapport signal à bruit de 30 dB. Une fois l'acquisition est réalisée on constate d'après la figure (4.7) que le pic disparaît totalement et cette fonction change de forme et présente plusieurs pics, ce qui signifie que le signal est complètement noyé dans le brouilleur à niveau ou il sera incapable d'apparaître par corrélation.

La solution envisagée réside dans l'application du filtre à encoche adaptatif selon l'algorithme RLS. La figure (4.8), montre l'efficacité de la méthode proposée car le filtre a éliminé l'effet du brouilleur sur l'acquisition.

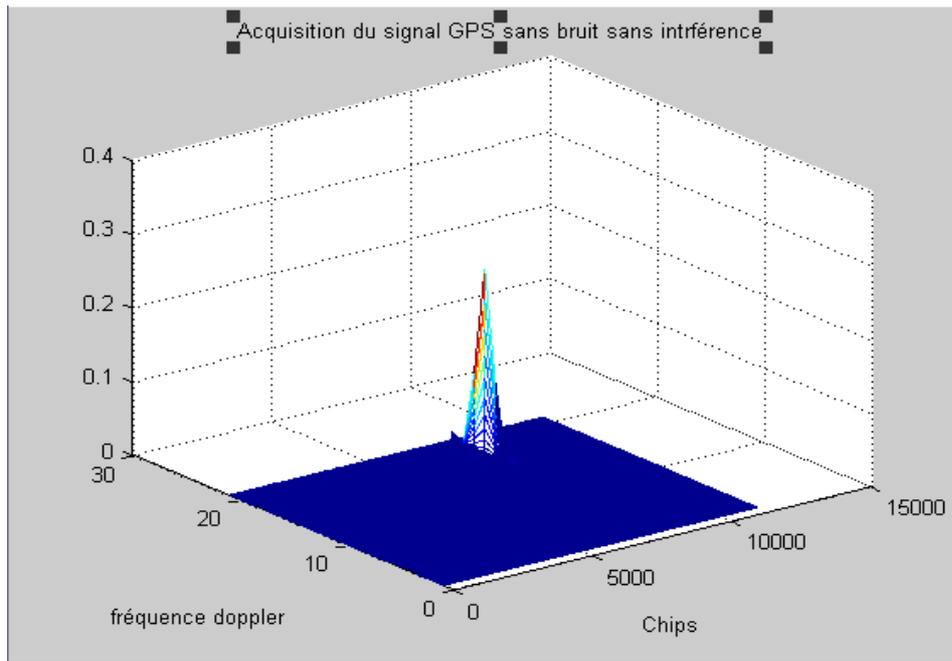


Figure 4.5 : Acquisition du signal GPS sans interférence et sans bruit

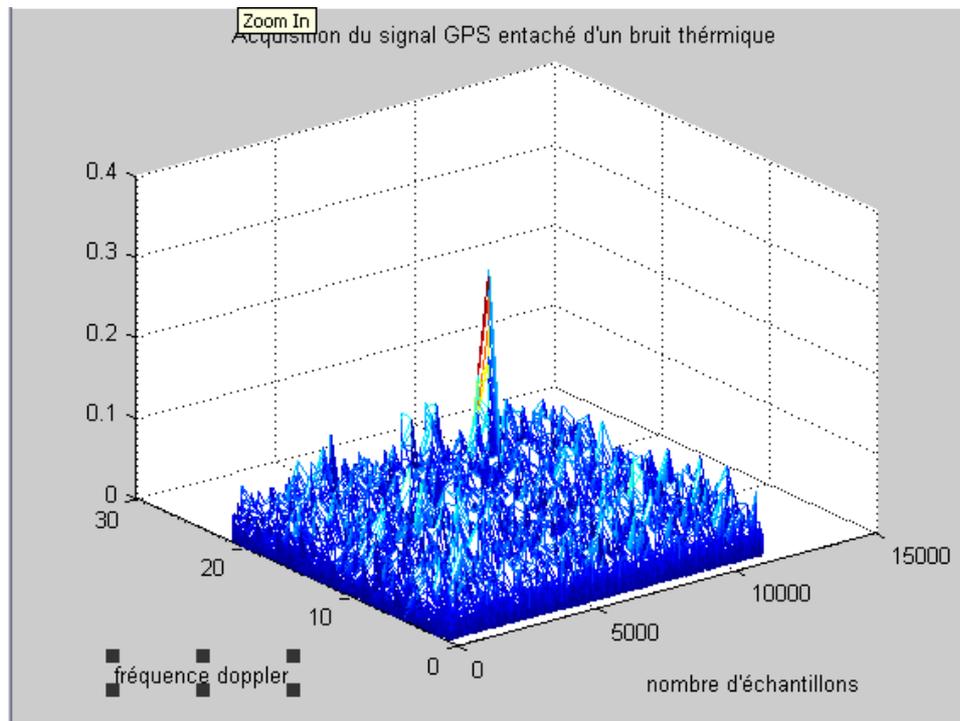
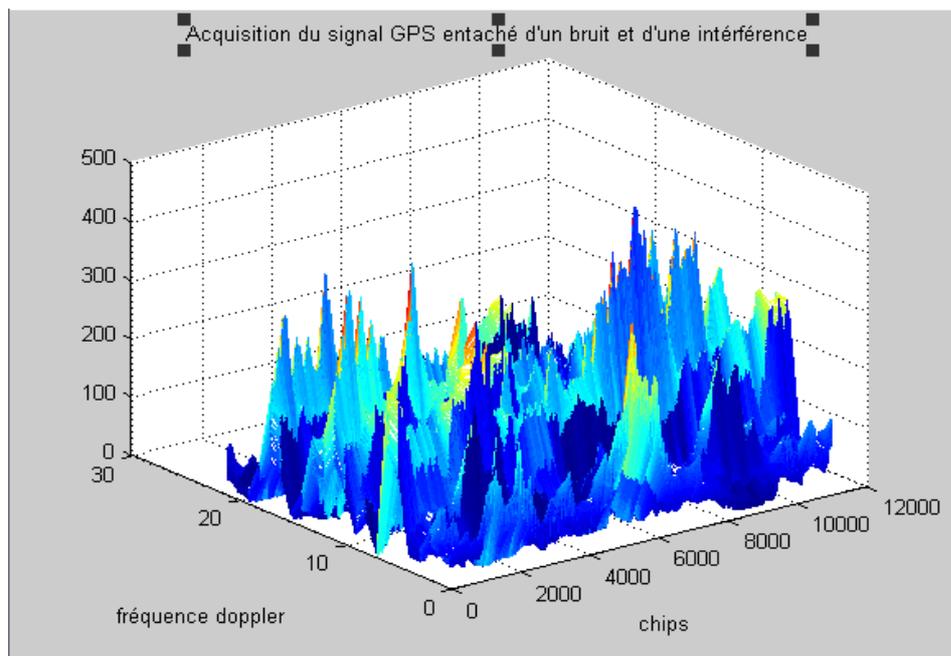
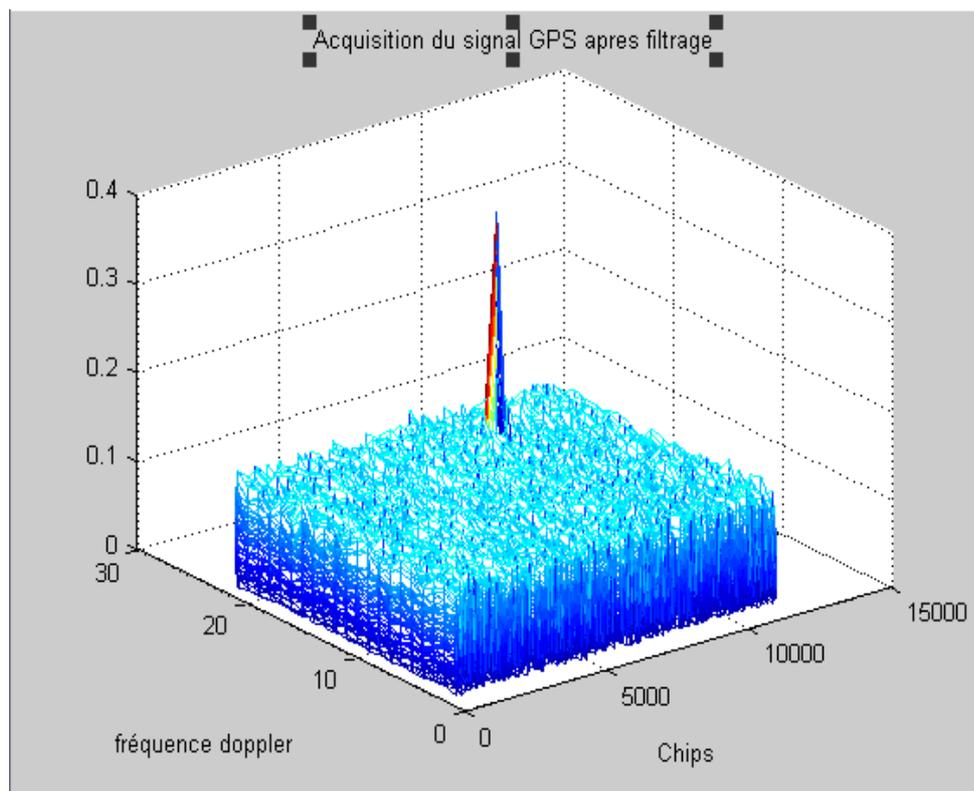


Figure 4.6 : Acquisition du signal GPS avec bruit



**Figure 4.7 :** Acquisition du signal GPS avec bruit et interférence



**Figure 4.8:** Acquisition du signal GPS après filtrage

Afin de limiter la variation du coefficient 'a<sub>1</sub>' dans un intervalle acceptable on propose l'application d'une autre méthode adaptative. Pour cela on a considéré l'algorithme NLMS toujours associé au filtre à encoche.

#### IV. 3. Adaptation du filtre à encoche avec l'algorithme NLMS :

Le NLMS (Normalised Least Mean Squares) est un algorithme adaptatif basé sur la méthode de la descente du gradient. Il diffère de l'algorithme 'LMS' seulement par normalisation de la mise à jour des coefficients par une estimation de la puissance à partir des échantillons utilisés.

Dans notre application on a formulé comme pour le RLS notre critère de minimisation à partir de la puissance à la sortie du filtre à encoche. Le développement du gradient nous permet d'écrire les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\hat{x}(n) &= h^T(n-1) y(n) \\ e(n) &= x(n) - \hat{x}(n) \\ h(n) &= h(n-1) + 2\mu y(n) e(n)\end{aligned}\quad (4.7)$$

$\mu$ : est le gain d'adaptation. Il est compris entre 0 et 1 et dans le cas du NLMS il sera normalisé par une estimation de la puissance la variance  $\sigma_x^2$  du signal d'entrée  $x(n)$  sur un ensemble d'échantillons.

Afin de réaliser le NLMS, on choisit en premier lieu un gain initial  $\mu_0$  entre 0.1 et 0.99 qui après normalisation donne un gain d'adaptation qui évolue en fonction de la puissance du signal d'entrée :

$$\mu = \frac{\mu_0}{p \sigma_x^2} \quad (4.8)$$

Afin d'éviter une division par zéro, on pose :

$$\mu = \frac{\mu_0}{a + p \sigma_x^2} \quad \text{Avec } \alpha_1 \ll 1 \quad (4.9)$$

La mise à jour des coefficients s'écrit alors :

$$w(n) = w(n-1) + \frac{\mu_0}{a + p \sigma_x^2} \varepsilon(n) x(n) \quad (4.10)$$

Dans le cas où le signal n'est pas stationnaire on doit évaluer sa puissance  $p_x = \sigma_x^2$  en tout instant:

$$p_x(n) = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n x^2(k). \quad (4.11)$$

Cette valeur moyenne peut être également évaluée à l'aide d'un filtre passe-bas en oubliant progressivement les anciennes valeurs. Pour notre cas on a utilisé un filtre passe-bas du premier ordre défini par sa fonction de transfert:

$$H(z) = \frac{1-\lambda}{1-\lambda z^{-1}} \quad \text{avec} \quad 0 < \lambda < 1. \quad (4.12)$$

Ce qui correspond dans le domaine temporel à la relation récurrente suivante:

$$s(n) = (1-\lambda)e(n) + \lambda s(n-1). \quad (4.13)$$

Par conséquent l'estimation de la puissance  $p_x(n)$  se fait de la manière suivante :

$$p_x(n) = (1-\lambda)x^2(n) + \lambda p_x(n-1). \quad (4.14)$$

Avec :  $\lambda = 0.90 \dots 0.98$  suivant l'horizon de mémoire N désiré.

Notre implémentation de la méthode NLMS sera réalisée selon deux structures différentes mais équivalentes, la structure MAAR et la structure ARMA, elles sont obtenues par le développement de la fonction de transfert du filtre à encoche en deux parties la première correspond au numérateur du filtre (les zéros) tandis que la deuxième correspond au dénominateur (les pôles), selon le placement de ces deux filtres intermédiaires, on juge que la structure est de type MAAR ou ARMA. Dans ce qui suit nous allons les présenter.

### IV.3.1 adaptation par la structure MAAR:

La structure MAAR place un filtre intermédiaire dont sa fonction de transfert n'est autre que le numérateur du filtre à encoche (les zéros) avant un deuxième filtre défini par l'inverse du dénominateur (les pôles), cette structure est représentée par le synoptique suivant :

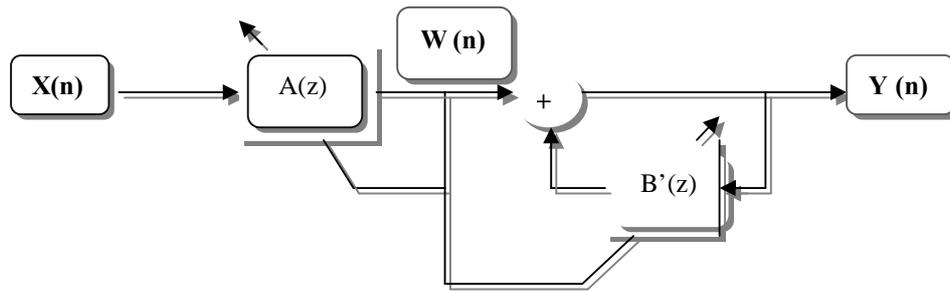


Figure 4.9 : Structure MAAR.

L'application de l'algorithme adaptatif NLMS vise de minimiser la sortie du premier bloc notée  $w(n)$ , ce qui permettra d'obtenir le coefficient ' $a_1$ ' qui sera au même temps utilisé dans l'autre bloc. La modélisation mathématique de cette structure permet d'écrire :

$$\begin{cases} w_n = x(n) + a_1 x(n-1) + x(n-2) \\ y_n = w(n) - b_1 y(n-1) - b_2 y(n-2). \end{cases} \quad (4.15)$$

On ne dispose pas dans notre cas d'un signal de référence pour calculer la fonction d'erreur à minimiser pour l'adaptation. Pour déterminer cette fonction d'erreur, on peut considérer qu'en condition de fonctionnement normal, le signal GPS est noyé dans un bruit thermique de puissance constante. Si on superpose au bruit un brouilleur à bande étroite ( $\sin(2\pi ft)$  par exemple), on aura une augmentation de la puissance reçue, et une partie de cette puissance sera concentrée dans la bande du brouilleur. On peut donc prendre comme fonction de coût la valeur quadratique moyenne du signal en sortie de la partie MA du filtre. Pour minimiser la puissance en sortie, l'encoche sera amenée à se déplacer en correspondance de la fréquence centrale du brouilleur ( $a_1$  converge vers  $-2\cos(2\pi f\Delta t)$ ).

Revenons à l'équation (4.15) qui définit le filtre MAAR ; On a noté  $w_n$  la sortie de la partie MA du filtre à encoche. La fonction de cout à minimiser, que l'on note J est :

$$J = E[w_n^2] = E \left[ \left( \sum_{i=0}^2 a_i x_{n-i} \right)^2 \right] \quad (4.16)$$

Sachant que la fonction de transfert du filtre à encoche est donnée par :

$$H(z) = \frac{1 + a_1 z^{-1} + z^{-2}}{1 + \alpha a_1 z^{-1} + \alpha^2 z^{-2}} \quad (4.17)$$

Dans ce cas le coefficient d'adaptation est ' $a_1$ ' il permet de contrôler la position de l'encoche du filtre. On choisit d'adapter ce coefficient  $a_1$  par l'algorithme du gradient, tel que :

$$a_1^{n+1} = a_1^n - \mu \nabla_{a_1}(J) \quad (4.18)$$

Où  $\nabla_{a_1}(J)$  indique le gradient de la fonction J par rapport à  $a_1$  et  $\mu$  le pas d'adaptation. On aurait aussi pu choisir d'adapter  $f$  (ce qui permet d'avoir toujours  $|a_1| < 2$ ) mais ceci augmente la complexité des calculs (fonctions trigonométriques).

Dans notre cas, le gradient a une seule dimension. On a :

$$\begin{aligned} \nabla_{a_1}(J) &= \frac{\partial}{\partial a_1} [E(w_n^2)] = E \left[ \frac{\partial}{\partial a_1} w_n^2 \right] \\ &= 2 E \left[ w_n \frac{\partial}{\partial a_1} (\sum a_i x_{n-i}) \right] \\ &= 2 E [w_n x_{n-1}] \end{aligned} \quad (4.19)$$

Par conséquent nous avons :

$$a_1(n+1) = a_1(n) - 2 \mu w(n) x(n-1) \quad (4.20)$$

D'où pour NLMS :

$$a_1(n+1) = a_1(n) - \frac{2 \mu w(n) x(n-1)}{p} \quad (4.21)$$

Avec :

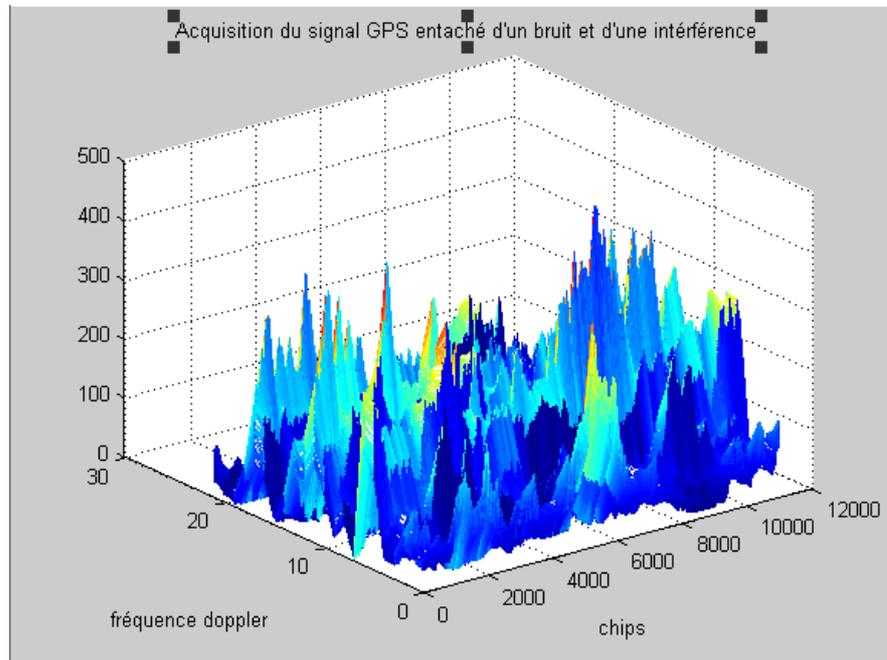
$$p = x_n^2 + x_{n-1}^2 + x_{n-2}^2 \quad (4.22)$$

pour l'algorithme normalisé noté NLMS, l'équation 4.18 devient

$$a_1^{n+1} = a_1^n - \frac{2 \mu (w_n x_{n-1})}{|x_n|^2 + |x_{n-1}|^2 + |x_{n-2}|^2 + \varepsilon} \quad (4.23)$$

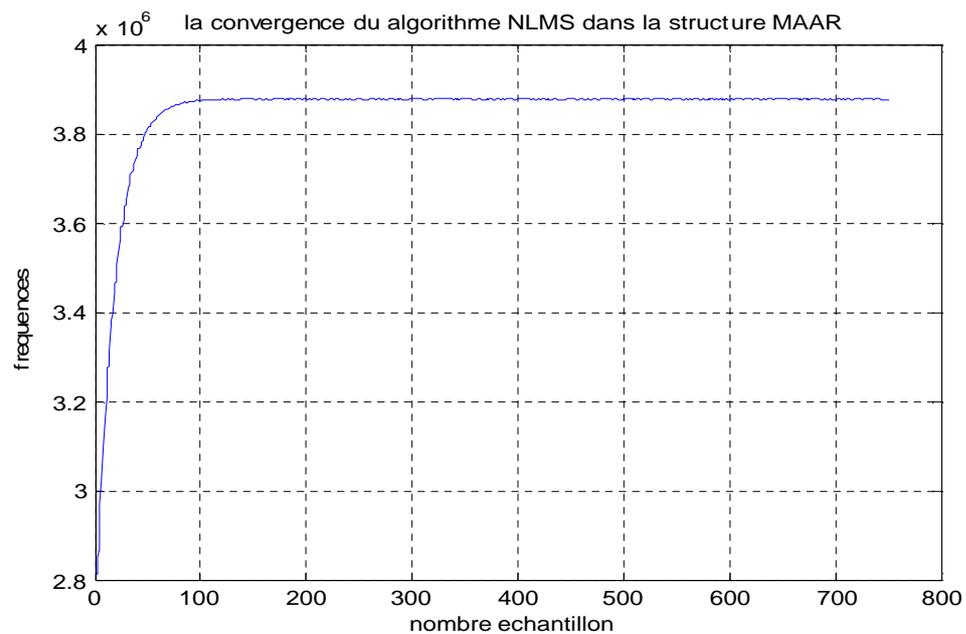
**Simulation et résultats :**

Soit le signal GPS entaché d'un bruit et d'une interférence de fréquence centrale de 3.87 MHz, l'acquisition de ce signal est représentée par la figure (4.10)



**Figure 4.10 :** Acquisition du signal GPS avec bruit et interférence

Le dispositif du filtrage adaptatif détecte l'interférence et pointe les zéros du filtre sur la fréquence centrale de cette dernière comme montre la figure (4.11)



**Figure 4.11 :** Convergence de filtre à encoche vers la fréquence du brouilleur

La figure 4.12 montre l'effet du filtrage sur l'acquisition, on déduit que Pour une structure MAAR l'algorithme adaptatif NLMS converge vers la solution exacte mais il prend un temps de convergence plus que la méthode RLS.

Notant que cette résultat pour un pas de convergence  $\mu$  égale à 0.09.on augmentant le pas on constate que le temps de convergence diminue. D'ou on peut régler la vitesse de convergence de ce processus en modifiant  $\mu$ . On aura un pic d'acquisition claire du à l'élimination de l'interférence par le dispositif.

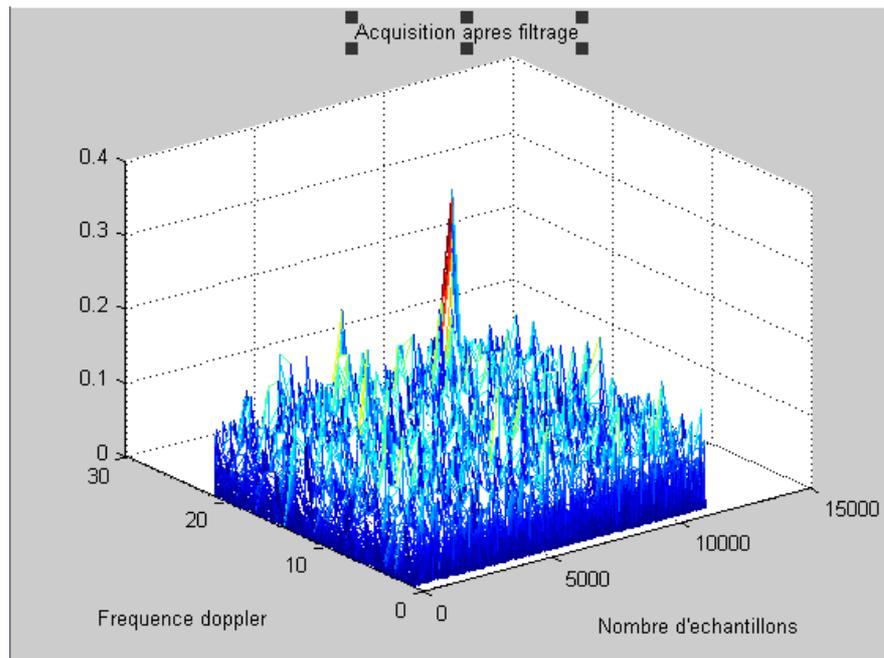


Figure 4.12 : Acquisition du signal GPS après filtrage

### IV.3.2 Adaptation par la structure ARMA:

Cette fois on présente la structure ARMA, elle place un filtre intermédiaire dont sa fonction de transfert cette fois est l'inverse du dénominateur du filtre à encoche (les pôles) avant un deuxième filtre défini par le numérateur (les zéros), cette structure est représentée par le synoptique suivant :

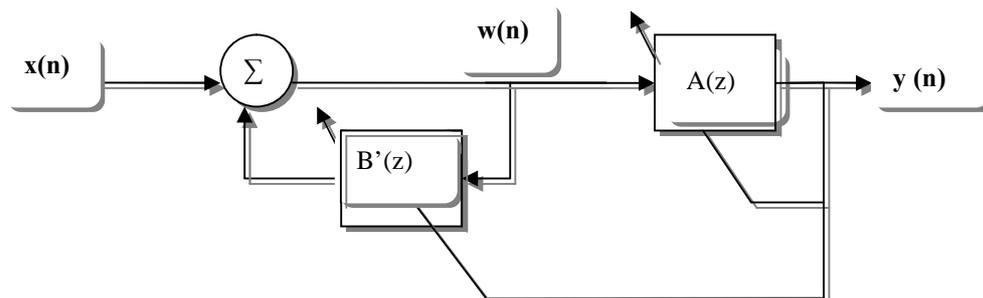


Figure 4.13 : Structure ARMA

De la même façon comme la structure MAAR, on considère un signal GPS noyé dans un bruit thermique de puissance constante. Si on superpose au bruit un brouilleur à bande étroite ( $\sin(2\pi ft)$  par exemple), on aura une augmentation de la puissance reçue, et une partie de cette puissance sera concentrée dans la bande du brouilleur. On peut donc prendre comme fonction de coût la valeur quadratique moyenne du signal en sortie de la partie AR du filtre. Pour minimiser la puissance en sortie, l'encoche sera amenée à se déplacer en correspondance de la fréquence centrale du brouilleur ( $a_1$  converge vers  $-2\cos(2\pi f\Delta t)$ ).

La modélisation mathématique de cette structure permet d'écrire :

$$\begin{cases} w_n = x(n) + a_1 w(n-1) + \alpha^2 w(n-2) \\ y_n = w(n) - b_1 w(n-1) - b_2 w(n-2). \end{cases} \quad (4.24)$$

Pour l'équation (4.24) qui définit le filtre ARMA présenté ci-dessous ; on a noté  $w_n$  la sortie de la partie AR du filtre à encoche. la fonction de coût à minimiser, que l'on note  $J$  est :

$$E[(y_n)^2] = E\left[\left(\sum_{i=0}^2 a_i w_{n-i}\right)^2\right] \quad (4.25)$$

On choisit d'adapter le coefficient  $a_1$  par l'algorithme du gradient, on a :

$$a_1^{n+1} = a_1^n - \mu \nabla_{a_1}(J) \quad (4.26)$$

Où  $\nabla_{a_1}(J)$  indique le gradient de la fonction  $J$  par rapport à  $a_1$  et  $\mu$  le pas d'adaptation. Dans notre cas, le gradient a une seule dimension. on a :

$$\begin{aligned} \nabla_{a_1}(J) &= \frac{\delta J}{\delta a_1} = \frac{\delta}{\delta a_1} E[(y_n)^2] \\ &= E\left[\frac{\delta}{\delta a_1} (y_n)^2\right] \\ &= 2E\left[y_n \frac{\delta}{\delta a_1} \left(\sum_{i=0}^2 a_i w_{n-i}\right)\right] \\ &= 2E[y_n w_{n-1}] \end{aligned} \quad (4.27)$$

Avec l'approximation temporelle du gradient stochastique, l'adaptation de la cellule se fera selon l'équation suivante :

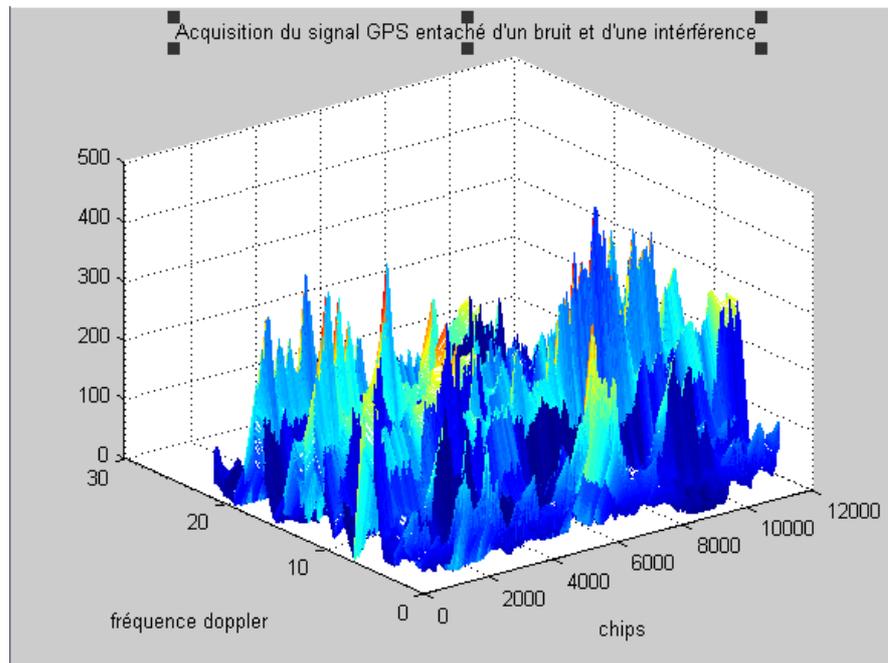
$$a_1^{n+1} = a_1^n - 2\mu (y_n w_{n-1}) \quad (4.28)$$

pour l'algorithme normalisé noté NLMS ,l'équation 4-28 devient :

$$\alpha_1^{n+1} = \alpha_1^n - \frac{2\mu(y_n - W_{n-1})}{|W_n|^2 + |W_{n-1}|^2 + |W_{n-2}|^2 + \epsilon} \quad (4.29)$$

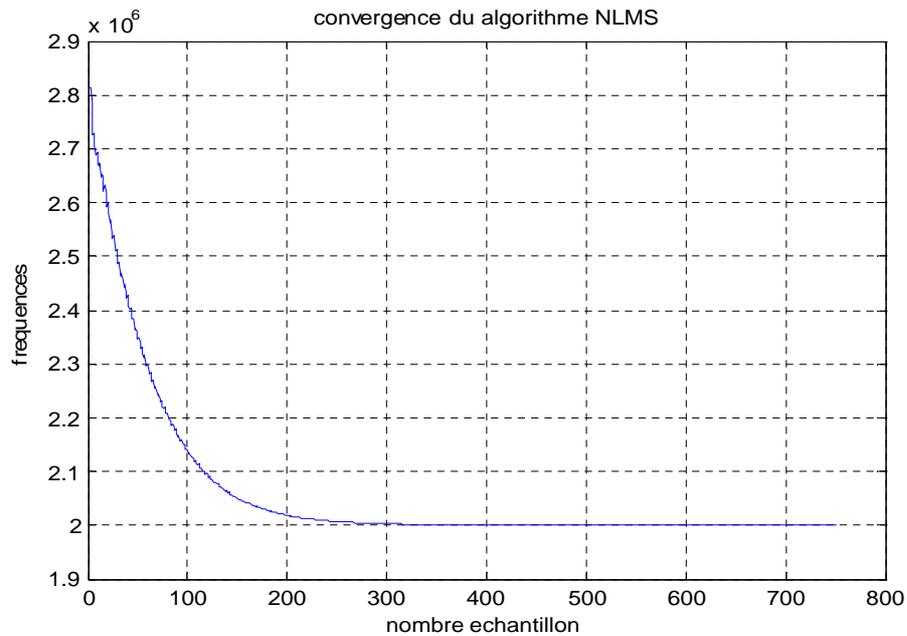
### Simulation et résultats :

Soit le signal GPS entaché d'un bruit et d'une interférence de fréquence centrale de 2 MHz, l'acquisition de ce signal est représentée par la figure (4.14)



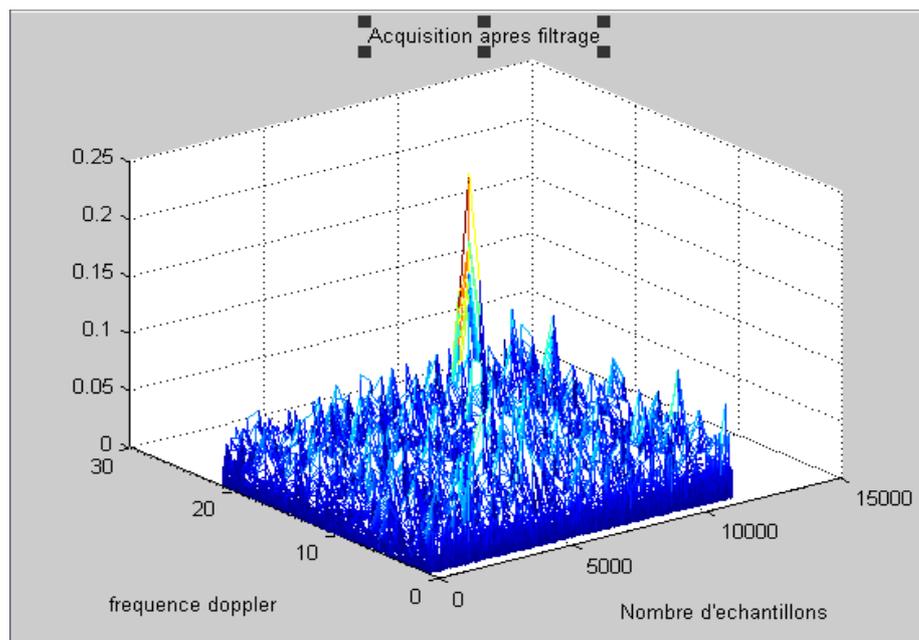
**Figure 4.14 :** Acquisition du signal GPS avec bruit et interférence

Le processus détecte l'interférence et pointe les zéros du filtre sur la fréquence centrale de cette dernière comme montre la figure (4.15)



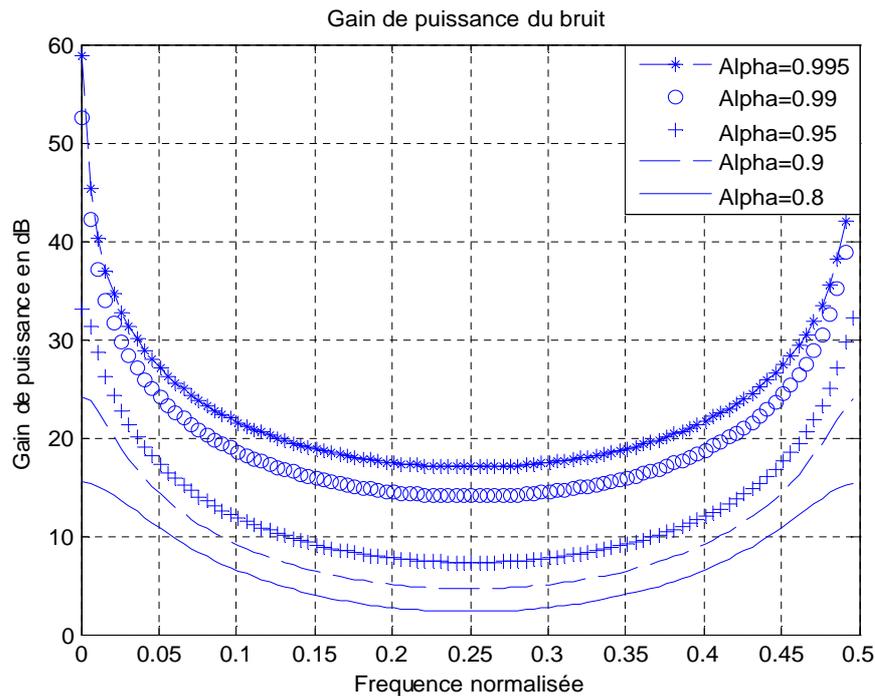
**Figure 4.15 :** Convergence de filtre à encoche vers la fréquence du brouilleur

Pour une structure MAAR l'algorithme adaptatif NLMS converge vers la solution exacte mais il prend un temps de convergence plus que la méthode RLS. Notant que ce résultat pour un pas de convergence  $\mu$  égale à 0.09. On augmentant le pas on constate que le temps de convergence diminue. D'où on peut régler la vitesse de convergence de ce processus en modifiant  $\mu$ . On aura un pic d'acquisition claire du à l'élimination de l'interférence par le dispositif, la figure 4.16 montre l'effet du filtrage sur l'acquisition



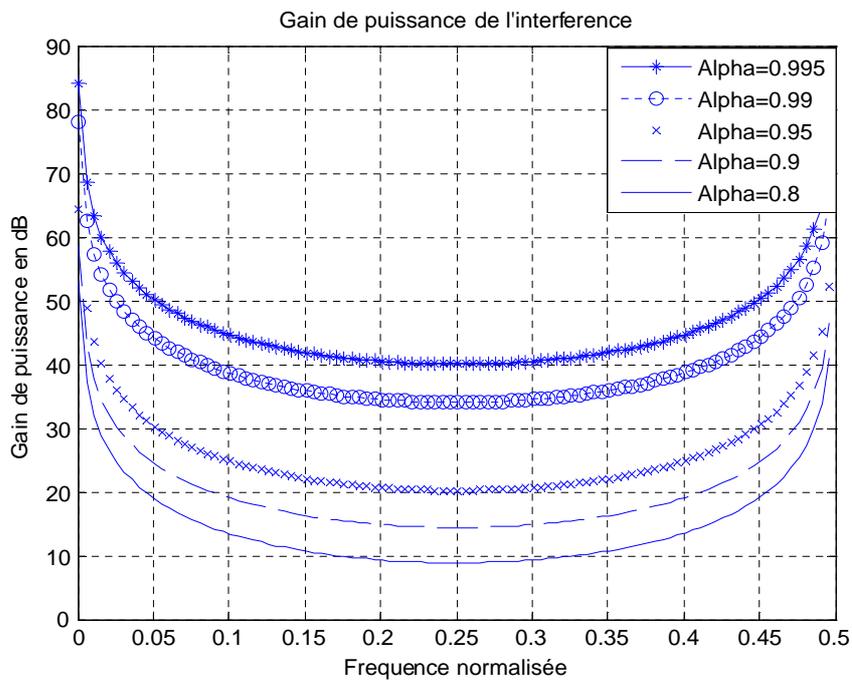
**Figure 4.16 :** Acquisition du signal GPS après filtrage

Comme montré par simulation, on a remarqué que les deux structures sont équivalentes en termes de performances, or pour la détection de la présence d'un brouilleur on constate facilement que la structure ARMA est beaucoup plus adapté et plus performante que la structure MAAR, ceci est due à l'amplification de puissance apportée par l'étage AR. Afin de réaliser un détecteur de brouilleur on va étudier tout d'abord le gain en rapport de puissance entre l'interférence est le bruit. En présence du bruit seulement le gain en puissance est donné par la figure (4.17) ci-dessous :



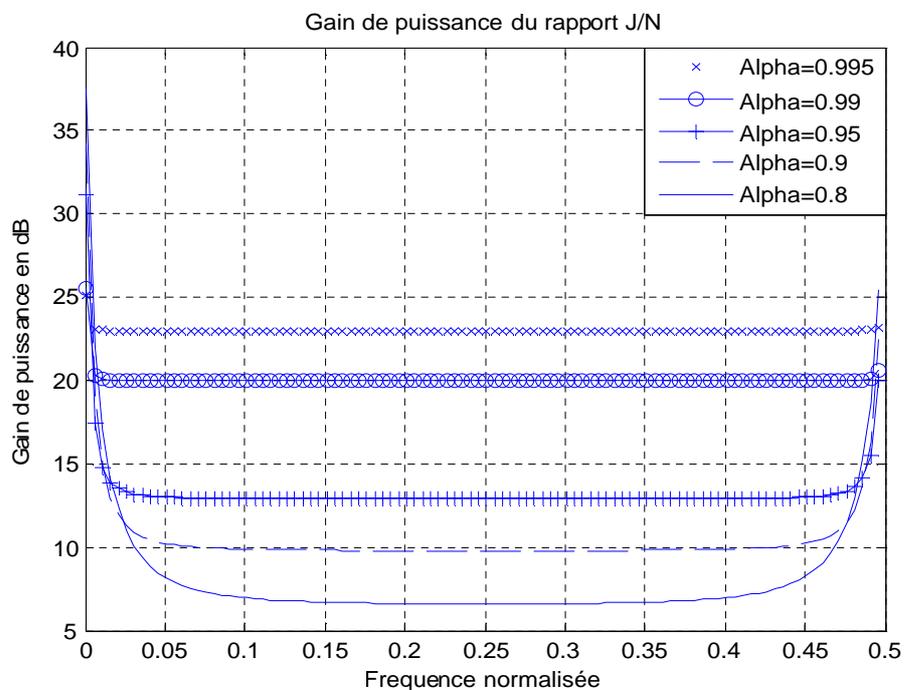
**Figure 4.17 :** Courbes de gain sur le bruit

Tandis que pour un signal ne contenant que le brouilleur ce gain est donné par la figure (4.18), par conséquent on peut évaluer le gain en rapport interférence à bruit, ce dernier est présenté par la figure (4.19).



**Figure 4.18:** Courbes de gain sur l'interférence

La figure 4.19 montre que le gain sur le  $J/N$  est presque constant par rapport à la fréquence centrale de l'encoche, ce qui veut dire que les brouilleurs seront suivis avec la même précision dans toutes les bandes de fréquences. Ce gain dépend par contre de la valeur de  $\alpha$  (module du pôle) et croît lorsqu'elle s'approche de 1 (le cercle d'unité).



**Figure 4.19 :** Courbes de gain sur le rapport interférence / bruit

Le tableau suivant donne les valeurs du gain sur le J/N pour les différentes valeurs de  $\alpha$  à des fréquences normalisées de 0.02, 0.25 et 0.48

FREQUENCE	f0/F <sub>c</sub> =0.02			f0/F <sub>c</sub> =0.25			f0/F <sub>c</sub> =0.48		
	G <sub>B</sub>	G <sub>I</sub>	G <sub>I/B</sub>	G <sub>B</sub>	G <sub>I</sub>	G <sub>I/B</sub>	G <sub>B</sub>	G <sub>I</sub>	G <sub>I/B</sub>
A=0.8	14.18	26.49	12.31	2.29	8.874	6.585	14.39	27.36	12.97
A=0.9	20.14	32.04	12.31	4.636	14.43	9.789	20.65	32.91	12.26
A=0.95	24.33	37.83	13.51	7.317	20.22	12.9	25.07	38.7	13.63
A=0.99	31.64	51.64	20	14.04	34.02	19.98	32.5	52.5	20.01
$\alpha=0.995$	34.63	57.64	23.01	17.02	40.02	23	35.5	58.5	20.01

**Tableau 4.1 :** Résumé des valeurs du rapport J/N

D'après le tableau (4.1) on déduit qu'une valeur de  $\alpha$  assez proche de 1 peut apporter une amélioration non-négligeable dans l'estimation pour une faible J/N d'où une augmentation considérable du gain de puissance d'où on conclut que pour l'estimation de la fréquence d'une sinusoïde avec un fort J/N avec on utilise une encoche très large, et une encoche très fine pour le cas de faibles J/N.

#### IV.4 Comparaison entre les méthodes :

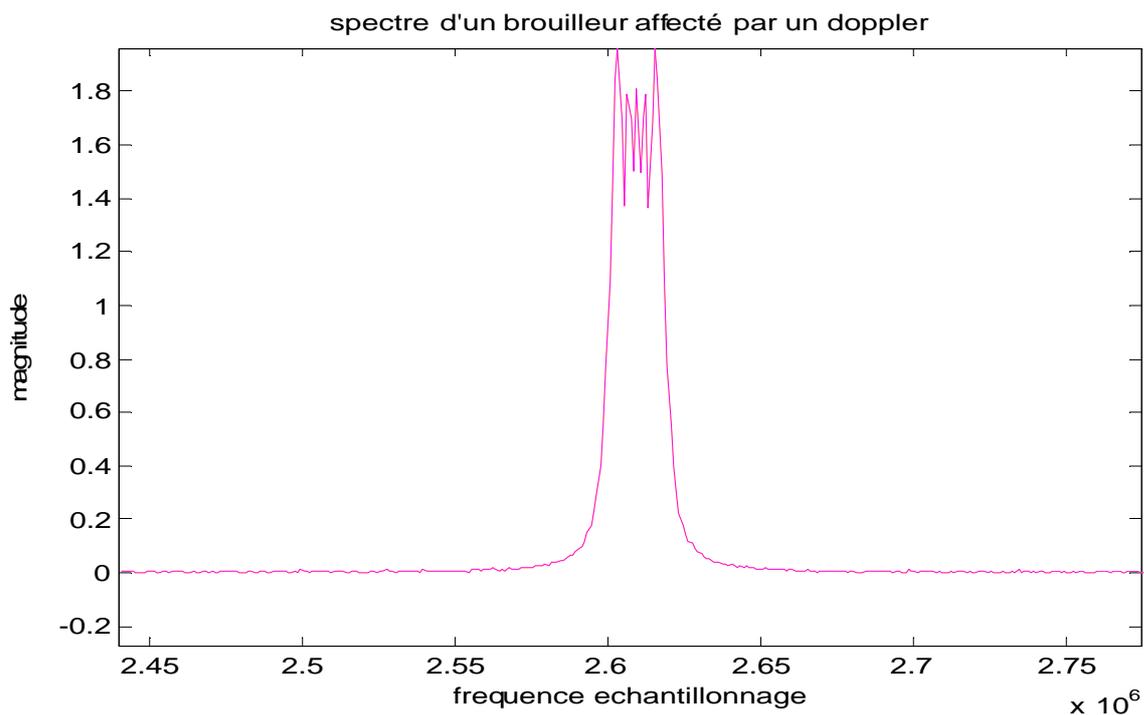
L'étude précédente a montré que le RLS converge plus rapidement que les deux autres algorithmes mais malheureusement le coefficient d'adaptation du filtre dépasse sa limite; concernant le NLMS on a constaté qu'il converge dans un temps plus important mais toujours inférieur à 1ms, temps nécessaire d'acquisition. En ce qui concerne les deux structures MAAR et ARMA on conclut que cette dernière offre l'avantage de détecter la présence du brouilleur sans aucun calcul supplémentaire. Donc, comme conclusion on propose d'adopter l'algorithme adaptatif NLMS sous une structure ARMA pour une réalisation pratique.

### IV.5 Filtrage d'un brouilleur à bande étroite :

Pour cette section on s'intéresse à étudier le comportement du filtre à encoche adapter vis-à-vis un brouilleur à bande étroite. Le brouilleur considéré est de fréquence de 2.6 MHz affecté d'un doppler de 500 KHz est représenté par la figure 4.20, il correspond par exemple à interférence sinusoïdale de la forme :

$$\text{Int}(t) = A * \cos(2\pi (f_1 + 500e3 * t) * t)$$

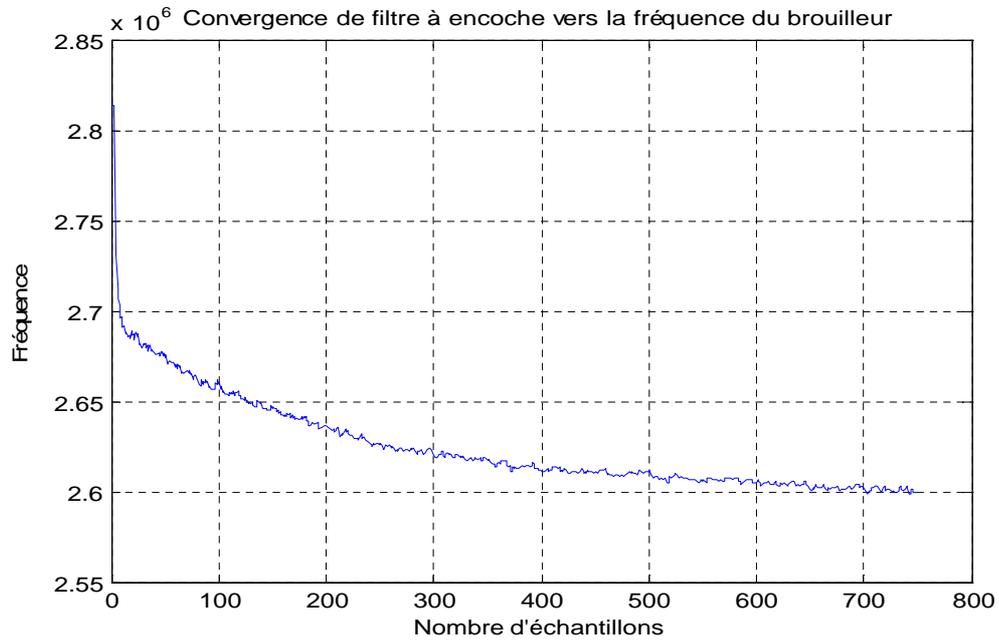
Son spectre est de la forme suivante :



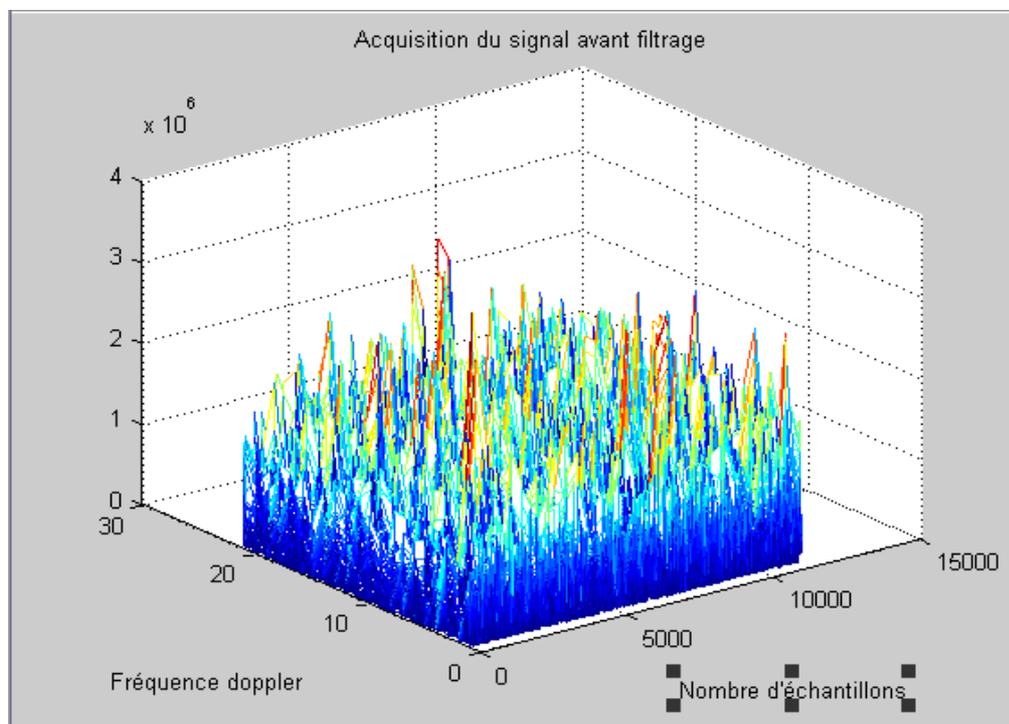
**Figure 4.20 :** Spectre d'un brouilleur à bande étroite

Afin de vérifier la performance de notre dispositif vis-à-vis les brouilleurs à bande étroite on a entaché à notre signal avec une interférence bande étroite et on vérifie la convergence par l'adaptation NLMS.

Le processus proposé détecte l'interférence et pointe les zéros du filtre sur la fréquence centrale de cette dernière comme montre la figure (4.21)

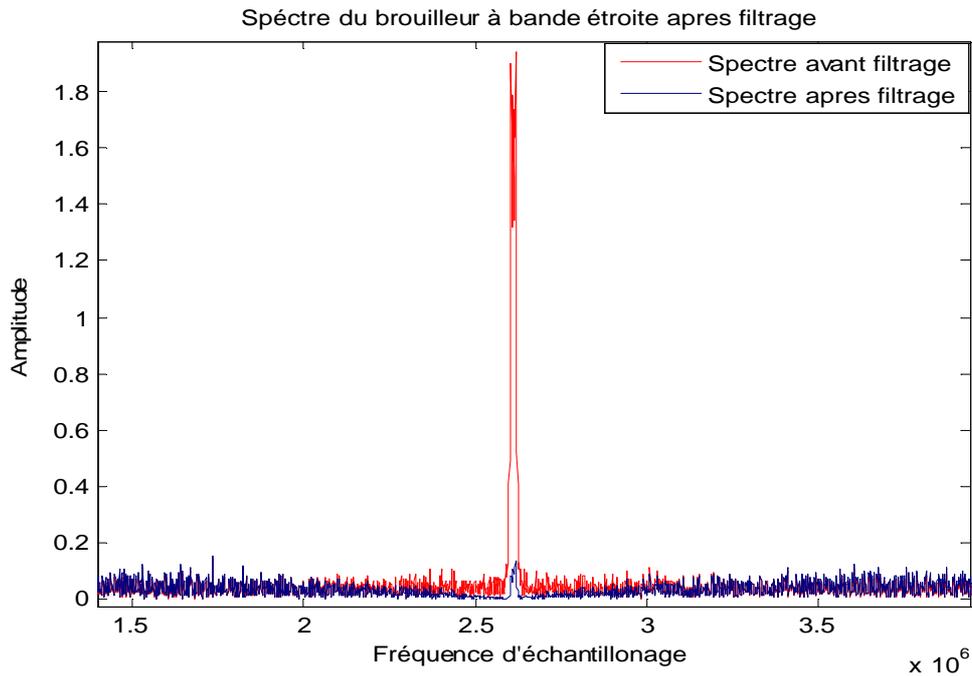


**Figure 4.21 :** Convergence de filtre à encoche vers la fréquence du brouilleur  
La figure (4.22), montre l'effet du brouilleur à bande étroite sur l'acquisition.



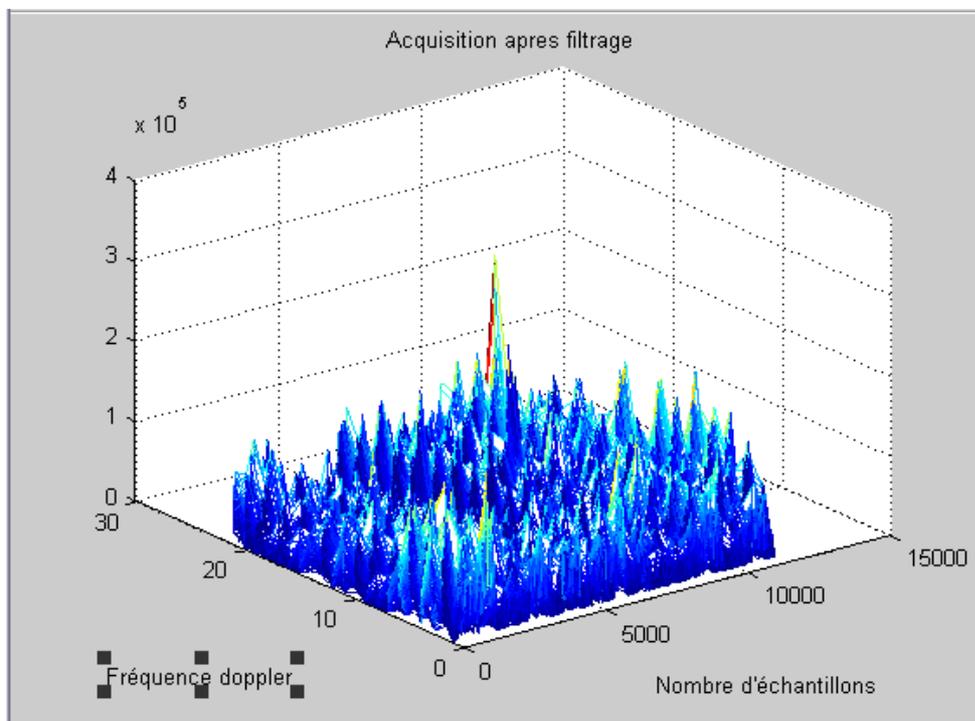
**Figure 4.22 :** Acquisition avant filtrage

La figure 4.23 montre bien la convergence par l'adaptation NLMS. Le brouilleur est atténué par l'encoche.



**Figure 4.23 :** Spectre du brouilleur à bande étroite après filtrage

La figure 4.24 montre l'effet du filtrage sur l'acquisition



**Figure 4.24 :** Acquisition après filtrage

D'après les figures simulées on conclut que le filtre à encoche adaptatif est efficace même pour les brouilleurs à bande étroite en maîtrisant l'ouverture de l'encoche ; donc il suffit de diminuer  $\alpha$  (augmentation de l'ouverture) pour éliminer le brouilleur complètement.

#### IV.6 Filtrage de plusieurs brouilleurs :

Finalement on s'intéresse dans cette section à un signal GPS affecté par plusieurs brouilleurs de fréquences centrales différentes, pour cela on propose d'utiliser une cascade de filtre à encoches qui s'adaptent successivement aux fréquences des brouilleurs détectés.

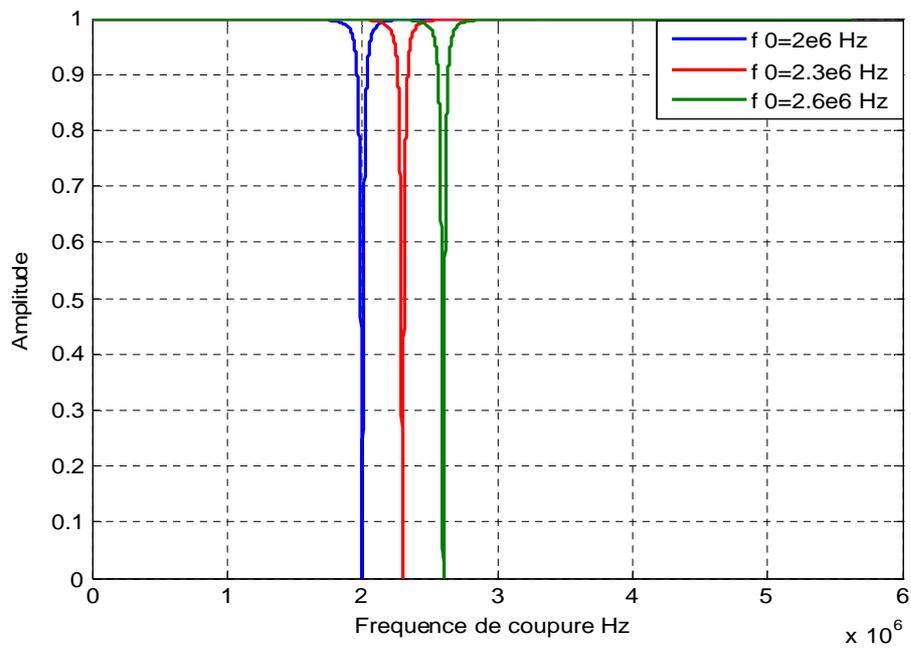
Dans ce cas La fonction de transfert globale résulte du produit des fonctions de transfert de chaque filtre considéré séparément, elle est donnée par :

$$\begin{aligned}
 H(z^{-1}) &= \prod_{i=1}^n \frac{1+a_i z^{-1}+z^{-2}}{1+\alpha_i z^{-1}+\alpha_i^2 z^{-2}} \\
 &= \frac{1+z^{-n}+\sum_i [a_i (z^{-i}+z^{2n-i})]}{1+\alpha^n z^{-n}+\sum_i [\alpha_i (\alpha_i z^{-1}+\alpha^{-(2n-i)} z^{2n-i})]}
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

Où  $i$  représente l'indice sur les encoches. la fonction de transfert

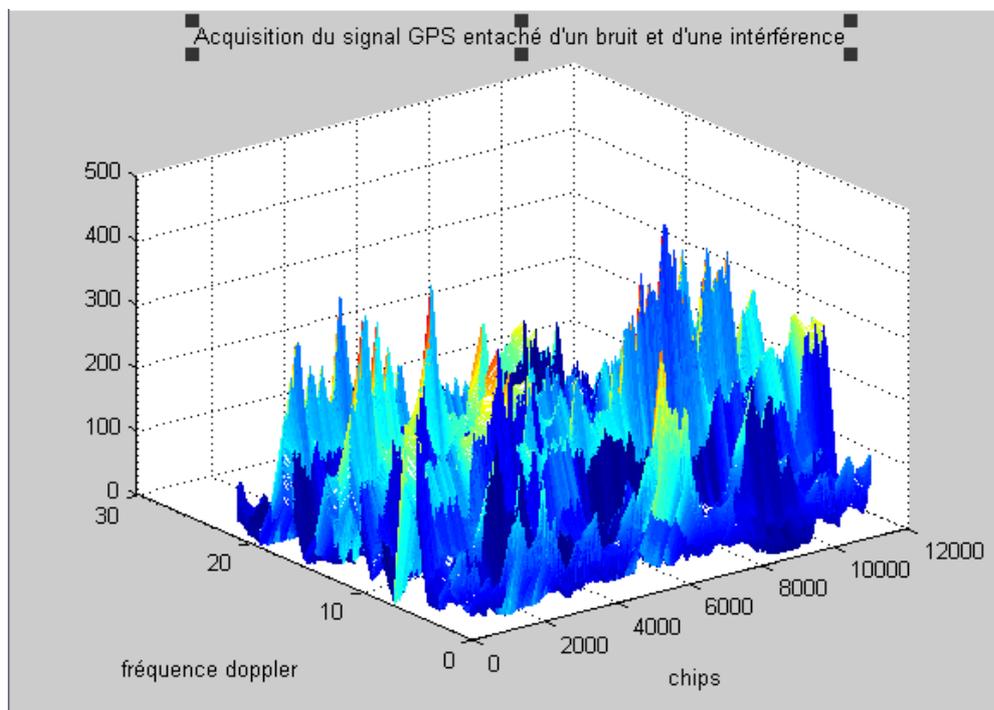
Donc pour filtrer 'n' brouilleurs, on a besoin de d'adapter 'n' coefficients, soit un pour chaque fréquence. L'utilisation d'une expression factorisée du filtre est intéressante pour contrôler facilement la stabilité du filtre. De plus, les différentes cellules peuvent être adaptées indépendamment les unes des autres ( $a_i$  et  $\alpha_i$  différents).

Dans notre simulation, on a utilisé trois brouilleurs en cascade dont les fréquences centrales sont respectivement  $f_0= 2.6$  MHz, 2.3 MHz et 2 MHz.



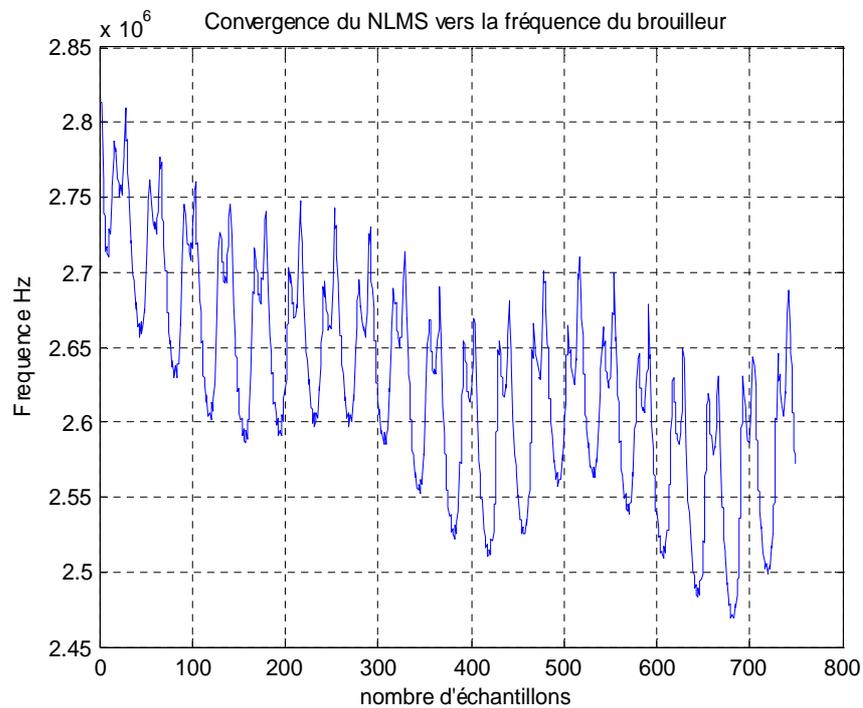
**Figure 4.25 :** Module d'une cascade de filtres à encoche pour  $\alpha=0.99$

La figure (4.25) montre une cascade de filtres à encoche chacun centré sur sa propre fréquence. On remarque d'après la figure l'effet de l'interférence sur l'opération de l'acquisition du signal entrant au dispositif de filtrage.

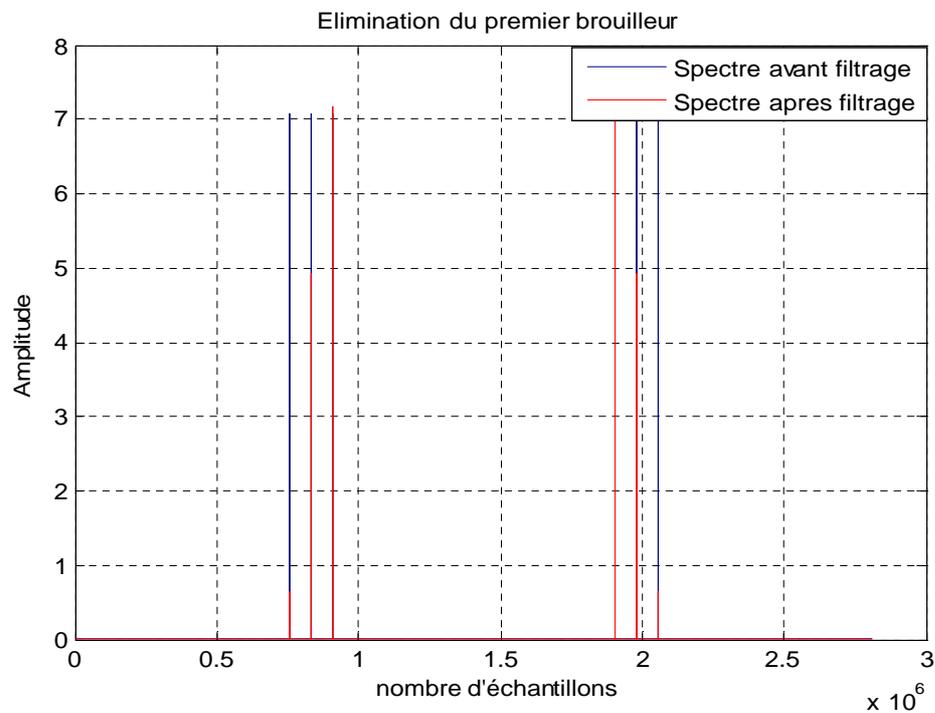


**Figure 4.26 :** Acquisition du signal GPS avec bruit et interférence

L'application de notre dispositif de filtrage adapté toujours par l'algorithme NLMS réalise l'élimination des brouilleurs de façon successive, le filtre à encoche estime et élimine les brouilleurs successivement, cela est illustré dans les figures suivantes :

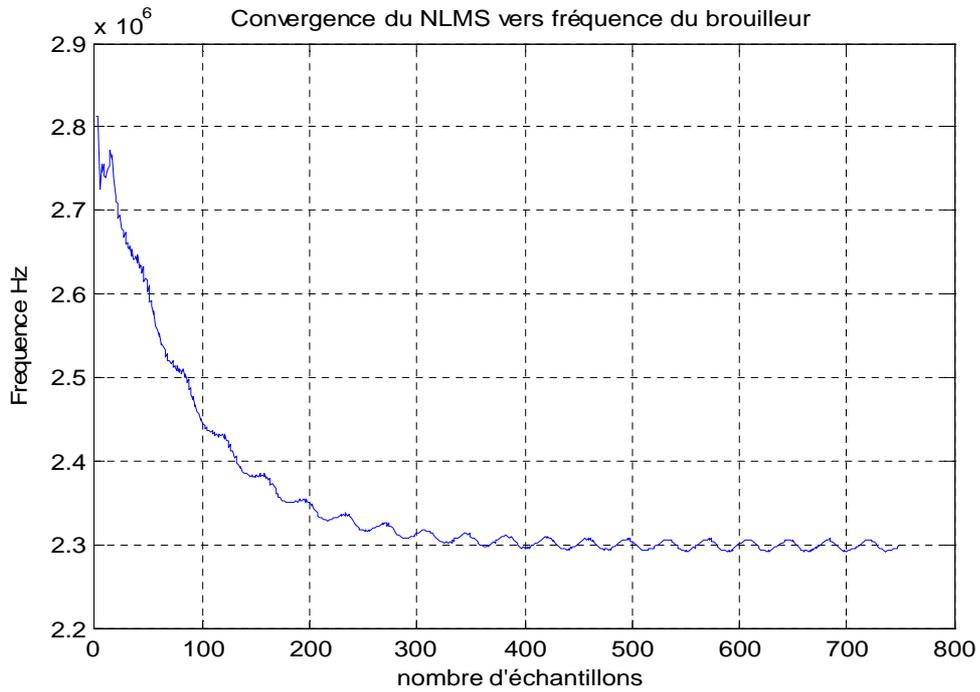


**Figure 4.27 :** Convergence de filtre à encoche vers la fréquence du 1<sup>er</sup> brouilleur

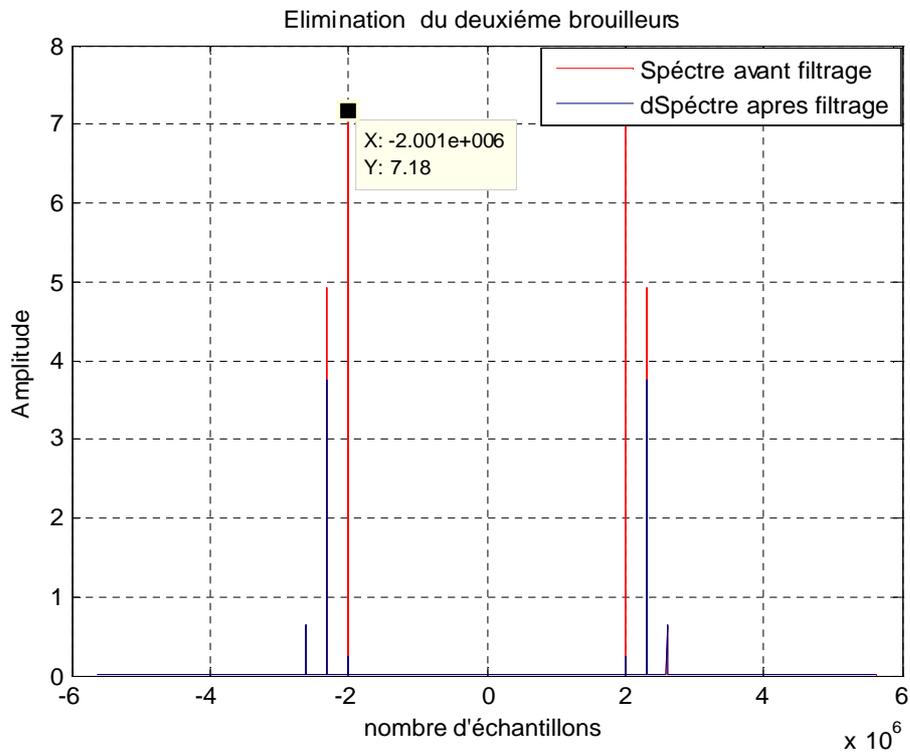


**Figure 4.28 :** Elimination du spectre de la première interférence

On remarque que l'algorithme converge vers la solution en éliminant le premier brouilleur, on constate aussi l'effet de l'ondulation sur la courbe de convergence.



**Figure 4.29 :** Convergence de filtre à encoche vers la fréquence du 2<sup>ème</sup> brouilleur



**Figure 4.30:** Elimination du spectre de la deuxième interférence

L'algorithme converge directement vers la solution exacte avec un temps de convergence minimum par rapport au premier brouilleur. Idem au premier cas le deuxième brouilleur est éliminé.

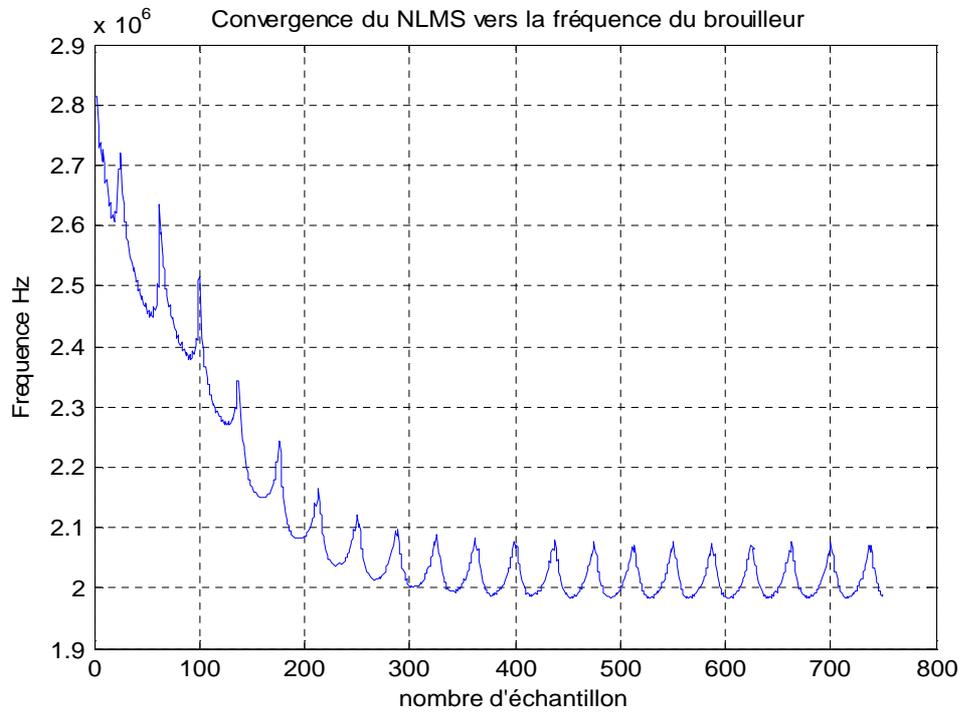


Figure 4. 31 : Convergence de filtre à encoche vers la fréquence du 3<sup>eme</sup> brouilleur

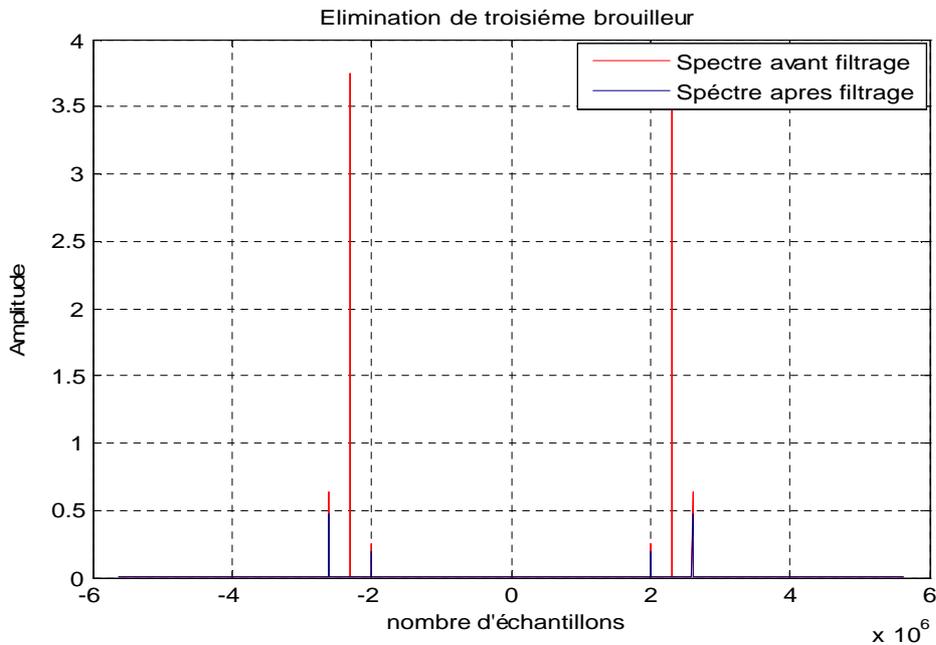
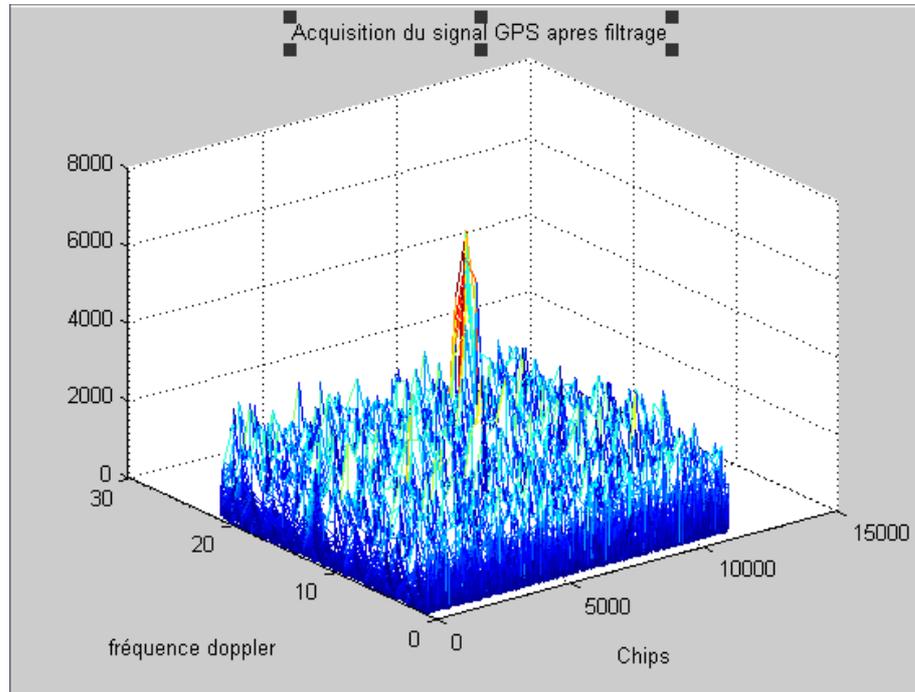


Figure 4.32 : Elimination du spectre de la troisième interférence

D'après ces simulations on peut remarquer que le filtre à encoche à la capacité d'éliminer les multi brouilleurs en adaptant ce filtre avec l'algorithme NLMS. L'acquisition du signal après filtrage confirme les performances du dispositif



**Figure 4.33:** Acquisition du signal GPS après filtrage

## Conclusion

Cette étude nous a montré l'importance du filtre à encoche adaptatif. Ce filtre peut contribuer à protéger le signal GPS en éliminant les brouilleurs de type CWI, les brouilleurs à bande étroite, même en cas de présence de plusieurs brouilleurs en lui adaptant avec un des algorithmes d'adaptation.

Une étude sur l'adaptation du filtre à encoche à l'aide de différents algorithmes a été réalisée. Les résultats obtenus nous ont permis de juger la méthode la plus convenable à notre contexte et nous l'avons exploré en détail.

On a mis en évidence les avantages de la structure ARMA et ceux d'une structure MAAR. Pour la section élimination, une structure MAAR a montré une bonne convergence or concernant la détection du brouilleur, la structure ARMA est beaucoup plus adaptée et plus performante justement à cause de l'amplification du brouilleur avant l'adaptation du filtre.

L'analyse permet de suggérer les paramètres optimaux du filtre faisant un compromis entre ; d'une part la sensibilité du filtre et d'autre part sa précision sur l'estimation et l'élimination du brouilleur.



# CHAPITRE

# I

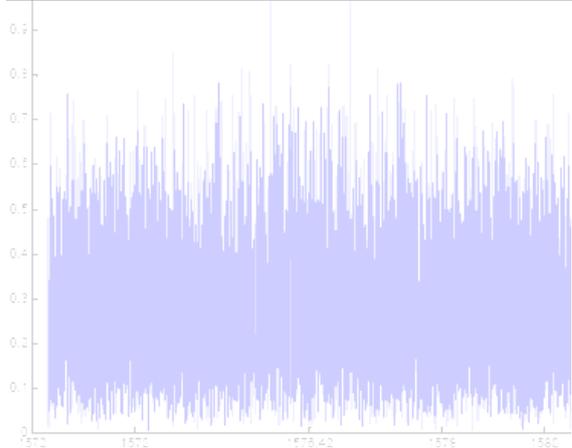
## GENERALITES SUR LE SYSTEME GPS



### TABLE DES MATIERES

### 1

1.0 - Introduction	3
1.1 - Composition du système GPS	4
1.2 - Calcul de position	5
1.3 - Le Signal GPS	6
1.4 - La génération du code C/A	8
1.5 - Le message de navigation	9
1.6 - Le récepteur GPS	12
1.7 - Acquisition du signal GPS	16
1.8 - Poursuite du signal GPS	22



# CHAPITRE

# II

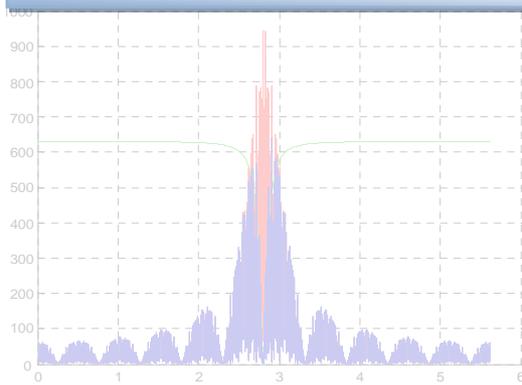
## LES BROUILLEURS



### TABLE DES MATIERES

### 2

2.0 - Introduction	29
2.1 - Vulnérabilité d'un récepteur GPS	29
2.2 - Equations fondamentales du brouillage	33
2.3 - Brouillage non-intentionnel	36
2.4 - Brouillage intentionnel	46
2.5 - Analyse du risque potentiel	48



# CHAPITRE

# III

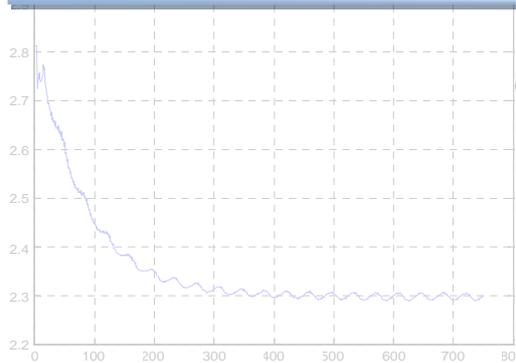
## FILTRE A ENCOCHE ET ALGORITHMES ADPTATIFS



### TABLE DES MATIERES

### 3

3.0 - Introduction	53
3.1 - Filtre réjecteur de bande	53
3.2 - Différence entre FIR et IIR	53
3.3 - Les filtres à encoches	54
3.5 - Influence du filtre à encoche sur l'acquisition	58
3.6 - Filtrage adaptatif	61



# CHAPITRE

# IV

## RESULTATS & SIMULATIONS



### TABLE DES MATIERES

### 4

4.0 - Introduction	70
4.1 - Principe d'Adaptation du filtre à encoche	71
4.2 - Adaptation du filtre à encoche avec l'algorithme RLS	72
4.3 - Adaptation du filtre à encoche avec l'algorithme NLMS	78
4.4 - Filtrage d'un brouilleur à bande étroite	89
4.5 - Filtrage de plusieurs brouilleurs	91

## CONCLUSION GENERALE

Les brouillages d'origine radioélectrique peuvent affecter de manière significative le fonctionnement des systèmes de navigation par satellite. Différents types de brouillages sont rencontrés : brouillage intra-système entre les différents signaux d'un même système, les brouillages inter-systèmes entre systèmes partageant la même bande de fréquences ou des bandes voisines, brouillages externes d'origine intentionnelle ou non. Les brouillages intra-systèmes sont réglés par une conception appropriée du système. La limitation des brouillages inter-systèmes est assurée par une coordination des caractéristiques radioélectriques (en particulier puissance).

En ne considérant pas le cas des brouillages intentionnels qui pourraient résulter de situation de crise, les sources de brouillages externes constituent dans certaines conditions une des causes de dégradation des performances des récepteurs de navigation. Les différentes sources de brouillages non-intentionnels dans les bandes utilisées par le GPS ont été recensées et leur impact a été analysé en fonction de la source ou de la nature du signal brouilleur.

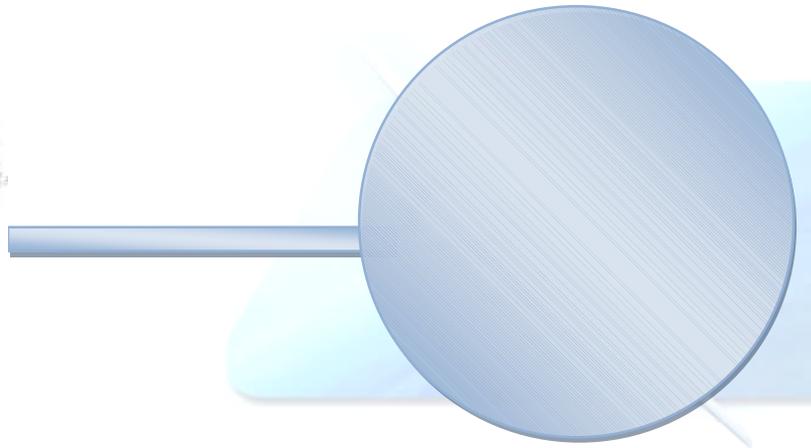
D'où la nécessité en cas de présence d'un ou plusieurs brouilleurs entachant le signal GPS reçus, de mettre en œuvre des techniques afin d'améliorer la robustesse (résistance au brouillage) des récepteurs GPS, Les techniques du filtrage adaptatif permettant d'éliminer une interférence bande étroite a été présentée dans notre travail.

La définition de l'architecture du récepteur GPS adaptée par des algorithmes d'adaptation a été analysée ainsi qu'une étude comparative des performances pour différentes structures. Cette étude a permis de paramétrer ces structures et d'étudier leurs convergence en présence de brouilleurs bande étroite ou brouilleurs multiples.

Cette adaptation a permis la détection, l'estimation et surtout la réjection des brouilleurs à l'entrée du récepteur et d'évaluer les dégradations des performances de ce dernier en présence de brouilleur et de montrer l'efficacité de la technique proposée.

# BIBLIOGRAPHIE

- [1] **Technique de robustesse aux brouilleurs pour les récepteurs GPS**, René Jr .LANDRY, éditions LABEL EUROPEEN, 16 décembre 1997.
- [2] **Etude de techniques d'adoucissement de spectre pour récepteur GPS**, Vincent CALMETTES, 11 décembre 2001.
- [3] **Introduction au filtrage adaptatif**, J-F. BERCHER et P. JARDIN, 2003.
- [4] **Techniques d'adoucissement de spectre pour récepteur à spectre étalé**, Vincent CALMETTES, Frédéric PRADEILLES, Michel BOUSQUET, thèse doctorat SUPAERO, 2002.
- [5] **Analyse des brouillages non-intentionnels sur les systèmes de navigation par satellite et des techniques permettant d'en réduire les effets**, Vincent CALMETTES, Michel BOUSQUET, Willy VIGNEAU, Novembre 2002.
- [6] **GPS Receiver Architectures and Measurements**, Michael S.BRAASCH, A.J.VAN DIERENDONCK, 07 Novembre 2000.
- [7] **Le système GPS**, Jeremy LAINE et Laurent LECONTE, 1998.
- [8] **Analyse of potential interfernce sources and assessment of present solution for GPS/GNSS receiver**, René Jr. LANDRY et Alain RENARD, May 26-28 1997.
- [9] **Techniques de Robustesse aux Brouilleurs GPS**, Rapport Préliminaire d'Etudes, René Jr. Landry, 2 Avril 1995.



# **ANNEXES**

---

# ANNEXE A

## La Régression Linéaire :

Elle consiste à la recherche de la droite passante au milieu parmi un ensemble de points mesures. Le critère conduisant à cet optimum est la minimisation des distances quadratiques entre les points mesurés et la droite optimum.

On notera que la régression linéaire s'applique aux systèmes statiques alors que l'approche de Wiener sert à optimiser des systèmes évaluant au cours du temps.

### ➤ mesure, modèle et écart :

Comme on souhaite passer une droite parmi un ensemble de points on se donne un modèle dont l'équation est :  $y_m = a x + b$ .

L'écart de  $y(n)$  par rapport au modèle s'écrit :

$$e(n) = y(n) - y_m(n).$$

$$e(n) = y(n) - (a x(n) + b).$$

Ou bien :

$$y(n) = y_m(n) + e(n).$$

On choisit deux grandeurs de l'écart  $e(n)$  :

- sa valeur moyenne  $\mu_e$  qui doit tendre vers 0 si le modèle n'est pas biaisée.
- sa puissance  $\sigma_e$  qui doit diminuer avec l'amélioration du modèle.

### ➤ Minimisation de l'écart quadratique :

On définit un critère d'optimisation qui mesure la puissance ou la variance de l'écart :

$$J(a,b) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^2(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (y(n) - (a x(n) + b))^2 .$$

Lorsque l'écart quadratique est minimum on a :

$$\frac{\partial j(a,b)}{\partial a} = 0 , \quad \frac{\partial j(a,b)}{\partial b} = 0 .$$

Avec :

$$\begin{aligned} \frac{\partial j(a,b)}{\partial a} &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} 2(y(n) - (ax(n) + b))(-x(n)) \\ &= \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (-x(n)y(n) + ax^2(n) + bx(n)) \\ &= \frac{2}{N} \left( -\sum_{n=0}^{N-1} x(n)y(n) + a \sum_{n=0}^{N-1} x^2(n) + b \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \right) \end{aligned}$$

Et :

$$\begin{aligned} \frac{\partial j(a,b)}{\partial b} &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} 2(y(n) - (ax(n) + b))(-1) \\ &= \frac{2}{N} \left( -\sum_{n=0}^{N-1} y(n) + a \sum_{n=0}^{N-1} x(n) + \sum_{n=0}^{N-1} b \right) \end{aligned}$$

D'où

$$\begin{aligned} a \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^2(n) + b \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)y(n) \\ a \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) + \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} b &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y(n) \end{aligned}$$

On a:  $a \mu_x + b = \mu_y$  .

$$a \mu_x^2 + b \mu_x = \mu_{xy} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \mu_x & 1 \\ \mu_x^2 & \mu_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_y \\ \mu_{xy} \end{bmatrix} .$$

$$a = \frac{\mu_x \mu_y - \mu_{xy}}{\mu_x^2 - \mu_x^2} . \quad b = \frac{\mu_x \mu_{xy} - \mu_y \mu_x^2}{\mu_x^2 - \mu_x^2} .$$

Dans le cas particulier ou la droite passe par l'origine les valeurs moyennes  $\mu_x$  et  $\mu_y$  sont nulles :

$$a = \frac{\mu_{xy}}{\mu_x^2} = \frac{x^T y}{x^T x} .$$

# ANNEXE B

## Filtrage de Wiener :

On admet que  $y(n)$  mesuré peut être modélisé à l'aide d'un modèle MA d'ordre  $P$  :

$$y_p(n) = \sum_{k=0}^{p-1} w_k x(n-k).$$

Le but est de retrouver  $w_k$  du même à partir de la mesure des signaux d'entrée  $x(n)$  et de sortie  $y(n)$ . Donc  $y_w(n)$  aussi proche que possible du signal  $y_p(n)$  en minimisant l'erreur quadratique moyenne par ajustement des coefficients  $w_k$ .

Si la solution exacte est trouvée, le signal d'erreur n'est pas nul mais égal au bruit de la mesure.

$$\text{Pour alléger : } \mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \end{pmatrix}$$

Dans ce cas l'estimateur  $y_w(n)$  du signal  $y_p(n)$  vaut :

$$Y_w(n) = w_0 x(n) + w_1 x(n-1) + w_2 x(n-2) \quad \text{avec} \quad 0 \leq n \leq N-1$$

Dans ce cas l'erreur est fonction du temps :

$$\varepsilon(n) = y(n) - y_w(n).$$

$$J = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (y(n) - y_w(n))^2$$

On a : 
$$J(w_0, w_1, w_2) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (y(n) - w_0 x(n) - w_1 x(n-1) - w_2 x(n-2))^2.$$

$$r_{xy}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) x(n+k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n-k) y(n) = r_{yx}(-k).$$

$$\frac{\partial J}{\partial w_0} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (y(n) - w_0 x(n) - w_1 x(n-1) - w_2 x(n-2))(-x(n)).$$

$$= -2 (r_{xy}(0) - w_0 r_{xx}(0) - w_1 r_{xx}(-1) - w_2 r_{xx}(-2)) = 0.$$

$$\frac{\partial J}{\partial w_1} = -2 (r_{xy}(1) - w_0 r_{xx}(1) - w_1 r_{xx}(0) - w_2 r_{xx}(-1)) = 0.$$

$$\frac{\partial J}{\partial w_2} = -2 (r_{xy}(2) - w_0 r_{xx}(2) - w_1 r_{xx}(1) - w_2 r_{xx}(0)) = 0.$$

On a:

$$w_0 r_{xx}(0) + w_1 r_{xx}(-1) + w_2 r_{xx}(-2) = r_{xy}(0).$$

$$w_0 r_{xx}(1) + w_1 r_{xx}(0) + w_2 r_{xx}(-1) = r_{xy}(1).$$

$$w_0 r_{xx}(2) + w_1 r_{xx}(1) + w_2 r_{xx}(0) = r_{xy}(2).$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} r_{xx}(0) & r_{xx}(-1) & r_{xx}(-2) \\ r_{xx}(1) & r_{xx}(0) & r_{xx}(-1) \\ r_{xx}(2) & r_{xx}(1) & r_{xx}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{xy}(0) \\ r_{xy}(1) \\ r_{xy}(2) \end{bmatrix}.$$

$$\Rightarrow R_{xx} w = r_{xy} \quad \Rightarrow w = R_{xx}^{-1} r_{xy} \quad \text{formule de Wiener-Hopf}$$

Description:

$$w = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad x(n) = \begin{bmatrix} x(n) \\ x(n-1) \\ x(n-2) \end{bmatrix}.$$

$$\rightarrow y_w(n) = \sum_{i=0}^{p-1} w_i x(n-i) = w^T x(n) = x(n)^T w.$$

$$\rightarrow \text{L'erreur} : \varepsilon(n) = y(n) - y_w(n) = y(n) - x(n)^T w.$$

$$\begin{aligned} \text{L'erreur } \varepsilon^2(n) : \quad \varepsilon^2(n) &= [y(n) - x(n)^T w]^2 \\ &= y^2(n) - 2y(n) x(n)^T w + w^T x(n) x(n)^T w. \end{aligned}$$

→ Le critère J :

$$\begin{aligned} J(w) &= E[\varepsilon^2(n)]. \\ &= E[y^2(n)] - 2E[y(n) x(n)^T w] + E[w^T x(n) x(n)^T w]. \end{aligned}$$

D'où :

$$J(w) = r_{yy}(0) - 2 r_{xy}^T w + w^T R_{xx} w.$$

➤ Le gradient :  $\frac{\partial J}{\partial w} = -2 r_{xy} + 2 R_{xx} w.$

➤ Le vecteur des paramètres optimaux :

$$W = R_{xx}^{-1} r_{xy}$$