

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA

Faculté des sciences de l'ingénieur
Département d'Aéronautique

PROJET DE FIN D'ÉTUDE
EN VUE DE L'OBTENTION DE DIPLOME D'INGENIEUR
D'ETAT EN AERONAUTIQUE

Filière : Construction et Maintenance en Aéronautique
Spécialité : Structure

THEME

LES ERREURS STATIQUE ET DYNAMIQUE D'UN ROBOT
MANIPULATEUR

Encadré par :
Dr .ALLALI ABDERRAZAK

Présenté par :
- MECHERI BACHIR
- MEKKARI HAMZA

Année Universitaire 2006/2007

العمل المقدم من خلال هذه المذكرة هو مساهمة في ميدان البرمجة للروبوتات، و انجاز بنك معطيات، استخرجنا النماذج الهندسية، الحركية و الديناميكية المباشرة والعكسية، اقترحنا طريقة لاجرونج دالوميرت مع استعمال معاملات دونافي هارتنبرج، كما درسنا الأخطاء السكونية والديناميكية، قمنا باقتراح الروبوت النموذج كبراءة اختراع لدى المعهد الوطني الجزائري للملكية الصناعية تحت رقم 060205.

قمنا بطرح نموذج أولي، ثم قمنا بدراسة النموذج وتمكنا من وضع الأبعاد و القياسات بدقة لهذه الآلية غير أن اختيار هذه البنية كان تحت تأثير بعض العوامل كالفعالية والإمكانات المتوفرة في دائرة الهندسة الميكانيكية، ثم قمنا باستخراج النماذج، لاحظنا غياب مقاربة الهدف الموجه من خلال دراسة الأعمال المنجزة في مختلف الجامعات، الهدف العام لعملنا هو تطبيق تقريبات النمذجة الجديدة في الميدان الصناعي.

RÉSUMÉ

Le travail présenté dans ce mémoire, à pour objet d'apporter une contribution dans le domaine de la programmation robotique et la création d'une banque de données, nous avons déterminé les modèles géométriques, cinématiques et dynamiques (direct et inverse). Nous avons appliqué le formalisme de Lagrange Dalember en utilisant les paramètres Denavit et Hartenberg. Ainsi que l'étude des erreurs statique et dynamique.

Notre robot type est proposé à être breveté (I.N.A.P.I.) sous le numéro 060205. nous avons proposé un prototype et puis faire la conception de ce manipulateur, qui nous à permis de dimensionner, rigoureusement ce robot.

En outre, le choix de cette structure est fait sous contraintes de la faisabilité et les moyens existant au sein du Département Génie Mécanique. Puis les différentes modélisations ont été élaborées ; dans le domaine de la simulation des manipulateurs, on a remarqué l'absence de l'approche orienté objet à travers l'étude de travaux réalisées dans diverses Universités.

L'objective générale de notre travail est d'appliquer les nouvelles approches de conception dans le domaine industriel.

ABSTRACT

The work presented in this thesis is to bring a contribution in the domain of a robotic programming and creation of data-bank, we determined the models: geometrical, kinematic and dynamic (direct and inverse), we applied the formalism of Lagrange Dalember, by using parameters of Denavit and Hartenbergs, in addition to static and dynamic errors study.

Finally, we completed our study by a simulation of robot type. Proposed to patent (I.N.A.P.I.) N°060205, for illustrate our work.

We proposed a prototype and then to make the designs of this structure is made stress of feasibility and the means existing within the mechanical Department Engineering then various modelling were elaborate object oriented design represent modern techniques largely used now a days .

Through our investigations we noticed that these techniques have not been applied to the simulation a manipulator. The purpose of our work is to apply the above techniques to the industrial domains

REMERCIEMENTS

Qu'il nous soit permis en jour mémorable d'exprimer ici nos plus vifs remerciements et notre gratitude, à tous ceux qui ont accepté de juger ce travail, ainsi qu'à tous ceux ont aidé à la mener à bien.

A notre promoteur Der **ALLALI ABDERRAZAK** qui a bien voulu diriger notre travail et aussi pour les conseils qu'il n'a pas cessé de nous les prodiguer.

Nous adressons également nos vifs remerciements et notre

Profonde gratitude :

Au président et aux membres du jury pour l'honneur qu'ils

Nous font, en acceptant de juger notre travail.

Nous remercions aussi tous les professeurs et les membres d'encadrement qui nous ont soutenu durant notre formation à l'université et tous ceux qui nous ont aidé de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire.

A tous les enseignants qui ont contribué à notre formation depuis notre premier pas

a

l'université.



DEDICACE

*Je dédie ce modeste travail en témoignage
de toute mon affection et mon respect :*

A mon père, pour son sacrifice.

A MA TRÈS CHÈRE MÈRE

A mes chères frères : HICHEM, ALI, SAMEH et YASSER

A mes chères SŒURS

A mes chères nounous : HEMSA et JACQUE

A MA BELLE FAMILLE

A ma grande famille

*A tous mes amis en particulier : BACHIR, HANAFI,
SALIM, YAFIA, HAMOU, HAMID, FARID*

MABROUK et BILLAL

A tous ceux et celles que j'aime

A mon binôme BACHIR et sa famille

*A tous mes enseignants depuis mon premier pas dans
l'université*

A tous mes camarades de la promotion 2002

HAMZA



DEDICACE

*Je dédie ce modeste travail en témoignage
de toute mon affection et mon respect :*

A mon père, pour son sacrifice.

A ma très chère mère.

A ma belle femme et sa mère

*A mes chères frères : HAMZA, ALI, KHALED, YOUSSEF
BEN YAMIN, IDRISS, ABD ELBACEF et BILLAL*

A ma grande famille MECHERI.

A tous mes amis en particulier : MEKKARI, HANIFI,

DANDAH, FARID, IOUASSI

SEYF, ABBA, WAHID, GH, BOUAKASZ, YAHIA, HAMOU.

B2 EN GENERALE

A tous ceux et celles que j'aime

A mon binôme HAMZA, SON PERE et sa famille

A tous mes enseignants depuis mon premier pas dans l'université

A tous mes camarades de la promotion 2002

BACHIR

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ	
DÉDICACES.....	
REMERCIEMENTS.....	
TABLE DES MATIÈRES.....	
LISTES DES ILLUSTRATION GRAPHIQUES ET TABLEAUX.....	
RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE	
INTRODUCTION	15
1. GENERALITES SUR LES SYSTÈMES MÉCANIQUE ARTICULÉS.....	20
1.1. Introduction	20
1-2. Structure et morphologie des robots.....	20
1.3. Classification des robots.....	21
1.4. Les porteurs (bras).....	23
2. MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE ET CINÉMATIQUE.....	26
2.1. Introduction.....	26
2.2. Modèle géométrique.....	27
2.3. Modélisation par les paramètres de Denavit et Hartenberg.....	28
2.4. Les paramètres de Denavit et Hartenberg.....	31
2.5. Analyse cinématique.....	32
2.6. Détermination des matrices de changements de repères.....	35
2-7. Espace de travail	36
3. MODELE DYNAMIQUE DES SYSTÈMES MÉCANIQUES ARTICULÉS	
AUX ÉLÉMENTS RIGIDES	41
3.1. Modélisation dynamique.....	41
3.2. Méthodes d'obtention du modèle dynamique.....	41
3.3. Obtention du modèle dynamique.....	41
3. 4. Schéma d'intégration par la méthode de Runge –Kutta.....	50

4. LES ERREURS STATIQUES ET DYNAMIQUES	51
4.1. Les erreurs de positionnement d'un manipulateur.....	51
4.2. Identification des paramètres d'un manipulation.....	52
4.3. Précision.....	54
4.4. Déformations et précision des manipulateurs.....	58
4.5. Evaluation des erreurs de positionnement ou de poursuite de trajectoire d'un manipulateur.....	58
4.6. Le modèle géométrique direct corrige.....	59
4.7. Procédure et modèle de compensation.....	64
4.8. Calibration et déformation des manipulateurs.....	67
4.9. Causes structurale : frottement et usure.....	68
4.10.L'étalonnage des robots	85
4.11. Génération des contraintes du CSP : modélisation des robots.....	92
5. EFFET DE LA STRUCTURE SUR LES ROBOTS INDUSTRIELES.....	103
5. La compliance	103
5.1. Introduction : le besoin de compliance en Robotique	103
5.2. Définition de la compliance	105
5.3. Comment obtenir un comportement compliant de la part d'un robot ...	107
5.4. Comparaison des différentes méthodes	121
5.5. Contrôle de la compliance d'un bras de robot	124
5.6. Etude géométrique du prototype	134
5.7. Compliance du prototype	137
ORGANIGRAMME	145
INTERPRITATION DES RESULTATS.....	151
CONCLUSION GENERALE.....	156
REFERENCES.....	

LISTE DES ILLUSTRATIONS GRAFIQUES ET TABLEAUX:

Figure.1.1 : structure à chaînes simples ouvertes.

Figure.1.2 : structure à chaînes arborescentes.

Figure.1.3 : structure à chaînes complexes.

Tableaux 1.1 : représentation des liaisons mécaniques entre deux corps
(D'après N.F. E.04-015).

Figure.1.4 : les douze porteurs de robots

Figure. 2.1 : structure arborescente.

Figure 2.2 : système de coordonnées et paramètre de Denavit-Hartenberg.

Figure .2.3 : représentation des paramètres de Denavit et Hartenberg.

Tableau .2.1 : les paramètres géométriques du robot type

Figure .2.4 : les différents repères liés au corps du robot

Figure .4.1 : l'exactitude de positionnement statique d'un bras manipulateur

Figure .4.2 : la répétabilité de positionnement statique d'un bras manipulateur

Figure.4.3 : exactitude de trajectoire

Figure .4.4 : flexibilité d'un segment du bras manipulateur

Figure .4.5 : la transformation définissant le repère $\{R_j\}$ dans le repère $\{R_{j-1}\}$

Figure .4.6 : compensation des erreurs des déformations

Figure .4.7 : organigramme du modèle d'évaluation et de compensation des erreurs dues
Aux déformations élastiques des segments.

Figure .4.8 : Effet Dahl ; déformation et rupture de la jonction sous la contrainte de F
(Déplacement microscopique de l'ordre de 5^{-6} m pour le fer)

Figure. 4.9 : Illustration du Frictional Lag (fonction du signe de variation de vitesse)

Figure .4.10 : Quelques modèles classiques. a) Frottement Coulomb b) Frottement Coulomb + visqueux c) Frottement Coulomb + visqueux + statique d) Frottement Coulomb + visqueux + statique + effet Stribeck

Figure .4.11 : Interface entre deux surfaces en contact, au travers de l'aspect < brosse > et le
Modèle équivalent (similaire à un ressort + un coefficient d'amortissement)

Tableau. 4.1 : Principales formes d'usure.

Figure. 4.12 : Importance relative des différentes formes d'usure selon les domaines industrielle

Figure. 4.13 : Exemple d'usure entre deux surfaces différentes

Figure. 4.14 : Action d'une particule abrasive par déformation et coupe

Figure. 4.15 Formation de bourrelets latéraux.

Figure. 4.16 : Étapes successives de l'usure en petits débattements sous l'action d'un mouvement vibratoire de faible amplitude, symbolisé par les flèches croisées.

Figure. 4.17 : Présentation des robots séries et parallèles.

Figure. 4.18 : Schéma d'un robot et des liaisons rotoïdes et prismatiques.

Figure. 4.19 : Schéma de contrôle du déplacement avec génération de la trajectoire dans l'espace articulaire q .

Figure. 4.20 : Schéma de contrôle du déplacement avec génération de la trajectoire dans l'espace articulaire x .

Figure. 4.21 : Illustration de la fonction J à minimiser sur l'axe p_i , les points c_1 et c_2 sont des minima locaux, c_3 étant le minimum global.

Figure. 4.22 : Illustration des méthodes de descente et des méthodes par tirage aléatoire.

Figure. 4.23 : Tracé de la droite obtenue par régression linéaire (elle ne passe pas par la deuxième barre d'incertitude) et de la droite passant par l'ensemble des barres d'incertitude.

Figure. 4.24 : Représentation d'un graphe orienté et d'un graphe non orienté.

Figure. 4.25 : Illustration des notions de chemin et de chaîne.

Figure. 4.26 : Illustration des notions de circuit et de cycle.

Figure. 5.1 : Exemple de l'ébavurage

Figure. 5.2 : Localisation de la compliance dans la chaîne cinématique

Figure. 5.3 : Schéma de la chaîne robot-environnement

Figure. 5.4 : Compliance en fonction du rapport de réduction

Figure. 5.5 : Schéma de l'axe élastique

Figure. 5.6 : Actionneur fluide en chambre fermée

Figure. 5.7 : Actionneur pneumatique à deux vérins

Figure. 5.8 : Actionneur à muscles artificiels

Tableau. 5.1 : Comparaison des solutions compliantes

Figure. 5.9 : Plate-forme de Stewart

Figure. 5.10 : Structure du robot DELTA

Figure. 5.11 : Dimensions d'un bras

Figure. 5.12 : Schéma géométrique du prototype

Figure. 5.13 : Schéma du prototype

Figure.5.14 : Prototype expérimental

Figure.5.15 : Implantation géométrique de I 'actionneur

Figure.5.16 : Angles en fonction de la position de l'actionneur

Figure.5.17 : Approximation de l'angle α en fonction de x

Figure.5.18 : Efforts appliqués en bout de bras

Figure.5.19 : Efforts appliqués sur la barre J

Figure.5.20 : Evolution de la compliance du bras en fonction de la configuration

Figure.5.21 : Déplacement ∂y_c en fonction de F_{cx}

Figure.5.22 : Déplacement ∂y_c en fonction de F_{cy}

LISTE DES SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS :

(A LG.-M.O.-1)	: Algérie machine outil.
J.I.R.A	: Japon Industrial Robot Association
R.I.A.	: Robotic Industries Association USA
A.F.R.I	: Association Française de Normalisation de Robotique Industriel
M.	: Mobilité de robot
Dr.	: Degré de la tache
q.	: coordonnées articulaires généralisées
R_n	: repère orthnorme
R_{op}	: repère opérationnel
J	: la matrice jacobéenne
(I.S.O. 8317)	: norme international iso
T.T.T.	: Trois translation
d.d.l. ou D.D.L.	: Degré de liberté
P.P.P.	: Trois liaison prismatique
S.M.A.	: Système mécanique articulé
H.-D.	: la transformé de Denavit – Hartenberg
aP	: vecteur de position
ap	: vecteur de position augmenté
T	: matrice de transformation
IR	: ensemble de norme réel.
CSP	: problème de satisfaction de contrainte (constraint satisfaction problem)
DAG	: graphe acyclique orienté (directed acyclic graph)
CAO	: conception assistée par ordinateur

INTRODUCTION

Comme introduction en présente d'une manière générale les connaissances de base nécessaires à la compréhension de cette science. Elles sont présentées selon des niveaux de détails différents et en rapport avec les besoins du présent travail.

Avant même de classer, suivant certains critères ou certaines spécifications, un ensemble d'objets complexes, il faut être capable de dire ce qui peut unir tous ces objets dans un même ensemble, et ce qui les sépare du reste du monde. Bien entendu, lorsque les distinctions s'affinent, la détection de frontières inattaquables entre sous-groupes devient de plus en plus malaisée, et il n'est pas rare d'entendre que tel animal, que des spécialistes avaient attribué à telle race ou telle espèce, devait, en fait, être considéré comme appartenant à telle autre. Le phénomène est particulièrement patent, par exemple, pour ce qui relève des animaux fossiles disparus de nos jours.

En ce qui concerne les robots, nous devons donc commencer par leur établir une « carte d'identité » qui amène à reconnaître certains objets comme ayant le « droit » de se nommer robots. Après quoi, il s'agira de découvrir les critères permettant de les séparer en divers groupes ayant chacun leur unité propre.

Disons, dès maintenant, que ces deux problèmes ne sont pas simples et qu'ils ne sont pas résolus de manière satisfaisante aujourd'hui, en dépit de l'existence de certaines définitions normalisées et de certaines classifications proposées par des spécialistes.

Rappelons qu'après avoir dégagé la notion de concept de robot nous avons réduit notre champ d'investigation par le « concept scientifique » du robot, puis par le « concept scientifique pratique global », puis par les « concepts scientifiques pratiques particuliers », enfin par les définitions. Si nous suivons ces dernières, les classifications envisageables ne concerneront qu'une partie des robots possibles. Même avec ce champ limité, ce travail n'est pas aisé.

En effet, une classification, c'est-à-dire un groupement en sous-ensembles homogènes, s'effectue à partir de conditions satisfaites pour certains sous-ensembles et non par d'autres. Ces conditions peuvent impliquer des propriétés, des critères, des paramètres, des grandeurs quantitatives ou qualitatives. La question de base concerne l'origine des éléments permettant d'établir les conditions d'affectation de tel robot dans telle classe. On peut aussi formuler cela avec la question suivante :

« A quelle(s) chose(s) attachons-nous le plus d'importance dans l'utilisation d'un robot ? »
Compte tenu de la complexité de cette machine et de la variété de ses applications, de nombreux choix peuvent s'offrir (en particulier, ceux concernant l'efficacité vitesse précision ou l'habileté

ou le dimensionnement, etc.). Les spécialistes des associations de robotique industrielle de divers pays semblent s'être tous retrouvés, dans un premier temps, sur le thème du niveau d'automatisation de la commande. Ce choix n'est pas à récuser mais on peut penser qu'il a été fait en pleine période (1975-1985) où le thème de l'automatisation de la production battait son plein, ce qui mettait en exergue cette capacité à améliorer la productivité...On peut constater aujourd'hui que ces classifications sont dépassées, même si l'on adopte les mêmes critères du niveau d'automatisation ou du type de commande et d'apprentissage du robot.

Les trois classifications les plus connues sont celles de la JIRA, de la RIA et de l'AFRI qui se recouvrent largement et que nous rappelons ici.

La JIRA(japan industrial robot association) ,Les robots sont répartis en six classes :

_ **Classe 1** : groupe les manipulateurs manuels, c'est-à-dire les mécanismes à plusieurs degrés de liberté actionnés par l'homme (on y trouvera donc, en particulier, tous les télémanipulateurs mécaniques ou électromécaniques).

_ **Classe 2** : elle comporte les manipulateurs (automatiques) à séquence fixe qui exécutent des mouvements immuables, chaque articulation allant d'une butée à l'autre, dans un ordre et un sens préétablis et non modifiables de manière simple.

_ **Classe 3** : elle rassemble les manipulateurs à séquence variable, ce qui signifie que l'ordre, le sens et l'amplitude de déplacement des articulations sont aisément réglables ou programmables.

_ **Classe 4** : on y trouve les robots playback qui peuvent effectuer des trajectoires continues. L'opérateur, dans une phase d'apprentissage, fait exécuter la tâche au robot en le pilotant manuellement ou depuis une console de commande. L'information utile est enregistrée et rappelée lorsque c'est nécessaire. Le robot exécute alors seul la tâche autant de fois qu'on le désire.

_ **Classe 5** : c'est le domaine des robots à commande numérique. L'opérateur humain fournit au robot un programme de déplacement (il ne guide plus le robot manuellement, comme précédemment en phase d'apprentissage).

_ **Classe 6** : elle englobe tous les robots dits intelligents, dotés de moyens de détection de l'environnement (et capables d'adapter ou de modifier eux-mêmes leur comportement pour assurer le succès d'une tâche, en dépit des variations des conditions d'exécution).

la RIA (robotic industries association) ,Elle est strictement identique à celle de la JIRA, si l'on excepte l'importante nuance suivante. Les trois premières classes de la JIRA ont trait à des manipulateurs que les Américains ne reconnaissaient pas en tant que robots. Cette distinction

a donné lieu à de belles incompréhensions dans la décennie 1970-1980 lorsqu'il s'agissait de dénombrer le nombre de robots industriels présents dans chaque pays (on arrivait à des rapports de 1 à 100 entre le Japon et les USA à cause de cette différence de définition).

l'AFRI (association française de robotique industriel), Quant à l'AFRI, elle groupe les robots en quatre catégories principales en y incluant les manipulateurs (mais en les séparant des autres robots dans sa comptabilité nationale).

_ Classe A : Manipulateurs Manuels

Engin de manipulation commandé par l'homme et ayant au moins quatre degrés de liberté.

A.1. Manipulateurs d'assistance musculaire : La commande se fait par action directe sur la charge ou dans son voisinage.

- Exemple : girafe de déplacement de charges.
- ☐ Exclusions : les treuils, palans, chèvres, etc.

A.2. Télémanipulateur :

La commande se fait à distance à l'aide de leviers ou boutons.

- Exemples : manutention en ambiance dangereuse : forge, industrie nucléaire ; milieu sous-marin...
- Exclusions : engin de génie civil ou agricole, pont roulant, grue, treuil, etc.

_ Classe B : Manipulateur Automatique

Engin de manipulation multiaxe non asservi, à cycle automatique.

B.1. Manipulateur automatique à séquence fixe. Réglé mécaniquement par butées ou cames, et portant un organe terminal : pince, pistolet de projection, etc.

- Exemple : machine à peindre, chargeur d'outils, machine à chargement et déchargement de presse, etc.
- Exclusions : système de transfert rigide ou convoyeur, etc.

B.2. Manipulateur automatique à séquence variable. Programmable par l'utilisateur à l'aide de matrices à diodes, automates programmables, microprocesseurs..., et où chaque axe est réglable mécaniquement par butée et/ou par came.

- Exemple : chargement, déchargement de machine-outil, assemblage...
- Exclusions : machines-outils, transtockeurs, chariots automoteurs, etc.

_ Classe C : Robot Programmable

Engin de manipulation de trois axes ou plus, asservi de manière continue ou point à point ; programmable par apprentissage et/ou par langage symbolique. En sont exclus les machines-outils à CN-DNC (commande numérique) et les centres d'usinage.

C.1. Manipulateur automatique asservi comportant moins de 5 axes asservis de manière continue ou point à point.

C.2. Manipulateur automatique comportant 5 axes et plus, asservis de manière point à point.

C.3. Manipulateur automatique comportant 5 axes et plus, asservis de manière continue.

_ Classe D : Robot Dit Intelligent

Manipulateur automatique asservi capable d'analyser les modifications de son environnement et de réagir en conséquence (à l'exclusion des modifications triviales données par les capteurs tout ou rien).

Exemples : manipulation avec reconnaissance de forme, assemblage avec contrôle d'effort, soudage avec suivi de joint, etc.

Ces classifications des seuls robots industriels en fonction du type de commande ont bien vieilli, puisque tous les robots modernes, qu'ils soient à poste fixe ou mobile, sont conçus avec pour principal souci la détection de l'environnement, soit pour la sécurité des personnes et des biens, soit pour une meilleure autonomie de leur comportement. Ceci signifie qu'ils sont tous dotés d'un minimum de capteurs externes et qu'ils se trouvent tous dans la classe 6 de la JIRA ou la classe D de l'AFRI. Pourtant, tous ces robots sont loin d'être identiques en performance. On tentera plus loin de proposer une nouvelle classification qui peut prendre ce phénomène en compte.

On notera que l'effort qui a été fait dans les trois classifications précédentes porte sur une appréciation globale du robot, sur ce qu'il saura faire.

On peut, bien entendu, aborder des sous classifications qui ne s'attachent qu'à un aspect particulier du robot. C'est le cas du classement morphologique ou cinématique reconnu par la norme ISO 8373 qui ne porte attention, là encore, qu'aux robots manipulateurs industriels à poste fixe.

_ Robot cartésien ou robot rectangulaire

_ Robot cylindrique

_ Robot polaire

_ Robot pendulaire

_ Robot anthropomorphe ou robot articulé

_ Robot SCARA

_ Robot vertébral

_ Robot parallèle

Pour concevoir, simuler ou commander un robot, il est nécessaire, entre autres, de disposer des modèles du mécanisme. Plusieurs niveaux de modélisation sont possibles, ils dépendent des applications envisagées.

La modélisation du robot consiste donc à représenter son comportement par des équations algébriques, soit du point de vue des positions, c'est le modèle géométrique, soit du point de vue des vitesses, c'est le modèle cinématique ou encore en considérant les efforts mis en jeux, c'est le modèle dynamique.

Notre mémoire est composé de **cinq chapitres**, le **premier chapitre** est abordé par un historique de la robotique, on donne les différents types de robots et le vocabulaire utilisé dans la robotique. Sans oublier une définition détaillée des robots manipulateurs.

Le deuxième chapitre décrit le calcul du modèle géométrique direct et inverse à partir de la matrice de transformation homogène en utilisant la méthode de Denavit et Hartenberg, puis le modèle cinématique direct et inverse qui consiste à établir la matrice Jacobinne associée au modèle géométrique.

Le troisième chapitre décrit le modèle dynamique des systèmes mécanique articulés à éléments rigides ou l'approche utilisé dans la formulation du problème est basé sur l'emploi du formalisme de Lagrange ce qui à permis d'aboutir aux équations dynamiques du mouvement du robot.

Le quatrième chapitre traite les erreurs dynamique et statique des systèmes mécaniques et les causes structureaux qui contient le frottement, l'usure et l'erreur d'étalonnage des robots.

En fin **le cinquième chapitre** traite les effets de la structure sur les robots industriels et les études de la compliance et ses erreurs avec l'environnement.

CHAPITRE 1

GENERALITES SUR LES SYSTEMES MECANQUES ARTICULES

1-1 Introduction :

Dans ce chapitre nous allons présenter les systèmes mécaniques articulés, la définition du terme ROBOT ainsi qu'un aperçu général sur la morphologie et la description des systèmes mécaniques articulés avec la terminologie des termes couramment utilisés et les différents types de robots.

1-2 Structure et morphologie des robots: [1,19,38]

La partie mécanique d'un robot est généralement constituée de deux sous ensembles distincts.

Un (ou plusieurs) organe terminal considéré comme une interface permettant au robot d'interagir avec son environnement.

Une structure mécanique articulée qui sert à amener l'organe terminal dans une position et orientation désirées cette structure est composée de : bras, base, poignet coupleur et axe mécanique.

Les robots peuvent être de:

- Structure à chaînes simples ouvertes figure 1.1
- Structure à chaînes arborescentes figure 1.2
- Structure à chaînes complexes figure 1.3

Terminologie :

C0 : corps de référence

C1, C2, C3, C4, C5 : corps

OT : organe terminal

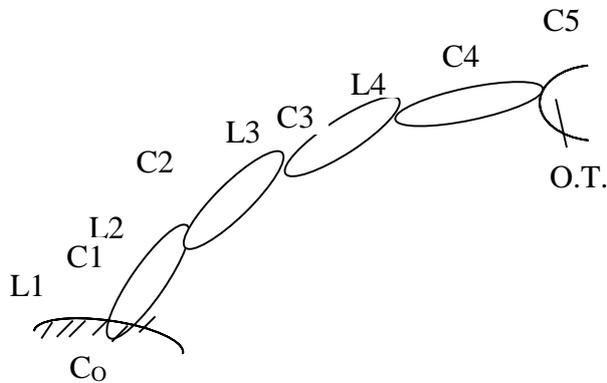


Figure 1.1 : Structure À Chaînes
Simples Ouvertes

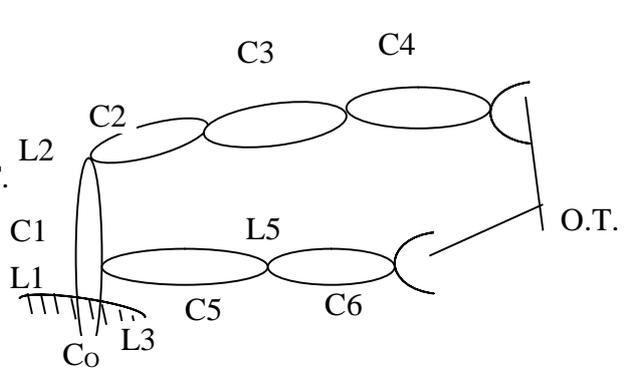


Figure 1.2 : Structure à Chaînes
Arborescentes

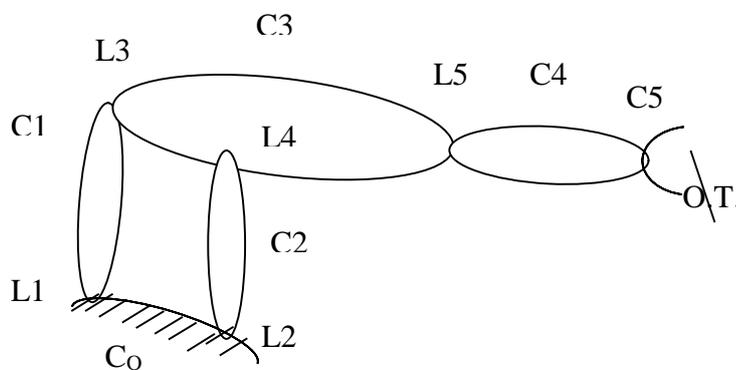


Figure 1.3 : Structure à Chaînes Complexes

1.3 Classification des robots : [31]

On peut aborder des classifications qui ne s'attachent qu'à un aspect particulier du robot.

C'est le cas du classement morphologique ou cinématique reconnu par la norme

(I.S.O. 8373) qui ne porte attention là encore, qu'aux robots manipulateurs industriels à poste fixe.

Cette norme propose le découpage suivant : voir tableau 1.1

• On classe structurellement les robots en fonction des systèmes de coordonnées dans lesquels ils travaillent [24,43] :

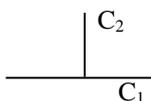
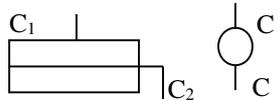
- **cartésien** : trois axes de translation
- **cylindrique** : deux axes de translation, un axe de rotation
- **sphérique** : un axe de translation, deux axes de rotation.
- **articulé** : trois axes de rotation.

• Quand on commande un robot, on a intérêt à pouvoir contrôler individuellement chaque articulation ou axe pour être bien maître de la trajectoire. C'est pourquoi on utilise principalement des liaisons pivot (articulations cylindrique).

Elles ont par ailleurs l'avantage d'une réalisation pratique peu onéreuse comparée aux articulations à plusieurs degrés de liberté.

On comprend qu'une combinaison d'articulations cylindriques et prismatiques permet de réaliser toutes les liaisons mécaniques autour de trois axes normaux concourants donnent une rotule à l'articulation rotoïde. [31]

Tableau 1.1 : [64] : *Représentation des liaisons mécaniques entre deux corps*
(D'après NF EO4-O15).

Nom de Liaison	Mouvement relatifs	Nombre de Degré de liberté	Symbole
Encastrement	0: rotation 0: translation	0	<p>C1: corps 1</p>  <p>C2: corps 2</p>
Pivot Articulation Cylindrique	1: rotation 0: translation	1	

Glissière Articulation Prismatique	0: rotation 1: translation	1	
Glissière Hélicoïdale	1: rotation 1: translation conjuguées	1	
Pivot Glissant	1: rotation 1: translation	2	
Appui Plan	1: rotation 2: translation	3	
Rotule Articulation Rotoïde	0: rotation 3: translation	3	
Linéaire Rectiligne	2: rotation 2: translation	4	
Linéaire Annulaire	3: rotation 1: translation	4	
Ponctuelle	3: rotation 2: translation	5	
Libre	3: rotation 3: translation	6	Pas de symbole, pas de contact entre les deux corps

1.4 Les porteurs (bras) [26,31] :

Cette configuration permet de classifier les robots par type de porteurs :

- structure cartésienne (T.T.T) (3.d.d.l).

- structure sphérique (ou polaire).
- structure angulaire (3R).
- structure SCARA.

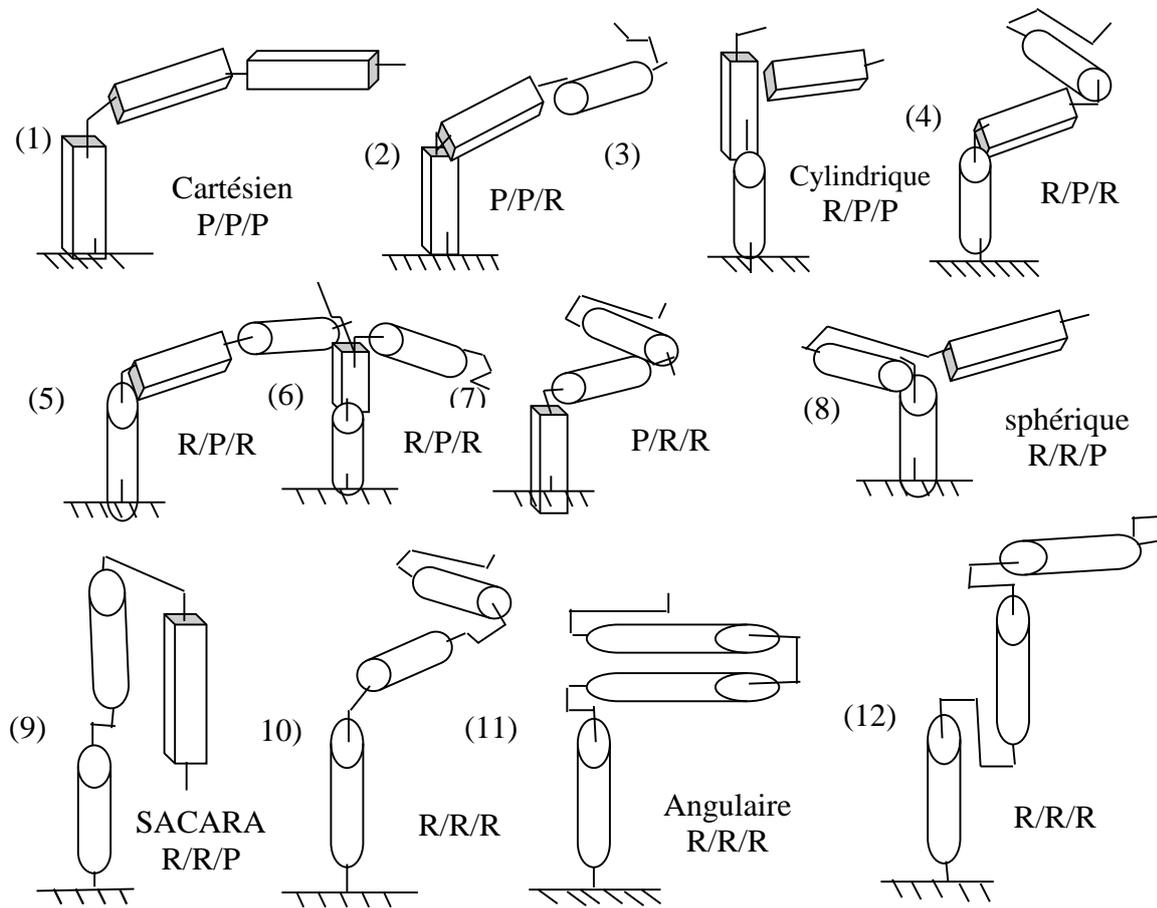


Figure 1.4 : les douze porteurs de robots

Le nombre total des possibilités des combinaisons de trois articulations en série est de trente six, dont seulement douze remplissent la fonction du porteur spatial et sont mathématiquement distinctes.

Dans la pratique il semble dans une étude portant sur cent quinze robots que quatre ou cinq arrangements soient utilisés pour des raisons géométriques.

Tous des robots sont de type robot série signifiant par là qu'en partant de la base et en allant vers l'extrémité on rencontre les articulations les unes après les autres sur la même chaîne cinématique. [31]

CHAPITRE 2

MODELISATION GEOMETRIQUE ET CINEMATIQUE

2.1 Introduction :

Pour commander un système, c'est-à-dire gouverner ses sorties, il faut prévoir le comportement du système, en réponse aux différentes excitations d'entrer qui pourront lui être appliquées; la démarche est de représenter le comportement du système sous la forme d'un modèle, une telle démarche s'appelle **la modélisation** ; d'une manière générale, on recherche, toujours, le modèle le plus simple, qui permet d'expliquer, de manière satisfaisante, le comportement du processus dans son domaine d'application; les modèles de transformation entre l'espace opérationnel (dans lequel est définie la situation de l'organe terminal) et l'espace articulaire. (Dans lequel est définie la configuration du robot),

On distingue :

- Les modèles géométriques qui expriment la situation de l'organe terminal en fonction de la configuration mécanisme.
- Les modèles cinématiques, permettent de contrôler la vitesse de déplacement du robot, afin de connaître la durée d'exécution d'une tâche.
- Les modèles dynamiques définissent les " équations du mouvement du robot, qui permettent d'établir les relations entre les couples ou forces exercés par les actionneurs et positions, vitesse et accélération.

Un robot est destiné à agir dans l'environnement grâce à son organe terminal, cette action est d'une manière générale, caractérisée par l'évolution dans le temps et dans l'espace de la position et de l'orientation de cet organe terminal, appelé aussi effecteur. Il convient donc de définir un système général de coordination, permettant de déterminer les différentes variables du S.M.A. est caractérisé par deux catégories de paramètre ; les paramètres structuraux (constantes) et les variables articulaires (angles ou longueurs).

L'élaboration et l'exploitation d'un système (S.M.A) nécessitent :

- La connaissance des coordonnées et des vitesses d'un point quelconque du S.M.A.
- La connaissance de l'orientation et de la vitesse de déplacement des repères liés aux constituants du S.M.A. Dans l'espace de la tâche, en fonction des variables articulaires.
- La détermination des valeurs des variables articulaires associées à une configuration du S.M.A.

La modélisation des robots de façon systématique et automatique, exige une méthode adéquate pour la description de leur morphologie plusieurs méthodes et notations ont été proposé: méthode de Denavit – Hartenberg, Khalil- Klifenger, méthode d Paul, Magahed, la plus répondeur étant celle de Denavit – Hartenberg modifié plus tard par Khalil- Klifenger.

2.2 Modèle géométrique : [26 ,44]

Le modèle géométrique d'un robot constitue une représentation mathématique, en le considérant comme une chaîne simple, ouverte, de (n) solides (corps), rigides, sans boucle ni branchement, sans masse, articulés entre eux; chaque corps est réduit à sa plus simple expression, c'est-à-dire à son orientation et à sa position par rapport au corps précédent.

$C_i = (P_i, O_i) = (\text{position } i, \text{orientation } i)$

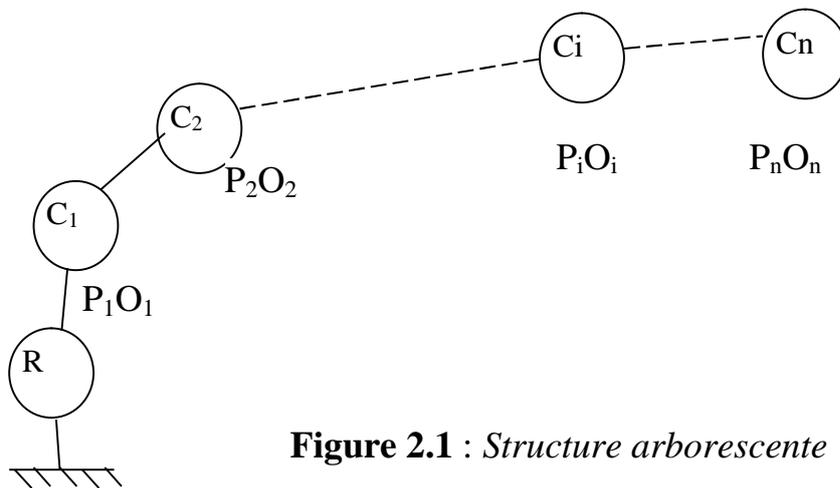


Figure 2.1 : Structure arborescente

Chaque configuration géométrique possible est définie par un ensemble de variables articulaires qui traduisent les déplacements relatifs d'un corps par rapport au précédent. Les variables

articulaires (ou coordonnées articulaires ou coordonnées généralisées) font le lien entre la position et l'orientation de l'organe terminal et les consignes définies dans un repère de base.

Nous l'exprimons par :

$$\underbrace{X_i / R_i}_{\text{Variables opérationnelles}} = F(\underbrace{q_1, q_2, \dots, q_n}_{\text{Variables articulaires}}) \dots \dots \dots (2.1)$$

2.3 Modélisation par les paramètres de Denavit et Hartenberg :

[28, 29, 30, 41, 42, 43, 44,45]

La méthode est la plus couramment utilisée en robotique pour la définition de l'orientation et de la position des différents éléments d'un système mécanique articulé.

Dans le domaine de la robotique, l'élaboration du modèle nécessite une étude détaillée et approfondie de la structure du robot. Dans la littérature il existe plusieurs méthodes pour la modélisation des mécanismes à structures de chaînes simples ou complexes, ouvertes ou fermées [41].

Les plus utilisées sont les méthodes de Denavit-Hartenberg et Sheth-Uiker, la première est très bien adaptée pour les mécanismes à structures de chaînes simples ou toutes les liaisons sont élémentaires, mais, elle présente des difficultés lorsqu'il s'agit de mécanismes à structures de chaînes complexes; en effet les corps possédant plusieurs liaisons élémentaires (rotoïdes et / ou prismatiques) en aval, doivent être dotés d'autant de repères, ce qui entraîne des lourdeurs; la deuxième méthode celle de Sheth-Uiker, vient palier les inconvénients cités précédemment, mais elle présente des redondances pour les mécanismes à structures de chaînes simples.

L'utilisation de la transformée de Denavit-Hartenberg (D-H), facilite la description géométrique du manipulateur, cette dernière nous permet d'aboutir au modèle cinématique et géométrique direct et inverse du robot.

La même transformation offre une souplesse dans le calcul du modèle dynamique direct en utilisant le formalisme d'Euler Lagrange [10, 11, 12,13]. Denavit et Hartenberg ont proposé une méthode qui repose sur l'assignation d'un repère unique pour chaque lieu, cette convention est

une méthode systématique, elle permet le passage entre articulations adjacentes d'un système robotique, elle concerne les chaînes cinématiques ouvertes ou l'articulation possède uniquement un degré de liberté, les surfaces adjacentes restent en contact. Le choix adéquat des repères dans les liaisons, facilite le calcul des matrices homogènes de Denavit-Hartenberg et permet d'arriver rapidement des informations de l'élément terminal dans la base et vice versa; la figure (2.2) représente l'utilisation de cette notation pour deux liens successifs l'axe Z_i du repère est concourant avec l'axe de l'articulation i , quand à l'axe X_i , il est sur la droite perpendiculaire aux axes Z_{i-1} et Z_i

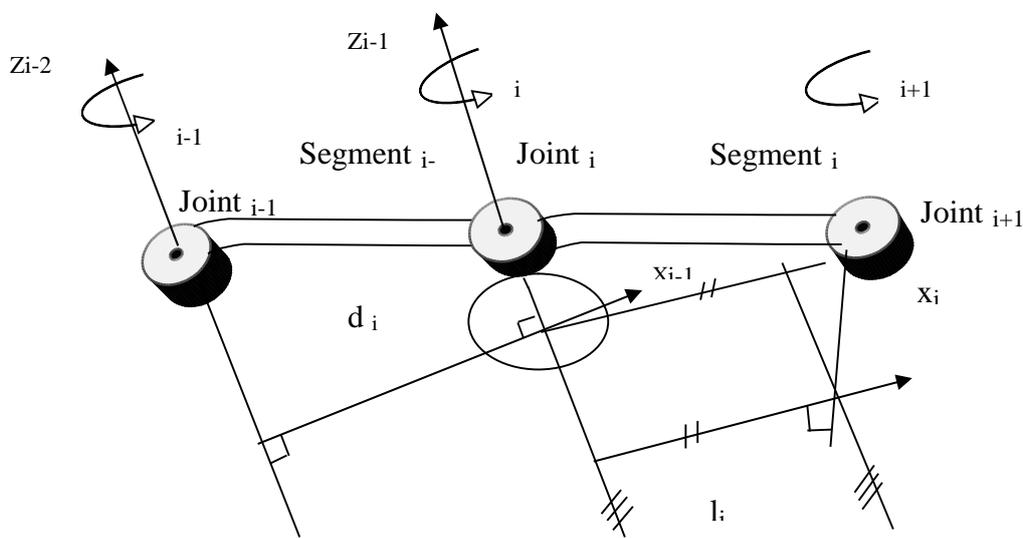


Figure 2.2 : *Système de Coordonnées et Paramètres de Denavit-Hartenberg [19, 44, 46, 47, 48]*

Quatre paramètres sont alors utilisés pour décrire la forme géométrique d'un lien et sa position par rapport au lien précédent, la notation de Denavit-Hartenberg ne fonctionne que pour des chaînes cinématiques sérielles, (pour des chaînes arborescentes des ambiguïtés apparaissent),

Cette notation, apparue très tôt dans le domaine de la robotique est encore largement utilisée par la communauté scientifique pour décrire les robots en vue de leur analyse et/ ou modélisation; quelques variantes relativement proches sont aussi courantes, comme par exemple la notation Paul, cette notation se différencie, essentiellement, de celle de Denavit-Hartenberg, par l'assignation des paramètres, relativement aux liens, (décalage des indices).

Les étapes à suivre pour cette technique sont les suivantes :

1^{er} étape : Numérotation des segments constitutifs du manipulateur de la base vers l'élément terminal, on associe le référentiel "zéro" à la base de celui-ci, et l'ordre "n" à l'élément terminal (effecteur).

2^{eme} étape : Définition des axes principaux de chaque segment :

- si z_i et z_{i-1} ne se coupent pas, on choisit x_i de manière à être en parallèle avec l'axe perpendiculaire à z_i et z_{i-1}
- si z_i et z_{i-1} sont colinéaires, on choisit x_i dans le plan perpendiculaire à z_{i-1} .

3^{eme} étape : Fixer les quatre paramètres géométriques : d_i , α_i , a_i et θ_i , (voir la figure 2.2) pour chaque articulation tels que :

- d_i est une coordonnée de l'origine o_i sur l'axe z_{i-1} pour une glissière d_i est une variable et pour une charnière d_i c'est une constante.
- α_i est l'angle que l'on obtient par vissage de x_{i-1} vers x_i autour de l'axe z_{i-1} pour une glissière α_i c'est une constante et pour une charnière α_i c'est une variable.
- a_i est la distance entre les axes z_i et z_{i-1} mesuré sur l'axe x_i négatif à partir de son origine jusqu'à l'intersection avec l'axe z_{i-1} .
- θ_i est l'angle entre l'axe z_i et z_{i-1} obtenu en vissant z_{i-1} vers z_i autour de x_i

4^{eme} étape : On forme enfin, la matrice homogène de Denavit-Hartenberg de déplacement qui lie la rotation et la translation, la partie supérieure gauche définit la matrice de rotation R_{i-1} et le vecteur de translation à droite d_{i-1}^i

Par la suite on aboutit à la matrice de transformation de Denavit-Hartenberg suivante :

$$T_i^{i-1} = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} d_i \\ \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & -\cos \alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(2.2)$$

Finalement on peut écrire le modèle géométrique direct sous la forme :

$$X = f(q) \dots\dots\dots(2.3)$$

Avec $X \in \mathbb{R}^6$ les coordonnées cartésiennes, et $q \in \mathbb{R}^6$, les coordonnées articulaires, on va admettre quelques hypothèses [19,44, 46, 47,48] dans le but de simplifier la modélisation des robots, ces hypothèses sont les suivantes :

- Les liaisons du manipulateur sont rigides.

- Les jeux dans les articulations sont négligeables.
- Les capteurs ont un gain unitaire et de dynamique négligeable

2.4 Les paramètres de Denavit et Hartenberg : [14,15, 19, 25, 27, 50]

Denavit et Hartenberg ont établi une convention pour définir un repère R_{i+1} par rapport à un autre repère R_i en utilisant quatre paramètres $\theta_i, a_i, r_i, \alpha_i$ selon la figure ci-dessous :

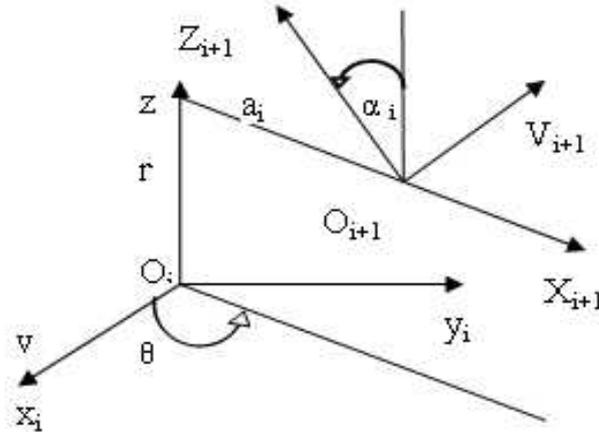


Figure 2.3 : Représentation des paramètres de Denavit-Hartenberg
[15, 19, 25, 27, 50, 53]

La matrice de transformation homogène ainsi obtenue définit la $i^{ème}$ transformation du repère R_i par rapport au repère R_{i+1} par la matrice $T_i(i+1)$

$$T_i(i+1) = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\sin \theta_i \sin \alpha_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & r_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(2.4)$$

Cette matrice est une fonction $T_i^{i+1}(q_i)$ de la $i^{ème}$ coordonnée généralisée q_i notée :

$q_i = \bar{\dagger}_i + \dagger_i r_i$ avec $\dagger_i = 1$ quand la liaison est prismatique et $\dagger_i = 0$ quand la liaison est rotoïde.

Cette matrice a été obtenue par composition des matrices suivantes :

$$\text{Rot.}(z_i, \theta_i) \cdot \text{Trans.}(z_i, r_i) \text{ Rot.}(x_i, \gamma_i) \cdot \text{Trans.}(x_{i+1}, a_i) \dots\dots\dots(2.5)$$

$$\text{Rot.}(z_i, \theta_i) = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(2.6)$$

$$\text{Trans.}(z_i, r_i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(2.7)$$

$$\text{Rot.}(x_i, \gamma_i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma_i & -\sin \gamma_i & 0 \\ 0 & \sin \gamma_i & \cos \gamma_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(2.8)$$

$$\text{Trans.}(x_{i+1}, a_i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(2.9)$$

Le modèle géométrique est élaboré à partir du produit des matrices T_i associées à chaque repère.

$$T_0^n = T_0^1 T_1^2 \dots\dots\dots T_n^{n+1} \dots\dots\dots(2.10)$$

2.5: Analyse cinématique : [9,21, 54, 55]

La position de l'organe terminal dans l'espace opérationnel peut être écrite en termes de variables articulaires comme suite : $x = f(a)$.

Le modèle cinématique directe permet d'obtenir la vitesse de l'organe terminal dans l'espace opérationnel en fonction des vitesses articulaires.

En différenciant l'équation (2.3) nous obtenons:

$$\dot{E}_i = \sum_j \frac{\partial f_i}{\partial q_j} \dot{q}_j \dots\dots\dots(2.11)$$

Qui s'écrit aussi sous forme matricielle :

$$[x] = [j] [q] \dots\dots\dots(2.12)$$

La Jacobinne du système est défini par :

$$[j] = \frac{\partial f_j}{\partial q_j} \dots\dots\dots(2.13)$$

Les accélération sont données par :

$$\ddot{x}_i = \sum_j \frac{\partial f_i}{\partial q_j} \ddot{q}_j + \sum_j \sum_k \frac{\partial^2 f_i}{\partial q_j \partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k \dots\dots\dots(2.14)$$

Ou bien sous forme matricielle par :

$$\ddot{x} = [J]\ddot{q} + [A]\dot{q}^2 \dots\dots\dots (2.15)$$

ou : $q = [q^1, q^2, \dots\dots\dots]^t \dots\dots\dots(2.16)$

$\dot{q}^2 = [\dot{q}_1 \dot{q}_1, \dot{q}_1 \dot{q}_2, \dots\dots\dots]^t \dots\dots\dots(2.17)$

j (q) est la matrice Jacobienne donnée par :

$$j(q) = \frac{\partial f_j}{\partial q} \dots\dots\dots(2.18)$$

Et $[A] = \left(\frac{\partial^2 f_j}{\partial q_j \partial q_k} \right) \dots\dots\dots(2.19)$

A partir du modèle cinématique (2.12) on peut écrire le modèle différentielle (2.13).

Supposons que les variables q_i soient maintenant non les variables articulaire de Denavit-Hartenberg (cf.§ II.5 et II.7) mais les variables associées aux déplacement des moteurs rotatifs ou linéaires et que le robot présente une chaîne cinématique directe passant par ces moteurs. Il existe alors un modèle différentiel du type (2.18). Chaque actionneur, on peut associer, en statique la force ou le couple u_i qu'il exerce et former le vecteur

$$\Gamma = [u_1 \dots\dots\dots u_i \dots\dots\dots u_n] T \dots\dots\dots(2.20)$$

Des force articulaires. Sous l'effet de ces forces combinées, l'organe terminal exerce sur l'environnement des forces qui peuvent être réduites à leur torseur résultant (force et mouvement) noté F, qui a donc six composants. En utilisant alors la relation

$$\begin{pmatrix} P_N \\ \xi_N \end{pmatrix} = J_0(q)q \dots\dots\dots(2.21)$$

Ou: (P_N) : la vitesse du point de référence par rapport au repère Fixe

(S_N) : la vitesse de rotation instantanée et le principe des travaux virtuels pour de déplacements infinitésimaux de type (2.18) ou à alors

$$\Gamma = J_0^T f \dots\dots\dots(2.22)$$

Qui permet de calculer les forces matrices nécessaires pour exercer sur l'environnement des forces données. L'équation (2.22) constitue donc plutôt un modèle inverse au sens habituel du terme. Le modèle direct ne peut s'obtenir que si la matrice J est régulière.

Dans le cas d'un robot non redondant ($n=6$) et en dehors des singularités, on a alors le modèle direct :

$$f = (J_0^T)^{-1} \Gamma \dots\dots\dots(2.23)$$

Tableau 2.1 : les paramètres géométriques du robot type

Indice	0	1	2	3	4	5
d_i	0	h_1	h_2	h_3	h_4	
a_i		0	$\frac{f}{2}$	$\frac{f}{2}$	0	
\dagger		0	1	1	1	1
r_i		0	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5
n_i		x	0	0	0	0

2.6 Détermination des matrices de changements de repères $\langle i-1 / i \rangle$ pour le robot type (ALG-M.O.1)

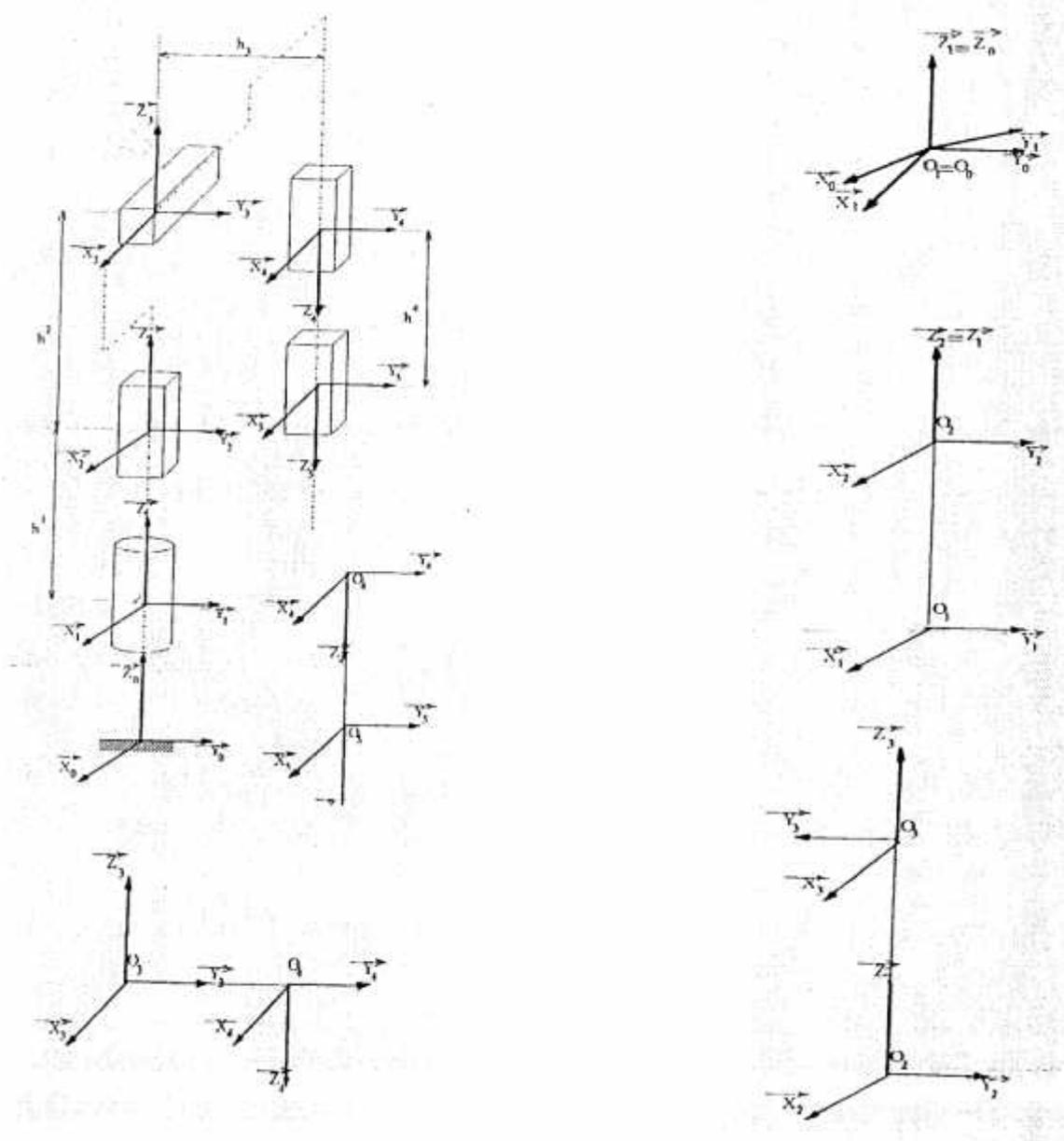


Figure 2.4 : les différents repères liés au corps du robot

2-7 Espace de travail :

L'espace de travail est l'ensemble des position et /ou orientations accessible par l'organe terminal du robot.

Le volume ou l'espace de travail d'un robot dépend généralement de trois facteurs :

- De la géométrie du robot,
- De la longueur des segments,
- Du débattement des articulations (limite par des butées)

2-7-1 Analyse de l'espace de travail du robot type (ALG-M .O.1) :

L'analyse de l'espace de travail des robots trouve des nombreuses applications. Notamment dans le domaine de C.A.O. robotique pour la conception optimale des robots, des sites robotisés, et pour la programmation hors ligne.

Soit :

$q=[q_1.....q_n]$ un élément de \mathbf{R}^n représentant une configuration articulaire donnée

Et soit :

$x=[x_1.....x_2]$ l'élément de l'espace opérationnel \mathbf{R}^n correspondant, tel que :

$$X = f(q).....(2.24)$$

On note Q l'ensemble des configuration accessibles tenu des butée articulaires .par conséquent,Q sera appelé domaine articulaire :

L'image de Q par le modèle géométrique direct f définit l'espace de travail W du robot :

$$W = f(Q).....(2.25)$$

2-7-2 Calcul de l'espace de travail du robot choisi :

Comme on l'a définie précédemment, la position de l'organe terminal dans le repère atelier est donnée par le vecteur position dans la matrice de transformation qui exprime le repère R_5 dans R_0 noté :

$$p = \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{Bmatrix}; \quad avec \quad \begin{Bmatrix} p_x = (z_3 - z_4)cX_1 \\ p_y = (z_3 - z_4)sX_1 \\ p_z = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + z_2 - z_5 \end{Bmatrix}.....(2.26)$$

En développant un programme qui à comme paramètres «entrées les limites articulaires de chaque articulation et sortie toutes les configuration possible de l'organe terminal»

2-7-3 Algorithme simplifie du programme :

Algorithme 2.1 : Algorithme simplifie du programme :

Début programme

Entrer h_{min} et h_{max} pour chaque articulation ;

Début Do

Incrémentation de h_1 et entre h_{1min} et h_{1max}

Incrémentation de h_2 et entre h_{2min} et h_{2max}

Incrémentation de h_3 et entre h_{3min} et h_{3max}

$$\begin{cases} p_x = (z_3 - z_4) cX_1 \\ p_y = (z_3 - z_4) sX_1 \\ p_z = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + z_2 - z_5 \end{cases}$$

Fin Do

Sortie (p_x, p_y, p_z)

Programme 2.1 : programme de l'espace de travail.

C programme : ESPACE DE TRAVAIL.

c purpose : Entrer point for the console application .

c programme ESPACE DE TRAVAIL

c Déclaration des variables

c variables

integer n,i,j,k

Real a,b,c,d,e,f,r,u,q,p,z2,z3,z4,z5,h1,h2,h3,h4

real ydmax,ydmin,ymin,ymax,ydmaxi,ydmini,ymaxi,ymini,pi

real d3,d4

```

dimension T(3), ymin(1) ,ymax(1),hmin(1),hmax(1)
C
c  introduction de la dimension des matrices de passages
    Pi=3,1415926535897932384626433832795
c  déclaration de PI pour la transformation des entré degré en radiant
    n=5
    d3=0 ,6
    d4=0,6
    z2=600
    z3=635
    z4=700
    z5=500
c  Entrer des paramètres de Dènavit-Herenberg
c  write(*,*)'chargement des limites articulaires'
    do k=1,n
c  incrémentation pour chaque  matrice de passage
    write(*,*) 'donner les limies angulaires des butés mécanique
+   de articulation k '
    write (*,*)'theta min'
    read (*,*)theta min
    Ymini=(theta min*pi)/180
    write (*,*)'ymini'
    write(*,*)'theta max'
    read(*,*)'theta max'
    Ymaxi=(theta max*pi)/180
    write(*,*)'ymaxi'
    write (*,*)'theta min','=',ymini,'theta max','=',ymaxi
c  ymin(k)=ymini
    Ymax(k)=ymaxi
    write (*,*)'(ymax(i)*180/pi,i=1,5)'
    write (*,*)'(ymin(i)180/pi,i=1,5)'
    do k=1,n
    write (*,*)'donner les limites de la distance des butés mecanique

```

```

+ de k articulation k'
write(*,*)'zmin'
read(*,*)zmin
write(*,*)'zmax'
read(*,*)zmax
write(*,*)'zmin',k,'=',zmin,'zmax',k,'=',zmax'
write(*,*)'hmin'
read(*,*)hmin
write(*,*)'hmax'
read(*,*)hmax
write(*,*)'hmin',hmin',k,'=',hmax',k,'=',hmax
c Entrer des parameters de Dènavit-hertenberg
c write(*,*)'chargement des limites articulaires'
c incrémentation pour chaque matrice de passage
write(*,*)'donner les limites angulaires des butés mécanique
+ de articulation k '
write(*,*)'theta min'
Read(*,*)ydmin
Ymini=(ydmin*pi)/180
write(*,*)'theta max'
read(*,*)ydmax
Ymaxi=(ydmax*pi)/180
write(*,*)'theta min',k,'=',ydmin,'theta max',k,'=',ydmax
c ymin(k)=ymini
Ymax(k)=ymaxi
end do
write(*,*)'(ymax(i)*180/pi,i=1,5)'
write(*,*)'(ymin(i)*180/pi,i=1,5)'
c calcul des matrices de transformation
a=ymin(1)
b=ymax(1)
c=ymin(2)
e=ymax(2)

```

```

f=ymin(3)
p=ymax(3)
write(*,*)'calcul du vecteur P(Px,Py,Pz)Position des
+   coordonnées articulaires'
do 11 y1=a,b,0.05
do 11 y2=c,e,1
do 11 y3=f,p,0.1
c   calcul des éléments de T(m,m)et son remplissage
write(*,*)'calcul des éléments de T(m,m)et son remplissage'
T(1)=(z3-z4)*cos(y1)
T(2)=(z3-z4)*sin(y1)
T(3)=(h1)+(h2)+(h3)+(h4)+z2-z5
px=T(1)
py=T(2)
pz=T(3)
!write(*,*) (T(i),i=1,3)
!write(*,*) (T(i),i=1,3),';'
write(*,*) T(1),T(2),T(3)
10   format (3f)
11   write(*,*)
c   Body of Espace de travail
end .

```

CHAPITRE 3

MODELE DYNAMIQUE DES SYSTEME MECANIQUE ARTICULE
À ELEMENTS RIGIDES

3.1 Modélisation dynamique : [9, 25, 26, 38, 42, 55, 56, 57,58]

Les modèles dynamiques des manipulateurs sont décrits par un ensemble d'équations mathématiques qui portent la dynamique de ceux-ci et peuvent être simulées sur ordinateur dans le but de synthétiser une commande conditionnée par des performances désirées, les équations différentielles qui décrivent le comportement d'un mécanisme a plusieurs corps articulés peuvent être déterminer par des lois mécaniques classiques Newtoniennes (théorèmes généraux de la mécanique classiques) et Lagrangiennes.

Les approches d' Euler- Lagrange et Newton- Euler permettent d'aboutir aux équations du mouvement des robots.

3.2 Méthodes d'obtention du modèle dynamique : [25, 26, 38,56]

Les principales méthodes actuelles d'obtention du modèle dynamique sont basées sur l'un des quatre formalismes suivants :

- La notion " d'énergie d'accélération " ou fonction de Gibbs
- Les équations de Newton et d' Euler
- Le principe du travail virtuel de D'Alembert
- Les équations de Lagrange

Ces derniers semblent les plus usitées et peut-être les lus aisées à manipuler: nous allons donc les utiliser dans la suite.

3.3 Obtention du modèle dynamique : [57,58]

L'énergie cinétique du système est une forme quadratique des vitesses articulaires :

$$E_c = 1/2q' [A]q \dots\dots\dots(3.1)$$

Tel que :

[A] : matrice (n x n) symétrique définie positive d'éléments génériques : Aij (q) dépendant variable articulaires **q**.

$\dot{q} = (\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dots, \dot{q}_n)'$ matrice uni colonne des vitesses généralisées.

L'énergie potentielle est due au champ de pesanteur, alors l'effort généralisé par le champ de pesanteur sur l'articulation **i** s'écrit :

$$G_i = -\frac{\partial E_p}{\partial q_i} \dots\dots\dots(3.2)$$

Ep : représente l'énergie potentielle externe du système.

Le principe des puissances virtuelles donne les équations suivantes : Ai = Fi (3.3)

Ai : désigne la quantité d'accélération généralisée.

Fi : désigne les forces généralisées.

Tel que : Ai= i (Ec)(3.4)

$$\partial_i = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} \right] - \left[\frac{\partial}{\partial q_i} \right] \dots\dots\dots(3.5)$$

$$F_i = \frac{\partial E_D}{\partial q_i} - \frac{\partial E_p}{\partial q_i} + \Gamma_i \dots\dots\dots(3.6)$$

ED : énergie de dissipation par effet du frottement visqueux

Γ_i : Forces généralisées non conservatives.

Les équations scolaires de Lagrange peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$\Gamma_i = \sum_{j=1}^n \left[A_{ij} \ddot{q}_j + \sum_{k=j+1}^n \left(\frac{\partial A_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial A_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial A_{jk}}{\partial q_i} \right) \dot{q}_j \dot{q}_k + \left(\frac{\partial A_{ij}}{\partial q_j} - \frac{1}{2} \frac{\partial A_{ij}}{\partial q_j} \right) \dot{q}_j^2 \right] - G_i \dots\dots\dots (3.7)$$

Avec :

$$B_{ijk} = \frac{\partial A_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial A_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial A_{jk}}{\partial q_i} \dots\dots\dots (3.8)$$

$$C_{ijk} = \frac{\partial A_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial A_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial A_{jk}}{\partial q_i} \dots\dots\dots (3.9)$$

$$G_i = -\frac{\partial E_p}{\partial q_i} \dots\dots\dots (3.10)$$

[Γi] : Matrice uni colonne des forces généralisées.

[A] : matrice carrée de dimension (n x n) symétrique définie positive. C'est la matrice masse de système, elle intervient dans le calcul du couple / force d'inertie exprimé par le produit [A] q̈

[B] : matrice de dimension (n x (n-1) n/2) , appelée matrice des termes de coriolis.

[C] : matrice de dimension (n x n) appelée des termes centrifuges.

[G] : matrice colonne de dimension (n x 1), représentant les forces généralisées au champ de pesanteur.

q̈ = (q̈₁, q̈₂, q̈₃, q̈_n)^t Matrice uni colonne des accélérations généralisées

q̇q̇_ε = (q̇₁q̇₂, q̇₁q̇₃, q̇₁q̇_n, q̇₂q̇₃, q̇_{n-1}q̇_n)^t

q̇² = (q̇₁², q̇₂², q̇₃², q̇_n²)^t

Les équations peuvent être regroupées sous la forme matricielle suivante:

$$\Gamma = [A]q̈ + [B]q̇q̇_{\epsilon} + [C]q̇^2 - G \dots\dots\dots(3.11)$$

Les éléments des A, B, C et G s'appellent les coefficients dynamiques du système. Ils sont fonction des paramètres géométriques et inertiels du mécanisme.

3 3.1 Approche d'Euler – Lagrange :[16,17,19,47,48,59]

L'approche d'Euler- Lagrange sert à modéliser et présenter la dynamique des robots à travers les équations du mouvement. Elle s'adapte lors des calculs manuels ainsi que pour des calculs par ordinateur. Le formalisme d'Euler- Lagrange et la transformation homogène de Denavit et Hartenberg amène à un algorithme compact pour présenter les équations dynamiques du mouvements.

L'équation d'Euler- Lagrange est :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial E_d}{\partial q_i} = T_i \quad i = a, \dots, n. \dots\dots\dots(3.12)$$

Ou L est le Lagrangien qui s'exprime par :

$$L = E_c - E_p \dots\dots\dots(3.13)$$

E_c = énergie cinétique totale de toutes les liaisons.

E_p = énergie potentielle totale de toutes les liaisons.

E_d = énergie de dissipation en cas de présence de frottement visqueux.

n : nombre de degré de liberté.

q_i : coordonnée généralisée d'ordre i.

q̇_i : dérivée de la coordonnée généralisée.

Energie cinétique :

L'énergie cinétique est calculée par l'expression de la vitesse

$$\begin{cases} V_0^i = \frac{dr_0^i}{dt} \\ r_0^i = T_0^i r_i \end{cases} \dots\dots\dots(3.14)$$

Ou r_0^i est la coordonnée homogène du point (i) exprimée dans le repère Ri comme la liaison

n'est pas flexible, on a $\frac{dr_0^i}{dt} = 0$ donc :

$$V_0^i = \sum_{j=i}^i \frac{\partial T_0^i}{\partial q_j} = \frac{dq_j}{dt} r_i^i \dots\dots\dots(3.15)$$

Avec T_{i-1}^i est la matrice de transformation homogène sous une forme plus compacte, nous pouvons écrire :

$$V_0^i = \sum_{j=i}^i [U_{ij} q_i] r_i^i \dots\dots\dots(3.16)$$

Et

$$U_{ij} = \begin{cases} T_0^{j-1} Q_j T_{j-1}^i & j \leq i \\ 0 & j \geq i \end{cases} \dots\dots\dots(3.17)$$

Pour une liaison rotative on a :

$$Q_j = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.18)$$

Et pour une liaison de translation :

$$Q_j = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.19)$$

L'énergie cinétique de l'élément **i** dans la liaison **i** est :

$$dE_{c_i} = \frac{1}{2} trace(V_i V_i^T) dm \dots \dots\dots(3.20)$$

En développant l'expression précédente, on obtient :

$$dE_{ci} = \frac{1}{2} \text{trace} \left[\sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i U_{ij} (r_i^j r_i^k)^T dm \right) U_{ik}^T q_j q_k \right] \dots\dots\dots(3.21)$$

L'énergie cinétique de la liaison **i** est :

$$dE_{ci} = \frac{1}{2} \text{trace} \left[\sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i U_{ij} J_i U_{ik}^T q_j q_k \right] \dots\dots\dots(3.22)$$

avec :

$$J_i = \begin{bmatrix} \int x_i^2 dm & \int x_i y_i dm & \int x_i z_i dm & \int x_i dm \\ \int x_i y_i dm & \int y_i^2 dm & \int y_i z_i dm & \int y_i dm \\ \int x_i z_i dm & \int y_i z_i dm & \int z_i^2 dm & \int z_i dm \\ \int x_i dm & \int y_i dm & \int z_i dm & \int dm \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.23)$$

L'énergie cinétique des actionneurs est définie par :

$$d_{ca} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n I_i q_i \dots\dots\dots(3.24)$$

Où I_i caractérise un moment d'inertie dans le cas d'une rotation et une masse le cas d'une translation de l'actionneur **i**, l'énergie cinétique totale sera :

$$E_c = \sum_{i=1}^n (E_{ci} + E_{ca}) \dots\dots\dots(3.25)$$

Energie potentielle :

L'énergie potentielle est décrite par :

$$E_p = \sum_{i=1}^n - m_i g^T r_0^i = - \sum_{i=1}^n m_i g^T T_0^{T'} r_i \dots\dots\dots(3.26)$$

$$g^T = [0 \quad 0 \quad - |g| \quad 1] \dots\dots\dots(3.27)$$

Où **g** est la gravité.

Enfin, l'énergie de dissipation est donnée par :

$$E_D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n f_{V_i} q_i^2 \dots\dots\dots(3.28)$$

Où f_{V_i} le coefficient de frottement visqueux ($i=1, n$) l'expression finale du Lagrangien sera:

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \text{trace} (U_{ij} J_i U_{ik}^T) q_j q_k + \sum_i^n m_i g^T T_0^{T'} r_i \dots\dots\dots(3.29)$$

Appliquant la formule d'Euler – Lagrange à la fonction Lagrangien donnée ci-dessous, on trouve la force ou le couple généralisé.

$$\Gamma_i = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j \text{trace} (U_{jk} J_i U_{ji}^T) \ddot{q}_k + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j \sum_{l=1}^j (U_{jkl} J_i U_{ji}^T) \dot{q}_k \dot{q}_l - \sum_{j=1}^n m_j g^T U_{ji} r_j^i + f_{V_i} q_i \dots\dots\dots(3.30)$$

Avec :

Et

$$U_{ijk} = \begin{cases} T_0^{k-1} Q_k T_{k-1}^{j-1} Q_j T_{j-1}^i & k > j > i \\ T_0^{j-1} Q_j T_{j-1}^{k-1} Q_k T_{k-1}^i & j > k > i \\ 0 & j < i < k \end{cases} \dots\dots\dots(3.31)$$

Méthode directe 1 :

Cette méthode est basée essentiellement sur l'équation d'Euler – Lagrange, qui est extraite de la méthode elle-même sa forme est :

$$\Gamma_i = \sum_{j=1}^n M_{ij}(q) \dot{q}_j + \sum_{k=1}^i \sum_{k=1}^n N_{ijk}(q) \ddot{q}_k + G_i(q) + H_i(\ddot{q}_j), \quad i=1, \dots, n \dots\dots\dots(3.32)$$

Avec : $i=1, \dots, n$ (3.33)

$$M_{ij}(q) = \sum_{k=\max(i,j)}^n \text{trace} (U_{ki} J_k U_{ki}^T) \quad j=1, \dots, n$$

$$G_i(q) = \sum_{j=1}^n m_j g^T U_{ji} r_j^j \dots\dots\dots(3.34)$$

$$N_{ijk}(q) = \sum_{l=\max(i,j,k)}^n \text{trace} (U_{ljk} J_l U_{li}^T) \quad \begin{matrix} i=1, \dots, n \\ j=1, \dots, n \\ k=1, \dots, n \end{matrix} \dots\dots\dots(3.35)$$

$$H_i(\dot{q}_i) = f_{V_i} \dot{q}_i \dots\dots\dots(3.36)$$

On réécrire l'équation dynamique sous forme matricielle qui sera :

$$T(t) = M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}) + G(q) + H(\dot{q}) \dots\dots\dots(3.37)$$

Avec $q \in R_n$; $\dot{q} \in R_n$; $\ddot{q} \in R_n$ représente respectivement les positions les vitesses et les accélérations articulaires et :

$M(q) \in R_{n \times n}$: matrice symétrique définie positive des accélérations inertielles dans l'élément M_{ij} de cette matrice est l'inertie de la ième articulation sur la ième articulation et vive versa.

$N(q, \dot{q}) \in R_n$: vecteur de forces et/ou couples aux accélérations de Coriolis et centrifuge.

$G(q) \in R_n$: vecteur de force et/ou couples dus aux forces de gravitation .

$H(\dot{q}) \in R_n$: représente les frottement visqueux.

$T(t) \in R_n$: vecteur de force et/ou couples moteurs.

Méthode directe 2 :

La méthode directe citée auparavant est efficace mais elle est longue lors de la détermination du vecteur due aux accélérations de Coriolis et centrifuge.

Pour cela on a trouvé une issue pour le calcul rapide de ce dernier. Le modèle dynamique est calculé en 3 étapes :

- calcul des éléments de la matrice d'inertie par méthode directe 1 .
- calcul de deux matrices centrifuges de Coriolis qui sont multipliées par leurs vecteurs, la somme des vecteurs obtenue nous donne le vecteur voulu N.

l'extrait de ces dernières matrices se fait par la dérivation de la matrice d'inertie ce principe de la conservation d'énergie .

- en fin, le calcul des vecteurs gravités et visqueux, par la méthode directe se basant sur les équations (1.34) et (1.36) respectivement. la forme appropriée du modèle final sera :

$$T(t) = M(q) \ddot{q} + D(q)[\dot{q} \dot{q}] + C(q) [\dot{q}^2] + G(q) + H(\dot{q}) \dots\dots\dots(3.38)$$

Avec $q \in R^n$; $\dot{q} \in R^n$; $\ddot{q} \in R^n$ représente respectivement les positions, les vitesses et les accélérations articulaires et :

$M(q) \in R^{n \times n}$: matrice symétrique définie positive des accélérations inertielles dans l'élément M_{ij} de cette matrice est l'inertie de la ième articulation sur la ième articulation et vive versa ;

$C(q) \in R^{n \times n}$: matrice des couples centrifuges .

$D(q) \in R^{n \times n \frac{(n-1)}{2}}$: matrice des couples de Coriolis .

$H(\dot{q}) \in R^n$: représente les frottement visqueux .

$T(t) \in \mathbb{R}^n$: vecteur de force ou couples généralisés.

$[\dot{q}\dot{q}_e] \in \mathbb{R}^{n \frac{(n-1)}{2}}$: vecteur de produit des vitesses généralisées.

$[\dot{q}^2] \in \mathbb{R}^n$: vecteur de carrée des vitesses généralisées.

Ou :

$$[\dot{q} \dot{q}] = [\dot{q}_1 \dot{q}_2 \dots \dot{q}_1 \dot{q}_n \dots \dot{q}_2 \dot{q}_3 \dots \dot{q}_2 \dot{q}_n \dots \dot{q}_{n-2} \dot{q}_n \dots \dot{q}_{n-1} \dot{q}_n]^T \dots \dots \dots (3.39)$$

$$[\dot{q}^2] = [q_1^2 q_2^2 \dots q_n^2]^T \dots \dots \dots (3.40)$$

Le calcul de la matrice D de Coriolis se base essentiellement sur la formule suivante :

$$D_{ij} = 2 S_{1,jk} \dots \dots \dots (3.41)$$

Ou le symbole de Christoffel définit par :

$$B^{i,j,k} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial M_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial M_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial M_{jk}}{\partial q_i} \right] \dots \dots \dots (3.42)$$

Puisque la matrice d'inerte est positive on aura les propriétés suivantes :

$$\frac{\partial M_{ji}}{\partial q_k} = \frac{\partial M_{ij}}{\partial q_j} \quad \forall i, j, k \dots \dots \dots (3.43)$$

$$\frac{\partial M_{ij}}{\partial q_k} = 0 \text{ Pour } i \neq k, j \neq k \dots \dots \dots (3.44)$$

Les éléments de la matrice centrifuge sont définis par l'équation suivante :

$$C_{ij} = S^{i,jj} \dots \dots \dots (3.45)$$

3.3.2 Modèle dynamique générale :

Le modèle dynamique générale d'un robot manipulateur rigide à **n** degrés de liberté peut être représenté par un système d'équation différentielle non linéaire de second ordre à **n** entrées formant le vecteur de forces ou couples généralisées **T**, et **n** sorties qui forment le vecteur position **q**, les équations de ce système à **n** liaisons, décrites dans l'espace des coordonnées articulaires, sont données sous forme matricielle comme suit :

$$M(q) \ddot{q} + B(q, \dot{q})\dot{q} + K(q, \dot{q})q + G(q) + H(\dot{q}) = T_p(t) + T(t) \dots\dots\dots(3.46)$$

Avec $q \in R_n$; $\dot{q} \in R_n$; $\ddot{q} \in R_n$ représente respectivement les positions, les vitesses et les accélérations articulaires et :

$M(q) \in R_{n \times n}$: matrice d'inerte ;

$B(q, \dot{q}) + K(q, \dot{q})q \in R_n$: englobe les couples dus aux forces de Coriolis et centrifuges ;

$G(q) \in R_n$: vecteur de forces ou couples dus aux forces de gravitation ;

$T_p \in R_n$: le vecteur de forces ou couples de perturbation externe ;

$T(t) \in R_n$: vecteur de forces ou couples moteurs .

Les éléments de M, B, K, G et H sont généralement des fonctions très compliqués et non linéaires par rapport aux coordonnées généralisées de manipulateur.

Le précédant modèle du robot est complexe mais vérifie certaines propriétés fondamentales qui peuvent être exploitées pour l'analyse du comportement du système et le calcul de commande.

Propriété 1 : la matrice M (q) est symétrique définie positive (S D P), par conséquent tous les éléments diagonaux de cette matrice sont positifs $\{M_{ii} (q) > 0 \ i = 1, \dots, n\}$

Propriété 2 : les matrices M, B, K et les vecteurs G,H sont uniformément bornés.

Propriété 3 : l'entrée de commande est indépendante pour chaque articulation du manipulateur.

Propriété 4 : le vecteur des frottements visqueux et secs H (q̇) est caractérisé par les n éléments

$$\{ H_i(\dot{q}_i) > 0 \ i = 1, \dots, n \}, \text{ tel que : } H_i(\dot{q}_i) = f_{vi} \dot{q}_i + f_{si} \text{sgn}(\dot{q}_i) \dots\dots\dots(3.47)$$

Avec f_{vi} et f_{si} sont respectivement les coefficients des frottements visqueux et secs de la i^{ème} articulation.

Les propriétés 1-4 découlent de la nature physique du robot manipulateur. La propriété 3 est du au fait que les flexibilités des articulations et des structures n'ont pas été prises en compte.

Dans ce cas de figure chaque degré de liberté (DDL) est piloté par un actionneur (moteur à courant continu).

3. 3.3. Modèle dynamique directe :

Ce modèle consiste à déterminer les variables articulaires en fonction des forces (ou / et couples) généralisés

Le calcul de ces variables se fait en résolvant le système d'équations différentielle non linéaire suivant :

$$\Gamma = [A]\ddot{q} + [B]\dot{q}\dot{q}_\epsilon + [C]\dot{q}^2 - G \dots\dots\dots(3.48)$$

$$\text{À } t=t_0 \quad q(t_0) = q_0 \quad , \quad \dot{q}(t_0) = 0$$

La résolution peut se faire par plusieurs méthodes numériques pour notre part nous utiliserons la méthodes de Runge Kutta à 4 approximations .

3. 4 Schéma d'intégration par la méthode de Runge -Kutta [38, 60,61] :

$$\frac{d[y]}{dt} = f(t, y) \text{ avec } [y] = [y_0] \text{ pour } t = t_0$$

$$[y]_{t+dt} = [y]_t + 1/6 [[k_1] + 2[k_2] + 2[k_3] + [k_4]] \dots\dots\dots(3.49)$$

$$[K_1] = f(t, [y]) dt \dots\dots\dots(3.50)$$

$$[K_2] = f(t + dt/2, [y] + k_1/2) dt \dots\dots\dots(3.51)$$

$$[K_3] = f(t + dt/2, [y] + k_2/2) dt \dots\dots\dots(3.52)$$

$$[k_4] = f(t + dt, [y] + [k_3]) dt \dots\dots\dots(3.53)$$

Le système d'équation peut se mettre sous la forme :

$$\ddot{q} = [A]^{-1} [\Gamma - [B]\dot{q}\dot{q}_\epsilon - [C]\dot{q}^2 + G] \dots\dots\dots(3.54)$$

$$t = t_0 \quad , \quad q(t_0) = q_0 \quad , \quad \dot{q}(t_0) = 0$$

$$[y] = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix} \quad f(t, y) = \frac{d[y]}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [A]^{-1} [\Gamma - [B]\dot{q}\dot{q}_\epsilon - [C]\dot{q}^2 + G] \end{pmatrix}$$

CHAPITRE 4

LES ERREURS STATIQUE ET DYNAMIQUE

4.1 Les erreurs de positionnement d'un manipulateur : [1,6]

Le positionnement réel d'un manipulateur, que ce soit en statique ou en dynamique (poursuit des trajectoires) s'écarte inévitablement et pour différentes causes, de sa position désirée. De même, un manipulateur ne se positionne jamais au même endroit lorsque la même trajectoire est répétée plusieurs fois.

Ces erreurs de positionnement sont d'origines diverses, peuvent être classées en quatre catégories principales :

- Erreurs de quantification et de calcul.
- Erreurs cinématique de type aléatoire dominant.
- Erreurs d'étalonnage et d'identification.
- Erreurs cinématique de type systématique dominant.

4.1.1 Erreurs de quantification et de calcul :

Elle sont liées à :

- L'arrondi dans les calculs effectués par le calculateur.
- La quantification des codeurs incrémentaux ou absolus utilisés pour la détermination des coordonnées articulaires.
- La performance du calcul numérique et des algorithmes employés.
- La troncature des valeurs numériques dans les calculs trigonométriques

4.1.2 Erreurs cinématique de type aléatoire dominant:[6,27]

Chacune des articulations d'un manipulateur à motorisation électrique peut être déplacée à l'intérieur d'une petite zone sans entraîner de signale d'erreur à l'intérieur du système d'asservissement.

Cette zone morte est due aux défauts géométriques non systématiques des organes mécaniques (les jeux mécaniques) à la résolution des capteurs et aux performances des asservissements (non linéarités dues aux frottements mécaniques par exemple).

4.1.3 Erreurs d'étalonnage et d'identification : [1]

Elle sont liées à :

- A l'étalonnage des capteurs (capteurs de position, capteurs de vitesse et capteurs de couple)
- Aux valeurs des paramètres géométrique et des paramètre d'inerties.
- Aux rapports de réduction des chaînes cinématique de commande des mouvements.

4.1.4 Erreurs cinématiques de types systématique dominant : [1]

Elle sont liées à :

- La déformation des segments sous l'effet des charges statiques et dynamiques
- La déformation des articulations sous l'effet des charges statiques et dynamique
- La dilatation des pièces mécaniques de la structure sous l'effet de la température.

On peut aussi classer grossièrement ces erreurs en deux grandes catégories :

1. Les erreurs qui ne peuvent être réduites que par une technologie appropriée ces erreurs sont liées :

- Aux erreurs de quantification et de calcul.
- Aux erreurs cinématiques de types aléatoire dominant

2. Les erreurs qui peuvent être corrigées en utilisant un modèle de compensation .ces erreurs sont liées :

- Aux erreurs d'étalonnage et d'identification.
- Aux erreurs cinématiques de types systématique dominant

4.2 Identification des paramètres d'un manipulation : [1,7]

L'identification consiste à déterminer, suite à une série de mesures et à l'aide des méthodes de masse du manipulateur.

4.2.1 Identification des paramètres géométriques :

Les erreurs de positionnement statique d'un manipulateur sont de deux natures :
Géométrique et non géométrique

- **Les erreurs géométriques** : elles regroupent les imprécisions de fabrication dans les corps et les liaisons et les erreurs d'initialisations des offsets codeurs (les valeurs des offsets codeurs correspondants à la configuration initiale géométrique dans laquelle les variables articulaires sont nulles).

- **Les erreurs non géométriques** : elles regroupent les déformations, les jeux dans les chaînes cinématiques, les erreurs liées à la résolution des capteurs et aux performances des asservissements, elles ne sont pas accessibles à la calibration géométrique.

La procédure d'identification géométrique distingue trois niveaux de complexité :

Niveaux 1 : ou « calibration des articulations », l'objectif est d'établir la relation la plus exacte entre le signal produit par les capteurs de position et les déplacements articulaires. Ceci, implique généralement la calibration de la cinématique des organes d'entraînement (réducteurs, courroies,.....etc.).

Niveaux 2 : ou « calibration géométrique globale » dans ce niveau on doit identifier tous les paramètres géométriques de description du manipulateur. L'objectif de ce niveau est de déterminer le modèle géométrique de base, qui lie les coordonnées opérationnelles aux coordonnées articulaires (ou valeurs de commande des actionneurs).

Niveaux 3 : ou « calibration non géométrique », il porte sur les possibilités de compenser les erreurs d'ordre non géométriques à savoir les déformations des articulations et des segments et frottements.

4.2.2 Identification des paramètres dynamiques : [7]

Pour utiliser le modèle dynamique, il faut connaître les valeurs numériques des paramètres de masse (masse, centre de masse, et matrice d'inertie) relatifs aux différents corps et qui interviennent dans le modèle dynamique. Plusieurs techniques peuvent être envisagées pour estimer ces paramètres : soit par calcul au moment de la conception, surtout si on utilise un logiciel de CAO performant, soit par mesure corps par corps avant le montage ou par identification.

La technique d'identification des paramètres, consiste à exploiter le caractère linéaire des actions dynamiques relativement à ces paramètres pour les identifier, en utilisant la méthode d'optimisation des moindres carrés.

4.3 Précision : [6, 8,27]

La précision d'un manipulateur est généralement définie en terme de précision statique (les caractéristiques de pose) et de précision dynamique (les caractéristiques de trajectoire), ces deux caractéristiques, quantifient la différence entre la situation désirée et celle réellement atteinte.

4.3.1 Précision statique:

Pour les manipulateurs utilisés dans les tâches d'assemblage, d'insertion de composants, de soudage par point..., les caractéristiques de composants sont les caractéristiques de pose. Ces caractéristiques sont définies par trois termes:

- Exactitude statique.
- Répétitivité statique.
- Temps de stabilité et dépassement statique.

4.3.1.a Exactitude Statique:

Selon la définition ISO, l'exactitude statique est représentée par l'écart entre une pose commandée (P_c) et la moyenne des poses réellement atteintes (figures 4.1), lorsqu'on demande au manipulateur de se positionner plusieurs fois en P_c en suivant toujours la même trajectoire (exactitude statique unidirectionnelle) soit P_c le point de la position commandée de coordonnées X_c, Y_c, Z_c dans le référentiel de base $\{R_0\}$; P_i une des positions réellement atteintes ($i= 1, \dots, k$), $P_c = [X_c, Y_c, z_c]$ et $P_i = [X_i, Y_i, Z_i]^T$

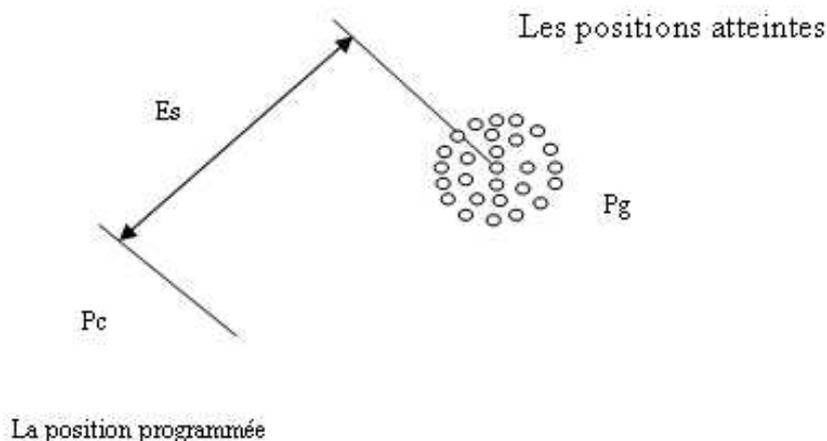


Figure 4.1: L'exactitude de positionnement statique d'un manipulateur

L'exactitude locale de position E_s est la distance entre le point P_c et le point P_g barycentre de tous les points atteints P_i donc:

$$E_s = \sqrt{(x_g - x_c)^2 + (y_g - y_c)^2 + (z_g - z_c)^2} \dots\dots\dots(4.1)$$

avec: $X_g = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} x_i}{k}$; $Y_g = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} y_i}{k}$; $Z_g = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} z_i}{k}$

Pour les rotations, on peut définir de la même manière la variation entre la moyenne des positions angulaires atteintes et la valeur commandée.

4.3.1.b Répétitivité statique:

Par définition la répétitivité statique unidirectionnelle est la distance maximale entre le point moyen **P_g** et les points réellement atteints **P_i** , i= 1.....k (Figure 4.2)

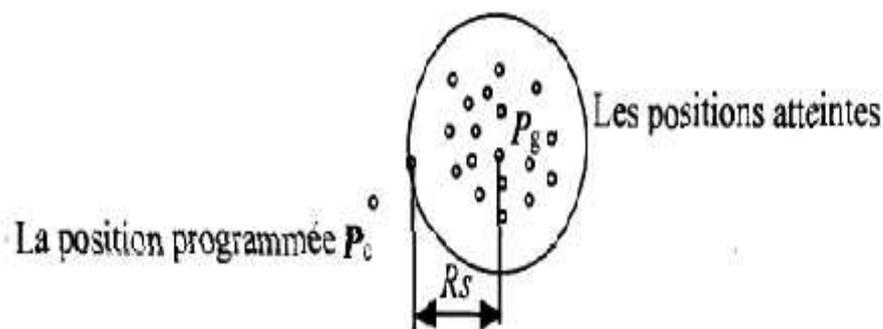


Figure 4.2: La répétitivité de positionnement statique d'un manipulateur.

$$R_s = \text{Max}_{i=1.....k} \sqrt{(x_g - x_i)^2 + (y_g - y_i)^2 + (z_g - z_i)^2} \dots\dots\dots(4.2)$$

La norme (NF-E 61-103) définit également une répétitivité statique à partir de la moyenne de distances entre **P_g** et les points atteints **P_i**.

Si les trajectoires pour atteindre la position désirée **P_c** sont différentes (on partira de différentes positions vers la même destination). L'exactitude et la répétitivité vont avoir des valeurs différentes appelées exactitudes et répétitivité multidirectionnelles.

Dans le cas où la position commandée serait définie par apprentissage, la répétitivité est la même, par contre l'exactitude est très différente, pour les manipulateurs très précis la répétitivité

peut être de l'ordre du centième de mm, alors que l'exactitude de position programmée peut être de plusieurs mm.

Remarque: Au terme répétitivité on associe souvent la notion de réversibilité qui caractérise la précision statique quand le point est atteint selon plusieurs directions ; elle est plus mauvaise que la répétitivité.

4.3.1.C Temps de stabilisation et dépassement de pose : [6]

Il est bien intéressant de connaître le comportement du robot lorsqu'il approche une pose commandée. Suivant le réglage des asservissements des actionneurs et le niveau de déformations des segments, le manipulateur peut osciller, dépasser la situation commandée ou au contraire s'en approcher sans oscillation, ce comportement se traduit par deux caractéristiques : dépassement et temps de stabilisation ces caractéristiques peuvent être utiles pour régler une temporisation du manipulateur avant d'effectuer une tâche ; la connaissance du dépassement permet de s'assurer que l'espace dégagé autour du point d'arrêt est suffisant pour éviter les collisions de l'outil avec l'environnement.

4.3.2 Précision dynamique:

En robotique, de nombreuses tâches sont réalisées en utilisant un mode de commande de type interpolation linéaire ou circulaire afin de quantifier les défauts et les écarts entre la trajectoire réellement parcourue et la trajectoire commandée, les caractéristiques essentielles pour ces applications sont définies par les notions d'exactitudes et de répétitivité de trajectoire.

4.3.2.a Exactitude de trajectoire (Exactitude dynamique):

Elle caractérise l'aptitude d'un manipulateur à faire suivre à l'interface mécanique (l'effecteur) une trajectoire désirée le fois dans la même direction et le fois dans la direction opposée [27].

L'exactitude de trajectoire est définie par la distance maximale entre la ligne moyenne des trajectoires réellement atteintes et la ligne programmée (Figure 4.3), mesurée dans un plan orthogonal à la trajectoire.

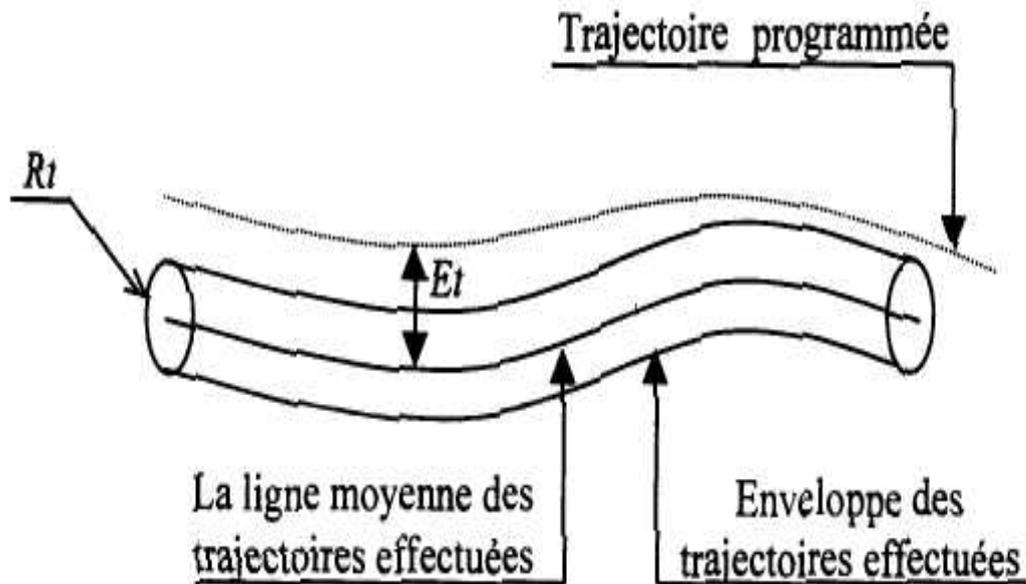


Figure. 4.3: *Exactitude de trajectoire*

L'exactitude pour des positions ou des trajectoires programmées dépend surtout des erreurs d'étalonnage et des erreurs dues aux déformations de la structures mécanique du manipulateur [3, 32, 37].

4.3.2. b Répétitivité de trajectoire:

La répétitivité de trajectoire (ou dynamique) est la distance maximale entre la trajectoire moyenne (ligne des barycentres des trajectoires effectuées) et une trajectoire effectuée; sera donc le rayon du tore qui contiendrait toutes les trajectoires effectuées (Figure 4.3).

Les erreurs de répétitivité sont dues aux défauts géométriques non systématiques des organes mécaniques. à la résolution des codeurs de positions et aux performances des asservissements (non linéarités dues aux frottements mécaniques par exemple) [6] [27] .

Avec le développement de l'électronique, de l'informatique et des moyens de fabrication (machine à commande numérique, CFAO) la précision géométrique en terme de répétitivité tend à devenir largement suffisant pour la majorité des applications industrielles.

4.4 Déformations et précision des manipulateurs:

Les applications industrielles de la robotique font appel à des modes d'emploi principaux des manipulateurs:

4.4.1 Emploi en mode restitution:

- De point d'arrêt acquis par apprentissage d'une suite discrète de configuration articulaires.
- De trajectoires acquises par l'enregistrement échantillonné d'une suite continue de configurations articulaires correspondants aux mouvements que doit reproduire le manipulateur.

4.4.2 Emploi en mode programmé:

- Les points d'arrêt sont seuls fonctionnels (travail à l'arrêt : soudage par point, pose...),
- la trajectoire entière est fonctionnelle (travail en cours mouvement : peinture).

Dans ces quatre types d'emploi, le problème de précision prend des dimensions tout à fait différentes:

- Il peut dépendre de la répétitivité de la réversibilité, de l'exactitude statique ou dynamique (§ V.3) ou de l'un de ces critères seulement.

Les déformations de la structure mécanique peuvent être tout à fait transparentes à l'utilisateur comme elles peuvent s'imposer comme un aspect du comportement dont la modélisation et la prise en charge est vital pour l'application.

4.5 Evaluation des erreurs de positionnement ou de poursuite de trajectoire d'un manipulateur : [1]

La simulation de l'effecteur dans l'espace opérationnel est donnée par le vecteur \mathbf{x} . Si on désigne par:

X_D : la situation instantanée de l'effecteur correspond à la configuration déformée du manipulateur.

X_R : La situation de l'effecteur correspond à la configuration non déformée du manipulateur.

L'erreur de positionnement ou de poursuite de trajectoire instantané sera donnée par:

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_d - \mathbf{X}_R \dots\dots\dots(4.3)$$

La situation \mathbf{X}_R de l'effecteur est donnée par le modèle géométrique direct, dans l'hypothèse rigide obtenu par le produit des matrices de transformations homogènes

Ces matrices sont calculées sur la base des paramètres de descriptions géométrique de la topologie du manipulateur.

Les déformations d'un segment (segment C_{j-1}) engendre un torseur des déplacements au point de l'articulation en aval (point O_i) du segment et se traduisent par une variation de la transformation relative entre deux repères consécutifs (le repère $\{R_{j-1}\}$ et le repère $\{R_j\}$) le modèle d'évaluation de la situation \mathbf{X}_d de l'effecteur peut être donc obtenu par un modèle géométrique modifié basé sur des matrices de transformations homogènes corrigées pour prendre en compte l'effet des déformations sur la situation de l'effecteur .

4.6 Le modèle géométrique direct corrige : [1]

La figure 4.4 représente le corps C_{j-1} du manipulateur dans la configuration rigide puis en position déformée et les deux référentiels $\{R_{j-1}\}$ et $\{R_j\}$ associés aux articulateurs A_{j-1} et A_j respectivement.

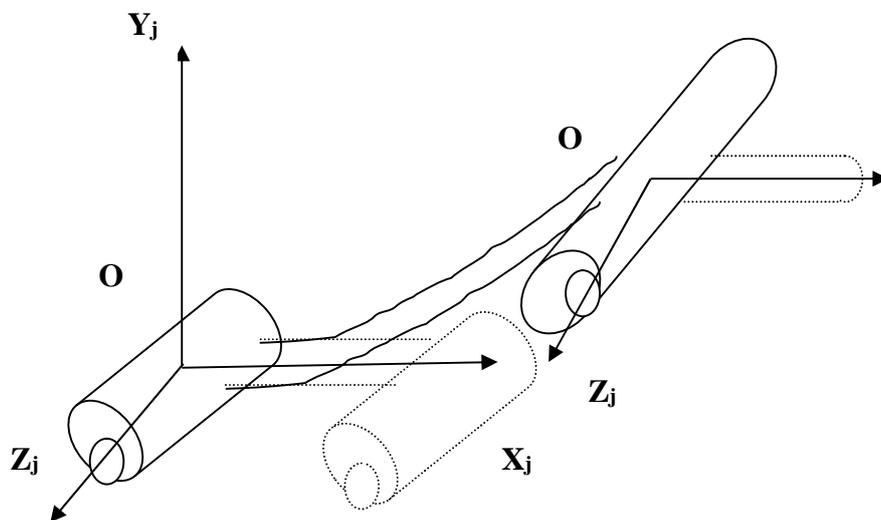


Figure. 4.4 : Flexibilité d'un segment du manipulateur

Le passage de $\{R_{j-1}\}$ à $\{R_j\}$ s'exprime en fonction des composants du vecteur des déplacements dus aux déformations du corps C_{j-1} et des trois paramètres de descriptions θ_j , L_j , et d_j .

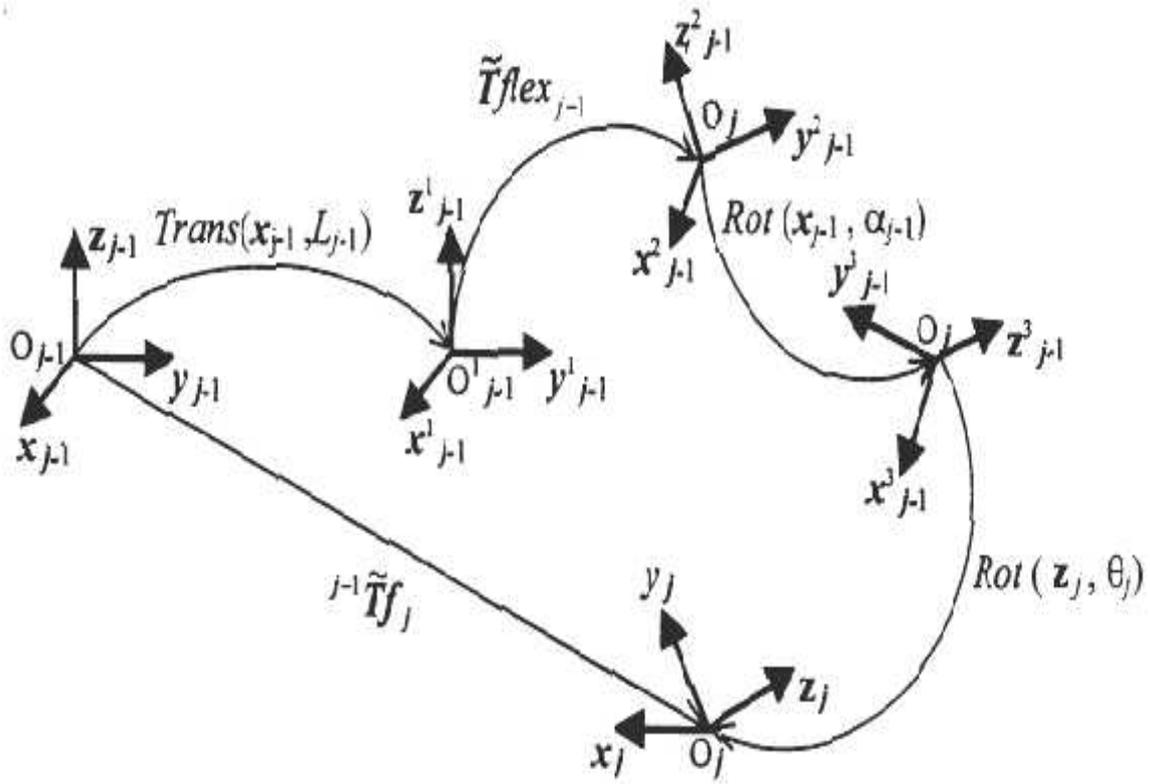


Figure : 4.5 : La transformation définissant le repère $\{R_j\}$ dans le repère $\{R_{j-1}\}$

La matrice de transformation définissant le repère $\{R_j\}$ dans le repère $\{R_{j-1}\}$ Figure(4.5) est donnée par:

$${}^{j-1}\tilde{T} f_j = \text{Trans}(X_{j-1}, L_{j-1}) * \text{Rot}(x_{j-1}, \alpha_{j-1}) * \text{Rot}(z_{j-1}, \theta_j) \dots \dots \dots (4.4)$$

Où:

$$\text{Rot}(x_{j-1}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \text{Cr}_{j-1} & -\text{Sr}_{j-1} & 0 \\ 0 & \text{Sr}_{j-1} & \text{Cr}_{j-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots \dots \dots (4.5)$$

$$\text{Trans. } (x_{j-1}, L_{j-1}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & L_{j-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(4.6)$$

$$\text{Rot } (z_j, \theta_j) = \begin{pmatrix} C_{\theta_j} & -S_{\theta_j} & 0 & 0 \\ S_{\theta_j} & C_{\theta_j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4.7)$$

La matrice de transformation homogène associée aux déplacements $\tilde{T}_{flex_{j-1}}$ (translations et rotations) dus aux déformations du corps C_{j-1} . Cette matrice peut être décomposée en deux matrices:

- une matrice de transformation pure qui représente les translations dus aux déformations $d_{x_{j-1}}$, $d_{y_{j-1}}$, $d_{z_{j-1}}$ donnée par :

$$\tilde{T}_{flex_i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & dx_{j-1} \\ 0 & 1 & 0 & dy_{j-1} \\ 0 & 0 & 1 & dz_{j-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4.8)$$

Représente les rotations dues aux déformations \tilde{T}_{flexr} Une matrice de rotation pure

$r_{x_{j-1}}$, $r_{y_{j-1}}$, $r_{z_{j-1}}$ de la section droite d'abscisse b_{i-1} au corps C_{i-1} point O_{i-1} par rapport à l'extrémité (point O_{j-1}), autour des trois axes x_{j-1} , y_{j-1} , z_{j-1} respectivement les matrices de transformation homogène associées à ces rotations, sont donnée par:

$$\text{Rot } (r_{x_{j-1}}, x_{j-1}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_x & -S_x & 0 \\ 0 & S_x & C_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(4.9)$$

$$\text{Rot}(r y_{j-1}, y_{j-1}) = \begin{pmatrix} C_x & 0 & S_x & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S_x & 0 & C_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4.10)$$

$$\text{Rot}(r z_{j-1}, z_{j-1}) = \begin{pmatrix} C_x & -S_x & 0 & 0 \\ S_x & C_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4.11)$$

avec: $C_x = \cos(r x_{j-1})$, $C_y = \cos(r y_{j-1})$, $C_z = \cos(r z_{j-1})$
 $S_x = \sin(r x_{j-1})$, $S_y = \sin(r y_{j-1})$, $S_z = \sin(r z_{j-1})$

Les rotations $r x_{j-1}$, $r y_{j-1}$, et $r z_{j-1}$ sont des rotations infinitésimales, on peut

$C_x \cong 1$ écrire:

$$S_y \cong r y_{j-1} \quad S_x \cong r x_{j-1} \quad C_z \cong 1, \quad C_y \cong 1,$$

$$S_z \cong r z_{j-1}$$

En remplaçant C_x , C_y , C_z , S_x , S_y , S_z par leurs expressions et on négligeant les termes d'ordre deux et d'ordre trois devant les termes d'ordre un [29] . On trouve:

$$\text{Rot}(r x_{j-1}, x_{j-1}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -r x_{j-1} & 0 \\ 0 & r x_{j-1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4.12)$$

$$\text{Rot}(r y_{j-1}, y_{j-1}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & r y_{j-1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -r y_{j-1} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4.13)$$

$$\text{Rot}(rz_{j-1}, z_{j-1}) = \begin{pmatrix} 1 & -rz_{j-1} & 0 & 0 \\ rz_{j-1} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4.14)$$

Est obtenue par le produit des matrices de transformation $\tilde{T}_{flex_{i-1}}$ La matrice homogène $\text{Rot}(rx_{j-1}, x_{j-1})$, $\text{Rot}(ry_{j-1}, y_{j-1})$, et $\text{Rot}(rz_{j-1}, z_{j-1})$, on peut effectuer ce produit dans n'importe quel ordre, En faisant abstraction des valeurs infinitésimales de deuxième ordre de type($rx_{j-1} * ry_{j-1}$, et $ry_{j-1} * rz_{j-1}$) on obtient :

$$\tilde{T}flexr = \begin{pmatrix} 1 & rz_{j-1} & ry_{j-1} & 0 \\ rz_{j-1} & 1 & -rx_{j-1} & 0 \\ -ry_{j-1} & rx_{j-1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(4.15)$$

La matrice de transformation homogène associée aux déplacements dus aux déformations du corps C_{j-1} (la matrice de flexibilité) est donnée donc par:

$$\Rightarrow \tilde{T}flexr_{j-1} * \tilde{T}flex_{j-1} \tilde{T}flex_{j-1} = \tilde{T}flex_{j-1} = \begin{pmatrix} 1 & rz_{j-1} & ry_{j-1} & dx_{j-1} \\ rz_{j-1} & 1 & -rx_{j-1} & dy_{j-1} \\ -ry_{j-1} & rx_{j-1} & 1 & dz_{j-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(4.16)$$

Soit $R_E (O_E, X_E, Y_E, Z_E)$ un repère lié à l'effecteur, la position et l'orientation de l'effecteur (l'outil) correspondant à la configuration déformée du manipulateur, sont définies dans le repère $\{R_0\}$ par la matrice de transformation :

$${}^n\tilde{T}f_E \quad {}^{n-1}\tilde{T}f_n \quad \dots\dots\dots {}^1\tilde{T}f_2 \quad {}^0\tilde{T}f_1 = {}^o\tilde{T}f_E \quad \dots\dots\dots(4.17)$$

Le modèle géométrique direct corrigé du manipulateur est l'ensemble des relations qui permettent d'exprimer la situation de l'effecteur qui correspond à la configuration déformée du manipulateur X_d en fonction des coordonnées articulaires q et des vecteurs des déplacements dus aux déformations des différents segments: [4]

$$X_d = F_d(q, u) \dots\dots\dots(4.18)$$

Les trois premières composantes de X_j fixent la position du point O_E de l'effecteur par rapport au repère ($\{R_E\}/\{R_0\}$).

4.7. Procédure et modèle de compensation :

Supposons que le manipulateur est dans une configuration q bien déterminée, les erreurs dues aux déformations des segments correspondant à cette configuration sont représentées par le vecteur x , la correction ou la compensation de ces erreurs port de l'idée schématisée ci-après:

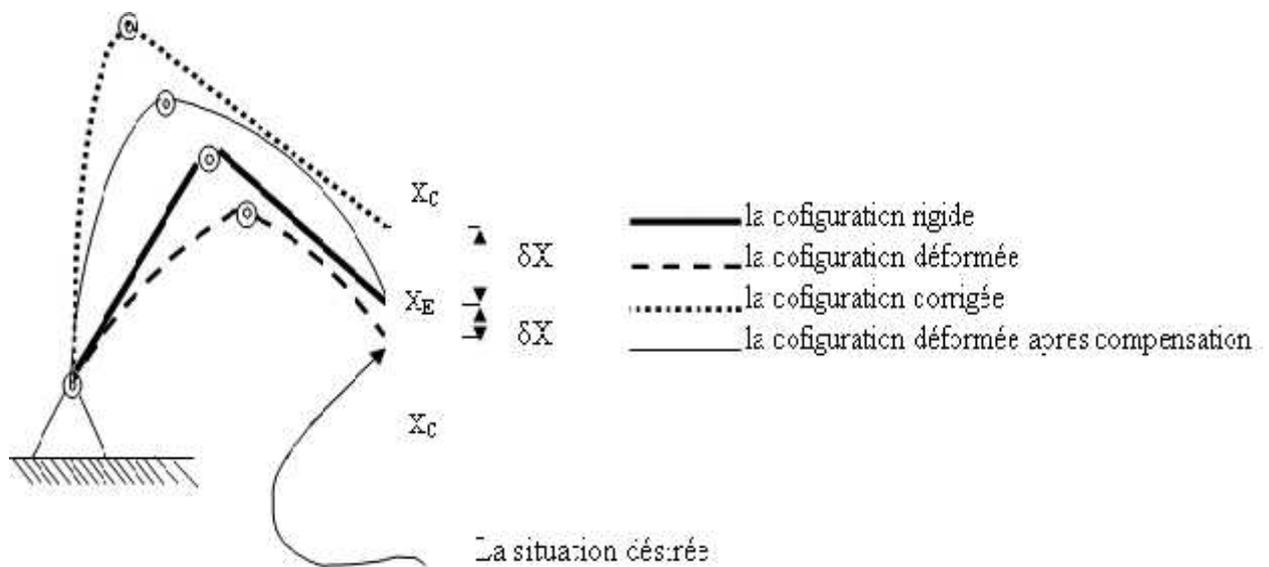


Figure .4.6: compensation des erreurs des déformations

On commande le déplacement du manipulateur sur une situation $X_C = X_R - x$ (La situation de l'effecteur qui correspond à la configuration corrigée et non déformée du manipulateur) dans l'espace de travail de telle sorte que:

$$X_{cd} = X_C + \Delta X = X_R - \Delta X + \Delta X = X_R \dots\dots\dots(4.19)$$

La situation que doit atteindre le manipulateur $X_R - \Delta X$. le modele géometrique inverse du manipulateur rigide permet de calculer; si elles existent les solutions articulaires possibles.

Parmi ces solutions, il existe une solution définie dans l'espace articulaire par le vecteur des coordonnées généralisées ($q + \Delta q$) qui est la plus indiquée pour réaliser la tâche car elle se traduit par de légères corrections sur les variables de commande relativement à l'hypothèse rigide. Ainsi au lieu de traiter le problème par la résolution du modèle géométrique inverse, il est plus pratique d'utiliser le modèle différentiel:

$$-\Delta X = \tilde{J}(q) * \Delta q \Rightarrow \Delta q = -\tilde{J}^{-1}(q) \Delta X \dots\dots\dots(4.20)$$

$$q_c = q + \Delta q \dots\dots\dots(4.21)$$

Δq : Représente le mouvement correctif à effectuer au niveau des variables articulaires, à partir de la configuration rigide.

q_c : Les coordonnées articulaires corrigées permettant la compensation des erreurs dues aux déformations élastiques des segments.

L'organigramme (Figure 4.7) présente, de manière chronologique les étapes de calcul nécessaire à l'évaluation et à la compensation des erreurs de positionnement ou de poursuite dues aux déformations quasi-statiques des segments d'un manipulateur en fonction des paramètres cinématiques (coordonnées, vitesses, et accélérations généralisées) et de charge.

REMARQUES:

Pour un manipulateur à moins de six degrés de liberté, plan par exemple, il est bien évident que les mouvements correctifs $-\Delta q$ ne pourront jamais compenser une erreur qui se produirait hors plan. Donc dans la relation (4.20), on ne tiendra pas compte les composantes de $-\Delta X$ qui ne peuvent pas être engendrées par $-\Delta q$.

Si l'écart $-\Delta X$ est important, on ne peut pas compenser l'erreur de positionnement d'un seul coup, mais il faut faire la compensation par plusieurs itérations.

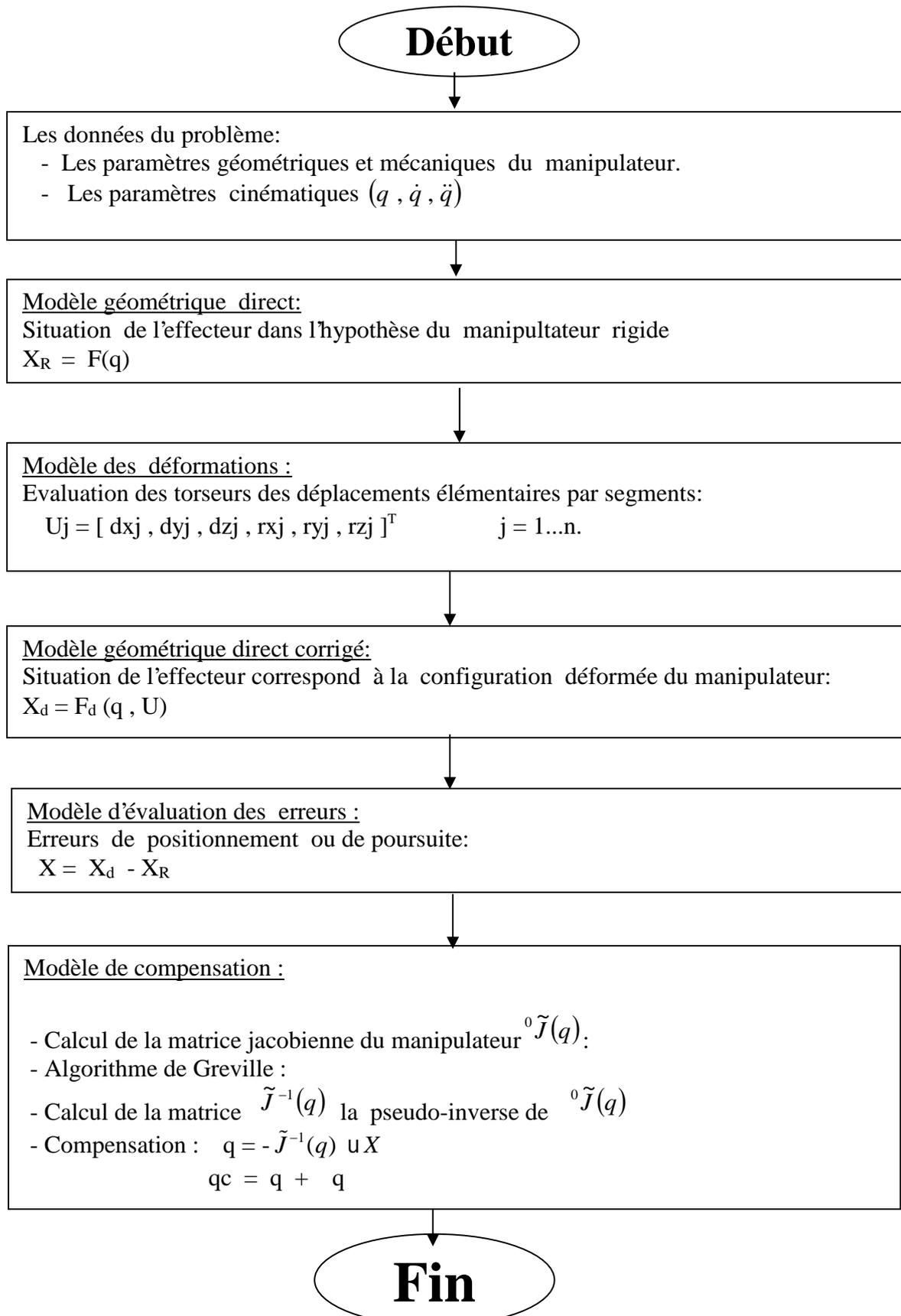


Figure .4.7 : Organigramme du modèle d'évaluation et de compensations des erreurs dues aux déformations élastiques des segments.

4.8 Calibration et déformation des manipulateurs : [2,7]

L'étalonnage ou l'identification géométrique consiste à déterminer, suite à une série de mesures et à l'aide d'un modèle mathématique basée sur un modèle géométrique de description du manipulateur et des offsets codeurs.

Les valeurs des paramètres géométriques et des offsets codeurs identifiés au cours de l'étalonnage sont des valeurs optimisées, l'optimisation est itérative est basé sur la méthode des moindre carrés. Les paramètres géométrique identifiés, selon les procédures classiques de calibration, intégrant moyennement les effets des déformations.

4.8.1 mise en équations du problème de calibration :

Manipulateur non calibré, l'écart de positionnement entre la situation mesurée et la situation désirée pour une configuration \mathbf{q} donné, dépend surtout des erreurs dues aux déformations :

$$\mathbf{X}_{\text{mes}}(\mathbf{q}) - \mathbf{X}_{\text{thé}}(\mathbf{q}) = \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{q}) * (\mathbf{Pg}_{\text{réel}} - \mathbf{Pg}_{\text{nom}}) + \Delta \mathbf{X}_{\text{def}}(\mathbf{q}) \dots\dots\dots(4.22)$$

Avec : $\mathbf{X}_{\text{mes}}(\mathbf{q})$ = la situation mesurée.

$\mathbf{X}_{\text{thé}}(\mathbf{q})$ = la situation théorique.

$\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{q})$ = la matrice d'identification .

$\mathbf{Pg}_{\text{réel}}$ = les paramètres géométriques réels du manipulateur.

\mathbf{Pg}_{nom} = les paramètres géométriques nominaux du manipulateur.

4.8.1. a déformation prise en comptes en valeur moyenne :

Il est suffisant d'intégrer les erreurs deus aux déformations dans les valeurs identifiées des paramètres géométriques de description, la procédure d'identification est celle qui est classiquement utilisée:

$$\mathbf{X}_{\text{mes}}(\mathbf{q}) - \mathbf{X}_{\text{thé}}(\mathbf{q}) = \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{q}) * (\mathbf{Pg}_{\text{thé}} - \mathbf{Pg}_{\text{nom}}) \dots\dots\dots(4.23)$$

Avec : $\mathbf{Pg}_{\text{thé}}$: les valeurs des paramètres géométriques et offsets codeurs identifiés.

4.8.1.b identification des paramètres géométriques réels :

Dans les cas, des manipulateurs flexibles ou applications exigeantes en précision. La calibration géométrique préalable n'est pas en mesure de vendre compte, à elle seule du problème des déformations. La compensation est incontournable et un modèle des déformations est donc nécessaire.

L'évaluation des paramètres géométriques réels est indispensable pour pouvoir par la suite compenser sans interférences, les erreurs dues aux déformations. Deux méthodes peuvent permettre l'évaluation des valeurs réelles des paramètres géométriques.

1ère méthode :

Faire précéder l'acquisition des mesures d'une simulation des déformations sur l'ensemble des configurations statiques manipulateur et ne retenir comme point direction de mesure ceux et/ou celles qui présentent des erreurs de positionnement négligeable. L'ensemble des configurations possibles étant généré de manière automatique en discrétisant à des pas donnés les plages de débattements articulaires, les erreurs dues aux déformations étant négligeables, on peut écrire,

$$X_{mes}(q_l) - X_{thé}(q_l) = \tilde{H}(q_l) * (Pg_{réel} - Pg_{nom}) \quad l = 1, \dots, m \quad \dots\dots\dots(4.24)$$

Le problème d'évaluation des paramètres géométriques réels et des valeurs initiales des offsets codeurs, retombe dans la procédure d'identification classique.

2ème méthode :

Le choix des différentes configurations nécessaires pour l'étalonnage du manipulateur est arbitraire ; elles sont réparties de manière aléatoire sur l'ensemble de l'espace du travail. Pour calculer les valeurs des paramètres géométriques et des offsets codeurs réels du manipulateur, il est nécessaire d'évaluer l'erreur de positionnement due aux déformations en chaque configuration. Le système à résoudre s'écrit:

$$X_{mes}(q_l) - X_{thé}(q_l) - \Delta X_{def}(q_l) = \tilde{H}(q_l) * (Pg_{réel} - Pg_{nom}) \quad i = 1, \dots, m \quad \dots\dots\dots(4.25)$$

4.9. CAUSES STRUCTURALES : FROTTEMENT ET USURE : [71]

4.9.1-FROTTEMENT :

4.9.1.1. Introduction au frottement :

Dans cette partie de ce chapitre nous introduirons la notion de frottement et les phénomènes qui le composent dans le cas des systèmes mécaniques, puis, nous ferons un état de l'art sur les principaux modèles de frottements existant à ce jour. Enfin, nous étudierons quelques techniques qui permettent de les compenser afin d'aboutir sur une stratégie de compensation.

Le frottement est la force de réaction tangentielle de sens opposé à la vitesse relative qui se crée entre deux surfaces en contact. Il est omniprésent et inévitable dans tous les systèmes

mécaniques ou il y a un mouvement relatif d'une partie par rapport à une autre. Ce phénomène hautement non-linéaire et asymétrique, qui peut être responsable d'erreurs de suivi, d'erreurs statiques et de cycles limites, font des frottements un problème complexe à modéliser.

Aujourd'hui encore le frottement est un sujet de recherche actif où plusieurs théories s'affrontent et où aucune solution unique ne s'est encore véritablement imposée comme pleinement satisfaisante tant au niveau de la modélisation que de la compensation.

Le frottement sec ne manque jamais de se manifester en cas de panne de lubrification ou tout simplement lors des démarrages de certains mécanismes.

Le frottement est une « résistance » freinant tout mouvement relatif entre deux corps:

- Les deux corps sont solides : frottement solide
 - glissement (*sliding*),
 - roulement (*rolling*),
 - combinaisons de glissement /roulement, pivotement ;
- Un des corps est un fluide : frottement fluide.

De tout temps les hommes ont essayé de contrôler le frottement, soit pour le réduire (transport de pierres monumentales), soit, pour l'utiliser (allumage du feu, blocage des cordages sur un navire). Le problème de la réduction du frottement est toujours d'actualité car 1.6 % du produit national brut des pays industrialisés est ainsi dissipé sous forme de perte d'énergie.

Lorsque deux solides frottent directement sans interposition d'un lubrifiant on parle de frottement sec. Ce type de frottement est très présent autour de nous : rails et roues des chemins de fer, balais et collecteurs de machines électriques, pantographes et caténaires, freins, têtes de lecture et bandes magnétiques, la plupart des mécanismes utilisés dans l'espace...

Le frottement lubrifié peut faire appel à des lubrifiants liquides ou visqueux (huiles, graisses) ou à des lubrifiants solides (graphite, bisulfure de molybdène...). On peut aussi conditionner une des surfaces pour la rendre autolubrifiante.

Dans tous les cas il est nécessaire d'essayer de bien comprendre les mécanismes du frottement sec de manière à adapter au mieux les traitements de surface lorsque la lubrification est difficile ou impossible.

4.9.1.2. Phénomènes dans les systèmes mécaniques :

4.9.1.2.1 Frottement cinétique et Frottement statique :

Le frottement cinétique est une force dont la valeur est fonction de la charge supportée (Dans la littérature, elle est souvent considérée constante), indépendante de la vitesse de déplacement relative des surfaces en contact, et opposée au sens de cette vitesse.

Le frottement statique est la force nécessaire pour commencer un mouvement à partir d'une vitesse nulle. Le frottement statique est la force de frottement quand le système est dit collé, c'est à dire, lorsque le système ne se déplace pas (vitesse nulle).

On appelle force de rupture, la force qui permet de faire la transition de la vitesse nulle (frottement statique) à une vitesse non nulle (frottement cinétique). Tant que l'on applique une force extérieure inférieure à la force de rupture, le système reste collé. Dès que l'on atteint cette force de rupture, le système se met en mouvement, on dit alors qu'il glisse, et le frottement devient un frottement dynamique. Ce phénomène est connu sous le nom de stick-slip motion [77], [79], [80].

Expérimentalement on a trouvé que la valeur de la force de rupture dépendait du taux de variation de la force extérieure appliquée. Plus ce taux est élevé, moins la force de rupture l'est, et réciproquement.

4.9.1.2.2. Frottement dynamique :

Effet Dahl :

L'effet Dahl, également connu sous le nom de pré-glissement, représente les petits glissements qui s'effectuent dans la zone collée. En effet, lorsqu'un système est collé (avant la rupture), des faibles déplacements peuvent avoir lieu. Ce phénomène physique est lié à la rigidité du mécanisme (c.f. caractéristique de la courbe pression-tension dans [75]). Dans la représentation décrite dans [77] et [78], le comportement de ces faibles déplacements est comparé à celui de ressorts dont le coefficient de raideur est égal à la rigidité du contact qui lie les deux parties (figure 4.8).

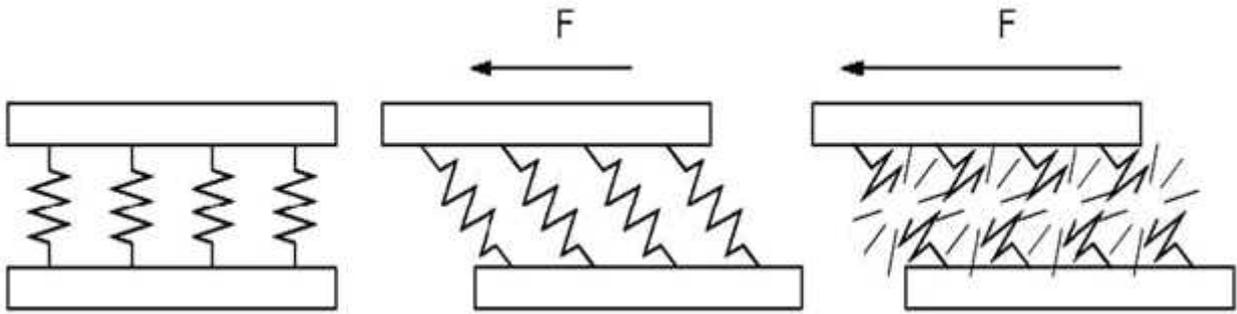


Figure. 4.8 : *Effet Dahl ; déformation et rupture de la jonction sous la contrainte de F*
(Déplacement microscopique de l'ordre de 5^{-9} m pour le fer)

Effet Stribeck :

L'effet Stribeck prend en compte le fait que dans la zone de faibles vitesses, les forces de frottements diminuent quand la vitesse augmente [73], [77]. Ce phénomène est lié au collage et à la force de rupture. En effet, pour créer un mouvement (à partir d'une vitesse nulle), il faut fournir une force plus importante que la force de frottement statique. Ainsi, une fois le mouvement créé (système décolle), la force de frottement diminue. Dans la section suivante, ce propos sera illustré au travers des modèles et de la figure 4.10 - d.

Effet hystérésis :

Des tests durant lesquels la vitesse variait périodiquement autour d'une valeur de façon à ce que celle-ci soit toujours du même signe, ont permis de mettre en avant l'effet hystérésis des frottements. En effet, comme le montre la figure 4.9, la force de frottement est moins importante lorsqu'on diminue la vitesse que lorsqu'on l'augmente. Ce phénomène correspond à un retard pur et c'est pourquoi il est également nommé, retard de frottement [73], [77].

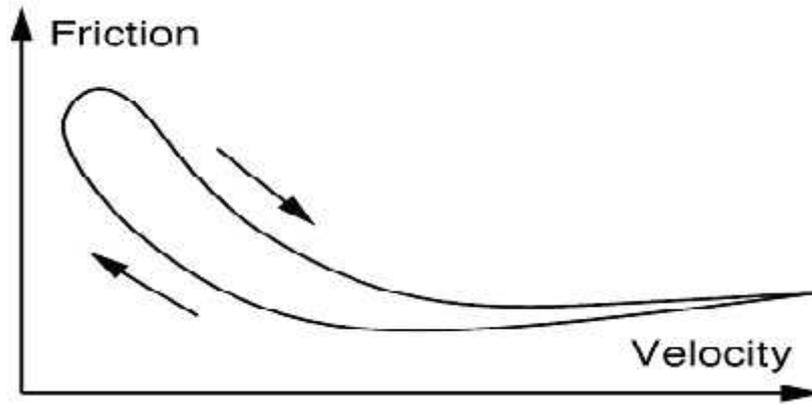


Figure. 4.9 : *Illustration du Frictional Lag (fonction du signe de variation de vitesse)*

Frottement visqueux :

C'est la composante du frottement dynamique directement proportionnelle à la vitesse Relative de déplacement des corps en contact (augmente linéairement avec la vitesse). Les modèles de frottement de base ajoutent cette composante à la force statique (nous verrons plus précisément comment dans la section suivante).

4.9.1.2.3. Influence de la charge :

Un autre phénomène, rarement abordé dans la littérature, concerne l'influence de la charge. En effet, la force normale appliquée sur le système à déplacer est importante, plus les frottements le sont. Cette influence est un point sur lequel nous reviendrons par la suite car dans la plupart des cas, la charge influence davantage le frottement que la vitesse [74].

Commentaire sur la l'influence de la charge :

Souvent, dans la littérature scientifique, les modèles de frottements sont présentés avec l'hypothèse de fonctionnement sous charge constante. Les modèles classiques sont souvent présentes comme une représentation statique de la force en fonction de la vitesse, or, cette considération n'est conforme à la réalité que dans certains cas simples (moteur électrique par exemple). Bien des systèmes fonctionnent sous charges variables. Donc, le frottement dépend à la fois de la vitesse et de la charge : $F = F(v, \Gamma)$

modifie alors le modèle (4.33) de façon à le rendre dépendant de la charge :

$$F(v, \Gamma) = \left[F_{Coulomb} + F_{viscqueux} + (F_s - F_c) e^{-|v/v_{Stribeck}|^{k_{Stribeck}}} \operatorname{sgn}(v) \right] \frac{\Gamma}{\Gamma_0} \dots\dots\dots(4.26)$$

Avec Γ proportionnel à la force normale F_N et Γ_0 , la charge à vide.

Problèmes des modèles statiques :

Les modèles statiques posent problème de par leur dépendance à la détection de vitesses faibles et/ou nulles (qui reste un point complexe). De plus, étant donné qu'ils ne modélisent pas tous les phénomènes de frottements (pré-glissement, variation de force de rupture et retard de frottement), leurs performances sont diminuées, notamment pour les faibles vitesses.

Malgré les efforts d'Armstrong-Helouvy [77], qui proposent de commuter entre un modèle pour la phase collée et un modèle pour la phase de glissement, ou de Karnopp, qui propose de définir une zone pour les très faibles vitesses où la force de frottement est nulle (au risque de ne plus bien accrocher avec les vrais phénomènes de frottements), les recherches s'orientent vers une modélisation dynamique des frottements. . .

4.9.1.3. Les modèles de frottement :

Dans cette section nous allons présenter quelques-uns des principaux modèles, statiques et dynamiques, existant à ce jour ([75], [76], [77], [81]).

4.9.1.3. 1. Les modèles statiques :

Les modèles statiques, également appelés modèles classiques décrivent la force de frottement en fonction de la vitesse, $F = F(\dot{q}) = F(v)$.

Les plus souvent employés. Ici, nous donnons une vue d'ensemble de ces modèles. Ils sont composés de termes qui modélisent chacun un des phénomènes de frottement exposés précédemment.

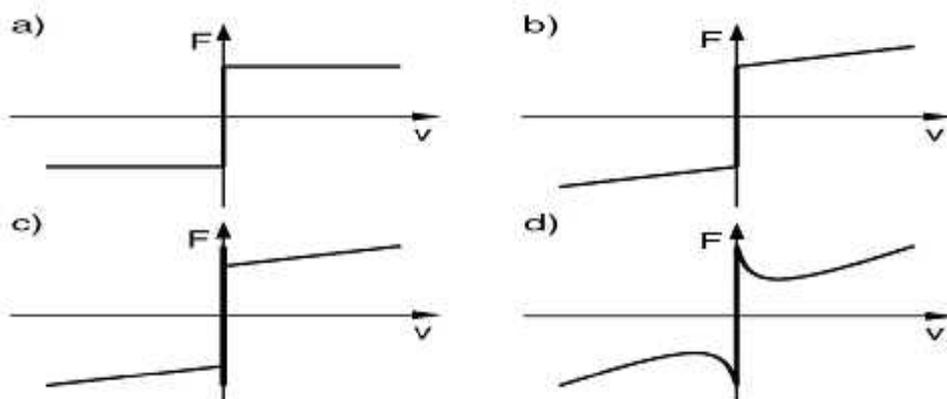


Figure. 4.10 : *Quelques modèles classiques. a) Frottement Coulomb b) Frottement Coulomb + visqueux c) Frottement Coulomb + visqueux + statique d) Frottement Coulomb + visqueux + statique + effet Stribeck*

Modèle de Coulomb :

C'est le modèle de frottement de la forme la plus simple (figure 4.10 - a). Il est appelé frottement cinétique car il définit le frottement pour des vitesses non nulles tel que :

$$F(\dot{x}) = F_{Coulomb} + F_{Visqueux} + (F_S - F_C) \exp\left(-\left|\dot{x} / \dot{x}_{stribek}\right|^{x_{stribek}}\right) \text{sgn}(\dot{x}) \dots\dots\dots (4.27)$$

$$\begin{cases} F = F_{Coulomb} \\ F_{Coulomb} = F_C \text{sgn}(\dot{x}) \end{cases} \dots\dots\dots (4.28)$$

Avec $F_C = cste$, le paramètre de frottement de Coulomb. A vitesse nulle, ce modèle ne précise pas la valeur du frottement, elle se situe entre $-F_C$ et $+F_C$, et dépend de la façon dont est défini la fonction $\text{sgn}(\dot{x})$. Ce modèle est un relais parfait.

Modèle visqueux :

Au modèle de Coulomb, on ajoute souvent les frottements visqueux $F_{Visqueux}$. On définit le frottement résultant généralement comme suit (figure 4.10 - b) :

$$\begin{cases} F = F_{Coulomb} + F_{Visqueux} \\ F_{Visqueux} = F_V \dot{x} \end{cases} \dots\dots\dots (4.29)$$

Avec $F_V = cste$, le paramètre de frottement visqueux. En réalité, ce terme a un comportement non-linéaire, d'où l'écriture générale suivante (Avec λ , un coefficient qui dépend de la géométrie et qui peut être 1/3, 2/3 ou 1) :

$$F_{Visqueux} = F_V |\dot{x}|^\lambda \text{sgn}(\dot{x}) \dots\dots\dots (4.30)$$

Modèle de Sticktion :

L'effet de collé-glissé ou stick-slip (figure 4.10 - c) est modélisé en introduisant une condition qui fait intervenir la force extérieure appliquée F_{ext} . Ainsi, en notant F_S le frottement statique, on peut écrire le modèle de sticktion, fonction de \dot{x} et F_{ext} , de la façon suivante :

$$F = \begin{cases} F_{ext} & \text{si } \dot{x} = 0 \text{ et } |F_{ext}| < F_S \\ F_S \text{sgn}(F_{ext}) & \text{si } \dot{x} = 0 \text{ et } |F_{ext}| \geq F_S \\ F = F_{Coulomb} + F_{Visqueux} & \text{si non} \end{cases} \dots\dots\dots (4.31)$$

Remarque : a vitesse nulle, la force de frottement est maintenant fonction de F_{ext}

Modèle de Stribeck :

Pour compléter ces modèles statiques, on modifie (4.31) afin de prendre en compte l'effet Stribeck. On a alors :

$$F = \begin{cases} F_{ext} & \text{si } \dot{v} = 0 \text{ et } |F_{ext}| < F_S \\ F_S \operatorname{sgn}(F_{ext}) & \text{si } \dot{v} = 0 \text{ et } |F_{ext}| \geq F_S \\ F = F(\dot{v}) & \text{si non} \end{cases} \dots\dots\dots(4.32)$$

Avec $F(v)$ une fonction représentée sur la figure (4.10 – d). Une représentation classique de cette fonction, que l'on retrouve dans de nombreux articles [74], [76] . . ., est donnée par :

$$F(\dot{v}) = F_{Coulomb} + F_{Visqueux} + (F_S - F_C) \exp\left(-|\dot{v} / \dot{v}_{Stribeck}|^{\alpha_{Stribeck}}\right) \operatorname{sgn}(\dot{v}) \dots\dots\dots(4.33)$$

Avec $\dot{v}_{Stribeck}$, la vitesse de Stribeck (faible vitesse

$\alpha_{Stribeck}$, qui influence la pente de l'effet Stribeck

Problèmes des modèles statiques :

Les modèles statiques posent problème de par leur dépendance à la détection de vitesses faibles et/ou nulles (qui reste un point complexe). De plus, étant donné qu'ils ne modélisent pas tous les phénomènes de frottements (pré-glisement, variation de force de rupture et retard de frottement), leurs performances sont diminuées, notamment pour les faibles vitesses.

Malgré les efforts d'Armstrong-Helouvry [77], qui proposent de commuter entre un modèle pour la phase collée et un modèle pour la phase de glissement, ou de Karnopp, qui propose de définir une zone pour les très faibles vitesses où la force de frottement est nulle (au risque de ne plus bien accrocher avec les vrais phénomènes de frottements), les recherches s'orientent vers une modélisation dynamique des frottements. . .

4.9.1.3. 2. Les modèles dynamiques :

Le modèle devient dynamique à partir du moment où l'on introduit un état représentant le niveau de frottement. Ici, nous allons présenter quelques-uns des principaux modèles dynamiques.

Modèle de Dahl :

Il est à la base des modèles de frottements dynamiques et est basé sur la courbe pression-tension

(c .f. effet Dahl). C'est le premier modèle qui décrit l'aspect "ressort" du frottement dans la zone de collage. Il est défini par :

$$\begin{cases} \dot{z} = -\frac{\dagger}{F_c} | \dot{z} + \hat{z} \\ F(z, \dot{z}) = \dagger z + F_{Visqueux} \end{cases} \dots\dots\dots(4.34)$$

Avec F_c , le coefficient de Coulomb, et \dagger , le coefficient de rigidité des ressorts. Ce modèle prend en compte le pré-glisserment, l'effet hystérésis, le frottement de Coulomb et Visqueux, mais ni l'effet Stribeck, ni le frottement statique.

Modèle Bliman – Sorine :

Le modèle (famille de modèles) de Bliman - Sorine est une généralisation de celui proposé par Dahl en (4.34). Il est basé sur le fait que la force frottement n'est pas fonction de la vitesse mais de plutôt de la distance parcourue après le passage à zéro. Le frottement peut alors être écrit sous la forme $F = F(s, \text{sgn}(\dot{s}))$, de la façon suivante :

$$s = \int_0^t | \dot{s} | d\tau, \text{ et } \begin{cases} \dot{x}_s = A x_s + B \dot{s} \\ F = C x_s \end{cases} \dots\dots\dots(4.35)$$

Avec $\hat{s} = \text{sgn}(\dot{s})$, et x_s : le vecteur d'état de s. A partir de cette structure, Bliman et Sorine, ont explore des modèles de complexité différente :

Premier ordre : $A = -1/e_f, B = f_1/e_f$ et $C = 1$.

Ce modèle, ne caractérise pas le pic des frottements statiques. En revanche, ceci peut être modélise en introduisant un modèle du second ordre.

$$\text{Second ordre : } A = \begin{bmatrix} -1/y e_f & 0 \\ 0 & -1/e_f \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} f_1/y e_f \\ -f_2/e_f \end{bmatrix}, C = [1 \quad 1]$$

Le second modèle peut être vu comme une mise en parallèle de deux modèles de Dahl (l'un rapide et l'autre plus lent). Il modélise, en plus de ce que modélise Dahl, le frottement statique, mais ne prend pas en compte l'effet Stribeck. Ce modèle présente l'inconvénient d'être d'ordre deux, ce qui peut être gênant au niveau de l'initialisation des états [76].

Modèle LuGre :

Le modèle LuGre, présente dans [72], [73], [76] est le modèle qui reproduit le plus de Phénomènes de frottements observes à ce jour. Il prend en compte, le frottement de Coulomb, Visqueux, statique, l'effet hystérésis et le pré-glisserment (tout comme Bliman - Sorine), mais il modélise aussi les variations de force de rupture ainsi que l'effet Stribeck. L'idée est de comparer deux surfaces en contact à deux corps rigides lies par des "brosses élastiques "(figure 4.11). Lorsqu'une force tangentielle est alors appliquée, les brosses vont se déformer comme des ressorts, ce qui va donner naissance au frottement.

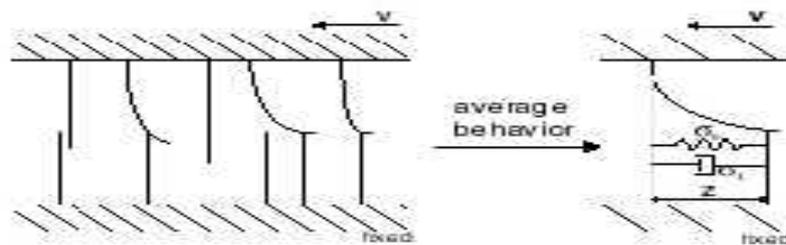


Figure. 4.11 : Interface entre deux surfaces en contact, au travers de l'aspect < brosse > et le Modèle équivalent (similaire à un ressort + un coefficient d'amortissement)

Si la force appliquée est suffisamment importante, les brosses vont subir une déflexion telle, qu'elles vont se mettre à glisser. Ce phénomène est hautement aléatoire. Le modèle LuGre se base donc sur la moyenne de la déflexion des brosses, z. On obtient :

$$\begin{cases} \dot{z} = \hat{v} - \frac{|\hat{v}|}{g(\hat{v})} z \\ F = \dagger_0 z + \dagger_1 \dot{z} + \dagger_2 \hat{v} \\ g(\hat{v}) = F_C + (F_S - F_C) \exp\left(-\left|\frac{\hat{v}}{v_{stribeck}}\right|^2\right) \end{cases} \dots\dots\dots(4.36)$$

Avec \dagger_0 , le coefficient de rigidité du ressort, \dagger_1 , le coefficient d'amortissement et \dagger_2 , le coefficient de frottement visqueux et $g(\hat{v})$, une fonction positive non nécessairement symétrique (dans laquelle on inclut les frottements de Coulomb et Stribeck).

Technique basée sur les Séries de Fourier :

Cette méthode, développe dans [81], consiste à approcher puis à compenser le frottement en tant que fonction du temps en le décomposant sous la forme d'une série de Fourier et en réalisant une adaptation des coefficients de cette série garantissant une convergence de l'erreur de suivi. Le frottement s'écrit alors :

$$F(t) = a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} (a_i \cos(\tilde{S}_i t) + b_i \sin(\tilde{S}_i t)) \dots \dots \dots (4.37)$$

4.9.1.4. Conclusion :

Le frottement, de par sa non-linearité et son changement de signe, pose problème notamment dans l'asservissement en position des systèmes mécaniques. La modélisation de ce phénomène est complexe et les modèles comptent presque tous plus de quatre paramètres (lourd pour l'estimation). De manière générale on constate que le point le plus gênant est celui du stick-slip qui est le premier phénomène que l'on cherchera à faire disparaître. En ce qui concerne la méthode de compensation, on retrouve deux grandes catégories : les méthodes basées sur le modèle (statique ou dynamique) et les méthodes sans modèle.

Le problème majeur des méthodes sans modèle (ou adaptatives), est qu'elles compensent, en réalité, toutes les forces, non ou mal modélisées. Une solution peut être de borner la compensation de façon à limiter les mouvements et forces déployées ; ce qui reviendrait alors à faire une compensation maîtrisée, basée sur un modèle (implique une identification préalable des paramètres).

Les méthodes basées sur le modèle sont très bonnes si l'on connait bien les paramètres qui le constituent. Ainsi, il est compliqué de mettre en oeuvre sur un système complexe (comme un robot bipède) une compensation basée sur un des modèles dynamiques (multitude de paramètres). C'est pourquoi une modélisation statique est plus souvent employée ; celle-ci posant déjà le problème du calcul de la vitesse (principalement les faibles vitesses).

Ce calcul est d'ailleurs un point central souvent abordé dans la littérature. Un calcul par résolution numérique (Euler explicite, implicite. . .) pose problème car très sensible aux bruits de mesure. Une autre possibilité est de se baser non pas sur la vitesse mesurée (ou calculée) mais sur la vitesse désirée (pré-calculée), en espérant qu'elle soit proche et surtout de même signe. On peut regretter le fait que les auteurs ne s'attardent que très rarement sur les problèmes liés à l'implantation du contrôleur (période d'échantillonnage, quantification. . .). C'est pourtant un point qui nous paraît essentiel, surtout lorsque l'on fait de la compensation basée sur le modèle, et encore plus lorsque ce modèle est dynamique. Ces derniers induisent une dynamique forte, qui lors de l'implantation numérique peut être difficile à reproduire sur un ordinateur embarqué.

Un dernier point, peu abordé dans la littérature concerne le fonctionnement sous charge variable. Pour notre application cela sera certainement un élément prioritaire que nous devons prendre en compte. Dans notre cas le frottement sera fonction de la position articulaire.

4.9.2.USURE :**Tableau .4.1 : Principales formes d'usure.**

Usure abrasive	à trois corps (low stress) à deux corps (high stress) coupe sous l'effet de chocs (gouging) meulage (grinding) polissage (polishing)
Usure adhésive (scuffing)	douce (oxidative wear) sévère avec grippage (seizure) galling
Corrosion induite par petits débattements (UIP- usure PEDEBA)	corrosion de contact ou corrosion de frottement (fretting wear, fretting corrosion) fatigue induite par la corrosion de contact (fretting fatigue) faux effet Brinell (fa/se brinelling)
Usure par fatigue superficielle	piqûration (pitting) écaillage (spalling) formation de taches grises (frosting)
Usure par fatigue thermique	
Usure par érosion et cavitation	érosion par un fluide (impingement érosion) érosion par un fluide chargé (slurry érosion) érosion par gouttelettes liquides cavitation (cavitation érosion)
Corrosion sous frottement	dépassivation

4.9.2.1. Usure abrasive : [71]**4.9.2.1.1. Description et modèle :**

Une surface est rayée par un corps de dureté supérieure qui peut être la surface opposée ou des particules dures présentes. On observe des rayures, des griffures, l'arrachement de microcristaux, du polissage... Les particules peuvent être «enchâssées » ou « incrustées » dans la surface la plus

tendre (abrasion à deux corps) ou bien « rouler » entre les surfaces (abrasion à trois corps). Les particules peuvent être étrangères ou issues de la dégradation des surfaces elles-mêmes « Écailles » par exemple).

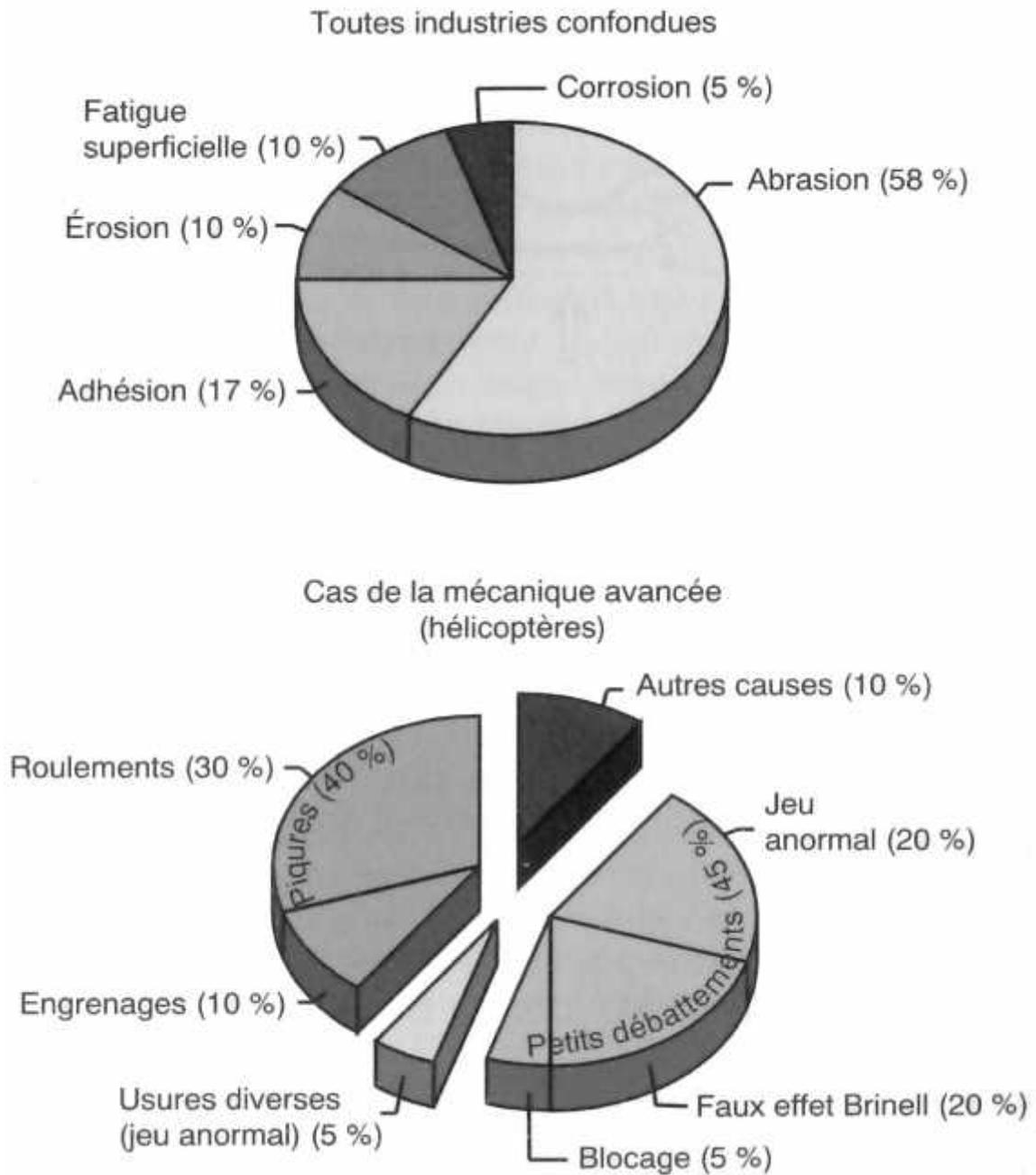


Figure. 4.12 : Importance relative des différentes formes d'usure selon les domaines industrielle

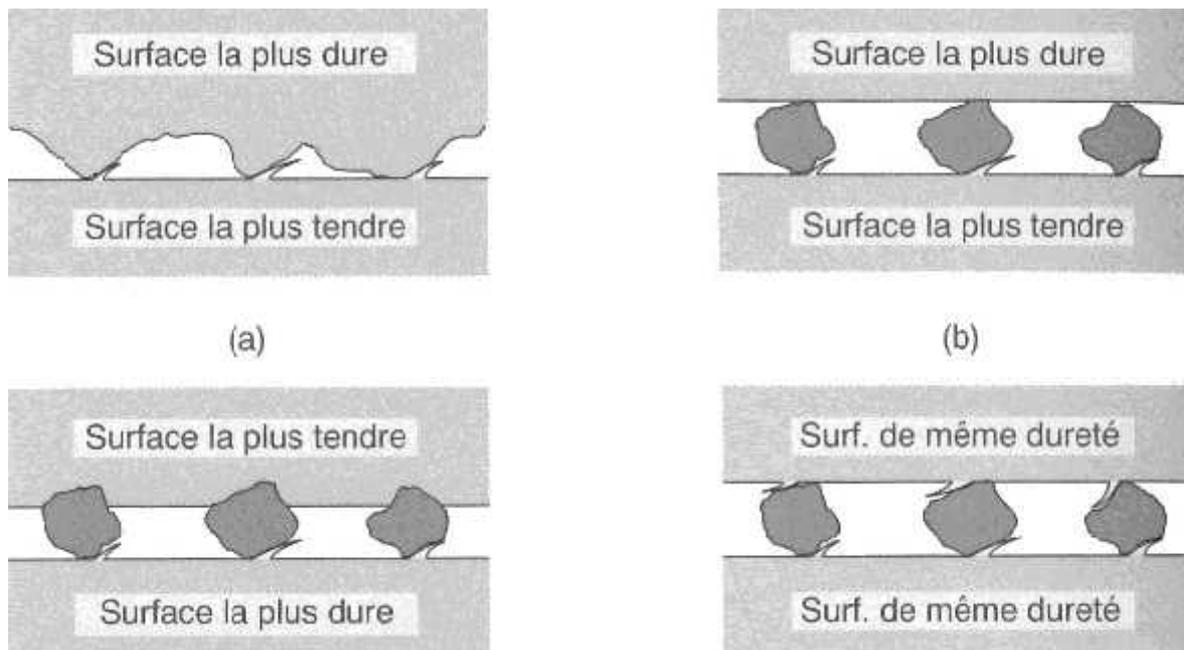


Figure : 4.13 : *Exemple d'usure entre deux surface différentes*

Usure par abrasion :

les particules peuvent être étrangères ou provenir de l'écaillage des surfaces. Ces particules peuvent être enchâssées dans la surface la plus tendre - abrasion à deux corps : (a), ou rouler entre les surfaces, dégradant soit l'une soit les deux - abrasion à trois corps : (b).

L'usure abrasive à deux corps provoque plus de dégâts que l'usure abrasive à trois corps. L'action clés aspérités des grains abrasifs se fait par déformation plastique et par coupe.

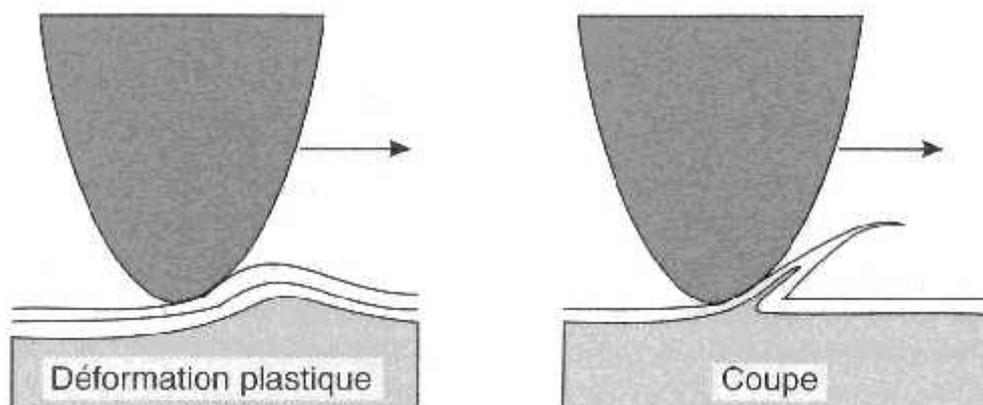


Figure .4 .14 : *Action d'une particule abrasive par déformation et coupe.*

Si le grain abrasif est en contact avec une surface ductile on observe la formation d'un sillon plastique avec enlèvement clé matière sous forme de microcopeaux primaires. La formation de ce sillon est accompagnée par la formation de deux rives ou bourrelets latéraux dont le détachement peut former des microcopeaux secondaires. Quand le matériau est ductile il y a prédominance de la déformation, quand le matériau est dur il y a prédominance de la coupe.

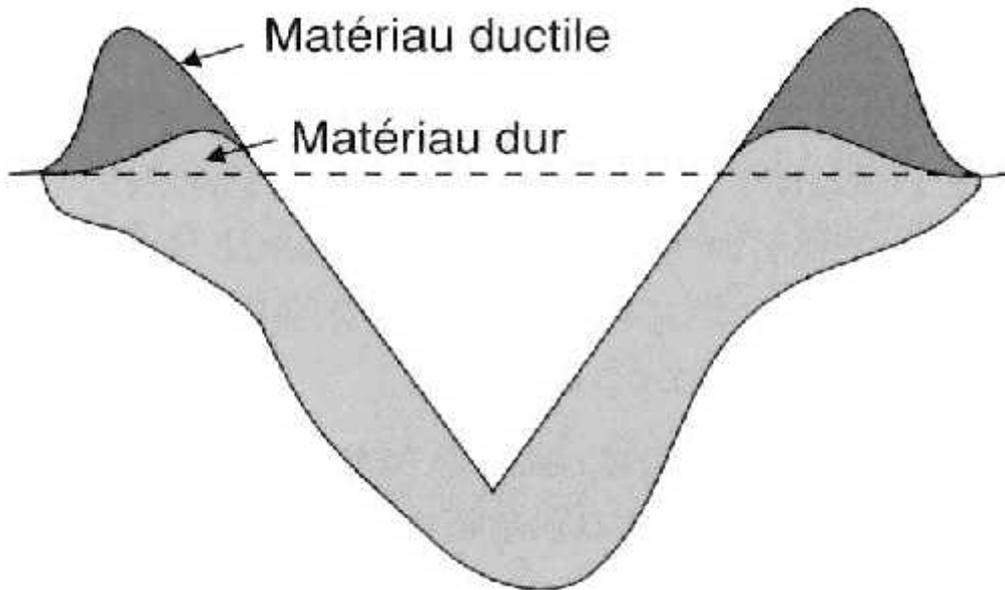


Figure .4.15 : Formation de bourrelets latéraux.

Quelques variantes :

- Abrasion sous l'effet de fortes pressions ou meulage (*grinding*) : c'est le mécanisme de dégradation des broyeurs de matériaux minéraux (broyeurs à boulets par exemple) :
- Abrasion-polissage : c'est une usure abrasive faisant intervenir des particules de l'ordre du micromètre (usure des têtes magnétiques, des rails de chemin de fer, des marches d'escaliers métalliques...) :
- Abrasion par enlèvement clé métal par « coupe » sous l'effet de chocs importants (*gouging*) ; c'est, par exemple, le cas du

Sablage, de la dégradation des dents de pelles mécaniques...

4.9.2.1.2. Paramètre de l'usure abrasive :

L'usure abrasive est due à la présence de particules dures qui peuvent soit provenir d'une pollution externe, soit résulter de la dégradation des surfaces par une autre cause, à laquelle il faut évidemment s'attaquer pour traiter le problème. En ce qui concerne la pollution externe des

mécanismes, il est relativement facile de s'en affranchir par une étanchéité soignée et par l'emploi de filtres, tant sur les circuits hydrauliques que sur les circuits de lubrification.

En fait, il y a toujours coexistence des deux modes d'action (déformation et coupe), la part de la coupe restant en général assez faible (10 à 20 %). Cette proportion dépend des duretés relatives surface abrasée/abrasif ; pour un rapport allant de 0,8 à 1,3 l'abrasion par coupe est négligeable. Si le matériau est fragile, la rayure peut provoquer des effritements.

Il existe une relation directe entre la charge appliquée et l'importance de l'usure. Certains auteurs distinguent l'usure par *low stress abrasion*, qui correspond approximativement au mécanisme à trois corps et l'usure par *high stress abrasion*, qui correspond approximativement au mécanisme à deux corps avec déformation plastique car il faut une charge suffisante pour enchâsser les particules dures. L'usure abrasive augmente avec la taille (jusqu'à 100 μm) et le nombre des particules.

4.9.2.1.3. Usure abrasive et ingénierie des surfaces :

En ce qui concerne les surfaces il faut augmenter la dureté superficielle sur une profondeur importante.

Dans le cas des alliages, l'usure dépend également de la microstructure qui doit contenir des précipités durs au sein d'une matrice suffisamment résistante pour qu'ils ne soient pas arrachés ; par exemple, dans le cas d'un acier on apportera un pourcentage important de phases dures (carbures, nitrures) dans une matrice de dureté au moins égale à 600 HV.

L'usure abrasive dépend de l'état de surface initial ; on doit avoir une rugosité aussi faible que possible ; la tenue est liée à la forme des saillies (arêtes vives, angles aigus) et à la hauteur relative de ces saillies par rapport au jeu (risque de traverser le film lubrifiant), le milieu ambiant peut jouer un rôle défavorable en facilitant la formation de particules plus dures par oxydation des microcraquelures.

On observe généralement une augmentation de l'usure abrasive avec la température par transformation défavorable des couches superficielles en oxydes durs ; on doit chercher à augmenter la tenue du matériau à cette oxydation.

4.9.2.2. Usure adhésive : Cette usure se traduit par une augmentation progressive du jeu nécessaire au fonctionnement des mécanismes et peut s'accompagner de détériorations des surfaces visibles à l'oeil nu ; parfois elle s'achève par un blocage catastrophique : c'est le grippage.

La théorie de l'usure adhésive (*scuffing*) a été proposée par Bowden et reprise par Rabinowicz, elle a été contestée par Suh qui a proposé la théorie de l'usure par « délamination ». Ceci montre bien que de tels phénomènes, vraisemblablement observés dès l'invention de la roue, ne sont pas évidents à comprendre. Nous reviendrons sur ces mécanismes en présentant dans la suite le « modèle du frottement sec » proposé par Godet et Berthier.

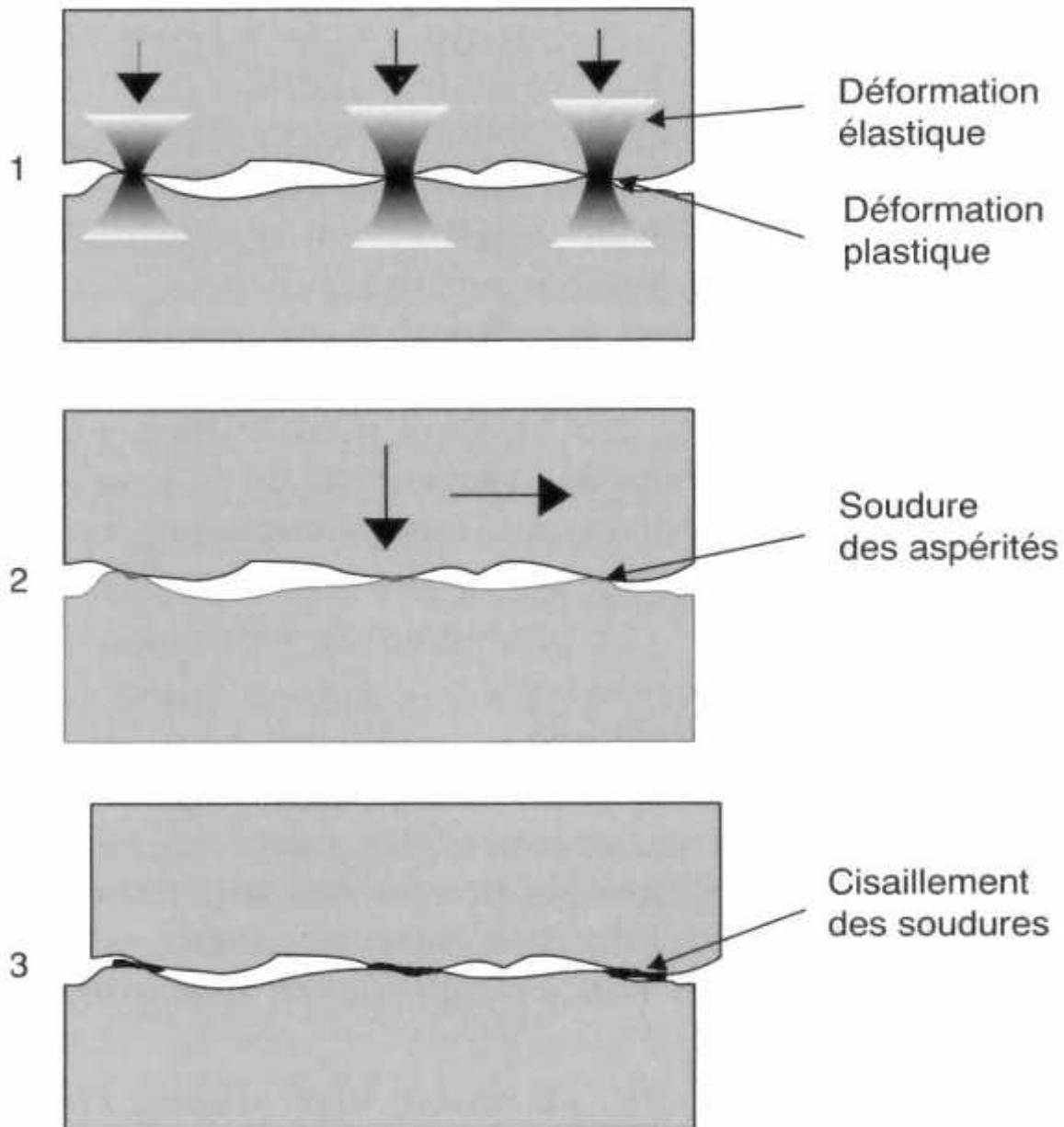


Figure .4.16 : *Étapes successives de l'usure en petits débats sous l'action d'un mouvement vibratoire de faible amplitude, symbolisé par les flèches croisées.*

4.10. L'étalonnage des robots :

Les méthodes par intervalles ont connu de nombreux développements pendant les 40 dernières années avec des succès importants dans la démonstration assistée par ordinateur de conjecture et l'optimisation globale. Un premier avantage de ces méthodes est le fait de palier au codage fini des réels des ordinateurs permettant de garantir à ces méthodes, la complétude. La méthode est alors dite complète car elle ne perd aucune solution. L'inconvénient associé est l'obtention d'un intervalle dont la taille. Le deuxième avantage correspond à la possibilité de démontrer que l'ensemble des valeurs prises dans un intervalle sont solutions ou non solutions. Cette possibilité de démonstration quelque soit le système d'équation du problème (non linéaire,...) étend le champ des démonstrations possibles par ordinateur (détermination de propriétés de connexité sur des ensembles, génération de preuves,...).

Les algorithmes de propagation de contraintes permettent d'obtenir une boîte encadrant l'ensemble de solutions. Ils permettent aussi de réduire non pas la complexité de l'algorithme mais son temps de calcul dans la majorité des cas. Les problèmes de grande dimension restent difficilement abordables via ces méthodes.

Les applications et en particulier l'étalonnage géométrique des robots nous guidant pour ajuster nos méthodes aux solutions recherchées.

L'étalonnage des robots est le problème de grande dimension que nous avons traité tout au long de cette partie. Les méthodes intervalles développées pour ce problème ne sont pas spécifiques et permettent le traitement d'autres problèmes mais c'est l'étalonnage des robots qui a eu le plus d'influence sur l'orientation de nos recherches.

Les tâches réalisées par les robots demandent toujours plus de précision et les modèles mathématiques tentent d'apporter cette précision en contrôlant la position des robots dans un maximum de configurations. Lors de l'installation du robot les paramètres d'installation du robot dans son espace de travail ne sont pas précis de même avec l'usure des articulations, les paramètres de construction du robot peuvent changer de valeur. Or pour positionner le robot avec précision le jeu de paramètres intervenant dans le modèle du robot est primordial. Ajuster ces paramètres avec l'étalonnage permet donc d'augmenter la précision.

Les robots, de par leur architecture, multiplient les erreurs tout au long de la chaîne cinématique et doivent donc pour éviter les erreurs de positionnement ajuster au plus près leur modèle géométrique. Les erreurs peuvent être dues à des facteurs géométriques (paramètres mal ajustés, axes non parallèles,...) mais aussi aux facteurs non pris en compte dans le modèle (élasticité, effets thermiques,...). Mais 95% des erreurs sont dues à des facteurs géométriques [86].

Pour traiter ces erreurs géométriques, un ajustement des valeurs des paramètres \mathbf{p} du modèle peut être effectué, les erreurs non géométriques étant considérées comme des erreurs aléatoires bornées, mais dont nous ne connaissons pas forcément la densité de probabilité.

Le problème d'étalonnage revient donc à chercher les meilleures valeurs pour ces paramètres \mathbf{p} tels que le modèle donne les coordonnées \mathbf{x} les plus proches des coordonnées réelles du robot quelque soient les configurations \mathbf{q} du robot.

4.10.1 Etalonnage géométrique des robots :

Positionner les manipulateurs avec une très grande précision est essentiel dans l'ensemble des tâches qu'effectuent les robots (que ce soit dans l'industrie, en électronique, en médecine,...).

L'étalonnage de robots permet de renforcer cette précision en ajustant le modèle géométrique aux déplacements réels du robot. Dans les faits, les méthodes d'étalonnage recherchent les valeurs des paramètres géométriques (longueur de bras, angle de construction, offset, paramètres d'installation du robot, de l'outil...). Ces paramètres, quand cela est possible, sont ensuite intégrés au contrôleur permettant de générer le mouvement du robot et ainsi de réduire les erreurs de positionnement.

L'architecture des robots séries a aussi une influence sur l'erreur de positionnement qui peut être importante, ce qui rend l'étalonnage indispensable. En effet une erreur sur la première articulation engendrera un décalage sur l'ensemble des articulations suivantes. Les robots parallèles quand à eux ont plusieurs bras ou chaînes cinématiques qui soutiennent la plateforme et l'outil.

L'erreur sur un paramètre de ces chaînes sera donc moyennée par le fait que plusieurs bras maintiennent la plateforme (voir figure 4-17).

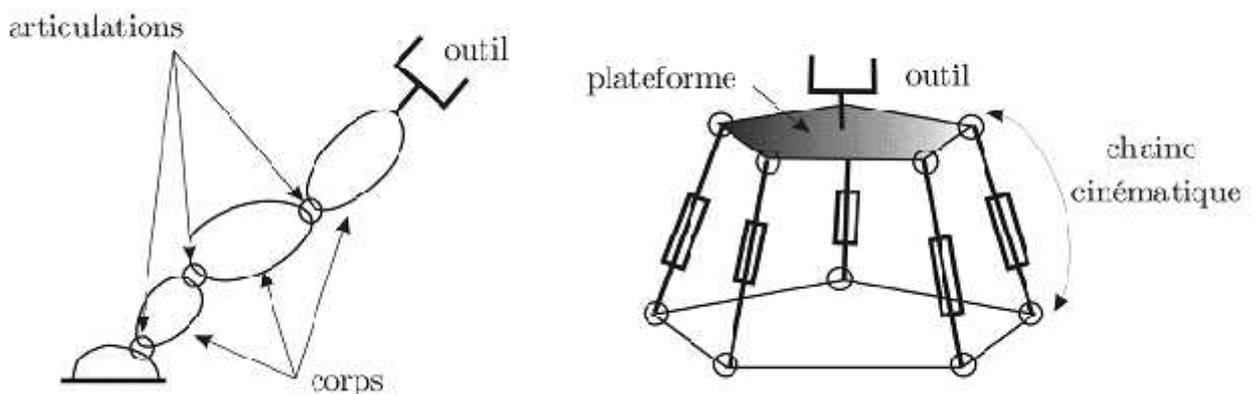


Figure.4.17 : Présentation des robots séries et parallèles.

La modélisation joue aussi un rôle dans la performance des méthodes d'étalonnage. Le modèle géométrique direct est facile à obtenir pour les robots. Pour une configuration des articulations motorisées, le modèle donne un et un seul point de l'espace de travail du robot. En utilisant les équations du modèle géométrique direct, les méthodes classiques réalisent une minimisation pour effectuer l'étalonnage.

Puisque les méthodes classiques donnent d'assez bons résultats sur l'étalonnage des robots séries,

Pourquoi utiliser les méthodes par intervalles ? L'objectif, dans un premier temps, a été pour nous de comparer les méthodes par intervalles aux méthodes existantes. En effet les méthodes classiques donnent un point solution mais très peu d'informations sur l'incertitude autour de ce point. L'intérêt est alors d'étudier ce que les méthodes par intervalles peuvent apporter.

Le problème de l'étalonnage d'un robot a donc été formalisé pour appliquer les méthodes par intervalles.

4 .10.2. Le formalisme Problème de Satisfaction de Contraintes (CSP) :

Pour l'ensemble des problèmes que nous allons traiter, l'utilisation du formalisme de la communauté de programmation par contraintes permet de modéliser le problème pour se concentrer sur la méthode de résolution. Chacun des problèmes peut alors être généré pour entrer dans le formalisme CSP.

Un Problème de Satisfaction de Contraintes ou CSP est défini par trois ensembles : l'ensemble des variables **V** relatif au problème, l'ensemble des domaines continus **D** associés à ces variables et l'ensemble des contraintes **C** reliant les variables entre elles. Nous pouvons donc l'écrire sous la forme :

$$csp : \left\{ \begin{array}{l} V : \{x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n\} \\ D : \{[x_1], [x_2], \dots, [x_n], [y_1], [y_2], \dots, [y_n]\} \\ C : f_1(X) = y_1, \dots, f_m(X) = y_m \end{array} \right\} \dots\dots\dots(4.38)$$

Ou encore en prenant la notation vectorielle :

$$csp : \left\{ \begin{array}{l} V : \{x, y\} \\ D : \{[x], [y]\} \\ C : f(X) = y \end{array} \right\} \dots\dots\dots(4.39)$$

Associé à ce CSP nous définissons l'ensemble de solutions :

$$S \cong \{X \in [X] | f(X) \in [y]\} \dots\dots\dots (4.40)$$

Nous avons choisi, dans le formalisme, de séparer deux types de variables : les variables **x** et les variables **y**. Ce choix est lié à la classe de problèmes que nous rencontrons en robotique qui se formalise par les contraintes non linéaires :

$$F(x)=y \dots\dots\dots (4.41)$$

4.10.3 Problème de l'étalonnage (Génération des variables du CSP) :

Les variables, présentes dans le CSP, sont les mêmes que celles utilisées pour la formalisation classique de l'étalonnage. L'ensemble des variables **D** est donc constitué des paramètres **p** du modèle, des mesures des coordonnées **x** de l'organe terminal, et des coordonnées articulaires **q** de chacune des configurations du robot.

Mais pour bien comprendre à quoi correspondent ces variables, détailler le modèle du robot et le principe de l'étalonnage devient nécessaire.

4.10.4 Liaisons rotoïdes et prismatiques :

Le modèle du robot reproduit l'ensemble des mouvements effectués par les articulations du robot réel. Il est donc composé d'articulations rotoïdes ou prismatiques et de corps liant ces articulations entre elles (voir figure 4-18). Chacune de ces articulations possède soit un axe de rotation pour les liaisons rotoïdes, soit un axe de translation pour les liaisons prismatiques.

Ces axes définissent donc le mouvement qui sera repéré par les coordonnées articulaires **q** avec $q_i = \theta_i$ pour une rotation, $q_i = r_i$ pour une translation. Les variables contrôlant le mouvement du robot sont ainsi définies.

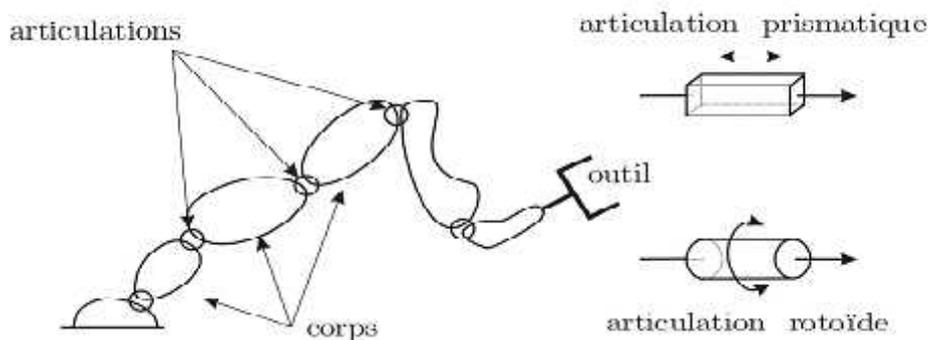


Figure .4.18 : Schéma d'un robot et des liaisons rotoïdes et prismatiques.

Pour les corps, par exemple un corps qui relie l'articulation j à l'articulation $j+1$, la modélisation est effectuée par un ensemble de rotations et de translations fixes qui définissent les paramètres géométriques \mathbf{p} du robot.

Enfin pour repérer l'organe terminal où se situe l'outil que porte le robot, les coordonnées \mathbf{x} (position et orientation) sont introduites. Il ne reste alors plus qu'à introduire les différents modèles géométriques.

4.10.5. Modèles géométriques direct et inverse :

Le modèle géométrique direct permet d'obtenir les coordonnées \mathbf{x} (position et orientation) de l'organe terminal (l'outil) du robot en fonction des coordonnées articulaires \mathbf{q}

$$\mathbf{x} = \text{mgd}(\mathbf{q}) \dots \dots \dots (4.42)$$

Le modèle géométrique inverse permet quant à lui d'obtenir les coordonnées articulaires \mathbf{q} connaissant les coordonnées \mathbf{x} de l'organe terminal sous certaines conditions (singularité, matrice inversible,...)

$$\mathbf{q} = \text{mgi}(\mathbf{x}) \dots \dots \dots (4.43)$$

Ces deux modélisations vont permettre de calculer les coordonnées à partir des données fournies par le robot, les coordonnées non accessibles à la mesure seront ainsi calculées permettant de commander le robot.

Une commande avec génération de trajectoires dans l'espace des coordonnées articulaires \mathbf{q} permet d'effectuer un déplacement articulation par articulation mais ne nécessite pas la connaissance des modèles géométriques des robots. En effet sur la figure 4.19 pour un déplacement d'un point initial q_i au point final q_f , le contrôleur des moteurs des articulations permet à chaque étape q_t prévue par la génération de trajectoires d'effectuer le mouvement \mathbf{q} . Cette classe de mouvements reste toutefois limitée. Les utilisateurs de robots cherchent, la plupart du temps, à effectuer des déplacements dans l'espace de travail du robot.

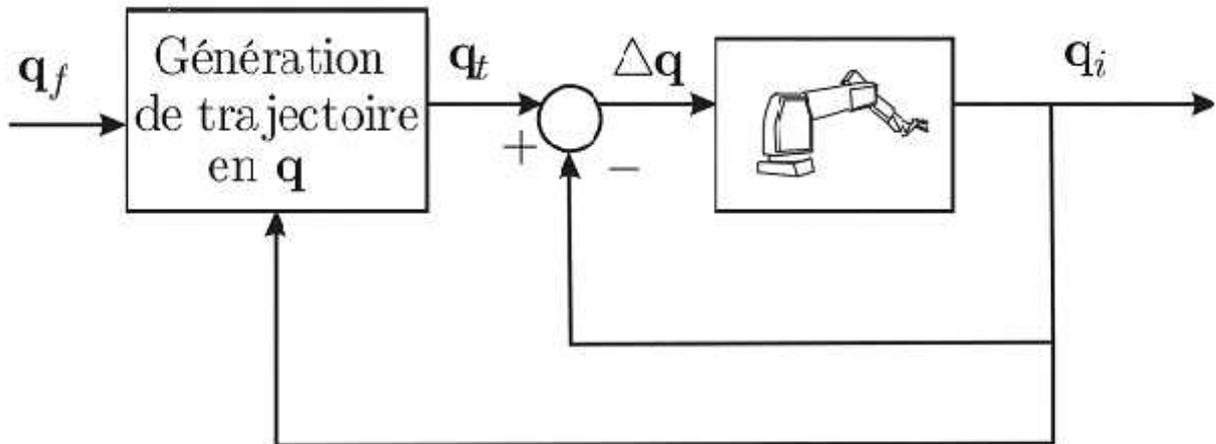


Figure .4.19 : Schéma de contrôle du déplacement avec génération de la trajectoire dans l'espace articulaire q .

C'est donc la génération de trajectoires dans l'espace des coordonnées x qui permet un déplacement plus proche de celui voulu par les utilisateurs. Dans ce cas, la transformation directe et inverse des coordonnées est nécessaire comme illustré sur la figure (4.20). Le modèle direct permet de connaître la position de l'organe terminal x_i connaissant la configuration articulaire du robot q_i .

Avec cette position x_i et celle désirée x_f , la génération de trajectoires peut alors donner une position intermédiaire x_t à atteindre que le modèle géométrique inverse convertit en coordonnées articulaires q_t . Le robot peut ainsi être contrôlé en position dans le repère de l'utilisateur.

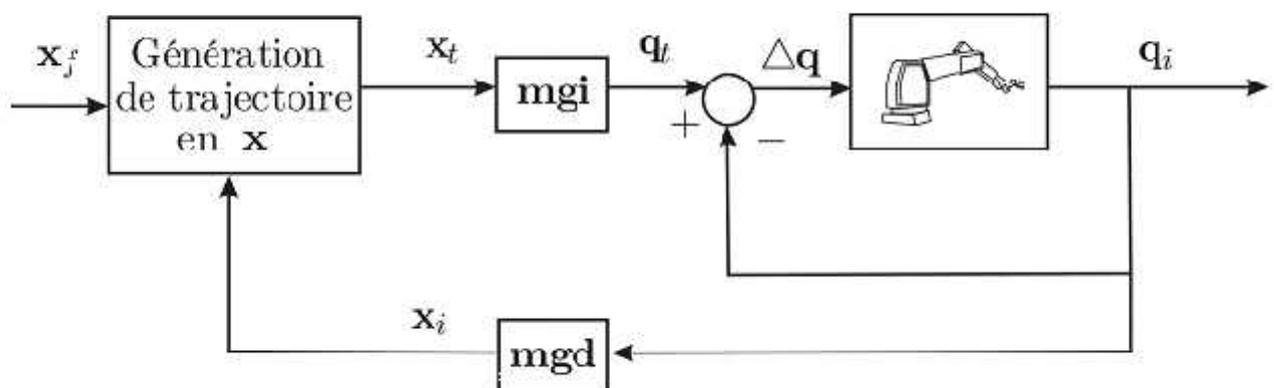


Figure .4.20 : Schéma de contrôle du déplacement avec génération de la trajectoire dans l'espace articulaire x .

Supposons maintenant l'existence d'erreurs sur les paramètres intervenants dans les deux modèles, cette erreur est introduite à chaque conversion de coordonnées entre q_i et x_i et entre x_i et q_i .

Le contrôle avec précision de la position du robot n'est donc plus assuré. Pour limiter ces erreurs, effectuer un étalonnage des paramètres du modèle permet d'ajuster les valeurs des paramètres aux valeurs réelles. Cette correction, bien qu'elle ne permette pas de corriger l'ensemble des erreurs (les erreurs de modèle par exemple), améliore grandement la précision.

Réaliser l'étalonnage du robot revient à résoudre un problème d'estimation des paramètres géométriques \mathbf{p} connaissant des mesures de position du robot dans différentes configurations.

Pour l'étalonnage, les étapes suivantes sont donc réalisées :

- 1) Positionner le robot dans r configurations différentes $q(1), \dots, q(r)$.
- 2) Mesurer la position et l'orientation de l'organe terminal $x(1), \dots, x(r)$.
- 3) Résoudre le problème d'estimation pour déterminer \mathbf{p} sachant qu'il vérifie le modèle géométrique direct

$$x(k) = f(\mathbf{p}, q(k)), \quad k \in \{1, \dots, r\} \dots \dots \dots (4.44)$$

Remarque : La mesure de la position et de l'orientation avec des capteurs extérieurs est la méthode classiquement utilisée pour l'étalonnage. Pour notre problème, nous prendrons trois points fixés sur l'organe terminal du robot, ces trois points permettant de retrouver l'orientation de l'outil. D'autres méthodes de mesures sont possibles, avec des mesures de distances et des contraintes géométriques où le robot est placé dans deux configurations articulaires différentes pour la même position ou orientation.

La structure du robot est définie par l'ensemble de paramètres géométriques qui représentent des paramètres de construction ou d'installation du robot [87]. Les paramètres géométriques sont répartis de la façon suivante :

- 1) Les premiers paramètres du tableau de Denavit-Hartenberg sont $a_0, r_0, r_1, d_1, a_1^0$ et r_1 , ils définissent la base du robot par rapport au repère atelier. Ces paramètres du robot sont mal connus, en effet le modèle géométrique fait reposer sur ces paramètres l'incertitude due à l'installation du robot dans le repère atelier.

2) Les paramètres b_x^i, b_y^i et $b_z^i, i = 1, 2, 3$ fixent trois points sur l'outil et permettent de définir un repère outil par rapport au repère du dernier corps. Trois contraintes relient ces paramètres car les distances entre les trois points sont connues.

3) Les paramètres géométriques $r_j, d_j, \text{ et } r_j$ sont liés au robot lui-même et sont des données constructeur. Par exemple, d_3 correspond à la longueur du corps 3 du robot et r_4 à la longueur du corps 4. Les ^0_j correspondent à l'offset sur les variables articulaires $q_j, j = 2, 3, 4, 5$

Ces paramètres sont désignés par le vecteur :

$$p = (r_0, \Gamma_1, d_1, r_1, \dots, \Gamma_5, d_5, r_5, \Gamma_6, d_6, \text{ }^0_0, \text{ }^0_1, \dots, \text{ }^0_5, b_x^1, b_y^1, b_z^1, b_x^2, b_y^2, b_z^2, b_x^3, b_y^3, b_z^3)^t \dots\dots\dots(4.45)$$

4.11 Génération des contraintes du CSP : modélisation des robots:

Pour bien comprendre le problème et déterminer le comportement des algorithmes de propagation de contraintes sur les intervalles, la visualisation des contraintes devient nécessaire. Pour le problème de l'étalonnage, c'est le modèle géométrique direct qui correspond aux contraintes du CSP. Ce modèle de Denavit-Hartenberg modifié ([83], [88]). Cette modélisation classique est adaptée pour le calcul matriciel avec des réels mais ce formalisme n'est pas forcément le plus performant pour un travail avec des intervalles. Une approche non matricielle nécessitant une génération de contraintes un peu différente.

4.11.1 Modèle géométrique direct :

Le modèle géométrique direct est construit à partir de la modélisation de Denavit-Hartenberg modifiés qui place un repère sur chaque articulation et permet ainsi, connaissant le vecteur des variables articulaires \mathbf{q} et le vecteur des paramètres géométriques \mathbf{p} , de calculer la position d'un point de l'organe terminal dans le repère atelier. Le placement des repères s'effectue de la manière suivante :

- 1) placement de l'axe z_i dans l'axe de l'articulation i .
- 2) placement de l'axe x_i perpendiculaire à l'axe z_i perpendiculaire à l'axe z_{i-1} . L'intersection entre x_i et z_i définit l'origine du repère O_i . Si x_i et z_i s'intersectent, l'origine est placée au point d'intersection.

Dans le cas particulier où l'axe z_i est parallèle à l'axe z_{i-1} alors le choix x_i n'est pas unique.

- 3) L'axe y_i est défini par le repère de sens direct (O_i, x_i, y_i, z_i).

Une fois les repères placés sur le robot, l'utilisation des matrices de transformation pour la rotation pure et la translation pure permettent d'établir la matrice de passage entre chaque repère :

$${}^{i-1}T_i = R_x(r_i) \cdot T_x(d_i) \cdot R_z(u_i) \cdot T_z(r_i) \dots \dots \dots (4.46)$$

Où les paramètres sont les suivants :

- r_i : L'angle entre z_{i-1} et z_i selon x_{i-1}
- d_i : La distance séparant z_{i-1} de z_i le long de x_{i-1}
- u_i : L'angle entre x_{i-1} et x_i selon z_i
- r_i : La distance séparant x_{i-1} de x_i le long de z_i

Ce qui permet d'obtenir la matrice de transformation du repère de l'outil par rapport au repère de l'atelier :

$${}^0T_n = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \dots \dots \dots {}^{n-2}T_{n-1} \cdot {}^{n-1}T_n$$

Et ainsi le modèle géométrique direct est appliqué aux trois points de l'outil pour obtenir la relation :

$$X = f(p,q) \dots \dots \dots (4.47)$$

Où f s'exprime suivant l'algorithme :

Algorithme f :

entrées : $q = (q_1, \dots, q_6)^t$.

$$p = (r_j, d_j, r_j, \dots, r_j^0, \dots, r_j^0, b_x^i, b_y^i, b_z^i, \dots)^t.$$

sortie : $x = (a_x^1, a_y^1, a_z^1, a_x^2, a_y^2, a_z^2, a_x^3, a_y^3, a_z^3)^t$.

$$1 \quad M := \begin{pmatrix} \cos q_6 & -\sin q_6 & 0 & 0 \\ \sin q_6 & \cos q_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; M := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & d_6 \\ 0 & \cos r_6 & -\sin r_6 & 0 \\ 0 & \sin r_6 & \cos r_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . M;$$

2 Pour $j := 5$ à 1 ;

$$3 \quad r_j := r_j^0 + q_j ;$$

$$4 \quad M := \begin{pmatrix} \cos r_j & -\sin r_j & 0 & 0 \\ \sin r_j & \cos r_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . M; M := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & d_j \\ 0 & \cos r_j & -\sin r_j & 0 \\ 0 & \sin r_j & \cos r_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . M;$$

5 Fin pour

$$6 \quad M := \begin{pmatrix} \cos r_0 & -\sin r_0 & 0 & 0 \\ \sin r_0 & \cos r_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . M; M := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} . M;$$

7 Pour $i := 1$ à 3 , $b^i = (b_x^i \ b_y^i \ b_z^i \ 1)^t$;

$$8 \quad x := \begin{pmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b^1 \\ b^2 \\ b^3 \end{pmatrix}.$$

Après développement scalaire des relations matricielles de cet algorithme, nous pouvons exprimer **f** comme une composition de produits, de sommes, et de fonctions trigonométriques. Le modèle est donc fortement non linéaire.

En effet nous obtenons des contraintes scalaires de la forme :

$$t = \sin \Gamma_2 \sin \alpha_1 \sin \Gamma_3 \sin \alpha_3 + (\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - \cos \Gamma_2 \sin \alpha_2 \sin \alpha_1) \cos \alpha_3 - (\cos \Gamma_2 \cos \alpha_2 \sin \alpha_1 + \cos \alpha_1 \sin \alpha_2) \cos \Gamma_3 \sin \alpha_3 \dots \dots \dots (4.48)$$

4.11.2 Formulation sans matrice :

La méthode matricielle permet d’obtenir le modèle géométrique direct grâce à la matrice de transformation 0T_n , les variables **q** et les paramètres **p** étant inclus dans la matrice de transformation. Ces expressions matricielles donnent donc une fonction scalaire pour chacune des coordonnées scalaires **x**, **y**, **z** de position et d’orientation. Mais lors de l’utilisation des méthodes par intervalles, rien ne garantit que la meilleure contraction soit effectuée sur chacune des étapes de rotation et de translation.

Prenons la contrainte matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i & j \\ k & l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \dots \dots \dots (4.49)$$

Elle correspond aux deux contraintes scalaires :

$$x = v(l(af + bf) + j(bj + ae)) + u(ibg + k(af + bh) +iae) \dots \dots \dots (4.50)$$

$$y = v(l(cf + dh) + j(dg + ce)) + u(idg + k(cf + dh) +ice) \dots \dots \dots (4.51)$$

Pour un calcul avec les réels, les deux expressions sont équivalentes mais lors de l’utilisation des méthodes intervalles, deux problèmes se posent qui seront détaillés précédemment. Le premier problème est la multi-occurrence de certaines variables, par exemple a qui apparaît 4 fois dans la contrainte (4.50), ce qui engendre un pessimisme lors du calcul avec des intervalles. Le deuxième problème correspond au traitement des rotations et translations par deux fonctions scalaires dissociées. Sur l’expression (4.49), si les matrices correspondent à des matrices de rotation 2×2 , le développement scalaire donne deux expressions où la notion de rotation disparaît avec les contraintes prises séparément. L’obtention des plus petits intervalles encadrant l’ensemble solution n’est alors plus garantie. Une possibilité est alors de ne pas utiliser le formalisme matriciel et de générer une deuxième formulation avec une contrainte pour la rotation et pour la translation. La translation, ne modifiant qu’une seule coordonnée, est alors simplement représentée par une contrainte addition. Formulation utilisant la contrainte angle. Comme pour le formalisme précédent, nous établissons une relation entre le vecteur des

variables articulaires \mathbf{q} , le vecteur des paramètres géométriques \mathbf{p} et la position \mathbf{x} de trois points de l'organe terminal dans le repère atelier.

La relation (4.47) peut se réécrire sous la forme :

$$\mathbf{x} = \mathbf{g}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \dots \dots \dots (4.52)$$

Où \mathbf{g} est donné par l'algorithme suivant :

Algorithme :g :

entrées : $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_6)^t$,
 $\mathbf{p} = (r_0, \Gamma_1, d_1, r_1, \dots, \Gamma_5, d_5, r_5, \Gamma_6, d_6, \mu_0, \mu_1^0, \dots, \mu_5^0)^t$,
 $\mathbf{x} = (a_x^1, a_y^1, a_z^1, a_x^2, a_y^2, a_z^2, a_x^3, a_y^3, a_z^3)^t$,

```

1   Pour i := 1 à 3 ;
2       (c1  c2  c3)t := (bxi  byi  bzi)t ;
3       ( c1 ) := angle ( q6, ( c1 ) ) ;
4       ( c2 ) := angle ( r6, ( c2 ) ) ;
5       ( c3 ) := angle ( r6, ( c3 ) ) ;
6       Pour k := 5 à 1 ;
7           c3 := c3 + rk ;
8           ( c1 ) := angle ( μk0 + qk, ( c1 ) ) ;
9           ( c2 ) := angle ( rk, ( c2 ) ) ;
10          ( c3 ) := angle ( rk, ( c3 ) ) ;
11          Fin pour
12          c3 := c3 + r0 ;
13          ( c1 ) := angle ( μ0, ( c1 ) ) ;
14          xi := (c1  c2  c3)t ;
15          Fin pour
16          x := ( x1 )
                ( x2 )
                ( x3 )
    
```

4.11.3. Méthodes classiques :

4.11.3.1 Un problème de minimisation :

Pour l'étalonnage, il existe des méthodes classiques. Ces méthodes cherchent à minimiser les erreurs entre les valeurs mesurées pour l'étalonnage et les valeurs calculées avec le modèle géométrique. La fonction à minimiser est obtenue grâce aux relations suivantes.

Pour chaque mesure de la position de l'organe terminal et de la configuration des articulations, le modèle géométrique nous donne :

$$x(r) = mgd(p, q(r)) \dots \dots \dots (4.53)$$

D'où la relation générale

$$x_m = h(p, q_m) \dots \dots \dots (4.54)$$

Où

$x_m = (x(1), \dots, x(r))^t$ Et $q_m = (q(1), \dots, q(r))^t$. Le problème de l'étalonnage s'exprime alors de la façon suivante :

$$\min \|x_m - h(p, q_m)\|^2 = \min j(x_m, p, q_m) \dots \dots \dots (4.55)$$

La recherche du minimum global p^* minimisant la fonction j est alors effectuée. La figure (4.21) propose un exemple de fonction à minimiser, le minimum global est $c3$, la fonction possédant deux autres minima locaux $c1$ et $c2$.

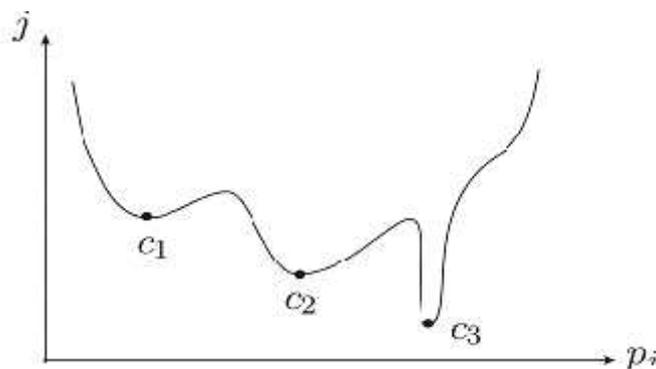


Figure.4.21 : Illustration de la fonction j à minimiser sur l'axe pi , les point $c1$ et $c2$ sont des minima locaux, $c3$ étant le minimum global.

4.11.3.2 Les méthodes utilisées :

Pour résoudre le problème de l'étalonnage, deux approches sont possibles : soit résoudre directement l'équation non linéaire (4.53), soit linéariser cette équation autour du point courant d'évaluation des paramètres puis résoudre le problème. Une des méthodes de descente utilisée sur le problème non linéarisé est la méthode de Levenberg Marquardt qui nécessite le calcul approché de la matrice hessienne à chaque itération. Pour le modèle linéarisé, le recours à la pseudo-inverse est utilisé pour obtenir à chaque itération les paramètres en fonction des mesures.

L'ensemble de ces méthodes, que ce soit les méthodes de descente basées sur le gradient [85] ou les méthodes par linéarisation, nécessite un point initial pour les paramètres \mathbf{p} . Ce point de départ pour les algorithmes ne doit pas être trop éloigné de la solution recherchée pour éviter que la méthode soit piégée dans un minimum local. Sur la courbe de gauche de la figure (4.22), les deux parcours fléchés représentent deux résolutions par une méthode de descente avec un point initial différente. Dans ces deux cas, la méthode est piégée dans des minima locaux.

Ces méthodes permettent donc l'obtention d'une estimée et d'une valeur d'incertitude. Mais la valeur donnée peut-être un minimum local et l'estimation de l'erreur faussée par l'approximation par la pente.

Dans les faits, la méthode donne de bons résultats. Le minimum global n'est peut être pas obtenu, mais une validation du résultat avec de nouvelles mesures permet d'écarter les valeurs erronées.

D'autres méthodes pour la minimisation peuvent être employées comme des méthodes basées sur un tirage aléatoire tel le recuit simulé ou monté carlo. Le tirage aléatoire permet d'explorer une plus large partie de l'espace en étant moins dépendant du point de départ de l'algorithme mais n'évite pas totalement la possibilité d'être coincé dans un minimum local. La grande dimension du problème induit un espace de recherche très grand. Le temps de résolution devient alors important pour permettre de couvrir l'ensemble de l'espace de recherche.

Sur la figure (4.22), le schéma de droite représente le tirage de quatre valeurs aléatoires pour \mathbf{p} , la valeur minimisant le critère est sélectionnée pour définir un voisinage où les prochains tirages aléatoires seront effectués. Le voisinage sera réduit à chaque itération permettant ainsi l'arrêt de l'algorithme sur la meilleure valeur minimisant le critère exploré par l'algorithme.

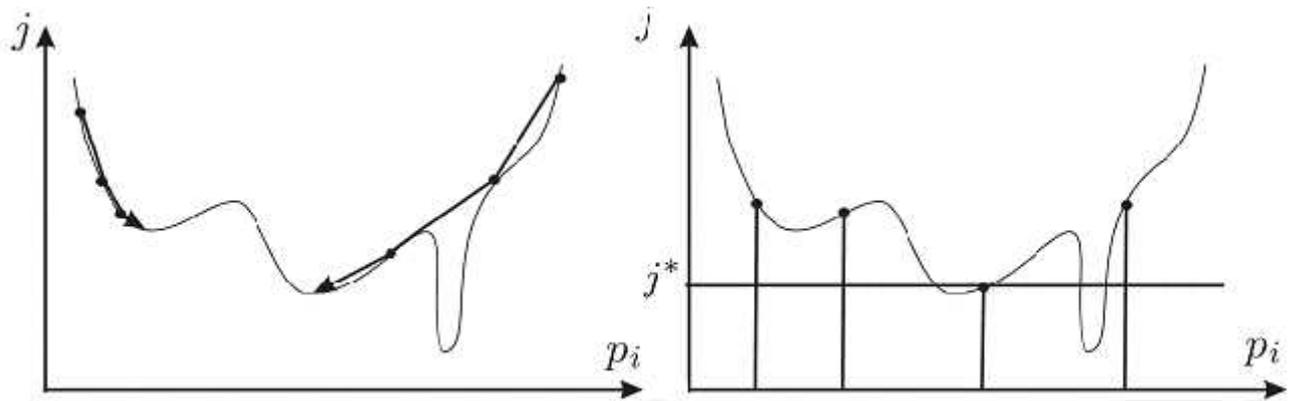


Figure.4.22 : Illustration des méthodes de descente et des méthodes par tirage aléatoire.

Dernièrement, des travaux ont été réalisés pour résoudre le problème de l'étalonnage avec des algorithmes génétiques. Cette méthode a été mise en oeuvre soit pour réaliser le choix des configurations où positionner le robot pour l'étalonnage [89], soit pour réaliser l'étalonnage lui-même [90]. Le principe de ces algorithmes étant de ne plus faire un choix de recherche totalement aléatoire mais dirigé par des principes similaires à ceux existant dans la nature (population, mutation, reproduction et sélection). L'avantage de cette méthode est la possibilité d'adaptation qui rend possible une programmation sur le robot lui-même lors de son fonctionnement.

4.11.4 Avantages et inconvénients :

Nous pouvons dégager des méthodes présentées précédemment trois conclusions :

- i) Elles permettent l'obtention d'un minimum local mais souvent de bonne qualité.
- ii) Une information sur l'incertitude est donnée mais cette valeur est seulement indicative puisque reposant sur le modèle linéarisé.
- iii) La prise en compte des erreurs de mesures est aussi possible sur ces méthodes, les données les plus aberrantes pouvant être écartées.

Pour chacune des méthodes proposées, la solution obtenue est ponctuelle, cette valeur correspond au minimum d'un critère mais ne garantit pas la satisfaction des contraintes et la vérification de l'ensemble des mesures. Les équations du modèle géométrique peuvent alors ne pas être vérifiées pour certaines valeurs. Pour mieux visualiser le problème, prenons l'exemple d'une estimation à erreurs bornées suivant :

Exemple :

Si nous cherchons la meilleure droite passant par les quatre points définis par :

$$x = [1, 2, 3, 4]$$

Et :

$$y = [1, 2.5, 2, 2.5],$$

Sachant que l'incertitude de mesure est de 0.5 sur y. La méthode de régression linéaire nous donne la droite :

$$y = 0.4x + 1,$$

Alors que la droite :

$$y = 0.5x + 1,$$

Est la seule droite permettant de vérifier les incertitudes. En effet sur la figure, la deuxième barre d'incertitude n'est pas atteinte par la droite obtenue avec la régression.

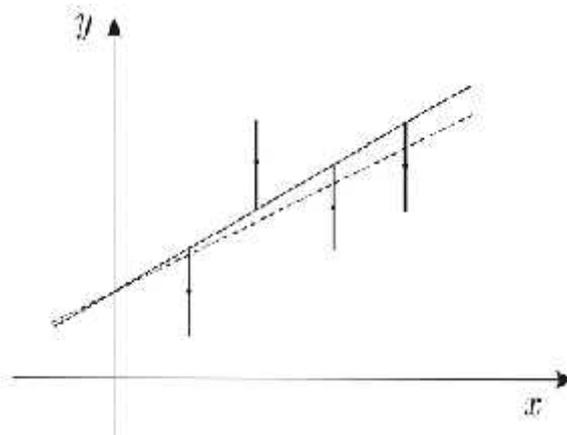


Figure.4.23 : *Tracé de la droite obtenue par régression linéaire (elle ne passe pas par la deuxième barre d'incertitude) et de la droite passant par l'ensemble des barres d'incertitude.*

4.11.4. Le formalisme Graphe acyclique orienté (DAG) :

Pour introduire les graphes acycliques orientés (que nous appellerons DAG pour Directed Acyclic Graph), présentons quelques définitions de la théorie des graphes [84].

Soit un graphe $G = \{S, A\}$

S = ensemble des sommets du graphe,

A = ensemble des arcs du graphe.

Un graphe est dit orienter quand les arcs ont un sommet initial (origine) et un sommet terminal (destination).

Dans un graphe non orienté les arcs ou arêtes n'ont ni sommet origine, ni sommet destination mais deux extrémités.

Exemple :

Soit le graphe orienté $G1 = \{S1, A1\}$ avec :

$S1 = \{s1, s2, s3, s4\}$,

$A1 = \{a1, a2, a3, a4, a5, a6\}$.

Sur la figure (4.24), l'arc $a1$ relie le sommet initial $s1$ au sommet final $s2$ et permet un déplacement

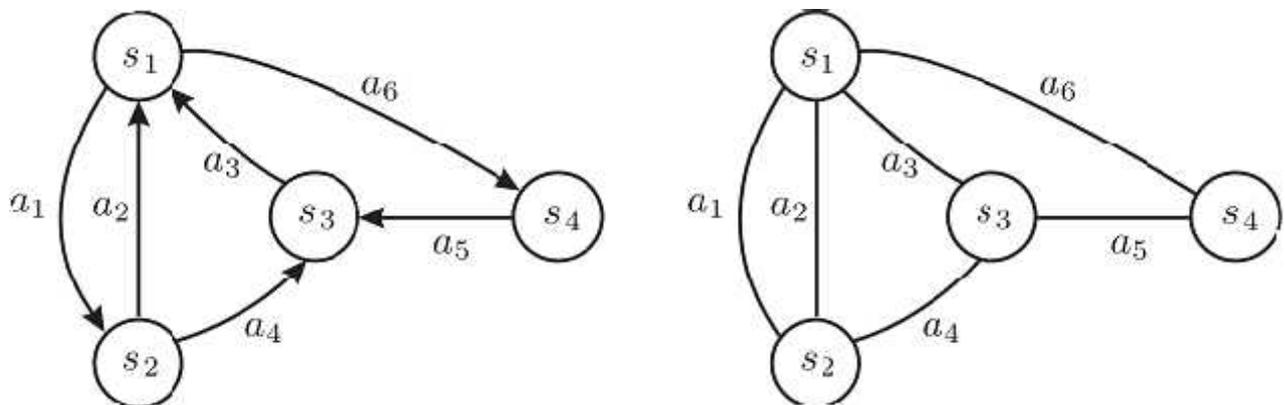


Figure. 4.24 : Représentation d'un graphe orienté et d'un graphe non orienté.

Uniquement de $S1$ vers $S2$ dans le graphe orienté. Dans le cas du graphe non orienté l'arc $a1$ est nommé arête et peut être parcouru dans les deux sens.

La figure (4.25) présente un exemple de chemin ($s2, s3, s1, s4$) qui suit la direction des arcs, et de chaîne ($s2, s3, s4, s1$) qui, elle ne tient compte que des arêtes. Les définitions sont donc les suivantes:

Un chemin est une séquence d'arcs orientés consécutifs du graphe,

Une chaîne est une séquence d'arêtes consécutives.

Grâce à ces deux définitions, nous pouvons introduire les notions de circuit et de cycle suivantes :

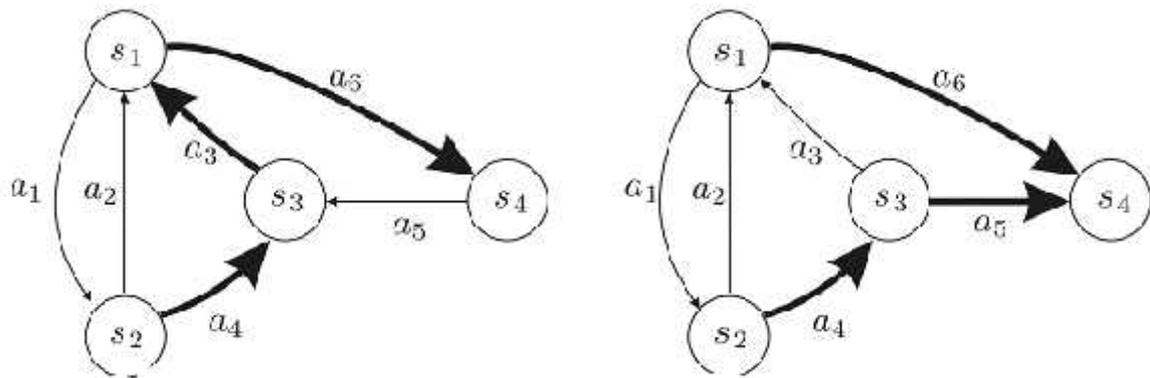


Figure. 4.25 : *Illustration des notions de chemin et de chaîne.*

Un circuit est un chemin fermé,

Un cycle est une chaîne fermée.

Sur la figure (4.26), nous pouvons voir le circuit (s2, s3, s1, s2) et le cycle (s1, s3, s4, s1).

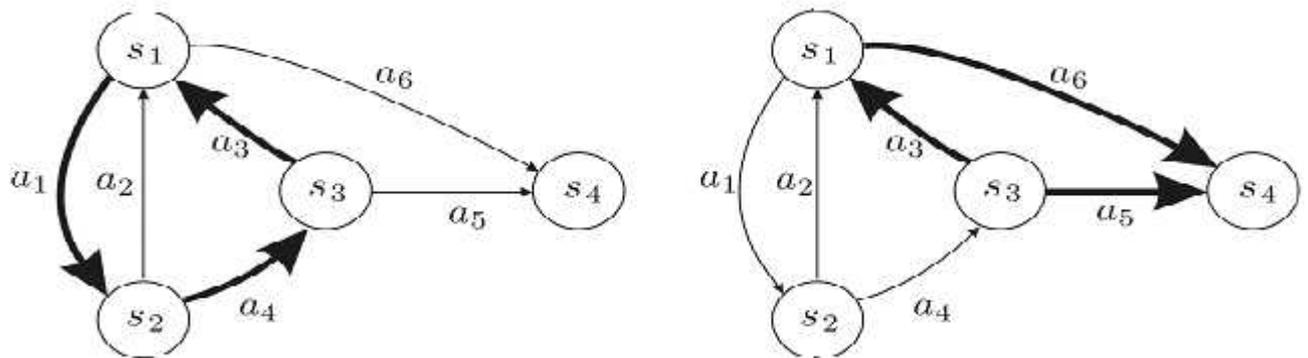


Figure.4.26 : *Illustration des notions de circuit et de cycle.*

4.11.5. Résultats pour l'étalonnage :

Le problème de l'étalonnage présenté est un problème d'estimation de paramètres où nous recherchons les valeurs des paramètres **p** connaissant un jeu mesure de 50 configurations du robot. Pour chacune des configurations, les valeurs pour les variables articulaires positionnant le robot sont connues ainsi que les mesures **x** sur trois points fixés sur l'organe terminal.

CHAPITRE 5

EFFET DE LA STRUCTURE SUR LES ROBOTS INDUSTRIELES

5. La compliance :

5.1. Introduction : le besoin de compliance en Robotique :

Les tâches que l'on souhaite robotiser ont souvent été auparavant réalisées par l'homme. Dans la plupart des cas, celui-ci était en contact manuel avec la tâche qu'il effectuait. Il gérait donc (inconsciemment ou non) les efforts de contact engendrés au cours de l'exécution de la tâche. Certaines de ces opérations tendent à être robotisées, soit pour décharger l'homme de tâches fastidieuses, soit parce que les tâches demandent une précision ou une dextérité, impossibles à atteindre humainement.

Pour réaliser correctement ces tâches, le robot doit donc, comme l'homme, tenter de s'adapter en permanence aux efforts qu'il exerce sur son environnement (constitué par la ou les pièces en cours de traitement).

Nous pouvons citer par exemple.

- **Les tâches de préhension d'objets fragiles ou fortement déformables :** en effet, l'éventail des pièces à manipuler par robot est de plus en plus vaste. On ne se limite plus à des objets rigides et solides. Il est intéressant de prévoir que le préhenseur puisse s'adapter à différents objets ; sans changer d'outil, on gagnerait ainsi en productivité. Pour manipuler correctement de tels objets, la force de serrage doit être suffisamment importante pour éviter le glissement, mais elle doit cependant être maîtrisée de façon à éviter de briser ou de déformer l'objet saisi.
- **L'assemblage de pièces ajustées :** aujourd'hui encore une grande partie des opérations d'assemblage se fait manuellement. En effet, réaliser correctement cette tâche en mode automatique, lorsque les pièces à assembler sont très ajustées (quelques microns par exemple), nécessite une très bonne précision du robot et une répétitivité meilleure que l'ajustement entre les pièces. Ces

excellentes performances requises pour le robot sont actuellement techniquement possibles, mais souvent à des coûts prohibitifs. Dans le cas où l'on ne dispose pas d'une précision et d'une répétitivité suffisantes, un mauvais positionnement relatif des deux pièces à assembler peut mener à des situations de blocage susceptibles d'empêcher l'insertion ou même de détériorer les pièces en présence. Pour résoudre ce problème, l'assemblage de précision robotisé doit réaliser l'absorption des écarts de positionnement dus au manque de précision du robot. Une solution consiste à rendre flexible la chaîne mécanique fermée, constituée à l'instant du contact par le robot, les pièces et la table de travail. En effet, la flexibilité permet de réduire les efforts de contact entre les pièces pendant la phase d'insertion. Ceci compense les défauts d'alignement et les défauts angulaires dus aux incertitudes de positionnement et d'orientation de l'organe terminal du robot par rapport à l'alésage.

• **L'ébarbage ou l'ébavurage** : dans de nombreux secteurs industriels, les opérations d'ébarbage et d'ébavurage, et plus généralement de parachèvement de pièces, restent souvent manuelles, la plupart des robots industriels disponibles sur le marché étant dépourvus de la compliance nécessaire pour l'exécution de ces tâches.

L'automatisation de ce type de tâches se heurte à un certain nombre de difficultés, dont les principales sont les suivantes (Figure (5.1.a)) :

- * dispersion dimensionnelle des pièces qui sont en général obtenues par moulage. Cette dispersion interdit la programmation rigoureuse de la trajectoire réelle à suivre, parce que inconnue;
- * formes et dimensions aléatoires des bavures qui résultent des plans de joint du moule (ou des usinages effectués);
- * matière souple dans le cas de pièces en matière plastique.

La robotisation d'une telle tâche (Figure(5.1.b)) nécessite un contact permanent entre la fraise et la pièce, avec un suivi du contour réel inconnu, et avec une réaction R provenant de la coupe due à l'épaisseur (aléatoire) de la bavure.

De nombreux auteurs ont apporté leur contribution dans ce domaine, on peut, en particulier, citer les travaux de Rodic [62] concernant la modélisation de la tâche d'ébavurage et sa commande permettant de limiter l'effort de contact tout en maintenant une force de coupe constante.

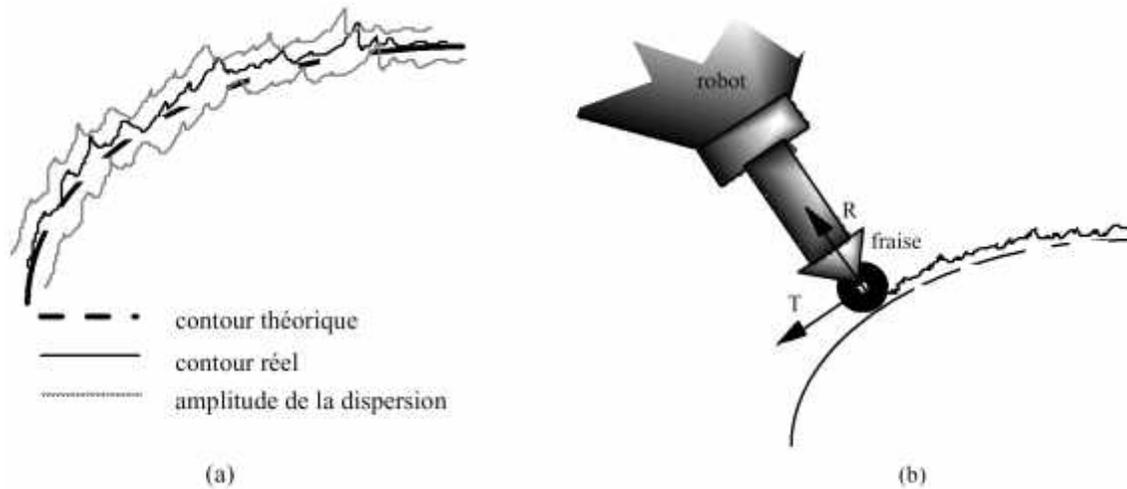


Figure .5.1 : Exemple de l'ébavurage

Ces exemples montrent que les tâches mettant en contact le robot avec son environnement nécessitent une certaine souplesse pour ne pas détériorer les pièces en contact. La souplesse est même parfois indispensable pour permettre la réalisation proprement dite de la tâche.

5.2. Définition de la compliance :

Ce concept de comportement flexible du robot face à son environnement est désigné sous le terme de compliance (La traduction française exacte de ce terme, complaisance, est rarement utilisée). La compliance peut être définie comme étant la capacité d'un manipulateur à avoir un comportement souple, le robot compliant peut subir un déplacement sous l'effet d'un effort dû au contact du manipulateur avec son environnement, cet effort restant cependant dans des limites raisonnables pour la tâche considérée.

La compliance définit donc la capacité du manipulateur à s'adapter à son environnement pour la tâche qu'il a à accomplir. En effet, si le contact se faisait avec une raideur infinie, la moindre erreur de position se traduirait par l'apparition de forces excessives au point de contact.

Un contact en un point du dispositif engendre un couple (effort/déplacement) en un autre point du dispositif. Soit F , le torseur des forces et moments appliqués à ce point et D le torseur des déplacements linéaires et angulaires associés.

On a:

$$F = K(D)D + B(D)\frac{dD}{dt} + I(D)\frac{d^2D}{dt^2} \dots\dots\dots(5.1)$$

Cette expression décrit le mouvement d'un solide soumis à une force de frottement visqueux et à une force élastique de rappel.

Les matrices d'inertie $I(D)$, de frottement $B(D)$ et de raideur $K(D)$ sont des fonctions du déplacement D . Elles dépendent aussi du point considéré.

Ceci amène donc à établir un classement selon les différentes natures de la compliance :

Quand les forces appliquées au solide sont de nature élastique, nous aurons une compliance élastique. Dans le cas où les efforts appliqués sont du type frottement visqueux, la compliance sera anélastique amortie. Quand les forces agissant sur le solide sont dues aux masses en mouvement, nous avons une compliance anélastique inertielle.

Ces trois types de compliance sont le plus souvent couplés mais, très fréquemment, la compliance élastique est prédominante.

Dans ce cas, nous pouvons donc écrire:

$$F \approx K(D)D \dots\dots\dots(5.2)$$

Dans le cas où cette expression est bijective et où K peut être ramenée à une expression linéaire autour du point d'application des efforts, nous avons

$$D = CF \dots\dots\dots(5.3)$$

Dans cette expression, C est la matrice de compliance du dispositif autour du point considéré. Elle représente l'inverse de la matrice de raideur K . D'une manière générale, la matrice C n'est pas diagonale, mais il existe une configuration particulière pour laquelle la matrice de compliance peut être rendue diagonale.

On appellera centre de compliance, le point pour lequel la matrice C est diagonale. Une force latérale exercée en ce point le déplace uniquement dans la direction de la force exercée. De même, un couple appliqué en ce point ne provoque qu'un déplacement angulaire. Le centre de compliance présente donc un découplage des mouvements résultants des efforts appliqués.

Les diverses natures de la compliance étant ainsi définies, nous pouvons encore distinguer deux méthodologies de mise en oeuvre de la compliance:

- **la compliance passive**, provenant exclusivement de la souplesse des structures et de leur capacité à absorber les erreurs de positionnement entre le robot et la tâche en se déformant naturellement

sous l'effet des efforts de contact,

- **la compliance active**, nécessitant une détection des efforts de contact et étant pilotée par des actionneurs asservis.

5.3. Comment obtenir un comportement compliant de la part d'un robot?

Une fois la notion de compliance définie, il convient de se poser la question de l'obtention d'un tel comportement pour une tâche de contact.

Considérons un robot effectuant une tâche, en contact avec son environnement (Figure (5.2)).

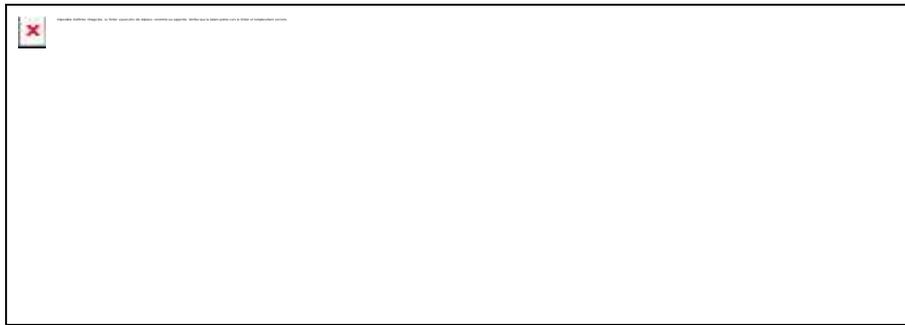


Figure.5. 2 : Localisation de la compliance dans la chaîne cinématique

Nous pouvons schématiser cette chaîne de la façon suivante :

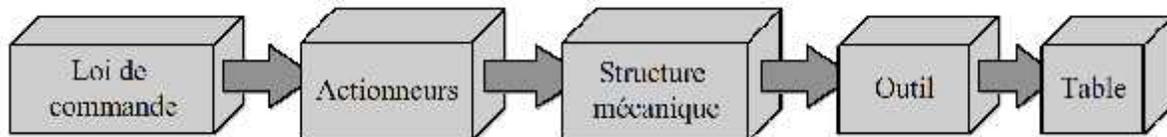


Figure.5. 3 : Schéma de la chaîne robot-environnement

Un comportement globalement compliant sera obtenu en introduisant de la flexibilité dans cette chaîne.

Dans un premier temps, on peut tenter d'obtenir cette flexibilité de façon logicielle uniquement (1). En effet, cela semble être une solution relativement simple et "propre" à mettre en oeuvre, car elle n'implique pas de modification mécanique de l'ensemble robot-environnement.

Une deuxième solution (2), ne modifiant pas non plus la structure même du robot, consiste à ajouter un organe flexible au point de contact. Cet organe sera soit fixé en bout de robot, en tant que poignet compliant, soit sur l'environnement (table compliant).

La troisième solution consiste à concevoir un robot possédant une structure mécanique volontairement souple (solution 3), par l'utilisation de bras flexibles.

La dernière solution envisagée déporte la compliance dans les actionneurs (solution 4). La souplesse de l'actionneur se répercutera ainsi au point de contact, par l'intermédiaire de la matrice jacobéenne.

Nous analysons maintenant ces différents modes d'obtention de la compliance, afin de comparer leurs performances respectives.

5.3.1 La compliance logicielle :

5.3.1.a Les organes compliants :

Cette technique consiste à interposer dans la chaîne mécanique un organe compliant, soit au niveau du poignet du robot, soit dans la table de travail.

L'avantage de cette solution est qu'elle peut s'adapter à n'importe quel robot existant. En effet, aucune aptitude particulière du robot n'est requise en ce qui concerne sa compliance naturelle, puisqu'on insère dans le premier cas entre le robot et son organe terminal un dispositif qui rendra le système complet compliant ; la seconde solution n'intervient pas directement sur le robot. L'organe se déformera donc sous l'effet des efforts de contact pour permettre la correction des erreurs de positionnement et/ou d'orientation.

Depuis plus de trente ans, de nombreux organes compliants passifs ont été étudiés et développés, tant dans les laboratoires de recherche universitaires que dans les bureaux d'étude industriels. L'intérêt de cette technique est qu'elle est simple à mettre en oeuvre, car elle ne nécessite ni capteur ni loi de commande sophistiquée : elle utilise seulement l'élasticité appropriée des composants de l'organe compliant. Un intérêt supplémentaire de cette technique est que l'on obtient en général des réponses rapides. De plus, les systèmes compliants passifs sont peu chers et relativement fiables en exploitation en milieu industriel.

Le plus connu et le plus utilisé industriellement est sans doute le RCC (Remote Center Compliance), Ce dispositif élastique constitué de liens flexibles est à l'origine de nombreux autres organes. Ces organes passifs sont en grande partie destinés au domaine de l'assemblage.

Ceci peut s'expliquer par le fait que, dans ce domaine, les critères à satisfaire sont les suivants : réussite de l'insertion le plus rapidement possible et sans blocage. Il y a d'autre part, une forte demande industrielle, car on admet qu'environ un tiers des tâches sont des tâches d'assemblage, les organes passifs étant simples et sans commande sophistiquée, ils sont souvent à même de remplir ces objectifs.

Par contre, l'inconvénient majeur de telles méthodes réside dans le fait que la compliance est fixée a priori pour une tâche donnée et cela nécessite de changer l'élément compliant pour toute nouvelle application.

Pour certaines applications, de suivi de contour par exemple, il est nécessaire de limiter l'effort de contact, ou même de l'asservir. Dans ce cas, on fait appel à la compliance active.

Contrairement aux dispositifs précédemment décrits, les organes compliants actifs sont pilotés par des actionneurs asservis. Leurs déplacements en réponse à une mesure de l'effort de contact peuvent être contrôlés. On aura donc un bouclage entre les efforts ressentis par les différents capteurs et l'action correctrice. Dans ce cas, les déplacements sont engendrés par des actionneurs qui répondent à une loi de commande cherchant à annuler ou à minimiser les efforts de contact.

La compliance active utilise un (ou des) capteur(s) comme moyen de détection de l'effort et/ou de la position entre le robot et la tâche. Une loi de commande minimisera alors un critère qui, suivant les cas, peut être une erreur de position, ou un effort (effort dans le sens de l'insertion en cas d'assemblage par exemple).

Un système de compliance active nécessite trois types d'éléments

- des capteurs pour détecter la position relative du robot par rapport à son environnement,
- une loi de commande pilotant la compliance,
- un ou plusieurs actionneurs exécutant la correction.

Pour détecter les erreurs de positionnement on peut utiliser des capteurs de déplacement, mais compte-tenu de la très faible amplitude de ces déplacements, il est souvent préférable de mettre en oeuvre des capteurs d'effort montés en association avec des éléments déformables pré-étalonnés. La sensibilité s'en trouve ainsi fortement améliorée. D'autres technologies (capteurs de proximité, capteurs tactiles ou vision) peuvent être envisagées, mais la sensibilité et la qualité de la mesure sont moins bonnes.

Les organes compliants fixés à l'extrémité du robot ont donc largement été étudiés. Ils offrent l'avantage d'être adaptables à n'importe quel robot industriel. Par contre, leur inconvénient majeur

vient de la masse non négligeable qu'ils ajoutent en bout de bras. Les inerties, ainsi présentes quand le robot est en mouvement, engendrent des problèmes d'imprécision et d'oscillation qui rendent complexe la commande de position du robot. De plus, ils limitent la charge utile du robot.

Pour pallier ces inconvénients, tout en insérant toujours un organe compliant au point de contact, il suffit de doter l'environnement de souplesse sous la forme d'une table compliant passive ou active. L'utilisation d'une telle table permet ainsi de conserver une charge transportable maximale pour le robot.

Notons que plusieurs réalisations de poignets compliants peuvent se transformer sans problème majeur en table compliant.

5.3.1.b. Compliance intrinsèque à la structure mécanique :

Une autre solution compliant prend en compte la souplesse de la structure mécanique. Pour cela, des équipes de recherche se sont penchées sur l'étude des segments flexibles.

La souplesse de la structure mécanique d'un robot provient généralement de la souplesse des bras.

Cette souplesse résulte en général d'un mauvais choix des éléments technologiques : sections trop faibles, bras trop longs...

Cependant cette souplesse peut être volontairement recherchée dans le but de doter le robot d'un comportement compliant, ce qui semble constituer un avantage puisqu'il n'est pas alors nécessaire de rajouter un organe compliant à son extrémité. Par ailleurs, cette souplesse se traduisant technologiquement par des bras de sections et de masses moindres, il est toujours intéressant d'alléger le plus possible le robot afin de diminuer les masses en mouvement et les inerties : il peut en résulter alors une augmentation de la rapidité et une diminution de la taille (donc du coût) des actionneurs.

Malheureusement, cette structure allégée rend le robot assez fortement oscillatoire en mode transitoire et sa commande en devient alors très délicate.

De nombreuses équipes de recherche ont travaillé sur la modélisation et la commande de bras flexibles. Nous pouvons par exemple citer les travaux de Matsuno [63] concernant la commande hybride force/position d'un manipulateur à deux degrés de liberté, formé de deux bras flexibles en séries. Ce manipulateur est capable de se déplacer le long d'une surface à une vitesse de 2.1 cm/s tout en maintenant un effort de 19.6 N. Des expérimentations menées à une vitesse supérieure ont

conduit à des problèmes de vibration causant l'instabilité. Les résultats obtenus sont donc souvent décevants : en effet, si les solutions théoriques, ou de laboratoire, peuvent exister pour éliminer ces phénomènes oscillatoires néfastes, leur mise en oeuvre au plan matériel et logiciel est lourde, onéreuse et en général non-compatible avec les impératifs industriels de coût, de fiabilité, d'encombrement...

La modélisation et la commande de tels segments étant par ailleurs largement étudiée, nous nous sommes naturellement intéressées à la solution proposant l'emploi d'actionneurs compliants.

5.3.1.c. Les actionneurs compliants :

Une autre stratégie pour rendre un robot industriel compliant consiste non plus à ajouter un organe compliant, poignet ou table, pour permettre une adaptation entre le robot et son environnement mais à déporter la compliance dans les actionneurs. A priori, cette technique est intéressante, car elle n'ajoute pas de masse supplémentaire en bout de robot. Cela minimise les problèmes dynamiques dus à une inertie trop importante et permet d'augmenter la charge portée par le robot. De plus, le même actionneur ayant pour mission de déplacer le robot en l'absence de contact, puis de contrôler sa compliance lors du contact, nous conférons au manipulateur une compliance active, car cette dernière pourra être pilotée selon la tâche à accomplir. La loi de commande appliquée à l'actionneur devra, selon la configuration du robot, asservir le robot en position ou contrôler sa compliance.

Nous allons considérer les trois énergies généralement utilisées pour piloter un robot : électrique, hydraulique et pneumatique.

5.3.1.c.1. Les actionneurs électriques :

5.3.1.c.1.a. Cas idéal :

Nous considérons dans un premier temps le cas idéal d'un axe électrique asservi classique. Il est, par exemple, piloté par un moteur à courant continu commandé en courant, avec les hypothèses suivantes:

- frottements négligeables,
- réducteur parfait (rendement égal à 1, donc complètement réversible quel que soit le rapport de

réduction),

- transmission de raideur infinie,
- asservissement effectué par contrôle tachymétrie.

La compliance statique de cet axe est définie par le rapport $\left. \frac{\theta_c(s)}{C_r(s)} \right|_{s=0}$

Avec :

θ_c : Position angulaire de l'arbre de sortie

C_r : couple extérieur

Dans ces conditions, un calcul simple conduit à:

$$\left. \frac{\theta_c(s)}{C_r(s)} \right|_{s=0} = \frac{1}{n^2 K_c K_r G} \dots \dots \dots (5.4)$$

n : rapport de réduction du réducteur

K_c : constante de couple du moteur

K_r : gain de retour en position

G : gain de l'amplificateur tension-courant

Ce résultat suggère plusieurs remarques:

- la stabilité de cet axe asservi dépend, entre autres, des réglages de K_Ω et K_r , la compliance statique ne dépendant que de K_r : il est donc possible de fixer la compliance à la valeur souhaitée, par K_r ou G (le système étant modélisé par un second ordre), puis de régler sa stabilité ; par exemple, telle que le dépassement soit nul, avec un temps de réponse le plus faible possible. Ce réglage est courant pour les opérations effectuant un transfert (donc sans contrainte) jusqu'à la table de travail, car il évite les chocs trop importants contre la table,
- la compliance est fonction de l'inverse du carré du rapport de réduction.

En réalité, dans cette chaîne, l'élément réducteur présente un certain nombre d'imperfections qui peuvent modifier très fortement les résultats théoriques établis ci-dessus

- Un jeu présent dans le réducteur peut nuire à la stabilité de l'ensemble en introduisant de l'hystérésis. Cependant, il est maintenant courant de trouver des réducteurs avec très faible jeu, voire

à jeu nul, donc ce problème peut être considéré comme résolu.

- La flexibilité présente dans le réducteur (notamment dans le cas de réducteurs de type Harmonic drive ou de transmissions par courroies) devra être prise en compte dès la modélisation, car elle introduit un comportement oscillatoire.
- L'hypothèse du réducteur parfait (rendement égal à un), c'est-à-dire réversible, est d'autant moins vérifiée en pratique que le rapport de réduction est important. En fonction de ce rapport, de la qualité de l'usinage du réducteur et de la technologie utilisée, une réversibilité partielle. Puis l'irréversibilité apparaît très rapidement. La compliance peut alors être nulle quels que soient les réglages de l'asservissement.

La figure (5.4) représente qualitativement la relation entre la compliance et le rapport de réduction, ainsi que l'influence de l'irréversibilité.

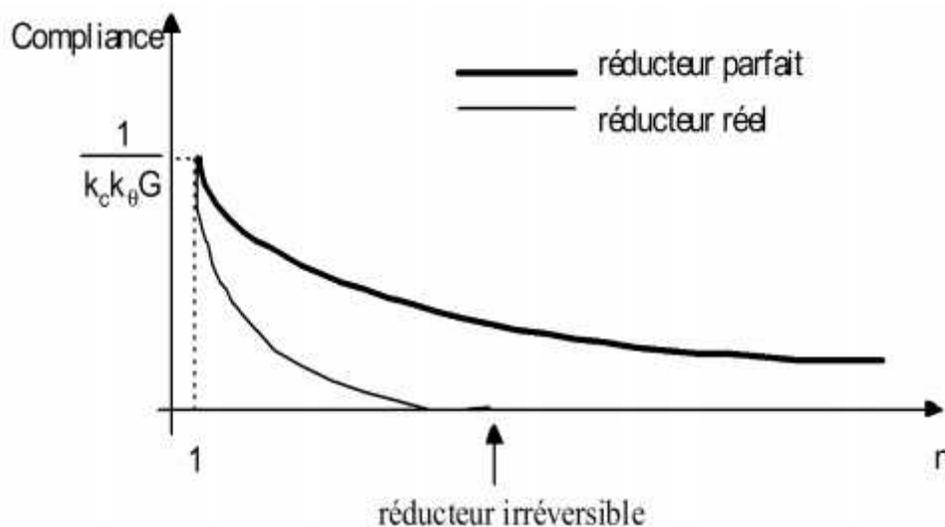


Figure.5.4: Compliance en fonction du rapport de réduction

Une solution à ce problème consiste à utiliser un entraînement direct ($n=1$) avec un moteur possédant un couple important à faible vitesse, du type brushless, par exemple. Dans le cas où ceci n'est pas réalisable, on s'attachera à choisir un rapport de réduction assez faible pour conférer à l'axe asservi une certaine compliance. Nous allons maintenant analyser un axe asservi en prenant en compte la flexibilité présente dans la transmission. Cette flexibilité peut provenir à la fois du réducteur, des accouplements, des arbres et pièces de transmission.

5.3.1.c.1.b. Prise en compte de la flexibilité dans la transmission :

Afin de faire apparaître à la fois la compliance liée à la flexibilité de la transmission et les difficultés qui en résultent pour le contrôle correct des oscillations, nous nous proposons d'étudier le comportement d'un axe de robot à actionnement électrique et dont la transmission est assurée par un réducteur de raideur non-infinie.

En fait, la souplesse de la transmission peut être considérée de deux points de vue différents

- Elle peut être subie comme un défaut de la structure - c'est le cas le plus fréquent ; dans ce cas, on essaiera de minimiser ses effets.
- Elle peut être volontaire et utilisée à des fins de compliance.

Dans cet exemple, l'élasticité est localisée essentiellement au niveau du réducteur (de type Harmonic-Drive), mais l'étude reste valide pour toutes les raideurs de transmission comprises entre le réducteur et la charge (accouplement, axes de liaison...)

La partie mécanique de l'axe asservi est représentée par le schéma de la figure(5.5).

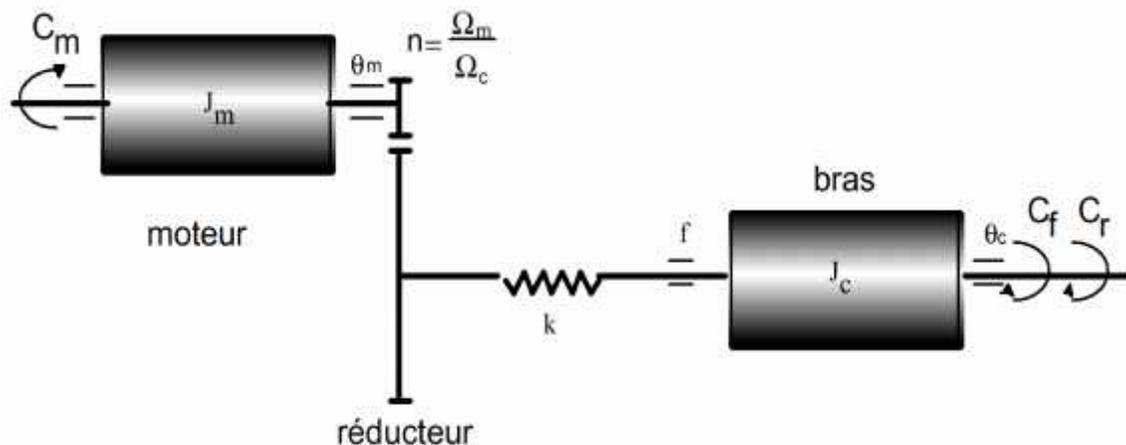


Figure.5.5 : Schéma de l'axe élastique

Où:

J_m, J_c : Inerties du moteur et du bras

θ_m, θ_c : positions du moteur et du bras

Ω_m, Ω_c : vitesses du moteur et du bras

C_m : couple moteur

C_r : couple extérieur

C_f : couple de frottement visqueux ($C_f = f_{nc} \dot{\theta}_c$)

n : rapport de réduction

k : raideur en torsion de la transmission

f : coefficient de frottement visqueux

Cet axe est piloté par un moteur à courant continu commandé en courant.

Nous partons de l'hypothèse suivante : l'élasticité de l'articulation est modélisée par un ressort en torsion localisé sur l'axe de la charge juste à la sortie du réducteur. D'après le formalisme de Lagrange, nous pouvons écrire les équations dynamiques du mouvement.

Soit $q = \begin{bmatrix} \theta_m \\ \theta_c \end{bmatrix}$, le vecteur des coordonnées donnant la position du moteur θ_m et la position de la

charge θ_c .

Q : est le vecteur de forces généralisées.

Nous avons:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q \dots \dots \dots (5.5)$$

Avec : $L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q)$, fonction de Lagrange.

Dans notre cas, l'énergie cinétique $T(q, \dot{q})$ est donnée par:

$$T(q, \dot{q}) = \frac{J_{mm}}{2} \dot{\theta}_m^2 + \frac{J_{cc}}{2} \dot{\theta}_c^2 \dots \dots \dots (5.6)$$

L'énergie potentielle se réduit ici au terme introduit par l'élasticité de la transmission, car nous avons considéré que les mouvements s'effectuaient dans le plan horizontal.

Aussi,

$$U(q) = \frac{k}{2} \left(\frac{\theta_m}{n} - \theta_c \right)^2 \dots \dots \dots (5.7)$$

La fonction de Lagrange est donc définie par:

$$L = \frac{J_m \dot{\theta}_m^2}{2} + \frac{J_c \dot{\theta}_c^2}{2} - \frac{k \left(\frac{\theta_m}{n} - \theta_c \right)^2}{2} \dots\dots\dots(5.8)$$

Alors nous déduisons de (5.5) les équations mécaniques suivantes:

$$\begin{cases} J_m \ddot{\theta}_m - \frac{k}{n} \left(\frac{\theta_m}{n} - \theta_c \right) = C_m \\ J_c \ddot{\theta}_c - \frac{k}{n} \left(\frac{\theta_m}{n} - \theta_c \right) = -C_r - C_{r_c} \end{cases} \dots\dots\dots(5.9)$$

D'autre part,

$$C_m = k_c i \dots\dots\dots(5.10)$$

k_c : Constante de couple du moteur

i : courant de commande

Nous pouvons maintenant présenter ce modèle sous forme de représentation d'état.

Le vecteur d'état choisi contient les positions et vitesses de l'arbre-moteur et de l'arbre de sortie.

$$X = [\theta_m \quad \Omega_m \quad \theta_c \quad \Omega_c]^T \dots\dots\dots(5.11)$$

Le modèle d'état s'écrit donc sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{J_m n^2} & 0 & \frac{k}{J_m n} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{k}{J_c n} & 0 & -\frac{k}{J_c} & -\frac{f}{J_c} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_c}{J_m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} I + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J_c} \end{bmatrix} C_r \\ Y = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 0] X \end{cases} \dots\dots\dots(5.12)$$

5.3.1.c.1.c. Compliance de l'axe asservi :

La compliance dynamique est définie par la fonction de transfert entre la position θ_c et le couple extérieur C_r

$$\frac{\theta_c}{C_r} = \left(-\frac{1}{J_c} \right) \frac{s^2 + b_1 s + b_2}{s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4} \dots \dots \dots (5.13)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = \frac{f}{J_c} + \frac{k_c k_\Omega G}{J_m}, a_2 = \frac{k J_\Omega}{J_c J_m} + \frac{k_c k_\Omega G f}{J_c J_m} + \frac{k_c k_r G}{J_m} \\ a_3 = \frac{k f}{J_c J_m n^2} + \frac{k_c k_\Omega G k}{J_c J_m} + \frac{k_c k_r G f}{J_m J_c}, a_4 = \frac{k_c k_r G k}{J_m J_c} \\ b_1 = \frac{k_c k_\Omega G}{J_m}, b_2 = \frac{k}{J_m n^2} + \frac{k_c k_r G}{J_m} \end{array} \right.$$

De ces relations nous pouvons déduire la compliance statique :

$$\left. \frac{\theta_c}{C_r} \right|_{s=0} = \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k_c k_r G n^2} \right) \dots \dots \dots (5.14)$$

La compliance statique de cet axe asservi est la somme de deux termes : le premier correspond à l'inverse de la raideur équivalente k introduite par la transmission, tandis que le second est, entre autres, fonction du gain de retour en position et du rapport de réduction n . Ceci paraît naturel. En effet, si l'on considère l'axe en boucle ouverte ($k_r = 0$), la compliance sera bien l'inverse de la raideur de l'axe. Le fait d'asservir le système revient à ajouter en série avec la raideur de l'axe une seconde raideur fonction de k_r et n .

Il est à noter que si nous considérons un rapport de réduction très grand, la part de compliance due au second terme tend vers zéro. Si, de plus, on considère un axe de grande raideur (k infini), alors la compliance sera nulle. C'est bien ce qui est constaté dans la réalité.

5.3.1.c.2. Les actionneurs fluidiques :

Les actionneurs à fluide sous pression paraissent, d'un premier abord, intéressants car ils utilisent la pression (d'où la notion d'effort) pour créer des déplacements. Nous pouvons, pour ce type d'actionneur, adopter le terme de "compliance inhérente". Cette appellation est en particulier développée par Kawamura et Hayakawa ([64], [65],) et se définit pour un vérin non- asservi, fonctionnant en chambre fermée conformément au schéma de la figure (5.6)

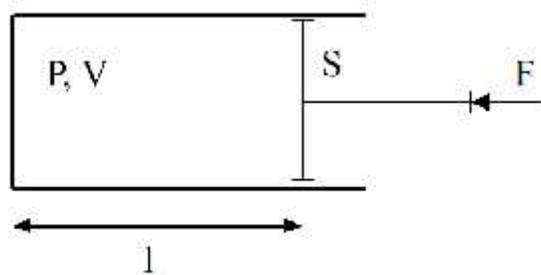


Figure.5.6: Actionneur fluide en chambre fermée

Où P : pression dans la chambre

V : volume de la chambre

S : section du vérin

F : force extérieure

En ce qui concerne l'actionnement hydraulique, l'expression du coefficient de compressibilité de l'huile, homogène à une pression, est définie par:

$$B = - \frac{dP}{\left(\frac{dV}{V} \right)} \dots \dots \dots (5.15)$$

De plus,

$$\begin{cases} F = SP \\ V = Sl \end{cases} \dots \dots \dots (5.16)$$

A partir de ces relations, la raideur d'un tel dispositif est donnée par:

$$Raideur = \frac{1}{Compliance} = \left| \frac{\partial F}{\partial l} \right| = \frac{BS^2}{V} \dots\dots\dots(5.17)$$

Nous constatons que la compliance ne dépend pas dans ce cas de la pression de l'huile. En effet, dans le cas d'une huile de bonne qualité, en particulier ne contenant pas ou très peu d'air dissous, B peut être considéré comme indépendant de la pression.

De la même manière, nous pouvons définir **la compliance inhérente** d'un actionneur pneumatique. Intuitivement, nous pouvons penser que, du fait de la compressibilité de l'air, ils ont naturellement une flexibilité inhérente.

Dans une configuration identique à celle décrite précédemment et dans l'hypothèse d'une transformation adiabatique, on peut écrire:

$$PV^\chi = C^{te} \dots\dots\dots(5.18)$$

avec χ : rapport des chaleurs spécifiques

Un calcul, similaire à celui mené dans le cas hydraulique, conduit à :

$$Raideur = \frac{1}{Compliance} = \left| \frac{\partial F}{\partial l} \right| = \frac{\chi PS^2}{V} \dots\dots\dots(5.19)$$

Nous notons que, dans ce cas, la compliance est inversement proportionnelle à la pression dans la chambre du vérin. Elle sera donc fonction du point de fonctionnement, autour duquel elle évolue. Nous constatons également que les ordres de grandeur des compliances inhérentes que l'on peut obtenir sont très différents : en effet, le coefficient de compressibilité B dans le cas hydraulique est sensiblement égal à $1.2 \cdot 10^9$ Pa alors que dans les conditions normales d'utilisation de l'énergie pneumatique la quantité χP ne dépasse pas 10^6 Pa. Il en résulte un rapport de l'ordre de 1000 dans les valeurs de compliance inhérente d'une énergie à l'autre.

Ainsi, si les comportements, au niveau de la compliance sont comparables, les domaines d'application sont très différents.

Cet usage de l'actionneur fluide en chambre fermée est en fait plutôt à répertorier dans la classe des dispositifs compliants passifs, dont on peut ajuster au préalable la compliance en changeant la pression interne.

La littérature montre que l'énergie pneumatique a plus été utilisée dans un but compliant que l'énergie hydraulique, car plus propre et plus aisée à mettre en oeuvre

En 1995, Ben-Dov et Salcudean [77] ont étudié un actionneur composé de deux vérins asservis montés en opposition.

Les deux vérins sont équipés de capteurs de pression et sont pilotés indépendamment par deux servovalves (Figure (5.7)).

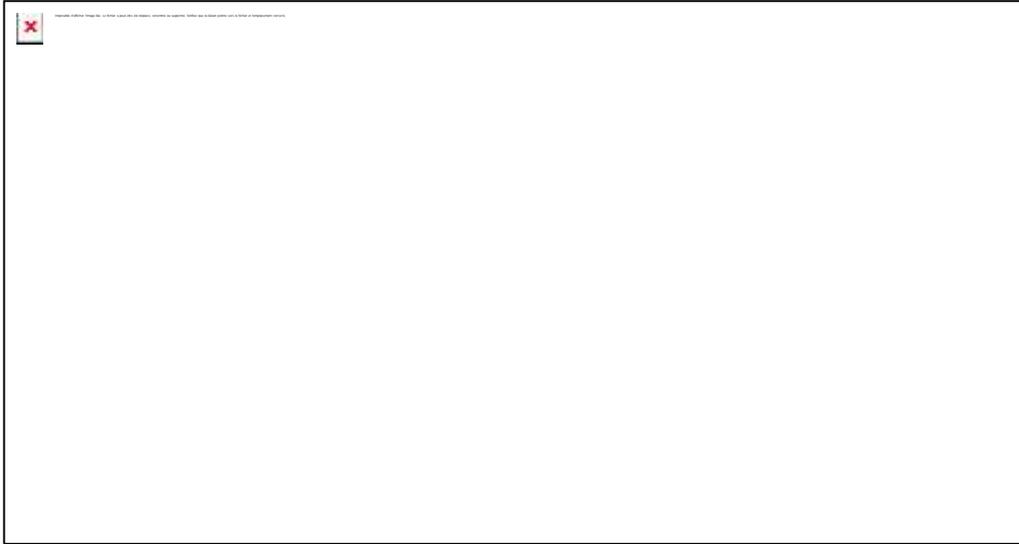


Figure.5.7 : *Actionneur pneumatique à deux vérins*

Les tiges des vérins sont reliées à une même masse. La force exercée par l'actionneur sur la masse est proportionnelle à la différence de pression entre les deux chambres. Pour piloter l'actionneur, une seule servovalve 5 voies est nécessaires, mais pour une commande plus flexibles deux servovalves sont utilisées. En effet, dans ce cas, le point d'équilibre peut être modifié facilement par logiciel en agissant sur les pressions d'équilibre. On modifie ainsi les performances dynamiques et on améliore la répétitivité en force. Le système est commandé à travers un correcteur par avance-retard de phase en série avec un filtre passe-bas atténuant le bruit de mesure.

La même année, Tondu [67] présente un autre type d'actionneur pneumatique souple, composé de muscles artificiels en caoutchouc (inventés dans les années 50 par Mc Kibben).

Durant ses travaux, Tondu a modélisé un actionneur à deux muscles montés en opposition (Figure (5.8)).

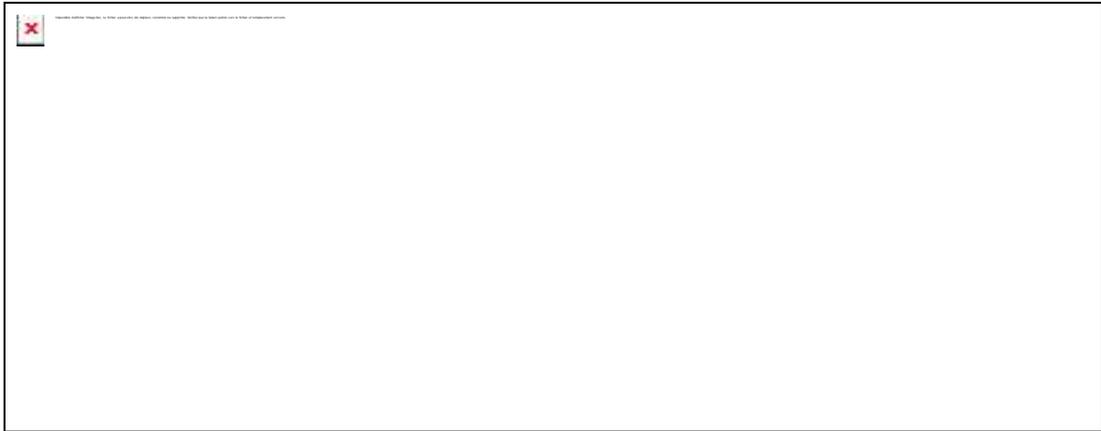


Figure.5.8 : *Actionneur à muscles artificiels*

Un muscle artificiel est constitué d'un tube intérieur fin en caoutchouc recouvert d'une corde tressée en double hélice. Une force de contraction est produite quand le muscle gonfle réduisant sa longueur et augmentant son diamètre. Le modèle donné décrit la façon dont le muscle convertit les forces radiales engendrées par la pression en force de contraction grâce au réseau de pantographes formé par la tresse. La force développée est importante par rapport à la masse de l'actionneur.

5.4. Comparaison des différentes méthodes :

L'étude précédente nous permet de dresser le tableau comparatif suivant, énonçant les avantages et inconvénients des techniques passives et actives.

COMPLIANCE	AVANTAGES	INCONVENIENTS
COMPLIANCE PASSIVE	<ul style="list-style-type: none"> • peu chère • fiable • simple à mettre en oeuvre • réponses rapides 	<ul style="list-style-type: none"> • dédiée à une seule application • ne contrôle pas l'effort de contact
COMPLIANCE ACTIVE	<ul style="list-style-type: none"> • adaptable suivant la tâche • commande fine des efforts de contact 	<ul style="list-style-type: none"> • nécessite une loi de commande • nécessite des actionneurs et capteurs supplémentaires • complexe • onéreuse • fiabilité moyenne en milieu industriel

De plus, l'éventail des solutions envisagées dans ce chapitre fait ressortir des points forts et des points faibles pour chacune des méthodes. Nous les résumons dans le tableau 1.

Dans un premier temps, nous nous intéressons à la tâche compliant que nous souhaitons effectuer. Il nous faut savoir quel type de tâche nous aurons à effectuer. Si la tâche est susceptible de changer dans le temps ou si l'environnement est mal connu ou de raideur variable, la stratégie sera plutôt de choisir une compliance active. Par contre, si c'est une tâche unique et répétitive, nous opterons pour une solution passive dont la compliance est définie au départ. En effet, il n'est pas nécessaire de développer une compliance active qui peut s'avérer coûteuse et exagérément complexe si la tâche est très simple et répétitive.

Une fois ce choix fait, il faut définir la tâche proprement dite et la situer dans son contexte (par exemple dans une chaîne de production) et savoir si l'on dispose déjà d'éléments imposés (par exemple un robot). Ceci éliminera certaines solutions non adaptées à la situation. Par exemple l'utilisation de tables compliantes dans certaines chaînes d'assemblage est impensable car trop complexe à mettre en oeuvre. De même que l'on se dirigera plutôt vers la fixation d'un organe compliant à l'extrémité du robot déjà présent sur le site pour pouvoir s'adapter facilement à l'environnement. Le cadre de la manipulation nous indiquera aussi l'énergie à adopter (pneumatique, électrique...).

Tableau.5.1 : Comparaison des solutions compliantes

TECHNOLOGIE UTILISEE	AVANTAGES	INCONVENIENTS
Organe compliant passif	<ul style="list-style-type: none"> • rapide, simple, fiable • adaptable à un robot industriel 	<ul style="list-style-type: none"> • peu adaptatif. masse additionnelle
Organe compliant actif	<ul style="list-style-type: none"> • adaptable à plusieurs tâches • adaptable à un robot industriel 	<ul style="list-style-type: none"> • masse additionnelle • coût élevé • fiabilité moyenne
Table compliant	<ul style="list-style-type: none"> • pas de masse additionnelle • adaptable à un robot industriel 	<ul style="list-style-type: none"> • difficilement applicable sur une chaîne de production
Actionneur électrique	<ul style="list-style-type: none"> • pas de modification du robot 	<ul style="list-style-type: none"> • irréversibilité du réducteur
Actionneur fluide	<ul style="list-style-type: none"> • pas de modification du robot 	<ul style="list-style-type: none"> • mouvement de translation • mise en oeuvre onéreuse • frottements importants
Bras flexible	<ul style="list-style-type: none"> • robot souple, léger 	<ul style="list-style-type: none"> • conception d'un robot particulier • oscillatoire • contrôle complexe • peu adaptatif
Transmission flexible	<ul style="list-style-type: none"> • simple 	<ul style="list-style-type: none"> • oscillations • contrôle très complexe • peu adaptatif
Commande compliant	<ul style="list-style-type: none"> • pas de modification du robot • adaptable à plusieurs tâches 	<ul style="list-style-type: none"> • parfois lent • trop complexe

5.5. Contrôle de la compliance d'un bras de robot :

Le contrôle de la compliance de l'actionneur à soufflet, décrite dans le chapitre précédent, apparaît intéressant car il permet de doter de souplesse le robot ainsi piloté en cas de contact sans toutefois altérer sa précision de positionnement quand il n'est pas contraint.

Les robots parallèles étant réputés avoir une raideur leur donnant une bonne précision, l'actionnement par soufflet métallique permettrait de conserver cette performance en précision tout en rendant compliant le comportement lors d'une tâche de contact. C'est ce que nous nous proposons de montrer et de vérifier dans ce chapitre sur un prototype à un bras simulant le comportement d'un tiers de robot DELTA.

5.5.1. Comparaison robots séries/robots parallèles :

5.5.1.a. Les robots séries :

Dans les années 70, pratiquement tous les robots sont des bras manipulateurs dont les actionneurs sont placés en série (caractère anthropomorphique). Ce type de robot, parfois appelé robot sériel, est défini de la façon suivante:

La structure articulée est une chaîne ouverte formée d'une succession de segments reliés entre eux par des liaisons à un degré de liberté ; chaque articulation est commandée par un actionneur situé à l'articulation ou sur l'un des segments précédents.

Ces robots ont pour avantage de disposer d'un grand volume de travail et d'être relativement simples sur le plan des calculs liés à leur commande. Par contre, ces robots présentent des inconvénients quand il s'agit d'effectuer des tâches demandant de la précision (ex : assemblage) ou des tâches devant être exécutées avec rapidité.

Les principaux défauts des robots série sont les suivants :

- Une inertie élevée due aux masses réparties sur toute la chaîne cinématique (actionneurs et organes de transmission) peut engendrer des erreurs de positionnement, des oscillations et surtout limite la rapidité. Ceci entraîne un rapport (charge utile/masse du robot) qui n'est jamais supérieur à 0.15 dans le meilleur des cas.
- Un manque de rigidité dû à la mise en série d'éléments souples. Le fait que les éléments soient disposés en série implique que chaque segment doit supporter la charge, mais aussi la masse des segments suivants. Si l'on souhaite une bonne répétitivité, celle-ci peut être obtenue en rendant les

segments plus rigides, donc en alourdissant la structure,

- Une fatigue et une usure des liaisons de puissance assurant l'alimentation des actionneurs peut engendrer des pannes plus fréquentes,
- Une fatigue et une usure des liaisons assurant la circulation des informations entre les capteurs et la commande a des conséquences importantes sur la sécurité car une erreur de transmission peut engendrer des mouvements désastreux du robot.

Les robots à structure parallèle peuvent être une solution pour pallier certains de ces inconvénients.

5.5.1.b. Les robots parallèles :

Un robot parallèle est constitué d'une plate-forme fixe et d'une plate-forme mobile (souvent appelée nacelle). La plate-forme mobile est reliée à la plate-forme fixe par plusieurs chaînes cinématique en parallèle. L'ensemble forme une chaîne cinématique fermée de telle sorte que la définition simplifiée d'un robot parallèle peut être la suivante :

Un manipulateur parallèle est constitué d'un organe terminal à n degrés de liberté et d'une base fixe, reliés entre eux par au moins deux chaînes cinématiques indépendantes, la motorisation s'effectuant par n actionneurs simples.

Le fait de mettre en parallèle plusieurs chaînes cinématiques entraînées chacune par un actionneur offre les avantages suivants :

- La capacité de charge est généralement plus importante que celle d'un robot série avec un poids de robot équivalent,
- Cette structure parallèle donne la possibilité d'obtenir des mouvements à haute dynamique car les accélérations sont élevées,
- La masse mobile est faible, car les actionneurs sont souvent solidaires de la plate-forme fixe contrairement aux robots série qui comportent des actionneurs sur certaines articulations,
- La fréquence propre de tels robots est élevée donc les erreurs de répétitivité dues aux oscillations incontrôlées de la structure mobile, observées sur les robots série, sont minimisées,
- Une bonne rigidité mécanique confère aux structures parallèles une bonne précision;
- La possibilité de positionner les actionneurs directement sur la base fixe procure de nombreux avantages. Tout d'abord, cela offre un choix important pour les actionneurs car leur masse n'est plus un critère de sélection du fait qu'elle n'intervient pas dans l'inertie. Les problèmes de liaison entre

actionneurs, capteurs et contrôleur sont simplifiés. Les moteurs sont plus facilement isolables de l'espace de travail dans le cas d'applications en atmosphère propre,

- La symétrie des robots parallèles donne la possibilité de fabrication en série car le robot est composé de plusieurs parties identiques.

En contre partie de ces avantages, les robots parallèles présentent des inconvénients par rapport aux robots séries :

- Un des principaux inconvénients est la limitation du volume de travail d'une structure parallèle,
- Le modèle géométrique est parfois difficile à obtenir,
- La présence de singularités peut conduire à une perte de contrôle de la structure mobile,
- Le fait qu'il existe un couplage fortement variable entre les différentes chaînes cinématiques complique souvent le réglage et oblige à surdimensionner les actionneurs pour contourner cette difficulté.

5.5.1.c. Historiques des robots parallèles :

5.5.1.c.1. La motorisation des robots parallèles :

Il existe plusieurs stratégies possibles pour piloter un robot parallèle : soit par actionneurs linéaires, soit par actionneurs rotoïdes.

Les premiers robots à structure parallèle étaient basés sur le principe montré sur la figure suivante :

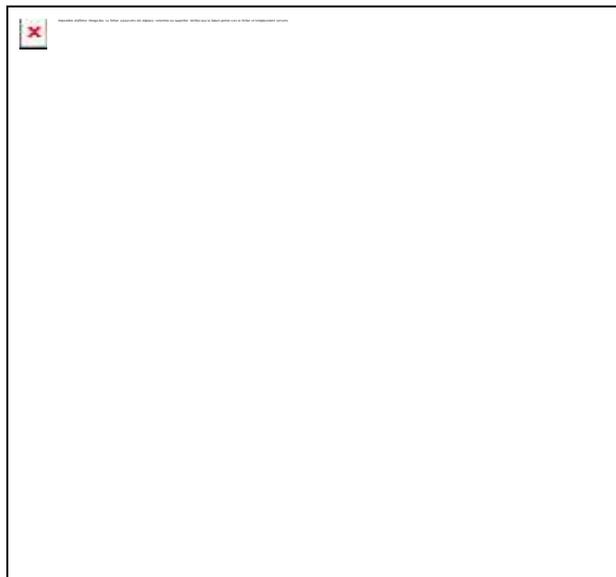


Figure.5.9 : *Plate-forme de Stewart*

Cette structure, dite de Stewart, est composée de deux plateaux reliés par six vérins placés en parallèle, ce qui en fait un système à six degrés de liberté.

Ces structures parallèles sont destinées généralement à des tâches d'orientation et sont pour cela souvent utilisées en poignet d'un robot série.

Il existe plusieurs variantes de ce type de robot parallèle, leurs différences concernant le nombre d'actionneurs (donc le nombre de degrés de liberté) et la forme des plateaux.

Pour ce type de manipulateur d'orientation, l'emploi d'actionneurs rotoïdes est assez rare, ils sont en général pilotés par des actionneurs linéaires, avec la possibilité d'utiliser les trois énergies classiques : électrique, pneumatique et hydraulique.

La commande par actionneurs électriques, la plus courante, a largement été étudiée dans la littérature. Cependant, l'usage de tels actionneurs est un facteur limitant la dynamique du système à cause de la lourdeur (limitant aussi la charge utile) et de l'encombrement de ces dispositifs, tout particulièrement quand la structure parallèle est utilisée en poignet actif.

Pour pallier ces problèmes, l'usage de vérins pneumatiques peut être envisagé. En effet, ces actionneurs sont réputés avoir une bonne dynamique. C'est le cas d'étudier les structures choisit de même des actionneurs pneumatiques pour concevoir un robot léger, à fort pouvoir d'accélération. Par contre, la commande de tels actionneurs est plus complexe.

L'actionnement hydraulique, quant à lui, est plutôt destiné à des manipulateurs de grandes dimensions (plates-formes pour simulateurs de vol...). En effet, les vérins hydrauliques sont capables de développer des efforts importants avec une dynamique intéressante.

Un autre type de robot parallèle est plutôt dédié à des opérations de transfert. Une des structures les plus connues est sans doute le robot DELTA, dont l'architecture est représentée figure (5.10).

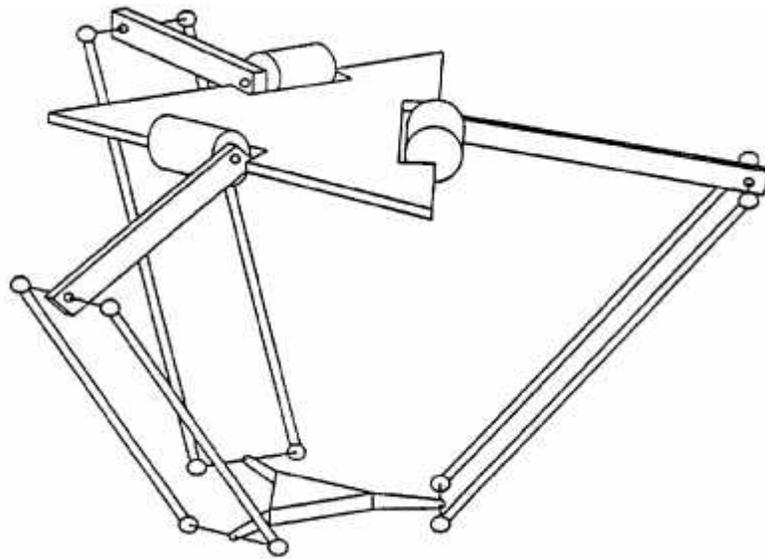


Figure.5.10 : *Structure du robot DELTA*

Ces manipulateurs étant destinés à transporter des charges, il est nécessaire d'alléger le plus possible leurs masses en mouvement pour conserver une charge utile maximum. De nombreuses réalisations sont décrites dans la littérature. On peut par exemple citer, de façon non-exhaustive, des structures dérivées de la structure DELTA ; le robot STAR [68] actionné par trois moteurs reliés à de longues vis sans fin convergentes entraînant chacune un parallélogramme, le robot HEXA [69] reprenant le principe du robot DELTA mais en l'étendant à 6 degrés de liberté en actionnant chaque bras par une paire d'actionneurs rotatifs en parallèle, le robot 2-DELTA [70] constitué de deux robots DELTA imbriqués, permettant de découpler les mouvements de translation et de rotation de l'outil.

5.5.1.c.2. La compliance des robots parallèles :

Il est généralement admis qu'une des caractéristiques des robots parallèles réside dans leur raideur supérieure à celle des robots séries. En effet, ces derniers sont naturellement plus souples du fait de la mise en série des éléments qui le composent. Cependant, cette souplesse passive nuit au positionnement du robot en l'absence de contraintes extérieures et de plus, les déformations dues à cette flexibilité ne sont pas mesurées par les capteurs du robot.

Grâce à sa structure mécanique fermée entraînant une raideur importante, le robot parallèle est

capable d'une grande précision de positionnement. Néanmoins, ceci peut devenir un inconvénient pour les tâches de contact. Il est donc intéressant dans ce cas de doter "artificiellement" le robot de flexibilité. Pour cela, deux alternatives sont possibles : on peut ajouter de l'élasticité dans l'architecture du mécanisme comme c'est le cas par exemple pour la "main gauche" de l'INRIA [65]. Ces amortisseurs élastiques sont insérés dans les segments de telle façon que la compliance soit contrôlable ; ils permettent, de plus, de protéger les capteurs d'effort présents sur les bras. Une autre application, concernant les microrobots parallèles, utilise des soufflets métalliques. Ce type de robot bénéficie, ainsi, de la bonne précision des soufflets et de leur flexibilité naturelle.

Dans le cas où les bras sont considérés comme rigides, la compliance provient des actionneurs.

Pour les manipulateurs destinés à orienter, l'actionnement pneumatique s'avère être intéressant. Il est utilisé sur une structure parallèle à trois degrés de liberté. Ce manipulateur est naturellement compliant en translation, le long de la direction d'approche, et en rotation autour des axes perpendiculaires à cette direction, tandis qu'il est raide dans les autres directions. Il est donc bien adapté à une commande hybride position/force.

Considérons maintenant les robots de transfert : ils sont en général conçus de façon à être le plus rigides possible pour avoir une bonne précision de positionnement et sont, de ce fait, peu compliants. Cependant, il peut être intéressant de leur conférer un comportement souple lors de la pose et de la dépose de leur charge, ce qui permettrait d'étendre leur domaine d'utilisation.

Nous proposons ainsi de reprendre la structure du robot DELTA et de la doter de compliance par l'intermédiaire de son actionnement. Pour cela, nous avons choisi de munir ce robot d'actionneurs à soufflets métalliques, dont nous avons précédemment étudié la compliance. L'originalité de cette idée réside dans l'utilisation d'actionneurs linéaires, non pas dans l'axe des bras, mais pour les faire pivoter. Nous gardons ainsi tout l'avantage d'une structure légère.

Nous bénéficions donc des bonnes performances dynamiques et de positionnement de la structure DELTA, auxquelles nous ajoutons la compliance nécessaire pour élargir son champ d'action à des tâches mettant le robot en contact avec son environnement.

Néanmoins, la conception d'un tel robot étant assez complexe, nous avons préféré, dans un premier temps, réaliser le prototype d'un bras du robot pour tester la faisabilité d'un tel robot et les performances qui sont envisageables.

5.5.1.d. Le robot DELTA :

Le robot DELTA est né d'un besoin industriel. Le problème posé consistait à conditionner des pièces légères (chocolats) de quelques grammes à une cadence de trois transferts par seconde. Le cahier des charges contenait en outre des contraintes quant à la répétitivité ($\pm 0,5\text{mm}$), à la surface de travail ($300 \times 400 \text{ mm}^2$) et imposait l'utilisation de moteurs électriques pour des raisons de coût et de propreté.

Ces performances visées excluaient l'utilisation de robots du marché. Pour atteindre la cadence de travail souhaitée, le robot doit posséder de bonnes capacités d'accélération et de freinage en utilisant des actionneurs puissants et en ayant une structure mobile très légère.

Une étude a donc mené à la conception du robot, montré sur la figure (5.10).

La base fixe du robot DELTA se situe dans la partie haute et soutient les 3 moteurs placés à 120° . Les chaînes de liaison entre la base et la nacelle (plate-forme mobile) comprennent un bras actionné par un moteur et lié à l'autre extrémité à un avant-bras constitué d'un parallélogramme qui transmet le mouvement à la nacelle par l'intermédiaire d'une liaison rotoïde.

Il est à noter que grâce à cette structure, l'orientation de la nacelle est maintenue horizontale.

Le robot DELTA est aujourd'hui en général utilisé pour le conditionnement, mais aussi, par exemple, pour supporter un microscope en salle d'opération. Pour l'étude du prototype, nous avons employé le modèle simplifié, couramment utilisé, consistant à considérer la nacelle comme réduite à un point.

5.5.1.d.1. Dimensionnement du prototype :

Pour garder une taille d'actionneur raisonnable et compte-tenu du type d'actionneur que nous utilisons, sa course est fixée à 30mm. Ceci a guidé notre choix en ce qui concerne la limitation du débattement des bras à 60° , pour bénéficier d'un bras de levier suffisant et transmettre correctement les efforts.

Les dimensions des bras du robot ont, au départ, été inspirées d'un robot DELTA commercialisé : le DELTA 580. Après différents tests en simulation, elles ont été optimisées de façon à s'adapter à notre type d'actionnement en prenant en compte le débattement choisi tout en restreignant l'encombrement du robot.

Les simulations ont mené au choix suivant (cotes repérées figure (5.11)):

$$\begin{cases} a = 150\text{mm} \\ b = 350\text{mm} \\ c = 400\text{mm} \end{cases} \dots\dots\dots (5.20)$$

De telles dimensions conduisent à un volume de travail inscrit dans un cylindre de 150mm de rayon et d'une hauteur de 100mm.

Compte-tenu de ces dimensions, l'implantation de l'actionneur se situe à $f = 31.5\text{mm}$ du point de rotation M.

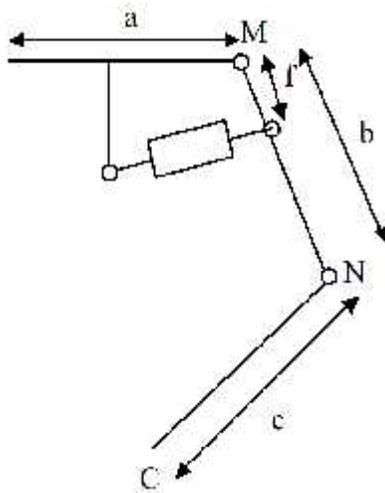


Figure.5.11 : Dimensions d'un bras

5.5.1.d.2. Le prototype :

Les dimensions étant maintenant définies, la conception d'un prototype d'essai à un seul bras nécessite le guidage du point terminal C. En effet, dans le cas d'un robot DELTA, la position de la nacelle est contrainte par la position des trois bras. L'extrémité libre de notre prototype sera donc guidée grâce à un troisième segment relié au bras selon le principe montré figure (5.12).

La longueur de ce troisième segment est fixée de façon à ce que le point C se trouve placé au repos dans une configuration comparable à celle d'un robot DELTA.

Le schéma de notre prototype est donné figure (5.12).

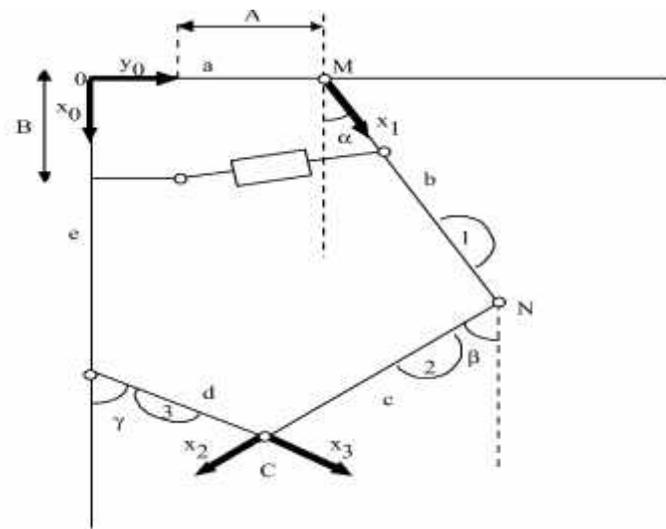


Figure.5.12: Schéma géométrique du prototype

Les cotes définitives du prototype schématisé figure (5.12). sont les suivantes:

Les longueurs sont données en mm.

$$\begin{array}{ll}
 a = 233 & A = 115 \\
 b = 350 & B = 90 \\
 c = 400 & \\
 d = 378 & \\
 e = 346 & \\
 f = 31,5 &
 \end{array}$$



Figure.5.13 : *Schéma du prototype*

Le schéma de la figure (5.13) représente le prototype piloté par l'actionneur à un seul soufflet, tandis que sur la photographie de la figure (5.14), le prototype est piloté par l'actionneur à double soufflet. La figure (5.14) montre le dispositif expérimental conçu au laboratoire.

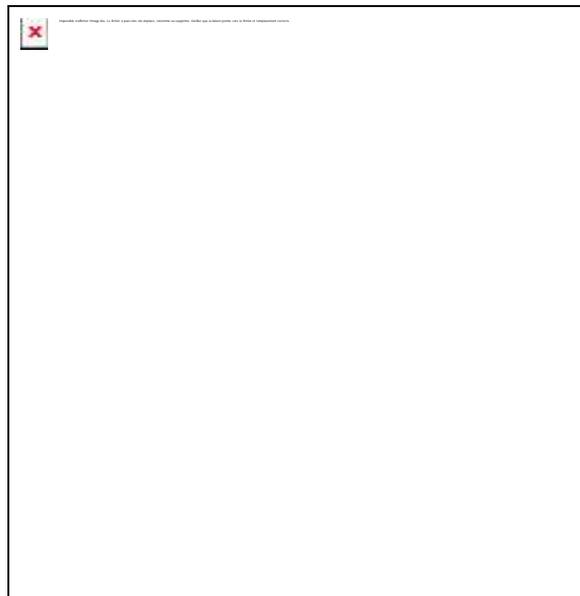


Figure.5.14 : *Prototype expérimental*

5.6. Etude géométrique du prototype :

Le modèle géométrique direct du bras de robot décrit précédemment est déterminé ci-dessous. Tous les paramètres γ, s, x, u et x (figure (5.12) et (5.15)) sont dépendants ; nous pouvons donc exprimer ces angles en fonction d'un unique paramètre.

Ainsi, les angles s et x s'expriment en fonction de γ par les expressions ci-dessous:

$$s = \arccos \left(\frac{a^2 + e^2 + c^2 + b^2 - d^2 - 2be \cos(\gamma) + 2ab \sin(\gamma)}{\sqrt{(2ce - 2bc \cos(\gamma))^2 + (2ac + 2bc \sin(\gamma))^2}} \right) - \arctan \left(\frac{2ac + 2bc \sin(\gamma)}{2ce - 2bc \cos(\gamma)} \right) \dots(5.21)$$

$$x = -\arccos \left(\frac{e^2 + a^2 + b^2 + d^2 - c^2 - 2be \cos(\gamma) + 2ab \sin(\gamma)}{\sqrt{(2bd \cos(\gamma) - 2de)^2 + (2bd \sin(\gamma) + 2ad)^2}} \right) + \arctan \left(\frac{2bd \sin(\gamma) + 2ad}{2bd \cos(\gamma) - 2de} \right) \dots(5.22)$$

Le schéma de la figure (5.15) représente l'implantation géométrique de l'actionneur sur le bras de robot.

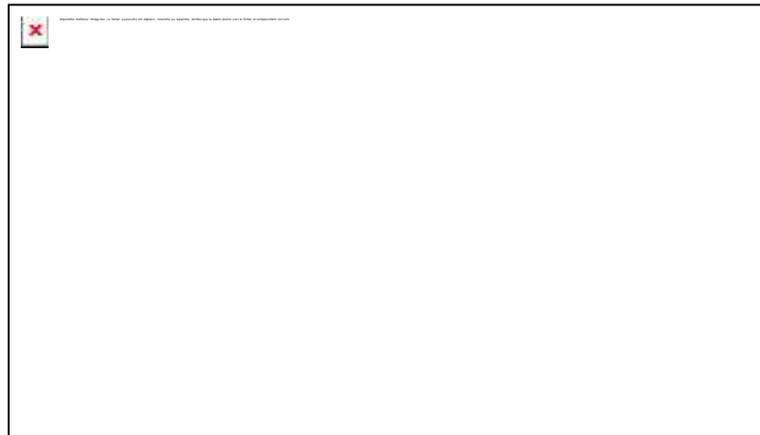


Figure.5.15 : *Implantation géométrique de l'actionneur*

De même que précédemment, nous pouvons exprimer l'angle u , que fait l'actionneur avec l'horizontale, en fonction de l'angle γ :

$$u = \arctan \left(\frac{B - f \cos(\gamma)}{A + f \sin(\gamma)} \right) \dots\dots\dots(5.23)$$

L'expression de l'angle γ du premier bras en fonction de la position x de l'actionneur est:

$$\gamma = 2 \arctan \left[\frac{1}{2} \left(\frac{4Af - \sqrt{(4A^2 f^2 - x^4 + 2x^2 A^2 + 2x^2 B^2 - 2B^2 A^2 - B^4 - A^4 + 4B^2 f^2)}}{x^2 - B^2 - A^2 - 2Bf} \right) \right] \dots(5.24)$$

Cette relation (5.24) combinée aux relations (5.21), (5.22) et (5.23) permet d'exprimer tous les angles de la structure en fonction de la position x de l'actionneur.

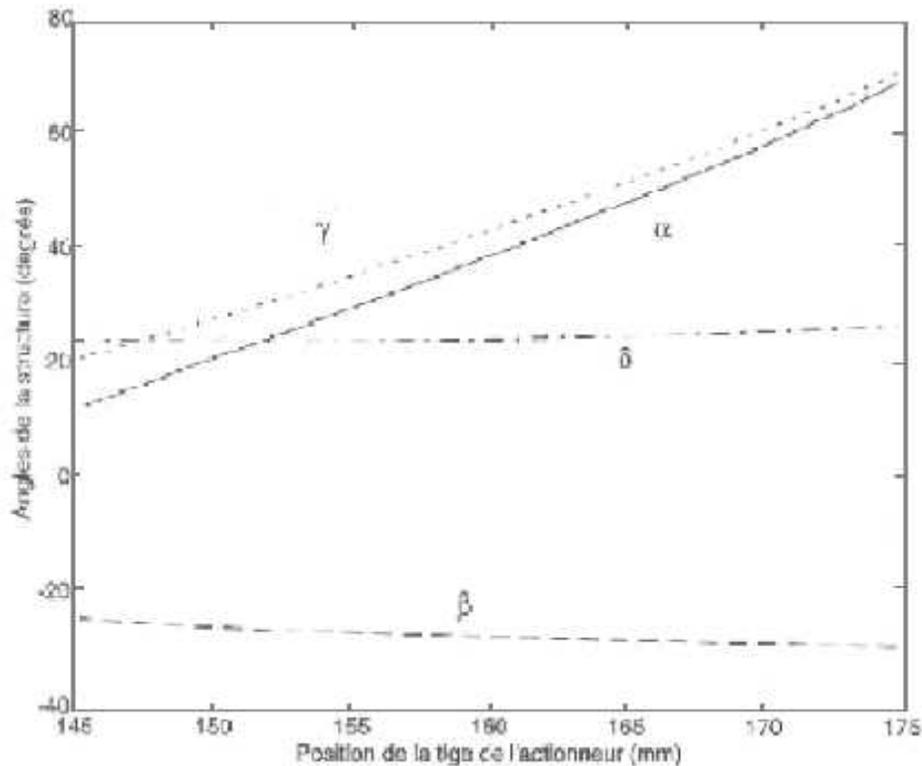


Figure.5.16 : Angles en fonction de la position de l'actionneur

Sur la figure (5.16) sont représentés les angles γ , δ , α et β (en degrés) pour une position de la tige de l'actionneur variant de 145 à 175mm et couvrant donc la totalité de la course, soit 30mm. Nous notons que sur cette plage, varie peu et que la variation de chaque angle en fonction de la position de l'actionneur est quasi-linéaire. Nous pouvons ainsi obtenir des expressions linéarisées pour ces quatre angles, plus simples que les expressions complètes, et en particulier pour l'angle α permettant de déterminer les coordonnées du point C. L'approximation linéaire de α en fonction de x conduit à:

$$\chi = 0.0292x - 3.9133 \dots \dots \dots (5.25)$$

Avec : x en mm et χ en radians.

La figure (5.17) compare les résultats exacts obtenus par la relation (5.22) et par l'approximation (5.25).

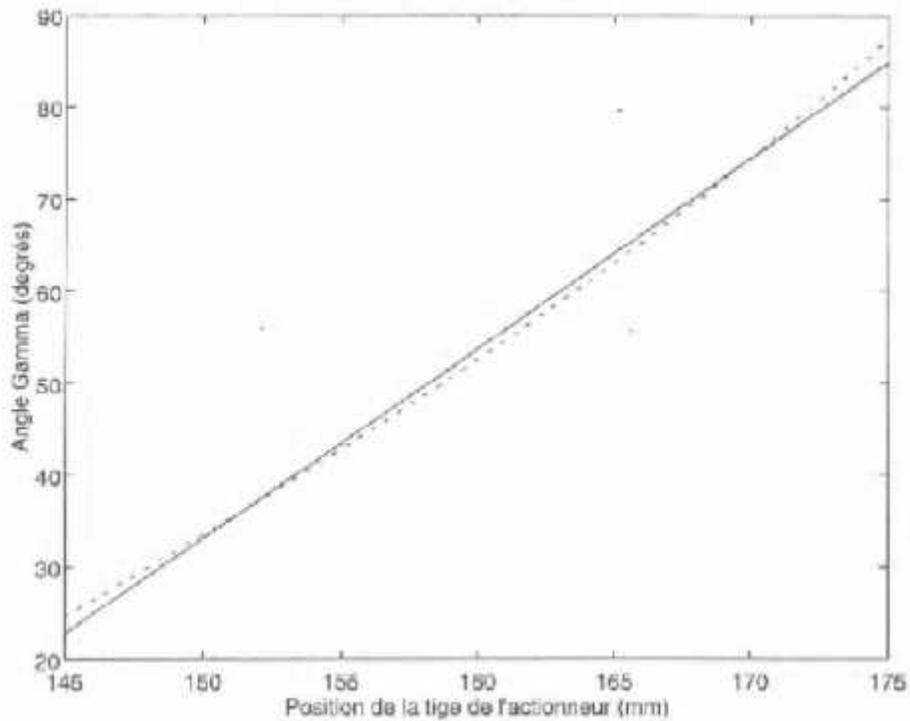


Figure.5.17 : Approximation de l'angle χ en fonction de x

L'approximation étant correcte sur toute la plage de variation, nous adoptons l'expression (5.25) dans la suite des calculs.

Le point C a pour coordonnées (X_c, Y_c) , nous pouvons exprimer celles-ci en fonction de l'angle χ que nous connaissons, qui dépend lui-même de la position x de l'actionneur.

$$\begin{cases} X_c = e + d \cos \chi \\ Y_c = d \sin \chi \end{cases} \dots \dots \dots (5.26)$$

5.7. Compliance du prototype :

5.7.1. Expression de la compliance du bras :

Quel soit le mode de compliance choisi, le but recherché lors de tâches nécessitant un contact avec l'environnement est de doter le robot d'un comportement global compliant.

C'est-à-dire que nous souhaitons avoir à l'extrémité en contact un comportement régi par l'équation suivante:

$$F = -Kx \dots\dots\dots(5.27)$$

Où x est la déflexion due à la présence de l'effort de contact en bout de robot,

F : est le vecteur de l'effort de contact (il contient les forces et les moments),

K : est la matrice de raideur souhaitée à l'extrémité du robot.

Grâce à la matrice jacobéenne du manipulateur (J), nous pouvons exprimer les deux relations suivantes :

$$\ddagger = J^T F \dots\dots\dots(5.28)$$

$$ux = Juq \dots\dots\dots(5.29)$$

Où t est le vecteur des efforts aux articulations du robot, q est la déflexion observée pour chaque variable articulaire, due à l'effort de contact en bout de robot. Dans le cas où la souplesse est à attribuer uniquement aux actionneurs, la matrice de compliance C en bout de robot est alors donnée par la relation suivante:

$$C = JK_{act}^{-1} J^T \dots\dots\dots(5.30)$$

Où K_{act} est une matrice diagonale contenant la raideur liée à chaque variable articulaire.

On note que la compliance en bout de robot dépend des raideurs de chaque articulation et de la jacobéenne du manipulateur. La matrice jacobéenne étant différente suivant la configuration du robot, la compliance dépendra aussi de la configuration du robot.

Pour une configuration du robot donnée, l'amplitude de la déflexion de l'extrémité du robot dépendra de la direction de la force de contact.

Notre étude se situe dans le cas monovariante; nous cherchons à exprimer la compliance au point C en fonction de la compliance $C = \frac{\partial x}{\partial F_s}$ de l'actionneur, compliance que nous maîtrisons (F_s est la force présente à l'extrémité du soufflet et x est le déplacement du soufflet).

L'effort présent au point de contact C pouvant se décomposer selon les axes X_0 et Y_0 en deux composantes et nous cherchons donc à exprimer les quatre termes de la matrice de compliance suivante:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x_c}{\partial F_{cx}} & \frac{\partial x_c}{\partial F_{cy}} \\ \frac{\partial y_c}{\partial F_{cx}} & \frac{\partial y_c}{\partial F_{cy}} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(5.31)$$

Pour cela, nous allons, dans un premier temps, établir la relation liant l'effort F (c'est-à-dire F_{cx} et F_{cy}) à F_s . Puis, à partir des relations géométriques (5.26), nous établirons l'expression de la compliance du bras au point C.

Notre étude est basée sur l'hypothèse suivante : l'effort F ne modifie pas la position initiale du bras nous supposons que nous n'avons que de petits déplacements autour de l'équilibre noté "o" par la suite.

5.7.1.a. Relation entre F_s et F_c :

La force **F** présente au point C se décompose en fait en deux forces F_c et F_d respectivement transmises en traction-compression dans les axes des barres 2 et 3.

Ainsi, seul l'effort F_c intervient pour le calcul de la relation entre F et F_s .

La décomposition des efforts est montrée Figure (5.18).

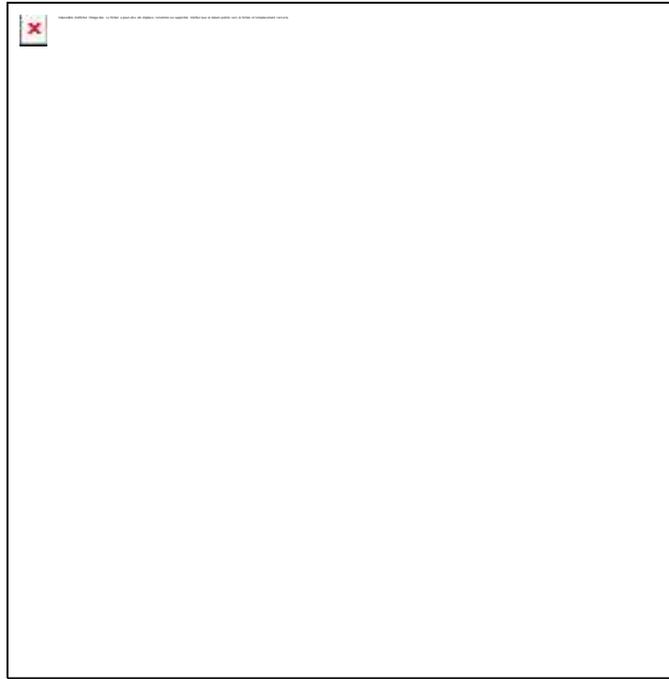


Figure.5.18 : *Efforts appliqués en bout de bras*

Nous ne prenons volontairement pas en compte les masses des barres dans cette modélisation, car nous nous plaçons autour d'un point de fonctionnement. En effet, pour une configuration du bras donnée, les masses des bras n'interviennent pas sur la compliance statique.

Considérons la barre 1, schématisée Figure (5.19):

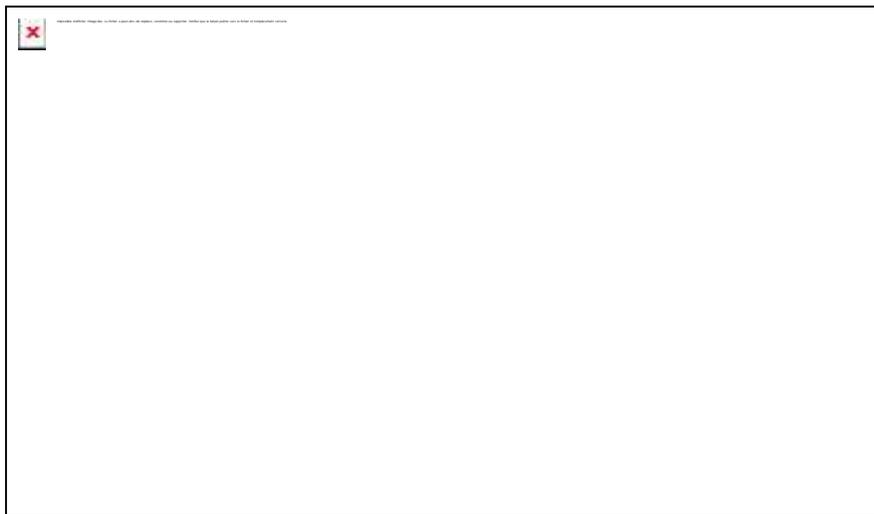


Figure.5. 19 : *Efforts appliqués sur la barre J*

Pour une configuration d'équilibre donnée xO , le moment des forces appliquées sur le solide (1) par rapport à M permet d'écrire:

$$\frac{F_s}{F_c} = \frac{b \sin(\Gamma_0 + S_0)}{f \cos(\Gamma_0 - U_0)} \dots \dots \dots (5.32)$$

Par ailleurs, la projection de F_c dans le repère $(0, x_0, y_0, z_0)$ permet d'écrire :

$$\begin{cases} F_{cx} = F_c \cos S \\ F_{cy} = -F_c \sin S \end{cases} \dots \dots \dots (5.33)$$

La compliance globale du bras établira donc une relation entre le déplacement du point C décrit par ∂x_c et ∂y_c et l'effort présent en ce même point, défini par F_{cx} et F_{cy} .

5.7.1.b. Compliance globale du bras :

Nous nous plaçons dans l'hypothèse de petites variations autour d'un point d'équilibre. Dans ce cas, la dérivation des expressions (5.26) et la combinaison avec (5.25) permettent d'écrire :

$$\begin{cases} \partial x_c = 11.0376 \sin(0.0292x_0 - 3.9133) \partial x = T_{xc} \partial x \\ \partial y_c = -11.0376 \cos(0.0292x_0 - 3.9133) \partial x = T_{yc} \partial x \end{cases} \dots \dots \dots (5.34)$$

Des équation (5.32) et (5.34), nous tirons:

$$\begin{cases} \partial x_c = CT_{xc} \frac{b \sin(\Gamma_0 + S_0)}{f \cos(\Gamma_0 - U_0)} F_c \\ \partial y_c = CT_{yc} \frac{b \sin(\Gamma_0 + S_0)}{f \cos(\Gamma_0 - U_0)} F_c \end{cases} \dots \dots \dots (5.35)$$

En prenant en compte l'équation (5.33), l'équation (5.35) s'écrit donc

$$\begin{pmatrix} \partial x_c \\ \partial y_c \end{pmatrix} = C \frac{b \sin(\Gamma_0 + S_0)}{f \cos(\Gamma_0 - U_0)} \begin{pmatrix} \frac{T_{xc}}{\cos S_0} & -\frac{T_{xc}}{\sin S_0} \\ \frac{T_{yc}}{\cos S_0} & -\frac{T_{yc}}{\sin S_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{cx} \\ F_{cy} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (5.36)$$

Pour chaque configuration du bras, nous avons donc obtenu l'expression de la compliance statique de la structure en fonction de la compliance de l'actionneur. La compliance du bras est décrite par quatre termes:

$$\begin{pmatrix} \partial x_c \\ \partial y_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1(C, x_0) & C_2(C, x_0) \\ C_3(C, x_0) & C_4(C, x_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{cx} \\ F_{cy} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(5.37)$$

Pour étudier l'influence de la configuration sur la compliance globale du bras, nous fixons une compliance donnée de l'actionneur et observons l'effet d'un changement de position d'équilibre sur la compliance du bras.

La figure (5.20) représente les quatre termes de la compliance (C_1, C_2, C_3, C_4) du bras en fonction de la position de l'actionneur.

Nous remarquons que sur une grande partie de la course de l'actionneur, la configuration du robot agit pratiquement linéairement sur la compliance du bras.

Quant à l'influence de la compliance de l'actionneur sur la compliance du bras, elle agit linéairement pour une configuration donnée. Comme l'indique la relation (5.36), la plage de variation envisageable pour la compliance du bras est donc liée à la plage de variation de la compliance de l'actionneur.

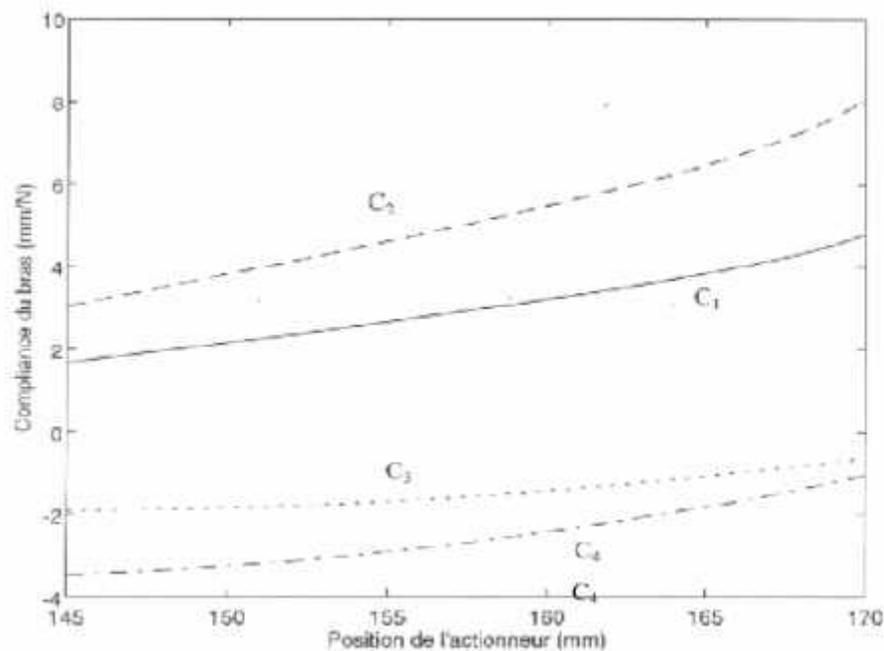


Figure.5.20 : Evolution de la compliance du bras en fonction de la configuration

5.7.2. Validation expérimentale :

Un effort F_c connu est appliqué au point C dans la direction de la barre 2.

La position de l'actionneur étant asservi à $x = 155$ mm et sa compliance étant réglée à une valeur fixée par un ajustement approprié du gain r_F , nous observons, pour différentes valeurs de l'effort F_c appliqué, le déplacement δy_c qui en résulte.

Ceci a été réalisé pour différentes valeurs de l'effort F_c et pour trois réglages de la compliance de l'actionneur: $r_F = -0.01, 0$ et 0.025 .

Les tests ont été menés avec un actionnement par l'actionneur à double soufflet et pour le réglage de gains de retour d'état suivant :

$$\begin{cases} r_1 = 600 \\ r_2 = 2 \\ r_3 = 10^{-5} \\ r_8 = 2 \cdot 10^{-5} \end{cases} \dots\dots\dots(5.38)$$

Pour chaque essai, le déplacement δy_c a été mesuré et est représenté (en valeur absolue) sur les figures (5.21) et (5.22), respectivement en fonction de F_{cx} et de F_{cy} et ceci pour trois réglages différents de la compliance de l'actionneur. Ces deux figures confrontent les points expérimentaux (* et o) aux résultats issus des calculs à partir de la relation (5.37) (droites).

Une variation de la compliance du bras est donc expérimentalement observée en fonction de la variation de la compliance de l'actionneur, conformément aux prévisions théoriques.

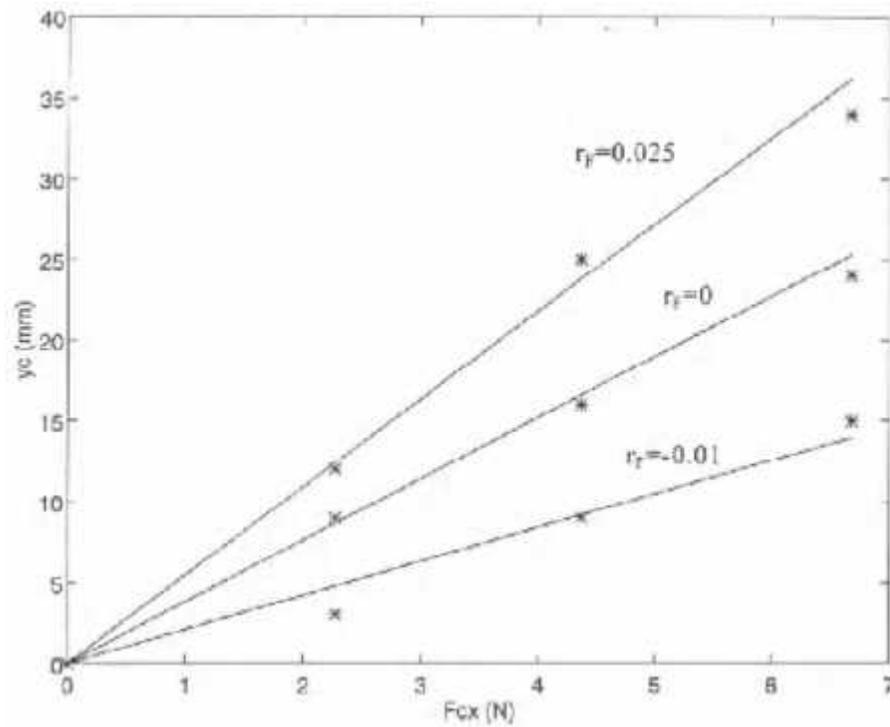


Figure.5.21 : Déplacement δy_c en fonction de F_{cx}

Nous observons une bonne adéquation des résultats théoriques et expérimentaux.

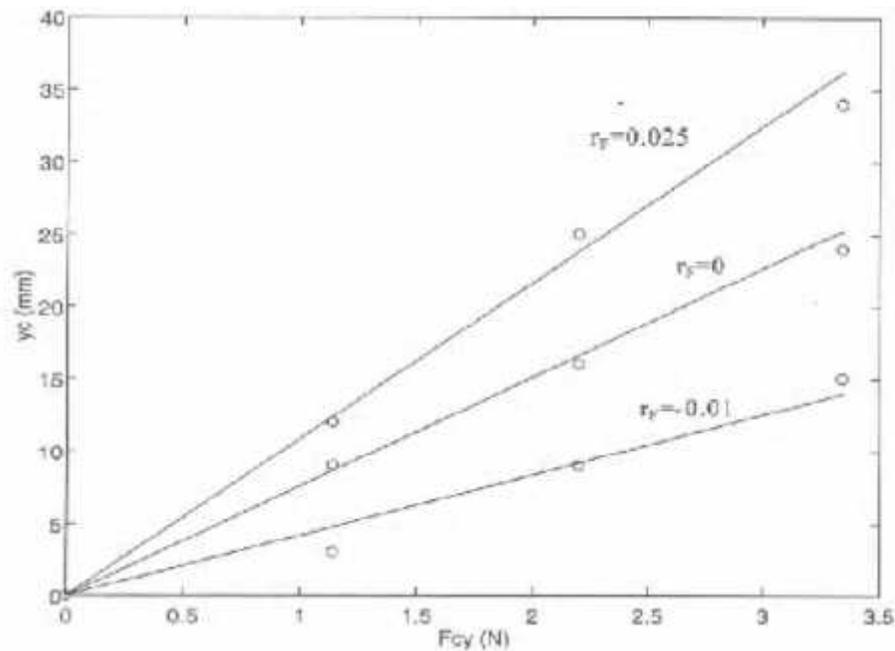


Figure.5.22 : Déplacement δy_c en fonction de F_{cy}

Nous pouvons aussi observer numériquement les variations de la compliance globale du bras pour les différents réglages de r_F .

r_F	-0,01	0	0,025
Compliance du bras (mm/N)	$\begin{pmatrix} 0.74 & 1.42 \\ -1.06 & -2.02 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1.41 & 2.71 \\ -2.02 & -3.85 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2.02 & 3.87 \\ -2.88 & -5.51 \end{pmatrix}$

Pour chaque configuration, nous sommes donc en mesure de modifier la valeur de la compliance du bras, simplement en agissant sur le paramètre r_F . De plus, rappelons que la compliance du bras est une fonction linéaire de ce paramètre, ce qui facilite son réglage.

5.7.3. Conclusions :

Dans ce chapitre, nous avons évoqué la possibilité de piloter un robot parallèle à l'aide d'un actionneur, afin de conférer au robot un comportement compliant.

Nous avons présenté le prototype à un bras conçu au laboratoire et destiné à tester les performances de notre actionneur. Suite à l'établissement du modèle géométrique de ce bras articulé actionné par soufflets métalliques, nous avons montré qu'il était possible, pour une configuration donnée du robot, d'agir linéairement sur la compliance observée au point terminal du prototype, simplement en réglant la compliance de l'actionneur.

4.10. L'étalonnage des robots :

Les méthodes par intervalles ont connu de nombreux développements pendant les 40 dernières années avec des succès importants dans la démonstration assistée par ordinateur de conjecture et l'optimisation globale. Un premier avantage de ces méthodes est le fait de palier au codage fini des réels des ordinateurs permettant de garantir à ces méthodes la complétude. La méthode est alors dite complète car elle ne perd aucune solution. L'inconvénient associé est l'obtention d'un intervalle dont la taille. Le deuxième avantage correspond à la possibilité de démontrer que l'ensemble des valeurs prises dans un intervalle sont solutions ou non solutions. Cette possibilité de démonstration quelque soit le système d'équation du problème (non linéaire,...) étend le champ des démonstrations possibles par ordinateur (détermination de propriétés de connexité sur des ensembles, génération de preuves,...).

Les algorithmes de propagation de contraintes permettent d'obtenir une boîte encadrant l'ensemble de solutions. Ils permettent aussi de réduire non pas la complexité de l'algorithme mais son temps de calcul dans la majorité des cas. Les problèmes de grande dimension restent difficilement abordables via ces méthodes.

Les applications et en particulier l'étalonnage géométrique des robots nous guidant pour ajuster nos méthodes aux solutions recherchées.

L'étalonnage des robots est le problème de grande dimension que nous avons traité tout au long de cette partie. Les méthodes intervalles développées pour ce problème ne sont pas spécifiques et permettent le traitement d'autres problèmes mais c'est l'étalonnage des robots qui a eu le plus d'influence sur l'orientation de nos recherches.

Les tâches réalisées par les robots demandent toujours plus de précision et les modèles mathématiques tentent d'apporter cette précision en contrôlant la position des robots dans un maximum de configurations. Lors de l'installation du robot les paramètres d'installation du robot dans son espace de travail ne sont pas précis de même avec l'usure des articulations, les paramètres de construction du robot peuvent changer de valeur. Or pour positionner le robot avec précision le jeu de paramètres intervenant dans le modèle du robot est primordial. Ajuster ces paramètres avec l'étalonnage permet donc d'augmenter la précision.

Les robots, de par leur architecture, multiplient les erreurs tout au long de la chaîne cinématique et doivent donc pour éviter les erreurs de positionnement ajuster au plus près leur modèle géométrique. Les erreurs peuvent être dues à des facteurs géométriques (paramètres mal ajustés,

axes non parallèles,...) mais aussi aux facteurs non pris en compte dans le modèle (élasticité, effets thermiques,...). Mais 95% des erreurs sont dues à des facteurs géométriques [39].

Pour traiter ces erreurs géométriques, un ajustement des valeurs des paramètres \mathbf{p} du modèle peut être effectué, les erreurs non géométriques étant considérées comme des erreurs aléatoires bornées, mais dont nous ne connaissons pas forcément la densité de probabilité.

Le problème d'étalonnage revient donc à chercher les meilleures valeurs pour ces paramètres \mathbf{p} tels que le modèle donne les coordonnées \mathbf{x} les plus proches des coordonnées réelles du robot quelque soient les configurations \mathbf{q} du robot.

4.10.1 Etalonnage géométrique des robots :

Positionner les manipulateurs avec une très grande précision est essentiel dans l'ensemble des tâches qu'effectuent les robots (que ce soit dans l'industrie, en électronique, en médecine,...).

L'étalonnage de robots permet de renforcer cette précision en ajustant le modèle géométrique aux déplacements réels du robot. Dans les faits, les méthodes d'étalonnage recherchent les valeurs des paramètres géométriques (longueur de bras, angle de construction, offset, paramètres d'installation du robot, de l'outil...). Ces paramètres, quand cela est possible, sont ensuite intégrés au contrôleur permettant de générer le mouvement du robot et ainsi de réduire les erreurs de positionnement.

L'architecture des robots séries a aussi une influence sur l'erreur de positionnement qui peut être importante, ce qui rend l'étalonnage indispensable. En effet une erreur sur la première articulation engendrera un décalage sur l'ensemble des articulations suivantes. Les robots parallèles quand à eux ont plusieurs bras ou chaînes cinématiques qui soutiennent la plateforme et l'outil.

L'erreur sur un paramètre de ces chaînes sera donc moyennée par le fait que plusieurs bras maintiennent la plateforme (voir figure 4-17).

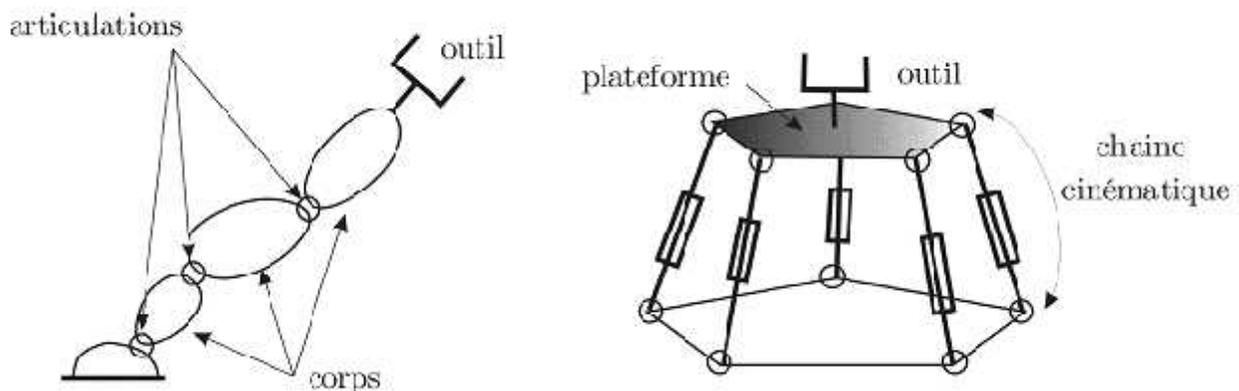


Figure.4.17 : *Présentation des robots séries et parallèles.*

La modélisation joue aussi un rôle dans la performance des méthodes d'étalonnage. Le modèle géométrique direct est facile à obtenir pour les robots. Pour une configuration des articulations motorisées, le modèle donne un et un seul point de l'espace de travail du robot. En utilisant les équations du modèle géométrique direct, les méthodes classiques réalisent une minimisation pour effectuer l'étalonnage.

Puisque les méthodes classiques donnent d'assez bons résultats sur l'étalonnage des robots séries, Pourquoi utiliser les méthodes par intervalles ? L'objectif, dans un premier temps, a été pour nous de comparer les méthodes par intervalles aux méthodes existantes. En effet les méthodes classiques donnent un point solution mais très peu d'informations sur l'incertitude autour de ce point. L'intérêt est alors d'étudier ce que les méthodes par intervalles peuvent apporter.

Le problème de l'étalonnage d'un robot a donc été formalisé pour appliquer les méthodes par intervalles.

4 .10.2. Le formalisme Problème de Satisfaction de Contraintes (CSP) :

Pour l'ensemble des problèmes que nous allons traiter, l'utilisation du formalisme de la communauté de programmation par contraintes permet de modéliser le problème pour se concentrer sur la méthode de résolution. Chacun des problèmes peut alors être généré pour entrer dans le formalisme CSP.

Un Problème de Satisfaction de Contraintes ou CSP est défini par trois ensembles : l'ensemble des variables **V** relatif au problème, l'ensemble des domaines continus **D** associés à ces variables et l'ensemble des contraintes **C** reliant les variables entre elles. Nous pouvons donc l'écrire sous la forme :

$$csp : \left\{ \begin{array}{l} v : \{x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n\} \\ D : \{[x_1], [x_2], \dots, [x_n], [y_1], [y_2], \dots, [y_n]\} \\ C : f_1(X) = y_1 \dots \dots \dots f_m(X) = y_m \end{array} \right\} \dots \dots \dots (4.36)$$

Ou encore en prenant la notation vectorielle :

$$csp : \left\{ \begin{array}{l} v : \{x, y\} \\ D : \{[x], [y]\} \\ C : f(X) = y \end{array} \right\} \dots\dots\dots (4.37)$$

Associé à ce CSP nous définissons l'ensemble de solutions :

$$S \cong \{X \in [X] | f(X) \in [y]\} \dots\dots\dots (4.38)$$

Nous avons choisi, dans le formalisme, de séparer deux types de variables : les variables **x** et les variables **y**. Ce choix est lié à la classe de problèmes que nous rencontrons en robotique qui se formalise par les contraintes non linéaires :

$$F(x)=y \dots\dots\dots (4.39)$$

4.10.3 Problème de l'étalonnage (Génération des variables du CSP) :

Les variables, présentes dans le CSP, sont les mêmes que celles utilisées pour la formalisation classique de l'étalonnage. L'ensemble des variables **D** est donc constitué des paramètres **p** du modèle, des mesures des coordonnées **x** de l'organe terminal, et des coordonnées articulaires **q** de chacune des configurations du robot.

Mais pour bien comprendre à quoi correspondent ces variables, détailler le modèle du robot et le principe de l'étalonnage devient nécessaire.

4.10.4 Liaisons rotoïdes et prismatiques :

Le modèle du robot reproduit l'ensemble des mouvements effectués par les articulations du robot réel. Il est donc composé d'articulations rotoïdes ou prismatiques et de corps liant ces articulations entre elles (voir figure 4-18). Chacune de ces articulations possède soit un axe de rotation pour les liaisons rotoïdes, soit un axe de translation pour les liaisons prismatiques.

Ces axes définissent donc le mouvement qui sera repéré par les coordonnées articulaires **q** avec $q_i = \theta_i$ pour une rotation, $q_i = r_i$ pour une translation. Les variables contrôlant le mouvement du robot sont ainsi définies.

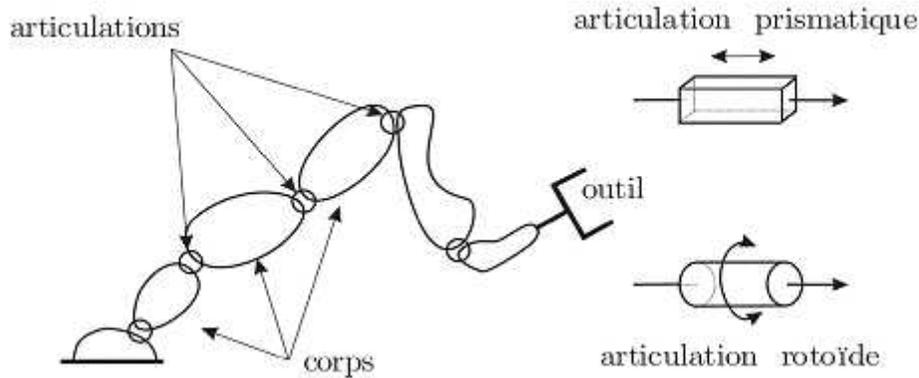


Figure .4.18 : Schéma d'un robot et des liaisons rotoïdes et prismatiques.

Pour les corps, par exemple un corps qui relie l'articulation j à l'articulation $j+1$, la modélisation est effectuée par un ensemble de rotations et de translations fixes qui définissent les paramètres géométriques \mathbf{p} du robot.

Enfin pour repérer l'organe terminal où se situe l'outil que porte le robot, les coordonnées \mathbf{x} (position et orientation) sont introduites. Il ne reste alors plus qu'à introduire les différents modèles géométriques.

4.10.5. Modèles géométriques direct et inverse :

Le modèle géométrique direct permet d'obtenir les coordonnées \mathbf{x} (position et orientation) de l'organe terminal (l'outil) du robot en fonction des coordonnées articulaires \mathbf{q}

$$\mathbf{x} = \text{mgd}(\mathbf{q}) \dots \dots \dots (4.40)$$

Le modèle géométrique inverse permet quant à lui d'obtenir les coordonnées articulaires \mathbf{q} connaissant les coordonnées \mathbf{x} de l'organe terminal sous certaines conditions (singularité, matrice inversible,...)

$$\mathbf{q} = \text{mgi}(\mathbf{x}) \dots \dots \dots (4.41)$$

Ces deux modélisations vont permettre de calculer les coordonnées à partir des données fournies par le robot, les coordonnées non accessibles à la mesure seront ainsi calculées permettant de commander le robot.

Une commande avec génération de trajectoires dans l'espace des coordonnées articulaires \mathbf{q} permet d'effectuer un déplacement articulation par articulation mais ne nécessite pas la

connaissance des modèles géométriques des robots. En effet sur la figure 4.19 pour un déplacement d'un point initial q_i au point final q_f , le contrôleur des moteurs des articulations permet à chaque étape q_t prévue par la génération de trajectoires d'effectuer le mouvement \mathbf{q} . Cette classe de mouvements reste toutefois limitée. Les utilisateurs de robots cherchent, la plupart du temps, à effectuer des déplacements dans l'espace de travail du robot.

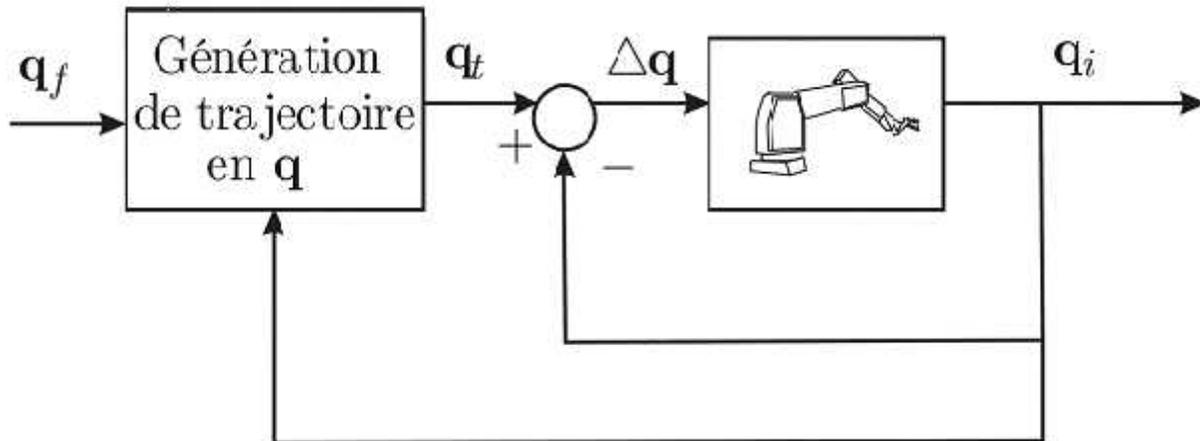


Figure 4.19 : Schéma de contrôle du déplacement avec génération de la trajectoire dans l'espace articulaire q .

C'est donc la génération de trajectoires dans l'espace des coordonnées \mathbf{x} qui permet un déplacement plus proche de celui voulu par les utilisateurs. Dans ce cas, la transformation directe et inverse des coordonnées est nécessaire comme illustré sur la figure 4.20. Le modèle direct permet de connaître la position de l'organe terminal x_i connaissant la configuration articulaire du robot q_i .

Avec cette position x_i et celle désirée x_f , la génération de trajectoires peut alors donner une position intermédiaire x_t à atteindre que le modèle géométrique inverse convertit en coordonnées articulaires q_t . Le robot peut ainsi être contrôlé en position dans le repère de l'utilisateur.

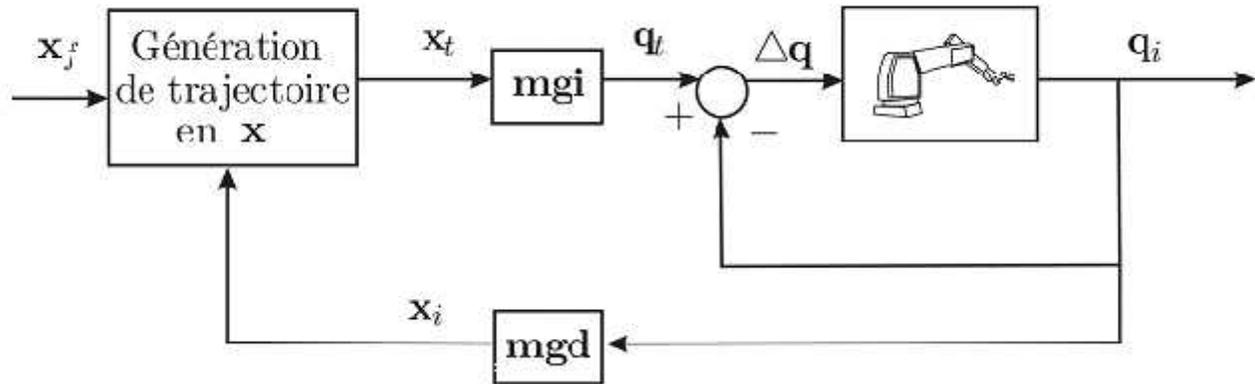


Figure .4.20 : Schéma de contrôle du déplacement avec génération de la trajectoire dans l'espace articulaire x .

Supposons maintenant l'existence d'erreurs sur les paramètres intervenants dans les deux modèles, cette erreur est introduite à chaque conversion de coordonnées entre q_i et x_i et entre x_t et q_t .

Le contrôle avec précision de la position du robot n'est donc plus assuré. Pour limiter ces erreurs, effectuer un étalonnage des paramètres du modèle permet d'ajuster les valeurs des paramètres aux valeurs réelles. Cette correction, bien qu'elle ne permette pas de corriger l'ensemble des erreurs (les erreurs de modèle par exemple), améliore grandement la précision.

Réaliser l'étalonnage du robot revient à résoudre un problème d'estimation des paramètres géométriques \mathbf{p} connaissant des mesures de position du robot dans différentes configurations.

Pour l'étalonnage, les étapes suivantes sont donc réalisées :

- 1) Positionner le robot dans r configurations différentes $q(1), \dots, q(r)$.
- 2) Mesurer la position et l'orientation de l'organe terminal $x(1), \dots, x(r)$.
- 3) Résoudre le problème d'estimation pour déterminer \mathbf{p} sachant qu'il vérifie le modèle géométrique direct

$$x(k) = f(\mathbf{p}, q(k)), \quad k \in \{1, \dots, r\} \dots\dots\dots (4.42)$$

Remarque : La mesure de la position et de l'orientation avec des capteurs extérieurs est la méthode classiquement utilisée pour l'étalonnage. Pour notre problème, nous prendrons trois points fixés sur l'organe terminal du robot, ces trois points permettant de retrouver l'orientation de l'outil. D'autres méthodes de mesures sont possibles, avec des mesures de distances et des contraintes géométriques

où le robot est placé dans deux configurations articulaires différentes pour la même position ou orientation.

La structure du robot est définie par l'ensemble de paramètres géométriques qui représentent des paramètres de construction ou d'installation du robot [44]. Les paramètres géométriques sont répartis de la façon suivante :

1) Les premiers paramètres du tableau de Denavit-Hartenberg sont ${}_{00}, r_0, \Gamma_1, d_1, {}_{01}^0$ et r_1 , ils définissent la base du robot par rapport au repère atelier. Ces paramètres du robot sont mal connus, en effet le modèle géométrique fait reposer sur ces paramètres l'incertitude due à l'installation du robot dans le repère atelier.

2) Les paramètres b_x^i, b_y^i et $b_z^i, i = 1, 2, 3$ fixent trois points sur l'outil et permettent de définir un repère outil par rapport au repère du dernier corps. Trois contraintes relient ces paramètres car les distances entre les trois points sont connues.

3) Les paramètres géométriques $\Gamma_j, d_j, {}_{0j}^0$ et r_j sont liés au robot lui même et sont des données constructeur. Par exemple, d_3 correspond à la longueur du corps 3 du robot et r_4 à la longueur du corps 4. Les ${}_{0j}^0$ correspondent à l'offset sur les variables articulaires $q_j, j = 2, 3, 4, 5$

Ces paramètres sont désignés par le vecteur :

$$p = (r_0, \Gamma_1, d_1, r_1, \dots, \Gamma_5, d_5, r_5, \Gamma_6, d_6, {}_{00}, {}_{01}^0, \dots, {}_{05}^0, b_x^1, b_y^1, b_z^1, b_x^2, b_y^2, b_z^2, b_x^3, b_y^3, b_z^3)^t \dots\dots\dots(4.43)$$

4.11 Génération des contraintes du CSP : modélisation des robots:

Pour bien comprendre le problème et déterminer le comportement des algorithmes de propagation de contraintes sur les intervalles, la visualisation des contraintes devient nécessaire. Pour le problème de l'étalonnage, c'est le modèle géométrique direct qui correspond aux contraintes du CSP. Ce modèle de Denavit-Hartenberg modifié ([23], [46]). Cette modélisation classique est adaptée pour le calcul matriciel avec des réels mais ce formalisme n'est pas forcément le plus performant pour un travail avec des intervalles. Une approche non matricielle nécessitant une génération de contraintes un peu différente.

4.11.1 Modèle géométrique direct :

Le modèle géométrique direct est construit à partir de la modélisation de Denavit-Hartenberg modifiés qui place un repère sur chaque articulation et permet ainsi, connaissant le vecteur des variables articulaires **q** et le vecteur des paramètres géométriques **p**, de calculer la position d'un point de l'organe terminal dans le repère atelier. Le placement des repères s'effectue de la manière suivante :

- 1) placement de l'axe z_i dans l'axe de l'articulation i .
- 2) placement de l'axe x_i perpendiculaire à l'axe z_i perpendiculaire à l'axe z_{i-1} . L'intersection entre x_i et z_i définit l'origine du repère O_i . Si x_i et z_i s'intersectent, l'origine est placée au point d'intersection.

Dans le cas particulier où l'axe z_i est parallèle à l'axe z_{i-1} alors le choix x_i n'est pas unique.

- 3) L'axe y_i est défini par le repère de sens direct (O_i, x_i, y_i, z_i) .

Une fois les repères placés sur le robot, l'utilisation des matrices de transformation pour la rotation pure et la translation pure permettent d'établir la matrice de passage entre chaque repère :

$${}^{i-1}T_i = R_x(r_i) \cdot T_x(d_i) \cdot R_z(\theta_i) \cdot T_z(r_i) \dots \dots \dots (4.44)$$

Où les paramètres sont les suivants :

- r_i : L'angle entre z_{i-1} et z_i selon x_{i-1}
- d_i : La distance séparant z_{i-1} de z_i le long de x_{i-1}
- θ_i : L'angle entre x_{i-1} et x_i selon z_i
- r_i : La distance séparant x_{i-1} de x_i le long de z_i

Ce qui permet d'obtenir la matrice de transformation du repère de l'outil par rapport au repère de l'atelier :

$${}^0T_n = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \dots \dots \dots {}^{n-2}T_{n-1} \cdot {}^{n-1}T_n$$

Et ainsi le modèle géométrique direct est appliqué aux trois points de l'outil pour obtenir la relation :

$$X = f(p, q) \dots \dots \dots (4.45)$$

Où **f** s'exprime suivant l'algorithme :

Algorithme f	
entrées : $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_6)^t$,	
$\mathbf{p} = (\alpha_j, d_j, r_j, \theta_0, \theta_j^0, b_x^i, b_y^i, b_z^i, \dots)^t$.	
sortie : $\mathbf{x} = (a_x^1, a_y^1, a_z^1, a_x^2, a_y^2, a_z^2, a_x^3, a_y^3, a_z^3)^t$.	
1	$\mathbf{M} := \begin{pmatrix} \cos q_6 & -\sin q_6 & 0 & 0 \\ \sin q_6 & \cos q_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \mathbf{M} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & d_6 \\ 0 & \cos \alpha_6 & -\sin \alpha_6 & 0 \\ 0 & \sin \alpha_6 & \cos \alpha_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{M};$
2	Pour $j := 5$ à 1,
3	$\theta := \theta_j^0 + q_j;$
4	$\mathbf{M} := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{M}; \mathbf{M} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & d_j \\ 0 & \cos \alpha_j & -\sin \alpha_j & 0 \\ 0 & \sin \alpha_j & \cos \alpha_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{M};$
5	fin pour
6	$\mathbf{M} := \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 & 0 & 0 \\ \sin \theta_0 & \cos \theta_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{M}; \mathbf{M} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{M};$
7	pour $i := 1$ à 3, $\mathbf{b}^i = (b_x^i, b_y^i, b_z^i, 1)^t$;
8	$\mathbf{x} := \begin{pmatrix} \mathbf{M} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{b}^1 \\ \mathbf{b}^2 \\ \mathbf{b}^3 \end{pmatrix}.$

Après développement scalaire des relations matricielles de cet algorithme, nous pouvons exprimer **f** comme une composition de produits, de sommes, et de fonctions trigonométriques. Le modèle est donc fortement non linéaire.

En effet nous obtenons des contraintes scalaires de la forme :

$$t = \sin \Gamma_2 \sin \alpha_1 \sin \Gamma_3 \sin \alpha_3 + (\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - \cos \Gamma_2 \sin \alpha_2 \sin \alpha_1) \cos \alpha_3 - (\cos \Gamma_2 \cos \alpha_2 \sin \alpha_1 + \cos \alpha_1 \sin \alpha_2) \cos \Gamma_3 \sin \alpha_3 \dots \dots \dots (4.46)$$

4.11.2 Formulation sans matrice :

La méthode matricielle permet d’obtenir le modèle géométrique direct grâce à la matrice de transformation OT_n , les variables \mathbf{q} et les paramètres \mathbf{p} étant inclus dans la matrice de transformation. Ces expressions matricielles donnent donc une fonction scalaire pour chacune des coordonnées scalaires \mathbf{x} , \mathbf{y} , \mathbf{z} de position et d’orientation. Mais lors de l’utilisation des méthodes par intervalles, rien ne garantit que la meilleure contraction soit effectuée sur chacune des étapes de rotation et de translation.

Prenons la contrainte matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i & j \\ k & l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \dots\dots\dots(4.47)$$

Elle correspond aux deux contraintes scalaires :

$$x = v(l(af + bf) + j(bj + ae)) + u(ibg + k(af + bh) + iae) \dots\dots\dots(4.48)$$

$$y = v(l(cf + dh) + j(dg + ce)) + u(idg + k(cf + dh) + ice) \dots\dots\dots(4.49)$$

Pour un calcul avec les réels, les deux expressions sont équivalentes mais lors de l’utilisation des méthodes intervalles, deux problèmes se posent qui seront détaillés précédemment. Le premier problème est la multi-occurrence de certaines variables, par exemple a qui apparaît 4 fois dans la contrainte (4.48), ce qui engendre un pessimisme lors du calcul avec des intervalles . Le deuxième problème correspond au traitement des rotations et translations par deux fonctions scalaires dissociées. Sur l’expression (4.47), si les matrices correspondent à des matrices de rotation 2×2 , le développement scalaire donne deux expressions où la notion de rotation disparaît avec les contraintes prises séparément. L’obtention des plus petits intervalles encadrant l’ensemble solution n’est alors plus garantie. Une possibilité est alors de ne pas utiliser le formalisme matriciel et de générer une deuxième formulation avec une contrainte pour la rotation et pour la translation. La translation, ne modifiant qu’une seule coordonnée, est alors simplement représentée par une contrainte addition. Formulation utilisant la contrainte angle. Comme pour le formalisme précédent, nous établissons une relation entre le vecteur des variables articulaires \mathbf{q} , le vecteur des paramètres géométriques \mathbf{p} et la position \mathbf{x} de trois points de l’organe terminal dans le repère atelier.

La relation (4.45) peut se réécrire sous la forme :

$$x = g(p, q) \dots \dots \dots (4.50)$$

Où g est donné par l’algorithme suivant :

Algorithme g	
entrées : $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_6)^t$,	
$\mathbf{p} = \left(r_0, \alpha_1, d_1, r_1, \dots, \alpha_5, d_5, r_5, \alpha_6, d_6, \right)^t$ $\qquad \qquad \qquad \theta_0, \theta_1^o, \dots, \theta_5^o$	
$\mathbf{x} = (a_x^1, a_y^1, a_z^1, a_x^2, a_y^2, a_z^2, a_x^3, a_y^3, a_z^3)^t$	
1	Pour $i := 1$ à 3,
2	$\begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}^t := \begin{pmatrix} b_x^i & b_y^i & b_z^i \end{pmatrix}^t;$
3	$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} := \text{angle}(q_6, \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix});$
4	$c_1 := c_1 + d_6;$
5	$\begin{pmatrix} c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} := \text{angle}(\alpha_6, \begin{pmatrix} c_2 \\ c_3 \end{pmatrix});$
6	Pour $k := 5$ à 1,
7	$c_3 := c_3 + r_k;$
8	$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} := \text{angle}(\theta_k^o + q_k, \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix});$
9	$c_1 := c_1 + d_k;$
10	$\begin{pmatrix} c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} := \text{angle}(\alpha_k, \begin{pmatrix} c_2 \\ c_3 \end{pmatrix});$
11	finpour
12	$c_3 := c_3 + r_0;$
13	$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} := \text{angle}(\theta_0, \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix});$
14	$\mathbf{x}_i := \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}^t;$
15	finpour
16	$\mathbf{x} := \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \mathbf{x}_3 \end{pmatrix}.$

4.11.3. Méthodes classiques :

4.11.3.1 Un problème de minimisation :

Pour l’étalonnage, il existe des méthodes classiques. Ces méthodes cherchent à minimiser les erreurs entre les valeurs mesurées pour l’étalonnage et les valeurs calculées avec le modèle géométrique. La fonction à minimiser est obtenue grâce aux relations suivantes.

Pour chaque mesure de la position de l'organe terminal et de la configuration des articulations, le modèle géométrique nous donne :

$$x(r) = mgd(p, q(r)) \dots \dots \dots (4.51)$$

D'où la relation générale

$$x_m = h(p, q_m) \dots \dots \dots (4.51)$$

Où

$x_m = (x(1), \dots, x(r))^t$ Et $q_m = (q(1), \dots, q(r))^t$. Le problème de l'étalonnage s'exprime alors de la façon suivante :

$$\min \|x_m - h(p, q_m)\|^2 = \min j(x_m, p, q_m) \dots \dots \dots (4.52)$$

La recherche du minimum global p^* minimisant la fonction j est alors effectuée. La figure (4.21) propose un exemple de fonction à minimiser, le minimum global est $c3$, la fonction possédant deux autres minima locaux $c1$ et $c2$.

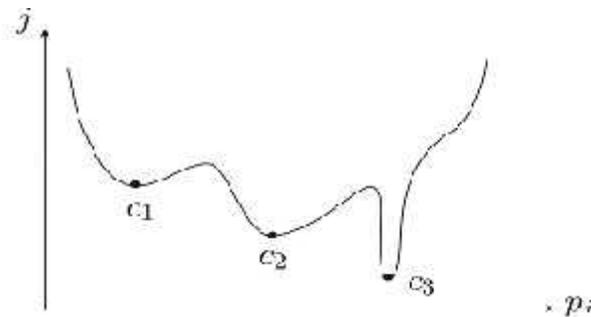


Figure.4.21. Illustration de la fonction j à minimiser sur l'axe p_i , les point $c1$ et $c2$ sont des minima locaux, $c3$ étant le minimum global.

4.11.3.2 Les méthodes utilisées :

Pour résoudre le problème de l'étalonnage, deux approches sont possibles : soit résoudre directement l'équation non linéaire (4.51), soit linéariser cette équation autour du point courant d'évaluation des paramètres puis résoudre le problème. Une des méthodes de descente utilisée sur le problème non linéarisé est la méthode de Levenberg Marquardt qui nécessite le calcul approché de

la matrice hessienne à chaque itération. Pour le modèle linéarisé, le recours à la pseudo-inverse est utilisé pour obtenir à chaque itération les paramètres en fonction des mesures.

L'ensemble de ces méthodes, que ce soient les méthodes de descente basées sur le gradient [34] ou les méthodes par linéarisation, nécessite un point initial pour les paramètres \mathbf{p} . Ce point de départ pour les algorithmes ne doit pas être trop éloigné de la solution recherchée pour éviter que la méthode soit piégée dans un minimum local. Sur la courbe de gauche de la figure (4.22), les deux parcours fléchés représentent deux résolutions par une méthode de descente avec un point initial différente. Dans ces deux cas, la méthode est piégée dans des minima locaux.

Ces méthodes permettent donc l'obtention d'une estimée et d'une valeur d'incertitude. Mais la valeur donnée peut-être un minimum local et l'estimation de l'erreur faussée par l'approximation par la pente.

Dans les faits, la méthode donne de bons résultats. Le minimum global n'est peut être pas obtenu, mais une validation du résultat avec de nouvelles mesures permet d'écarter les valeurs erronées.

D'autres méthodes pour la minimisation peuvent être employées comme des méthodes

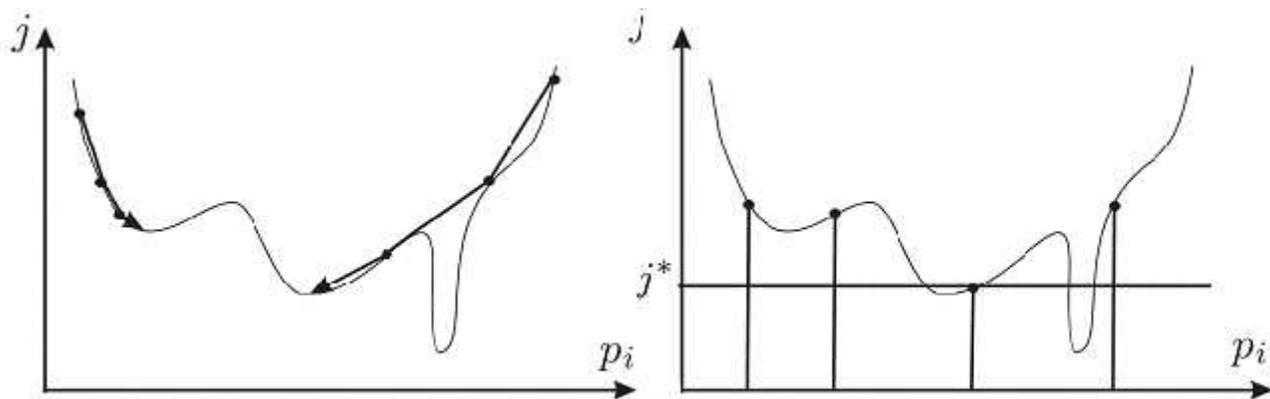


Figure.4.22. Illustration des méthodes de descente et des méthodes par tirage aléatoire.

basées sur un tirage aléatoire tel le recuit simulé ou monté carlo. Le tirage aléatoire permet d'explorer une plus large partie de l'espace en étant moins dépendant du point de départ de l'algorithme mais n'évite pas totalement la possibilité d'être coincé dans un minimum local. La grande dimension du problème induit un espace de recherche très grand. Le temps de résolution

devient alors important pour permettre de couvrir l'ensemble de l'espace de recherche. Sur la figure (4.22), le schéma de droite représente le tirage de quatre valeurs aléatoires pour \mathbf{p} , la valeur minimisant le critère est sélectionnée pour définir un voisinage où les prochains tirages aléatoires seront effectués. Le voisinage sera réduit à chaque itération permettant ainsi l'arrêt de l'algorithme sur la meilleure valeur minimisant le critère exploré par l'algorithme.

Dernièrement, des travaux ont été réalisés pour résoudre le problème de l'étalonnage avec des algorithmes génétiques. Cette méthode a été mise en oeuvre soit pour réaliser le choix des configurations où positionner le robot pour l'étalonnage [74], soit pour réaliser l'étalonnage lui-même [77]. Le principe de ces algorithmes étant de ne plus faire un choix de recherche totalement aléatoire mais dirigé par des principes similaires à ceux existant dans la nature (population, mutation, reproduction et sélection). L'avantage de cette méthode est la possibilité d'adaptation qui rend possible une programmation sur le robot lui-même lors de son fonctionnement.

4.11.4 Avantages et inconvénients :

Nous pouvons dégager des méthodes présentées précédemment trois conclusions :

- i) Elles permettent l'obtention d'un minimum local mais souvent de bonne qualité.
- ii) Une information sur l'incertitude est donnée mais cette valeur est seulement indicative puisque reposant sur le modèle linéarisé.
- iii) La prise en compte des erreurs de mesures est aussi possible sur ces méthodes, les données les plus aberrantes pouvant être écartées.

Pour chacune des méthodes proposées, la solution obtenue est ponctuelle, cette valeur correspond au minimum d'un critère mais ne garantit pas la satisfaction des contraintes et la vérification de l'ensemble des mesures. Les équations du modèle géométrique peuvent alors ne pas être vérifiées pour certaines valeurs. Pour mieux visualiser le problème, prenons l'exemple d'une estimation à erreurs bornées suivant :

Exemple :

Si nous cherchons la meilleure droite passant par les quatre points définis par :

$$x = [1, 2, 3, 4]$$

Et :

$$y = [1, 2.5, 2, 2.5],$$

Sachant que l'incertitude de mesure est de 0.5 sur y. La méthode de régression linéaire nous donne la droite :

$$y = 0.4x + 1,$$

Alors que la droite :

$$y = 0.5x + 1,$$

Est la seule droite permettant de vérifier les incertitudes. En effet sur la figure, la deuxième barre d'incertitude n'est pas atteinte par la droite obtenue avec la régression.

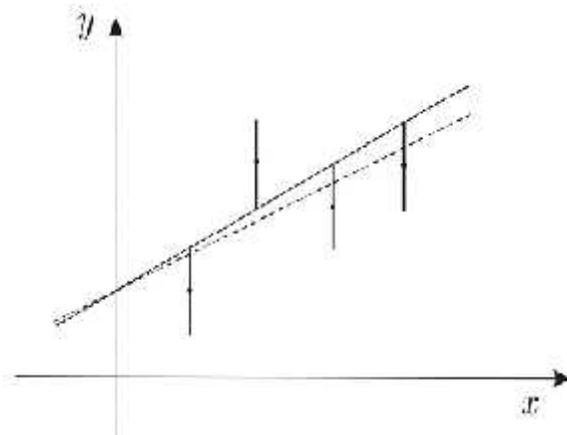


Figure.4.23. Tracé de la droite obtenue par régression linéaire (elle ne passe pas par la deuxième barre d'incertitude) et de la droite passant par l'ensemble des barres d'incertitude.

4.11.4. Le formalisme Graphe acyclique orienté (DAG) :

Pour introduire les graphes acycliques orientés (que nous appellerons DAG pour Directed Acyclic Graph), présentons quelques définitions de la théorie des graphes [24].

Soit un graphe $G = \{S,A\}$

S = ensemble des sommets du graphe,

A = ensemble des arcs du graphe.

Un graphe est dit orienté quand les arcs ont un sommet initial (origine) et un sommet terminal (destination).

Dans un graphe non orienté les arcs ou arêtes n'ont ni sommet origine, ni sommet destination mais deux extrémités.

Exemple :

Soit le graphe orienté $G1 = \{S1, A1\}$ avec :

$S1 = \{s1, s2, s3, s4\}$,

$A1 = \{a1, a2, a3, a4, a5, a6\}$.

Sur la figure (4.24), l'arc a1 relie le sommet initial s1 au sommet final s2 et permet un déplacement

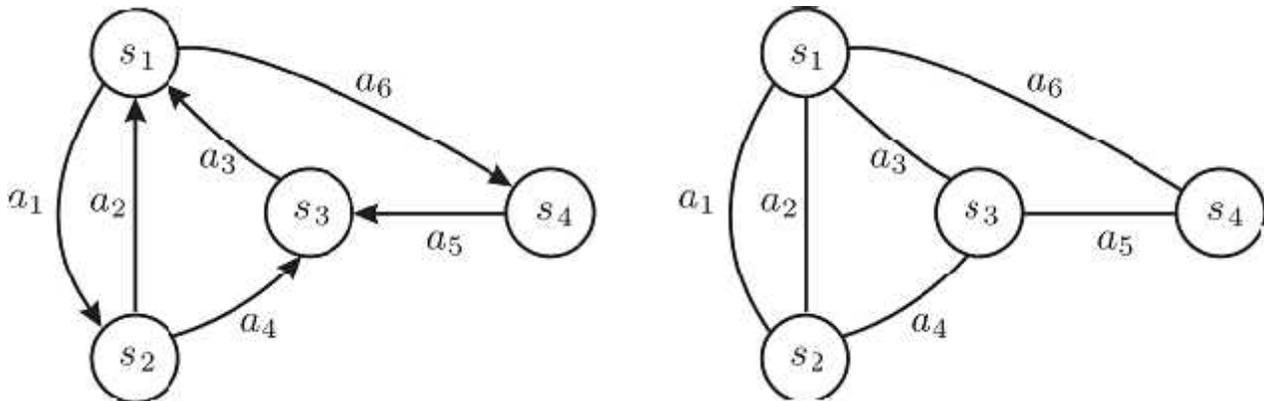


Figure. 4.24. Représentation d'un graphe orienté et d'un graphe non orienté.

Uniquement de $S1$ vers $S2$ dans le graphe orienté. Dans le cas du graphe non orienté l'arc a1 est nommé arête et peut être parcouru dans les deux sens.

La figure (4.25) présente un exemple de chemin (s2, s3, s1, s4) qui suit la direction des arcs, et de chaîne (s2, s3, s4, s1) qui, elle ne tient compte que des arêtes. Les définitions sont donc les suivantes:

Un chemin est une séquence d'arcs orientés consécutifs du graphe,

Une chaîne est une séquence d'arêtes consécutives.

Grâce à ces deux définitions, nous pouvons introduire les notions de circuit et de cycle suivantes :

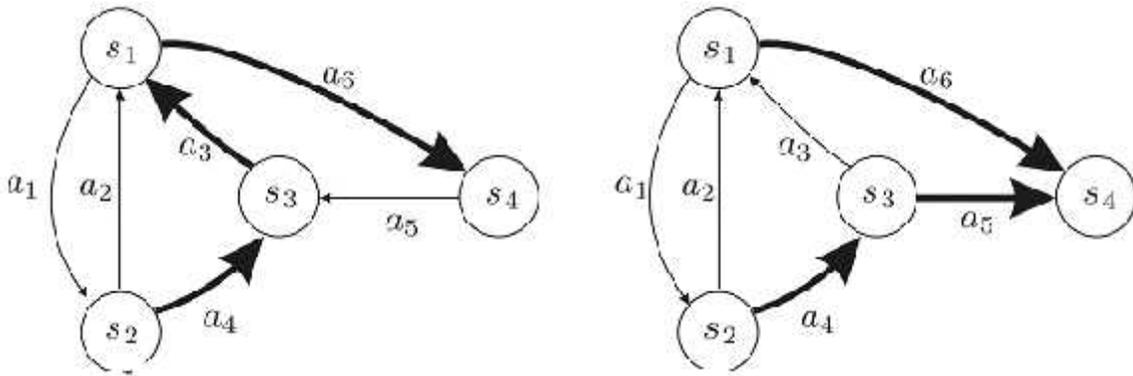


Figure. 4.25. Illustration des notions de chemin et de chaîne.

Un circuit est un chemin fermé,

Un cycle est une chaîne fermée.

Sur la figure (4.26), nous pouvons voir le circuit (s2, s3, s1, s2) et le cycle (s1, s3, s4, s1).

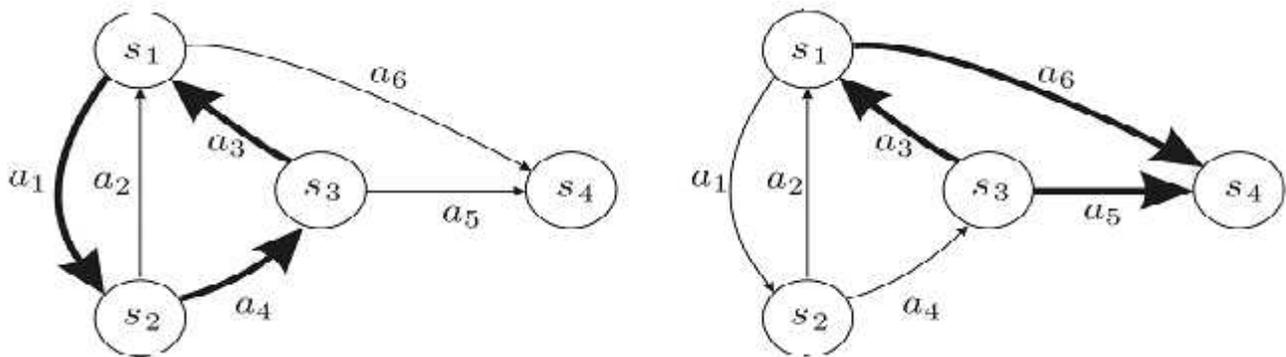
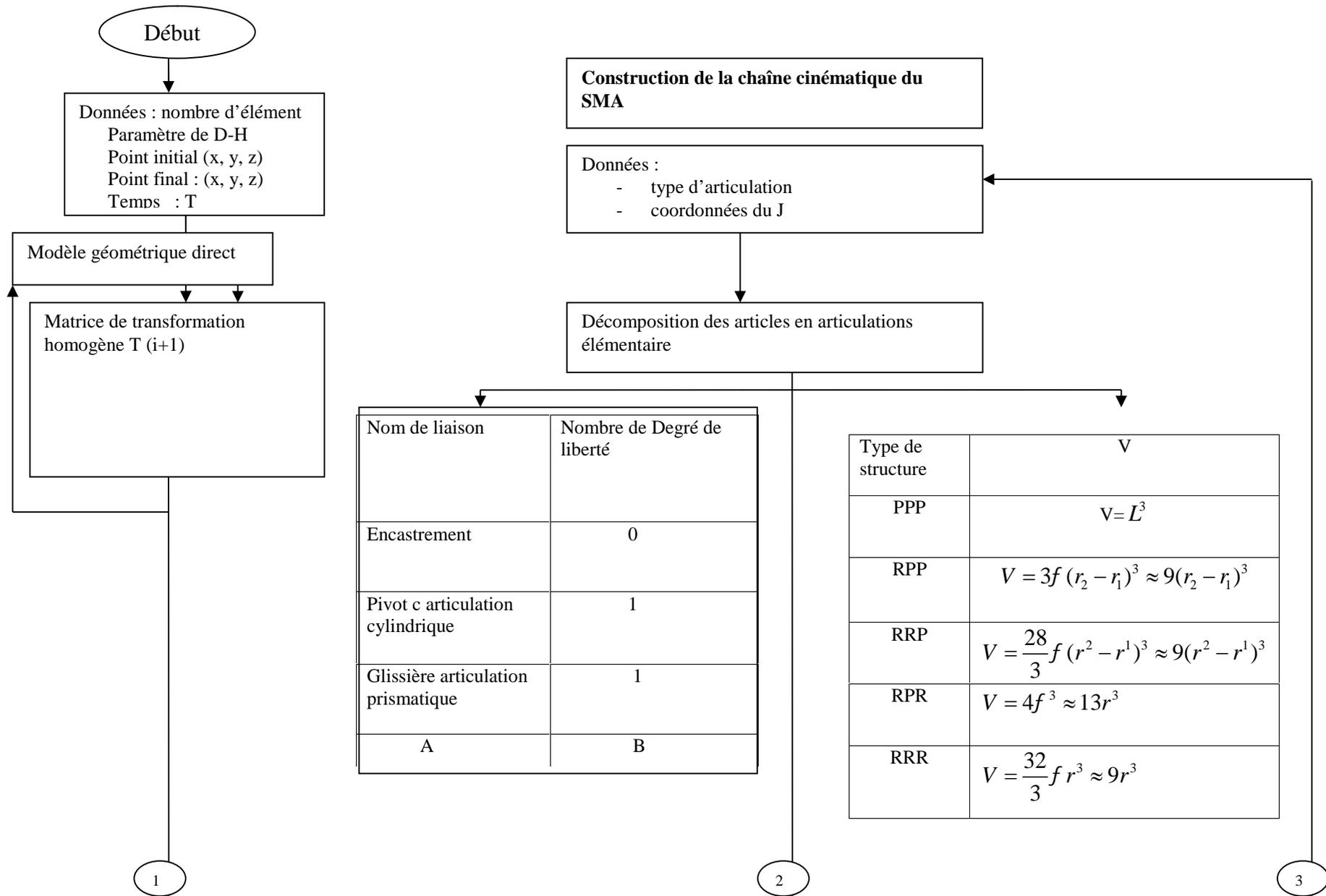


Figure.4.26. Illustration des notions de circuit et de cycle.

4.11.5. Résultats pour l'étalonnage :

Le problème de l'étalonnage présenté chapitre 2 est un problème d'estimation de paramètres où nous recherchons les valeurs des paramètres \mathbf{p} connaissant un jeu mesure de 50 configurations du robot. Pour chacune des configurations, les valeurs pour les variables articulaires positionnant le robot sont connues ainsi que les mesures \mathbf{x} sur trois points fixés sur l'organe terminal.



1

A	B
Glissière Hélicoïdale	1
Pivote glissant	2
Appui plan	3
Rotule Articulation Rotoïde	3
Linéaire Annulaire	4
Linéaire Rectiligne ponctuelle	4 5
Libre	6

2

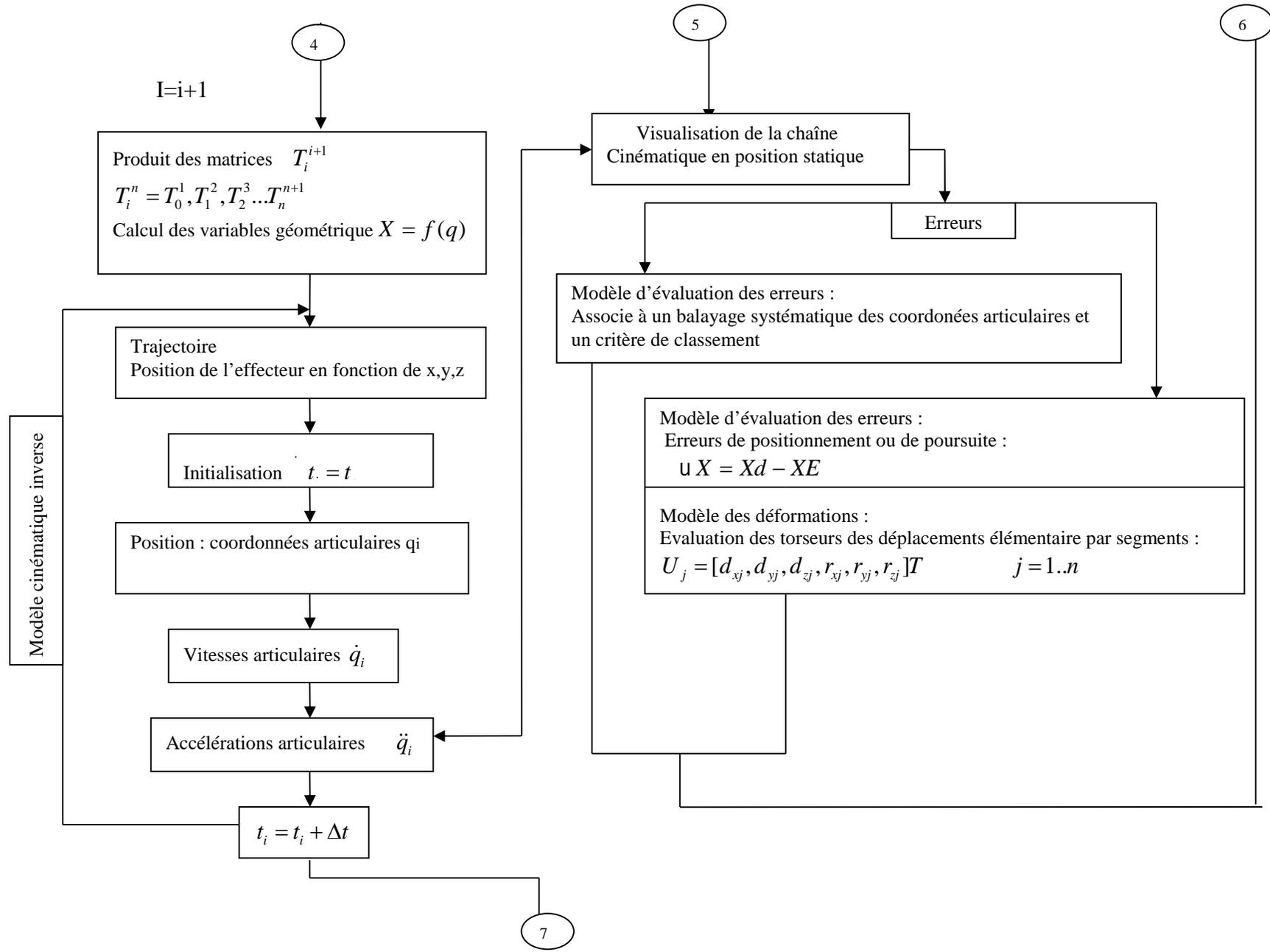
3

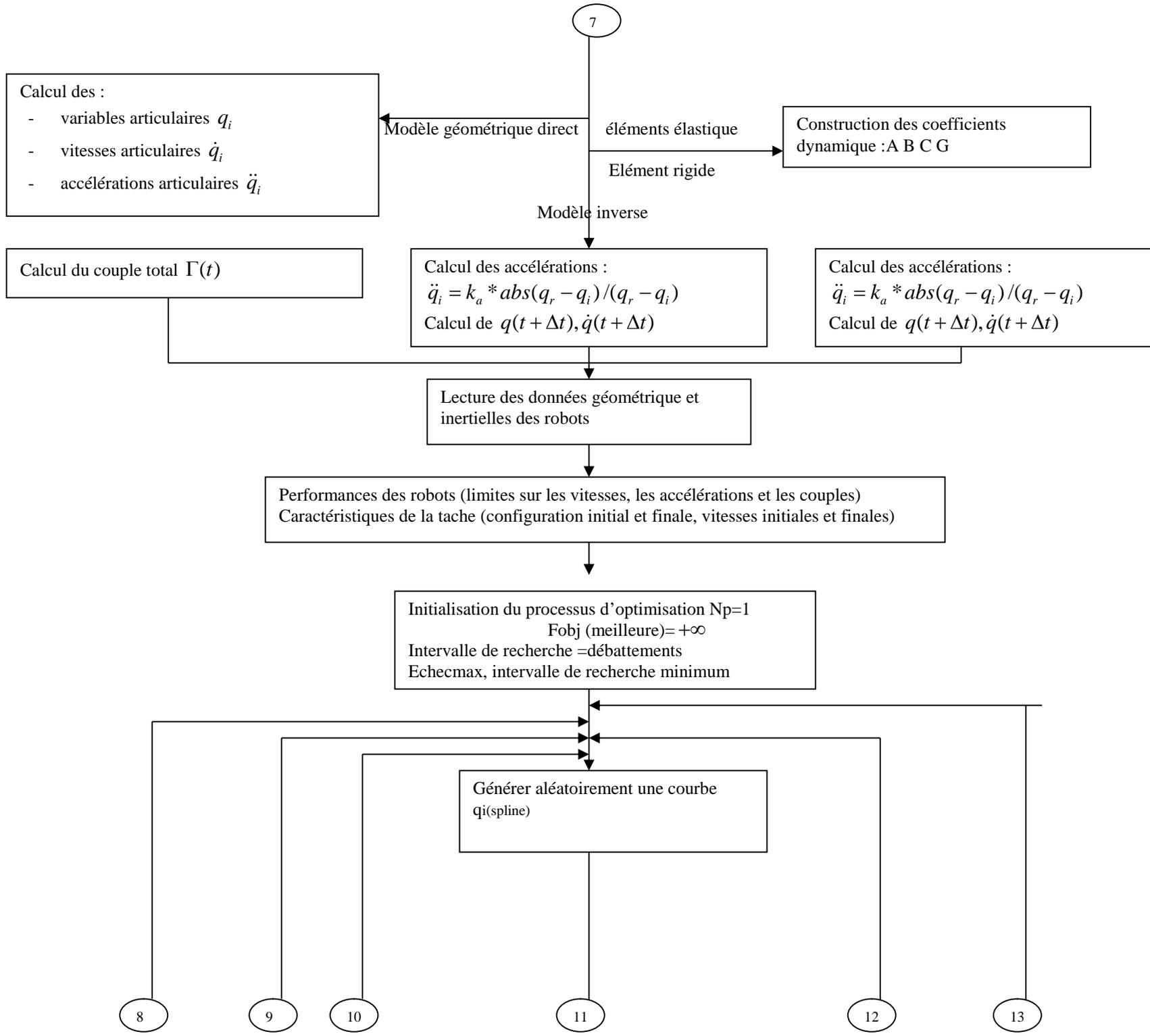
Type de porteurs :			
<ul style="list-style-type: none"> - Structure cartésienne (T.T.T)(3.d.d.l). - Structure sphérique (ou polaire). - Structure angulaire (3R). - Structure SCARA 			
(1) cartésien P/P/P	(2) P/P/P	(3) cylindrique P/P/P	(4) R/P/R
(5) R/PR	(6) R/P/R	(7) P/R/R	(8) sphérique R/R/P
(9) SACARA R/R/P	(10) R/R/R	(11) angulaire R/R/R	(12) R/R/R

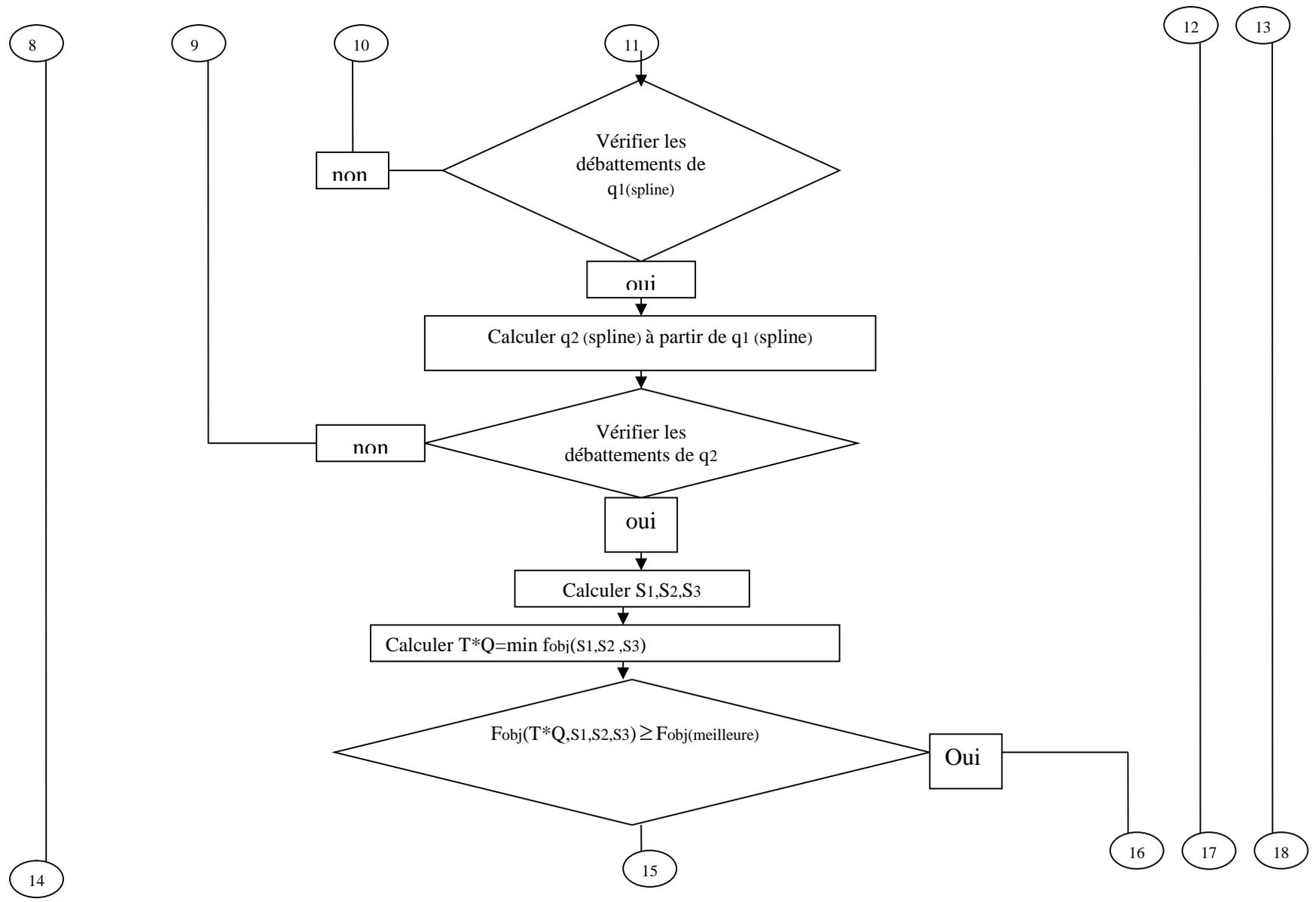
4

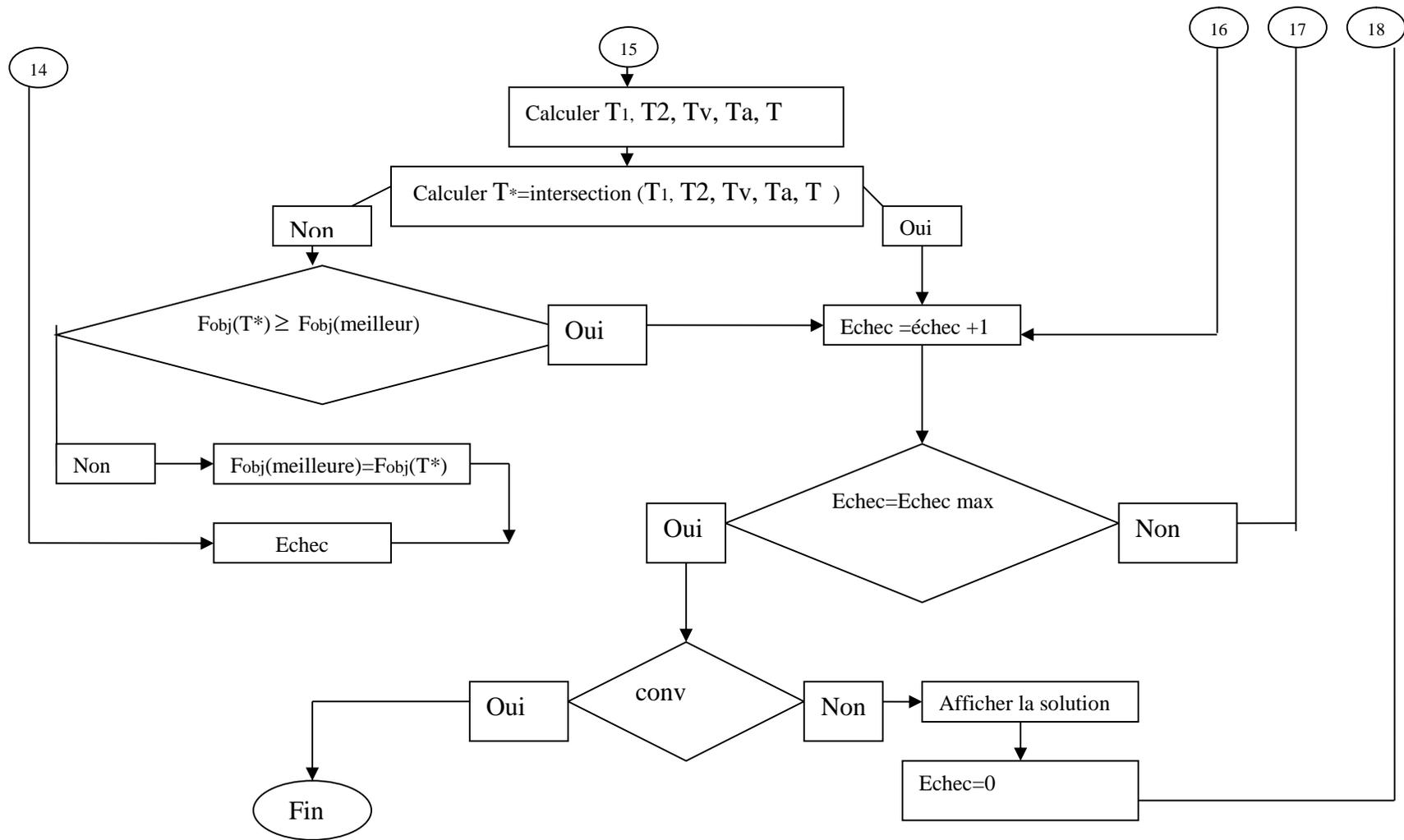
5

6









CONCLUSION GENERALE

Tout pays rêve d'évoluer à chaque instant par l'amélioration de sa production, ces produits, son service pour arriver à la plate- forme d'un atelier, ce dernier est un rêve dans notre pays cette majeure automation (atelier flexible) fabrication nécessite une large présence robots industriels.

Au fur et à mesure de l'amélioration de la connaissance du phénomène robot, c'est probablement une partie majeure des définitions et des classifications qui servent à rénover, pour y inclure non seulement les bras à pote fixe utiles en production à l'instar de ce qui existe déjà pour les machines outils à commande numérique , mais comme bras télé opérés dans les navettes spatiales par exemple, il ne faut toutefois pas exclure que de nouvelles structures se développent comme c'est certainement le cas avec les robots parallèles, pour augmenter la rapidité des mouvements avec des bras relativement légers et peu coûteux .

Nous avons abordé la modélisation en appliquant la convention de Denavit – Hartenberg la modélisation géométrique, le calcul du modèle géométrique inverse nous a permis la localisation de l'effecteur à n'importe quel point de l'espace de travail.

La modélisation cinématique directe ou inverse permet de déterminer la position et l'orientation de l'organe terminal ou de donner la configuration du robot.

La méthode D, H, permet d'élaborer une matrice de transformation d'une liaison à une autre.

Les équations qu'on trouve dans la modélisation cinématique inverse sont souvent non linéaires ce qui fait appel à une des méthodes numériques, la modélisation dynamique nous a permis de mettre en évidence un énorme calcul, nous avons familiarisé la recherche sur les phénomènes des erreurs statiques et dynamiques, nous avons conçu un programme à partir des informations de la géométrie, et en exploitant les modèles géométriques cinématiques et dynamiques en tenant compte des lois de mouvement utilisées en robotique dans le but d'évaluer les couples articulaires pour notre bras manipulateur qui n'est alors qu' une composante de la cellule robotisée qui grâce aux possibles communications n'est elle – même qu'un élément du réseau de l'entreprise. De nombreuses options permettent de modifier la structure du robot en fonction de

ses applications. On peut augmenter l'espace de travail, ainsi que l'autorisation d'une charge utile plus importante, nous pouvons donc plutôt parler d'une famille de robots (ALG.-M.-O.-I).

Pour une valorisation de notre travail, nous avons élaboré comme première application, une simulation, sous diverses configurations, permettant de visualiser le fonctionnement du robot dans son environnement de travail.

Un brevet d'invention a été déposé à l' I.N.A.P.I. Sous le numéro 060205 et également ce projet pourra être un sujet d'une communication. Ce travail, nous ne pouvons le qualifier de parfait car chaque travail fait par l'homme est sujet à des améliorations. En ce qui concerne les améliorations ultérieures pour un même travail, il est recommandé aux personnes devant pour suivre ce travail de :

Faire une étude bien détaillée sur la modélisation dynamique en tenant compte les caractéristiques dynamiques et les erreurs statiques et dynamiques ainsi que la précision.

Comme perspectives, nous souhaitons que les promotions à venir complètent notre travail pour réaliser le manipulateur après calcul et acquisition des organes constitutifs.

Il est à noter que le rapprochement entre l'université et l'industrie est seul et unique moyen pour le développement industriel.

Enfin ce qui est plus important, à côté de ce que nous avons cité au dessus, c'est qu'avec le soutien de dieu ensuite la volonté de l'homme on peut résoudre les problèmes existant dans cet univers ou dans la vie .

RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

Un robot industriel peut-être vu comme un système mécanique articulé.

Pour pouvoir faire exécuter une action où une tâche au robot manipulateur, il est nécessaire de commander ce système multi variable pour positionner les différents axes.

Le but de la programmation robotique est de fournir les consignes des positions qui permettent d'exécuter les tâches désirées.

Il faut disposer de langages et d'environnement de programmation spécifique facilitant le travail des programmeurs non initiés en robotique et permettant par la même de créer et de modifier plus rapidement les programmes d'utilisation de leur robot

DOMINIQUE DUHAUT : [18] la programmation des systèmes robotiques doit prendre en compte de multiples contraintes temps réel modélisation partielle de l'environnement comme du robot, hiérarchie de programmes, interface homme /machine.

WISSAMA KHALIL : [19] la génération de trajectoires est une étape très importante dans la commande des robots manipulateurs, elle consiste à calculer les consignes de référence, en vitesse en accélération qui décrivent le mouvement désiré du robot.

C. BARTHLEY D. WILLIS M. VUCOBRATOVIK M. KIRCANSKI : [20, 21] le choix de définir la trajectoire est lié au fait que le mouvement de l'organe terminal (effecteur) doit prendre en considération des contraintes de l'espace dans le quel il agit.

PATRICK CHEDMAIL ETIENNE DOMBRE PHILIPPE WENGER : [22] les méthodes de programmation par apprentissage consistent à montrer au robot ce qu'il doit faire,

C'est-à-dire à l'amener sur les repères ou poses [Norme I.S.O.8373 robots manipulateurs industriels vocabulaire 1994], que l'on désire enregistrer (par abus de langage. on dit que aussi des points). On estime à 80% le nombre de robots programmés actuellement de cette façon dans l'industrie (en moyenne, ce nombre dépendant du secteur d'application). Sachant que pratiquement tous les robots disposent en standard d'une interface d'apprentissage.

NICOLA SEGUY : [23] L'apprentissage s'effectue en déplaçant le robot et en apprenant différents points caractéristiques de la trajectoire. L'opérateur à la possibilité de spécifier de plus :

-Le type d'interpolation que le robot utilise pour déplacer l'effecteur entre deux de ces points, c'est-à-dire articulaire, linéaire ou circulaire.

-La vitesse le long de la trajectoire.

-Le taux de décélération sur le point d'arrivée.

YORAM KOREN : [24] les langages de programmation sont des outils de communication entre humains et robots. On distingue plusieurs niveaux dans ces langages suivant le degré d'intégration des commandes au sein des instructions de ces langages articulaires ...ces langages font appel à une modélisation de l'environnement du robot sous forme symbolique.

P.COIFFET M.PARENT C.LAURGEAU : [33, 34] dans le mode de programmation par l'exemple la tâche est essentiellement décrite sous la forme d'une séquence de situations d'un effecteur particulier porté par un manipulateur particulier évoluant dans un environnement donné. Chacune des situations nécessaires à l'exécution de la tâche est enregistrée dans une mémoire sous la forme d'un vecteur dont chaque composante constitue une donnée de position d'une variable articulaire durant la phase d'exécution.

L'unité de pilotage lit en séquence les situations mémorisées et transmet, à la cadence voulue, les données correspondant comme consignes des asservissements. Ce mode d'expression ne peut être utilisé que si le poste de travail est entièrement réalisé de plus toute re-programmation entraîne un arrêt de production. L'utilisateur doit, durant la phase d'apprentissage, guider manuellement les déplacements de toute la structure mécanique articulée. Actuellement la phase d'apprentissage est réalisée à partir d'un poste maître qui permet de déplacer l'effecteur en utilisant les unités de motricité du manipulateur.

V.DUPOURQUE : [35] dans le cas où le dispositif utilisé est une boîte à boutons, les trajectoires restituées peuvent être classées. Leur réalisation nécessite un générateur de trajectoires.

UNIMATION : [36] le langage VAL est à la fois un langage et un système de commande spécialement conçu en 1975 pour les manipulateurs de la société UNIMATION.

Du point de vue du langage VAL est proche du BASIC classique.

Le système d'exploitation permet de créer deux types de fichiers. L'un contient le programme proprement dit, l'autre, les valeurs des données de type emplacement.

CHRISTIAN MELIN HOCINE HAMDI : [37] les structures de contrôle offertes par les langages structurés sont beaucoup plus riches que celles offertes par les langages de type primitives de mouvement

De plus, ces langages intègrent les notions de procédures et de fonctions, ce qui facilite le regroupement de séquences d'introductions susceptibles d'être exécutées plusieurs fois ainsi que l'écriture et la lisibilité des programmes.

Enfin, ces langages possèdent des mécanismes de sémaphores activés sur l'occurrence d'événements, ce qui les rend aptes à décrire des tâches incluant plusieurs robots ou des interactions avec des capteurs extéroceptifs ou sensoriels.

CRISTIAN MELIN : [37] un langage de programmation de niveau objet (programmation mixte) est une extension d'un langage structuré de programmation explicite. On peut le considérer comme étant une interface entre l'utilisateur.

Un langage explicite est une base de modèles géométriques. L'intérêt d'une telle approche réside dans le fait qu'elle facilite le raisonnement géométrique dans l'espace tridimensionnel. Les systèmes de programmation correspondants utilisent un mode d'expression qui peut être textuel ou graphique.

ETIENNE DOMBRE : [39] les modèles des objets peuvent également être créés par un moyen graphique interactif (station graphique et systèmes de conception assistée par ordinateur CAO 3D). Dans certains systèmes, même la spécification de la tâche est effectuée de manière graphique, ce qui permet de faire de la simulation et en particulier de détecter les collisions lors des déplacements simulés du manipulateur. Dans ce cas la base de données CAO inclut un modèle géométrique des objets un modèle structuré de l'univers du robot est un modèle cinématique de la structure mécanique articulée du porteur et de l'effecteur.

La programmation graphique permet donc d'engendrer des programmes et des trajectoires.

R. POPPLESTONE P. AMBLER I. BELLOS : [40] l'interpréteur des langages de niveau tâche utilise les situations géométriques déclarées pour déduire les situations successives du repère ROBOT à partir de la déclaration du repère de référence. Un modèle géométrique du manipulateur utilisé permet également d'engendrer un programme de niveau explicite ou directement un programme de niveau articulaire, dans lequel l'accessibilité de toutes les destinations du robot aura été testée.

Du seul point de vue géométrique, la programmation hors ligne est donc possible, une phase de calibration est cependant nécessaire avant de lancer l'exécution des programmes engendrés, afin de compléter la correspondance entre l'univers réel.

JOHN J. CRAIG SCHILING R. J. : [44 , 45] une approche analytique a été utilisée pour le robot de type série [Craig], elle consiste à éliminer à chaque étape une des coordonnées généralisées (articulaires) par la multiplication de la matrice de transfert finale T_{60} les matrices de transformation intermédiaires.

P. BORREL: [49] l'espace de travail est un outil précieux pour la préparation hors ligne des trajectoires, il permet, en effet de savoir où il faut placer les repères dans l'espace pour qu'ils soient accessibles par le robot.

P . BORREL: [49] a proposé une méthode originale de détermination de volume de travail des robots, basée sur l'utilisation de leurs modèles cinématiques. Cette méthode procédée par décomposition du volume de travail en aspects, un aspect représentant le domaine accessible par le robot pour une configuration articulaire.

ANGELES [50]: il est possible d'homogénéiser les dimensions par la " longueur caractéristique " du robot étudié.

M. MINOUX : [51] l'adaptation du robot dans son site et à sa tâche est traitée en formalisant pour chacun un problème de programmation – ou d'optimisation – mathématique.

Remarquons au préalable que, de manière classique en optimisation, la résolution d'un problème avec contraintes peut se ramener, moyennant l'introduction de termes de pénalités ou bien d'un lagrangien augmenté, à un problème d'optimisation sans contraintes .

Z. MICHALWICZ : [52] : une méthode nouvelle a été proposée récemment pour résoudre de manière simultanée la synthèse dimensionnel.

Coordonnées généralisées (articulaires) par la multiplication de la matrice de transfert final T_6^0 les matrices de transformation intermédiaires.

HADDA MOUSSA : [1] cible l'évolution des erreurs de positionnement dus aux déformations quasi-statique des segments; ceci dans un but de compensation par action sur les valeurs des consignes de commande en position des variables articulaires, Il s'appuie sur l'application des concepts de base de la R.D.M; des poutres pour réduire le temps de calcul et permettre une correction en temps réel de la situation de l'effecteur.

Il a présenté une nouvelle méthode de description géométrique des bras manipulateurs, qui répond pleinement à l'objectif fixé, maintien du caractère systématique des calculs mis en œuvre dans la formulation récurrente des modèles géométrique, cinématique et dynamique.

Pris en charge du caractère lié au repère local vis à vis de la géométrie du segment dans la formulation de la théorie des poutres droites.

Cette méthode de description prend en charge par ailleurs de manière précise les influences des mouvements de translation sur la géométrie instantanée du bras. Il aussi présenté les nouvelles formulations des modèles géométriques. Cinématique de second ordre. Comparativement elles restent aussi simples qu'avec le paramétrage de Denavit – Hartenberg.

J. D. BOISSONNAT ; B FAYERJON ; J. P. MERLET : [5]

Ont présenté de quelles manières interviennent les incertitudes dans le processus de programmation d'un robot de manipulation.

Ils ont montré qu'il était possible : celles qui peuvent être traitées localement par des stratégies appropriées, et celles qui nécessitent un traitement global.

RÉFÉRENCES :

- [1] HADDAD MOUSSA : modélisation des déformations des bras manipulateurs , par les concepts de base de la théorie des poutres exaluation et compensation des erreurs mémoire de magister Ecole MILITAIRE POLYTECHNIQUE BORDJ EL BAHRI ALGER SEPTEMBRE 1999.
- [2] YOUSNADJI ALI : la robotique et son environnement rétrospective et aperçu général sur les bras manipulateurs actes des journées d'études sur la robotique et son environnement ENITA, ROB'95 16-18 septembre 1995.
- [3] GERARD ROORYCK : aspects généraux de la robotique [R 7700] techniques de l'ingénieur France Octobre 1991.
- [4] J.P I ALLEMAND ; S.ZEGHLOUL : robotique aspects fondamentaux/ modélisation mécanique/ CAO robotique / commande MASSON, Paris, Barcelone 1994.
- [5] J.D BOISSONNAT ; B.FAVERJON ; J.P MERLET : techniques de la robotique tome 2 perception et planification Hermès , Paris, 1988.
- [6] PARC PRIFL : les robots industriels/ caractéristiques performances et choix A.F.N.OR
- [7] Z.ROTH. BENJAMIN ; W. MOORING. BAHRAM RAVANI : An overlew of robot calibration IEEE journal of robotics and automation vol.R.A3 N° 5 octobre 1987.
- [8] ALAIN LIEGFOIS : les robots/analyse des performances et C.A.O tome7 HERMÈS .Paris 1984.
- [9] A . BOUGUERRA : contribution à la planification optimale des robots cooperants " mémoire de magister département de mécanique U.de Blida janvier 2005.
- [10] J.LAM and J.M DELOSME " simulated annealing : a fast heversitic for some generatic layout problems "
- [11] R. BATTITI, G TECCHIOLI : "the reactive tabu search " ORSA journal on compuling p.126-140.1994.
- [12] F . GLOVER : " tabu search " port 2 ORSA J. on computing 1(3) p. 190-206. 1989.
- [13] F. GLOVER : " tabu search " port 2 ORSA J. on computing 2(1) p. 04.32. 1990.

- [14] M. KIRKANSKI O. TIMENKO : "A geometric approach to manipulator path planning in 3d space in the presence of obstacles avoidance " robotica vol. 10p. 321-328 1992
- [15] J.J. Graig : " introduction to robotics, mechanics and control " Addison Wesley
- [16] A.A KOBRINSKI , A.E KOBRINSKI : " Bras manipulateurs des robots, architecture et théorie " Edition MIR MOSCOU 1989.
- [17] V .Arnold : " Les méthodes mathématiques de la mécanique classique " Edition MIR MOSCOU 1976.
- [18] DOMINIQUE DUHAUT : Programmation en robotique. Laboratoire de robotique : S3-351 Campus II Paris 2000.
- [19] WISSAMA KHALIL, ETIENNE DOMBRE : Commande de robots Hermès Science Publications Paris 1999.
- [20] C.BARTHLEY. D WILLIS : Conception mécanique cinématique et dynamique des robots. Revue Française de Mécanique N° 1995-4 Paris Automne 1989.
- [21] M.VUKOBRATOVIK, M. KIRCHANSKI : Kinematics and trajectory synthesis of manipulation robots Springer-Verlag Berlin 1986.
- [22] PATRICK CHEDMAIL, ETIENNE DOMBRE, PHILIPPE WANGER : CAO en robotique outils et méthodologies Hermès Paris 1998.
- [23] NICOLAS SEGUY : Système de commande d'un manipulateur S7732 Traité Informatique Industrielle Technique de l'Ingénieur Décembre 2005.
- [24] YORAM KOREN : La robotique pour ingénieurs Mc GRAW HILL Paris 1986.
- [25] PHILIPPE COIFFET : Les robots Tome I : Modélisation et commande Hermès Paris 1981.
- [26] L. PERROTTE : Modélisation et commande Hermès 1994 Paris.
- [27] M. GIORDANO, J.LOTTIN : cours de robotique description et fonctionnement des robots industriels Armand Colin 1990.
- [28] J.GRANT, F.BARA : Introduction à la robotique Dalloz 1994.
- [29] ETIENNE DOMBRE, WISSAMA KHALIL : Modélisation et commande des robots Hermès 1988.
- [30] J.DENAVIT, R.S HARTENBERG: Kinematic rotation for lower-pair mechanisms based on matrices. Jour Appl. Mech. ASME 22.215-221.1955.
- [31] PHILIPPE COIFFET : Robots : définitions et classifications R7700 traité Mesures et Contrôle. Technique de l'Ingénieur Décembre 2005.
- [32] LATIFA KHEMICI : Génération de trajectoires optimales coordonnées et sans collision en vue de la supervision multi-robots Mémoire de Magister Département d'Electronique Université de Blida 2003.
- [33] PHILIPPE COIFFET : La robotique : principes et applications Hermès Paris 1986.

- [34] M. PARENT, C.LAURGEAU : Les robots : langages et méthodes de programmation Hermès Paris 1983.
- [35] V.DUPOURQUE : Les contrôleurs de robots collection Novotique INRIA/AFRI/ADI. 1986.
- [36] UNIMATION : Unimate Puma Mark II Robot, User's Guide de Val version 560.18.T.A.1983. Unimation Inc.
- [37] CHRISTIAN MELIN, HOCINE HAMDI : Automatique Robotique R8 langages de programmation des robots R7720 Techniques de l'Ingénieur Octobre 1991.
- [38] MOHAMED MOUNIR HATTALI : Logiciel de calcul de robots industriels application au robot de soudage ALG.SOUD.1 Mémoire de Magister Département de Mécanique Université de Blida 2001.
- [39] ETIENNE DOMBRE : Environnement de programmation par CAO que faut-il entendre ? 16p. 36 ref. 1986 Actes séminaire SYSCOROB Collection A.F.R.I/A.D.I.
- [40] R. POPPESTONE.P.AMBLER, I.BELLOS: An interpreter for a language for describing assemblies 31 p dans Robot Motion: planning and control 585 p.317 réf. 1983 MIT Press Cambridge Massachusetts.
- [41] M.AIT AHMED : Contribution à la modélisation géométrique et dynamique des robots parallèle thèse de Doctorat, Toulouse, 1993.
- [42] K.JABELLA B.LASSAMI : Développement d'un logiciel d'animation et de commande pour Bras Manipulateurs Projet de Fin d'Etudes Département Génie électrique Ecole National Polytechnique El Harrach, Alger 2002.
- [43] MARK W.SPDNG AND M.VIDYASAGAR : Robot Dynamics and control. Quinnwoodbine, USA, 1981.
- [44] JOHN J.CRAIG: Introduction to robotics : Mechanics and Control. 2nd ed, Addison Wesley Publishing Company, Canada, 1989.
- [45]R.J SCHILING.R.J: Fundamentals of robotics: analysis and control Prentice Hall,1990.
- [46] BRAIN ARMSTRONG, OUSSAMA KHATIB AND JOEL BURDICK: The explicit Dynamique Model and Inertial parameters of the Puma 560 Arm. In Proc.1986 IEEE Int. Conf. On Robotics and Automation, San Francisco, CA.
- [47] T.MADANI : Différentes Approches de Commande Décentralisée à Structure Variables Appliquées en Robotique, Thèse de Magister, Ecole National Polytechnique, Alger,2000.
- [48] J.P LALLEMAND , S.ZEGHLOUL : Robotique : Aspects Fondamentaux , Modélisation Mécanique- CAO Robotique Commande, Masson, Paris, Milan, Barcelone, 1994.
- [49] P. BORREL: contribution à la modélisation géométrique des robots manipulateurs; application à la conception assistée par ordinateur. Thème d'État, USTL Montpellier juillet 1986.

- [50]. ANGELES: Fundamentals of Robotic Mechanical Systems ; theory, methods and algorithms, Mechanical Engineering , Series, Springer. Verlag 1997.
- [51] M .MINOUX : Programmation mathématique – théorie et algorithmes, tome 1 , Éditions Durod - Bordas et CENT -ENST Paris, 1983 .
- [52] Z. MICHALEWICZ : Genetic algorithms +data structures = evolution programs, Springer . verlag. 1992
- [53] A. PRUSKI : robotique générale ellipses Paris 1988.
- [54] R.J HOOKER; J-PEREIRA : an integrated robot analysis procedure vol , N° 10, PP1069, IEEE 1997.
- [55] ALAIN LIÉGEOIS : modélisation et commande des robots manipulateurs R7730, automatique robotique R8 techniques de l'ingénieur France octobre 1991.
- [56] M. RENAUD : contribution à la modélisation et à la commande dynamique des robots manipulateurs thèse doctorat d'état université Paul Sabatier de Toulouse, septembre 1980.
- [57] H. ASADA J.J SLOTINE : robot analysis and control John Willey & sons-New York 1990.
- [58] M.J ALDON : élaboration automatique des méthodes dynamiques des robots en vue de leur commande thèse de doctorat d'état . université de langue de doc Montpellier 1982.
- [59] T.MADANI : différentes approches de comande décentralisée a structure variables appliquées en robotique thèse de magistère, école national polytechnique Alger, 2000.
- [60] A. CASSANO , A , CARDANO : a comparison between three variable step algorithms for the integration of motion in structural dynamics Latin American Research 1991.
- [61] COMPUTER SIMULATION OF MANIPULATOR DYNAMICS USING DIFFERENT CONTROL LAWS : third international conference on advanced robotics Versailles 1987.
- [62] B.R FOX .K.G KEMPE: "opportunistic scheduling for robotic assembly" IEEE international conférence en robotics and automation. Saint- Louis , avril 1985.
- [63] LUIZ S.HOMEM DE MELLO , A.C SANDERSON : "AND/OR graph. Représentation of assembly plans " CMU-RI-TR-86-8, Carnegie- Mellon university 1986.
- [64] T. LOZANO-PEREZ / "automatic planning of manipulator transfer movements" , IEEE Transaction on system, man and cybernetics, SMC- 11.10.1881
- [65] B.FAVERJON : " Obstacle avoidance using an octree in the configuration space of a manipulator ", IEEE international conference on robotics and automation Atlanta, Mars 1984.
- [66] M. T .MASON : " manipulator grasping and pushing operations PHD Thesis MIT AI Lab 1982.
- [67] A. GIRAUD : " generalized active compliance for part mating with ensemble robots, Isrt ISRR, Britton Woods, septembre 1983.

- [68] C. REBOULET .A ROBERT : " Hybrid control of a manipulator equipped with an active compliant wrist " robotics research3. Mit prese, edited by O. Fangeras and G. Giralt USA 1986
- [69] R. CHATILA : mobile robot navigation space modeling and decisional processes" Robotics research3. MIT press, edited by O.Faugeras and G. Giralt USA.1986
- [70] R.S SMITH, M. GINI : " robot tracking and control issues in an intelligent error recovery system " IEEE international conference on robotics and automation, San Francisco, USA Avril 1986.
- [71]M.R. Kermani M. Wong R.V. Patel M. Moallem and Ostojic. Friction compensation in low and high-reversla-velocity manipulator. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004.
- [72] C. Canudas de Wit H. Olsson K.J. Astrom and P. Lischinsky. A new model for control of systems with friction. IEEE Transaction on Automatic Control vol.40, 1995.
- [73] H. Olsson K.J. Astrom C. Canudas de Wit M.Gafvert P. Lischinsky. Friction models and Friction compensation. European Journal of Control and IEEE Transactions on Control Applications, 1998 and 2000.
- [74] G. Abba et P. Sardain. Modélisation des frottements dans les éléments de transmission d'un axe de robot en vue de son identisation. 16eme Congres français de Mécanique,2003.
- [75] M. Gafvert. Comparison of two Friction Models. Thesis, Lund University of Technology, 1996.
- [76] M. Gafvert. Comparison of two friction models. Lund Institute of Technology, 1998.
- [77] B. Armstrong Helouvry. Control of Machines with Friction. Kluwer Academic, 1991.
- [78] M. Janiec. Friction compensation by the use of friction observer. Master thesis, Lund Institute of Technology, 2004.
- [79] S-W. Lee and J-H. Kim. Robust adaptive stick-slip friction compensation. IEEE Transactions on industrial electronics vol. 42 no. 5, 1995.
- [80] S.C. Southward C.J. Radclie and C.R. MacCluer. Robust nonlinear stick-slip friction compensation. Journal of Dynamic Systems, Measurment, and Control, 1991.
- [81] [http ://www.lag.ensieg.inpg.fr/canudas/](http://www.lag.ensieg.inpg.fr/canudas/).
- [82] M. Almir. On friction compensation without friction model. Laboratoire d'Automatique de Grenoble, -.
- [83]J. DENAVIT AND R. HARTENBERG. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices. ASME Journal of Applied Mechanics 17, 215—221 (1955).
- [84] N. DEO. "Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science". Prentice-Hall, Englewood CliRs, NJ (1974).

- [85]J. HOLLERBACH AND C. WAMPLER. A taxonomy of kinematic calibration methods. *International Journal of Robotics Research* 14, 573—591 (1996).
- [86] R. JUDD AND A. KNASINSKI. A technique to calibrate industrial robot with experimental verification. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 6(1), 20-30 (1990).
- [87]W. KHALIL AND E. DOMBRE. “Modélisation, identification et commande des robots, Collection Robotique”. Hermès, Paris (1999).
- [88] W. KHALIL AND J.-F. KLEINFINGER. A new geometric notation for open and closed-loop robots. *Conference on robotics and Automation* pp. 1174—1180 (1986).
- [89]K. WANG AND J. LIENHARDT. Robot kinematic calibration using genetic algorithms. In “IPROMS Conference Intelligent Production Machines and systems” (2005).
- [90]H. ZHUANG, J. WU, AND - W. HUANG. Optimal pmanning of robot calibration experiments by genetic algotithms. In “International Conference on Robotics and Automation”, Minneapolis, Minnesota (1996).
- http://www.amm.mw.tum.de/index_e.html.
- <http://www.sony.net/SonyInfo/QRIO/>.
- http://www.kawada.co.jp/global/ams/hrp_2.html
- <http://www.inria.fr/>.
- <http://world.honda.com/ASIMO/>.
- <http://www.control.lth.se>.