

République Algérienne Démocratique et populaire
Ministère de L'enseignement Supérieur et de la Recherche
Scientifique.

Université Saad Dahleb-Blida

Faculté Des Sciences de l'ingénieur
Département Aéronautique

Thème :

*Etude et Résolution analytique de l'équation
de la chaleur gérant le procédé de soudage
TIG
à complexité progressive*

Réalisée par :

BOULBIR HICHEM (option Structure)
MERAIMI AHMEDI (option Structure)

PROMOTEUR :

M. AISSANI MOULOU

Promotion :
2005-2006

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Remerciement

Nous remercions tout d'abord DIEU le tout puissant, de nous avoir donné le courage et la patience afin de mener bien notre projet de fin d'étude.

Nous remercions notre promoteur M. Aissani Mouloud qui nous a dirigé durant cette étude avec beaucoup de soin et de conscience professionnelle.

Ce travail s'est effectué au niveau du centre de recherche scientifique et technique de soudage et du control (C.S.C) de Chéraga –Alger.

Nous tenons à remercier toute l'équipe et le personnel du C.S.C.

Nôtres sincères remerciements vont également à Monsieur M. le chef de département Aéronautique M.boukraa .S . ainsi que plus largement à l'ensemble des enseignants du D.A.B pour le riche savoir qu'ils nous ont transmis.

Nous remercions tout particulièrement Monsieur Bounder Professeur à l'Université de Blida (D.A.B) et nous lui exprimons toute notre reconnaissance.

Résumé

Ce travail consiste à résoudre l'équation de la chaleur gérant le procédé de soudage TIG en 3 D, avec différents types de sources de chaleur surfaciques et mobiles par la méthode des sources thermiques développée par Jaeger.

En fixant les paramètres de soudage (vitesse, tension et courant de l'arc électrique)

Et connaissant les paramètres thermophysiques de l'acier doux ou l'alliage d'Aluminium Al2024 -T3, Le traçage des cycles thermiques en régime transitoire et en régime permanent permet d'estimer les dimensions de la zone fondue (ZF) et de la zone affectée thermiquement (ZAT),

Summary

This work consists in solving the equation of heat managing the process of welding TIG in 3 D, with various moving plane heat sources by the Jaeger's point heat source method .

By fixing the parameters of welding (speed, tension and current of the electric arc)

And knowing the thermophysical parameters of the mild steel or alloy of

Aluminium Al2024 - T3, the tracing of the thermal cycles in transient state and steady state mode makes it possible to estimate dimensions of the molten zone (ZF) and the heat affected zone (ZAT),

Sommaire

INTRODUCTION GÉNÉRALE

CHAPITRE I GÉNÉRALITÉS SUR LE SOUDAGE.....	1
I.1 INTRODUCTION.....	1
I.2. Classification des procédés de soudage.....	1
I-3. L'arc électrique en soudage	3
I-3-1. Définition	3
I-3-2. Description de l'arc électrique.....	3
I-3-2.a Chute cathodique	4
I-3-2.b Chute anodique.....	5
I-3-2.c Colonne d'arc	5
I-4. Bilan énergétique dans l'arc électrique.....	5
I-5. Le soudage au gaz à l'arc électrique sous protection gazeuse avec électrode réfractaire en tungstène.....	7
I-5-1. Introduction	7
I-5-2. Principe	7
I-5-3 La torche	9
I-5-4 Caractéristiques du courant de soudage	11
I-5-5 Les gaz de protection en soudage TIG	13
I-5-6 Domaine d'application	14
I-5-7 Avantages et inconvénients	16
I-5-7-a) Avantages	16
I-5-7-b) inconvénients.....	17
I-6. Synthèse sur d'autres procédés de soudage.....	17
I-6-1. Soudage à l'arc avec électrode enrobée.....	17
I-6-2.Soudage semi-automatique MIG et MAG.....	18
I-6-3. Soudage sous flux en poudre.....	20
I-6-4.Soudage au plasma.....	22
I-7.Étude thermique du soudage.....	23
I-7-1.Introduction.....	23
I-7-2.La soudabilité	24
I-7-3.Cycle thermique	24
I-7-4.Mode de transfert de chaleur	26
I-7-4-1.Transfert de chaleur par conduction.....	26
I-7-4-2.Transfert de chaleur par convection	26
I-7-4-3.Transfert de chaleur par rayonnement.....	27

I-8- Champ thermique, gradient thermique et lois de Fourier	28
I-9. Conductivité thermique des matériaux	29
I-9. 1. Conductivité thermique .Ses valeurs expérimentales.....	30

CHAPITRE II MODÉLISATION MATHÉMATIQUE DU SOUDAGE

II-1.Introduction	31
II-2. Étude phénoménologique du soudage	32
II-2.1. Équation de la chaleur	32
II.2.2 Conditions d'univalance	32
II-3. Modélisation de la source de chaleur en soudage à l'arc	35
II-3.1.Distribution surfacique de l'intensité de flux thermique pour divers type de sources de chaleur	37
II-4. Méthodes principales de résolution de l'équation de la chaleur en régime instationnaire	41
II-4.1. Introduction	41
II-4.2. Méthode de séparation des variables	42
II-4.3. Méthode de transformation intégrale	44
II-4.4. Méthode des sources thermique ou ' Jaeger's classical heat source method'	46
II -4.4.1. Introduction	46
II -4.4.2. Source ponctuelle instantanée	46
II -4.4.3.Source linéaire instantanée de puissance Q à $t = t_i$, parallèle à l'axe z passant par le point (x', y')	48

Chapitre III RÉSOLUTION ANALYTIQUE DES ÉQUATIONS

GÉANT LE PROCÉDÉ DE SOUDAGE TIG

III.1. Introduction	49
III.2. Solution pour une source ponctuelle mobile.....	49
III.3.Solutions pour des sources de chaleur planes (surfaiques) et mobiles.....	53
III.3.1.Solution pour le cas d'une source circulaire mobile	55
III.3.2 .Solution pour le cas d'une source elliptique mobile	56

CHAPITRE IV : RÉSULTATS ET INTERPRÉTATION

IV.1 . Introduction	58
IV.2.présentation des cycles thermiques	58
a). source ponctuelle(solution de Resenthal)	58
a.1 Régime permanant	59
a.2 Régime quasi-stationnaire	60
a.3 Régime transitoire	63
b) .source surfacique	65
b.1.source circulaire avec une distribution uniforme du flux thermique	65
b.2.source circulaire avec une distribution Gaussienne du flux thermique	66
b.3.source elliptique avec une distribution Gaussienne du flux thermique	67
CONCLUSION GÉNÉRALE.....	70

Nomenclature

E	L'énergie fournie à l'arc	(J/m)
U	Tension de l'arc électrique	(V)
I	Intensité de courant	(A)
V_s	Vitesse de soudage	(m/s)
η	Rendement de l'arc	
{	Flux de chaleur transmis par convection	(W)
h	Coefficient de transfert de chaleur par convection	(Wm ⁻² K ⁻¹)
S	Surface	(m ²)
T	Température	(K)
V_p	facteur d'émission de la surface	
†	Constate de Stephan Boltzmann	(Wm ⁻² K ⁻⁴)
Q_t	Quantité de chaleur	(J)
Q	Flux thermique	(J/s)
q	Densité du flux thermique	(J/s m ²)
}	Conductivité thermique	(W/m.K)
...	Masse volumique	(Kg/m ³)
C	Chaleur massique	(J/Kg.K)
Γ	Diffusivité thermique	(m ² /s)
x, y, z	Coordonnées cartésiennes	(m)
t, ‡	temps	(s)
A_{pl}, A_{ell}, A_c, A_{rec}A_{sql}	Surface de la source thermique	(m ²)
q_{pl}, q_{ell}, q_c	Flux de chaleur pour différents	(J/s)
q_{rec}, q_{sql}	types de source thermique	
X,Y,Z	Coordonnées du repère mobile	(m)
R	Distance entre la source thermique et le point de contrôle	(m)

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les problèmes d'assemblage sont très anciens, depuis le temps très historique l'homme a cherché à concevoir des assemblages pour créer des produits répondants à des fonctions bien précises ; À l'heure actuelle presque tous les produits manufacturés comporte un assemblage et la qualité de ce produit dépend en grande partie de la qualité de cet assemblage.

L'assemblage constitue le point faible de la construction, quel que soit la technique utilisée, à cause des défauts introduits lors de sa réalisation (fissure dans le cas du soudage, par exp.), de la faiblesse des liaisons (cas du collage par exemple) et des effets de concentration des contraintes (perçage des pièces pour un rivetage, par exemple)

Parmi les procédés d'assemblage, le soudage qui tient une place de premier pour des multiples applications dans des secteurs industriels aussi nombreux que variés (aéronautique, nucléaire, naval etc...). La compréhension de ce procédé requiert un investissement à la fois scientifique et technologique.

Les techniques de soudage sont en pleine évolution, pour ne pas dire révolution. Si les premières réalisations soudées ou brassées remontent à l'âge de bronze, ce n'est que depuis le début du 20^{ième} siècle que la maîtrise d'un arc électrique permet de réaliser la fusion puis la solidification de matériaux pour constituer un assemblage dit par soudage.

Parmi l'ensemble des procédés, le soudage TIG (*Tungstène Inert Gaz*) qui nous intéresse dans notre étude où il est utilisé pour des réalisations délicates qui requièrent des qualités d'assemblage optimales. Il met en jeu un arc électrique entre une électrode réfractaire de tungstène et les pièces à souder dans une veine d'argon. L'électrode et la zone fondue sont protégées contre la pollution ambiante par l'atmosphère inertielle. Le soudage TIG est ainsi un procédé de prédilection dans des secteurs aussi variés que l'aéronautique, le nucléaire les industries chimiques et agro-alimentaires. Il est plus particulièrement adapté aux épaisseurs faibles et moyennes, inférieures à 5/6mm, car les vitesses d'exécution pour les épaisseurs supérieures sont moindres que dans les autres procédés. Il apporte une très grande précision de soudage, une homogénéité du bain de fusion et permet d'obtenir une esthétique de cordon.

La compréhension d'un tel phénomène physique nécessite une modélisation dite mathématique, qui est basée sur des lois de la physique, ces lois mènent à des équations différentielles ou dérivées partielles ou bien des systèmes d'équations différentielles. On peut obtenir plusieurs modèles mathématiques pour le même problème physique, le degré de simplicité (complexité), qui sont en fonctions des hypothèses imposées. Dans ce problème par exemple (*de soudage TIG*), on peut adopter des hypothèses sur la

géométrie du bain (les mouvements de convection dans le bain, la chaleur latente de fusion ou de solidification, et la dépendance en température des propriétés thermophysiques du matériau sont négligés), de nombreux travaux sont destinés à la validation de ces hypothèses, évidemment il est montré par TISSOT. F Réf[5] que le comportement du bain autour d'un point de fonctionnement donné peut être simulé simplement à partir d'un modèle analytique limité au transfert de chaleur par conduction. Les travaux de la recherche dans cet axe ne cessent pas d'accroître dans le souci d'améliorer ces modèles mathématiques pour s'approcher mieux de la réalité et améliorer les résultats de prédiction, qui a un impact sur le gain économique.

Le but principal de notre travail est la recherche de la solution ANALYTIQUE de l'équation de la chaleur qui régie le procédé de soudage TIG avec un degré de difficulté (complexité) progressive. Les facteurs déterminants de ce dernier sont :

- la linéarité ou la non linéarité de l'équation
- la dimension du problème 1D, 2D ou bien 3D
- les conditions aux limites

Cette solution exacte bien qu'elle permet la compréhension de ce phénomène physique et aussi elle représente une base très proche pour la validation des résultats obtenus en simulation numérique par la méthode des éléments finis ou volumes finis, ainsi que pour prévoir l'ordre de grandeurs des paramètres recherchés (température, la largeur de la zone affectée thermiquement, la pénétration ...etc.) avant d'aborder à des problèmes plus compliqués, et d'étudier facilement l'influences des différents paramètres sur la répartition de la température en un point désigné.

Pour parcourir à cet objectif, on représente ce modeste travail de la manière suivante :

⌘ INTRODUCTION GÉNÉRALE

⌘ **CHAPITRE 1** présente des généralités sur le soudage plus particulièrement le procédé TIG.

⌘ **CHAPITRE 2** est consacré à la modélisation mathématique du problème considéré et la représentation des différentes méthodes de résolution analytique de l'équation de la chaleur géant le procédé TIG.

⌘ **CHAPITRE 3** a pour objet la résolution de l'équation de la chaleur en 2D avec un degré de complexité croissant.

⌘ **CHAPITRE 4** regroupe la représentation graphique des différents résultats (solutions) obtenues et leurs interprétations.

⌘ **CONCLUSION GÉNÉRALE** qui clôture le travail.

CHAPITRE I

GENERALITES SUR LE SOUDAGE

I.1 Introduction :

La réalisation des assemblages indémontables, en fabrication mécanique, utilise couramment les procédés de soudage. Ces techniques assurent la continuité des pièces à assembler contrairement au rivetage, sertissage, collage ou boulonnage qui présentent, des discontinuités physiques ou chimiques.

Le champ d'application du soudage ne se limite pas aux matériaux métalliques puisque l'on soude du verre, des céramiques ou des pièces plastiques. Dans le cas particulièrement important des matériaux métallique, cette technique d'assemblage peut être clairement définies comme suit :

Le soudage c'est un procédé consistant à réunir deux ou plusieurs parties constitutives d'un assemblage, de manière à assurer la continuité (chimique et mécanique...etc.) entre les parties à assembler soit par chauffage (avec ou sans fusion du matériau), soit par intervention de pression, soit par l'un et l'autre, avec ou sans emploi d'un métal d'apport dont la température de fusion est de même ordre de grandeur que celle du matériau de base.

I.2. Classification des procédés de soudage: Réf [4]

Il existe de nombreux procédés de soudage dont les principes et la mise en œuvre sont très différents. Pour les uns l'assemblage est obtenu par fusion locale des éléments à assembler, pour d'autres, la continuité métallique est obtenue sans fusion par effets purement mécaniques.

On peut aisément classer ces procédés en fonction des énergies mis en œuvre comme ils sont récapitulés dans la **(figure I.1)**.

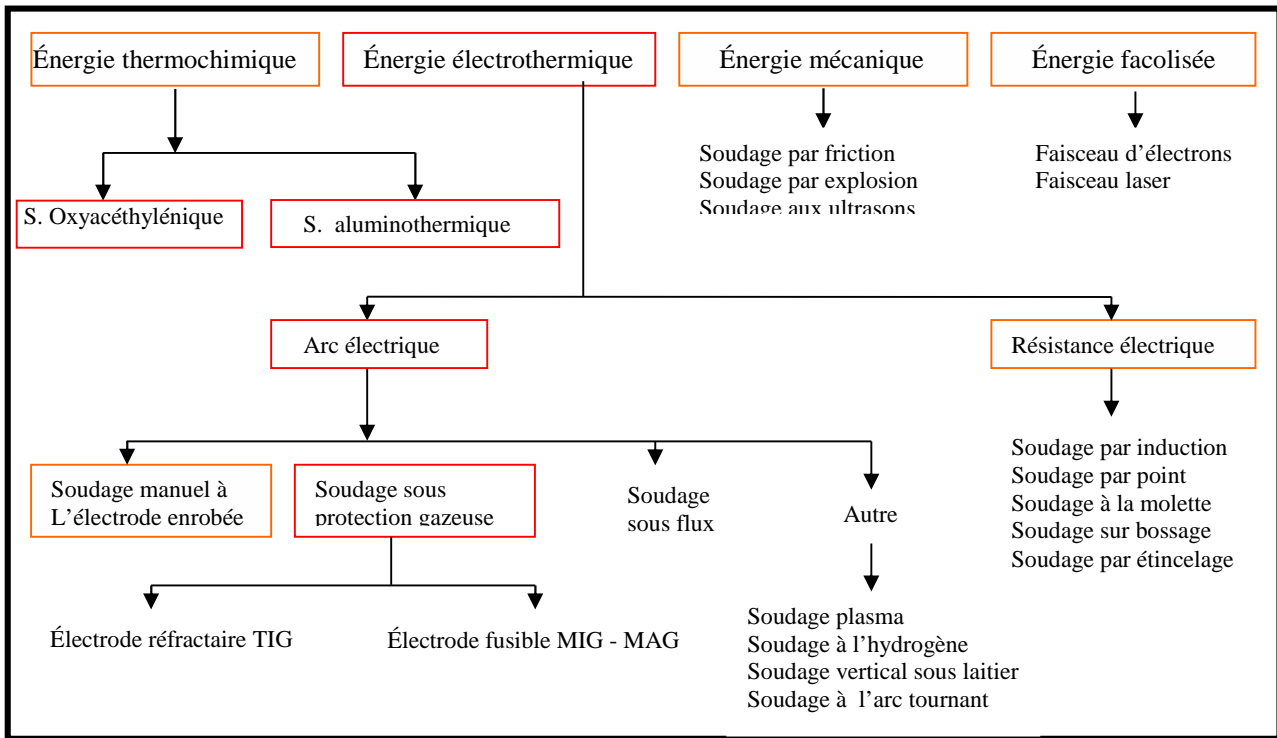


Fig. I.1 : classification des procédés de soudage

La conséquence directe de cette classification est la comparaison des énergies des différentes Sources. Notons qu'il est préférable aussi d'utiliser la notion d'énergie spécifique (énergie par unité de surface) pour comparer les différents procédés entre eux (Fig.I.2).

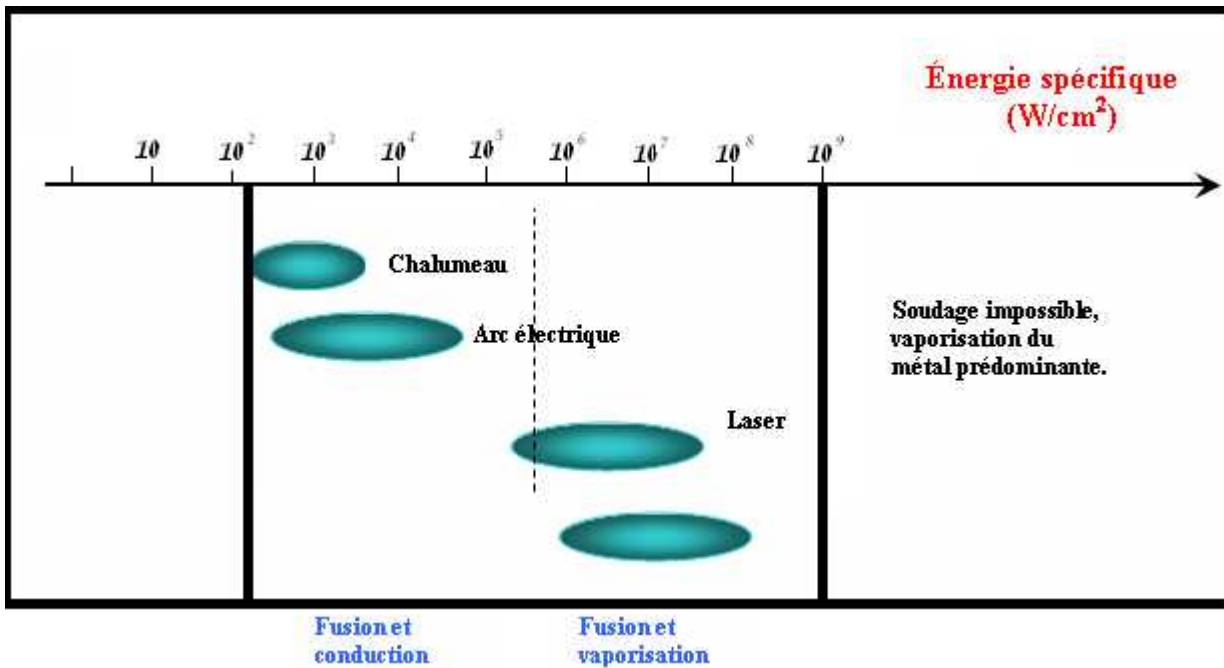


Fig. I.2 : sources thermiques et densités de sources

Il ressort alors que les procédés à l'arc électrique ont des densités d'énergie moyennes et que leur rendement va varier suivant que : l'on a ou non transfert de métal. En effet, ce dernier facteur va nettement conditionner le rendement d'arc mais surtout le taux de dépôt de Métal, Qui est un critère de production important dans le choix du procédé pour une réalisation donnée.

I-3. L'arc électrique en soudage : Réf [4]

I-3-1. Définition :

Un arc électrique est un passage d'un courant électrique visible dans un milieu isolant (gaz, vide...). La découverte de ce phénomène est due au chimiste et physicien anglais *sir Humphry Davy* en 1813.

L'arc est le résultat d'une différence de charge électrique de deux matières conductrices séparées par un matériau isolant (généralement un gaz). Cette différence de potentiel provoque, dans certaines conditions, une ionisation de la matière isolante transformant celle-ci en quasi supraconducteur, avec création d'un plasma.

L'établissement d'un arc électrique peut être favorisé par émission thermoïonique, en particulier dans le vide, par échauffement des électrodes conductrices, en particulier dans le vide, par échauffement des électrodes conductrices.

L'écoulement du courant dans la matière ionisée émet un rayonnement de lumière visible à dominante bleue et plus particulièrement dans l'ultraviolet, le rendant particulièrement agressive pour les yeux.

Dans l'air, cette ionisation et l'écoulement qui s'ensuit engendrent des bruits, en particulier un claquage dû à la détente violente de celui-ci, surchauffé brutalement par l'arc.

I-3-2. Description de l'arc électrique :

On distingue classiquement trois zones dans l'arc électrique qui sont la chute anodique, la chute cathodique et la colonne d'arc. L'explication de chacune de ces trois zones permet de comprendre les principes qui régissent le transfert des électrons. (**fig .I.3**).

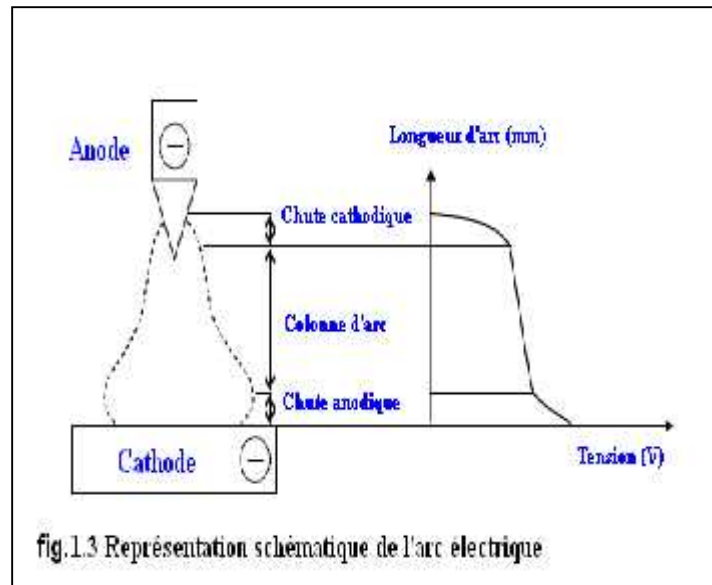


fig.1.3 Représentation schématique de l'arc électrique

L'anode et la cathode ont des caractéristiques similaires par plusieurs aspects. Elles présentent toutes les deux une chute de tension qui a lieu sur de très courtes distances conduisant à des champs électriques localement très importants (pouvant atteindre 10^9V/m à la cathode contre 10^3V/m dans la colonne d'arc).

I-3-2.a Chute cathodique :

C'est la zone d'émission des électrons qui peut se faire selon deux modes distinctes appelés émission thermoïonique ou émission non thermoïonique (autrement nommée cathode froide).

- **Émission thermoïonique** : est la conséquence de l'échauffement de la cathode par effet joule. A l'extrémité de la cathode, l'énergie des électrons dépasse la fonction de travail de l'électron (énergie nécessaire pour arracher un électron).
- **Émission non thermoïonique** : l'arc électrique crée un champ électrique très intense (dépassant 10^9 V/m). Ce champ très intense arrache les électrons de la cathode « froide ».

Cette configuration est utilisée quand l'on favorise le décapage et que l'on minimise l'apport thermique à la pièce.

Cette chute cathodique est définie par une couche très mince ($\sim 10^{-8}\text{m}$) située à proximité de la cathode et caractérisée par une charge d'espace positive et une chute de

tension variant entre 10 et 20V selon le matériau constituant la cathode et le milieu gazeux.

I-3-2.b Chute anodique :

C'est la zone d'émission des porteurs des charges ou bien les ions, deux mécanismes sont à l'origine de la production des ions.

- **Ionisation de champ** : les électrons qui se déplacent de la colonne vers la zone de chute subissent une accélération telle qu'ils acquièrent une énergie suffisamment grande pour ioniser un atome neutre.
- **Ionisation thermique** : dans la plupart des cas, son rôle est plus important, la température de la zone de chute s'élève par suite de la contraction de l'arc du côté de l'anode, ce qui provoque un accroissement de l'ionisation.

La chute anodique est définie par une couche très mince ($\sim 10^{-7}\text{m}$) à la frontière entre l'anode et la colonne d'arc. Cette couche est le siège d'un champ électrique très puissant (10^7V/m) causé par une charge d'espace négative. La chute de tension varie entre 1 et 10V, selon la nature du gaz de protection et la composition chimique de l'anode.

I-3-2.c Colonne d'arc :

La colonne d'arc est, par définition, la partie située entre la chute cathodique et la chute anodique. Elle est composée de particules neutre (atomes, molécules) et charges (ions, électrons) qui constituent un plasma.

La colonne d'arc est électriquement neutre. Chaque unité de volume contient des nombres égaux de porteurs de charge électrique positive et de porteurs de charge négative. Il en résulte qu'un champ électrique constant est présent dans la colonne d'arc.

I-4. Bilan énergétique dans l'arc électrique :

L'arc électrique est le lieu de nombreuses transformations et interactions des éléments en présence dont le bilan énergétique est fortement exothermique. Une partie seulement de l'énergie générée dans l'arc sert à fondre les bords des pièces à assembler et

éventuellement le métal d'apport si celui-ci est utilisé. Le rendement du procédé

$y = \frac{Q}{UI}$ est de l'ordre par exemple de 60% pour le procédé TIG.

Le rendement énergétique de l'arc varie en fonction :

- Du procédé de soudage.
- De la nature du courant.
- De la nature du matériau que ce soit l'électrode ou la pièce à souder.
- La géométrie de la pièce à souder.

Une grande majorité de l'énergie apportée à l'anode 85% provient de contribution des électrons, le complément étant d'origine thermique.

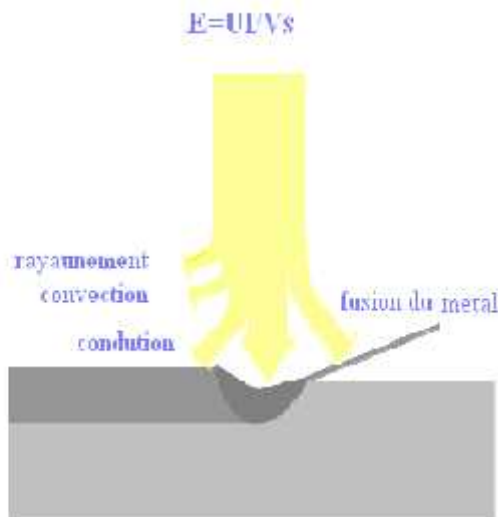


Fig 1.4 Schéma de répartition énergétique de l'énergie de l'arc électrique

E : c'est l'énergie fournie à l'arc, elle s'exprime en (J/m) .

U : la tension de l'arc en volt (V) .

I : c'est le courant de l'arc en (A) .

V_s : la vitesse de soudage (m/s) .

y : le rendement de l'arc.

I-5. Le soudage au gaz à l'arc électrique sous protection gazeuse avec électrode réfractaire en tungstène :

I-5-1. Introduction :

Le premier brevet **TIG** est déposé aux USA en 1924, et c'est à partir de 1942 qu'il est utilisé pour le soudage des sièges d'avions en magnésium Réf [17].

Le mot **TIG** est un acronyme qui signifie « Tungstène Inert Gaz ». Il définit un procédé de soudage également appelé « Gas Tungsten Arc welding » (**GTAW**) en langue anglo-américaine, pour lequel la fusion des bords à assembler est obtenue par la création d'un arc électrique.

Le procédé **TIG** est aujourd'hui employé sur n'importe quel matériau, du magnésium aux inox, en passant par tous les aciers, les alliages de cuivre et autres alliages d'aluminium. Le principal domaine d'utilisation du **TIG** couvre des épaisseurs faibles, il est, en effet, très rare de souder en **TIG** des épaisseurs supérieures à 6 mm.

I-5-2. Principe :

Le soudage à l'arc au tungstène est un procédé qui utilise un arc électrique entre une électrode réfractaire de tungstène et la pièce à souder. Un gaz inerte protège la zone de métal en fusion contre l'air ambiant durant le soudage.

Le métal d'apport peut être ou ne pas être utilisé. Lorsque l'on a besoin de métal complémentaire, on utilise une baguette d'apport qui vient alimenter le bain de fusion remplissant ainsi le joint à souder. La technique de soudage utilisée est la même que pour le procédé de soudage oxyacétylénique. Pendant qu'une main tient la torche pour amener le métal de base en fusion, l'autre tient la baguette et alimente le bain de fusion. **(Fig. I.5.a ; Fig.I.5.b).**

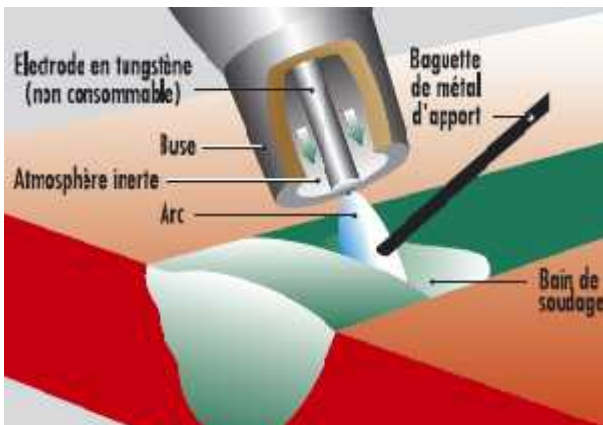


Fig.I.5.a : description du procédé "TIG"

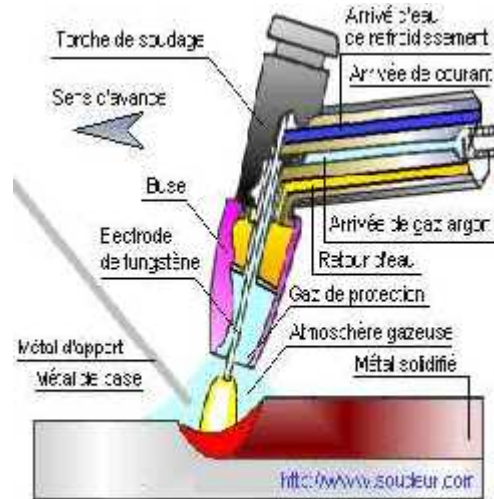


Fig.I.5.b : Principe de la soudure "TIG"

En résumé, on peut ainsi décrire ce procédé comme suit : un arc est amorcé entre l'extrémité d'une électrode réfractaire (tungstène) et la pièce à souder et provoque la fusion du métal de base. Une buse, concentrique à l'électrode, canalise un gaz inerte qui isole de l'atmosphère extérieure l'arc et le bain de métal en fusion. Le métal d'apport à d'ordinaire la forme de baguettes pour la torche manuelle ou de fil embobiné lorsqu'on veut un apport automatique.

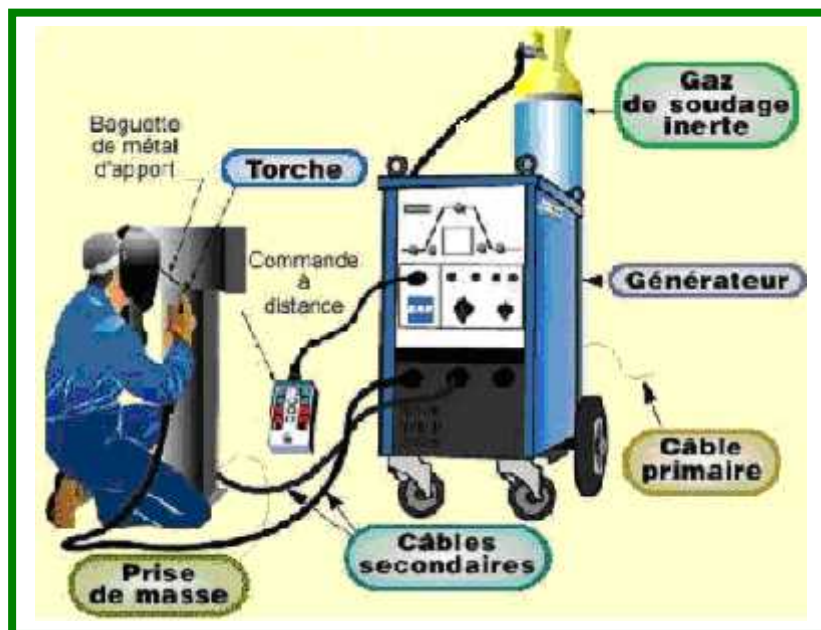


Fig.I.6 : Poste de soudage TIG



Fig.I.7 : Schéma type d'une installation manuelle du soudage TIG

I-5-3 La torche :

La torche a pour fonction de maintenir l'électrode de tungstène, de canaliser le gaz protecteur et d'assurer une continuité du courant pendant le soudage. Il existe plusieurs types de torches pour soudage à l'arc électrique avec électrode réfractaire sous protection gazeuse. Mais on en compte deux catégories: les torches refroidies par liquide et les torches refroidies par gaz (air).

Les torches refroidies à gaz servent au travail léger ou les ampérages ne dépassent pas 150 A. **FigI.8.**

Les torches refroidies à l'eau servent généralement au travail plus lourd, où il faut des ampérages de plus de 150 A **Fig.I.9.**



Fig. I.8. Torche refroidie à gaz

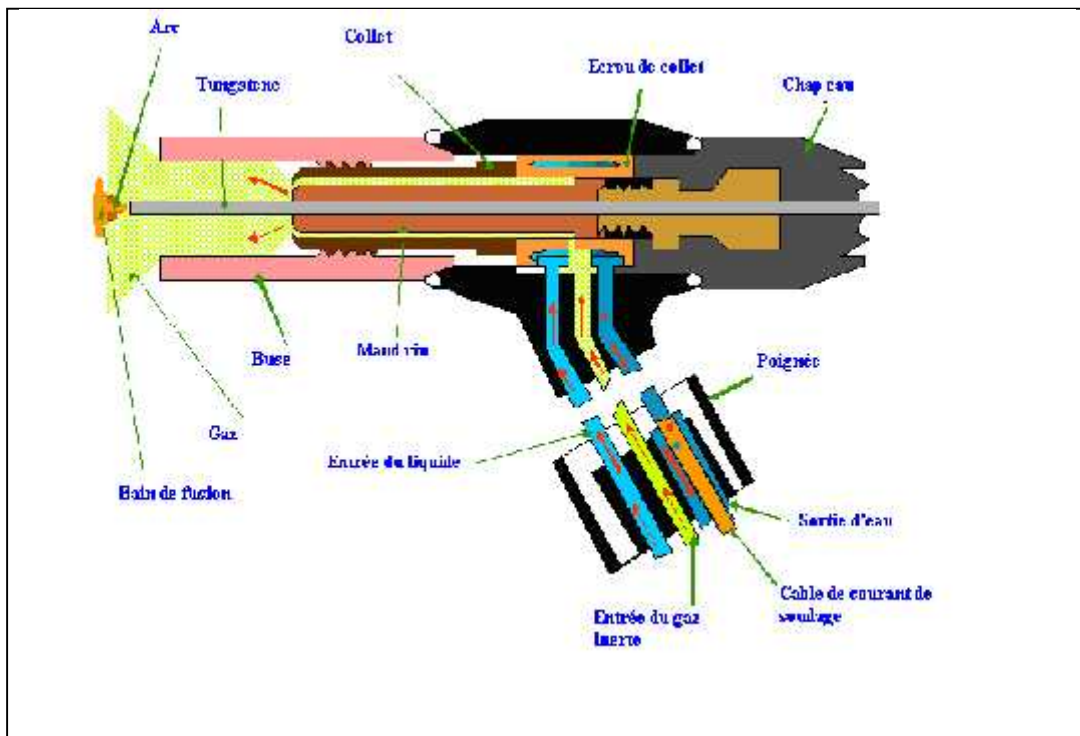


Fig.I.9 Torche refroidie par liquide

I-5-4 Caractéristiques du courant de soudage : Réf [19]

a. Courant continu :

Le courant continu, peut être utilisé en polarité négative ou positive. On sait que, pour la polarité négative, la prise à la masse est à la borne positive. De cette façon, les électrons passent de l'électrode (Tungstène) vers la pièce à souder en concentrant la chaleur sur le joint.

a.1) Polarité normale:

En courant continu à la polarité normale les électrons frappent la pièce à souder à une grande vitesse, créant ainsi un effet de chaleur intense sur la pièce.

La pièce se fusionne rapidement à cause de la grande quantité de chaleur qu'elle reçoit. Les ions de gaz inerte sont à ce moment dirigés vers l'électrode négative à une vitesse relativement lente. La polarité négative en courant continu ne donne aucun effet de nettoyage pour enlever les oxydes des métaux.

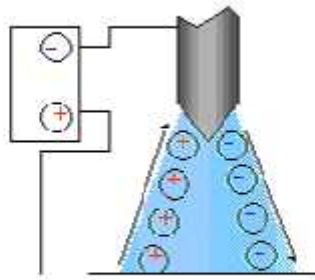


fig.I.10 courant continu polarité normale (CCPN)

a.2) Polarité inverse :

Pour la polarité positive, c'est l'électrode qui est positive et la masse qui est négative. Les électrons circulent de la pièce vers l'électrode.

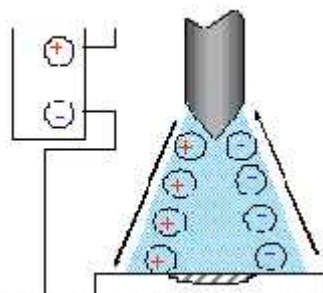


fig.I.11-courant continu polarité inversée (CCPI)

En polarité inversée, c'est l'électrode qui reçoit une grande quantité de chaleur au lieu de la pièce. La chaleur a tendance à fusionner le bout de l'électrode de tungstène. À cause de ce surplus de chaleur, il faut utiliser un diamètre d'électrode plus grand à polarité inversée qu'à polarité normale. La pénétration est peu profonde.

Cette dernière caractéristique est souhaitable pour les parois minces. Une autre importante caractéristique est l'effet nettoyant en polarité inversée sur certains métaux, tels le magnésium le béryllium et le cuivre. En effet, les ions de gaz inerte viennent de frapper la surface de la pièce et leur énergie cinétique brise le film d'oxyde. Il y a un fort effet de nettoyage du bain de fusion. L'effet de nettoyage est aussi attribuable au mouvement des électrons en quittant la pièce.

b. Courant alternatif à haute fréquence :

Le soudage en courant alternatif réunit à la fois les deux caractéristiques du courant continu. Pendant l'alternance positive, il y a un fort effet de nettoyage du bain de fusion, et pendant l'alternance négative, la chaleur est plus concentrée dans le bain de fusion, ce qui a pour effet d'augmenter la pénétration.

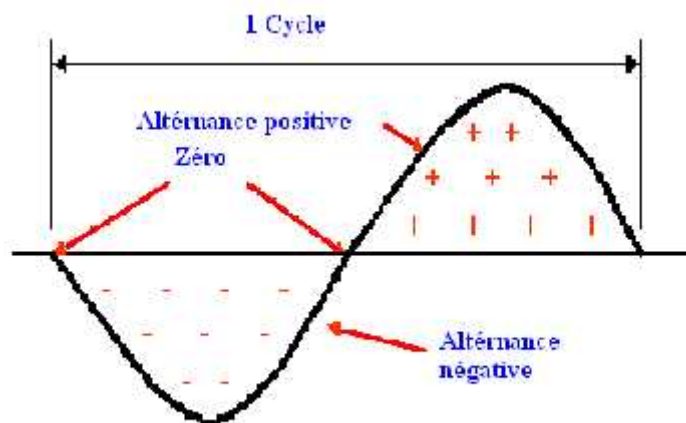


fig.I.12 .Fréquence normale du courant alternatif

Le tableau (I.1) montre l'influence de ces derniers facteurs sur la qualité de la soudure




	Courant continu Polarité normale	Courant alternatif	Courant continu Polarité inversée
Caractéristiques de pénétration			
Action nettoyante des oxydes	Nulle	Oui, une fois tous les demi-cycles	Oui
Répartition de la chaleur dans l'arc	70 % à la pièce 30% à l'électrode	50 % à la pièce 50 % à l'électrode	30 % à la pièce 70% à l'électrode
Pénétration	Étroite et Profonde	Moyenne	Large et peu profonde

Tableau (I.1).Influence du type de courant et de la polarité.

Remarque :

La nature du courant électrique est fonction des matériaux à assembler :

- * Courant continu avec l'électrode au pôle négatif pour le soudage de l'ensemble des matériaux hormis les alliages d'aluminium (les aciers et l'inox).
- * Courant alternatif pour le soudage des alliages d'aluminium, l'effet mécanique de l'inversion des polarités du courant favorise l'élimination de la couche d'alumine (Al₂O₃), qui recouvre toujours ces alliages et qui est difficile de fondre.

I-5-5 Les gaz de protection en soudage TIG : Réf [19]

L'Argon et l'Hélium sont les gaz inertes les plus couramment employés dans le procédé TIG. Cependant, on recommande particulièrement l'argon car il convient à une grande variété de métaux, et car sa tension d'ionisation est plus faible que celle de l'Hélium , l'amorçage de l'arc est plus facile ,de plus le débit nécessaire est très inférieur à celui de l'Hélium pour un travail donné . On a besoin entre deux et trois volumes d'hélium comparativement à un seul volume d'argon pour obtenir la même protection.

L'Argon est un gaz inerte qui ne s'allume pas, ne nourrit pas la combustion et ne réagit chimiquement à aucun autre élément. Il est sans couleur, sans odeur et est présent à 0.93% dans l'atmosphère.

Voici des exemples de mélanges de gaz de protection employés communément pour le soudage **TIG**:

- 50% d'argon et 50% d'hélium pour des épaisseurs moyennes.
- 25% d'argon et 75% d'hélium pour les grandes épaisseurs d'éléments possédants une forte conductivité thermique tels que l'aluminium et le cuivre.

Un apport d'hydrogène peut également s'avérer bénéfique sous certaines conditions.

Le recours à ces mélanges et à d'autres mélanges permet des vitesses rapides de soudage. En même temps, ces mélanges éliminent des problèmes tels qu'une pénétration superficielle, un mauvais nettoyage et une grande consommation de gaz.

I-5-6 Domaine d'application :

Le procédé de soudage à l'arc au tungstène est surtout utilisé pour le soudage des tôles minces mais plus particulièrement pour tous les métaux non ferreux. Parmi ces métaux, mentionnons le magnésium, l'aluminium, le cuivre et leurs alliages, ainsi que pour l'acier inoxydable, et les aciers au carbone de différentes épaisseurs. On emploie le procédé dans la construction aéronautique, pour souder les objets minces, pour le petit diamètre et la tuyauterie de mince mur, les ustensiles de cuisine, les réservoirs, les citernes, les carrosseries, les cabines de camions. Le procédé est souvent employé pour faire la racine ou la première passe de soudage pour la tuyauterie de diverses tailles Fig.I.13, dans les travaux d'entretien et de réparation, le procédé est généralement employé pour réparer les outils dans les industries alimentaires est chimique, pour les échangeurs de chaleur, les pièces décoratives et bien d'autres encore.



Fig.I.13- Tuyère d'une soufflerie subsonique



Fig.I.14- Tuyère d'éjection d'un turboréacteur

I-5-7 Avantages et inconvénients :Réf [18]

I-5-7-a) Avantages :

- La qualité visuelle d'une soudure TIG est excellente (*homogénéité du bain de fusion et permet d'obtenir une esthétique de cordon*). **Fig.I.1 5**
- Le procédé ne requiert que peu et même parfois aucun nettoyage après la soudure.
- Le procédé convient à presque tous les métaux. Le dépôt de soudure est très dense et le procédé permet d'exécuter les soudures sans porosité même sur des métaux difficilement soudables, tels les alliages de titane et le zirconium. le procédé est idéal aussi pour effectuer des réparations sur de petites séries de fabrication des pièces.
- La compacité de la torche permet de souder dans des endroits difficilement accessibles pour d'autres procédés.
- Le chauffage des pièces s'effectue sur une petite surface, le bain de fusion est étroit et la vitesse de soudage, relativement élevée
- En raison du gaz inerte, on peut dire que les émanations de vapeur et de fumée toxique sont éliminées dans la plupart des cas.



Fig.I.15. Images montrant la qualité de soudure par le procédé TIG

I-5-7-b) inconvénients :

Procédé de soudage lent, il nécessite souvent les deux mains du soudeur. De plus, il n'est pas vraiment avantageux pour le soudage sur tôles épaisses. Il exige un équipement plus considérable que certains autres procédés comme le **SMAW**, par exemple.

- Équipement dispendieux.
- Prix élevé de la soudure à cause du gaz de protection et du coût de l'équipement.
- Déformations des pièces soudées.
- Le procédé s'automatise assez difficilement, il nécessite une bonne dextérité du soudeur (pour certains assemblages l'électrode est à 1 mm de la pièce).

I-6. Synthèse sur d'autres procédés de soudage :**I-6-1. Soudage à l'arc avec électrode enrobée :** Réf [4]

Le soudage à l'arc avec électrode enrobée (**SAEE**), appelé soudage manuel à l'arc, (*manual arc welding, shielded metal arc welding process*) en langue anglo-américain.

Le cordon est obtenu à partir d'un arc électrique s'établissant entre les pièces à souder et une électrode fusible **Fig.I.14**. Le montage est réalisé de telle manière que les électrons circulent de la tôle vers l'électrode, c'est-à-dire en polarité inverse. Il y a alors consommation de l'anode qui est constituée d'une âme métallique et d'un enrobage. L'âme, sous forme de gouttelettes, intervient en tant que métal d'apport et l'enrobage participe à la protection du bain de fusion de la pollution par l'oxygène et l'azote contenu dans l'air ambiant en générant une atmosphère gazeuse entourant le métal en fusion.



Fig. I.14-schéma d'une électrode enrobée

L'enrobage dépose, lors de sa fusion, un laitier protecteur sur le dessus du cordon de soudure. Ce laitier protège le bain de fusion de l'oxydation et d'un refroidissement trop rapide.

L'enrobage a aussi un rôle électrique. Il assure l'amorçage et la stabilité de l'arc par son action ionisante. Il peut éventuellement avoir un rôle métallurgique en apportant les éléments d'addition au métal de base.

Types d'enrobage : Réf [14]

Selon les réactions intervenant dans le bain de soudure, on ramène les différents types d'enrobage à cinq grandes classes qui, du fait de certains composants, présentent chacune des caractéristiques majeures et dont les plus importantes sont :

- Enrobage acide (*symbole A ou RA*) : réservé à des aciers de bonne soudabilité.
- Enrobage basique (*symbole B ou AB*) : courant continu, laitier facile à détacher.
- Enrobage cellulosique (*symbole C ou RC*) : forte pénétration, arc relativement instable, bonnes caractéristiques mécanique des soudures.
- Enrobage rutile (*symbole R ou RR*) : le rutile est l'oxyde de titane TiO_2 , stabilisation de l'arc en alternatif et en continu, pénétration moyenne, bonnes caractéristiques mécanique des soudures.
- Enrobage oxydant (*symbole O*) : la stabilisation de l'arc en alternatif et en continu, faible pénétration, belle apparence du cordon, travaux courants.

I-6-2.Soudage semi-automatique MIG et MAG : Réf [14]

Description du procédé :

La figure I-17 représente une installation de soudage semi automatique, le procédé que l'on désigne également par les expressions MIG et MAG selon que le gaz est respectivement inerte ou actif, (*Metal Inert Gas et Metal Active Gas*) Dans les pays anglo-saxons. on utilise aujourd'hui de préférence et indifféremment les expressions suivantes : *semi-automatic arc welding, gas metal arc welding ou GMA, gas shielded arc welding process*.

Le soudage semi-automatique s'apparente par le fil électrode au soudage sous flux. Bien que parfois actif, le gaz de protection joue un rôle métallurgique plus restreint que le flux mais simplifie la mise en œuvre du procédé.

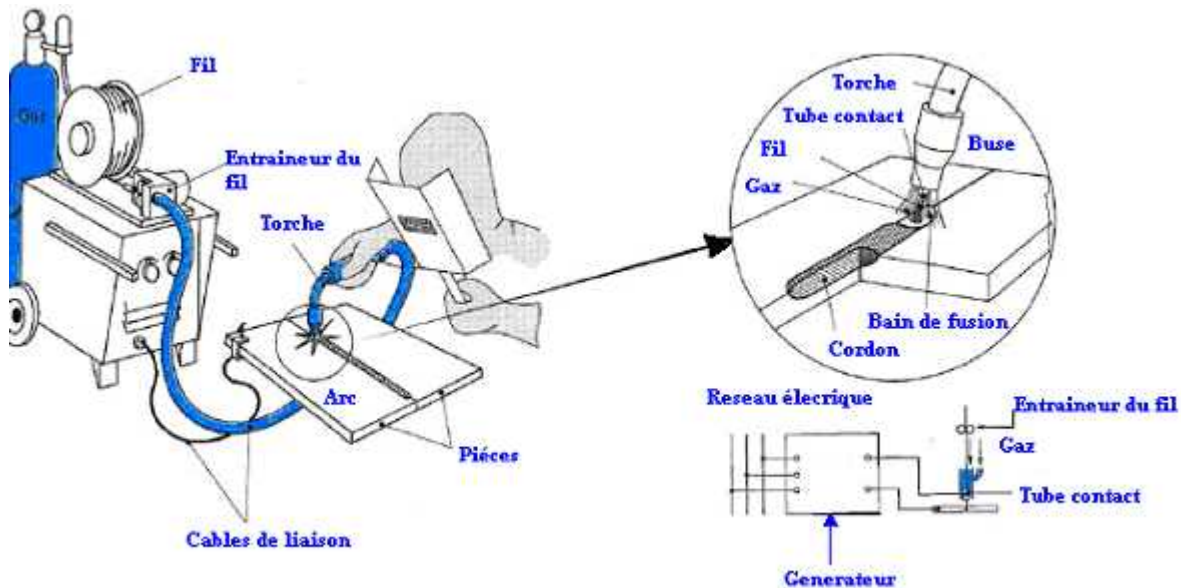
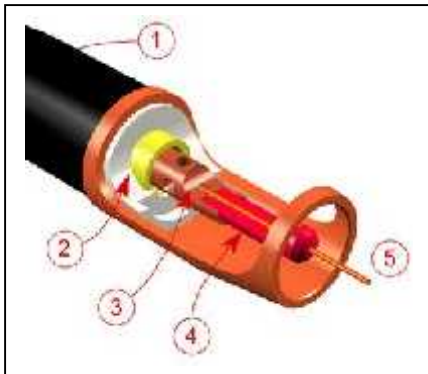


Fig.1.17- soudage semi-automatique (MIG/MAG)

L'appareillage comporte: une source de courant continu, un ensemble de dévidage d'une bobine de fil constitué par un dévidoir et un entraîneur, une bouteille de gaz avec détendeur et débitmètre, une torche spécifique du procédé et divers accessoires.

L'arc étant visible, les accessoires de protection sont identiques à ceux du soudage à l'électrode enrobée.

La torche a pour rôle de guider le fil sur la soudure et d'amener le courant à son extrémité par un tube-contact. lors du soudage, l'appui sur la gâchette commande l'ouverture automatique de la vanne de gaz, la fermeture du contacteur qui met le générateur sous tension faisant apparaître la tension à vide, et également le moteur de l'entraîneur qui dévide le fil. L'arc s'amorce au contact électrode-pièce et la fusion s'installe instantanément pour former le cordon.



Éclaté d'une torche de soudage MAG / GMAW.

- (1) Tête de torche de soudage
- (2) Isolant électrique (pièce en blanc) et embout de vissage du tube- contact (pièce en jaune)
- (3) Diffuseur de gaz
- (4) Embout du tube contact
- (5) Buse métallique

Fig.1.18-L'embout de la torche de soudage MIG / MAG

L'avance du fil électrode à vitesse constante, conjuguée avec la caractéristique horizontale du générateur, rend le fonctionnement de l'arc et le processus de fusion indépendants de l'opérateur dont le seul rôle ne réside plus que dans le guidage du cordon sur le joint, d'où le caractère semi-automatique du soudage manuel.

Le cordon ne se recouvre d'aucun laitier après soudage, c'est l'un des avantages de ce procédé qui peut s'exécute dans toutes positions.

Le soudage semi-automatique peut s'automatiser facilement. Il peut s'appliquer la presque totalité des matériaux soudable sans grande difficulté pour ce mettre en œuvre, de là son intérêt dans tous les domaines industriels.

I-6-3. Soudage sous flux en poudre : Réf[14]

Description du procédé :

Le soudage à l'arc sous flux en poudre (SAFP) constitue l'automatisation du soudage à l'électrode enrobée. Il associe en effet un fil électrode fusible, dérivé d'une bobine, avec une protection obtenue par des vapeurs provenant d'une poudre composite comparable à l'enrobage et apportée directement dans la zone d'arc, mais indépendamment de l'électrode.

Cette disposition permet de réaliser des soudures ininterrompues multihoraires. Ce procédé et aussi appelé soudage à l'électrode submergé (*submerged arc welding process* ou *SAW*) .

Le soudage sous flux conduit d'une manière presque exclusivement automatique avec des installations dont le principe est représenté dans la **fig.1-19** et qui comporte essentiellement :

- _ Une tête de soudage regroupant la torche proprement dite, l'entraîneur du fil, le dévidoir recevant la bobine de fil, la trémie de poudre et son conduit à la torche.
- _ Une source de courant continu ou, dans certains cas alternatif.
- _ Un coffret d'automatisme et des accessoires.

Comme dans toute automatisation, la tête de soudage sous flux est fixée sur un mécanisme selon les deux variantes essentielles : tête fixe, pièce mobile ou inversement. Ainsi que l'indique la figure, le courant est amené à l'électrode fusible par le tube-contact ou guide-fil, sur les parois duquel elle frotte en permanence.

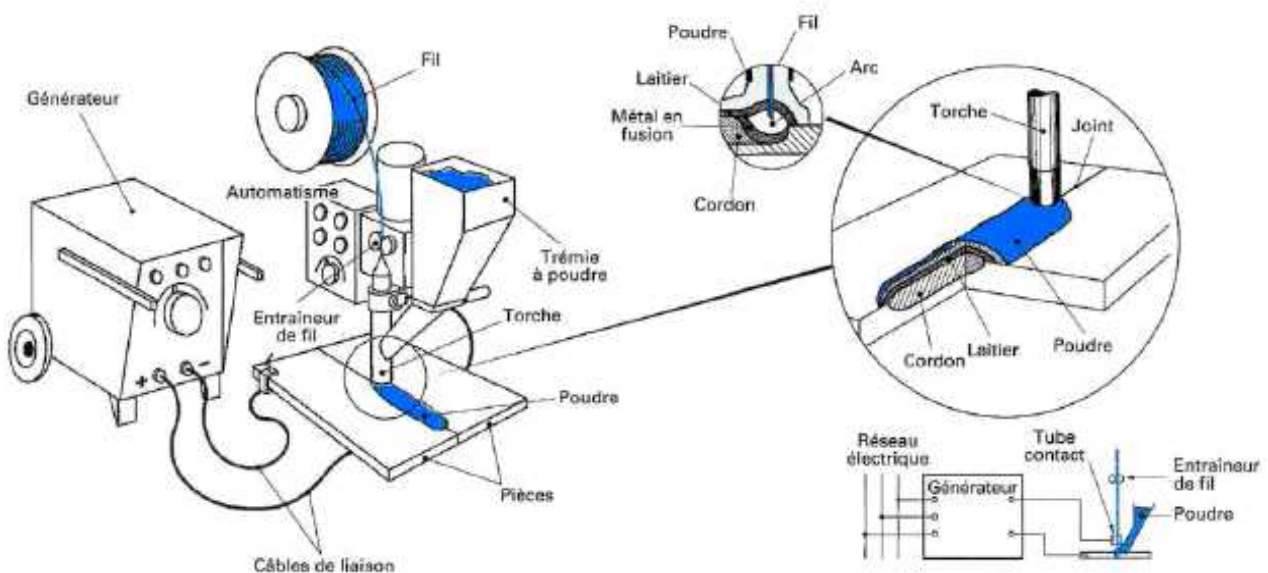


Fig.I.19- Soudage sous flux en poudre

I-6-4.Soudage au plasma : Réf [14]

Description du procédé :

Le soudage plasma est une extension du soudage TIG dont la densité d'énergie et la vitesse d'éjection du plasma sont plus importantes. Ceci est obtenu en forçant le plasma d'arc (créé entre une électrode de tungstène et la buse de constriction ou la pièce) à s'évacuer au travers d'un orifice par un jet de gaz (**Fig.I-20**).

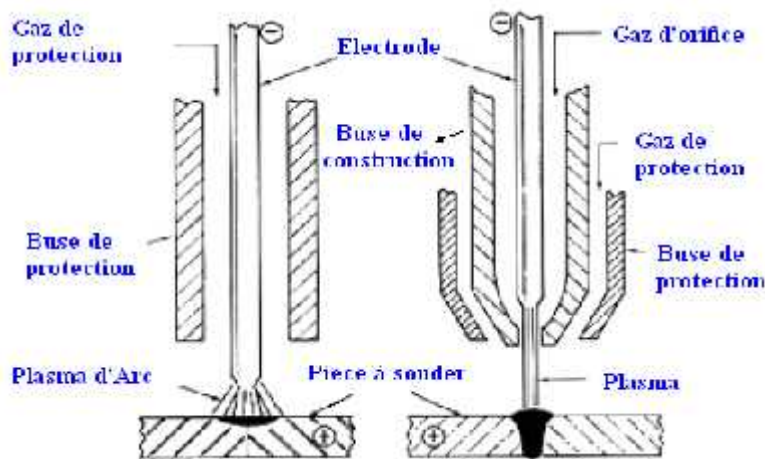


Fig. I. 20- Comparaison entre une torche TIG et une torche plasma

Le gaz sortant de l'orifice est ionisé par l'arc électrique et éjecté au travers de la buse de constriction pour former le jet de plasma. S'ajoute en plus un gaz de protection en périphérie de la buse, qui limite la pollution du bain métallique.

On distingue deux modes de fonctionnement appelés arc transféré ou arc non transféré, suivant que l'arc est réalisé entre l'électrode et la pièce à souder ou qu'il est établi entre l'électrode et la buse de constriction.

Le mode par arc transféré fournit une énergie incidente plus importante couplant l'énergie du plasma et de l'arc; c'est le mode couramment utilisé en soudage.

Le mode d'arc non transféré permet de ne pas faire entrer la pièce dans le circuit électrique (*soudage de pièces non conductrices*) mais fournit une énergie moins concentrée que précédemment; il est principalement utilisé pour la découpe.

Le jet de plasma a pour propriété d'être rigide et orientable. Contrairement à l'arc TIG qui est attiré par le conducteur le plus proche, il peut être dirigé par la torche. De plus, il subit d'une manière peu l'influence du champ magnétique extérieur et il est peu sensible à la variation de la longueur d'arc qui est critique dans le cas du soudage TIG.

Les densités de courants importantes et la concentration d'énergie conduisent à des températures au sein du plasma qui sont supérieures à celles présentes dans l'arc, il en résulte l'apparition d'un keyhole qui va favoriser la création de cordons étroits et pénétrants (**Fig.I.21**).

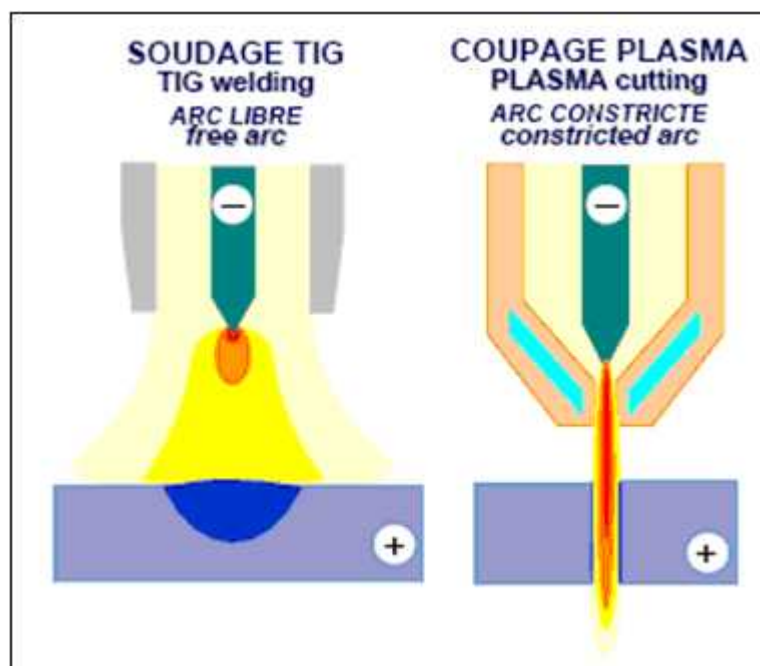


Fig.1.19 Distribution des températures dans l'arc.

I-7.Étude thermique du soudage : Réf [13]

I-7-1.Introduction :

L'étude thermique du soudage joue un rôle très important pour l'interprétation des phénomènes métallurgiques et thermo-mécaniques lors de l'opération, ainsi de prévoir les problèmes causés par ces phénomènes pour en tenir compte dans le choix de procédé du soudage et les modes opératoires.

I-7-2. La soudabilité :

a). Définition :

la soudabilité est la propriété d'un matériau qui permet, lorsqu'on emploie un procédé de soudage donné, d'obtenir un joint continu en appliquant un mode opératoire convenable.

Cette définition appelle les commentaires suivants :

- ❖ Nécessité de prendre en compte les diverses composantes du soudage :
 - le matériau, le procédé de soudage, la construction.
- ❖ Nécessité de définir la soudabilité en fonction des propriétés visées :
 - Problème de résistance et, de ténacité.
 - Problème de corrosion.

b). Les différents aspects de soudabilité :

— la soudabilité opératoire qui caractérise les possibilités d'utilisation d'un procédé pour réaliser un assemblage en un métal donné dans les conditions imposées (forme des assemblages, position...).

— la soudabilité métallurgique (dite encore soudabilité locale) qui caractérise l'aptitude d'un métal à subir sans dommage toutes les conséquences des phénomènes métallurgiques engendrés par une opération de soudage.

— la soudabilité globale qui caractérise l'aptitude d'une construction soudée à résister sans dommage aux sollicitations d'épreuve et de service.

I-7-3. Cycle thermique :

Au cours de l'opération de soudage, l'assemblage est soumis à des changements de température, l'enregistrement de ces températures en fonction du temps c'est-à-dire la courbe $T=f(t)$ est appelée cycle thermique Fig.I .22 .

Des différents paramètres influents sur les propriétés du cycle thermique on mentionne :

- Procédé de chauffage et de paramètre de soudage
- Nature du métal
- Géométrie de la pièce

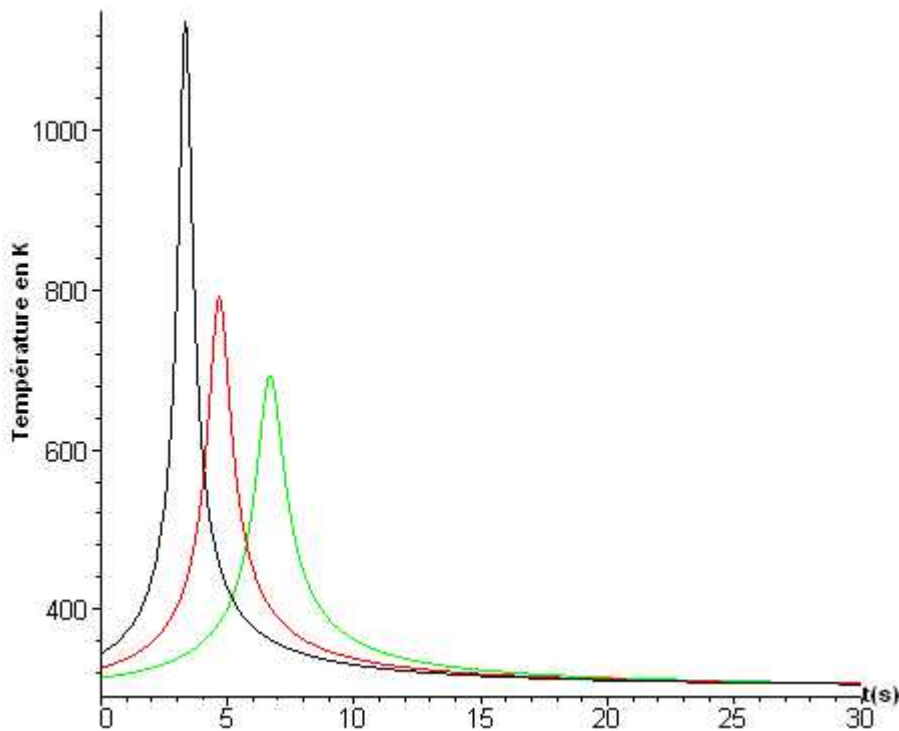


Fig.I.22. cycles thermiques pour différents points

La région de la soudure comporte trois zones très notamment visible sur coupe macrographique de l'ensemble qui sont :

a) Zone fondue (ZF) :

Elle est principalement composée de métal d'apport fondu, auquel s'ajoute les parties (régions) fusionnée du métal de base. Autrement définie, la zone fondue n'est autre que le cordon de soudure. Cette région atteint des températures très élevées qui sont fréquemment supérieures à la température de fusion du métal de base. La zone fondue est caractérisée par une structure à grains fins.

b) Zone de liaison (ZL) :

Cette zone correspond à la limite jusqu'à laquelle le métal de base a été porté à la fusion. Elle délimite ainsi la zone fondue et elle est mise en évidence par la différence de

structure que l'on constate de part et d'autre. Si on y examine de plus près on trouve la coexistence de deux phases liquide et solide.

c) Zone affectée thermiquement (ZAT) :

Dans laquelle, la température est restée inférieure à la température de fusion, mais suffisante pour modifier la structure métallographique

I-7-4. Mode de transfert de chaleur : Réf [17]

C'est le processus par lequel de l'énergie est échangée sous forme de chaleur entre des corps ou des milieux aux températures différentes.

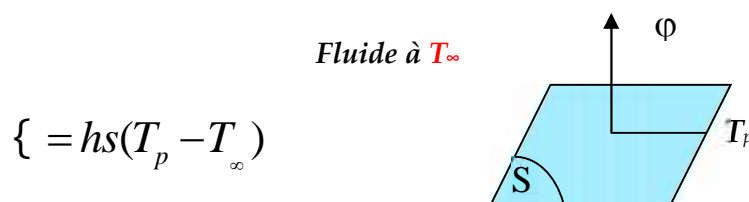
La chaleur peut être transmise par *conduction*, *convection* ou *rayonnement*. Bien que les trois processus puissent avoir lieu simultanément, l'un des mécanismes est généralement prépondérant.

I-7-4-1. Transfert de chaleur par conduction :

On appelle *conduction thermique* le transfert moléculaire de la chaleur dans un milieu continu, la chaleur est alors transmise par contact immédiat des particules de température différente, ce qui définit l'échange de chaleur ou d'énergie entre les molécules, les atomes et les électrons libres.

I-7-4-2. Transfert de chaleur par convection :

C'est le transfert de chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par déplacement du fluide. Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton.



avec:

ϕ : Flux de chaleur transmis par convection (W)

h : Coefficient de transfert de chaleur par convection ($W m^{-2} \text{ } ^\circ C^{-1}$)

S : Aire de la surface de contact fluide/solide (m^2)

T_p : Température de surface du solide ($^\circ C$)

T_∞ : Température du fluide loin de la surface du solide ($^\circ C$)

- Convection libre (ou naturelle) :

Ce mouvement résulte simplement de la différence de température entre les parties chaudes et froides entre le solide et le liquide ou bien dans le liquide lui-même.

- Convection forcée :

Le mouvement du fluide est produit par une action extérieure (ventilateur, pompe etc....)

I-7-4-3. Transfert de chaleur par rayonnement :

Le rayonnement thermique est envisagé comme un processus de propagation des ondes électromagnétiques émises par le corps rayonnant. Ces ondes se propagent rectilignement (dans le milieu et même dans le vide) et lorsqu'elles sont absorbées par le corps ou le milieu, elle se transforment en chaleur.

Le flux de chaleur est donné par la relation : $\phi = \epsilon V_p S (T_p^4 - T_\infty^4)$ avec :

ϕ : Flux de chaleur transmis par rayonnement (W)

V_p : Facteur d'émission de la surface

σ : Constante de Stephan Boltzmann ($5,67 \cdot 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$)

S : Aire de la surface de contact fluide/solide (m^2)

T_p : Température de surface du solide (K)

T_∞ : Température du fluide loin de la surface du solide (K)

I-8- Champ thermique, gradient thermique et lois de Fourier: Réf [2]

On appelle *champ thermique* d'un corps ou d'un système de corps l'ensemble des valeurs de températures enregistrées dans son volume à un instant envisagé quelconque.

L'expression mathématique du Champ thermique est donnée par l'équation

$$F(T, x, y, z, t) = 0.$$

Dans la pratique technique, l'intérêt est porté aussi bien sur les champs thermiques *non stationnaires que stationnaires*. Le premier d'entre eux varie dans l'espace et le temps, alors que le deuxième n'est fonction que des directions X, Y et Z.

La variation du champ thermique dans un espace s'observe seulement dans les directions qui coupent les surfaces de même température (surface isotherme), cette variation étant la plus marquée dans le sens de la normale à la surface isotherme (**fig.1.23**).

La limite :

$$\lim_{\Delta n \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta T}{\Delta n} \right) = 1_n \frac{\partial T}{\partial n} = \text{grad}(T) \quad (\text{I.1})$$

s'appelle dans la théorie des échanges thermique *gradient de température* ou *gradient thermique*, où 1_n est le vecteur unitaire de la normale à la surface isotherme. Le

gradient thermique est un vecteur dirigé suivant la normale, numériquement égale à la dérivée partielle de la température dans cette direction. Il est d'usage d'admettre que $\text{grad}(T)$ est positif s'il dirigé dans le sens où la température croît.

En 1804 le physicien français **Biot** a émis l'hypothèse d'après laquelle la quantité de chaleur qui passe par toute surface isotherme d'un solide, d'un gaz ou d'un liquide fixes dans la direction d'une autre surface isotherme, doit être proportionnelle au temps, à la surface de l'aire isotherme, à la différence de température et inversement proportionnelle à la distance entre les surfaces considérées.

L'expression mathématique de ce qui vient de d'être dit s'écrit :

$$d^2 Q_t = - \} l_n \frac{\partial T}{\partial n} dF dt \quad (\text{I.2})$$

Q_t est le vecteur de la quantité de chaleur qui passe par le corps, en **Joule**.

$\}$ est la conductivité thermique, W/ (m K) ; F, la surface isotherme. m^2 .

Remarque :

Le signe <<moins>> parce que d'après la deuxième loi de la thermodynamique le vecteur de la quantité de chaleur doit être orienté dans le sens de la température croissante.

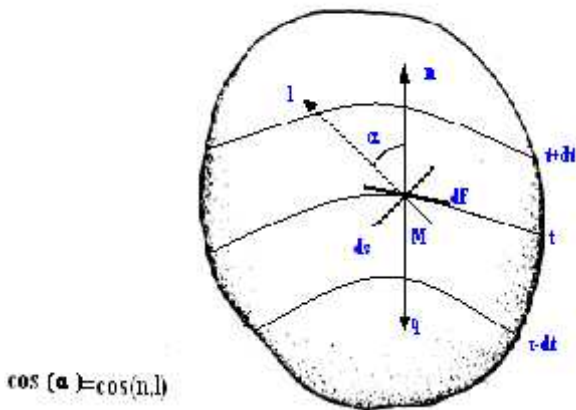


Fig. I-23 Illustration de l'énoncé de la lois de Fourier

Bien que la formule (I.2) généralise l'hypothèse de **Biot**, elle est connue comme la *loi de Fourier*.

La grandeur
$$q = \frac{d^2 Q_t}{dF dt} = \frac{dQ}{dF} = - \} l_n \frac{\partial T}{\partial n} \quad (I.3)$$

Où $Q = \frac{dQ_t}{dt}$ est le vecteur du flux thermique, J/s ; q s'appelle dans la théorie des échange de chaleur *densité de flux thermique*, W/m^2 .

Tenons compte de l'équation (I.1) *la lois de Fourier* devient :

$$q = - \} grad(T) \quad (I.4)$$

I-9. Conductivité thermique des matériaux : Réf [2]

La conductivité $\}$ de la formule (I.2) est du point de vue *mathématique* le coefficient de proportionnalité, dont le rôle consiste dans l'égalisation des dimensions du premier et deuxième membre de la loi de Fourier, et qui est mesurée en W/(m.K).

Du point de vue physique, la conductivité thermique est une caractéristique thermophysique du matériau qui traduit l'aptitude à conduire la chaleur.

Pour des matériaux différents et mêmes gradients thermiques, surface F et temps t , la quantité de chaleur qui passe par le corps est déterminée seulement par λ . plus la conductivité thermique est grande, plus le pouvoir du matériau de faire passer la chaleur est fort et inversement. En d'autres termes, la conductivité est le paramètre thermophysique qui détermine le pouvoir des corps de faire passer la chaleur.

Pour les mêmes matériaux la marge de variation de la conductivité est assez large, l'allure de cette variation étant définie par plusieurs facteurs, dont la température, le taux d'impuretés, la présence de l'humidité, la pression. Généralement, la dépendance de λ de ces facteurs ne se prête pas à une analyse rigoureuse, ce qui fait que la source principale des valeurs de conductivité dignes de foi est encore l'expérience.

λ se détermine généralement à partir des données expérimentales.

I.9.1. La conductivité thermique. Ses valeurs expérimentales : Réf [15]

Ordre de grandeur de λ à 20 °C	$W m^{-1} K^{-1}$
Gaz à la pression atmosphérique	0,006 - 0,18
Matériaux isolants	0,025 - 0,25
Liquides non Métalliques	0,1 - 1,0
Solides non métalliques	0,025 – 3
Liquides métalliques	8,5 – 85
Alliages métalliques	10 – 150
Métaux purs	20 – 400

Tableau (I.2).quelque valeurs expérimentales de λ

CHAPITRE II :

MODÉLISATION MATHÉMATIQUE DU SOUDAGE

II-1.Introduction :

Ce chapitre est consacré à la modélisation mathématique du transfert thermique lors d'une opération de soudage. Cette modélisation est basée sur des principes de la théorie des échanges de chaleur et de masse, ainsi que sur la représentation mathématique des lois de la thermodynamique.

Dans le souci, d'avoir des possibilités de solution analytique il est nécessaire d'imposer des hypothèses simplificatrices sur la géométrie du bain de fusion, les mouvements de convection dans le bain, la chaleur latente de fusion, de solidification et de vaporisation. Par d'autres termes, les changements de phase dans le bain ne seront pas pris en considération ainsi que limitation de la dépendance en température des propriétés thermophysiques du matériau.

Selon ces dernières, le modèle analytique est limité au transfert de chaleur par conduction, ce qui fait l'objet d'analyse et de démonstration dans les parties suivantes.

II-2. Étude phénoménologique du soudage : Réf [2]

II-2.1. Équation de la chaleur :

C'est le premier principe de la thermodynamique exprimé sous une forme mathématique et appliqué aux corps mais, dont l'interaction avec le milieu ambiant ne s'accompagne pas du travail extérieur quel que soit ce milieu.

Pour composer cette relation, examinons la plaque chauffée irrégulièrement représentée sur la **figure 77.1** ; Soient **S** la surface de cette plaque et **V** son volume.

Si pour une raison quelconque, la température de la plaque change et devient différente de l'ambiante, entre la plaque et le milieu s'amorce un échange de chaleur.

Le premier principe de la thermodynamique s'écrit alors :

$$Q_P + Q_V = \Delta U + L \quad (\text{II.1})$$

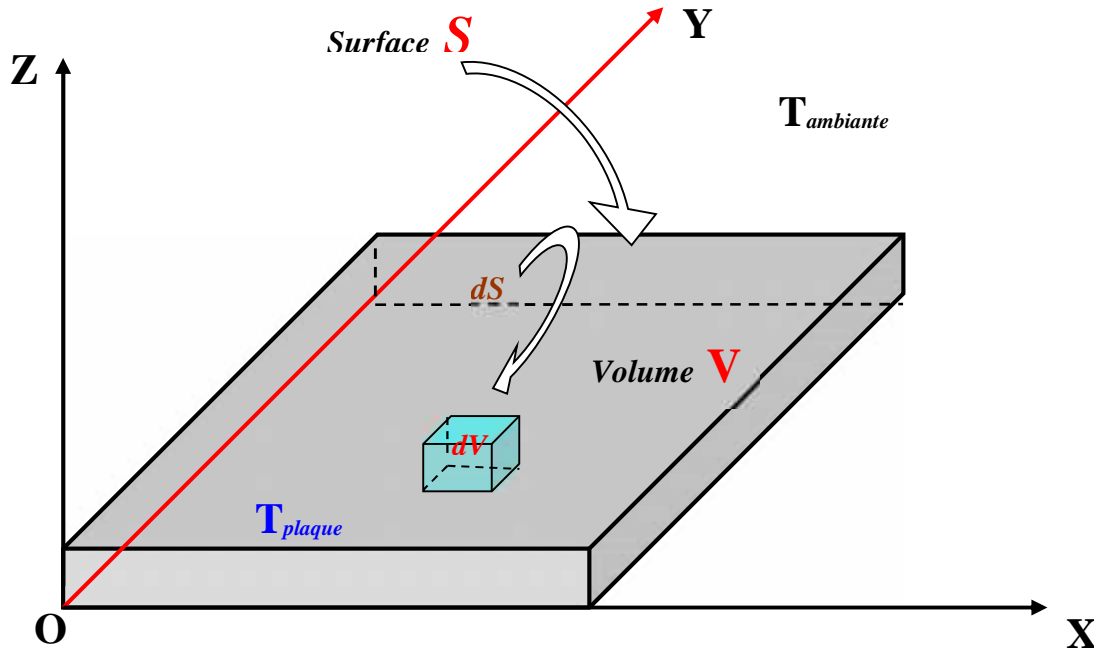


Fig.II.1 Représentation de la plaque chauffée « $T_{\text{plaque}} > T_{\text{ambiante}}$ »

Si pour une raison quelconque, la température de la plaque change et devient différente de l'ambiante, entre la plaque et le milieu s'amorce un échange de chaleur.

Le premier principe de la thermodynamique s'écrit alors :

$$Q_P + Q_V = \Delta U + L \quad (\text{II.1})$$

Où Q_p est la quantité de chaleur reçue ou émise par la surface de la plaque, Q_v la quantité de chaleur dégagée ou absorbée par la plaque sous l'action des sources internes (ou des écoulements) de la chaleur dans notre cas c'est l'énergie dégagée par l'arc électrique (absorbée par la plaque),

ΔU est la variation de l'énergie interne, et L est le travail réalisé par le corps sur le milieu ambiant, ou inversement. Par définition, le travail mécanique est nul : $L=0$.

La quantité de chaleur Q_p peut se calculer d'après la formule suivante :

$$Q_p = \int_S \int_0^t dQ dt \quad (II.2)$$

Et Q_v d'après la relation (II.3)

$$Q_v = \int_V \int_0^t q_v dV dt \quad (II.3)$$

Où q_v est la puissance spécifique des sources internes de la chaleur en W/m^3

La variation de l'énergie interne du corps :

$$\Delta U = \int_V \int_0^t \dots C \frac{\partial T}{\partial t} dV dt \quad (II.4)$$

Compte tenu des équations (II.2), (II.3), (II.4), l'équation (II.1) elle devient :

$$\int_S \int_0^t dQ dt + \int_V \int_0^t q_v dV dt = \int_V \int_0^t \dots C \frac{\partial T}{\partial t} dV dt \quad (II.5)$$

Conformément aux formules (I.3) et (I.4) le premier terme du premier membre de (II.5) peut être développé de façon suivante :

$$\int_S \int_0^t dQ dt = - \int_S \int_0^t \} grad(T) ds dt \quad (II.6)$$

Où ds élément de surface, voir Fig.II. 1

En appliquant à (II.6) la transformation d'**Ostrogradski**, on obtient :

$$\int_S \int_0^t dQ dt = - \int_V \int_0^t [div(\} grad(T))] dV dt \quad (II.7)$$

En portant ensuite (II.7) dans (II.5) on trouve :

$$\int_V \int_0^t \left[\dots C \frac{\partial T}{\partial t} - div[\} grad(T)] - q_v \right] dV dt = 0 \quad (II.8)$$

Si toutes les caractéristiques de (II.8) sont des fonctions continues en coordonnées et en temps, et pour que l'intégrale s'annule le terme qui se trouve à l'intérieur de l'intégrale doit être nulle, donc

$$\dots C \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}[\} \text{grad}(T)] + q_v \quad (\text{II.9})$$

L'équation (II.9) s'appelle *équation différentielle de propagation de la chaleur*.

Lorsque la conductivité thermique est constante et dans le cas des coordonnées cartésiennes, l'équation (II.9) devient :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial t} = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{\} \quad (\text{II.10})$$

Où $r = \frac{\} }{\dots C}$ est la diffusivité thermique à volume constant, elle est donnée en m^2/s .

$\frac{q_v}{\}$ est le terme représentant la source de la chaleur. Dans le cas général la source de chaleur est une fonction de l'espace ; du temps ; et du température $\frac{q_v}{\lambda} = s(x, y, z, t, T)$.

La diffusivité thermique qui figure dans (II.10) est un paramètre thermophysique. Elle caractérise le pouvoir du matériau d'égaliser la température. Ceci signifie que les corps possédant une diffusivité plus élevée s'échauffent (se refroidissent) plus vite que ceux pour lesquels elle est plus faible.

L'équation (II.10) est une équation différentielle linéaire aux dérivées partielles du deuxième ordre type parabolique. Pour des corps anisotropes, dont la conductivité thermique dépend de la direction, l'équation de (II.10) prend la forme :

$$\dots C \frac{\partial T}{\partial t} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + q_v \quad (\text{II.11})$$

II.2.2 Conditions d'univalence : Réf [2]

L'équation (II.10) décrit une multitude de phénomènes de conductivité thermique. Pour établir sa description mathématique complète, il faut ajouté à (II.10) les conditions d'univalence qui incluent les conditions géométrique, physiques, temporelles et aux limites.

Les conditions physiques sont définies par les paramètres thermophysiques du corps }
 ρ, c et la distribution des sources de chaleur internes.

Les conditions temporelles (initiales) indiquent la distribution de la température à l'instant initial.

Les conditions aux limites décrivent les traits particuliers de la marche du processus à la surface du corps. Elles varient selon le genre qu'on a.

Condition aux limites type Dirichlet :

dans ce cas on donne à chaque instant la répartition de la température à la surface du corps

$$T_p = f(x_p, y_p, z_p, t) \quad (II.12)$$

Où T_p est la température à la surface du corps et x_p, y_p, z_p désignent les coordonnées à la surface du corps.

Dans le cas particulier où la température de la surface du corps ne change pas dans le temps, $T_p = f(x_p, y_p, z_p)$, et si elle est constante suivant toute la surface, $T_p = \text{const}$.

Conditions de type Neumann :

pour chaque point de la surface du corps et à chaque instant on donne la densité du flux thermique, c'est-à-dire

$$q_p = f(x_p, y_p, z_p, t) \quad (II.13)$$

Dans un cas particulier, dans celui par exemple de chauffage des pièces métalliques dans des fours à haut température (traitement thermique), $q_p = \text{const}$.

Conditions aux limites de Type Fourier :

On donne les températures du milieu T_0 et les conditions d'échange de chaleur de ce milieu avec la surface du corps.

L'échange de chaleur entre le milieu et le corps est un processus de complexité exceptionnelle et dépend de nombreux facteurs. Pour décrire l'intensité de cet échange, on utilise l'hypothèse de Newton – Riemann d'après laquelle

$$q_p = S (T_p - T_0) \quad (\text{II.14})$$

Où S est le coefficient de proportionnalité, appelé coefficient de transmission de chaleur, il est mesuré en $W/(m^2.K)$.

En vertu de la formule (II.14), ce coefficient est égale en valeur à la quantité de chaleur émise ou absorbée par unité de surface par unité de temps pour un écart de température d'un degré entre la surface et le milieu ambiant .

Compte tenu de (II.14) et (I.3) la condition aux limite *de Type Fourier* genre s'écrit

$$\left[\frac{\partial T}{\partial n} \right]_p = - \frac{S}{\rho} (T_p - T_0) \quad (\text{II.15})$$

Telle que n est la normale à la surface isotherme.

Lorsque le coefficient de transmission de chaleur est grand (par exemple, lorsque un liquide est en ébullition à la surface d'un corps). Les conditions du aux limites *de Type Fourier* genre deviennent conditions aux limites de type *Dirichlet*, puisque dans ce cas la température à la surface s'égalise pratiquement avec celle du liquide.

Conditions aux limites du 4ieme genre :

Elles s'énoncent en partant de l'égalité des flux thermiques qui passent par la surface de contact des corps, c'est -à- dire

$$\left[\rho_1 \frac{\partial t}{\partial n} \right]_{p_1} = \left[\rho_2 \frac{\partial t}{\partial n} \right]_{p_2} \quad (\text{II.16})$$

Lorsque le contacte thermique est parfait, les endroits de contact des deux corps, ont les mêmes températures, c'est-à-dire les isothermes passent incessamment d'un corps dans l'autre, les gradients thermiques en ce points vérifiant la condition (II.16)

L'équation différentielle (II.10) et les conditions d'univalence donnent une description mathématique complète d'un problème concret de conductivité thermique. Ce problème peut être résolu par les méthodes analytiques, numériques ou expérimentales. Dans le dernier cas on recourt à la similitude physique ou à l'analogie (hydraulique où électrique).

II-3. Modélisation de la source de chaleur en soudage à l'arc : Réf [11]

La modélisation de la source de chaleur est un point clé dans toute étude de soudage. Pour cela on traite dans ce qui suit l'étude des différents modèles de source de chaleur.

II-3.1. Distribution surfacique de l'intensité de flux thermique pour divers type de sources de chaleur

La (Fig.II.2), qu'on a tracé, représente une comparaison entre trois distributions d'intensité de la chaleur, distribution uniforme (constante), paraboliques, et Gaussienne (normale). La distribution uniforme représente l'uniformité la plus forte et le maximum le plus bas d'intensité de la chaleur, par contre, la distribution normale présente l'uniformité la plus faible et le maximum le plus élevé d'intensité de la chaleur. La distribution parabolique se situe entre la distribution uniforme et normale.

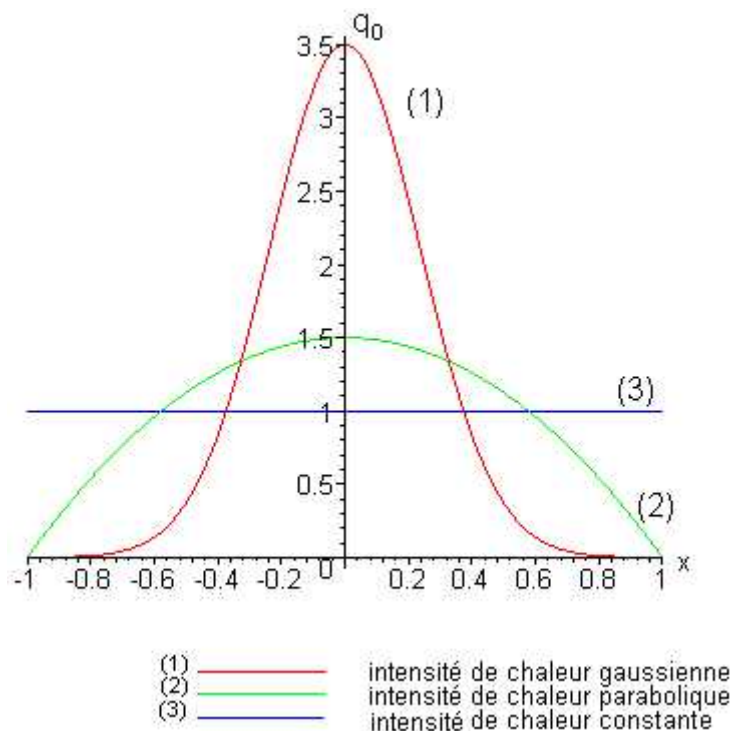


Fig.II. 2. La variation de trois distributions d'intensité de chaleur

i) .Distribution uniforme :(constante)

L'intensité de la chaleur pour diverses sources thermiques, dans ce cas est la même et donnée par : Fig.II.1

$$q_0 = \frac{q_{pl}}{A_{pl}} \quad (II.17)$$

Avec :

q_{pl} : est le flux thermique libéré par la source, en J/s

A_{pl} : est l'aire de la source, en m²

ii) .Distribution parabolique

la variation de l'intensité de chaleur libérée par une source de chaleur elliptique (en 2-dimension) avec une distribution parabolique de flux thermique est représentée dans Fig.II.3(a). La relation entre l'intensité de chaleur libérée q_0 et la distance x_i et y_i du centre est donné par :

$$q_0 = C(1 - y_i^2 / b_0^2)(1 - x_i^2 / a_0^2) \quad (II.18)$$

Le taux de libération thermique d'un élément de surface $dx_i dy_i$ est donnée par :

$$dq_{ell} = q_0 dx_i dy_i$$

Tel que l'indice « *ell* » est une abréviation du mot elliptique.

Après intégration on trouve que l'intensité de chaleur pour une source elliptique avec distribution parabolique est donnée par :

$$q_0 = \frac{q_{ell}}{0.5A_{ell}} (1 - n^2)[1 - m^2 / (1 - n^2)] \quad (II.19)$$

Par analogie, l'intensité de chaleur pour une source circulaire ($a_0=b_0$) avec une distribution parabolique est donnée par :

$$q_0 = \frac{q_c}{0.5A_c} (1 - n^2)[1 - m^2 / (1 - n^2)] \quad (II.20)$$

Pour une source thermique rectangulaire avec une distribution parabolique FIG. 3(b) l'intensité de chaleur est donnée par :

$$q_0 = \frac{q_{rec}}{4/9A_{rec}}(1-n^2)(1-m^2) \quad (II.21)$$

Pour une source de chaleur carrée l'intensité de chaleur est :

$$q_0 = \frac{q_{sq}}{4/9A_{sq}}(1-n^2)(1-m^2) \quad (II.22)$$

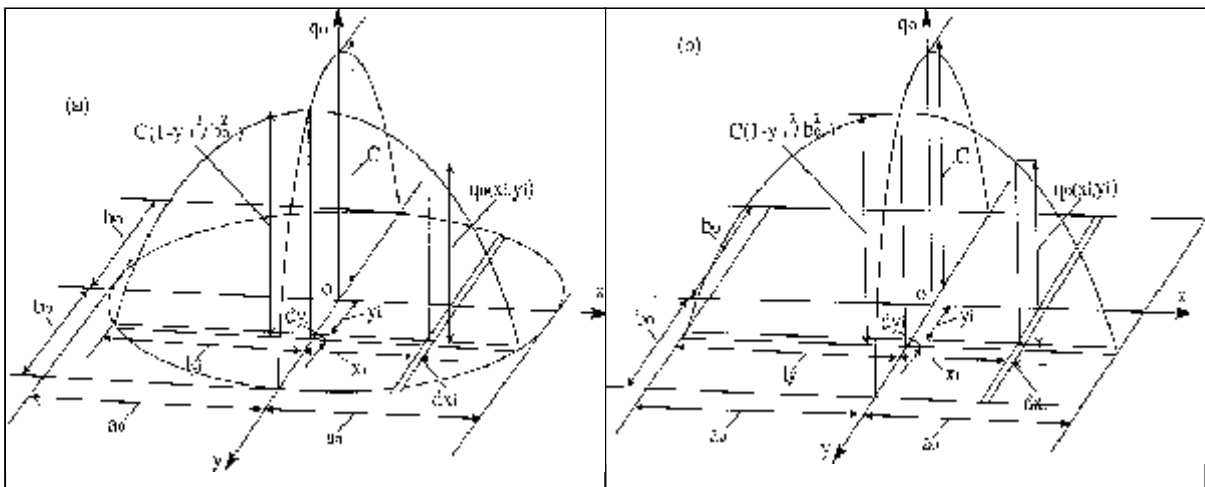


FIG.II . 3. (a)variation de l'intensité de chaleur pour une source elliptique avec distribution Parabolique. (b) variation de l'intensité de chaleur pour une source rectangulaire avec distribution Parabolique.

iii) .Distribution Gaussienne (normale) :

La Fig.II.4(a) présente la variation (en 2-dimention) de l'intensité de chaleur libérée par une source de chaleur elliptique avec une distribution normale de flux thermique. La relation entre l'intensité de chaleur libérée q_0 et la distance x_1 et y_1 du centre est donné par :

$$q_0 = C \exp[-(3y_i / b_0)^2] \exp[-(3x_i / a_0)^2] \quad (II.23)$$

Où C est une constante.

L'intensité de chaleur pour une source thermique elliptique avec distribution normale est donnée par :

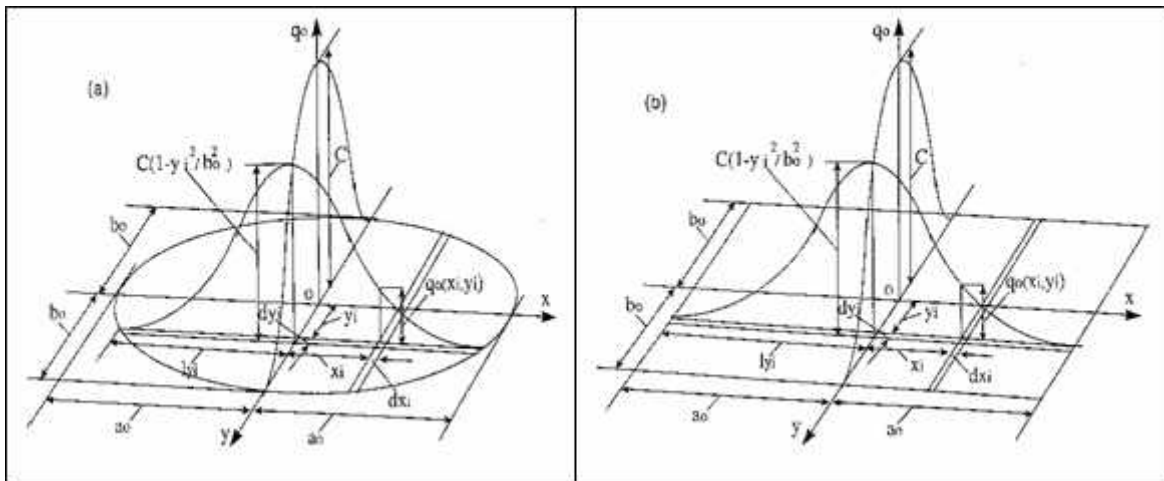
$$q_0 = \frac{q_{ell}}{0.1079A_{ell}} \exp[-(3n)^2] \exp[-(3m/\sqrt{1-n^2})^2] \quad (II.24)$$

Pour une source circulaire $a_0=b_0=r_0$ l'intensité de chaleur est :

$$q_0 = \frac{q_c}{0.1079A_c} \exp[-(3n)^2] \exp[-(3m/\sqrt{1-n^2})^2] \quad (II.25)$$

Pour une source thermique rectangulaire avec distribution normale **Fig.II.4 (b)** l'intensité de chaleur est donnée par :

$$q_0 = \frac{q_{rec}}{f/36A_{rec}} \exp[-(3n)^2] \exp[-(3m)^2] \quad (II.26)$$



**Fig.II . 4. (a)variation de l'intensité de chaleur pour une source elliptique avec distribution Gaussienne (normale).
(b) variation de l'intensité de chaleur pour une source rectangulaire avec distribution Gaussienne (normale).**

Une comparaison basée sur diverses sources thermiques surfaciques avec différentes distributions de chaleur, l'équation générale de q_0 peut être exprimé par :

$$q_0 = \frac{q_{pl}}{E.A_{pl}} .F.G$$

Shape of heat source	Distribution of intensity	\bar{E}	F	G	A_{pl}
Elliptical (or circular disc)	Uniform	1	1	1	$\pi a_s b_s$
	Parabolic	0.5	$(1 - \pi^2)$	$(1 - \frac{\pi^2}{4})$	(or πa_s^2)
	Normal	0.1079	$\exp[-(3\pi)^2]$	$\exp[-(\frac{3\pi}{\sqrt{1-\pi^2}})^2]$	
Rectangular (or square)	Uniform	1	1	1	$4a_s b_s$
	Parabolic	4/9	$(1 - \pi^2)$	$(1 - \pi^2)$	(or $4a_s^2$)
	Normal	$\pi/36$	$\exp[-(3\pi)^2]$	$\exp[-(3\pi)^2]$	

Tableau(II.1) les coefficients E, F, G pour diverses sources thermiques avec différente distribution Réf [11].

iii) Répartition volumique d'énergie non constante (analogie avec la répartition Gaussienne) :

Dans ce cas, on considère un volume finis de forme ellipsoïdale, de rayons a, b, et c.

La densité du flux volumique s'écrit alors :

$$q(x, y, z) = Q_0 \frac{6\sqrt{3}}{abcf^{3/2}} \exp\left(\frac{-3x^2}{a^2}\right) \exp\left(\frac{-3y^2}{b^2}\right) \exp\left(\frac{-3z^2}{c^2}\right) \quad (II.27)$$

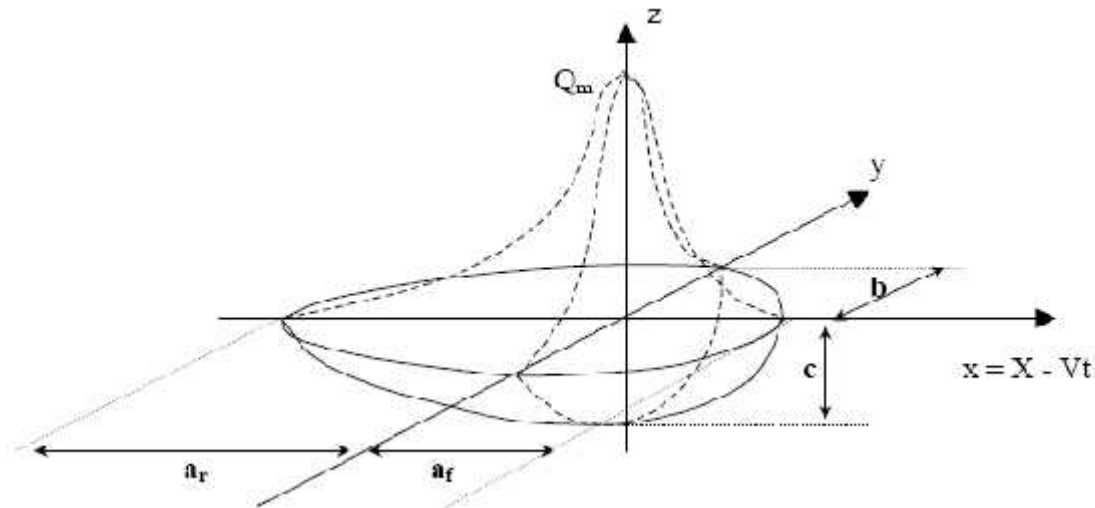


FIG II.5- Répartition gaussienne finie 'bi-elliptique' en 3D

II-4. Méthodes principales de résolution de l'équation de la chaleur en régime instationnaire :

II-4.1. Introduction :

L'équation différentielle de la chaleur en l'absence des sources de chaleur interne est de la forme

$$\frac{\partial T}{\partial t} = r \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \Leftrightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = r \nabla^2 T \quad (II.28)$$

L'équation (II.28) est une équation différentielle homogène linéaire du deuxième ordre aux dérivées partielles. Ses résolutions jouissent de la propriété de superposition. Analogue à la résolution de l'équation différentielle homogène ordinaire du deuxième ordre, la solution est donnée par l'expression $C_1T_1+C_2T_2$ où T_1 et T_2 sont les solutions partielles de l'équation(II.28), et C_1, C_2 sont des constantes arbitraires.

L'équation (II.28) possède un nombre infini de solutions partielles.

L'équation différentielle de la chaleur se rapporte à la catégorie de ce qu'on appelle équations de la physique mathématique, dont la résolution a imposé l'établissement des méthodes aussi bien classiques qu'approchées. Aux méthodes classiques on rapporte, par exemple, celle de séparation des variables et la méthode des sources. Par sa structure harmonieuse et le niveau d'élaboration, la transformation intégrale peut être également rangée parmi les méthodes classiques. Actuellement, on recourt largement aux méthodes approchées qui permettent pratiquement de résoudre tout problème technique. Parmi ces méthodes, il y a celles des différences finies et des analogies (analogie électrique et hydraulique).

II-4.2. Méthode de séparation des variables : Réf [2]

Cette méthode a été établie par le physicien français Fourier, son application aux problèmes de conduction thermique consiste à trouver l'ensemble des solutions partielles de l'équation (II.28) qui sont ensuite sommées.

$$T = c_1T_1 + c_2T_2 + \dots = \sum_{i=1}^{i=\infty} c_iT_i \quad (II.29)$$

Un fait important est l'allure bornée de la température T ($T < M$) pour toutes les valeurs du temps $t \geq 0$. La solution de l'équation (II.28) se présente sous forme de produit de deux fonctions, dont l'une dépend seulement du temps $\tau(t)$, et l'autre $\psi(x, y, z)$.

$$T = c_0 \cdot \tau(t) \cdot \psi(x, y, z) \quad (II.30)$$

Où c_0 est un constant arbitraire.

En dérivant la fonction T par rapport au temps et aux coordonnées et en portant ces dérivées dans l'équation (II.28), on obtient :

$$\tau'(t) \cdot \psi(x, y, z) = \alpha \cdot \tau(t) \cdot \nabla^2 [\psi(x, y, z)] \quad (\text{II.31})$$

Séparant les variables dépendant du temps de celles qui dépendent des coordonnées,

ramenons l'équation (II.28) à la forme :

$$\frac{\tau'(t)}{\tau(t)} = \alpha \frac{\nabla^2 \psi(x, y, z)}{\psi(x, y, z)} \quad (\text{II.32})$$

Le premier membre de l'équation (II.32) ne dépend pas des coordonnées et le deuxième, du temps (l'égalité étant vérifiée quelles que soient les valeurs du temps et des coordonnées), le deuxième et le premier membre représentent une valeur constante } .

$$\left(\frac{1}{\alpha} \right) \frac{\tau'(t)}{\tau(t)} = \lambda \Rightarrow \tau'(t) = \alpha \cdot \lambda \cdot \tau(t) \quad (\text{II.33})$$

$$\frac{\nabla^2 \psi(x, y, z)}{\psi(x, y, z)} = \lambda \quad (\text{II.34})$$

Chacune des équations (II.33) et (II.34) est différentielle et linéaire. La solution de (II.33) est :

$$\dagger(t) = c e^{\lambda t} \quad (\text{II.35})$$

La forme de la fonction $\dagger(t)$ indique les processus qui tendent vers l'équilibre thermique.

La quantité } doit être inférieur à zéro (} < 0) , car s'il n'en est pas ainsi, la condition

de la fonction $T = \dagger(t) \mathbb{E}(x, y, z) < M$ limitée ne serait pas observée , ainsi on peut noter

} = $-k^2$, Il en résulte que l'équation (II.34) devient :

$$\nabla^2 \psi(x, y, z) + k^2 \psi(x, y, z) = 0 \quad (\text{II.36})$$

La solution de l'équation (II.36)(*équation de Pockels, Réf [2]*), est définie par la forme géométrique du corps. Les constantes d'intégration se calculent à partir des conditions aux limites (température, flux thermique ou conditions d'échange de chaleur à la surface du corps).

II-4.3. Méthode de transformation intégrale :

Pour résoudre de nombreux problèmes de conduction thermique, on recourt largement aux différentes méthodes de transformation intégrale des équations différentielles et des conditions aux limites. Le principe de ces méthodes consiste dans le fait qu'on soumet à l'étude non pas les fonctions elles mêmes définit par la position du problème, mais leur modification, ce qu'on appelle leur transformée. La fonction elle même se nommant alors original.

Si la transformation se fait par rapport à une coordonnée spatiale x (les problèmes stationnaires) la transformation intégrale de l'originale $f(x)$ peut être mise sous la forme :

$$f(p) = \int_0^{\infty} K(p, x)f(x)dx \quad (II.37)$$

où $f(p)$ est la transformée de la fonction $f(x)$; $K(p,x)$ le noyau de la transformation ; p un certain paramètre.

Les limites d'intégration peuvent aussi bien finies que infinies, dans ce dernier cas la transformation intégrale est dite finie et s'écrit :

$$f(p) = \int_a^b K(p, x)f(x)dx \quad (II.38)$$

La forme du noyau de la transformation est déterminée par les conditions du problème envisagé, ainsi pour les corps d'une étendue indéfinie il est commode d'employer la transformation complexe de Fourier telle que :

$$K(p, x) = \frac{1}{\sqrt{2f}} e^{ipx} \text{ et pour laquelle les limites d'intégration sont prise de } -\infty \text{ à } +\infty.$$

Lorsqu'à la surface du corps, les conditions aux limites du premier genre sont données, il convient d'employer la transformation de Fourier en sinus. En cas des conditions aux limites de type *Neumann*, la transformation de Fourier en cosinus est recommandée. Les noyaux des transformations sont alors respectivement de la forme

$$\begin{cases} K(p, x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin(p, x) \\ K(p, x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cos(p, x) \end{cases} \quad (\text{II.39})$$

Pour le corps à symétrie axiale (par exemple, pour un cylindre) le noyau de la transformation doit être une fonction de **Bessel**. Réf [2].

$$K(p, r) = r.J(p.r) \quad (\text{II.40})$$

où $J(p.r)$ est la fonction de **Bessel** ; r la variable qui change de 0 à R . La transformation dans ce cas porte le nom de **Hankel**.

Pour résoudre le problème de la conduction thermique non stationnaire, les plus utilisées sont les méthodes de la transformation intégrale de Laplace. Dans ce cas, la transformation intégrale de la fonction qui dépend du temps $f(t)$ est définie par la formule :

$$f(p) = \int_0^{\infty} f(t).e^{-pt} dt \quad (\text{II.41})$$

L'application de la méthode des transformées intégrales aux équations différentielles aux dérivées partielles permet d'obtenir pour le cas unidimensionnel une équation différentielle ordinaire par rapport à la transformée. Alors que l'application des transformées intégrales aux équations différentielles ordinaires les transforme en équations algébriques par rapport aux transformées. En cherchant ensuite la fonction qui constitue la transformée, il faut (pour résoudre le problème) de passer à l'originale.

Remarque: l'inversion de la transformée de Laplace est généralement faite à l'aides des tables.

II-4.4. Méthode des sources thermique ou ' Jaeger's classical heat source method':

II -4.4.1. Introduction :

C'est l'une des méthodes classiques développée par (J.C. Jaeger) particulièrement indiquée pour résoudre des problèmes de conduction thermique d'un domaine infini ou semi infini. Cette théorie peut être développée à l'aide des fonctions de Green pour résoudre des problèmes de conduction thermique d'un domaine fini.

Le sens physique de la méthode des sources thermiques consiste dans le fait que le processus de propagation de la chaleur dans le corps par conduction thermique se présente comme ensemble des processus d'égalisation de la température d'une multitude de sources de chaleur, réparties aussi bien dans l'espace que dans le temps. Cette méthode a un grand avantage parce qu'elle est basée sur des idées physiques très simples, et ceci permet la résolution d'un grand nombre de problèmes importants.

II -4.4.2. Source ponctuelle instantanée :

On considère l'équation de transfert de la chaleur d'un domaine infini unidirectionnelle,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.42})$$

$$T(x,0) = F(x) \quad \text{Pour} \quad -\infty < x < +\infty$$

La recherche d'une solution à variables séparées conduit à :

$$T(x,t) = \int_0^{\infty} [E(\alpha) \cos \alpha x + F(\alpha) \sin \alpha x] \exp(-a \alpha^2 t) d \alpha \quad (\text{II.43})$$

Avec

$$F(x) = \int_0^{\infty} [E(\alpha) \cos \alpha x + F(\alpha) \sin \alpha x] d \alpha$$

et

$$E(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x') \cos \alpha x' dx'$$

$$F(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x') \sin \alpha x' dx'$$

Nous ne reproduisons pas les calculs. On obtient :

$$F(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x') [\cos \alpha x \cos \alpha x' + \sin \alpha x \sin \alpha x'] dx' d\alpha = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} F(x') \cos \alpha (x - x') dx' \right] d\alpha$$

Et

$$\begin{aligned} T(x,t) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x') \left[\int_0^{+\infty} \cos \alpha (x - x') \exp(-a \alpha^2 t) d\alpha \right] dx' \\ &= \frac{1}{\sqrt{4 \pi a t}} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x') \exp\left[-\frac{(x - x')^2}{4at}\right] dx' = \int_{-\infty}^{+\infty} F(x') G(x,t / x', t' = 0) dx' \end{aligned} \quad (\text{II.44})$$

La fonction $G(x, t / x', t' = 0) = \frac{1}{2\sqrt{f r t}} \exp\left(-\frac{(x - x')^2}{4 r t}\right)$ s'appelle fonction de source.

On peut facilement vérifier que la fonction G vérifie l'équation (II.42) c'est-à-dire

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial t}$$

Dans le cas où il y a présence d'une source thermique de puissance Q

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \dots c G dx = Q \Rightarrow \dots c \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\sqrt{f r t}} \exp\left(-\frac{(x - x')^2}{4 r t}\right) dx = Q \quad (\text{II.45})$$

On sait que $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\sqrt{f r t}} \exp\left(-\frac{(x - x')^2}{4 r t}\right) dx = 1$ alors pour que l'égalité (II.45) soit vérifiée il

$$\text{faut que } G(x,t / x', t' = 0) = \frac{Q}{2 \dots c \sqrt{f r t}} \exp\left(-\frac{(x - x')^2}{4 r t}\right)$$

En résumé dans le cas générale, domaine tridimensionnelle et transitoire et en présence des sources thermique ponctuelle et instantanée à $t' = t_i$:

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial t} \quad (\text{II.46})$$

La solution est

$$G(x, y, z, t / x', y', z', t_i) = \frac{Q}{8 \dots c (f r (t - t_i))^{3/2}} \exp\left(-\frac{(x - x')^2}{4 r (t - t_i)}\right) \exp\left(-\frac{(y - y')^2}{4 r (t - t_i)}\right) \exp\left(-\frac{(z - z')^2}{4 r (t - t_i)}\right) \quad (\text{II.47})$$

La solution (II.47) s'appelle la température due à une source ponctuelle instantanée de puissance Q au point (x', y', z') au temps t_i . Cette solution présente la base de la théorie des sources thermique développé par **Jaeger**, on utilise cette formule pour déterminée les fonction de source pour des divers cas (source linéaire, plane, volumique, cylindrique etc...).

II-4.4.3.Source linéaire instantanée de puissance Q à $t = t_i$, parallèle à l'axe z passant par le point (x', y') :

Ici on considère une distribution d'une source ponctuelle de puissance Qdz' à z' le long de la ligne. La température est obtenue par intégration de la solution (II.47)

$$G = \frac{Q}{8...c(fr(t-t_i))^{3/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz' e^{\{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2\}/4r(t-t_i)}$$

$$= \frac{Q}{4...cfr(t-t_i)} e^{\{(x-x')^2+(y-y')^2\}/4r(t-t_i)} \tag{II.48}$$

CHAPITRE III

RÉSOLUTION ANALYTIQUE DES ÉQUATIONS GÉRANT LE PROCÉDÉ DE SOUDAGE TIG

III.1. Introduction :

La résolution analytique des problèmes stationnaires ou instationnaires pour le calcul de la température en n'importe qu'elle point due à l'effet des sources thermiques surfaciques stationnaires ou bien mobiles de différentes géométries (elliptique, circulaire, rectangulaire, et carrée) avec différentes distribution d'intensité de chaleur (uniforme, parabolique, et normale) est présenté dans ce chapitre en utilisant la méthode classique des source thermique développée par **Jaeger** « *J.C. Jaeger, Moving sources of heat and the temperature at sliding contacts, Proc. Royal Society of NSW 76 (1942) 203-224* ».

En commençants la résolution pour une source ponctuelle mobile on démontre dans ce cas la solution trouvé par Rosenthal (1941) cette solution est utilisée par la suite pour résoudre des problèmes avec des sources thermiques surfaciques tell que circulaire, rectangulaire, elliptique. En outre, l'analyse présentée dans ce chapitre est valable dans tous les cas stationnaire, quasi-stationnaire, et instationnaires. L'analyse peut être utilisée pour calculer la température non seulement sur la surface mais aussi pour des profondeurs respectives.

III.2. Solution pour une source ponctuelle mobile

Dans ce cas l'équation de conductivité thermique est :

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{q_{pt}}{r} u(x-vt)u(y)u(z) = \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (III.1)$$

Avec $\theta = T - T_0$ et u est l'impulsion de Dirac.

La (FIG.III.1) schématise une source thermique ponctuelle mobile. $x, y,$ et z forme le système de coordonnées du repère fixe et $X, y,$ et z le système de coordonnées mobile où il se déplace avec la source mobile avec la même vitesse le long de l'axe x (la direction de soudage). Il est intéressant de déterminer la température à n'importe quel point $M(x,y,z)$ et temps t causé par la source ponctuelle mobile d'intensité q_{pt} (J/s). Au temps τ_i , la source ponctuelle a parcouru une distance $v\tau_i$. Ainsi, la distance entre la source thermique et le point M est donnée par $\sqrt{(x - v\tau_i)^2 + y^2 + z^2}$ la variation de la température d_{τ_i} au point M au temps t causé par une libération infinitésimale de chaleur pour une variation infinitésimale du temps $d\tau_i$ (en utilisant la solution pour une source ponctuelle instantanée eq.II.48). L'équation de d_{τ_i} est donnée par :

$$d_{\tau_i} = \frac{q_{pt} d\tau_i}{8\pi c (f r (t - \tau_i))^{3/2}} \exp\left(-\frac{(x - v\tau_i)^2 + y^2 + z^2}{4r(t - \tau_i)}\right) \quad (III.2)$$

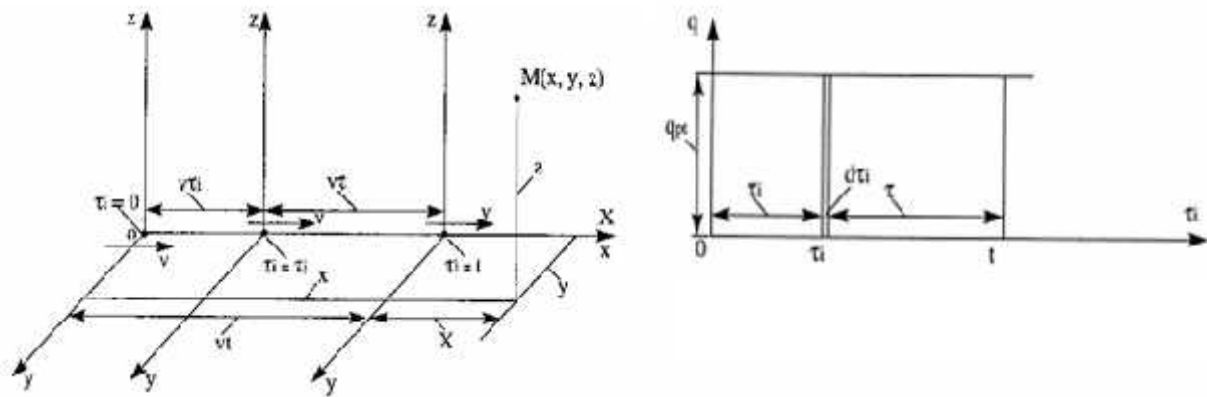


Fig .III.1.Schéma présentant le problème de la source ponctuelle mobile

La température totale est obtenue par intégration par rapport à τ_i de 0 à t , effectuons le changement de variable $\tau = t - \tau_i$, par conséquent, nous aurons :
 $x - v\tau_i = x - v(t - \tau) = x - vt + v\tau = X + v\tau$
 et

$$T_M = \frac{q_{pt}}{8\pi c (f r)^{3/2}} \int_0^t \frac{d\tau}{\tau^{3/2}} \exp\left(-\frac{(X + v\tau)^2 + y^2 + z^2}{4r\tau}\right)$$

$$\begin{aligned} \eta_M &= \frac{q_{pt}}{8...c(fr)^{3/2}} \int_0^t \frac{d\tau}{\tau^{3/2}} \exp\left(-\frac{X^2 + 2Xv\tau + y^2 + z^2 + (v\tau)^2}{4r\tau}\right) \\ \eta_M &= \frac{q_{pt} \exp\left(-\frac{Xv}{2r}\right)}{8...c(fr)^{3/2}} \int_0^t \frac{d\tau}{\tau^{3/2}} \exp\left(-\frac{R^2}{4r\tau} - \frac{v^2\tau}{4r}\right) \end{aligned} \quad (III.3)$$

Pour exprimer la partie intégrale de l'équation (III.3) sous forme adimensionnelle il existe deux possibilités :

Première possibilité : on pose $\kappa = \frac{R}{2\sqrt{r\tau}}$

$$\text{avec } R = \sqrt{X^2 + y^2 + z^2}$$

L'équation devient:

$$\begin{aligned} d\tau &= -\frac{R^2}{\kappa^2 4r} d\kappa \\ \eta_M &= \frac{q_{pt} \exp\left(-\frac{Xv}{2r}\right)}{2\}Rf^{3/2}} \int_{\frac{R}{2\sqrt{r\tau}}}^{\infty} \exp\left(-\kappa^2 - \frac{v^2 R^2}{16r^2 \kappa^2}\right) d\kappa \end{aligned}$$

Pour le régime d'équilibre ou bien permanent (steady state) mathématiquement

$t \rightarrow \infty$

$$\eta_M = \frac{q_{pt} \exp\left(-\frac{Xv}{2r}\right)}{2\}Rf^{3/2}} \int_0^{\infty} \exp\left(-\kappa^2 - \frac{v^2 R^2}{16r^2 \kappa^2}\right) d\kappa \quad (III.4)$$

$$\eta_M = \frac{q_{pt} \exp\left(-\frac{v(X+R)}{2r}\right)}{4\}Rf$$

L'équation (III.4) est la solution pour le cas d'une source ponctuelle mobile dans les conditions d'équilibre thermique.

Deuxième possibilité : on pose $\check{S} = \frac{v^2 t}{4r}$

L'équation devient: $d\check{t} = \frac{4r}{v^2} d\check{S}$

$$" M = \frac{q_{pt} v \exp\left(-\frac{Xv}{2r}\right)}{16\}rf^{3/2}} \int_0^{\frac{v^2 t}{4r}} \frac{d\check{S}}{\check{S}^{3/2}} \exp\left(-\check{S} - \frac{u^2}{4\check{S}}\right) \quad (III.5)$$

Où $u = Rv/2r$

L'équation (III.5) est la solution pour le cas d'une source ponctuelle mobile dans le régime instationnaire.

Si maintenant en fait tendre t vers l'infini la solution devient :

$$" M = \frac{q_{pt} v \exp\left(-\frac{Xv}{2r}\right)}{16\}rf^{3/2}} \int_0^{\infty} \frac{d\check{S}}{\check{S}^{3/2}} \exp\left(-\check{S} - \frac{u^2}{4\check{S}}\right) \quad (III.6)$$

C'est la solution dans le cas quasi stationnaire.

Remarque : Pour divers valeur de u , l'intégrale est convergeant pour $\check{S} \rightarrow 0$ et $\check{S} \rightarrow 5$. Quand $S > 5$, toutes les intégrales convergent presque vers la même valeur, pour ce fait, on peut considérer que le régime quasi stationnaire est stable quand $S > 5$, la relation peut être utilisée pour estimer la période de passage du régime instationnaire vers le régime quasi stationnaire Réf [11] :

$$t_{quasi-stationnaire} = 5 \frac{4r}{v^2} = \frac{20r}{v^2}$$

III.3.Solutions pour des sources de chaleur planes (surfaiques) et mobiles : Réf [11]

En considère le cas le cas d'une source de chaleur surfaique de différentes géométries (elliptiques, circulaire, rectangulaire, carré, etc.), avec différentes types de distribution d'intensité de chaleur. Le taux de libération de chaleur (la puissance libéré par l'électrode de soudage), est désignée par q_{pl} en J/s, l'aire de la source est notée A_{pl} .

Considérant que l'aire de la surface de la source est une combinaison d'un nombre fini d'éléments de surfaces infinitésimales de dimension dX_i, dy_i , et chacun d'eux est considéré comme une source de chaleur ponctuelle mobile, la solution pour le cas d'une source de chaleur ponctuelle mobile. La température en un point quelconque M et au temps t provoqué par chacun d'élément de surface dX_i, dy_i peut être calculé à partir de l'équation (III.5).

Le taux de libération de la chaleur pour chaque élément de surface est :

$$\frac{q_{pl}}{EA_{pl}} \cdot F \cdot G \cdot dX_i \cdot dy_i \quad \text{J/s.}$$

Telles que les fonctions E, F et G sont des paramètres qui dépendent de la géométrie de la source, voir Tableau II.1.

La variation de la température d_{nM} provoquée par chaque élément de la surface est donnée par :

$$d_{nM} = \frac{q_{pl} \cdot F \cdot G \cdot dX_i \cdot dy_i \cdot v}{E \cdot 16 \sqrt{\pi} f^{3/2} A_{pl}} \exp\left[-\frac{(X - X_i)}{2r}\right] \int_0^{v^2 t / 2r} \frac{d\check{S}}{\check{S}^{3/2}} \exp\left(-\check{S} - \frac{u_i^2}{4\check{S}}\right) \quad \text{(III.7)}$$

Avec $u_i = R_i v / 2r$; $R_i = \sqrt{(X - X_i)^2 + (y - y_i)^2 + z^2}$

Et on note par $K_m(u_i)$ l'intégrale de l'équation (III.7) c à dire :

$$K_m(u_i) = \int_0^{v^2 t / 2r} \frac{d\check{S}}{\check{S}^{3/2}} \exp\left(-\check{S} - \frac{u_i^2}{4\check{S}}\right)$$

Ainsi la solution générale est donnée par la relation :

$$u_M = \frac{q_{pl} \cdot v}{E.16 \} r f^{3/2} A_{pl}} \int_{y_i=-j}^{y_i=+j} F \cdot \left[\int_{x_i=-k}^{x_i=+k} .G. \exp\left[-\frac{(X - X_i)}{2r}\right] .K_m(u_i) dX_i \right] dy_i \quad (III.8)$$

Les bornes d'intégrations k et j varient selon la géométrie de la source, le tableau (III.1) donne les valeurs de k , j et l'aire relatives à différentes formes de sources.

Forme	elliptique	circulaire	rectangulaire	carré
j	b_o	r_o	b_o	a_o
k	$a_o \sqrt{1 - (y_i/b_o)^2}$	$\sqrt{r_o^2 - y_i^2}$	a_o	a_o
$A_{pl} (cm^2)$	$\pi a_o b_o$	πr_o^2	$4a_o b_o$	$4a_o^2$

tableau(III.1) les bornes d'intégration et l'aire relatives à différentes formes de sources

La solution est utilisable pour une multitude des cas :

- 1- pour le régime instationnaire
- 2- pour le régime quasi stationnaire ou permanent
- 3- pour le cas d'une source mobile ou immobile

III.3.1.Solution pour le cas d'une source circulaire mobile :

i)- Avec une distribution uniforme d'intensité de chaleur :

$$u_M = \frac{q_c \cdot v}{16 \sqrt{r f}^{3/2} A_c} \int_{y_i=-r_0}^{y_i=+r_0} dy_i \int_{x_i=-\sqrt{r_0^2-y_i^2}}^{x_i=+\sqrt{r_0^2-y_i^2}} dX_i \cdot \exp\left[-\frac{(X-X_i)}{2r}\right] \cdot K_m(u_i) \quad (III.9)$$

ii)- Avec une distribution gaussienne d'intensité de chaleur :

$$u_M = \frac{q_c \cdot v}{0.1079 \cdot 16 \sqrt{r f}^{3/2} A_c} \int_{y_i=-r_0}^{y_i=+r_0} \exp\left[-3 \left(\frac{y_i}{r_0}\right)^2\right] dy_i \int_{x_i=-\sqrt{r_0^2-y_i^2}}^{x_i=+\sqrt{r_0^2-y_i^2}} dX_i \cdot \exp\left[-\frac{\left(\frac{X-X_i}{\sqrt{1-\left(\frac{y_i}{r_0}\right)^2}}\right)^2}{2r}\right] \cdot \exp\left[-\frac{(X-X_i)}{2r}\right] \cdot K_m(u_i) \quad (III.10)$$

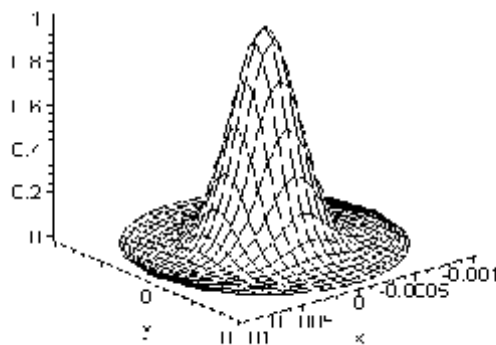


Fig.III.2 distribution gaussienne de source de chaleur

III.3.2 .Solution pour le cas d'une source elliptique mobile :

Remplaçant les fonctions E, F, G , les bornes d'intégration j, K et l'aire correspondants aux différentes sources, on peut aboutir aux solutions souhaitées dont leurs expressions sont données dans ce qui suit.

i)- Avec une distribution uniforme d'intensité de chaleur :

$$u_M = \frac{q_{ell} \cdot v}{16 \gamma r f^{3/2} A_{ell}} \int_{y_i = -b_0}^{y_i = +b_0} dy_i \int_{x_i = -a_0 \sqrt{1 - \left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}}^{x_i = +a_0 \sqrt{1 - \left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}} dX_i \cdot \exp\left[-\frac{(X - X_i)}{2r}\right] \cdot K_m(u_i) \quad (III.11)$$

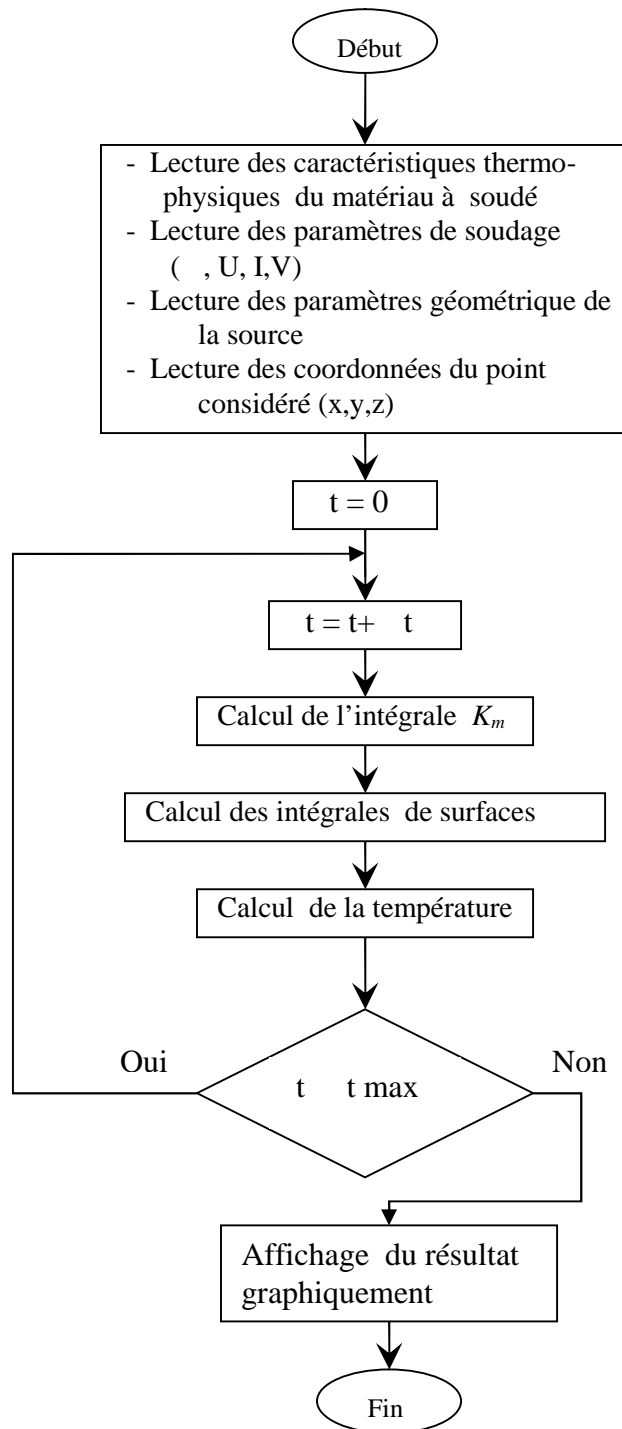
ii)- Avec une distribution gaussienne d'intensité de chaleur

$$u_M = \frac{q_{ell} \cdot v}{0.1079 \cdot 16 \gamma r f^{3/2} A_{ell}} \int_{y_i = -b_0}^{y_i = +b_0} \exp\left[-3 \left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2\right] dy_i \int_{x_i = -a_0 \sqrt{1 - \left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}}^{x_i = +a_0 \sqrt{1 - \left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}} dX_i \cdot \exp\left[-\frac{\left(\frac{X_i}{a_0}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}}\right] \cdot \exp\left[-\frac{(X - X_i)}{2r}\right] \cdot K_m(u_i) \quad (III.12)$$

III.4. Calcul des solutions :

Une fois les solutions générales associées à chaque type de source, sont trouvées on cherche à les calculer et les représenter graphiquement, de ce fait on traduit les étapes de calcul par un organigramme

ORGANIGRAMME DE CALCUL ET DU TRAÇAGE



CHAPITRE IV : RÉSULTATS ET INTERPRÉTATION

IV.1. Introduction :

Afin d'exploiter les résultats thermiques, il est nécessaire de calculer et de représenter graphiquement les différents solutions obtenus dans le chapitre III, par la méthode des sources thermiques, pour visualiser la distribution (l'évolution) de la température en un point donné (x,y,z) de la plaque à souder au cours du temps. Dans ce sens des programmes sont faites en **Maple 8**,

Le tracé des cycles thermiques pour des différents métaux « Acier doux, alliage d'Aluminium le Al 2024 -T3» nous permet de connaître l'influence des différents paramètres (géométrie de la source, distribution du flux thermique, la pénétration, l'éloignement du cordon) sur la distribution de la température.

IV.2.présentation des cycles thermiques :

a). source ponctuelle(solution de Resenthal):

Paramètres de soudage :

- Rendement de l'arc $\eta = 0.60$

- Intensité du courant $I = 70A$

- Tension de l'arc $U = 18 V$

application pour l'acier doux Réf [12] dont les propriétés thermophysiques sont

chaleur massique : $cp = 560 \text{ J / Kg K}$

masse volumique : $= 7800 \text{ Kg/m}^3$

conductivité thermique $k = 40 \text{ W/m K}$

a.1 Régime permanent :

ce régime se traduit par l'équation :

$$M = \frac{q_{pt} \exp\left(-\frac{v(X + R)}{2r}\right)}{4Rf}$$

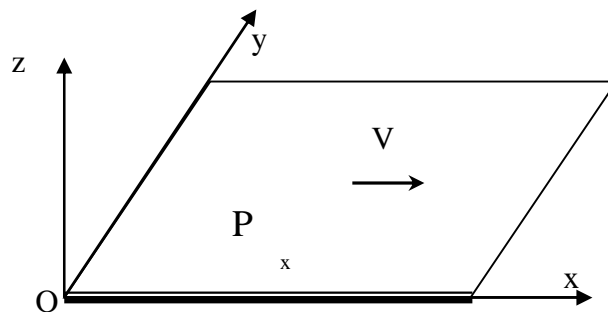


Fig.IV.1.a . Position du point considéré

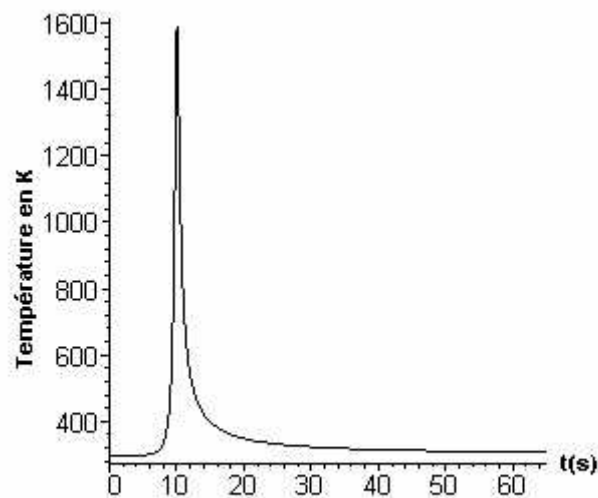


fig.IV.1. b distribution de la température au point $y = 1 \text{ mm}$, $x=30 \text{ mm}$ et $z=0 \text{ mm}$ avec $V = 3\text{mm/s}$

A.2 Régime quasi-stationnaire :

ce régime se traduit par l'équation :

$$M = \frac{q_{pl} v \exp\left(-\frac{X_v}{2r}\right)}{16\gamma r f^{3/2}} \int_0^\infty \frac{d\check{S}}{\check{S}^{3/2}} \exp\left(-\check{S} - \frac{u^2}{4\check{S}}\right)$$

Après avoir exécuter les programmes en Maple, les cycles thermiques seront tracés par la suite pour des points ayant même abscisse *x*, même ordonnée *y* ainsi pour des points de différentes profondeurs *z*.

a/ points de même ordonnée *y* :

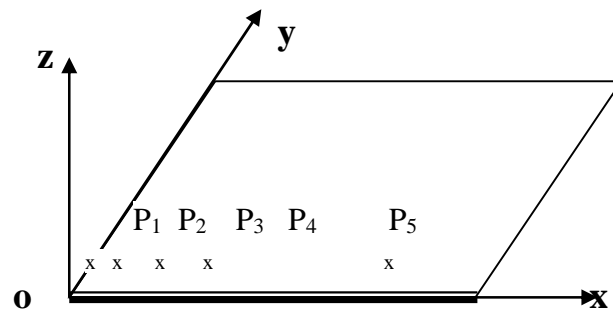


Fig.IV.2.a Positionnement des points de calcul

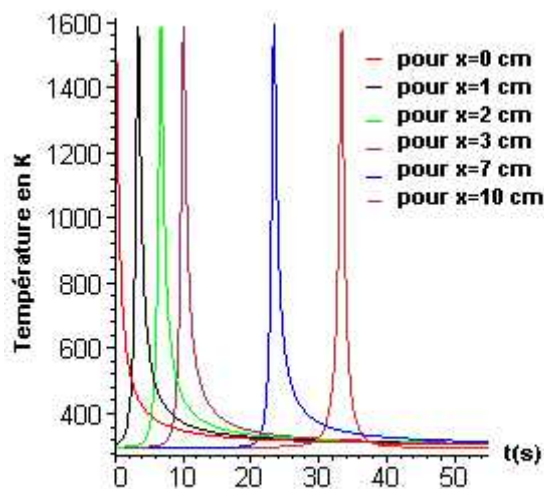


fig.IV.2.b distribution de la température au point *y*= 1 mm et *z*=0 mm avec *V* =3mm/s

b/ points de même abscisse x :

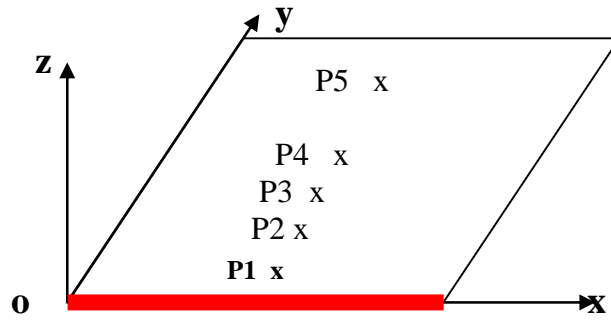


Fig.IV. 3.a. Positionnement des points de calcul

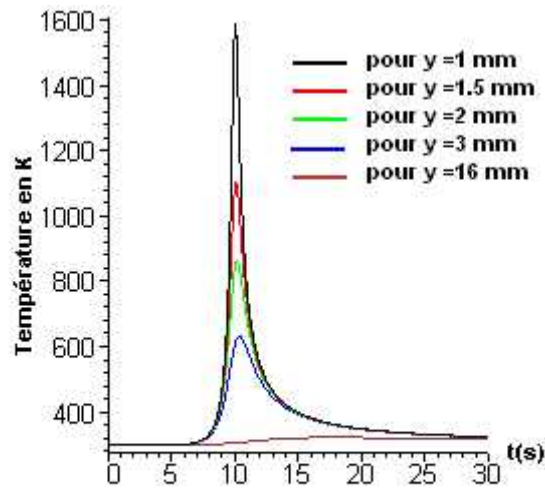


fig.IV.3.b. distribution de la température au point $x=30$ mm et $z=0$ mm avec $V=3$ mm/s

c/ points de différentes profondeurs z

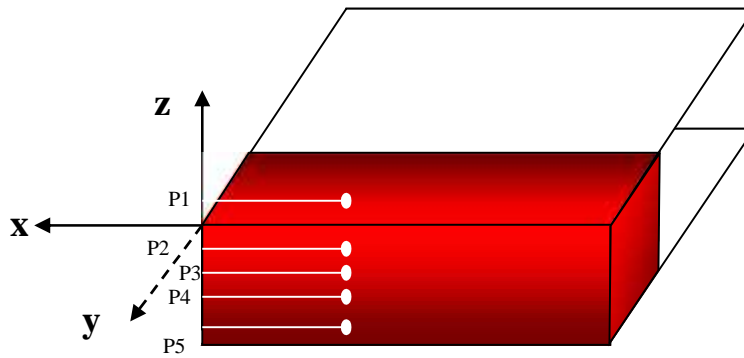


Fig.IV.4.a. Positionnement des points de calcul

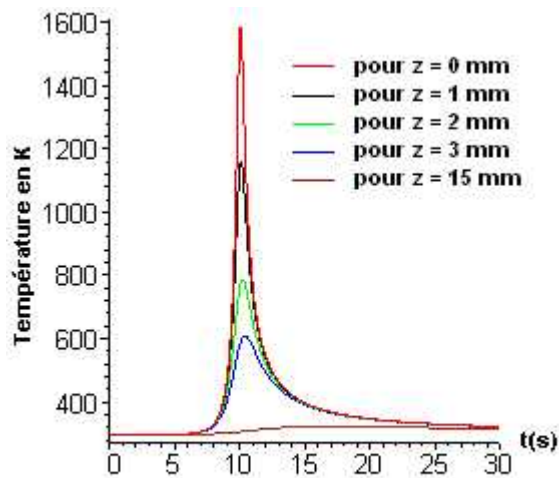


fig.IV.4.b. distribution de la température au point $x=30$ et $y=1$ mm avec $V=3$ mm/s

Les figures fig.IV.2, fig.IV.3 et fig.IV.4 représentent l'évolution de la température au cours du temps au point $M(x, y, z)$ (le cycle thermique au point M).

Dans la fig.IV.2, x varie de 0 à 100 mm, $y = 1$ mm et $z = 0$ mm, on remarque qu'au fur et à mesure que la distance x augmente, la durée qui caractérise le cycle thermique augmente, ceci est dû au temps nécessaire pour que la source thermique atteigne le point considéré.

La figure fig.IV.3 montre l'effet de l'éloignement du cordon, $x = 0.03$ mm, y varie de 1 à 16 mm et $z = 0$ mm, il est clair que plus qu'on s'éloigne du cordon de soudure plus que la valeur de la température maximale diminue.

La fig.IV.4 montre l'effet de la pénétration, $x = 0.03$ mm, $y = 1$ mm, z varie de 0 à 15 mm, on remarque que plus qu'on s'éloigne de la surface dont le point M appartient plus que le pique de la température décroît.

Physiquement ces effets sont dus à la conductivité du matériau de la plaque à souder.

Il est noté qu'on peut déterminer graphiquement la largeur et la pénétration de la zone fondue **ZF** ainsi que celles de la zone affectée thermiquement **ZAT**.

Remarques :

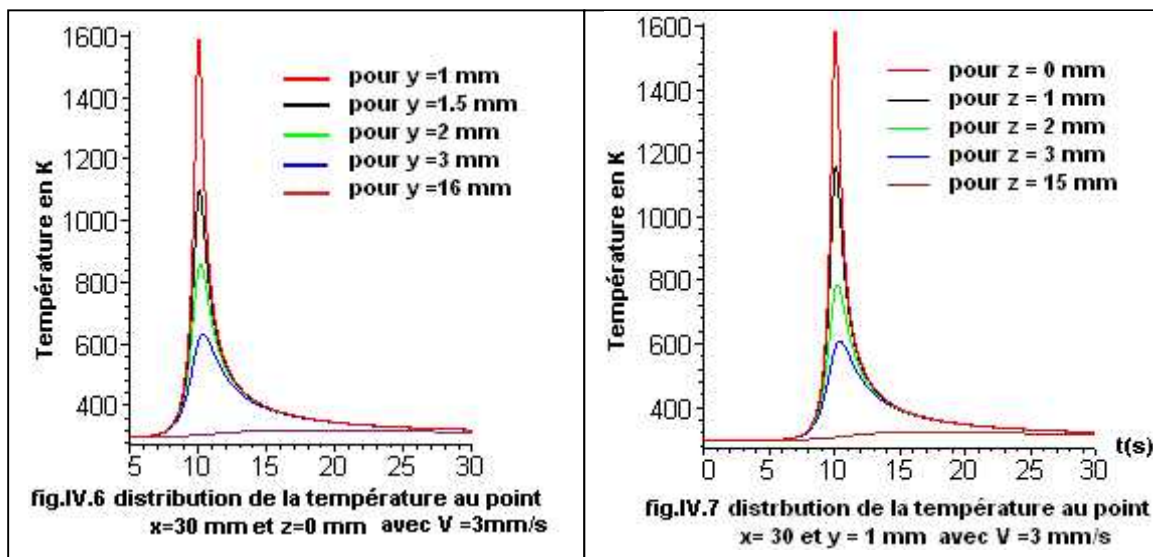
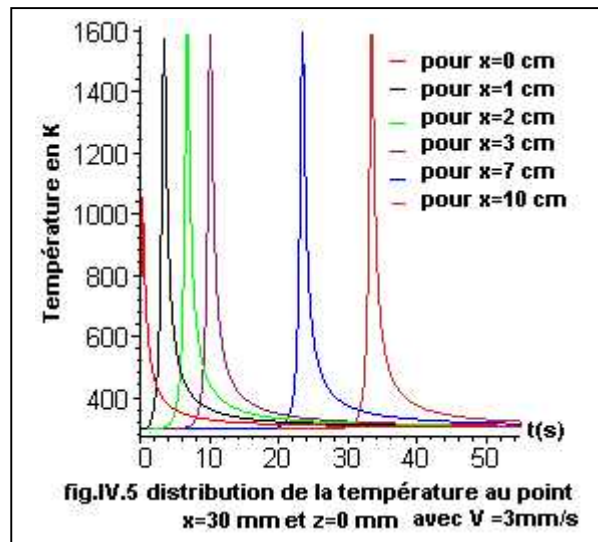
- Ces derniers raisonnements sont valables pour toute modélisation du phénomène de soudage (le type de la source, les conditions aux limites).

- Dans notre cas « Acier doux » la ZAT est la zone dont sa température est supérieure à 800°C
Réf [12]

a.3 Régime transitoire :

ce régime se traduit par l'équation

$$T_M = \frac{q_{pt} v \exp\left(-\frac{Xv}{2r}\right)^{\frac{v^2 t}{4r}}}{16\pi r f^{3/2}} \int_0^{\frac{4r}{v}} \frac{d\check{S}}{\check{S}^{3/2}} \exp\left(-\check{S} - \frac{u^2}{4\check{S}}\right)$$



Comparant les figures fig.IV.2 et fig.IV.5 , on remarque qu'il n'y a pas de différence qu'au point $x=0$ mm, clairement le pique de la température dans la fig.IV.5 (1030 k) est plus petit que celui de la fig.IV.2 (1440 k) , cet écart de température est justifier par le régime transitoire qui est, dans notre cas , caractérisé par une durée très courte.

b) .source surfacique :

b.1.source circulaire avec une distribution uniforme du flux thermique :

$$" M = \frac{q_c \cdot \nu}{16} r f^{3/2} A_c \int_{y_i=-r_0}^{y_i=+r_0} dy_i \int_{x_i=-\sqrt{r_0^2-y_i^2}}^{x_i=+\sqrt{r_0^2-y_i^2}} dX_i \cdot \exp\left[-\frac{(X - X_i)}{2r}\right] \cdot K_m(u_i)$$

Paramètres de soudage :

- Rendement de l'arc $\eta = 0.60$
- Intensité du courant $I = 58A$
- Tension de l'arc $U = 15 V$

Application pour Al 2024 -T3 dont les propriétés thermophysiques sont :

chaleur massique : $cp = 795 \text{ J / Kg K}$

masse volumique : $= 2787 \text{ Kg/m}^3$

conductivité thermique $k = 194 \text{ W/m K}$

le rayon de la source est : $r_0 = 0.8 \text{ mm}$

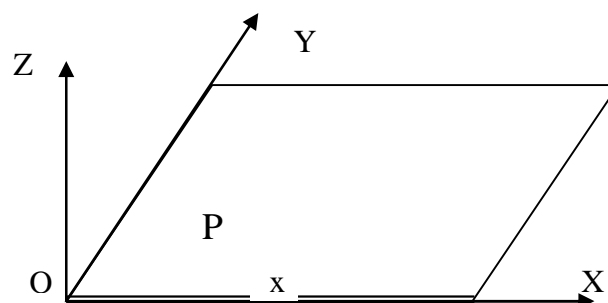


Fig.IV.8.a. Positionnement des points de calcul

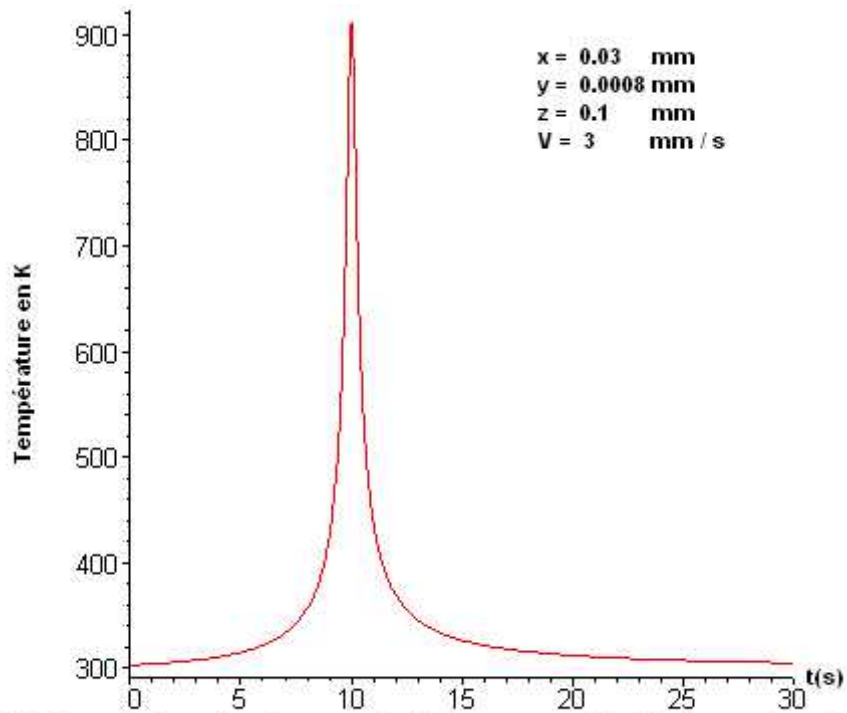


fig.IV.8.b. cycle thermique (source circulaire avec une (distribution uniforme).

b.2.source circulaire avec une distribution Gaussienne du flux thermique :

l'équation qui convient à cette distribution est comme suit :

$$M = \frac{q_c \cdot V}{0.1079 \cdot 16 \cdot r f^{3/2} A_c} \int_{y_i=-r_0}^{y_i=+r_0} \exp\left(-\left(3 \cdot \frac{y_i}{r_0}\right)^2\right) dy_i \int_{x_i=-\sqrt{r_0^2-y_i^2}}^{x_i=+\sqrt{r_0^2-y_i^2}} dX_i \cdot \exp\left(-\frac{\left(\frac{3 \cdot \left(\frac{X_i}{r_0}\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{y_i}{r_0}\right)^2}}\right)^2}{2r}\right) \cdot \exp\left[-\frac{(X-X_i)}{2r}\right] K_m(u_i)$$

Paramètres de soudage :

- Rendement de l'arc $\eta = 0.60$
- Intensité du courant $I = 58A$
- Tension de l'arc $U = 15 V$

Application pour Al 2024 -T3 dont les propriétés thermophysiques sont :

- chaleur massique : $cp = 795 J / Kg K$
- masse volumique : $= 2787 Kg/m^3$
- conductivité thermique $k = 194 W/m K$

Avec $r_0 = 0.8 mm$ et $V = 3 mm/s$

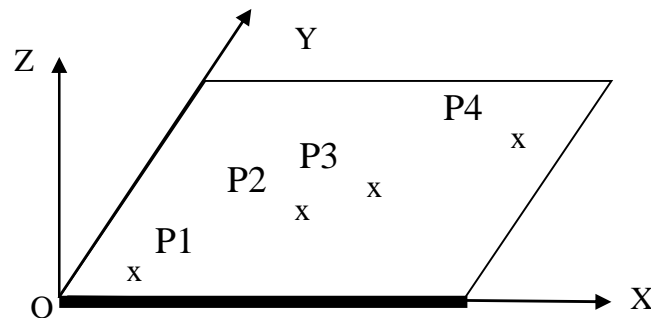
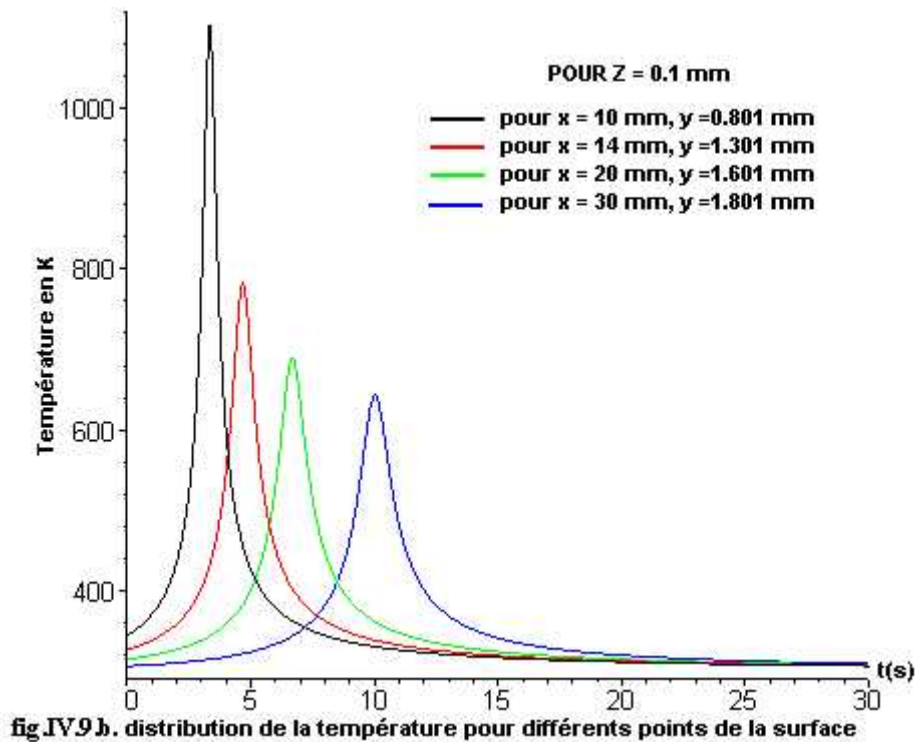


Fig.IV.9.a. Positionnement des points de calcul



b.3.source elliptique avec une distribution Gaussienne du flux thermique :

L'équation qui convient à cette distribution est comme suit :

$${}^*M = \frac{q_{ell} \cdot v}{0.1079 \cdot 16 \cdot r f^{3/2} A_{ell}} \int_{y_i=-b_0}^{y_i=+b_0} \exp\left[-\left(3 \cdot \frac{y_i}{b_0}\right)^2\right] \cdot dy_i \int_{x_i=-a_0 \sqrt{1-\left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}}^{x_i=+a_0 \sqrt{1-\left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}} dX_i \cdot \exp\left[-\left(\frac{3 \cdot \left(\frac{X_i}{a_0}\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}}\right)^2\right] \cdot \exp\left[-\frac{(X-X_i)}{2r}\right] \cdot K_m(u_i)$$

les paramètres de sougage et les propriétés thermophysiques précédents sont les mêmes

avec:

$a_0 = 1.6 \text{ mm}$.

$b_0 = 1.4 \text{ mm}$.

$V = 3 \text{ mm/s}$.

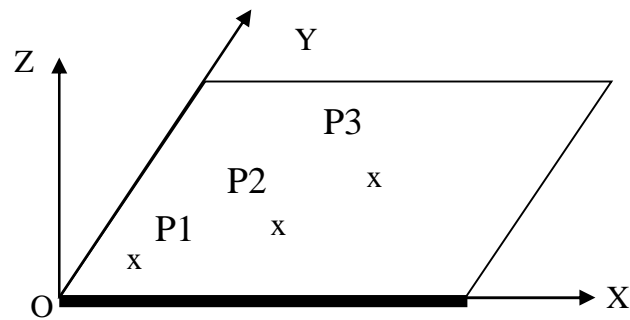


Fig.IV.10.a. Positionnement des points de calcul

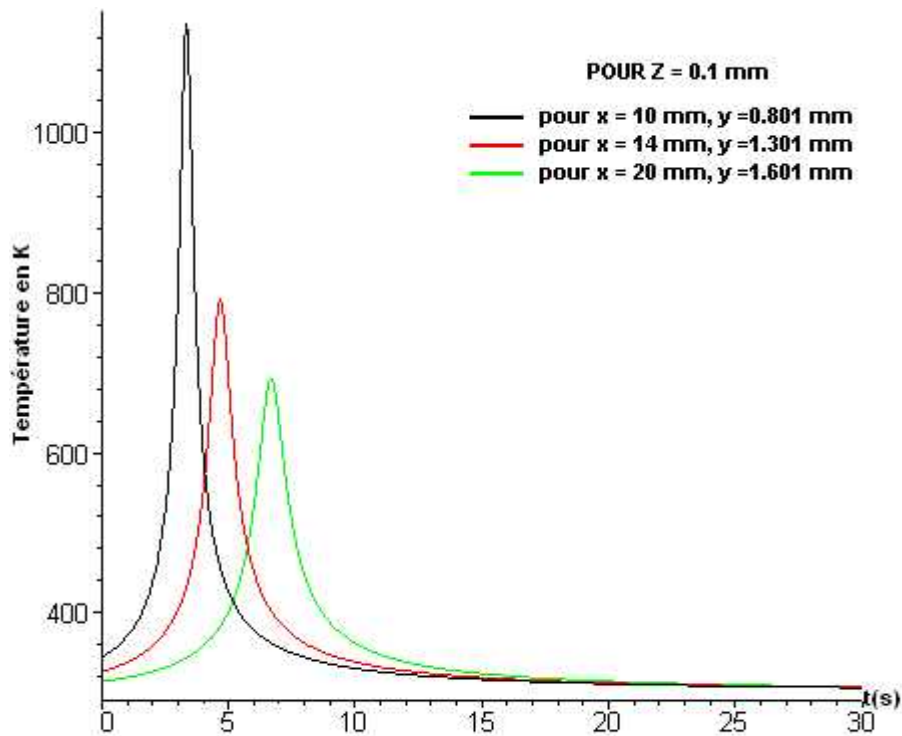


fig JV.10. b.distribution de la température pour différents points de la surface

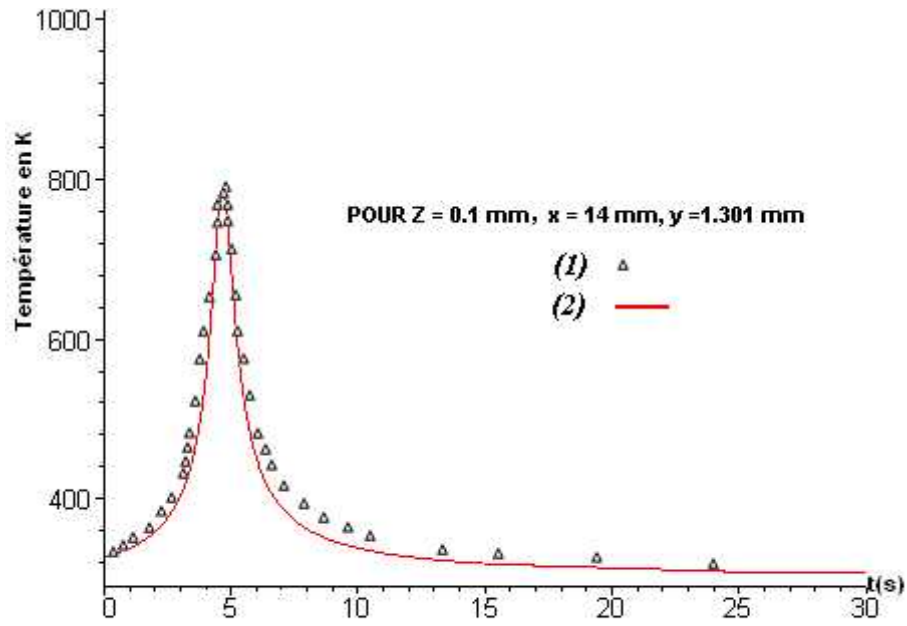


fig.IV.11. Comparaison des distributions de la température :
(1) résultat obtenu par Z.B.Hou, R. Komanduri (Réf[11])
(2) résultat calculé par le programme en Maple8

CONCLUSION GÉNÉRALE

Pour le calcul de la température, en n'importe quel point P de la plaque, pour différentes types de sources surfaciques mobiles avec différentes distributions du flux thermique, les solutions générales obtenues par les méthodes classiques (séparation des variables, transformations intégrales) ne seront pas utiles puisque elles convergent lentement (en 2D ou en 3D) Réf [15], or, celles développées par la méthode des sources thermiques de Jaeger (**Jaeger's heat source method**) peuvent être utilisées dans les deux régimes stationnaire et transitoire, ainsi que pour la détermination du cycle thermique en P.

Les solutions obtenues par la méthode des sources thermiques peuvent être utilisées pour estimer le temps ou bien la durée du régime transitoire tel que $t_{\text{transition}}$ est égale à $5[4\alpha/v^2]$.

L'utilisation de cette méthode permet de trouver des résultats pour le cas de soudage des plaques rectangulaire, ainsi de prédire la température dans un point quelconque de l'assemblage soudé et par la suite de caractériser le cycle thermique $T(t)$ d'où on prévoit la largeur et la profondeur de la zone fondue (ZF) et la zone affectée thermiquement (ZAT).

Le temps de refroidissements pour les différents cycles thermiques tracés est très court, ceci est due à la chaleur latente de solidification qui est négligée dans notre modélisation, contrairement à la réalité car la zone fondu au cours du soudage (bain de fusion) ne se solidifie pas instantanément, ce qui permet de dire que cette dernière devient elle même une source de chaleur durant le refroidissement, ce qui rend la durée de refroidissement caractérisant le cycle thermique réel lente.

Notre modélisation permet une bonne prédiction des dimensions des zones concernées (ZAF, ZAT) car la chaleur latente de fusion n'influe pas, à cause de la courte durée que prend le métal à fusionner surtout dans le cas des plaques minces.

Il est très difficile à l'heure actuel de trouver des documentations qui traitent analytiquement les problèmes du thermique dont les sources de chaleurs sont en mouvement, Ainsi il faut consacré un énorme effort pour la compréhension des méthodes analytiques.

Ce travail peut être complété ou amélioré en considérant des domaines de soudage à dimensions fini, ou en prenant le cas d'une source thermique volumique par exemple source bi-elliptique, et par la suite le traçage des lignes isothermes afin de mieux visualiser les zones ZAF et ZAT.

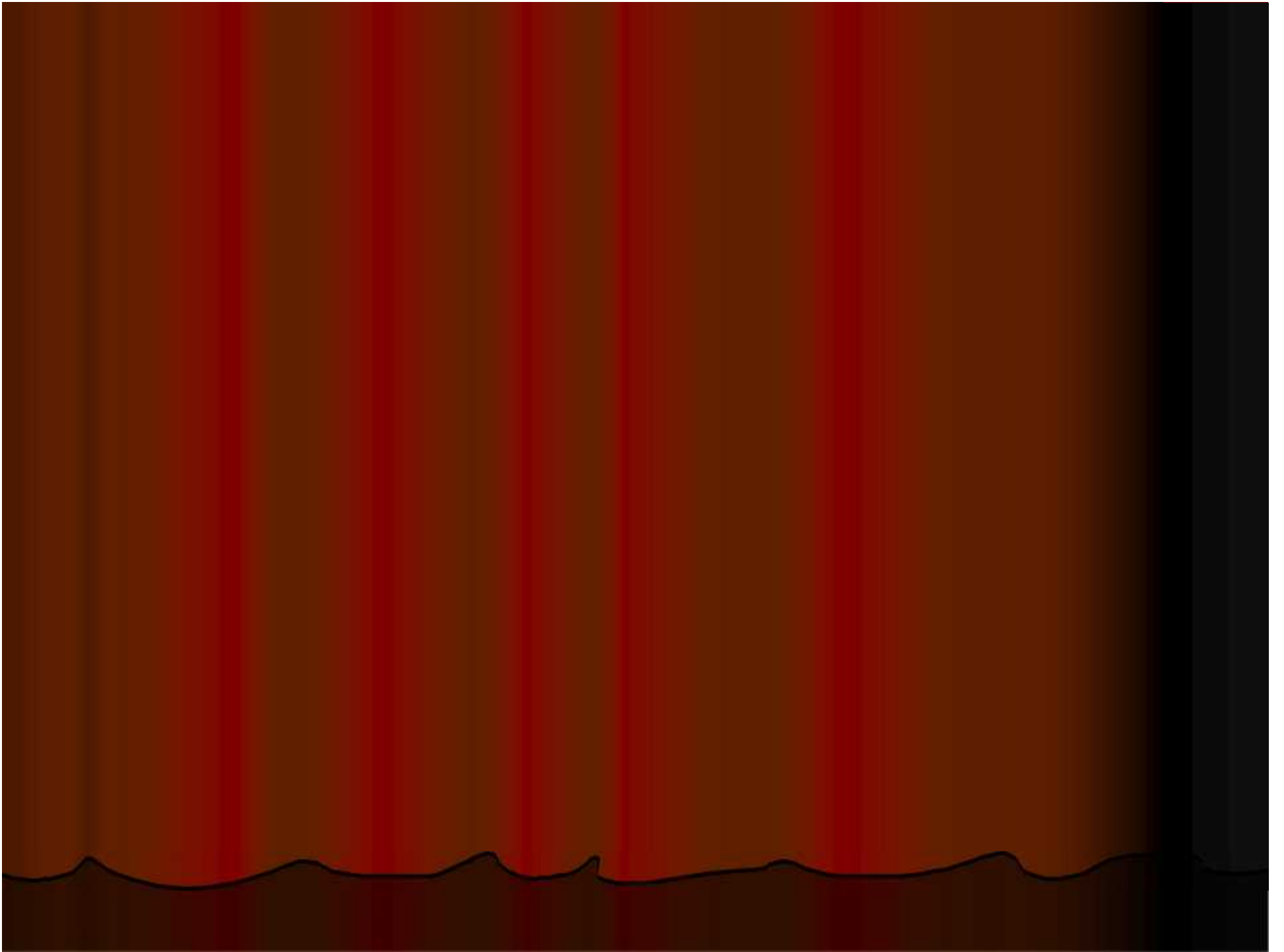
Bibliographie

- 1- H.S.Carslaw ,J.C.Jaeger, Conduction of heat in solids,2ème Ed,Oxford Universiy press,Oxford, 1959.
- 2- A.Leontiev,Théorie des échages de chaleur et de masse,Edition Mir Moscou, 1985.
- 3- John H. Lienhard IV, John H. Lienhard V, A heat trasfert textbook 3ième Ed, Phlogiston press, Cambridge & Massachusetts ,2002.
- 4- Perry Nicolas, Etude et développement des flux solides en vue d'application en soudage ATIG appliqué au titane et ses alliages ainsi qu'aux aciers inoxydables,Thèse de Doctorat , école doctorale de Nantes & L'université de Nantes, Spécialité : Génie mécanique, Nantes, France, Juin 2000.
- 5- Guillaume Rückert, Etude de la contribution des flux activants en soudage ATIG application de la cilice au soudage de différents métaux et alliages, Thèse de Doctorat , école doctorale de Nantes & L'université de Nantes, Spécialité : Génie mécanique, Nantes, France, décembre 2005.
- 6- Harlod P. Manly, Oxyacetylene Welding and Cutting Electic, Forge and thermit Welding together with related methods and material used in metal Working and the Oxygene process for remova of carbon, 10ième Ed, 2003.
- 7- Domnique Ottello, métaux et alliage, 1980.
- 8- PatriK Hoffmann, Micro usinage par laser , institut d'obtique Appliquée-DMT,2000.
- 9- Soudeur .com
- 10- Nicolas Kerrouault, Fissuration à chaud en soudage d'un acier inoxydable austénitique, Laboraroire de Mécanique des sols,Strucure et Matériaux /Ecp (UMR CNRS 8579) , Laboratoire moderne de Soudage / CEASaclay – CERM ? Spécialité : Mécanique et Matériaux, France, Mars 2005 .
- 11- Z.B. Hou Komanduri, Genral solutions for stationnary/moving plane heat source problems in manufacturing and tribology, International Journal of heat and mass transfer 43(2000) 1679-1698.
- 12- Guy Murry, Soudage et soudabilité métallurgique des métaux, Technique de l'ingénieur , Doc B 715.
- 13- S.C. Tam, L.E. Lindgren and L.J. Yang, computer simulation of temperature fields in mechanised Plasma-Arc Welding, Journal of Working Technology, 19(1989) 23-33 .
- 14- Roland Cases , Soudage à l'arc, Technique de l'ingénieur , Doc B 7 730.
- 15- Claude Saint Blanquet et Bernard Fourcher, Conduction de la chaleur.
- 16- Beny Neta, Partial Differential Equations, Ma 3132 Lecture Notes, California ,2002.
- 17- Yves Jannot, Transferts Thermiques
- 18- Weikipedia . Pierre Daigle, Le procédé TIG (GTAW) /. Centre de formation professionnelle de l'Outaouais «COPYRIGHT PIERRE DAIGLE © 2003 soudage@videotron.ca

2019

les Bienvenus





U.S.D.B.

Département Aéronautique

Thème

ÉTUDE ET RÉOLUTION DE L'ÉQUATION
DE LA CHALEUR GÉRANT LE PROCÉDÉ
DE SOUDAGE TIG À COMPLICITÉ
PROGRÉSSIVE

Réalisé par :

BOULBIR HICHEM

MERAIMI AHMED

promoteur :

M. AISSANI MOULOU

OPTION : STRUCTURE

PROMOTION : 2005 / 2006

Plan de travail

- **INTRODUCTION GÉNÉRALE**
- **CHAPITRE 1** présente des généralités sur le soudage plus particulièrement le procédé TIG.
- **CHAPITRE 2** est consacré à la modélisation mathématique du problème considéré et la représentation des différentes méthodes de résolution analytique de l'équation de la chaleur gérant le procédé TIG.
- **CHAPITRE 3** a pour objet la résolution de l'équation de la chaleur en 3D avec un degré de complexité croissant.
- **CHAPITRE 4** regroupe la représentation graphique des différents résultats et leurs interprétations.
- **CONCLUSION GÉNÉRALE**

Introduction générale

Les problèmes d'assemblage sont très anciens, depuis le temps préhistorique l'homme a cherché à concevoir des assemblages pour créer des produits répondants à des fonctions bien précises ; À l'heure actuelle presque tous les produits manufacturés comporte un assemblage et la qualité de ce produit dépend en grande partie de la qualité de cet assemblage.

Parmi les procédés d'assemblage, le soudage tient une place de premier pour des multiples applications dans des secteurs industriels aussi nombreux que variés (aéronautique, nucléaire, naval etc....). La compréhension de ce procédé requiert un investissement à la fois scientifique et technologique.

Le but principal de ce travail est la recherche de la solution ANALYTIQUE de l'équation de la chaleur qui régie le procédé de soudage TIG avec un degré de difficulté (complexité) progressive.

Cette solution exacte bien qu'elle permet la compréhension de ce phénomène physique et aussi elle représente une base très proche pour la validation des résultats obtenus en simulation numérique par la méthode des éléments finis ou volumes finis, ainsi pour prévoir l'ordre de grandeurs des paramètres recherchés (température, la largeur de la zone affectée thermiquement, la pénétration ...etc.) avant d'aborder à des problèmes plus compliqués, d'étudier facilement l'influences des différents paramètres sur la répartition de la température en un point désigné.

CHAPITRE

GENERALITES SUR LE SOUDAGE

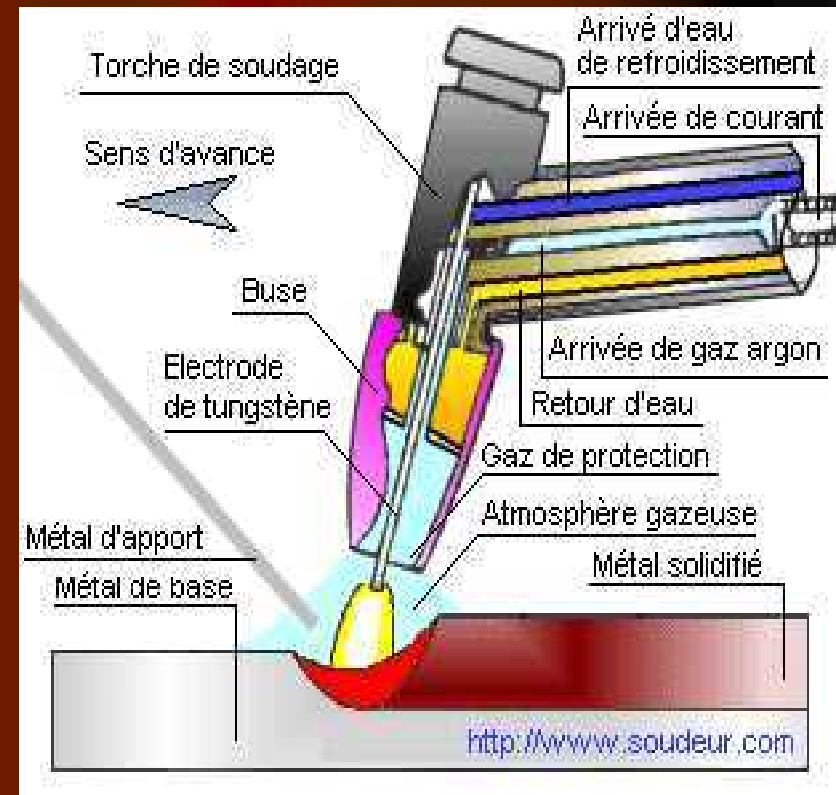
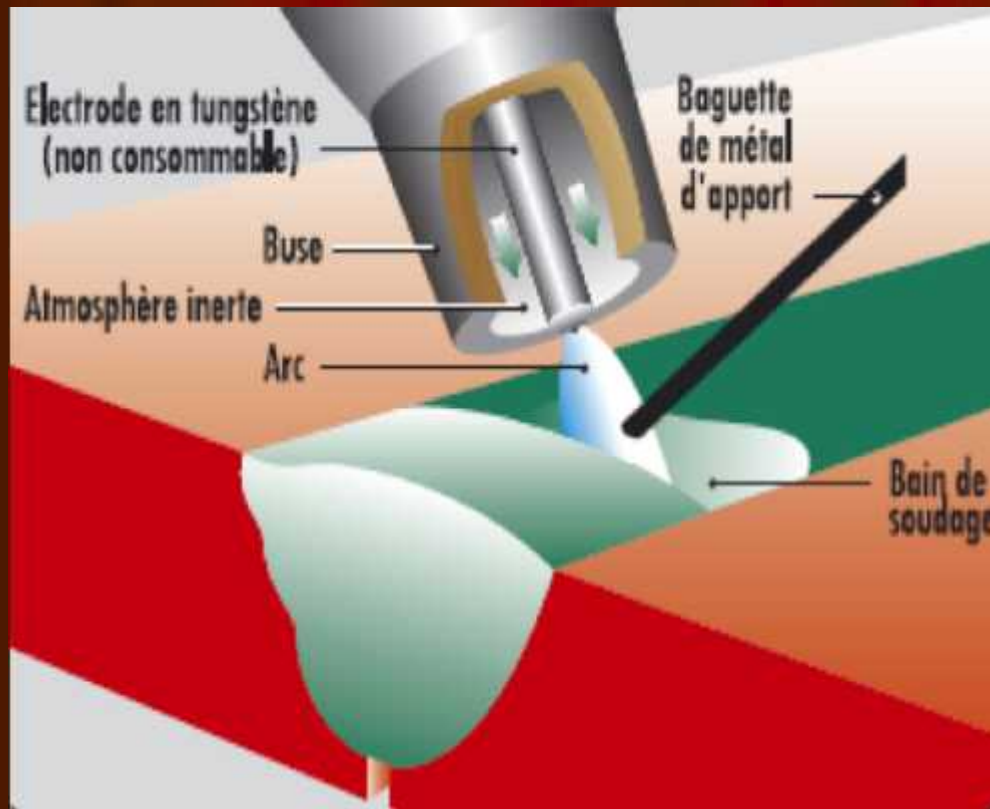
La réalisation des assemblages indémontables, en fabrication mécanique, utilise couramment les procédés de soudage. Ces techniques assurent la continuité des pièces à assembler contrairement au rivetage, sertissage, collage ou boulonnage qui présentent, des discontinuités physiques ou chimiques.

Le soudage c'est un procédé consistant à réunir deux ou plusieurs parties constitutives d'un assemblage, de manière à assurer la continuité (chimique et mécanique...etc.) entre les parties à assembler soit par chauffage (avec ou sans fusion du matériau), soit par intervention de pression, soit par l'un et l'autre, avec ou sans emploi d'un métal d'apport dont la température de fusion est de même ordre de grandeur que celle du matériau de base.

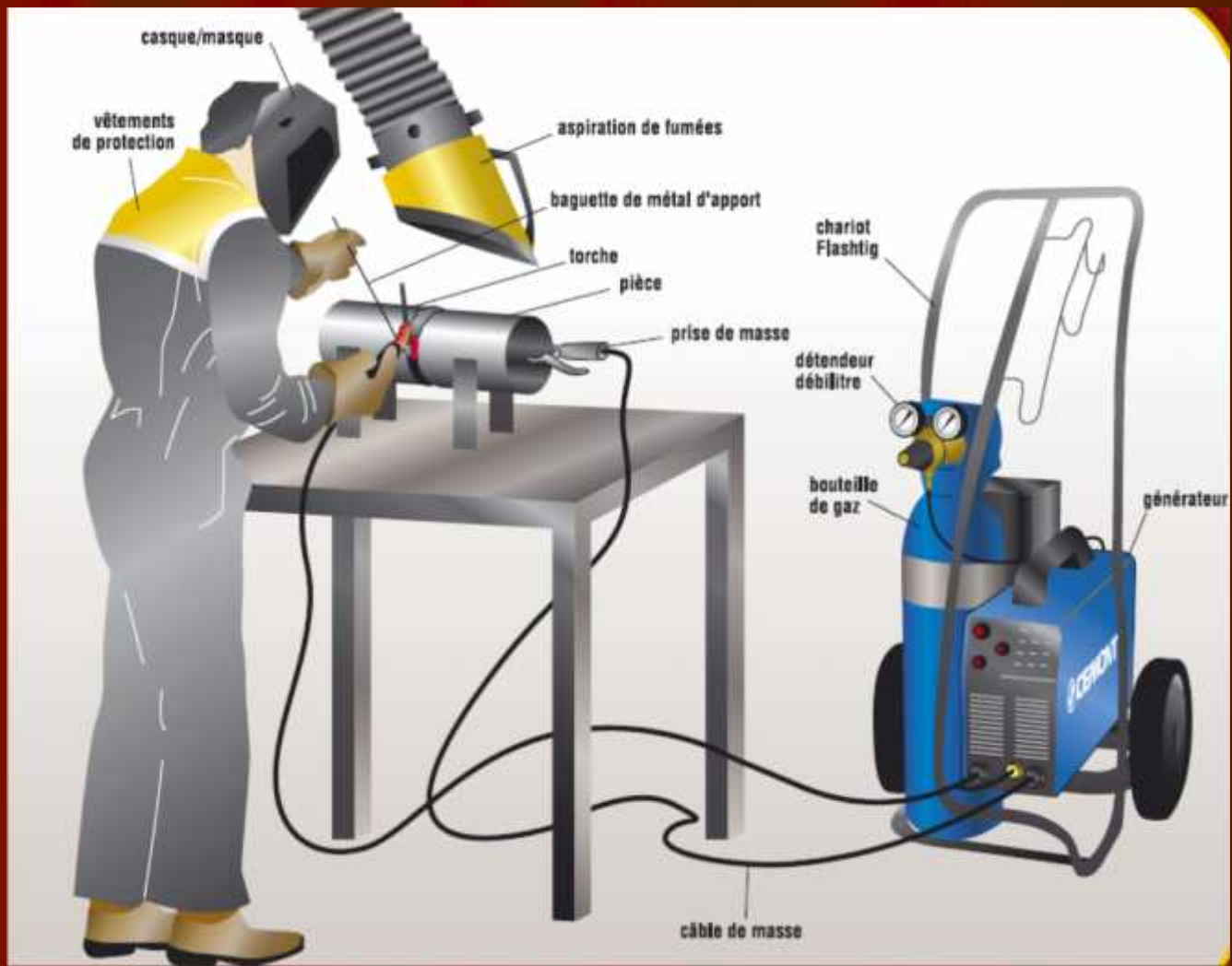
Le soudage au gaz à l'arc électrique sous protection gazeuse avec électrode réfractaire en tungstène

- **Principe :** Le soudage à l'arc au tungstène est un procédé qui utilise un arc électrique entre une électrode réfractaire de tungstène et la pièce à souder. Un gaz inerte protège la zone de métal en fusion contre l'air ambiant durant le soudage.

Le métal d'apport peut être ou ne pas être utilisé. Lorsque l'on a besoin de métal complémentaire, on utilise une baguette d'apport qui vient alimenter le bain de fusion remplissant ainsi le joint à souder. La technique de soudage utilisée est la même que pour le procédé de soudage oxyacétylénique. Pendant qu'une main tient la torche pour amener le métal de base en fusion, l'autre tient la baguette et alimente le bain de fusion.



Ces deux figures décrivent le procédé TIG ; Un arc est amorcé entre l'extrémité d'une électrode réfractaire (tungstène) et la pièce à souder et provoque la fusion du métal de base. Une buse, concentrique à l'électrode, canalise un gaz inerte qui isole de l'atmosphère extérieure l'arc et le bain de métal en fusion. Le métal d'apport à d'ordinaire la forme de baguettes pour la torche manuelle ou de fil embobiné lorsqu'on veut un apport automatique.



- **Domaine d'application :**

Le procédé de soudage à l'arc au tungstène est surtout utilisé pour le soudage des tôles minces mais plus particulièrement pour tous les métaux non ferreux. Parmi ces métaux, mentionnons le magnésium, l'aluminium, le cuivre et leurs alliages, ainsi que pour l'acier inoxydable, et les aciers au carbone de différentes épaisseurs. On emploie le procédé dans la construction aéronautique, pour souder les objets minces, pour le petit diamètre et la tuyauterie de mince mur, les ustensiles de cuisine, les réservoirs, les citernes, les carrosseries, les cabines de camions.

Le procédé est souvent employé pour faire la racine ou la première passe de soudage pour la tuyauterie de diverses tailles, dans les travaux d'entretien et de réparation, le procédé est généralement employé pour réparer les outils dans les industries alimentaires est chimique, pour les échangeurs de chaleur, les pièces décoratives et bien d'autres encore.

- **Avantages :**

- Le procédé convient à presque tous les métaux. Le dépôt de soudure est très dense et le procédé permet d'exécuter les soudures sans porosité même sur des métaux difficilement soudables, tels que les alliages de titane et le zirconium. le procédé est idéal aussi pour effectuer des réparations sur de petites séries de fabrication des pièces.

- La compacité de la torche permet de souder dans des endroits difficilement accessibles pour d'autres procédés.
- Le procédé ne requiert que peu et même parfois aucun nettoyage après la soudure.
- Le chauffage des pièces s'effectue sur une petite surface, le bain de fusion est étroit et la vitesse de soudage, relativement élevée
- En raison du gaz inerte, on peut dire que les émanations de vapeur et de fumée toxique sont éliminées dans la plupart des cas.
- La qualité visuelle d'une soudure TIG est excellente (homogénéité du bain de fusion et permet d'obtenir une esthétique de cordon).



➤ **inconvénients**

- Procédé de soudage lent, il nécessite souvent les deux mains du soudeur. De plus, il n'est pas vraiment avantageux pour le soudage sur tôles épaisses. Il exige un équipement plus considérable que certains autres procédés comme le SMAW, par exemple.
- Équipement dispendieux.
- Prix élevé de la soudure à cause du gaz de protection et du coût de l'équipement.
- Déformations des pièces soudées.
- Le procédé s'automatise assez difficilement, il nécessite une bonne dextérité du soudeur (pour certains assemblages l'électrode est à 1 mm de la pièce).

Soudage semi-automatique MIG et MAG

- **Description du procédé**

- La figure illustrée dans la page suivante représente une installation de soudage semi automatique , le procédé que l'on désigne également par les expressions MIG et MAG selon que le gaz est respectivement inerte ou actif, (*Metal Inert Gas et Metal Active Gas*) Dans les pays anglo-saxons. on utilise aujourd'hui de préférence et indifféremment les expressions suivantes : *semi-automatic welding, gas metal arc welding ou GMA, gas shielded arc welding process.*
- Le soudage semi-automatique s'apparente par le fil électrode au soudage sous flux. Bien que parfois actif, le gaz de protection joue un rôle métallurgique plus restreint que le flux mais simplifie la mise en œuvre du procédé.

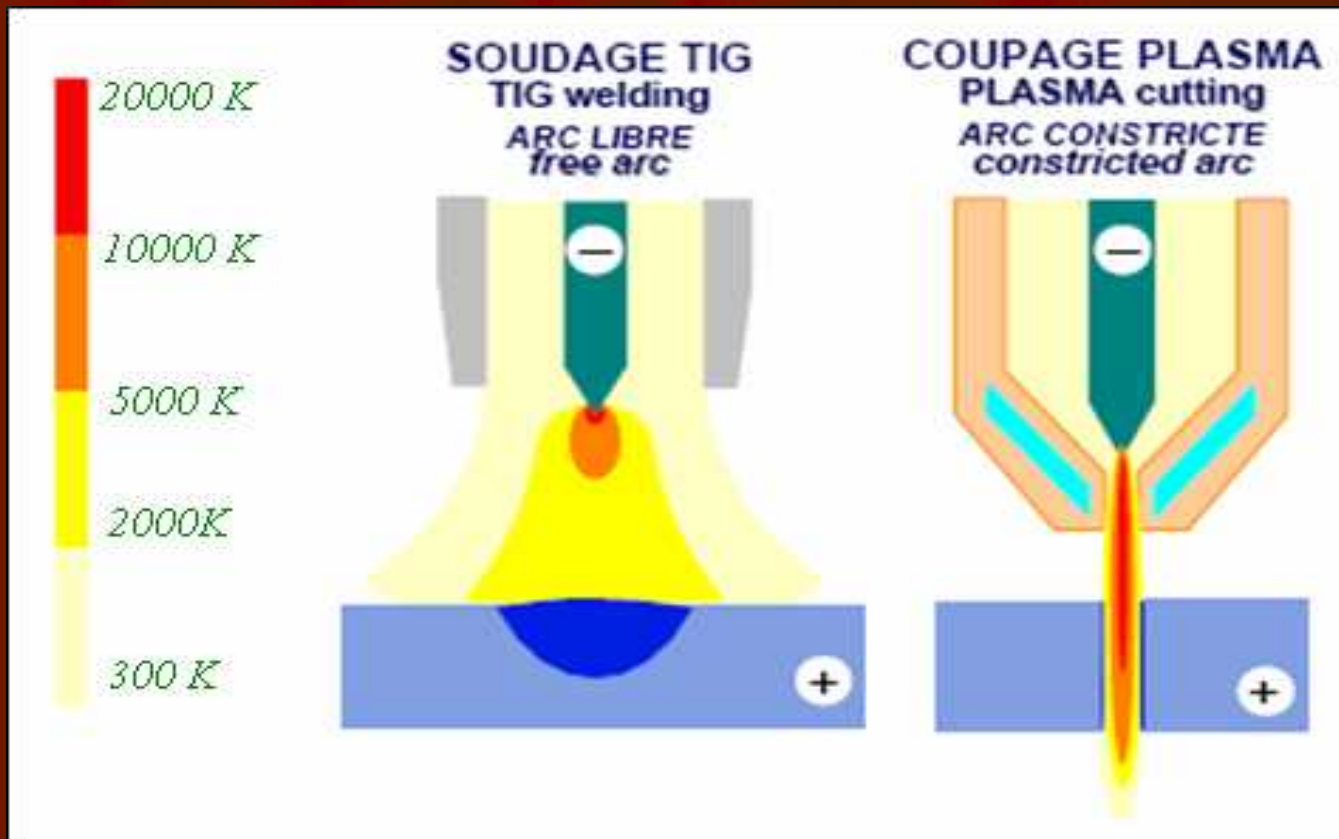
Soudage à l'arc avec électrode enrobée

C'est un procédé de soudage manuel, Le cordon est obtenu à partir d'un arc électrique s'établissant entre les pièces à souder et une électrode fusible qui intervient en tant que métal d'apport et l'enrobage participe à la protection du bain de fusion de la pollution par l'oxygène et l'azote contenu dans l'air ambiant en générant une atmosphère gazeuse entourant le métal en fusion.



Soudage au plasma

- Le soudage plasma est une extension du soudage TIG dont la densité d'énergie et la vitesse d'éjection du plasma sont plus importantes



CHAPITRE II

MODÉLISATION MATHÉMATIQUE DU SOUDAGE

Ce chapitre est consacré à la modélisation mathématique du transfert thermique lors d'une opération de soudage. Cette modélisation est basée sur des principes de la théorie des échanges de chaleur et de masse, ainsi que sur la représentation mathématique des lois de la thermodynamique.

Dans le souci, d'avoir des possibilités de solution analytique il est nécessaire d'imposer des hypothèses simplificatrices sur la géométrie du bain de fusion, les mouvements de convection dans le bain, la chaleur latente de fusion, de solidification et de vaporisation. Par d'autres termes, les changements de phase dans le bain ne seront pas pris en considération ainsi que limitation de la dépendance en température des propriétés thermophysiques du matériau.

Selon ces dernières, le modèle analytique est limité au transfert de chaleur par conduction, ce qui fait l'objet d'analyse et de démonstration dans les parties suivantes.

Équation de la chaleur

C'est le premier principe de la thermodynamique exprimé sous une forme mathématique et appliqué aux corps mais, dont l'interaction avec le milieu ambiant ne s'accompagne pas du travail extérieur quel que soit ce milieu

Le premier principe de la thermodynamique s'écrit alors :

$$Q_P + Q_V = \Delta U + L$$

Avec :

$$Q_P = \int_S \int_0^t dQ dt$$
$$Q_v = \int_V \int_0^t q_v dV dt$$
$$Q_v = \int_V \int_0^t q_v dV dt$$

Compte tenu des équations précédentes le premier principe devient :

$$\int_S \int_0^t dQ dt + \int_V \int_0^t q_V dV dt = \int_V \int_0^t \dots C \frac{\partial T}{\partial t} dV dt$$

Introduisant la loi de Fourier: $\frac{dQ}{dS} = - \} \text{grad}(T)$

l'équation de la chaleur peut s'écrire

$$\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial t} = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + S(x, y, t)$$

Modélisation de la source de chaleur en soudage à l'arc

- La modélisation de la source de chaleur est un point clé dans toute étude de soudage. Pour cela on présente dans ce qui suit les différents modèles de source de chaleur.

* Distribution uniforme :(constante)

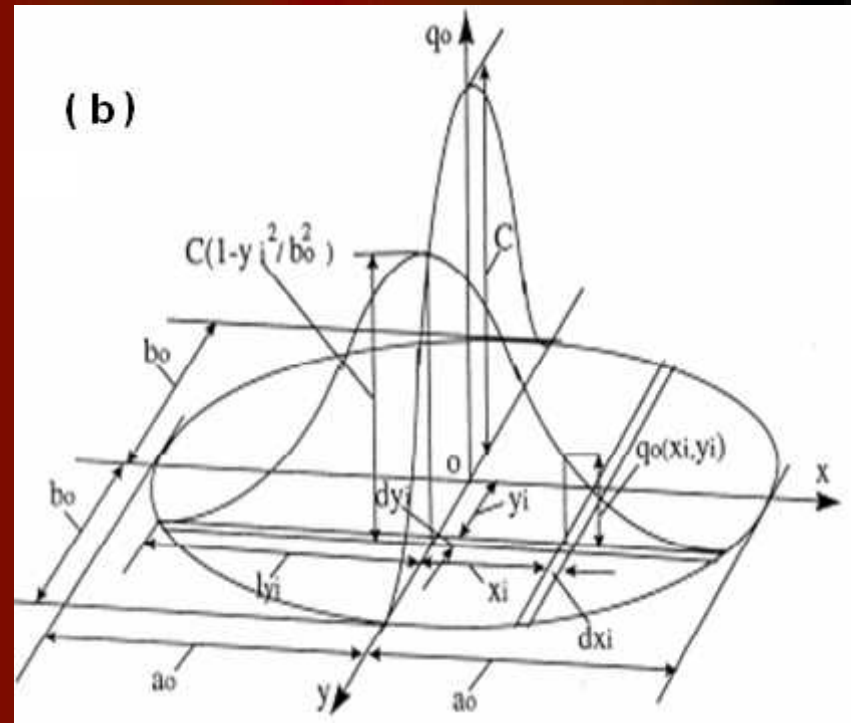
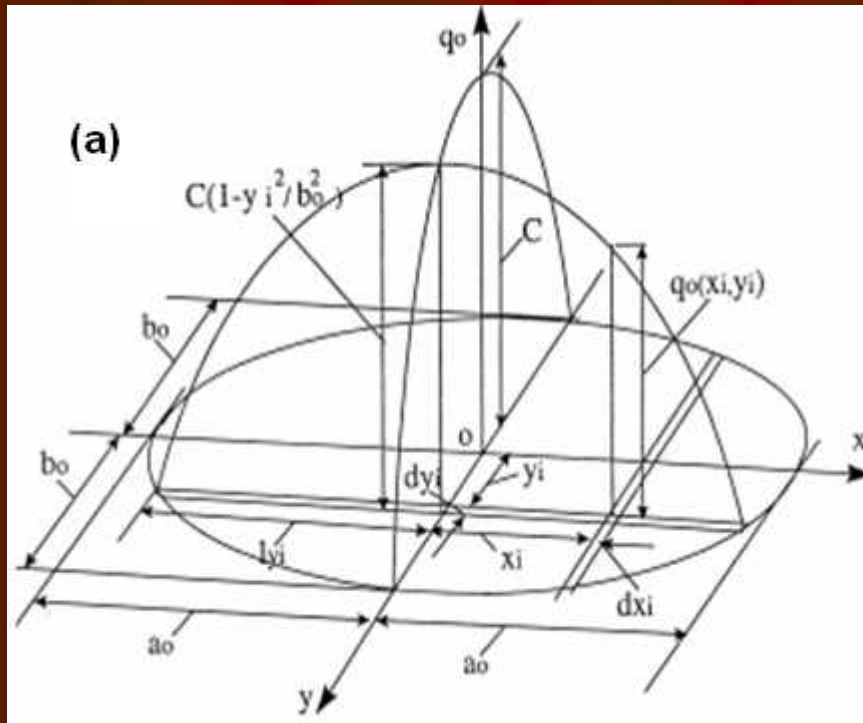
$$q_0 = \frac{q_{pl}}{A_{pl}}$$

* Distribution parabolique

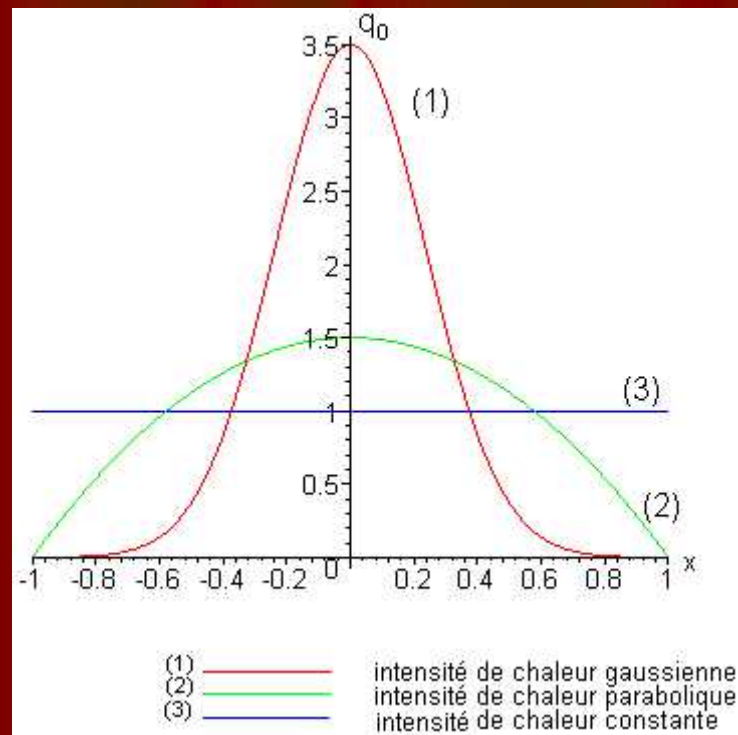
$$q_0 = C (1 - y_i^2 / b_0^2)(1 - x_i^2 / a_0^2)$$

* Distribution Gaussienne (normale)

$$q_0 = C \exp[-(3y_i / b_0)^2] \exp[-(3x_i / a_0)^2]$$



Ces figures montrent la variation (en deux dimensions) de l'intensité de la chaleur libérée d'une source elliptique avec une distribution q_0 (normale (fig.(a)) ,parabolique (fig.b)), ainsi que son rapport avec les distances x_i et y_i



Méthodes principales de résolution de l'équation de la chaleur en régime instationnaire

- **Méthode de séparation des variables :**

Cette méthode a été établie par le physicien français Fourier, son application aux problèmes de conduction thermique consiste à trouver l'ensemble des solutions partielles de l'équation de la chaleur qui sont ensuite sommées.

$$T = c_1 T_1 + c_2 T_2 + \dots = \sum_{i=1}^{i=\infty} c_i T_i$$

La solution de l'équation se présente sous forme de produit de deux fonctions, dont l'une dépend seulement du temps $\tau(t)$ et l'autre $\mathcal{E}(x, y, z)$

donc

$$T = c_0 \cdot \tau(t) \cdot \psi(x, y, z)$$

- **Méthode de transformation intégrale**

Pour résoudre de nombreux problèmes de conduction thermique, on recourt largement aux différentes méthodes de transformation intégrale des équations différentielles et des conditions aux limites. Le principe de ces méthodes consiste dans le fait qu'on soumet à l'étude non pas les fonctions elles mêmes définies par la position du problème, mais leur modification, ce qu'on appelle leur transformée. La fonction elle même se nommant alors original. la transformation intégrale de l'originale $f(x)$ peut être mise sous la forme :

$$f(p) = \int_0^{\infty} K(p, x) f(x) dx$$

où $f(p)$ est la transformée de la fonction $f(x)$; $K(p,x)$ le noyau de la transformation et p un certain paramètre.

- **Méthode des sources thermique ou ‘ Jaeger’s classical heat source method’**

C’est l’une des méthodes classiques développée par (J.C. Jaeger) particulièrement indiquée pour résoudre des problèmes de conduction thermique d’un domaine infini ou semi infini. Cette théorie peut être développée à l’aide des fonctions de Green pour résoudre des problèmes de conduction thermique d’un domaine fini.

- **Source ponctuelle instantanée :**

- On considère l’équation de transfert de la chaleur d’un domaine infini tridimensionnelles(3D):

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial t}$$

Telle que $G = T - T_0$

La solution de cette équation est donnée par:

$$G(x, y, z, t / x', y', z', t_i) = \frac{Q}{8 \dots c (f r (t - t_i))^{3/2}} \exp\left(-\frac{(x-x')^2}{4r(t-t_i)}\right) \exp\left(-\frac{(y-y')^2}{4r(t-t_i)}\right) \exp\left(-\frac{(z-z')^2}{4r(t-t_i)}\right)$$

La solution s'appelle la température due à une source ponctuelle instantanée de puissance Q au point (x', y', z') au temps \dagger_i . Cette solution présente la base de la théorie des sources thermique développé par **Jaeger**, on utilise cette formule pour déterminée les fonction de source pour des divers cas (source linéaire, plane, volumique, cylindrique etc....).

•Source linéaire instantanée de puissance Q à $t = \dagger_i$, parallèle à l'axe z passant par le point (x', y') :

Ici on considère une distribution d'une source ponctuelle de puissance Qdz' à z' le long de la ligne. La température est obtenue par intégration de la solution

$$G = \frac{Q}{8 \dots c (f r (t - \dagger_i))^{3/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz' e^{-\{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2\} / 4 r (t - \dagger_i)}$$

$$= \frac{Q}{4 \dots c f r (t - \dagger_i)} e^{-\{(x-x')^2 + (y-y')^2\} / 4 r (t - \dagger_i)}$$

CHAPITRE III

RÉSOLUTION ANALYTIQUE DES ÉQUATIONS GÉRANT LE PROCÉDÉ DE SOUDAGE TIG

La résolution analytique des problèmes stationnaires ou instationnaires pour le calcul de la température en n'importe quel point due à l'effet des sources thermiques surfaciques stationnaires ou bien mobiles de différentes géométries (elliptique, circulaire, rectangulaire, et carrée) avec différentes distributions d'intensité de chaleur (uniforme, parabolique, et normale) est présentée dans ce chapitre en utilisant la méthode classique des sources thermiques

En commençant la résolution pour une source ponctuelle mobile on démontre dans ce cas la solution trouvée par Rosenthal (1941) cette solution est utilisée par la suite pour résoudre des problèmes avec des sources thermiques surfaciques telles que circulaire, elliptique. En outre, l'analyse présentée dans ce chapitre est valable dans tous les cas stationnaire, quasi-stationnaire, et instationnaires. L'analyse peut être utilisée pour calculer la température non seulement sur la surface mais aussi pour des profondeurs respectives.

● Solution pour une source ponctuelle mobile

Dans ce cas l'équation de conductivité thermique est :

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{q_{pt}}{r} u(x-vt)u(y)u(z) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

avec $\theta = T - T_0$

la variation de la température au point M au temps t causé par une libération infinitésimale de chaleur pour une variation infinitésimale du temps $d\tau_i$ (en utilisant la solution pour une source ponctuelle instantanées se traduit par l'équation :

$$d\theta_M = \frac{q_{pt} d\tau_i}{8\alpha c (f r (t - \tau_i))^{3/2}} \exp\left(-\frac{(x - v\tau_i)^2 + y^2 + z^2}{4r(t - \tau_i)}\right)$$

d'où la température totale est :

$$u_M = \frac{q_{pl} \nu \exp\left(-\frac{X\nu}{2r}\right)}{16\}rf^{3/2}} \int_0^{\frac{\nu^2 t}{4r}} \frac{d\check{S}}{\check{S}^{3/2}} \exp\left(-\check{S} - \frac{u^2}{4\check{S}}\right)$$

Avec $\check{S} = \frac{\nu^2 t}{4r}$

On pose $K_m(u_i) = \int_0^{\nu^2 t/2r} \frac{d\check{S}}{\check{S}^{3/2}} \exp\left(-\check{S} - \frac{u_i^2}{4\check{S}}\right)$

La Solution pour des sources de chaleur planes (surfaceutes) et mobiles est :

$$u_M = \frac{q_{pl} \cdot \nu}{E.16\}rf^{3/2} A_{pl}} \int_{y_i=-j}^{y_i=+j} F \cdot \left[\int_{x_i=-k}^{x_i=+k} .G \cdot \exp\left[-\frac{(X - X_i)}{2r}\right] \cdot K_m(u_i) dX_i \right] dy_i$$

avec

Forme	elliptique	circulaire	rectangulaire	carré
j	b_o	r_o	b_o	a_o
k	$a_o \sqrt{1 - (y_i/b_o)^2}$	$\sqrt{r_o^2 - y_i^2}$	a_o	a_o
$A_{pl} \text{ (cm}^2\text{)}$	$\pi a_o b_o$	πr^2	$4a_o b_o$	$4a_o^2$

❖ **Solution pour le cas d'une source circulaire mobile :**

- **Pour une distribution d'intensité de chaleur uniforme :**

$$u_M = \frac{q_c \cdot v}{16 \cdot r f^{3/2} A_c} \int_{y_i = -r_0}^{y_i = +r_0} dy_i \int_{x_i = -\sqrt{r_0^2 - y_i^2}}^{x_i = +\sqrt{r_0^2 - y_i^2}} dX_i \cdot \exp\left[-\frac{(X - X_i)}{2r}\right] \cdot K_m(u_i)$$

- **Avec une distribution gaussienne d'intensité de chaleur :**

$$u_M = \frac{q_c \cdot v}{0.1079 \cdot 16 \cdot r f^{3/2} A_c} \int_{y_i = -r_0}^{y_i = +r_0} \exp\left[-\left(3 \cdot \frac{y_i}{r_0}\right)^2\right] \cdot dy_i \int_{x_i = -\sqrt{r_0^2 - y_i^2}}^{x_i = +\sqrt{r_0^2 - y_i^2}} dX_i \cdot \exp\left[-\frac{\left(\frac{3 \cdot \left(\frac{X_i}{r_0}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{y_i}{r_0}\right)^2}}\right)^2}{\left(\frac{X - X_i}{2r}\right)}\right] \cdot K_m(u_i)$$

❖ **Solution pour le cas d'une source elliptique mobile**

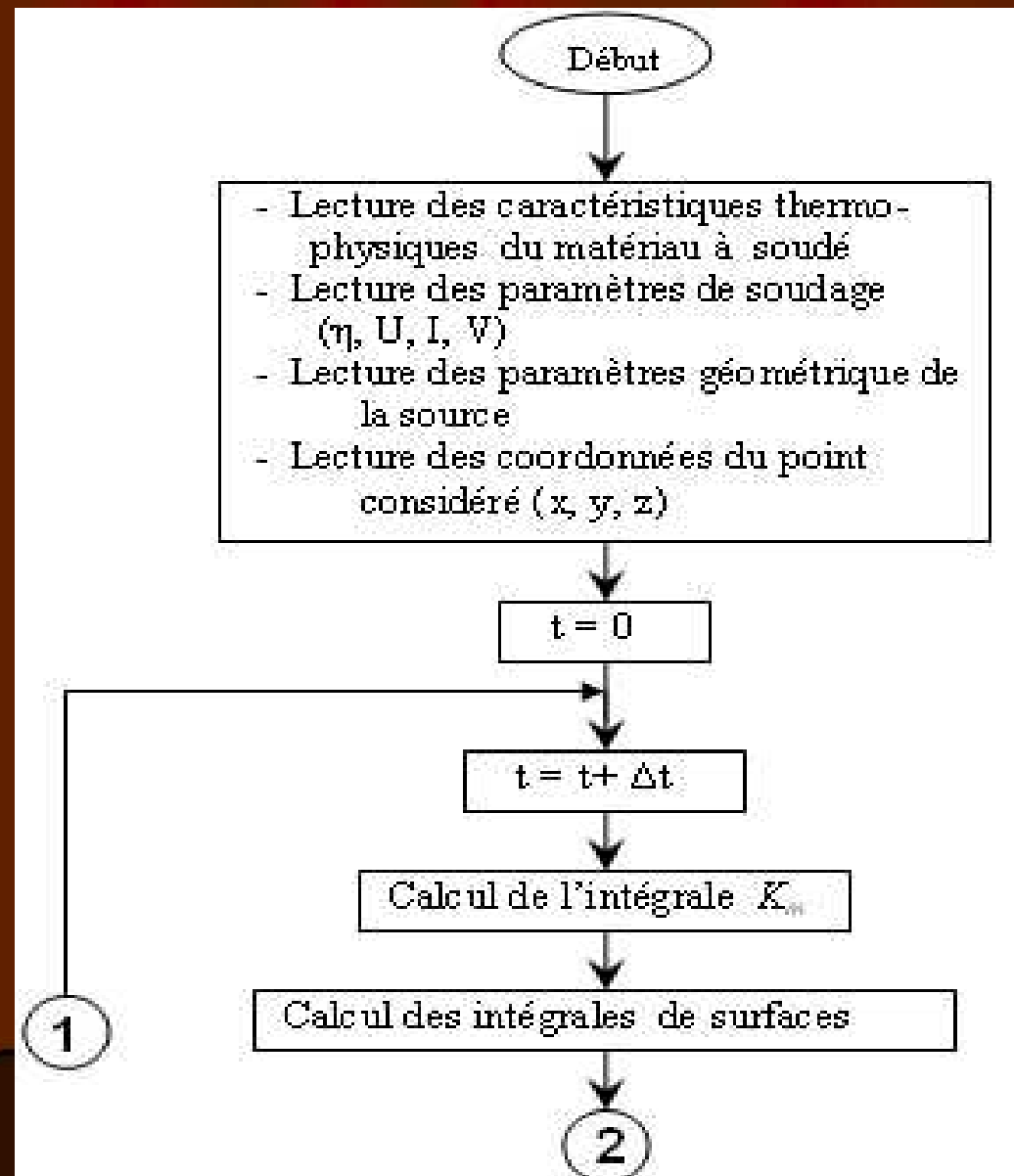
- Pour une distribution d'intensité de chaleur uniforme :

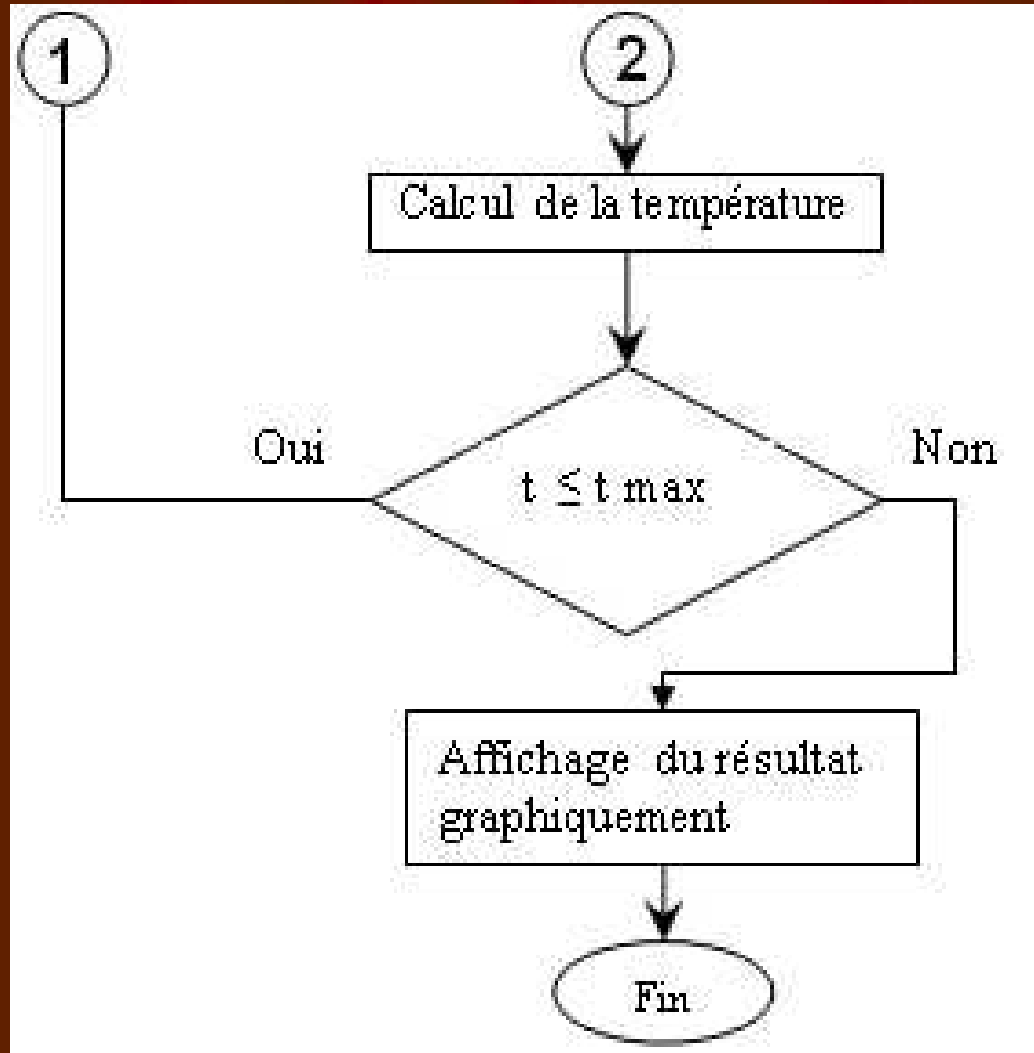
$$u_M = \frac{q_{ell} \cdot v}{16 \} r f^{3/2} A_{ell}} \int_{y_i = -b_0}^{y_i = +b_0} dy_i \int_{x_i = -a_0 \sqrt{1 - \left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}}^{x_i = +a_0 \sqrt{1 - \left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}} dX_i \cdot \exp \left[-\frac{(X - X_i)}{2r} \right] \cdot K_m(u_i)$$

- Avec une distribution gaussienne d'intensité de chaleur :

$$u_M = \frac{q_{ell} \cdot v}{0.1079 \cdot 16 \} r f^{3/2} A_{ell}} \int_{y_i = -b_0}^{y_i = +b_0} \exp \left(-\left(3 \cdot \frac{y_i}{b_0} \right)^2 \right) \cdot dy_i \int_{x_i = -a_0 \sqrt{1 - \left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}}^{x_i = +a_0 \sqrt{1 - \left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}} dX_i \cdot \exp \left[-\frac{3 \cdot \left(\frac{X_i}{a_0} \right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}} \right] \cdot \exp \left[-\frac{(X - X_i)}{2r} \right] \cdot K_m(u_i)$$

Une fois les solutions générales associées à chaque type de source, sont trouvées on cherche à les calculer et les représenter graphiquement, de ce fait on traduit les étapes de calcul par l'organigramme suivant :





CHAPITRE IV

RÉSULTATS ET INTERPRÉTATION

Afin d'exploiter les résultats thermiques, il est nécessaire de calculer et de représenter graphiquement les différentes solutions obtenus dans le chapitre III, par la méthode des sources thermiques, pour visualiser la distribution (l'évolution) de la température en un point donné (x,y,z) de la plaque à souder au cours du temps. Dans ce sens, des programmes ont été réalisés en **Maple 8**.

Le tracé des cycles thermiques pour des différents métaux « Acier doux, alliage d'Aluminium le Al 2024 -T3 » nous permet de connaître l'influence des différents paramètres (géométrie de la source, distribution du flux thermique, la pénétration, l'éloignement du cordon) sur la distribution de la température.

présentation des cycles thermiques :

➤ source ponctuelle (solution de Resenthal):

✓ Paramètres de soudage :

- Rendement de l'arc $\eta = 0.60$
- Intensité du courant $I = 70A$
- Tension de l'arc $U = 18V$

✓ application pour l'acier doux dont les propriétés thermophysiques sont :

- chaleur massique : $c_p = 560 \text{ J / Kg K}$
- masse volumique : $\rho = 7800 \text{ Kg/m}^3$
- conductivité thermique $k = 40 \text{ W/m K}$

- Régime permanent :

Position du point considéré
(de calcul)

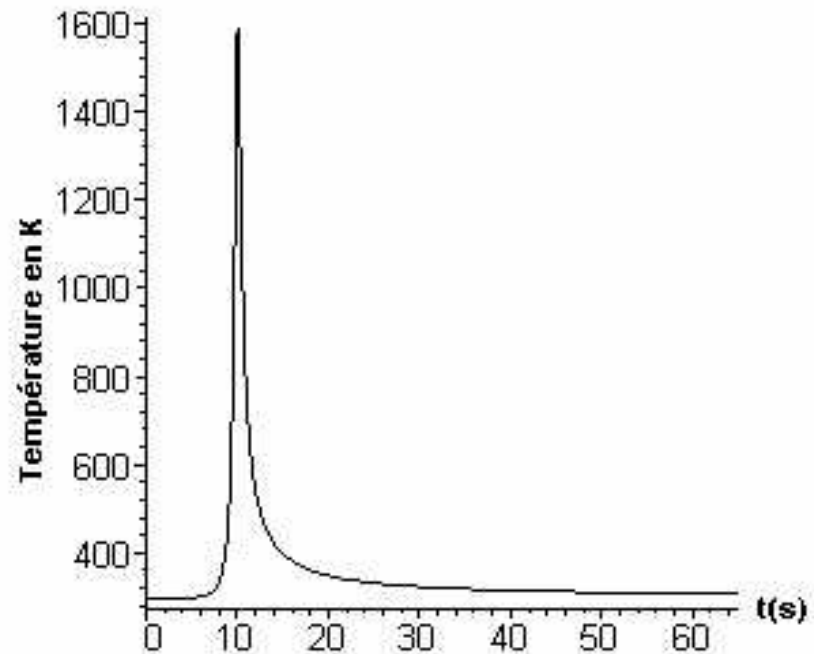
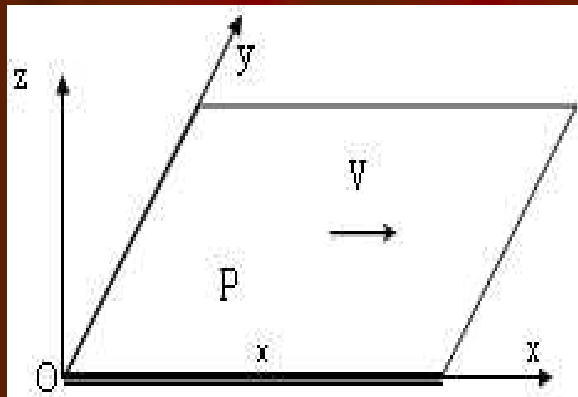
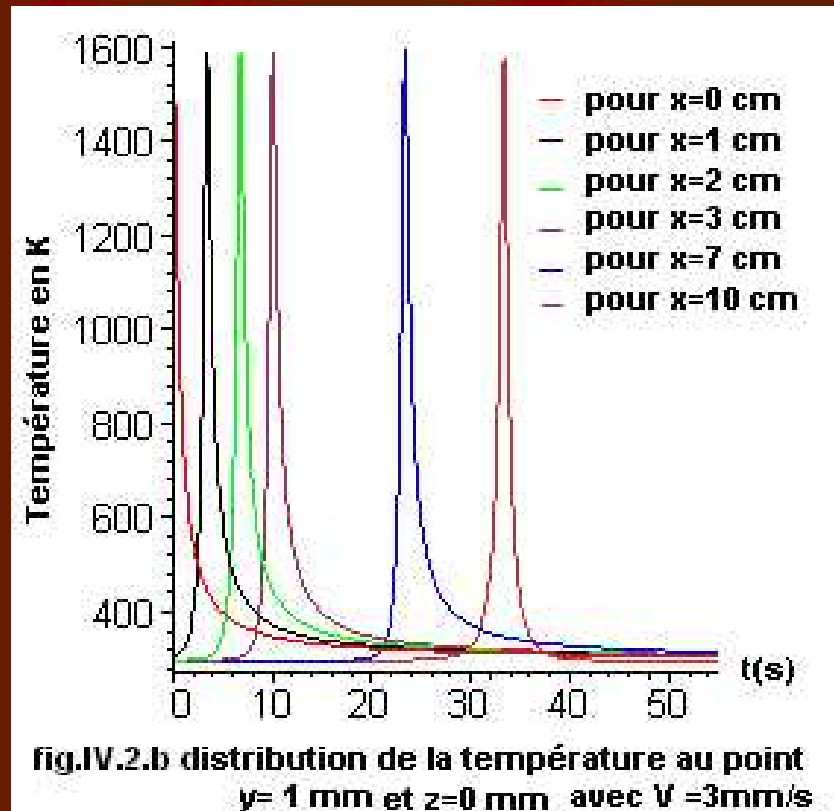
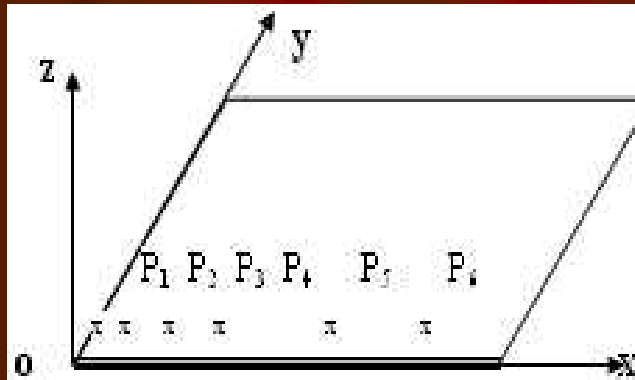


fig.IV.1. b distribution de la température au point
 $y = 1 \text{ mm}$, $x = 30 \text{ mm}$ et $z = 0 \text{ mm}$ avec $V = 3 \text{ mm/s}$

- Régime quasi-stationnaire :
 1. points de même ordonnée y



2. Point de même abscisse x

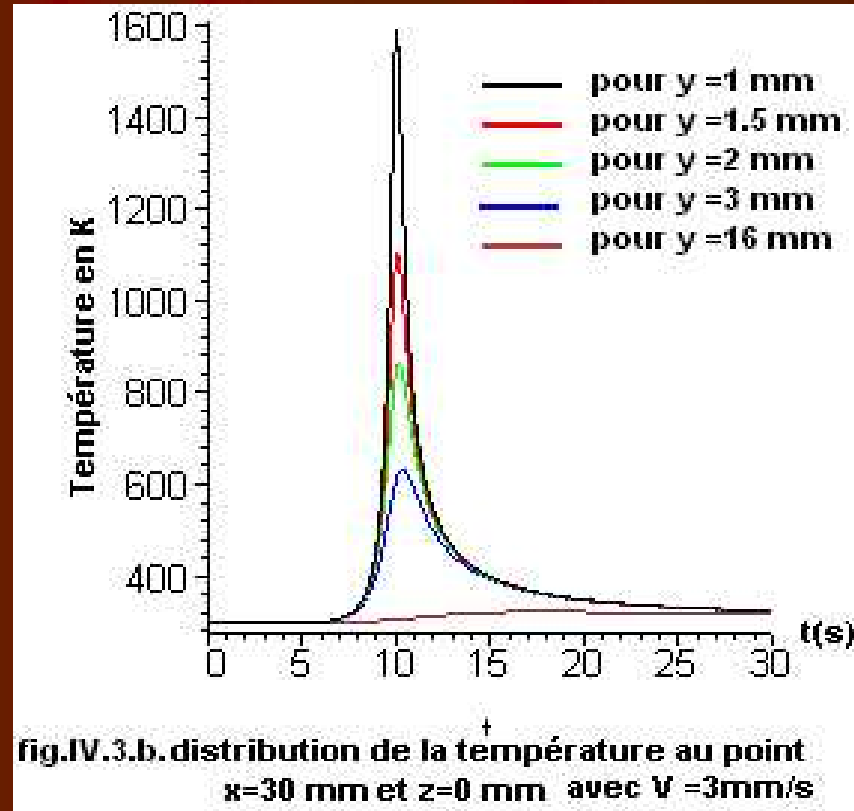
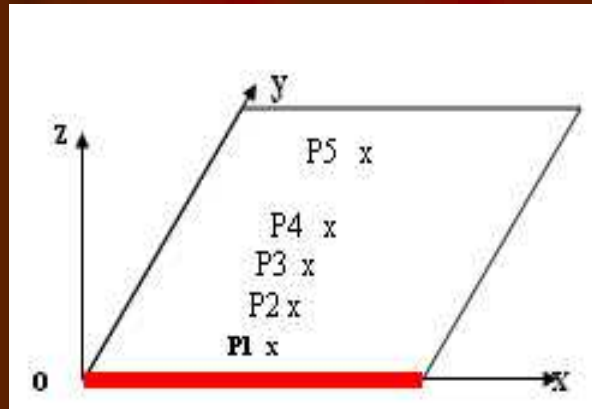
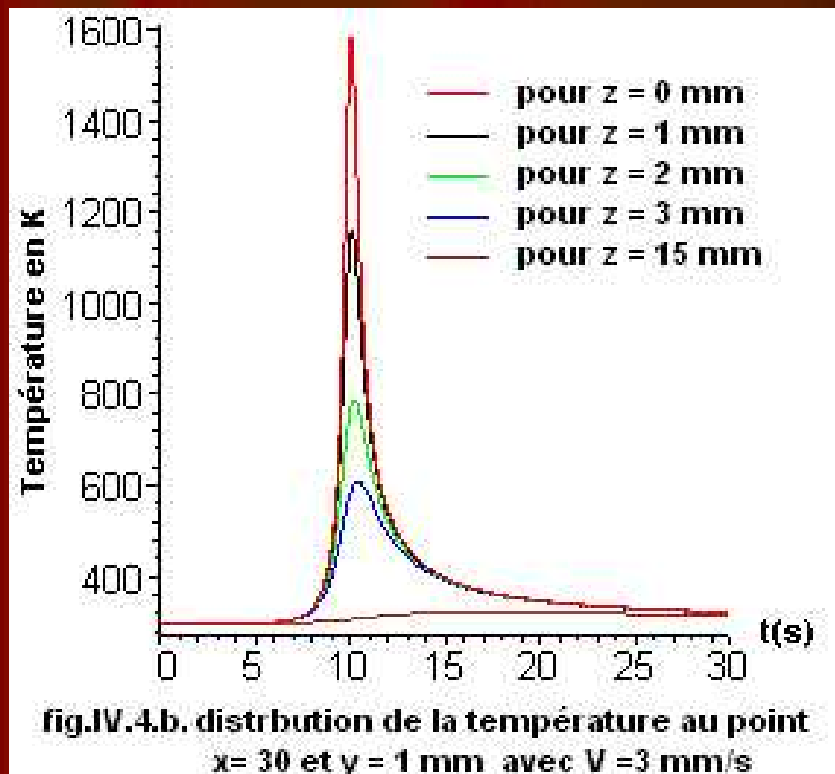
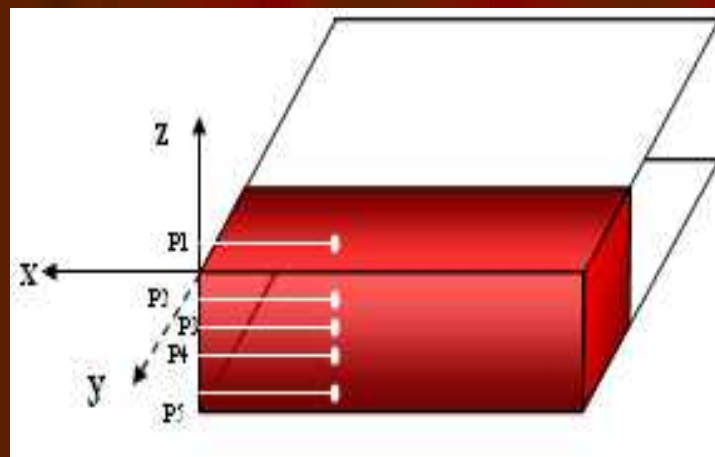
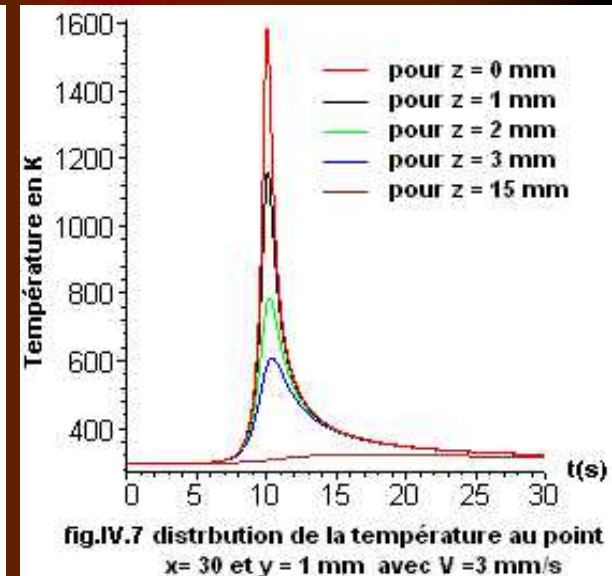
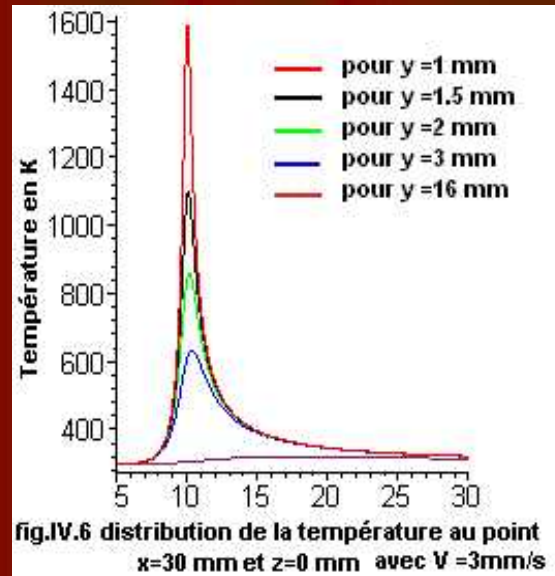
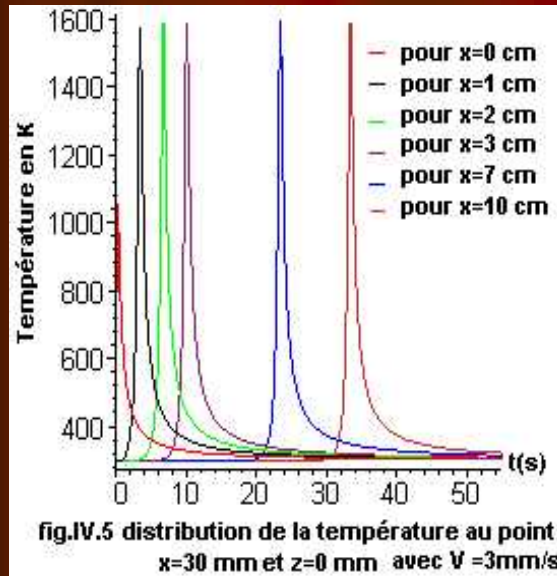


fig.IV.3.b. distribution de la température au point $x=30$ mm et $z=0$ mm avec $V = 3$ mm/s

3. Points de mêmes abscisses et ordonnées



- Régime transitoire :
- On conserve les positions des points de calcul



Comparant les figures fig.IV.2.b et fig.IV.5.b , on remarque qu'il n'y a pas de différence qu'au point dont $x=0$ mm, clairement le pique de la température dans la fig.IV.5.b (1030 k) est plus petit que celui de la fig.IV.2.b (1440 k) , cet écart de température est justifier par le régime transitoire qui est, dans notre cas , caractérisé par une durée très courte.

➤ **source surfacique :**

▪ **source circulaire avec une distribution uniforme du flux thermique**

✓ **Paramètres de soudage :**

-Rendement de l'arc $\eta = 0.60$

- Intensité du courant $I = 58A$

- Tension de l'arc $U = 15 V$

✓ **application pour le Al 2024 -T3 doux dont les propriétés thermophysiques sont :**

-chaleur massique : $cp = 795 \text{ J / Kg K}$

- conductivité thermique $k = 194 \text{ J / Kg K}$

- masse volumique : $= 2787 \text{ Kg/m}^3$

Le rayon de la source est : $r_0 = 0.8 \text{ mm}$

Position du point considéré

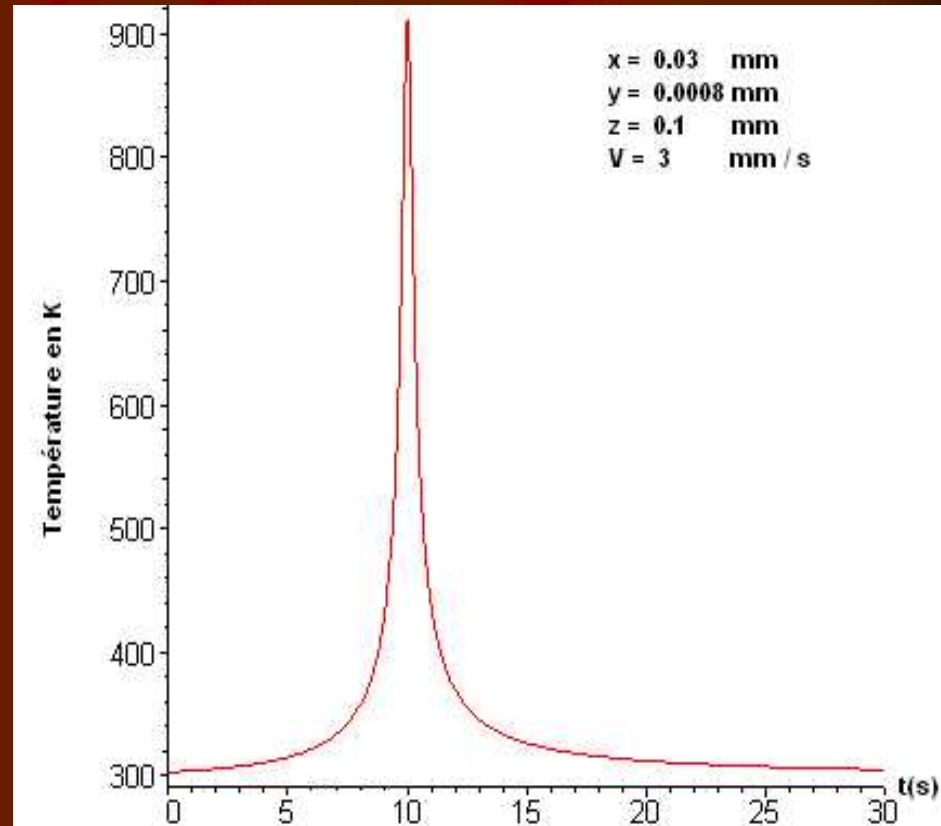
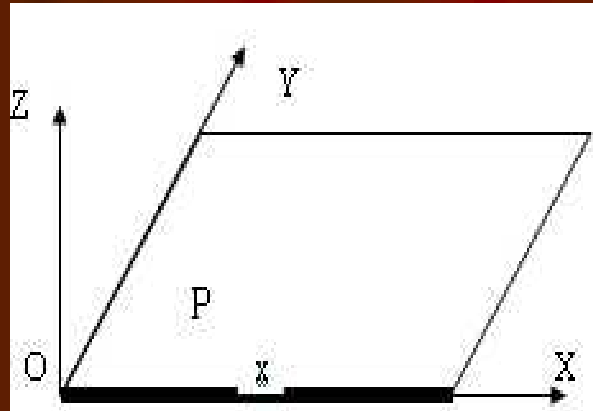


fig.iv.8. cycle thermique (source circulaire avec une (distribution uniforme).

➤ Sources surfaciques

▪ source circulaire avec une distribution Gaussienne du flux thermique

✓ Paramètres de soudage :

-Rendement de l'arc $\eta = 0.60$

- Intensité du courant $I = 58A$

- Tension de l'arc $U = 15 V$

✓ application pour le Al 2024 – T3 dont les propriétés thermophysiques sont :

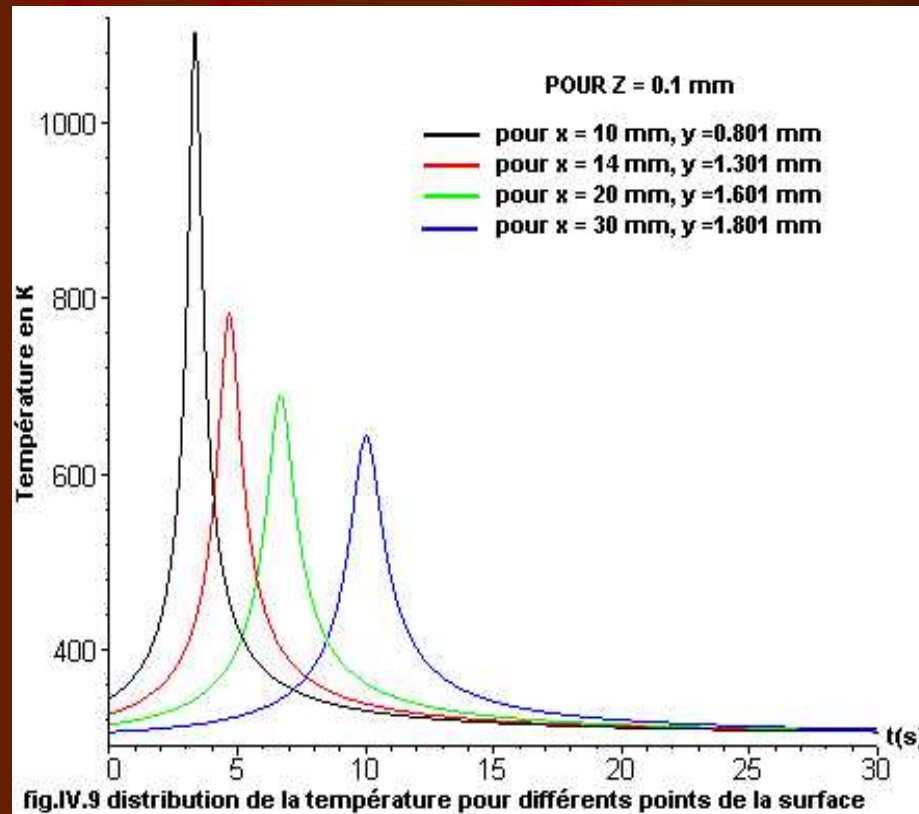
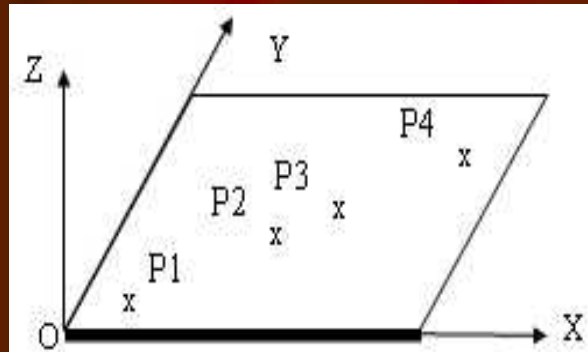
-chaleur massique : $cp = 795 \text{ J / Kg K}$

-masse volumique : $= 2787 \text{ Kg/m}^3$

-conductivité thermique $k = 194 \text{ W/m K}$

le rayon de la source est : $r_0 = 0.8 \text{ mm}$ et la vitesse $V = 3 \text{ mm/s}$.

Différents points avec Z est fixe

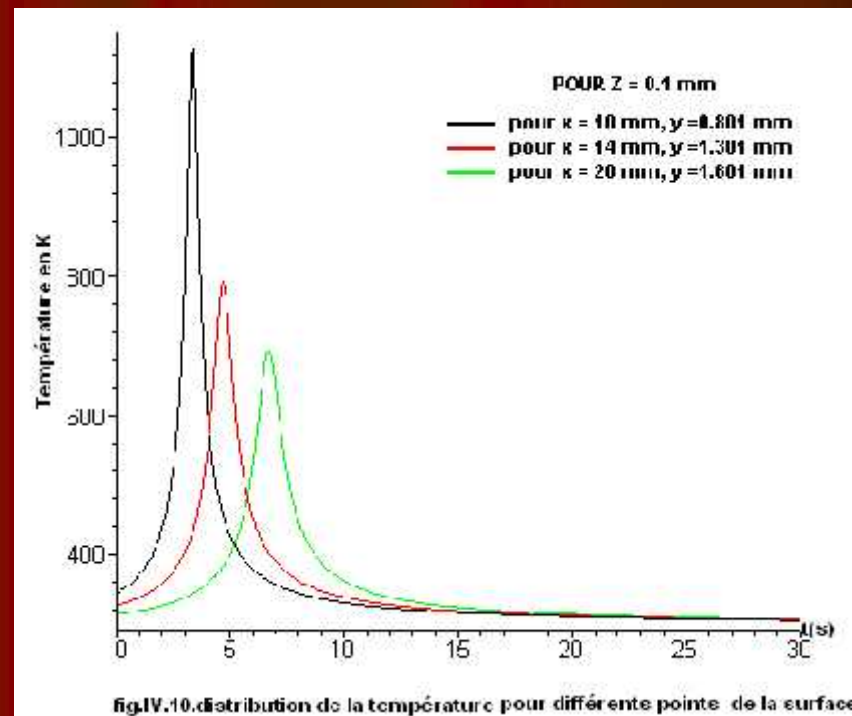
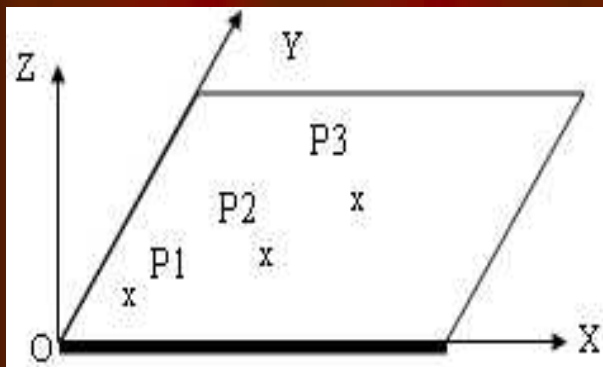


• Source elliptique avec une distribution Gaussienne du flux thermique

les paramètres de soudage et les propriétés thermophysiques précédents sont les mêmes avec:

$$a_0 = 1.6 \text{ mm} , b_0 = 1.4 \text{ mm} , V = 3 \text{ mm/s.}$$

Position des points de calcul



CONCLUSION GÉNÉRALE

Pour le calcul de la température, en n'importe quel point P de la plaque, pour différents types de sources surfaciques mobiles avec différentes distributions du flux thermique, les solutions générales obtenues par les méthodes classiques (séparation des variables, transformations intégrales) ne seront pas utiles puisque elles convergent lentement (en 2D ou en 3D) Réf [15], or, celles développées par la méthode des sources thermiques de Jaeger (**Jaeger's heat source method**) peuvent être utilisées dans les deux régimes stationnaire et transitoire, ainsi que pour la détermination du cycle thermique en P.

Les solutions obtenues par la méthode des sources thermiques peuvent être utilisées pour estimer le temps ou bien la durée du régime transitoire tel que $t_{transition}$ est égale à $5[4/\nu^2]$.

L'utilisation de cette méthode permet de trouver des résultats pour le cas de soudage des plaques rectangulaire, ainsi de prédire la température dans un point quelconque de l'assemblage soudé et par la suite de caractériser le cycle thermique $T(t)$ d'où on prévoit la largeur et la profondeur de la zone fondue (ZF) et la zone affectée thermiquement (ZAT).

Notre modélisation permet une bonne prédiction des dimensions des zones concernées (ZAF, ZAT) car la chaleur latente de fusion n'influe pas, à cause de la courte durée que prend le métal à fusionner surtout dans le cas des plaques minces.

Il est très difficile à l'heure actuel de trouver des documentations qui traitent analytiquement les problèmes du thermique dont les sources de chaleurs sont en mouvement, Ainsi il faut consacré un énorme effort pour la compréhension des méthodes analytiques.

Ce travail peut être complété ou amélioré en considérant des domaines de soudage à dimensions fini, ou en prenant le cas d'une source thermique volumique par exemple source bi-elliptique.

Merci de votre attention

RESUME

Ce travail consiste à résoudre l'équation de la chaleur gérant le procédé de soudage TIG en 3 D, avec différents types de sources de chaleur surfaciques et mobiles par la méthode des sources thermiques développée par Jaeger.

En fixant les paramètres de soudage (vitesse, tension et courant de l'arc électrique) et connaissant les paramètres thermophysiques de l'acier doux ou l'alliage d'Aluminium Al2024 -T3, Le traçage des cycles thermiques en régime transitoire et en régime permanent permet d'estimer les dimensions de la zone fondue (ZF) et de la zone affectée thermiquement (ZAT),

1. INTRODUCTION

La résolution analytique des problèmes stationnaires ou instationnaires pour le calcul de la température en n'importe quel point due à l'effet des sources thermiques surfaciques stationnaires ou bien mobiles de différentes géométries (elliptique, circulaire, rectangulaire, et carrée) avec différentes distributions d'intensité de chaleur (uniforme, parabolique, et normale) est présentée dans ce qui suit en utilisant la méthode classique des sources thermiques développée par **Jaeger** « *J.C. Jaeger, Moving sources of heat and the temperature at sliding contacts, Proc. Royal Society of NSW 76 (1942) 203-224* ».

En commençant la résolution pour une source ponctuelle mobile on démontre dans ce cas la solution trouvée par Rosenthal (1941) cette solution est utilisée par la suite pour résoudre des problèmes avec des sources thermiques surfaciques telles que circulaire, rectangulaire, elliptique. En outre, l'analyse présentée dans ce chapitre est valable dans tous les cas stationnaire, quasi-stationnaire, et instationnaires. L'analyse peut être utilisée pour calculer la température non seulement sur la surface mais aussi pour des profondeurs respectives.

2. Modélisation de la source de chaleur en soudage à l'arc : Réf[11]

La modélisation de la source de chaleur est un point clé dans toute étude de soudage. Pour cela on traite dans ce qui suit l'étude des différents modèles de source de chaleur.

3. Distribution surfacique de l'intensité de flux thermique pour divers type de sources de chaleur

La (Fig.1), qu'on a tracé, représente une comparaison entre trois distributions d'intensité de la chaleur, distribution uniforme (constante), paraboliques, et Gaussienne (normale). La distribution uniforme représente l'uniformité la plus forte et le maximum le plus bas d'intensité de la chaleur, par contre, la distribution normale présente l'uniformité la plus faible et le maximum le plus élevé d'intensité de la chaleur. La distribution parabolique se situe entre la distribution uniforme et normale.

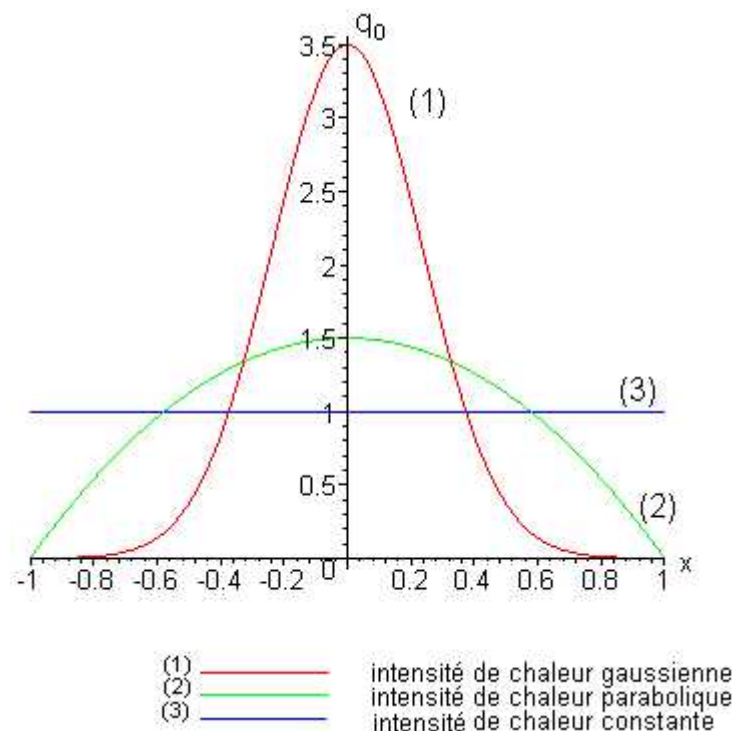


Fig.1. La variation de trois distributions d'intensité de chaleur

i) .Distribution uniforme :(constante)

L'intensité de la chaleur pour diverses sources thermiques, dans ce cas est la même et donnée par : Fig.1.

$$q_0 = \frac{q_{pl}}{A_{pl}} \quad (1)$$

Avec :

q_{pl} : est le flux thermique libéré par la source, en J/s

A_{pl} : est l'aire de la source, en m^2

ii) .Distribution parabolique

la variation de l'intensité de chaleur libérée par une source de chaleur elliptique (en 2-dimension) avec une distribution parabolique de flux thermique est représentée dans Fig.2(a). La relation entre l'intensité de chaleur libérée q_0 et la distance x_i et y_i du centre est donné par :

$$q_0 = C(1 - y_i^2 / b_0^2)(1 - x_i^2 / a_0^2) \quad (2)$$

Le taux de libération thermique d'un élément de surface $dx_i dy_i$ est donnée par :

$$dq_{ell} = q_0 dx_i dy_i$$

Tel que l'indice « *ell* » est une abréviation du mot elliptique.

Après intégration on trouve que l'intensité de chaleur pour une source elliptique avec distribution parabolique est donnée par :

$$q_0 = \frac{q_{ell}}{0.5A_{ell}} (1 - n^2) [1 - m^2 / (1 - n^2)] \quad (3)$$

Par analogie, l'intensité de chaleur pour une source circulaire ($a_0=b_0$) avec une distribution parabolique est donnée par :

$$q_0 = \frac{q_c}{0.5A_c} (1 - n^2) [1 - m^2 / (1 - n^2)] \quad (4)$$

Pour une source thermique rectangulaire avec une distribution parabolique Fig.2(b) l'intensité de chaleur est donnée par :

$$q_0 = \frac{q_{rec}}{4/9A_{rec}} (1 - n^2)(1 - m^2) \quad (5)$$

Pour une source de chaleur carrée l'intensité de chaleur est :

$$q_0 = \frac{q_{sq}}{4/9A_{sq}} (1 - n^2)(1 - m^2) \quad (6)$$

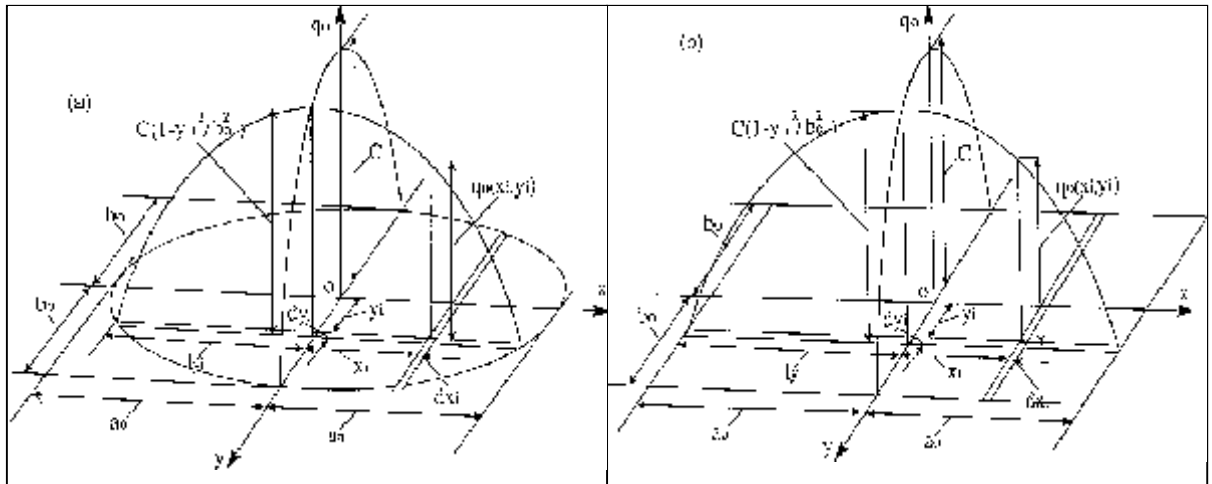


Fig.2. (a) variation de l'intensité de chaleur pour une source elliptique avec distribution Parabolique.
 (b) variation de l'intensité de chaleur pour une source rectangulaire avec distribution Parabolique.

iii) .Distribution Gaussienne (normale) :

La Fig.3(a) présente la variation (en 2-dimension) de l'intensité de chaleur libérée par une source de chaleur elliptique avec une distribution normale de flux thermique. La relation entre l'intensité de chaleur libérée q_0 et la distance x_i et y_i du centre est donné par :

$$q_0 = C \exp[-(3y_i / b_0)^2] \exp[-(3x_i / a_0)^2] \quad (7)$$

Où C est une constante.

L'intensité de chaleur pour une source thermique elliptique avec distribution normale est donnée par :

$$q_0 = \frac{q_{ell}}{0.1079A_{ell}} \exp[-(3n)^2] \exp[-(3m / \sqrt{1-n^2})^2] \quad (8)$$

Pour une source circulaire $a_0=b_0=r_0$ l'intensité de chaleur est :

$$q_0 = \frac{q_c}{0.1079A_c} \exp[-(3n)^2] \exp[-(3m / \sqrt{1-n^2})^2] \quad (9)$$

Pour une source thermique rectangulaire avec distribution normale Fig.3(b) l'intensité de chaleur est donnée par :

$$q_0 = \frac{q_{rec}}{f / 36A_{rec}} \exp[-(3n)^2] \exp[-(3m)^2] \quad (10)$$

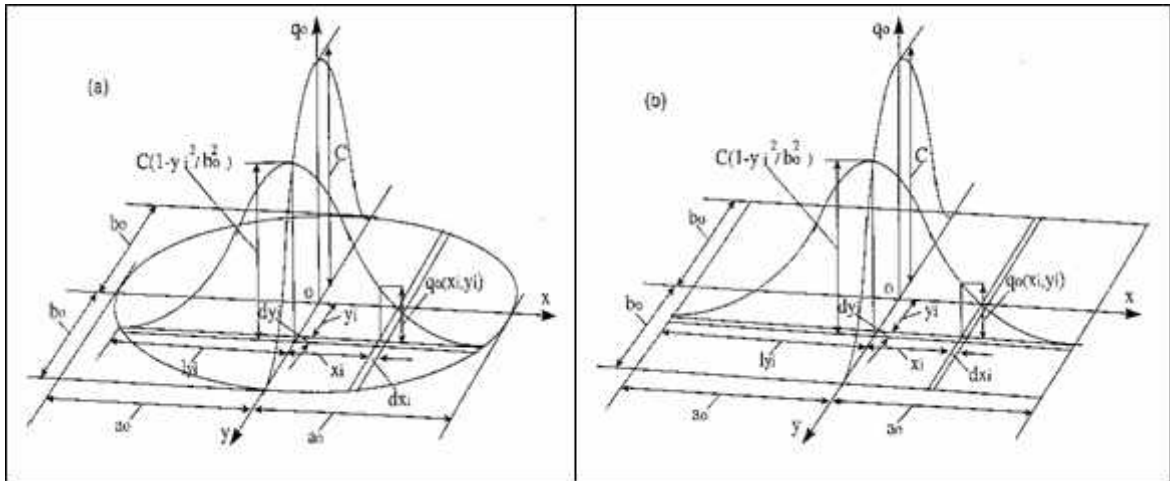


Fig.3. (a) variation de l'intensité de chaleur pour une source elliptique avec distribution Gaussienne (normale).
 (b) variation de l'intensité de chaleur pour une source rectangulaire avec distribution Gaussienne (normale).

Une comparaison basée sur diverses sources thermiques surfaciques avec différentes distributions de chaleur, l'équation générale de q_0 peut être exprimé par :

$$q_0 = \frac{q_{pl}}{E \cdot A_{pl}} \cdot F \cdot G$$

Shape of heat source	Distribution of intensity	E	F	G	A_{pl}
Elliptical (or circular disc)	Uniform	1	1	1	$\pi a_0 b_0$
	Parabolic	0.5	$(1 - \pi^2)$	$(1 - \frac{\pi^2}{12})$	(or πr_0^2)
	Normal	0.1079	$\exp[-(\pi)^2]$	$\exp[-(\frac{3\pi}{\sqrt{1-\pi^2}})^2]$	
Rectangular (or square)	Uniform	1	1	1	$4a_0 b_0$
	Parabolic	4/9	$(1 - \pi^2)$	$(1 - \pi^2)$	(or $4a_0^2$)
	Normal	$\pi/36$	$\exp[-(\pi)^2]$	$\exp[-(3\pi)^2]$	

Tableau(1) les coefficients E, F, G pour diverses sources thermiques avec différente distribution Réf [11].

iii) Répartition volumique d'énergie non constante (analogie avec la répartition Gaussienne) :

Dans ce cas, on considère un volume finis de forme ellipsoïdale, de rayons a, b, et c. La densité du flux volumique s'écrit alors :

$$q(x, y, z) = Q_0 \frac{6\sqrt{3}}{abc f^{3/2}} \exp\left(\frac{-3x^2}{a^2}\right) \exp\left(\frac{-3y^2}{b^2}\right) \exp\left(\frac{-3z^2}{c^2}\right) \quad (11)$$

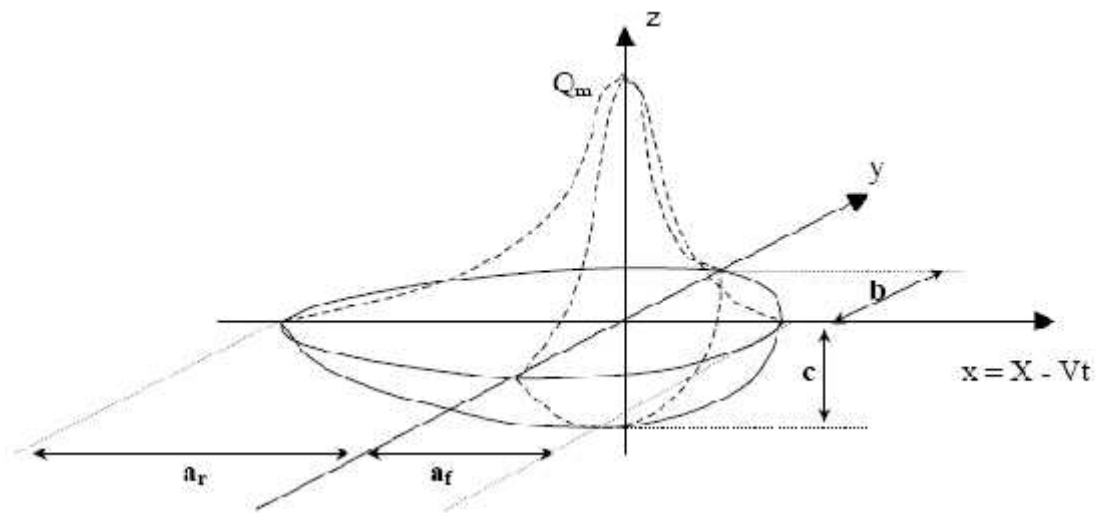


Fig. 4. Répartition gaussienne finie 'bi-elliptique' en 3D

4. Méthode des sources thermique ou 'Jaeger's classical heat source method':

C'est l'une des méthodes classiques développée par (J.C. Jaeger) particulièrement indiquée pour résoudre des problèmes de conduction thermique d'un domaine infini ou semi infini. Cette théorie peut être développée à l'aide des fonctions de Green pour résoudre des problèmes de conduction thermique d'un domaine fini.

Le sens physique de la méthode des sources thermiques consiste dans le fait que le processus de propagation de la chaleur dans le corps par conduction thermique se présente comme ensemble des processus d'égalisation de la température d'une multitude de sources de chaleur, réparties aussi bien dans l'espace que dans le temps. Cette méthode a un grand avantage parce qu'elle est basée sur des idées physiques très simples, et ceci permet la résolution d'un grand nombre de problèmes importants.

4.2. Source ponctuelle instantanée :

On considère l'équation de transfert de la chaleur d'un domaine infini unidirectionnelle,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (12)$$

$$T(x,0) = F(x) \quad \text{Pour} \quad -\infty < x < +\infty$$

La recherche d'une solution à variables séparées conduit à :

$$T(x,t) = \int_0^{\infty} [E(\alpha) \cos \alpha x + F(\alpha) \sin \alpha x] \exp(-a \alpha^2 t) d \alpha \quad (13)$$

Avec

$$F(x) = \int_0^{\infty} [E(\alpha) \cos \alpha x + F(\alpha) \sin \alpha x] d\alpha$$

Et

$$E(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x') \cos \alpha x' dx'$$

$$F(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x') \sin \alpha x' dx'$$

Nous ne reproduisons pas les calculs. On obtient :

$$F(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x') [\cos \alpha x \cos \alpha x' + \sin \alpha x \sin \alpha x'] dx' d\alpha = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} F(x') \cos \alpha (x - x') dx' \right] d\alpha$$

Et

$$\begin{aligned} T(x,t) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x') \left[\int_0^{\infty} \cos \alpha (x - x') \exp(-a \alpha^2 t) d\alpha \right] dx' \\ &= \frac{1}{\sqrt{4\pi a t}} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x') \exp\left[-\frac{(x - x')^2}{4at}\right] dx' = \int_{-\infty}^{+\infty} F(x') G(x,t / x', t' = 0) dx' \end{aligned} \quad (14)$$

La fonction $G(x,t / x', t' = 0) = \frac{1}{2\sqrt{f r t}} \exp\left(-\frac{(x - x')^2}{4r t}\right)$ s'appelle fonction de source.

On peut facilement vérifier que la fonction G vérifie l'équation (12) c'est-à-dire

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial t}$$

Dans le cas où il y a présence d'une source thermique de puissance Q

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \dots c G dx = Q \quad \Rightarrow \quad \dots c \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\sqrt{f r t}} \exp\left(-\frac{(x - x')^2}{4r t}\right) dx = Q \quad (15)$$

On sait que $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\sqrt{f r t}} \exp\left(-\frac{(x - x')^2}{4r t}\right) dx = 1$ alors pour que l'égalité (15) soit vérifiée

il faut que $G(x,t / x', t' = 0) = \frac{Q}{2 \dots c \sqrt{f r t}} \exp\left(-\frac{(x - x')^2}{4r t}\right)$

En résumé dans le cas générale, domaine tridimensionnelle et transitoire et en présence des sources thermique ponctuelle et instantanée à $t'=\dagger_i$:

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial t} \quad (16)$$

La solution est

$$G(x, y, z, t/x', y', z', \dagger_i) = \frac{Q}{8...c(fr(t-\dagger_i))^{3/2}} \exp\left(-\frac{(x-x')^2}{4r(t-\dagger_i)}\right) \exp\left(-\frac{(y-y')^2}{4r(t-\dagger_i)}\right) \exp\left(-\frac{(z-z')^2}{4r(t-\dagger_i)}\right) \quad (17)$$

La solution (17) s'appelle la température due à une source ponctuelle instantanée de puissance Q au point (x', y', z') au temps \dagger_i . Cette solution présente la base de la théorie des sources thermique développé par **Jaeger**, on utilise cette formule pour déterminée les fonction de source pour des divers cas (source linéaire, plane, volumique, cylindrique etc...).

4.3. Source linéaire instantanée de puissance Q à $t = \dagger_i$, parallèle à l'axe z passant par le point (x', y') :

Ici on considère une distribution d'une source ponctuelle de puissance Qdz' à z' le long de la ligne. La température est obtenue par intégration de la solution (17)

$$G = \frac{Q}{8...c(fr(t-\dagger_i))^{3/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz' e^{\left\{-(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2\right\}/4r(t-\dagger_i)}$$

$$= \frac{Q}{4...cfr(t-\dagger_i)} e^{\left\{-(x-x')^2+(y-y')^2\right\}/4r(t-\dagger_i)} \quad (18)$$

5. Solution pour le cas d'une source circulaire mobile :

i)- Avec une distribution uniforme d'intensité de chaleur :

$$\theta_M = \frac{q_c \cdot v}{16\}rf^{3/2}A_c \int_{y_i=-r_0}^{y_i=+r_0} dy_i \int_{x_i=-\sqrt{r_0^2-y_i^2}}^{x_i=+\sqrt{r_0^2-y_i^2}} dX_i \cdot \exp\left[-\frac{(X-X_i)}{2r}\right] \cdot K_m(u_i) \quad (19)$$

ii)- Avec une distribution gaussienne d'intensité de chaleur :

$$u_M = \frac{q_c \cdot v}{0.1079.16} r f^{3/2} A_c \int_{y_i=-r_0}^{y_i=+r_0} \exp\left[-\left(3 \cdot \frac{y_i}{r_0}\right)^2\right] dy_i \int_{x_i=-\sqrt{r_0^2-y_i^2}}^{x_i=+\sqrt{r_0^2-y_i^2}} dX_i \cdot \exp\left[-\frac{\left(\frac{X_i}{r_0}\right)^2}{\sqrt{1-\left(\frac{y_i}{r_0}\right)^2}}\right] \cdot \exp\left[-\frac{(X-X_i)}{2r}\right] \cdot K_m(u_i) \quad (20)$$

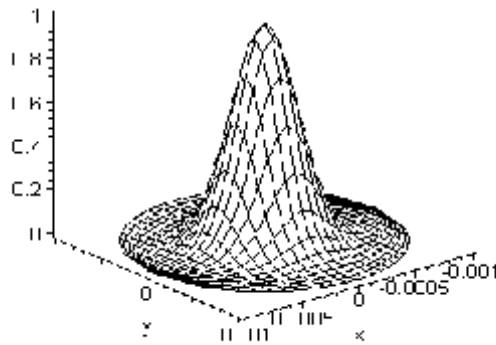


Fig.5. distribution gaussienne de source de chaleur

6. Solution pour le cas d'une source elliptique mobile :

Remplaçant les fonctions E, F, G , les bornes d'intégration j, K et l'aire correspondants aux différentes sources, on peut aboutir aux solutions souhaitées dont leurs expressions sont données dans ce qui suit.

i)- Avec une distribution uniforme d'intensité de chaleur :

$$u_M = \frac{q_{ell} \cdot v}{16} r f^{3/2} A_{ell} \int_{y_i=-b_0}^{y_i=+b_0} dy_i \int_{x_i=-a_0\sqrt{1-\left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}}^{x_i=+a_0\sqrt{1-\left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}} dX_i \cdot \exp\left[-\frac{(X-X_i)}{2r}\right] \cdot K_m(u_i) \quad (21)$$

ii)- Avec une distribution gaussienne d'intensité de chaleur

$$u_M = \frac{q_{ell} \cdot v}{0.1079.16} r f^{3/2} A_{ell} \int_{y_i=-b_0}^{y_i=+b_0} \exp\left[-\left(3 \cdot \frac{y_i}{b_0}\right)^2\right] dy_i \int_{x_i=-a_0\sqrt{1-\left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}}^{x_i=+a_0\sqrt{1-\left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}} dX_i \cdot \exp\left[-\frac{\left(\frac{X_i}{a_0}\right)^2}{\sqrt{1-\left(\frac{y_i}{b_0}\right)^2}}\right] \cdot \exp\left[-\frac{(X-X_i)}{2r}\right] \cdot K_m(u_i) \quad (22)$$

7. Résultats et interprétation

a). source surfacique :

Paramètres de soudage :

- Rendement de l'arc $\eta = 0.60$
- Intensité du courant $I = 58A$
- Tension de l'arc $U = 15 V$

Application pour Al 2024 -T3 dont les propriétés thermophysiques sont :

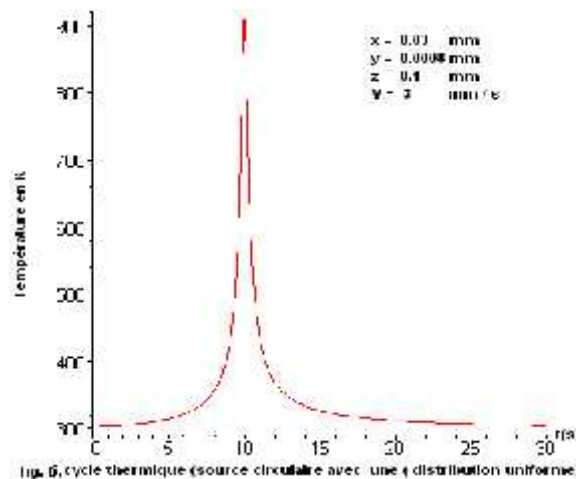
chaleur massique : $cp = 795 \text{ J / Kg K}$

masse volumique : $= 2787 \text{ Kg/m}^3$

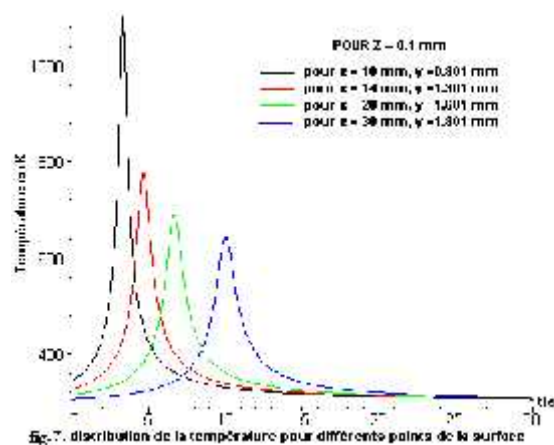
conductivité thermique $k = 194W/m K$

le rayon de la source est : $r_0 = 0.8 \text{ mm}$

a.1.source circulaire avec une distribution uniforme du flux thermique :



a.2.source circulaire avec une distribution Gaussienne du flux thermique :



a.3.source elliptique avec une distribution Gaussienne du flux thermique :

les rayons respectives de la source sont : $a_0 = 1.6 \text{ mm}$, $b_0 = 1.4 \text{ mm}$.

La vitesse est $V = 3 \text{ mm/s}$.

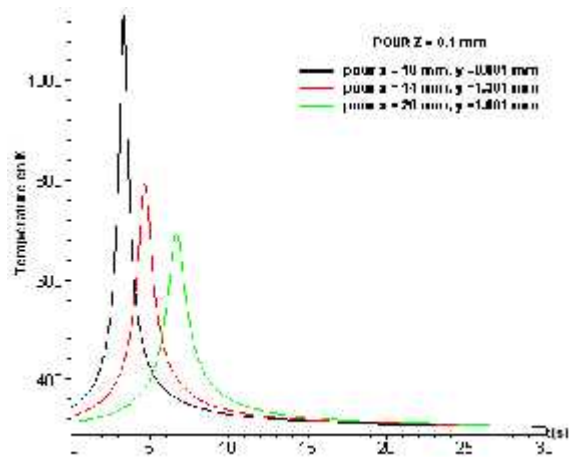


Fig 8. distribution de la température pour différents points de la surface

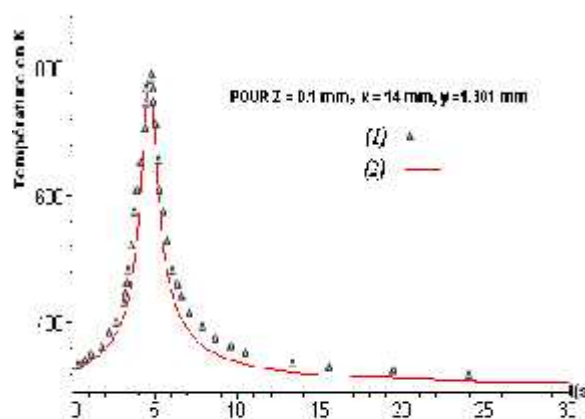


Fig 9. Comparaison des distributions de la température :
 (1) résultat obtenu par Z.B.Hou, K. Komanduri (Ref[11])
 (2) résultat calculé par le programme en Maple8

Conclusion générale

Pour le calcul de la température, en n'importe quel point P de la plaque, pour différents types de sources surfaciques mobiles avec différentes distributions du flux thermique, les solutions générales obtenues par les méthodes classiques (séparation des variables, transformations intégrales) ne seront pas utiles puisque elles convergent lentement (en 2D ou en 3D) Réf [15], or, celles développées par la méthode des sources thermiques de Jaeger (**Jaeger's heat source method**) peuvent être utilisées dans les deux régimes stationnaire et transitoire, ainsi que pour la détermination du cycle thermique en P.

Les solutions obtenues par la méthode des sources thermiques peuvent être utilisées pour estimer le temps ou bien la durée du régime transitoire tel que $t_{\text{transition}}$ est égale à $5[4\alpha/v^2]$.

L'utilisation de cette méthode permet de trouver des résultats pour le cas de soudage des plaques rectangulaire, ainsi de prédire la température dans un point quelconque de l'assemblage soudé et par la suite de caractériser le cycle thermique $T(t)$ d'où on prévoit la largeur et la profondeur de la zone fondue (ZF) et la zone affectée thermiquement (ZAT).

Le temps de refroidissements pour les différents cycles thermiques tracés est très court, ceci est due à la chaleur latente de solidification qui est négligée dans notre modélisation, contrairement à la réalité car la zone fondue au cours du soudage (bain de fusion) ne se solidifie pas instantanément, ce qui permet de dire que cette dernière devient elle même une source de chaleur durant le refroidissement, ce qui rend la durée de refroidissement caractérisant le cycle thermique réel lente.

Notre modélisation permet une bonne prédiction des dimensions des zones concernées (ZAF, ZAT) car la chaleur latente de fusion n'influe pas, à cause de la courte durée que prend le métal à fusionner surtout dans le cas des plaques minces.

Ce travail peut être complété ou amélioré en considérant des domaines de soudage à dimensions fini, ou en prenant le cas d'une source thermique volumique par exemple source bi-elliptique, et par la suite le traçage des lignes isothermes afin de mieux visualiser les zones ZAF et ZAT.